

# کنترل تعقیب و مقاوم وضعیت ماهواره در مانورهای چرخشی با زاویه بزرگ بر اساس الگوریتم جدیدی از فیلتر کالمن توسعه یافته تخمین زن وضعیت

مهرداد جعفربلند\*، ناصر ساداتی\*\* و حمید رضا مومنی\*\*

دانشکده مهندسی برق، دانشگاه صنعتی مالک اشتر

دانشکده مهندسی برق، دانشگاه صنعتی شریف

دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه تربیت مدرس

(دریافت مقاله: ۸۳/۲/۲۱ - دریافت نسخه نهایی: ۸۴/۱/۱/۴)

**چکیده** - در این مقاله روش جدیدی در خصوص مسئله کنترل تعقیب مقاوم ماهواره برای مانور چرخشی با زاویه بزرگ ارائه می شود. مدل ماهواره مورد نظر، غیرخطی و دارای عدم قطعیت در پارامترهاست. متغیرهای حالت آن توسط مشاهده کننده، تخمین زده می شود. به عنوان یک روش جدید از ترکیب بخشی از فیلتر کالمن توسعه یافته گسسته و بخشی از فیلتر کالمن توسعه یافته پیوسته و مدل غیرخطی وضعیت ماهواره، الگوریتمی کارا برای تخمین وضعیت ارائه می شود. دقت تخمین در این روش، پنج بار دقیقتر از سایر تخمین زنهای اخیر است که بر اساس فیلتر کالمن طراحی شده اند. در اینجا از کنترل کننده مد لغزشی (با لایه مرزی تطبیقی و اصلاح شده) استفاده شده است. بایستی این کنترل کننده و مشاهده کننده مربوطه به تنهایی مقاوم باشند. علاوه بر آن، مقاوم بودن ترکیب این دو نیز ضروری است. برای مقاوم کردن این کنترل کننده در مقابل عدم قطعیت پارامترهای سیستم، از فیلتر کالمن مقاوم استفاده می شود و بر اساس جبر اینتروال برای متغیرهای حالت سیستم، یک کران حد بالا و یک کران حد پایین، تخمین زده می شود و با لحاظ کردن این کرانها در تعیین شرایط لغزشی کنترل کننده مد لغزشی، پایداری کنترل کننده در ترکیب با مشاهده کننده به صورت همزمان تامین می شود. نتایج شبیه سازی این روش برای مقادیر مختلف نامعینی (تا ۵۰٪) ارائه شده است.

**واژگان کلیدی:** کنترل وضعیت ماهواره، کنترل مد لغزش، فیلتر کالمن، تخمین وضعیت، مشاهده کننده

# Robust Tracking Control of Satellite Attitude Using New EKF for Large Rotational Maneuvers

M. Jafarboland, N. Sadati, and H. R. Momeni

Departments of Electrical Engineering, Malek-e-Ashtar University of Technology  
Departments of Electrical Engineering, Sharif University Technology  
Departments of Electrical Engineering, Tarbiat Modares University

**Abstract:** Control of a class of uncertain nonlinear systems, which estimates unavailable state variables, is considered. A new approach for robust tracking control problem of satellite for large rotational maneuvers is presented in this paper. The features of this approach include a strong algorithm to estimate attitude, based on discrete extended Kalman filter combined with a continuous extended Kalman filter and attitude nonlinear model, and a robust controller based on sliding-mode with perturbation estimation. Estimation accuracy in this method is five times higher than other recent approaches based on Kalman filter. We have used sliding-mode controller in this paper. Not only the controller and the corresponding observer but also their composition must be robust. To make this controller robust against the uncertainty of parameters, the robust Kalman filter is used. Based on interval algebra, an upper bound and a lower bound are estimated for state variables of the system and considering these bounds in indicating the sliding conditions, stability of the controller in combination with the observer will be satisfied simultaneously. The simulation results show the capability of this method in spite of different uncertainty levels (up to %50).

