

امیر مسعود کی‌نیا

دانشگاه صنعتی صفهان - دانشکده عمران

### مقدمه

مسئله آنالیز شمعها تحت بارهای وارده مسئله‌ای است که از مدتها قبل مورد توجه محققین مهندسی پی قرار داشته است. مراحل اولیه این مطالعات معطوف به رفتار شمعها تحت بارهای استاتیکی محسوری و جانبی بوده است و در این ارتباط روشهای تحلیلی و تجربی متعددی ارائه شده است. برخی از مطالعات تحلیلی بر مفهوم "مدل وینکلر" یا مفهوم "مدول عکس العمل زمین"<sup>۱</sup> (یا تئوری تیریا میله بر بستر ارتجاعی) استوار بوده است، که در آن وجود خاک دور شمع به کمک فنرهای گسترده در آنالیز شمع به کار می‌رود [۱۶، ۱۲، ۱۱، ۱۰، ۲]. برای تعیین مقادیر مدول عکس العمل یا "سختی زمین" اندازه‌گیری‌هایی در محل برای خاکهای مختلف صورت گرفته است [۱۷، ۳]. این تحقیقات نشان می‌دهند که مدول عکس العمل زمین نه تنها به عمق بلکه به میزان تغییر شکل خاک نیز بستگی دارد و به عبارت دیگر دارای رابطه غیر خطی با تغییر شکل است.

روش دیگر برای آنالیز شمعهای تحت بار محوری استاتیکی استفاده از تئوری میندلین [۷] بوده است. به کمک این تئوری می‌توان تغییر مکانهای ناشی از بار متمرکز در داخل یک نیم فضا<sup>۲</sup> (محیط نیمه بی نهایت) را به دست آورد و سپس به کمک روشهای از نوع المانهای مرزی در آنالیز تغییر شکل شمع به کار برد [۱۵، ۱۴، ۱۳].

با پیدایش صنعت انرژی هسته‌ای و نیاز به طراحی و ساخت راکتورهای بزرگ و اهمیت بررسی دقیق رفتار آنها در شرایط زلزله

از یک سو و گسترش اکتشاف و استخراج نفت از دژها و ولزوم احداث سازه‌های دریائی استوار بر شمعها، که تحت اثر ارتعاشات حاصل از امواج قرار دارند از سوی دیگر، محققین را متوجه لزوم بررسی رفتار دینامیکی شمعها کرد.

این مسئله در واقع در محدوده دانش جدیدی به نام "اثر متقابل خاک و سازه"<sup>۱</sup> است که اولین نتایج حاصل از آن پدیده‌های غیرقابل پیش بینی‌ای را در رفتار متقابل خاک و سازه آشکار کرد و در نتیجه، تحقیق در این زمینه بسرعت گسترش یافت. مطالعات انجام گرفته در این زمینه نشان داد که برای در نظر گرفتن ارتعاشات خاک و پی در رفتار سازه می‌توان سازه را بر روی "فناهایی" که معرف سختی دینامیکی پی واقع بر خاک است قرار داد. آنچه در این ارتباط حائز اهمیت است این مطلب است که سختی‌های دینامیکی کمیتهایی وابسته به فرکانس‌اند. بنا بر این برای آنالیز دینامیکی سازه لازم است از تکنیکهای بی‌سطح به سری فوریه و تعیین واکنش دستگانه در مقابل هر یک از مولفه‌های سینوسی تابع نیرو استفاده کرد. برای این اساس مفهوم سختی موهومی<sup>۲</sup> مطرح شد، بدین ترتیب که اگر نیروی هارمونیک  $p = p_0 e^{i\omega t}$  بر پی وارد شود واکنش دائمی آن به صورت  $U = U_0 e^{i\omega t}$  خواهد بود و در نتیجه سختی موهومی نسبت  $K = p_0 / U_0$  است. امروزه اغلب نتایجی که در ارتباط با سختی‌پی‌ها (از جمله شمعها) ارائه می‌شود به صورت سختی دینامیکی یا سختی موهومی است، یعنی کمیتی به صورت  $K = k + iC$  که در آن قسمت حقیقی مفهوم سختی و قسمت موهومی مفهوم استهلاک را دارد.

