

روشهای کاهش تعداد مبدأ - مقصدهای مؤثر برای حل مسئله تعادل ترافیکی

در شبکه‌های واقعی

شهاب الدین طوبایی* و هدایت ذکایی آشتیانی**

مؤسسه عالی پژوهش در برنامه‌ریزی و توسعه

دانشکده عمران، دانشگاه صنعتی شریف

(دریافت مقاله: ۷۸/۴/۲۲ - دریافت نسخه نهایی ۸۰/۴/۱۶)

چکیده - حل مسئله تعادل ترافیکی یا "تخصیص ترافیک"، به عنوان آخرین مرحله از برنامه ریزی حمل و نقل، تقاضای مبدأ - مقصدهای یک شبکه حمل و نقل را با توجه به قانون تعادل ترافیکی، روی کمانهای شبکه توزیع می‌کند و حجم جریان کمانها را تخمین می‌زند. در فرمولبندیهای از تعادل ترافیکی که بر اساس ذخیره سازی مسیراهست. حجم حافظه مصرفی رایانه به طور قابل توجهی به تعداد مبدأ - مقصدهای مؤثر (مبدأ - مقصدهای با تقاضای غیر صفر) وابسته است و از این رو، حل مسائل واقعی حمل و نقل در حافظه متعارف رایانه امکانپذیر نیست. این مقاله می‌کوشد با ارائه روشهایی نشان دهد که می‌توان با کاهش تعداد مبدأ - مقصدهای مؤثر و جبران خطای ایجاد شده، مسائل واقعی تعادل ترافیکی را در حجم مناسبی از حافظه رایانه و با دقت قابل قبولی حل کرد. برای این منظور مسئله تعادل ترافیکی برای شهر مشهد که نمونه ای از یک مسئله در مقیاس واقعی است مورد بررسی قرار می‌گیرد و از طریق الگوریتم تکمیلی آشتیانی که نیازمند ذخیره سازی مسیراهست حل می‌شود. در حالت عادی حل چنین مسئله ای در حافظه متعارف رایانه های شخصی امکانپذیر نیست. با وجود این، روشهای ارائه شده در این مقاله امکان حل مسئله را در حافظه متعارف فراهم می‌سازند. مقایسه جوابهای به دست آمده از این روشها با جواب واقعی نشان می‌دهد که خطای ایجاد شده در اغلب روشها بسیار کم و در حد قابل قبولی است. این مقاله در انتها مقایسه ای اجمالی بین روشهای مختلف را ارائه می‌دهد.

واژگان کلیدی: تعادل، تخصیص ترافیک، تقاضای مبدأ - مقصد

Methods of Reducing the Number of Effective ODs in Order to Solve Traffic Equilibrium Problem in Real Life Networks

Sh. Toobaie and H. Z. Aashtiani

Planning and Development Research Institute, Tehran, Iran

Department of Civil engineering, Sharif University of Technology, Tehran, Iran

ABSTRACT- Solving traffic equilibrium problem, or "traffic assignment", as the last step in Transportation Planning, distributes OD trip demands of a transportation network over the network links with regard to Traffic Equilibrium Law, and estimates the link flows. In formulations of traffic equilibrium which are based on path saving, the memory consumption is considerably affected by the number of effective OD pairs (ODs with non zero

** - دانشیار

* - کارشناسی ارشد

demand), thus making it impossible to solve a real life transportation problem in a computer's conventional memory. This paper attempts to present some methods to show that, reducing the number of effective OD pairs and compensating for the error, it is possible to solve a real life traffic equilibrium problem in a reasonable amount of computer memory and up to an acceptable precision. To do so, the traffic equilibrium problem of the city of Mashhad, as a case of a real life problem, is considered and The Aashtiani complementary algorithm which requires path saving is applied to solve the problem. Solving such a problem in a PC's conventional memory is normally impossible. Nevertheless, the methods presented in this paper allow us to solve it in a conventional memory. Comparison between the results of these methods with the original answer shows that the errors generated via these methods are quite low and acceptable. A brief comparison is finally made among the different methods.

Keywords: Equilibrium, Traffic Assignment, Origin-Destination Demand

فهرست علائم

P_i	مجموعه مسیره‌های موجود برای مبدأ-مقصد i	A	مجموعه کمانهای شبکه
T_p	تابع زمان سفر - حجم برای مسیر P	D_i	تقاضای سفر بین زوج مبدأ - مقصد i برحسب همسنگ سواری در ساعت اوج
t_a	تابع زمان سفر - حجم برای کمان a	f_a	حجم جریان وسایل نقلیه در کمان a برحسب همسنگ سواری در ساعت اوج
u	بردار زمان سفر کوتاهترین مسیر برای مبدأ- مقصدهای شبکه برحسب دقیقه	f^{Base}	بردار حجم جریان وسایل نقلیه در کمانهای شبکه برحسب همسنگ سواری در ساعت اوج که از سناریوی مبنا به دست آمده است
u_i	زمان سفر کوتاهترین مسیر بین مبدأ-مقصد i برحسب دقیقه	$f^{Sen(i)}$	بردار حجم جریان وسایل نقلیه در کمانهای شبکه برحسب همسنگ سواری در ساعت اوج که از سناریوی i به دست آمده است
α و β	ضرایب رابطه رندگرای خطی	h	بردار حجم جریان وسایل نقلیه در مسیره‌های شبکه برحسب همسنگ سواری در ساعت اوج
δ_{ap}	برابر با عدد ۱ است اگر کمان a در مسیر P باشد و در غیر این صورت صفر است	h_p	حجم جریان وسیله نقلیه در مسیر p برحسب همسنگ سواری در ساعت اوج
		I	مجموعه زوج مبدأ- مقصدها در شبکه

۱- مقدمه

حافظه مورد نیاز برای ذخیره مسیره‌ها به تعداد مسیره‌های فعال (مسیره‌های استفاده شده) و در نتیجه به تعداد مبدأ - مقصدهای دارای تقاضا وابسته است. بنابراین، با کاستن از تعداد مبدأ- مقصدهای مؤثر (مبدأ - مقصدهای دارای تقاضا) می‌توان نیاز الگوریتم به حافظه مصرفی را کاهش داد. کاهش تعداد مبدأ - مقصدهای مؤثر از دو جهت دارای اهمیت است. نخست اینکه تعداد مسیره‌های فعال (مسیره‌های بین زوجهای

مسئله تعادل ترافیکی یا تخصیص ترافیک، یکی از مباحث مهم علم حمل و نقل است که به تخمین جریان وسایل نقلیه در شبکه‌های شهری می‌پردازد. در الگوریتمهایی از تخصیص ترافیک که مسئله تعادل را بر مبنای مسیره‌ها فرمولبندی کرده و حل می‌کنند، مدیریت حافظه مصرفی برای ذخیره سازی مسیره‌ها نقش مهمی ایفا می‌کند. در این گونه الگوریتمها،

بتوان مسئله تعادل برای شبکه واقعی شهر مشهد را در حافظه متعارف رایانه (حافظه‌ای که سیستم عامل داس پوشش می‌دهد) حل کرد. (در حالت عادی حل این مسئله نیاز به حافظه توسعه یافته^۲ دارد.) الگوریتم به کار رفته برای حل مسئله تعادل ترافیکی، الگوریتم تکمیلی^۳ آشتیانی [۱] است که به قابلیت حافظه پویا [۲] مجهز شده است. این الگوریتم مسئله تعادل را بر اساس مسیرهای استفاده شده فرمولبندی کرده و حل می‌کند.

۲- مروری بر پژوهشهای پیشین

حل مسئله جریان تعادل در شبکه‌های حمل و نقل عبارت است از یافتن جریان در کمانهای شبکه با فرض اینکه ساختار شبکه حمل و نقل، تقاضای سفر بین هر زوج مبدأ - مقصد (که نتیجه تصمیم افراد در ایجاد سفر، توزیع سفر و تفکیک وسیله است) و توابع عملکرد کمانها (اثر ازدحام) معلوم باشد. مدلهایی که برای حل مسئله تعادل استفاده می‌شود عموماً بر مبنای قانون اول وردراپ [۳] هستند. این قانون، تعادل را بر مبنای مسیرها به این شکل تعریف می‌کند که در حالت تعادل، زمان سفر در مسیرهای استفاده شده برای هر مبدأ - مقصد با هم برابر است و این زمان سفر نمی‌تواند از زمان سفر در مسیرهای استفاده نشده همان زوج مبدأ - مقصد بیشتر باشد. این تعریف، به بیان تعادل بر مبنای مسیرها می‌پردازد و از آنجا که تعداد مسیرها در یک شبکه حمل و نقل واقعی بسیار زیاد است، به کارگیری مستقیم تعریف بالا را در محاسبه تعادل ناممکن نشان می‌دهد.

پژوهشگرانی (از جمله بکمن و همکاران [۴] و دیفرماس [۵]) با تحمیل فرضیهایی، مسئله تعادل را بر مبنای کمانها (و نه مسیرها) فرمولبندی کردند که امکان حل مسئله در مقیاس واقعی فراهم شد. مدلهای این پژوهشگران فرضیهایی نسبتاً قوی بر مسئله تعادل ترافیکی تحمیل می‌کنند که ممکن است در مسائل واقعی صدق نکند. آشتیانی [۱] با کنار گذاردن این فرضها، به ارائه یک فرمولبندی بر مبنای مسئله تکمیلی غیر خطی می‌پردازد که مسئله تعادل را با تحمیل فرضهای ضعیفی حل می‌کند. این فرمولبندی علی‌رغم عام بودن، به ذخیره سازی

مبدأ - مقصد که دارای جریان هستند) با تعداد مبدأ - مقصدهای مؤثر رابطه مستقیم دارد. و در نتیجه هر چه تعداد مبدأ - مقصدهای مؤثر کاهش یابد، حجم حافظه مصرفی برای ذخیره مسیرها نیز کاهش می‌یابد. به طور مثال برای شبکه شهر مشهد سال ۷۳ مشاهده می‌شود که با حذف مبدأ - مقصدهایی که تقاضای کمتر از ۱۲ دارند (که بیش از ۶۰ درصد از مبدأ - مقصدهای مؤثر را شامل می‌شود.) تنها در حدود ۲۴ درصد از کل تقاضا کاسته می‌شود به عبارت بهتر، اغلب مبدأ - مقصدها در یک مسئله واقعی، دارای تقاضای کمی هستند که حذف آنها تأثیر محسوسی در کل تقاضا ندارد. بنابراین این به نظر می‌رسد با به کارگیری روشی مناسب برای کاهش تعداد مبدأ - مقصدهای مؤثر و جبران خطای ایجاد شده، بتوان کارایی این گونه الگوریتمهای تخصیص ترافیک را از نظر حافظه مصرفی به طور قابل ملاحظه‌ای افزایش داد.

جنبه دیگری که اهمیت کاهش تعداد مبدأ - مقصدها را روشن می‌سازد هنگامی است که در برآورد تقاضا و ماتریس توزیع بخواهیم از مدلهای انتخاب استفاده کنیم. از آنجا که در مدلهای انتخاب همانند مدل لوجیت، عدد صفر تولید نمی‌شود، اگر در برآورد تقاضا از این مدلها استفاده شود، تقاضای هیچ مبدأ - مقصدی صفر برآورد نخواهد شد. این مسئله سبب می‌شود تا تعداد زوجهای مبدأ - مقصد مؤثر برآورد شده به طور قابل توجهی بیش از تعداد واقعی باشد. به طور مثال برای شهر مشهد که ۱۶۳ ناحیه دارد، تعداد زوجهای مبدأ - مقصد مؤثر برآورد شده $۱۶۳ \times ۱۶۳ = ۲۶۵۶۹$ به دست می‌آید در حالی که تعداد واقعی زوجهای مبدأ - مقصد مؤثر در سال ۷۳ برابر ۷۱۵۷ زوج است. این مسئله نشان می‌دهد که تعداد زیادی از مبدأ - مقصدها با تقاضای بسیار ناچیزی برآورد شده‌اند و لازم است به شکل مناسبی تعداد مبدأ - مقصدهای مؤثر را کاهش داد.

در این راستا، این مقاله به ارائه روشهایی برای کاهش تعداد مبدأ - مقصدهای مؤثر می‌پردازد و نتیجه این روشها را روی یک شبکه واقعی می‌آزماید. روشها به گونه‌ای طرح شده‌اند که

خطی را در حالت کلی می‌توان به شکل زیر نوشت.

$$\begin{aligned} x.F(x) &= 0 \\ F(x) &\geq 0 \\ x &\geq 0 \end{aligned} \quad (2)$$

که در آن

$$\begin{aligned} x &\in \mathbb{R}^n \\ F: \mathbb{R}^n &\rightarrow \mathbb{R}^n \end{aligned}$$

خطی شده مسئله تکمیلی غیر خطی بالا در نقطه \bar{X} به صورت

زیر تعریف می‌شود

$$\begin{aligned} [F(\bar{x}) + (x - \bar{x}).\nabla F(\bar{x})].x &= 0 \\ F(\bar{x}) + (x - \bar{x}).\nabla F(\bar{x}) &\geq 0 \\ x &\geq 0 \end{aligned} \quad (3)$$

به این ترتیب الگوریتم کلی حل مسئله تکمیلی غیر خطی معادل مسئله تعادل ترافیکی را می‌توان به شرح زیر بیان کرد

الگوریتم کلی حل تکمیلی غیر خطی

گام ۱- : یک نقطه شروع X^0 برای مسئله تکمیلی غیر خطی را انتخاب کن و قرار ده $q=0$.

گام ۲- شروع : تا زمانی که X^q جواب قابل قبولی برای مسئله تکمیلی نیست انجام ده (تجزیه):

گام ۱-۲ شروع : به ازای هر زوج مبدأ - مقصد J و $J = 1, \dots, n$ انجام ده (حل زیر مسئله):

گام ۱-۲-۱ : یک نقطه شروع \bar{X}_J^0 را برای زیر مسئله

به صورت $\bar{X}_J^0 = X_J^q$ انتخاب کن و قرار ده $q'=0$

گام ۱-۲-۲ شروع : تا زمانی که $\bar{X}_J^{q'}$ جواب قابل

قبولی برای زیر مسئله نیست انجام ده (خطی سازی):

گام ۱-۲-۱-۲ : مسئله خطی شده در نقطه $\bar{X}_J^{q'}$ را

حل کن و نقطه جدید به دست آمده را $\bar{X}_J^{q'+1}$

نامگذاری کن.

گام ۱-۲-۱-۲ : قرار ده $q'=q'+1$.

گام ۱-۲-۲ پایان : انتهای (بازگشت به) گام ۱-۲-۲ .

گام ۱-۲-۳ : قرار ده $\bar{X}_J^{q'+1} = \bar{X}_J^{q'}$ و $q = q+1$

گام ۱-۲ پایان : انتهای (بازگشت به) گام ۱-۲ .

گام ۲ پایان : انتهای (بازگشت به) گام ۲ .

مسیرهای فعال (استفاده شده) نیازمند است که کاربرد آن را در مسائل واقعی با محدودیت روبرو می‌کند. برای حل مسئله تعادل در مقیاس واقعی و بر مبنای فرمولبندی تکمیلی آشتیانی، طوبایی [۲] به ارائه ساختار حافظه پویا برای ذخیره سازی مسیرها می‌پردازد. این ساختار، حافظه مورد نیاز برای ذخیره سازی مسیرها را به طور قابل توجهی کاهش می‌دهد و الگوریتم را قادر می‌سازد تا مسائل واقعی تعادل ترافیکی در مقیاس کوچک و متوسط را به راحتی حل کند. با وجود بهینه سازی انجام شده در مصرف حافظه، حل مسئله تعادل در مقیاس بزرگ (و از جمله برای شبکه واقعی شهر مشهد) در حافظه متعارف رایانه‌های شخصی میسر نیست و به حافظه توسعه یافته احتیاج است.

۳- مدل تعادل ترافیکی

شبکه (N, A) را در نظر بگیرید که در آن N مجموعه گره‌ها و A مجموعه کمانهای جهت دار است. مسئله تعادل ترافیکی با تقاضای ثابت را می‌توان به صورت زیر نوشت [۱]

$$\begin{cases} (T_p(\mathbf{h}) - u_i).h_p = 0 & \forall p \in P_i, i \in I \\ T_p(\mathbf{h}) - u_i \geq 0 & \forall p \in P_i, i \in I \\ T_p(\mathbf{h}) = \sum_{a \in A} \delta_{ap} . t_a(\mathbf{h}) & \forall p \in P_i, i \in I \\ \sum_{p \in P_i} h_p - D_i = 0 & \forall i \in I \\ \mathbf{h} \geq 0 \\ \mathbf{u} \geq 0 \end{cases} \quad (1)$$

۳-۱- الگوریتم تکمیلی

الگوریتم به کار رفته برای حل مسئله تعادل ترافیکی، برگرفته از فرمولبندی و الگوریتم تکمیلی آشتیانی [۱] است. در این الگوریتم، مسئله تعادل ترافیکی به شکل یک مسئله تکمیلی غیر خطی فرمولبندی می‌شود. سپس مسئله تکمیلی غیر خطی به دست آمده، بر اساس زوجهای مبدأ - مقصد به زیر مسئله‌های کوچکتر تجزیه شده و هر زیر مسئله تجزیه شده از طریق خطی سازی و به شیوه تکراری حل می‌شود. یک مسئله تکمیلی غیر

۵- سناریوها

در این مقاله روشهای مختلفی به منظور کاهش تعداد مبدأ- مقصدهای مؤثر مورد بررسی قرار می‌گیرند و هر روش تحت نام یک سناریو معرفی می‌شود. سناریوهایی که در این مقاله به آنها اشاره می‌شود شامل یک سناریوی مبنا و ۷ سناریوی اصلی است. سناریوی مبنا سناریوی است که از حل مسئله تعادل با ماتریس کامل تقاضا (بدون کاهش مبدأ - مقصدها) به دست می‌آید. همان طور که پیش از این بیان شد حل این سناریو در حافظه متعارف امکانپذیر نیست و از حافظه توسعه یافته استفاده شده است. سایر سناریوها (به جز سناریوی مبنا) به گونه ای طرح شده‌اند که با صرفه جویی که در مصرف حافظه می‌شود، بتوان مسئله تعادل ترافیکی شهر مشهد را در حافظه متعارف (۶۴۰ کیلوبایت حافظه‌ای که داس پوشش می‌دهد) حل کرد.