در رابطه با ارتعاشات محوری شمعها می‌توان به کارهای انجام شده توسط نوواک و همکارانش اشاره کرد [۱۰، ۱۱، ۱۲]. این مطالعات مبتنی است بر مدول عکس‌العمل زمین که بر اساس ارتعاشات محوری - یک شمع صلب در یک محیط بی‌نهایت به دست آمده است [۱۲، ۱۳]. روشی با زیربنای ریاضی محکم‌ترین توسط نوگامی و نوواک برای شمعهای

با اتکاء انتهائی<sup>۱</sup> ارائه شده است [۸]. در این روش، نوگامی و نوواک ابتداءً با حل معادله موج برای یک لایه خاک ویسکوالاستیک روی بستر سنگی، گامهای<sup>۲</sup> انتشار موج در لایه را به دست آورند و سپس با استفاده از آنها واکنش دینامیکی شمع را مورد بررسی قرار دادند. در کنار این روشهای تئوریک روشهای استفاده از اجزای محدود نیز برای مطالعه اثر متقابل شمع و خاک بکار گرفته شده است. در این ارتباط می‌توان از کار کوهلمیر [۶] یاد کرد.

هدف از این مقاله مطالعه رفتار دینامیکی شمعهای منفرد تحت اثر بار محوری در یک محیط ویسکوالاستیک با استفاده از روش اجزای محدود و ارائه روشی ساده برای تعیین سختی دینامیکی محوری شمعهاست. مزیت این روش بر روشهای مبتنی بر مکانیک محیطهای پیوسته، گذشته از سادگی آن، کارآیی بیشتر و امکان استفاده از نتایج آزمایشهای صحرایی برای تعیین مدول عکس العمل زمین برای هر خاک مورد نظر است.

مدول عکس العمل زمین برای ارتعاشات قائم با استفاده از روش اجزای محدود

از آنجا که هدف اصلی در این مقاله تعیین سختی دینامیکی شمعها با استفاده از مفهوم مدول عکس العمل زمین است لازم است ابتداءً به نحوی این کمیت تعیین شود. برای این منظور با استفاده از روش کاسل [۴] در فرموله کردن یک "مرز عبور دهنده"<sup>۳</sup> برای مسائل آنالیز با تقارن محوری در دینامیک خاک، یک برنامه کامپیوتری توسط نگارنده تدوین شد [۵]. در اینجا لازم است قبل از ارائه نتایج حاصل از این برنامه مختصری در مورد مدل فوق بیان شود. از مسائل مهمی که در تدوین هر برنامه کامپیوتری اجزای محدود برای مسائل اثر متقابل خاک و سازه باید در نظر داشت مسئله منطقی بودن صحیح تشعشع امواج حاصل از ارتعاش پی به محیط خارج است در

صورتی که از مدل‌های معمول اجزاء محدود استفاده شود لازم است مرزهای مدل در فاصله دوری از پی گرفته شوند تا بدین ترتیب امواج صادر شده از پی در انعکاس و برگشت از این مرزها در اثر استهلاک داخلی خاک مستهلک شده و اثری بر رفتار پی نگذارند. این مسئله سبب افزایش حجم حافظه مورد نیاز و کاهش دقت جوابها می‌شود. برای اجتناب از این مشکلات ابزار تحلیلی جالبی به صورت یک ماتریس مرزی ابداع شده است که به کمک آن می‌توان مرزهای اجزاء محدود را در فاصله بسیار نزدیکی از پی قرار داد و به کمک آن امواج صادر شده به بیرون از محیط را جذب کرد. این ماتریس مرزی در واقع رابطه‌ای است بین نیروها و تغییر مکانها در گیره‌های مرز و طبیعتاً "کمیتی است تابع فرکانس". در یک مسئله اجزاء محدود این ماتریس مرزی مستقیماً به ماتریس سختی محیط افزوده می‌شود (برای جزئیات کامل محاسبه این ماتریس مرزی به مرجع شماره [۴] رجوع شود).

با استفاده از برنامه فوق یک نیروی محوری یکنواخت به بزرگی واحد در ارتفاع مرز عبور دهنده اعمال شد و مقدار متوسط تغییر مکان گره‌های این مرز به دست آمد و سپس با معکوس کردن آن جدول عکس العمل موهومی لایه خاک به صورت  $k_s + iC_s$  برای فرکانسهای مختلف ارتعاش محاسبه شد. نتیجه این محاسبه به صورت خط پندرشکل (۱) نمایش داده شده است. این منحنی‌ها برای استهلاک هیستریتیک خاک  $\beta_s = 5\%$  به دست آمده است.