برای کاهش مبدأ - مقصدهای مؤثر، سطح آستانه ای D^{th} که مشخص کننده مرز تقاضای کم اهمیت و با اهمیت است تعیین شده است. این سطح برابر با عدد ۱۲ انتخاب شده است. به عبارت بهتر، سناریوها به گونه‌ای طرح می‌شوند که عملیات حذف مبدأ - مقصدهای مؤثر برای تقاضای کمتر از ۱۲ انجام گیرد و مسئله تعادل برای مبدأ - مقصدهایی که تقاضای آنها برابر یا بیشتر از ۱۲ است حل شود انتخاب سطح آستانه به گونه‌ای است که از ۷۱۷۵ زوج مبدأ - مقصد مؤثر در شهر مشهد، تنها ۲۸۳۱ زوج (حدوداً ۴۰ درصد زوجها) دارای تقاضای بااهمیت هستند در حالی که جمع تقاضای این مبدأ - مقصدها بیش از ۷۵ درصد از کل تقاضا را شامل می‌شود.

کلیه سناریوها با سناریوی مبنا که از حل مسئله با ماتریس کامل تقاضا و با دقت ۱ درصد به دست آمده مقایسه می‌شوند. مقایسه به دو صورت انجام می‌گیرد.

ابتدا معادله روندگرای خطی زیر

$$f^{Sen(i)} = \alpha + \beta \cdot f^{Base} \quad (4)$$

معیار همگرایی الگوریتم بر اساس برابری زمان سفر مسیرهای استفاده شده برای هر مبدأ - مقصد تعیین شده است. الگوریتم با دقت ϵ_0 که بزرگتر از دقت مورد نظر است شروع می‌شود. هر زمان این دقت به دست آمد، با تقسیم آن بر عدد δ دقت جدیدی برای الگوریتم تعیین می‌شود و الگوریتم ادامه می‌یابد تا برای دقت جدید نیز همگرا شود. این فرایند تا زمان تحقق دقت نهایی ϵ ادامه می‌یابد. جزییات الگوریتم و چگونگی کاربرد آن برای حل مسئله تخصیص ترافیک در مرجع [۱] ارائه شده است.

برای ذخیره سازی مسیرها از شکل خاصی از ساختار لیست پیوندی که در مبحث حافظه پویا در ادبیات رایانه‌ای مطرح است استفاده شده است. در این ساختار، فقط مسیرهایی که دارای جریان مثبت هستند، ذخیره می‌شوند. هر زمان مسیری با زمان سفر کمتر از کوتاهترین زمان سفر بین یک مبدأ - مقصد پیدا می‌شود این مسیر به لیست پیوندی اضافه می‌شود، و بالعکس هر زمان جریان مسیری به صفر رسید این مسیر از حافظه پاک می‌شود. جزییات ساختار ذخیره مسیرها در مرجع [۲] ارائه شده است.

در اینجا به هر بار حل کلیه زیر مسئله ها یک "دور" و به هر بار حل یک زیر مسئله خطی شده یک "خطی سازی" می‌گوییم.

۴- شبکه شهر مشهد

شبکه مورد مطالعه، شبکه شهر مشهد در سال ۷۳ است که یک شبکه واقعی و در مقیاس نسبتاً بزرگ است. شبکه خیابانی شهر مشهد در سال ۷۳ دارای ۲۵۲۶ کمان، ۹۱۷ گره و ۷۱۷۵ زوج مبدأ - مقصد مؤثر (با تقاضای مثبت) است. از ۹۱۷ گره، ۱۶۳ گره آن مرکز ناحیه است که می‌تواند به عنوان مبدأ و مقصد عمل کند. اطلاعات استخراج شده برای شبکه خیابانی شهر مشهد و توابع زمان سفر - حجم و همچنین تأخیر در تقاطعها بر اساس گزارشهای مرکز مطالعات و تحقیقات حمل و نقل دانشگاه صنعتی شریف است، [۶-۹].

اصلی با تقاضای کامل می‌پردازد و مبنای مقایسه سایر سناریوهاست. برای حل این مسئله، الگوریتم تکمیلی پس از ۱۳ دور و حل ۳۲۱۷ مسئله خطی شده و صرف ۲۸/۲۳ ثانیه به دقت مورد نظر رسید. کل حافظه مورد نیاز برای ذخیره سازی مسیرها برابر با ۵۵۳۶۶۶ بایت است. در حل سناریوی مبنا از مترجم و تکام سی و حافظه توسعه یافته استفاده شده است.

۱-۱-۵- سناریوی ۱- حذف تقاضاهای کم اهمیت

در این سناریو کل مبدأ - مقصدهایی که تقاضای کمتر از مقدار آستانه (عدد ۱۲) دارند حذف شده و از باقیمانده تقاضا برای حل مسئله تعادل استفاده شده است. این سناریو به عنوان اولین راه حل برای کاهش مبدأ - مقصدهای مؤثر مطرح است. مقایسه نتایج این سناریو با سناریو مبنا نشان می‌دهد که اگر فقط به حذف تقاضای کم اهمیت بپردازیم و تقاضای سایر مبدأ - مقصدها را تغییر ندهیم چه میزان خطا خواهیم داشت. به عبارت بهتر، نتایج این سناریو حد بالای خطا را نشان می‌دهد.

الگوریتم سناریوی ۱:

گام ۱: قرار ده $D^{th} = 12$ (سطح آستانه تقاضا را تعیین کن)

گام ۲ شروع: به ازای هر مبدأ - مقصد $i \in I$ انجام ده.

گام ۱-۲: اگر $D_i < D^{th}$ آن گاه قرار ده $\bar{D}_i = 0$.

در غیر این صورت قرار ده $\bar{D}_i = D_i$.

گام ۲ پایان: انتهای (بازگشت به) گام ۲.

گام ۳: الگوریتم تکمیلی با تقاضای $\{\bar{D}_i\}$ را اجرا کن.

برای این سناریو، الگوریتم تکمیلی پس از ۱۲ دور و حل ۸۵۹ مسئله خطی شده و صرف ۲۲/۹ ثانیه به دقت مورد نظر رسید. کل حافظه مورد نیاز برای ذخیره سازی مسیرها برابر با ۱۶۲۳۸۰ بایت است. در این سناریو و سناریوهای بعدی برای حل مسئله از مترجم بوردلند سی استفاده شده و مسئله در حافظه متعارف حل شده است.

برآورد معادله روندگرایی خطی (۴) نتیجه زیر را به دست

می‌دهد

$$f^{Sen(1)} = -30.17 + 0.726 f^{Base}, \quad R^2 = 0.9427$$

(3.122) (0.00356)

برای هر سناریوی i نسبت به سناریوی مبنا از طریق کمینه کردن مجموع مربعات خطا برآورد می‌شود. در این معادله، $f^{Sen(i)}$ جریان به دست آمده از سناریوی i و f^{Base} جریان از سناریوی مبناست. در حالت ایده آل انتظار داریم که $\alpha = 0$ و $\beta = 1$ باشد. بنابراین هرچه مقادیر به دست آمده برای α و β به مقادیر مذکور نزدیکتر باشند می‌توان گفت که تخمین بهتری از جریانها به دست آمده است.

سپس برای ارائه یک مقایسه بصری، نمودار پراکندگی جریانهای سناریوی مورد نظر نسبت به سناریوی مبنا به همراه خط ۴۵ درجه رسم شده است. در حالت ایده آل انتظار داریم که نمودار پراکندگی روی خط ۴۵ درجه واقع شود. به این ترتیب، هر چه نقاط نمودار پراکندگی به خط ۴۵ درجه نزدیکتر باشد تخمین بهتری به دست آمده است.

مقدار تابع هدف بکمن نیز می‌تواند در مقایسه این سناریوها به کار رود. در فرمولبندی بکمن و همکاران [۴]، جواب تعادل ترافیکی از کمینه کردن مشروط این تابع هدف به دست می‌آید. بنابراین مقایسه مقدار این تابع در سناریوهای مختلف با سناریوی مبنا می‌تواند نشان دهنده نزدیکی جواب سناریوهای ارائه شده به سناریوی مبنا باشد. این تابع هدف به شکل زیر بیان می‌شود

$$\sum_{a \in A} \int_0^{f_a} t_a(x) dx \quad (5)$$

لازم به توضیح است که هدف اصلی در اینجا ارائه یک سناریو به عنوان بهترین سناریو نیست بلکه صرفاً سناریوهای مختلف از نظر سرعت اجرای الگوریتم، دقت نسبت به سناریوی مبنا و حافظه مصرفی مقایسه می‌شوند. انتخاب نهایی یک سناریو می‌تواند با توجه به دقت، سرعت و پیچیدگی اجرای سناریو صورت پذیرد. برای تمام سناریوها، الگوریتم تکمیلی با شرایط $\varepsilon_0 = 0.25$, $\varepsilon = 0.01$ و $\delta = 5$ روی دستگاه پنتیوم ۱۳۳ به کار گرفته شده است.

۱-۱-۵- سناریوی مبنا - حل مسئله اصلی

همان طور که قبلاً هم گفته شد این سناریو به حل مسئله

برای این سناریو، الگوریتم تکمیلی پس از ۱۴ دور و حل ۱۳۳۱ مسئله خطی شده و صرف ۲۵/۸۲ ثانیه به دقت مورد نظر رسید. کل حافظه مورد نیاز برای ذخیره سازی مسیرها برابر با ۱۶۹۰۷۶ بایت است.

شکل (۲)، نمودار پراکندگی جریانهای به دست آمده از سناریوی مورد نظر را نسبت به جریانهای سناریوی مبنا به همراه خط ۴۵ درجه نشان می‌دهد.

۵-۱-۳- سناریوی ۳- حذف تقاضای کم اهمیت با فرض جذب و تولید ثابت

در این سناریو تمام مبدأ - مقصدهایی که تقاضای کمتر از مقدار آستانه (عدد ۱۲) دارند حذف شده‌اند و تقاضای سایر مبدأ - مقصدها به گونه‌ای تغییر می‌یابند که تولید و جذب هر ناحیه ثابت بماند. سپس از تقاضای به دست آمده برای حل مسئله تعادل استفاده می‌شود. در این سناریو، پس از حذف تقاضای کم اهمیت، روش فراتر [۱۰] اعمال می‌شود تا ماتریس توزیع به دست آمده متوازن شود و تولید و جذب هر ناحیه برابر با مقدار اصلی تولید و جذب شود. واضح است که در حذف تقاضای کم اهمیت باید به گونه‌ای عمل شود که تولید یا جذب نواحی با عمل حذف تقاضا صفر نشود و بتوان از روش فراتر برای توازن ماتریس توزیع استفاده کرد. به طور کلی، در این سناریو فرض بر این است که حذف تقاضای کم اهمیت نباید تولید و جذب هر ناحیه را تغییر دهد.

الگوریتم سناریوی ۳:

گام ۱: قرار ده $D^{th} = 12$ (سطح آستانه تقاضا را تعیین کن).
 گام ۲: قرار ده $\bar{I} = \phi$ (مجموعه مبدأ - مقصدهای با تقاضای کم اهمیت که نباید حذف شوند).
 گام ۳ شروع: به ازای هر مبدأ k انجام ده:
 گام ۳-۱: به ازای هر مبدأ - مقصد $i \in I$ با مبدأ k بیشترین تقاضای D_i را پیدا کن و آن را \bar{D}_i نامگذاری کن.

اعداد درون پرانتز مقدار خطای استاندارد هر ضریب را نشان می‌دهد. مقدار برازش بیان می‌کند که رابطه خطی بسیار قوی بین جریانهای دو سناریو برقرار است هرچند نسبت به جبران تقاضای حذف شده تصحیحی انجام نشده است.

برای مشاهده بصری تفاوت جریانهای به دست آمده از این سناریو با سناریوی مبنا، نمودار شکل (۱) ارائه شده است. این شکل، نمودار پراکندگی جریانهای به دست آمده از سناریوی مورد نظر را نسبت به سناریوی مبنا به همراه خط ۴۵ درجه نشان می‌دهد. دوری نمودار پراکندگی از خط ۴۵ درجه نشان می‌دهد که این سناریو در برآورد مقادیر جریان ضعیف عمل کرده است.

۵-۱-۲- سناریوی ۲- حذف تقاضای کم اهمیت و افزایش تناسبی سایر تقاضا

در این سناریو تمام مبدأ - مقصدهایی که تقاضای کمتر از مقدار آستانه (عدد ۱۲) دارند حذف شده‌اند و تقاضای سایر مبدأ - مقصدها به طور تناسبی افزایش می‌یابند به گونه‌ای که جمع کل تقاضا ثابت بماند. سپس از تقاضای به دست آمده برای حل تعادل استفاده می‌شود. در این سناریو فرض بر این است که حذف تقاضای کم اهمیت نباید کل تقاضای موجود را تغییر دهد.

الگوریتم سناریوی ۲:

گام ۱: قرار ده $D^{th} = 12$ (سطح آستانه تقاضا را تعیین کن)

گام ۲: قرار ده $S_D = \sum_{i \in I} D_i$ (کل تقاضا) و

$$S'_D = \sum_{\substack{i \in I \\ D_i < D^{th}}} D_i$$

(کل تقاضای کم اهمیت)

گام ۳ شروع: به ازای هر مبدأ - مقصد $i \in I$ انجام ده:

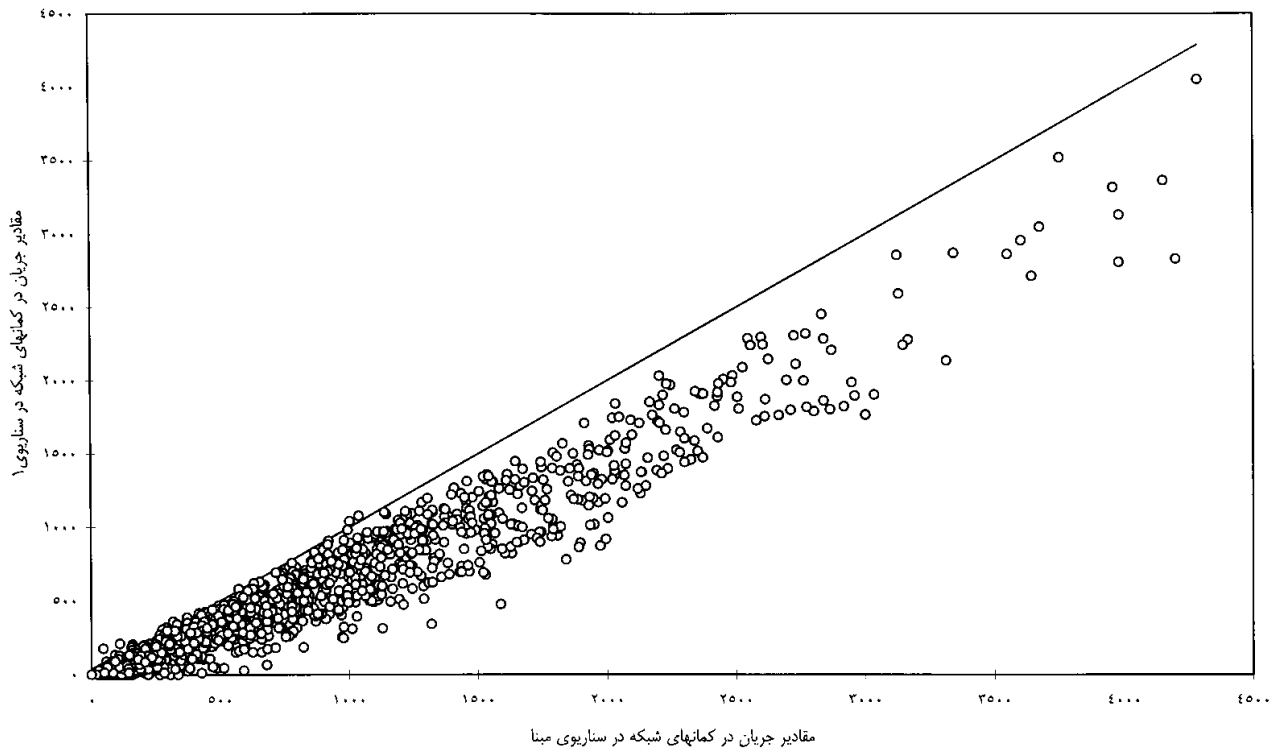
گام ۳-۱: اگر $D_i < D^{th}$ آن گاه قرار ده $\bar{D}_i = 0$,

$$\bar{D}_i = D_i + \frac{S'_D}{(S_D - S'_D)} D_i$$

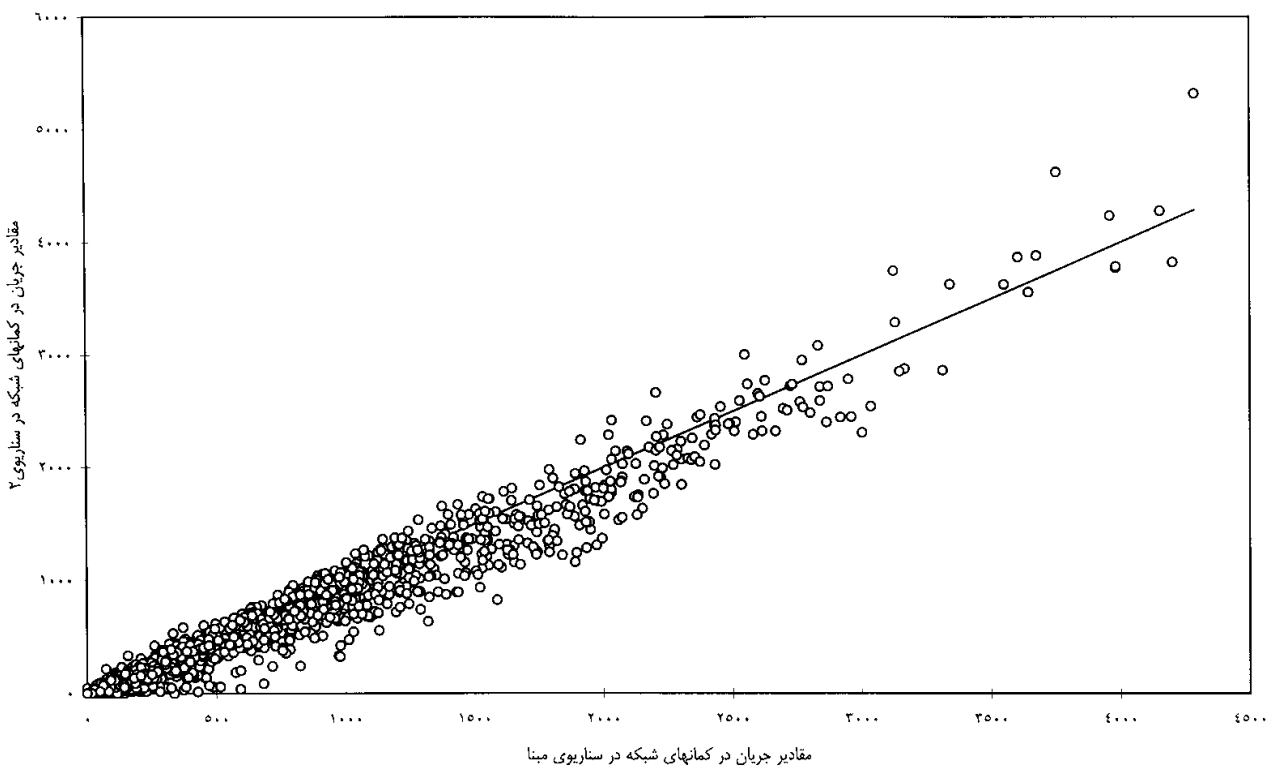
در غیر این صورت قرار ده

گام ۳ پایان: انتهای (بازگشت به) گام ۳.