این نتایج نشان می‌دهند که قسمت حقیقی مدول موهومی خاک مقداری تقریباً ثابت دارد (به جز برای فرکانسهای نزدیک به فرکانس امواج فشاری لایه برابر  $\omega_p = 2\pi \frac{v_p}{4H}$  که در آن  $v_p = v_s \frac{\sqrt{2(1-\nu)}}{\sqrt{1-2\nu}}$  سرعت امواج فشاری در خاک است. ضمناً "  $v_s$  سرعت امواج برشی،  $H$  ضخامت لایه و  $\nu$  ضریب پواسون خاک است. هر قدر مقدار استهلاک هیستریتیک خاک کمتر باشد ناحیه دره‌ای شکل در منحنی سختی شیب تندتری دارد و مقدار سختی در فرکانس  $\omega_p$  کاهش بیشتری می‌یابد). قسمت موهومی مدول عکس العمل خاک، از سوی دیگر، که معرف استهلاک ارتعاشات است، در

فرکانسهای پایین تراز  $\omega_p$  تقریباً " ثابت و معرف استهلاک هیسترتیک است و در فرکانسهای بزرگتر از  $\omega_p$  تقریباً " به طور خطی با فرکانس افزایش می‌یابد. در این حالت به استهلاک حاصله استهلاک هندسی یا استهلاک تشعشی گفته می‌شود. (علت ایجاد این خاصیت در قسمت موهومی مدول عکس العمل خاک این واقعیت است که در فرکانسهای کوچکتر از  $\omega_p$  امواج ایجاد شده امکان خروج از محیط را پیدا نمی‌کنند و در محیط محصور می‌شوند و در نتیجه تنها منبع اتلاف انرژی در دستگاه استهلاک هیسترتیک خاک است، در حالیکه در فرکانسهای بالاتر از  $\omega_p$  امواج - فشاری از محیط به خارج صادر می‌شوند و سبب اتلاف انرژی بزرگی از دستگاه می‌شوند).

در همین شکل مدول موهومی عکس العمل زمین که توسط بارانو [۱] یا نوواک [۱۲] به دست آمده است به صورت خط چین ترسیم شده است. باید توجه داشت که اگرچه در فرکانسهای بالاتر از  $\omega_p$  هر دو نتیجه مشابهند در فرکانسهای پایین تراز  $\omega_p$  نتایج به دست آمده توسط بارانو یا نوواک صحیح نیستند زیرا هم‌انطور که قبلاً نیز اشاره شد این نتایج بر اساس یک محیط بی‌نهایت (و نه محدود) به دست آمده‌اند. بر اساس نتایج بدست آمده (شکل (۱)) روابط تقریبی زیر برای مدول عکس العمل زمین توصیه می‌شود:

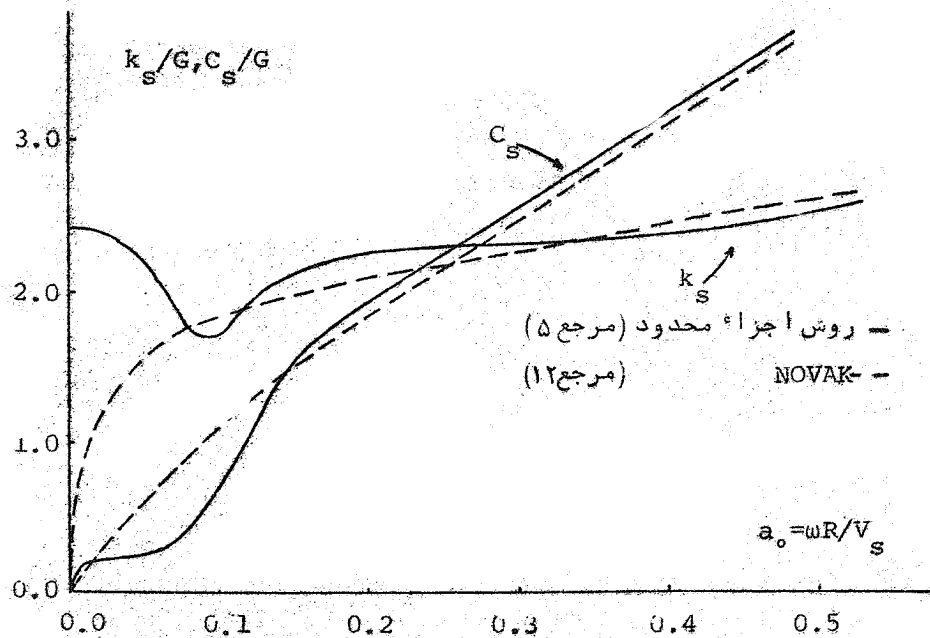
- برای فرکانسهای بزرگتر از  $\omega_p$

$$k_s + iC_s = 2.3G + i \left( 0.7 + \frac{6\omega R}{V_s} \right) G \quad (1)$$

- برای فرکانسهای کوچکتر از  $\omega_p$ :

$$k_s + iC_s = 2.3G^C = 2.3G + i(4.6\beta_s)G \quad (2)$$

در این روابط  $G$  و  $G^C$  به ترتیب مدول برشی و مدول برشی موهومی خاک،  $\omega$  فرکانس ارتعاشات دائم،  $R$  شعاع مقطع شمع و  $\beta_s$  نسبت استهلاک



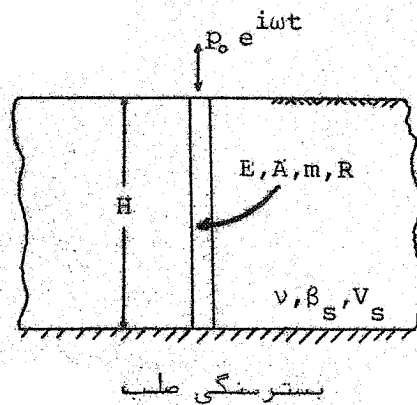
شکل (۱) - جدول میوهومی عکس العمل زمین برای ارتعاشات محوری

هیسترتیک خاک است .

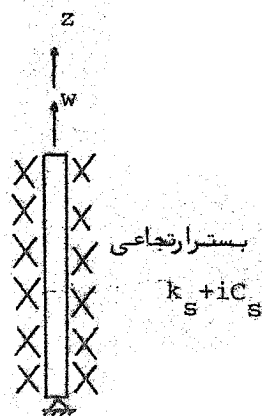
سختی دینامیکی شمعهای منفرد تحت ارتعاشات محوری

همانطور که قبلاً نیز اشاره شده هدف اصلی در این مقاله دستیابی به یک رابطه ساده برای سختی دینامیکی محوری شمعهای منفرد است. با استفاده از روابط تقریبی (۱) و (۲) بخش قبل در اینجامیتوان به تعیین سختی یک شمع با اتکاء انتهای پرداخته  
 شکل (۲) یک شمع با اتکاء انتهای را در یک لایه خاک ویسکوز-الاستیک و همگن نشان می‌دهد. در شکل (۳) همین شمع به صورت یک

میله در بسته ارتجاعی با مدول عکس العمل  $k_s + iC_s$  مدل شده است. اگر  $m, A, E$  به ترتیب، مدول الاستیسیته، سطح مقطع و جرم واحد طول شمع باشند، معادله دیفرانسیل یک جزء از شمع در صورتی که  $w$



شکل (۲) - شمع با اتکاء انتهای در لایه خاک



شکل (۳) - مدل برای مطالعه ارتعاشات محوری

استقلال

معرف تغییر مکان محوری شمع باشد، عبارت است از:

$$EA \frac{\partial^2 W}{\partial z^2} - (k_s + iC_s)W = m \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} \quad (3)$$

برای یک حرکت هارمونیک به صورت

$$W(z, t) = \bar{W}(z) e^{i\omega t} \quad (4)$$

معادله (۳) به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$EA \frac{d^2 \bar{W}}{dz^2} - \{ (k_s - m\omega^2) + iC_s \} \bar{W} = 0 \quad (5)$$