گام ۴: الگوریتم تکمیلی با تقاضای $\bar{D} = \{\bar{D}_i\}$ را اجرا کن.



شکل ۱- نمودار پراکندگی جریان در کمانهای شبکه در سناریوی ۱ نسبت به سناریوی مبنا



شکل ۲- نمودار پراکندگی جریان در کمانهای شبکه در سناریوی ۲ نسبت به سناریوی مبنا

همه یا هیچ^۵ [۱۱] به صورت جریان زمینه روی شبکه بارگذاری می شود.

این موضوع که تقاضای کم اهمیت در چه مرحله‌ای از تعادل شبکه، بارگذاری شود می تواند منجر به تعریف چندین سناریو شود. در سناریوهای این بخش تقاضای کم اهمیت در شروع الگوریتم، پس از دستیابی به دقت ۲۵ درصد، پس از دستیابی به دقت ۵ درصد، و پس از دستیابی به دقت ۱ درصد بارگذاری می گردد.

الف - سناریوی ۴-۱- حذف تقاضای کم اهمیت و بارگذاری آن

روی شبکه به صورت جریان زمینه در شروع الگوریتم

در این سناریو ابتدا کل تقاضایی که کمتر از مقدار آستانه (عدد ۱۲) است با روش تخصیص همه یا هیچ روی شبکه بارگذاری می شوند، جریان و زمان سفر کمانها بهنگام می شود. سپس مبدأ - مقصدهای با تقاضای کم اهمیت حذف می شوند و تقاضای باقیمانده به همراه جریان زمینه حاصل از تخصیص مرحله قبل برای اجرای الگوریتم تکمیلی به کار می رود.

در این سناریو فرض بر این است که تقاضای کم اهمیت متعلق به مبدأ - مقصدهای حاشیه‌ای است و احتمالاً تراکم شبکه در انتخاب مسیر این تقاضا چندان تأثیرگذار نیست.

الگوریتم سناریوی ۴-۱

گام ۱: قرار ده $D^{th} = 12$ (سطح آستانه تقاضا را تعیین کن)

گام ۲ شروع: به ازای هر مبدأ - مقصد $i \in I$ انجام ده.

گام ۱-۲: اگر $D_i < D^{th}$ آن گاه قرار ده $D_i^L = D_i$ و

$D_i^H = 0$ ، در غیر این صورت قرار ده $D_i^L = 0$ و

$$D_i^H = D_i$$

گام ۲ پایان: انتهای (بازگشت به) گام ۲.

گام ۳: تخصیص همه یا هیچ با تقاضای $\{D_i^L\}$ را اجرا کن.

گام ۴: زمان سفر کمانها را بهنگام کن و بردار جریانهای به دست آمده را \hat{f} نامگذاری کن.

گام ۵: الگوریتم تکمیلی با تقاضای $\{D_i^H\}$ و جریان زمینه \hat{f} را اجرا کن.

گام ۳-۲: اگر $\bar{D}_j < D^{th}$ آن گاه زرا به مجموعه \bar{I} اضافه کن.

گام ۳ پایان: انتهای (بازگشت به) گام ۳.

گام ۴ شروع: به ازای هر مقصد s انجام ده:

گام ۴-۱: به ازای هر مبدأ - مقصد $i \in I$ با مقصد s بیشترین تقاضای D_i را پیدا کن و آن را \bar{D}_j نامگذاری کن.

گام ۴-۲: اگر $\bar{D}_j < D^{th}$ آن گاه زرا به مجموعه \bar{I} اضافه کن.

گام ۴ پایان: انتهای (بازگشت به) گام ۴.

گام ۵ شروع: به ازای هر مبدأ - مقصد $i \in I$ انجام ده:

گام ۵-۱: اگر $D_i < D^{th}$ و $i \notin \bar{I}$ آن گاه قرار ده $\bar{D}_i = 0$ ، در غیر این صورت قرار ده $\bar{D}_i = D_i$.

گام ۵ پایان: انتهای (بازگشت به) گام ۵.

گام ۶: الگوریتم فراتر را برای متوازن کردن ماتریس تقاضای $\bar{D} = \{\bar{D}_i\}$ با تولید و جذب تقاضای $\{D_i\}$ اجرا کن و تقاضای به دست آمده را \bar{D} نامگذاری کن.

گام ۷: الگوریتم تکمیلی با تقاضای \bar{D} را اجرا کن.

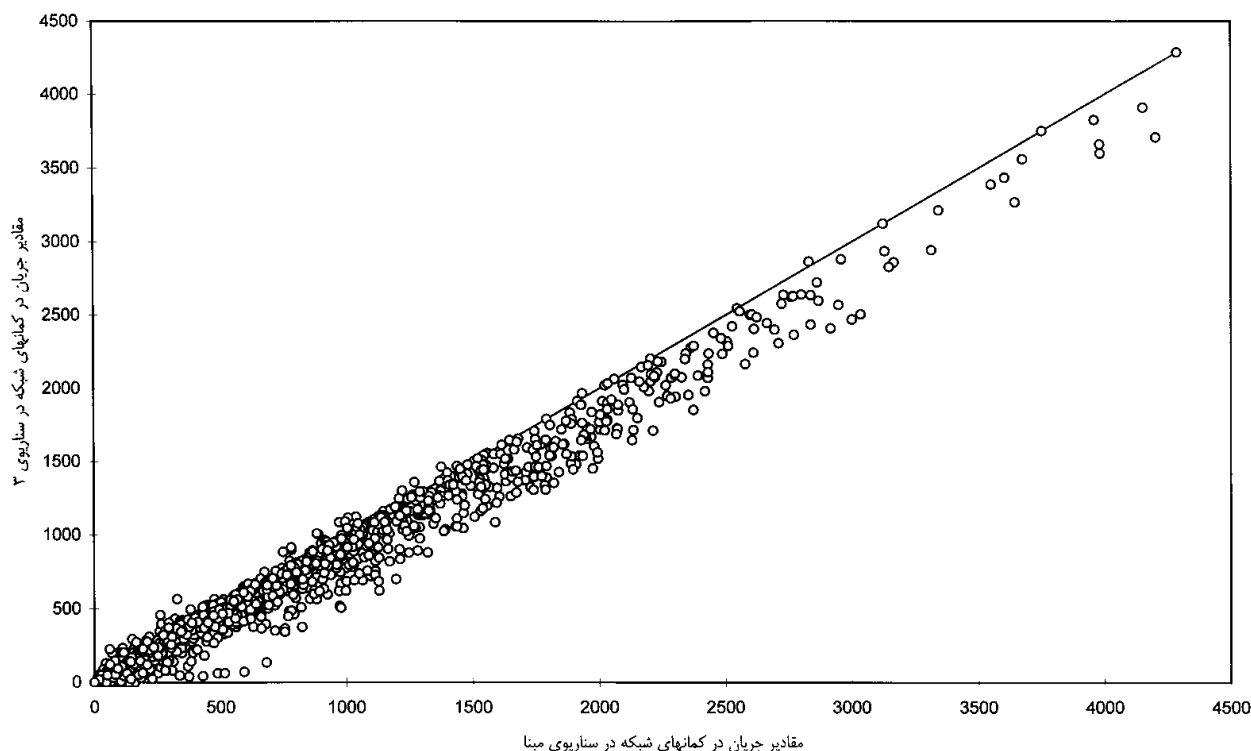
برای انجام گام ۷ این سناریو، الگوریتم تکمیلی پس از ۱۶ دور و حل ۱۲۱۵ مسئله خطی شده و صرف ۳۰/۶۵ ثانیه به دقت مورد نظر رسید. کل حافظه مورد نیاز برای ذخیره سازی مسیرها برابر با ۱۷۵۸۸۰ بایت است.

شکل (۳)، نمودار پراکندگی جریانهای به دست آمده از سناریوی مورد نظر را نسبت به جریانهای سناریوی مبنا به همراه خط ۴۵ درجه نشان می دهد.

۵-۱-۴- سناریوی ۴- حذف تقاضای کم اهمیت و بارگذاری آن

روی شبکه به صورت جریان زمینه

در این سناریو حل مسئله تعادل شبکه با تقاضای با اهمیت (بزرگتر از یا مساوی با مقدار آستانه ۱۲) انجام می شود و تقاضای کم اهمیت (کمتر از مقدار آستانه ۱۲) با روش تخصیص



شکل ۳- نمودار پراکندگی جریان در کمانهای شبکه در سناریوی ۳ نسبت به سناریوی مبنا

شبکه بارگذاری شده، جریان و زمان سفر کمانها بهنگام می شود. جریان حاصل از تخصیص تقاضای کم اهمیت به عنوان جریان زمینه ذخیره می شود. سپس در مرحله دوم، الگوریتم تکمیلی با تقاضای با اهمیت و جریان زمینه به دست آمده و با جواب اولیه حاصل از مرحله اول الگوریتم تکمیلی اجرا می شود تا به دقت نهایی برسد.

در این سناریو سعی شده تا اثر تراکم تا حدی در انتخاب مسیر تقاضای کم اهمیت در نظر گرفته شود.

الگوریتم سناریوی ۴-۲:

گام ۱: قرار ده $D^{th} = 12$ (سطح آستانه تقاضا را تعیین کن)

گام ۲ شروع: به ازای هر مبدأ - مقصد $i \in I$ انجام ده:

گام ۱-۲: اگر $D_i < D^{th}$ آن گاه قرار ده $D_i^L = D_i$ و

$D_i^H = 0$ ، در غیر این صورت قرار ده $D_i^L = 0$ و

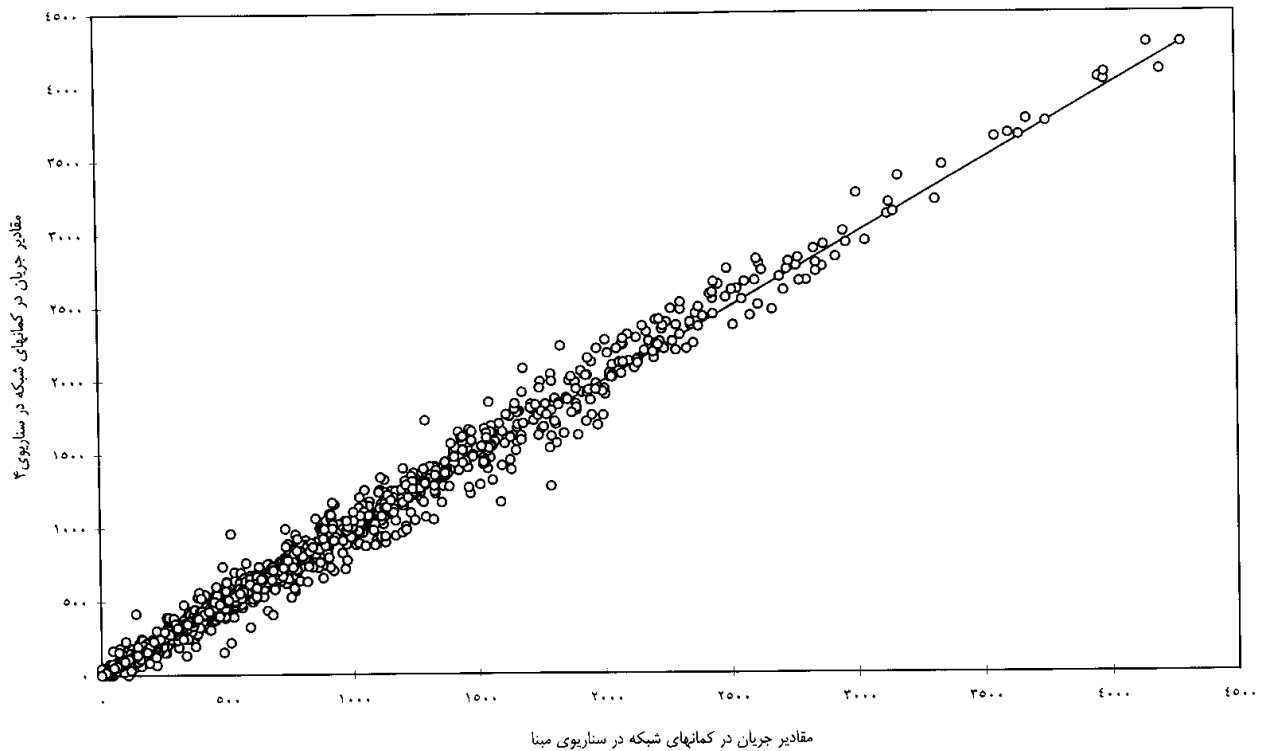
$D_i^H = D_i$.

گام ۲ پایان: انتهای (بازگشت به) گام ۲.

برای اجرای گام ۵ این سناریو، الگوریتم تکمیلی پس از ۱۴ دور و حل ۱۵۴۶ مسئله خطی شده و صرف ۲۸/۵۷ ثانیه به دقت نظر رسید. کل حافظه مورد نیاز برای ذخیره سازی مسیرها برابر با ۱۸۱۴۸۴ بایت است. البته این سناریو نیاز به ذخیره جریان زمینه دارد که به این ترتیب $2 \times 2526 = 5052$ بایت حافظه بیشتر مصرف می کند.

شکل (۴)، نمودار پراکندگی جریانهای به دست آمده از سناریوی مورد نظر را نسبت به جریانهای سناریوی مبنا به همراه خط ۴۵ درجه نشان می دهد.

ب- سناریوی ۴-۲- حذف تقاضای کم اهمیت و بارگذاری آن روی شبکه به صورت جریان زمینه در دقت ۲۵ درصد الگوریتم این سناریو شامل دو مرحله اجرای الگوریتم تکمیلی است. در مرحله اول مسئله تعادل با تقاضای با اهمیت (بزرگتر از مقدار آستانه ۱۲) با روش تکمیلی حل می شود تا به دقت ۲۵ درصد برسد. پس از بهنگام کردن زمان سفرها، تقاضای کمتر از مقدار آستانه (عدد ۱۲) با روش تخصیص همه یا هیچ روی



شکل ۴- نمودار پراکنندگی جریان در کمانهای شبکه در سناریوی ۴-۱ نسبت به سناریوی مبنا

نیاز به ذخیره جریان زمینه دارد که به این ترتیب
 $5052 = 2 \times 2526$ بایت حافظه بیشتر مصرف می‌کند.

شکل (۵)، نمودار پراکنندگی جریانهای به دست آمده از سناریوی مورد نظر را نسبت به جریانهای سناریوی مبنا به همراه خط ۴۵ درجه نشان می‌دهد.

ج- سناریوی ۴-۳- حذف تقاضای کم اهمیت و بارگذاری آن روی شبکه به صورت جریان زمینه در دقت ۵ درصد الگوریتم این سناریو نیز شامل دو مرحله اجرای الگوریتم تکمیلی است. در مرحله اول مسئله تعادل با تقاضای با اهمیت (بزرگتر از مقدار آستانه ۱۲) با روش تکمیلی حل می‌شود تا به دقت ۵ درصد برسد. پس از بهنگام کردن زمان سفرها، تقاضای کمتر از مقدار آستانه (عدد ۱۲) با روش تخصیص همه یا هیچ روی شبکه بارگذاری می‌شود، جریان و زمان سفر کمانها بهنگام می‌شود. جریان حاصل از تخصیص تقاضای کم اهمیت به عنوان جریان زمینه ذخیره می‌شود. سپس در مرحله دوم، الگوریتم تکمیلی با تقاضای با اهمیت و جریان زمینه به دست

گام ۳: الگوریتم تکمیلی با تقاضای $\{D_i^H\}$ و با شرایط $\varepsilon = 0.25$ و $\varepsilon_0 = 0.25$ را اجرا کن.

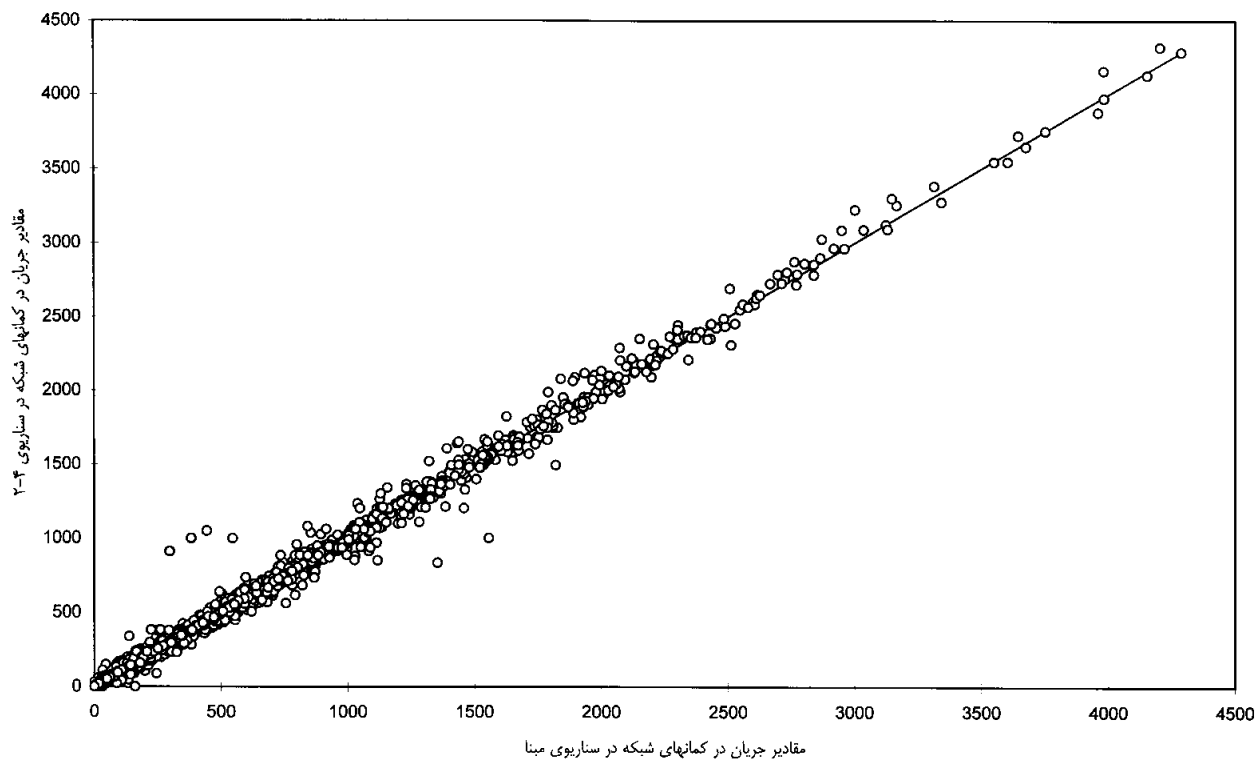
گام ۴: زمان سفر کمانها را بهنگام کن و بردار جریان مسیرها را \bar{h} نامگذاری کن.