جواب عمومی معادله فوق عبارت است از

$$\bar{W} = A_1 \text{Cosh}\eta z + A_2 \text{Sinh}\eta z \quad (6)$$

که در آن

$$\eta = \sqrt{\frac{(k_s - m\omega^2) + iC_s}{EA}} \quad (7)$$

حال با استفاده از رابطه (۶) و با توجه به دو شرط مرزی

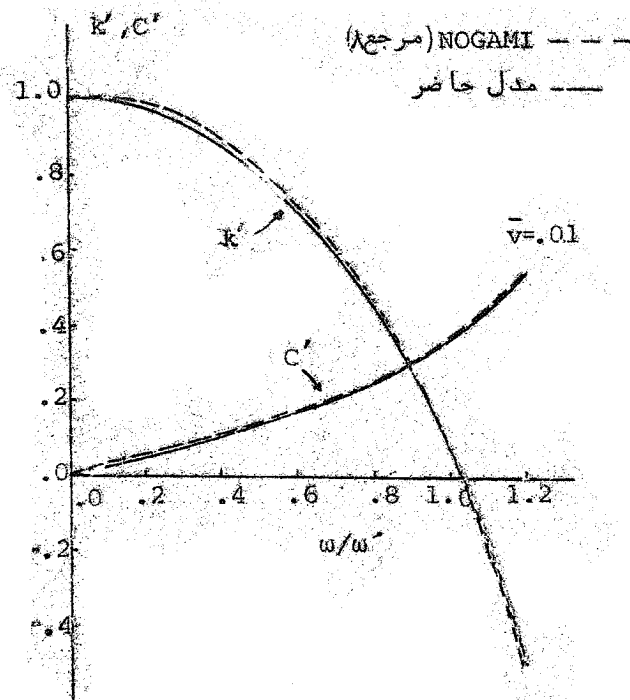
$$\begin{aligned} \bar{W}(z=0) &= 0 \\ \bar{W}(z=H) &= 1 \end{aligned} \quad (8)$$

می‌توان ضرایب  $A_1$  و  $A_2$  و با استفاده از آنها نیروی لازم در رأس شمع را که همان سختی دینامیکی است به ترتیب زیر به دست آورد:

$$K_z = EA\eta \text{Coth}\eta H \quad (9)$$

برای بررسی دقت روش تقریبی فوق، نتایج این روش با نتایج به دست آمده توسط نوگامی و نوواک [۸] در اشکال (۴) و (۵) برای دو حالت مختلف (شمع در خاک سخت و شمع در خاک نرم) مقایسه شده است. منحنی‌های ترسیم شده در این اشکال تغییرات  $K_z$  و  $C_z$ ، یعنی قسمت‌های حقیقی و موهومی  $K_z$  را نسبت به سختی استاتیکی به دست می‌دهند، یعنی





شکل (۴) - سختی دینامیکی در یک خاک سخت

اگر سختی استاتیکی شمع با  $k_{st}$  نمایش داده شود، در این صورت:

$$K_z = k_{st} (k' + i c') \quad (11)$$

در اشکال (۴) و (۵) تغییرات  $k'$  و  $c'$  بر حسب  $\omega/\omega'$  ترسیم شده‌اند، که در آن

$$\omega' = \frac{\pi \sqrt{EA}}{2H \sqrt{m}}$$

اولین فرکانس طبیعی شمع منفرد است. سایر پارامترهای این اشکال به قرار زیرند:

$$\beta_s = 0.02$$

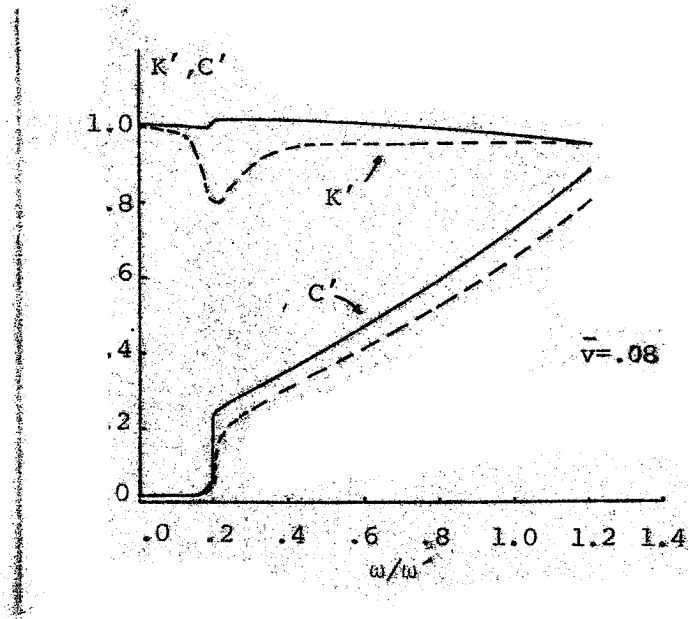
$$H/R = 40$$

$$\bar{\rho} = \rho / \rho_s = 0.6$$

$$\bar{v} = 0.04 \quad (\text{شکل ۴})$$

$$\bar{v} = 0.08 \quad (\text{شکل ۵})$$

در عبارات فوق  $\rho$  و  $\rho_s$  به ترتیب جرم واحد حجم شمع و خاک و  $\sqrt{G\rho}$  و  $\sqrt{E\rho_s}$  نسبت سرعت امواج برشی در خاک به سرعت امواج طولی در شمع است.