گام ۵: تخصیص همه یا هیچ با تقاضای $\{D_i^L\}$ را اجرا کن.

گام ۶: زمان سفر کمانها را بهنگام کن و بردار جریانهای حاصل از تخصیص گام ۵ را \hat{f} نامگذاری کن.

گام ۷: ادامه الگوریتم تکمیلی با تقاضای D^H و جریان زمینه \hat{f} با شرایط $\varepsilon = 0.01$ ، $\varepsilon_0 = 0.25$ و $\delta = 5$ و با جواب اولیه \bar{h} .

الگوریتم تکمیلی گام ۳ در ۳ دور و الگوریتم تکمیلی گام ۷ در ۱۲ دور به جواب رسیدند. به این ترتیب کل الگوریتم پس از ۱۵ دور و حل ۱۱۱۳ مسئله خطی شده و صرف ۳۰/۷ ثانیه به دقت مورد نظر رسید. کل حافظه مورد نیاز برای ذخیره سازی مسیرها برابر با ۱۷۳۵۲۸ بایت است. البته این سناریو هم



شکل ۵- نمودار پراکندگی جریان در کمانهای شبکه در سناریوی ۲-۴ نسبت به سناریوی مبنا

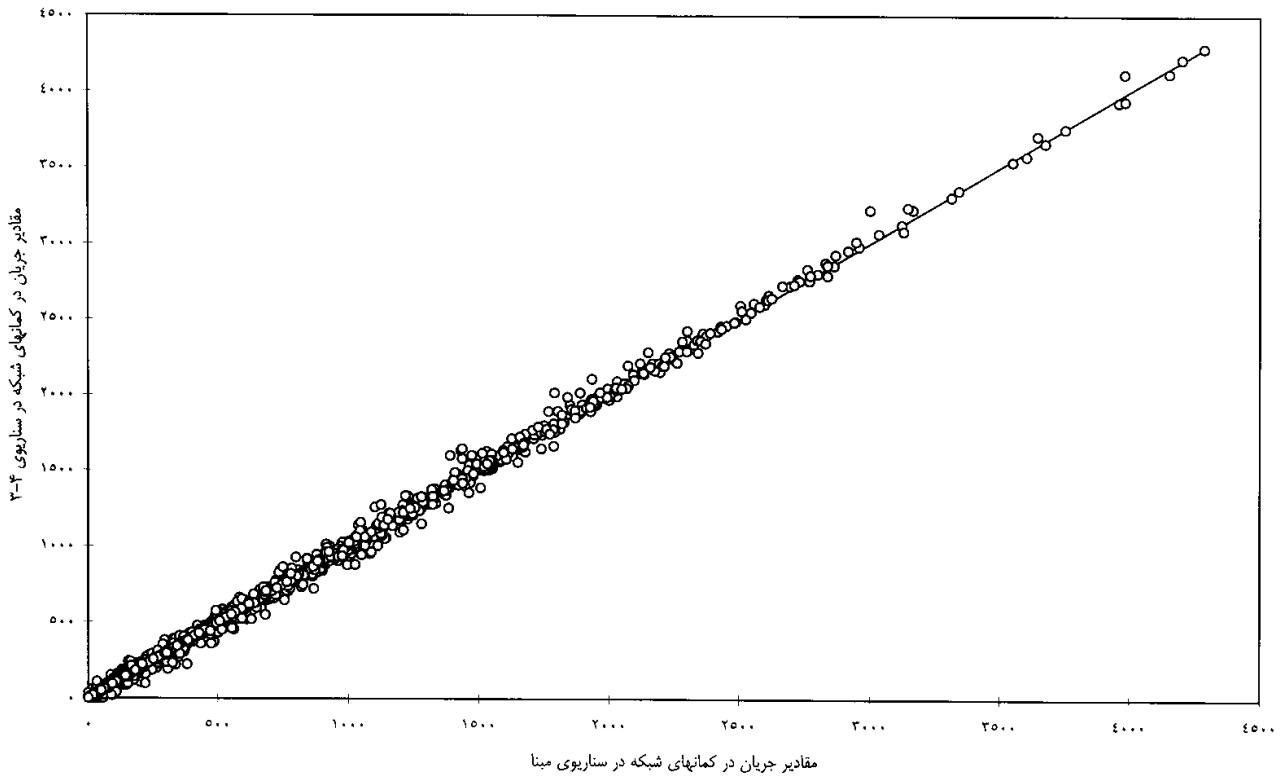
شکل (۶)، نمودار پراکندگی جریانهای به دست آمده از سناریوی مورد نظر را نسبت به جریانهای سناریوی مبنا به همراه خط ۴۵ درجه نشان می‌دهد.

د- سناریوی ۴-۴- حذف تقاضای کم اهمیت و بارگذاری آن روی شبکه به صورت جریان زمینه در دقت ۱ درصد الگوریتم این سناریو نیز شامل دو مرحله اجرای الگوریتم تکمیلی است. در مرحله اول مسئله تعادل با تقاضای با اهمیت (بزرگتر از مقدار آستانه ۱۲) با روش تکمیلی حل می‌شود تا به دقت ۱ درصد برسد. پس از بهنگام کردن زمان سفرها، تقاضای کمتر از مقدار آستانه (عدد ۱۲) با روش تخصیص همه یا هیچ روی شبکه بارگذاری شده، جریان و زمان سفر کمانها بهنگام می‌شود. جریان حاصل از تخصیص تقاضای کم اهمیت به عنوان جریان زمینه ذخیره می‌شود. سپس در مرحله دوم، الگوریتم تکمیلی با تقاضای با اهمیت و جریان زمینه به دست آمده و با جواب اولیه حاصل از مرحله اول الگوریتم تکمیلی اجرا می‌شود تا به دقت نهایی برسد.

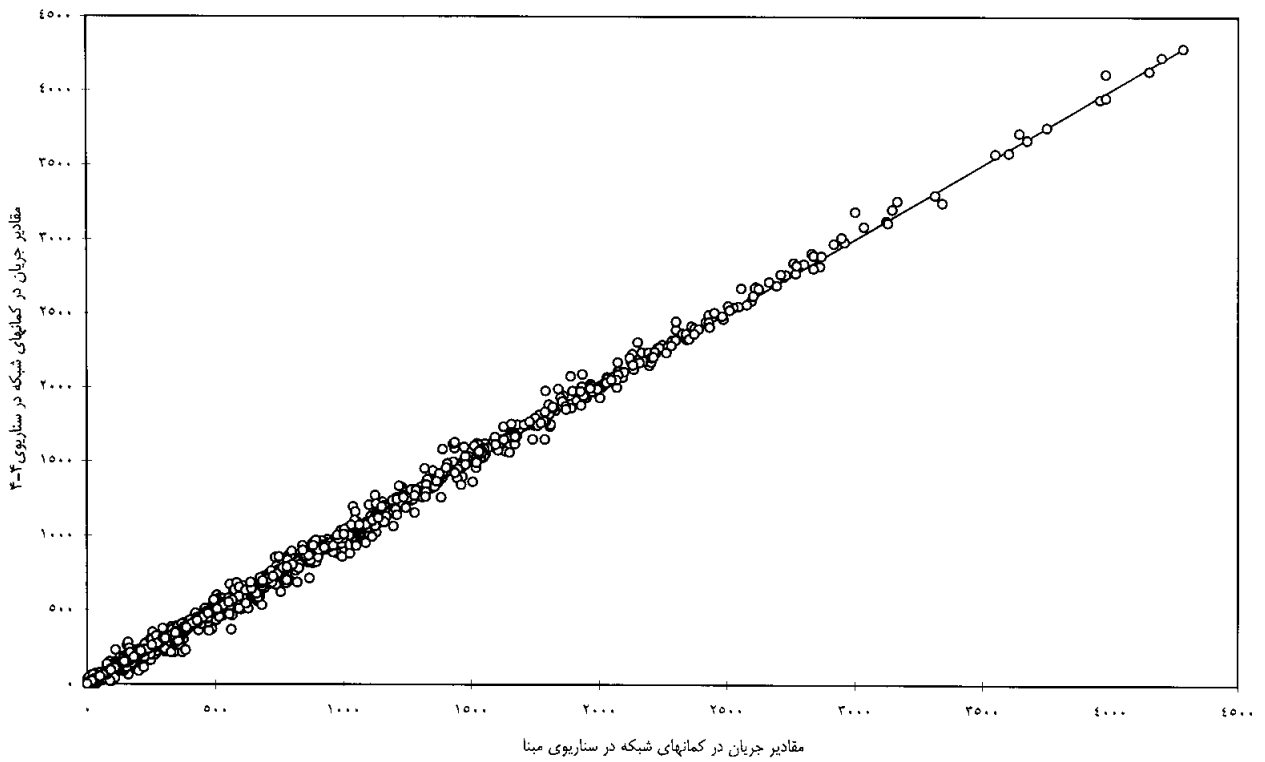
آمده و با جواب اولیه حاصل از مرحله اول الگوریتم تکمیلی اجرا می‌شود تا به دقت نهایی برسد.