تحد (۵) - سختی دینا میکی در یک خاک نرم

هما نطور که در این اشکال مشاهده میشود رابطه پیشنهادی برای سختی دینا میکی شمع برای ارتعاشات محوری با دقت خوبی این کمیت را به دست می‌دهد.

اهمیت و ارزش رابطه ساده فوق (رابطه ۹) از دو جهت است. اولاً " به کمک آن تعیین سختی دینامیکی بسیار سریع و آسان می‌شود، ثانیاً " به کمک آن می‌توان صحت روشهای تئوریک دیگری که برای محاسبه سختی ارائه می‌شوند را بررسی کرد.

برای اینکه بتوان از روش فوق، که دقت آن به وسیله نتایج فوق تایید شد، برای محاسبه سختی دینامیکی شمعهای اصطکاکی یا شمعهای شناور استفاده کرد می‌توان از روشی که توسط نوگامی [۹] و برخی دیگر از محققین برای در نظر گرفتن این مسئله پیشنهاد شده است استفاده کرد. بدین ترتیب که مطابق شکل (۶) می‌توان فرض کرد ستونی از خاک با همان قطر شمع از زیر شمع تا بستر سنگی قرار گرفته است و در واقع شمع از دو جنس با مدولهای الاستیسیته  $E_s$  و  $E_h$  و با طولهای  $h$  و  $H$  تشکیل شده است. شکل (۷) نیز این شمع مجازی را در بستر ارتجاعی آن نشان می‌دهد. با استفاده از حل معادلات دیفرانسیل مربوط به دو قسمت شمع مطابق رابطه (۶) و با اعمال شرایط مرزی در قسمت فوقانی و تحتانی شمع و نیز با توجه به سازگاری تغییر شکل و تعادل نیروها در فصل مشترک دو قسمت شمع به سادگی می‌توان نشان داد که در این حالت سختی دینامیکی شمع برابر است با:

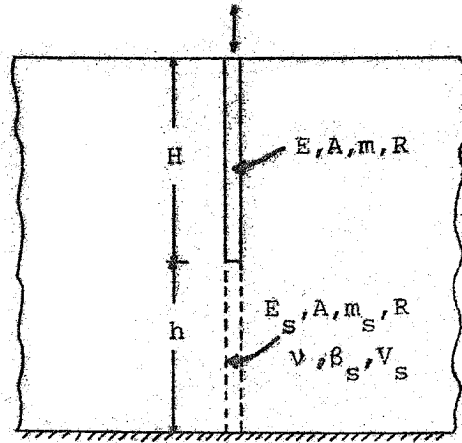
$$K_z = EA\eta \frac{E_h \eta_s \sinh \eta H \sinh \eta_s h + E_s \eta_s \cosh \eta H \cosh \eta_s h}{E_h \cosh \eta H \sinh \eta_s h + E_s \eta_s \cosh \eta_s h \sinh \eta H} \quad (10)$$

که در آن  $E$ ،  $A$ ،  $\eta$ ،  $H$ ،  $\eta_s$  و  $E_h$  کمیت‌های تعریف شده در ابتدای بخش و  $\eta_s$  رابطه‌ای مشابه رابطه (۷) به طریق زیر تعریف می‌شود:

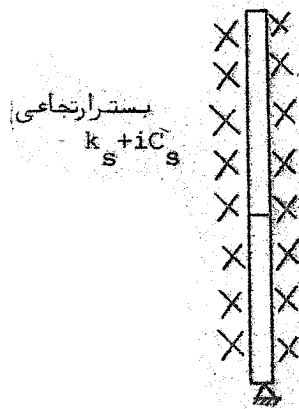
$$\eta_s = \frac{\sqrt{(k_s - m_s \omega^2) + iC_s}}{\sqrt{E_s A}} \quad (11)$$

در این رابطه  $m_s = \rho_s A$  جرم واحد طول ستون خاک است.

### 1. Floating pile



شکل (۶) - شمع شنا وردر لایه خاک



شکل (۷) - مدل برای رفتار شمع شنا ور

## خلاصه و نتیجه‌گیری

با استفاده از روش اجزاء محدود، مدول عکس‌العمل زمین برای ارتعاشات محوری شمعهای مدفون در یک لایه خاک ویسکوالاستیک بیه صورت یک رابطه تقریبی بدست آمد. با استفاده از این مدول رابطه ساده‌ای برای سختی دینامیکی شمع‌های منفرد با اتکاء انتهای بیه دست‌آمد که دقت آن در مقایسه با نتایج تئوریک نشان داده شد. همچنین با استفاده از همین مدل ریاضی رابطه‌ای نیز برای محاسبه سختی دینامیکی محوری شمعهای شناور ارائه شد. به کمک این سختی‌های دینامیکی می‌توان اثر متقابل خاک و سازه را برای سازه‌های استوار بر شمعها برای ارتعاشات قائم مورد مطالعه قرار داد.

## منابع و مراجع:

1. Baranov, V.A., "On The Calculation of Excited Vibrations of an Embedded Foundation," (in Russian), Voprasy Dynamiki Prochnosti, No.14, Polytech. Inst. Riga, P.P. 195-209.
2. Hetenyi, M., Beams on Elastic Foundation, University of Michigan Press, Ann Arbor, Michigan, 1946.
3. Holmquist, D.V. and Matlock, H., "Resistance-Displacement Relationships for Axially-Laded piles in Soft Clays," Proceedings of the 8th offshore Technology Conference, 1976, paper No. OTC 2474, pp.554-569.
4. Kausel, E., "Forced Vibration of Circular Foundations on Layered Media," Dept. of Civil Engineering, M.I.T. Research Report R74-11, Jan. 74
5. Kaynia, A.M., and Kausel, E., "Dynamic Stiffness and Seismic Response of Sleeved piles", Dept. of civil Engineering, M.I.T., Research Report R80-12, May 1980.
6. Kuhlemeyer, R.L., "Vertical Vibration of piles," Journal of The Geotechnical Engineering Division, ASCE, Vol. 105 No. GT2, Feb. 1979, PP.289-304.
7. Mindlin, R.D., "Forces at a point in the Interior of a Semi Infinite Solid," Physics, 7, May 1936, pp.195-202.

8. Nogami, T., and Novak, M., "Soil-pile Interaction in Vertical Vibration," International Journal of Earthquake Engineering and Structural Dynamics, John Wiley and Sons, Vol. 4, No. 3, Jan.-Mar. 1976, pp. 277-293
9. Nogami, T., "Dynamic Group effect of Multiple piles Under Vertical Vibration," proc. of the ASCE Engineering Mechanics Division Specialty Conference, Austin, Texas, pp. 750-754.
10. Novak, M., "Dynamic Stiffnesses and Damping of Piles," Canadian Geotechnical Journal, Vol. II, No. 4, 1974, pp. 574-598.
11. Novak, M., "Vertical Vibration of Floating Piles," Journal of The Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol. 103, No. EMI, Proc. Paper 12747., Feb. 1977, pp. 153-168.
12. Novak, M., Nogami, T., and Aboul- Ella, F., "Dynamic Soil Reactions For Plane-Strain Case," Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol. 104, No. EM4, Aug. 1978
13. Poulos, H.G., and Davis, E.H., "The Settlement Behavior of Single Axially-Loaded Incompressible piles and piers," Geotechnique, Vol. 18, No. 3, 1968, pp. 351-371.
14. Poulos, H.G., "Analysis of The Settlement of pile groups"

Geotechnique, Vol 18, pp.449-471.,1968.

15. Poulos, H.G., and Davis, E.H., pile Foundation Analysis and Design, New York, John Wiley and Sons, 1980.
16. Reese, L.C., Cox, W.R., and Koop, F.D., "Analysis of laterally Loaded piles in sand," Proc of the Sixth Annual offshore Technology Conference, paper No. OTC 2080, Houston, Texas, 1974
17. Reese, L.C., Cox, W.R. and Koop, F.D., "Field Testing and Analysis of Laterally- Loaded piles in Stiff clays," Proc. of the Seventh Annual offshore Technology conference, paper. No. 2312, Houston. Texas, 1975, Vol. 2, pp. 671-690.