در این سناریو هم سعی شده تا اثر تراکم تا حدی در انتخاب مسیر تقاضای کم اهمیت در نظر گرفته شود. گامهای الگوریتم این سناریو مشابه سناریوی ۲-۴ است با این تفاوت که الگوریتم تکمیلی در گام ۳ با شرایط $\varepsilon = 0.05$ ، $\varepsilon_0 = 0.25$ و $\delta = 5$ و در گام ۷ با شرایط $\varepsilon = 0.01$ ، $\varepsilon_0 = 0.05$ و $\delta = 5$ اجرا می‌شود.

الگوریتم تکمیلی گام ۳ در ۷ دور و الگوریتم تکمیلی گام ۷ در ۱۰ دور به جواب رسیدند. به این ترتیب کل الگوریتم پس از ۱۷ دور و حل ۱۱۹۹ مسئله خطی شده و صرف ۳۴/۲۷ ثانیه به دقت مورد نظر رسید. کل حافظه مورد نیاز برای ذخیره سازی مسیرهها برابر با ۱۶۲۳۸۰ بایت است. البته این سناریو هم نیاز به ذخیره جریان زمینه دارد که به این ترتیب $2 \times 2526 = 5052$ بایت حافظه بیشتر مصرف می‌کند.



شکل ۶- نمودار پراکندگی جریان در کمانهای شبکه در سناریوی ۳-۴ نسبت به سناریوی مبنا



شکل ۷- نمودار پراکندگی جریان در کمانهای شبکه در سناریوی ۴-۴ نسبت به سناریوی مبنا

جدول ۱- مقایسه سناریوهای پیشنهاد شده

$f^{Sen(i)} = \alpha + \beta.f^{Base}$			زمان حل (ثانیه)	تعداد دور	حافظه مصرفی برای مسیرها (بایت)	تابع هدف بکمن	سناریو	
R^2	β	α						
-	-	-	۲۸/۲۳	۱۳	۵۵۳۶۶۶	۱۲۵۸۱۱۴	مبنا	
۰/۹۴۲۷	۰/۷۲۶	-۳۰/۱۶۸	۲۲/۹	۱۲	۱۶۲۳۸۰	۷۵۴۱۲۵	۱	
۰/۹۵۶۹	۰/۹۳۴۴	-۲۸/۲۶۷	۲۵/۸۲	۱۴	۱۶۹۰۷۶	۱۰۱۴۳۱۱	۲	
۰/۹۸۰۱	۰/۹۰۰۷	۱/۹۴۹	۳۰/۶۵	۱۶	۱۷۵۸۸۰	۱۱۵۲۱۸۹	۳	
۰/۹۹۰۷	۱/۰۱۲۹	-۵/۹۵۱	۲۸/۵۷	۱۴	۱۸۱۴۸۴	۱۲۶۵۶۰۰	۱-۴	
۰/۹۹۴۴	۱/۰۰۷۳	-۳/۰۴۴	۳۰/۷	۱۵	۱۷۳۵۲۸	۱۲۶۱۹۳۲	۲-۴	
۰/۹۹۷۹	۱/۰۰۹۱	-۵/۲۷۳	۳۴/۲۷	۱۷	۱۶۲۳۸۰	۱۲۵۹۱۵۷	۳-۴	
۰/۹۹۷۶	۱/۰۰۹۹	-۵/۶۸۷	۳۷/۸۵	۱۹	۱۶۲۳۸۰	۱۲۵۹۱۲۹	۴-۴	

مبدأ-مقصد های مؤثر برای حل مسئله تخصیص ترافیک در شبکه های واقعی ارائه شد و تأثیر آنها بر عملکرد الگوریتم های تخصیص ترافیک مبتنی بر فرمول بندی مسیر مورد بررسی قرار گرفت. این روشها در قالب سناریوهای مختلف برای شبکه شهر مشهد معرفی شدند. خلاصه ای از شاخص های عملکردی این سناریوها در جدول (۱) ارائه شده است. در این جدول برای هر سناریو، مقدار تابع بکمن، میزان حافظه مصرفی برای ذخیره مسیرها، تعداد دور و زمان حل الگوریتم تکمیلی، ضرایب و میزان برازش رابطه روندگرایی خطی (۴) نشان داده شده اند.

در حالت کلی، انتخاب سناریوی مناسب برای کاهش تعداد مبدأ-مقصد های مؤثر به نوع کاربرد، سرعت و دقت مورد نظر بستگی دارد. با وجود این، به نظر می رسد سناریوی (۴)، یعنی حذف تقاضای کم اهمیت و بارگذاری آن روی شبکه به صورت جریان زمینه، بهتر از سناریوهای (۱) و (۲) و (۳) جریان در کمانها را به دست می آورد. در بین سناریوهای گروه (۴)، سناریوی (۱-۴)، یعنی بارگذاری تقاضای کم اهمیت به صورت جریان زمینه در شروع الگوریتم تخصیص، نسبت به سایر سناریوهای گروه (۴)، در برآورد جریان در کمانها از دقت کمتری برخوردار است. ولی سرعت بالا و پیچیدگی کمتر آن

در این سناریو هم سعی شده تا اثر تراکم تا حدی در انتخاب مسیر تقاضای کم اهمیت در نظر گرفته شود. گامهای الگوریتم این سناریو مشابه سناریوی ۴-۲ است با این تفاوت که الگوریتم تکمیلی در گام ۳ با شرایط $\epsilon = 0.01$ ، $\epsilon_0 = 0.25$ و $\delta = 5$ و در گام ۷ با شرایط $\epsilon = 0.01$ و $\epsilon_0 = 0.01$ اجرا می شود.

الگوریتم تکمیلی گام ۳ در ۱۲ دور و الگوریتم تکمیلی گام ۷ در ۷ دور به جواب رسیدند. به این ترتیب کل الگوریتم پس از ۱۹ دور و حل ۱۵۹۷ مسئله خطی شده و صرف ۳۷/۸۵ ثانیه به دقت مورد نظر رسید. کل حافظه مورد نیاز برای ذخیره سازی مسیرها برابر با ۱۶۲۳۸۰ بایت است البته این سناریو هم نیاز به ذخیره سازی جریان زمینه دارد که به این ترتیب $2 \times 2526 = 5052$ بایت حافظه بیشتر مصرف می کند.

شکل (۷)، نمودار پراکندگی جریانهای به دست آمده از سناریوی مورد نظر را نسبت به جریانهای سناریوی مبنا به همراه خط ۴۵ درجه نشان می دهد.

۶- نتیجه گیری و مقایسه سناریوها

در این مقاله روشهای مختلفی برای کاهش تعداد

از این جهت که برخلاف سناریوهای دیگر تنها نیاز به یک مرحله از اجرای الگوریتم تکمیلی دارد، این سناریو را برتر از دیگران قرار می‌دهد.

واژه نامه

- | | | |
|------------------------|--------------------|------------------------------|
| 1. conventional memory | 3. complementarity | 5. all-or-nothing assignment |
| 2. extended memory | 4. threshold | |

مراجع

1. Aashtiani, H. Z., "The Multi-Modal Traffic Assignment Problem," Ph.D. Dissertation, MIT, 1976.
2. طوبایی، ش.، حل جریان تعادلی با توابع زمان سفر - حجم چند متغیره در شبکه‌های واقعی، پایان نامه کارشناسی ارشد، مؤسسه عالی پژوهش در برنامه ریزی و توسعه، تهران، ۱۳۷۷.
3. Wardop, J. G., "Some Theoretical Aspects of Road Traffic Research," *Proceeding, Institution of Civil Engineers, Part II. Vol. 1*, pp. 325-378, 1952.
4. Beckman, M. J., McGuire C.B., and Winsten C. B., *Studies in the Economics of Transportation*, Yale University Press, U.S.A, 1956.
5. Dafermos, S. C., "The Traffic Assignment Problem for Multiclass-User Transportation Network," *Transportation Science* 7, pp. 73-87, 1972.
6. مرکز مطالعات و تحقیقات حمل و نقل، شبکه خیابانی شهر مشهد، مطالعات جامع حمل و نقل مشهد، گزارش ۱۰-۷۴ ممتحن، دانشگاه صنعتی شریف، ۱۳۷۴.
7. مرکز مطالعات و تحقیقات حمل و نقل، تابع زمان سفر - حجم براساس اطلاعات گردآوری شده در سال ۱۳۷۳، مطالعات جامع حمل و نقل مشهد، گزارش ۰۲-۷۵ ممتحن، دانشگاه صنعتی شریف، ۱۳۷۵.
8. مرکز مطالعات و تحقیقات حمل و نقل، تابع زمان تأخیر در تقاطعهای بدون چراغ راهنمایی، مطالعات جامع حمل و نقل مشهد، گزارش ۰۴-۷۵ ممتحن، دانشگاه صنعتی شریف، ۱۳۷۵.
9. مرکز مطالعات و تحقیقات حمل و نقل، تابع زمان تأخیر در تقاطعهای با چراغ راهنمایی، مطالعات جامع حمل و نقل مشهد، گزارش ۰۵-۷۵ ممتحن، دانشگاه صنعتی شریف، ۱۳۷۵.
10. Fratar, T. S., "Vehicular Trip Distribution by Successive Approximation," *Traffic Quarterly* 8, pp. 53-56, 1954.
11. Sheffi, Y., *Urban Transportation Network*, Prentice-Hall, U.S.A., 1985.