**Keywords:** Attitude control, Sliding mode control, Kalman filter, Attitude estimation, Observer

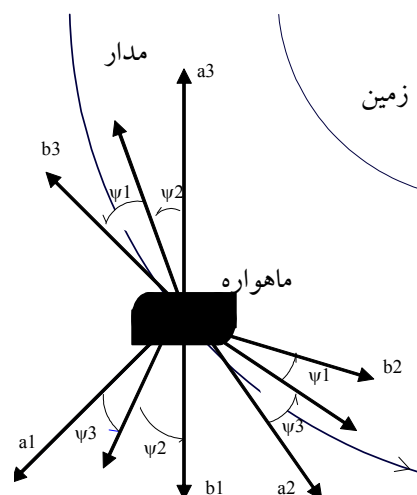
## ۱- مقدمه

ماهواره‌ها ترجیح می‌دهند علی‌رغم بهره‌گیری از آن، به منظور تعیین وضعیت خودشان به سیستم مستقلی نیز مجهز باشند برای نمونه در [۳] بر اساس اطلاعات یک حسگر خورشید تک محوره و یک حسگر مگنتومتر سه محوره وضعیت ماهواره تخمین زده می‌شود و یا در [۴] علاوه بر حسگرهای ذکر شده، دوربین ستاره نیز وجود دارد. در ماهواره‌های مذکور آرایشهای مختلفی از حسگرهای گوناگون وجود دارد که وضعیت ماهواره بر اساس اطلاعات آنها تخمین زده می‌شود. در [۵] با استفاده از فیلتر کالمن توسعه یافته روشی به نام حداقل مدل خطا<sup>۲</sup> ارائه شده است و در [۶] روشی بنام حداقل پارامتر براساس حسگرهای فوق‌الذکر لحاظ شده است.

در زمینه تخمین وضعیت در ایران نیز کارهایی انجام گرفته است [۷ و ۸] و می‌توان از نظر دقت تخمین آنها را مقایسه کرد در هر دو مقاله زوایای وضعیت را با فیلتر کالمن توسعه یافته استاندارد تخمین زده‌اند و به ترتیب به دقتی معادل ۱ و ۱/۱۴۶ درجه دست‌یافته‌اند. مقاله حاضر دارای دقتی معادل ۰/۲ درجه است، در مقام مقایسه نتایج، در این مقاله

جهان امروز بخش عمده‌ای از خدمات و فناوری خود را مرهون ماهواره‌های تجاری، مخابراتی، نظامی و پژوهشی است. به منظور ارایه این خدمات، بایستی ماهواره وضعیت خود را بر روی مدار تثبیت کند و علی‌رغم اغتشاشهای خارجی و نامعینی در پارامترهایش، سمت‌گیری دقیقی را داشته باشد در پاره‌ای از موارد ماهواره‌ها برای مأموریت‌های خاص به مانورهای بزرگ نیاز دارند. برای این منظور ماهواره‌ها نیازمند کنترل‌کننده‌های مقاومی‌اند که دینامیک غیرخطی چند ورودی چند خروجی همراه با نامعینی را با دقت کافی، کنترل کنند [۱].

دقت کنترل‌کننده‌ها به دقت تخمین مشاهده‌کننده وابسته است. لذا مسئله دیگر، طراحی مشاهده‌کننده‌ای است که بتواند وضعیت ماهواره را با دقت کافی از مشاهدات آلوده به نویز به دست آورد. با وجودی که سیستم موقعیت جهانی<sup>۱</sup> برای تعیین وضعیت در اختیار ماهواره‌ها است [۲] اما برای افزایش اطمینان و همچنین به دلیل انحصاری بودن این سیستم، تمامی



شکل ۱- چرخش های ماهواره از دستگاه a به دستگاه b

فوق الذکر، برای مسئله تعقیب، دقت تعقیب نیز نزدیک به  $0/2$  درجه است.

## ۲- یادآوری

### ۲-۱- تعیین وضعیت بدنه ماهواره بر روی مدار دایره ای

برای این منظور دو دستگاه مختصات زیر تعریف می شوند: دستگاه مدار (a): دستگاه مختصاتی است که در موقعیت ماهواره، بر روی مدار قرار می گیرد. محورهای آن عبارتند از:  $a_1$  - از مرکز زمین به سمت مرکز جرم ماهواره،  $a_2$  - مماس بر

مدار در جهت حرکت ماهواره و  $a_3$  - عمود بر صفحه مدار

دستگاه بدنه (b): دستگاه مختصاتی است که بر محورهای اصلی بدنه ماهواره منطبق است و محورهای آن به ترتیب  $b_1, b_2$  و  $b_3$  هستند. [۱۳ و ۱۴]

در حالت مطلوب محورهای دو دستگاه فوق نظیر به نظیر برهم منطبق اند. برای تعیین انحراف چرخش ماهواره از وضعیت مطلوب می توان از سه زاویه  $\psi_1$  (سمت)،  $\psi_2$  (غلتش) و  $\psi_3$  (اوج) استفاده کرد. مطابق شکل (۱) به ترتیب، این چرخش ها در سه مرحله صورت می پذیرد ابتدا چرخش  $\psi_3$  حول محور  $b_3$  سپس چرخش  $\psi_2$  حول موقعیت جدید محور  $b_2$  و نهایتاً چرخش  $\psi_1$  حول محور جدید  $b_1$  است.

دقت تخمین پنج برابر افزایش یافته است. روش [۷] فاقد سیستم کنترل است و در [۸] روشی برای مدل خطی براساس کنترل کننده  $LQG^3$  ارایه شده است. همان گونه که جان دوویل<sup>۴</sup> در [۹] اثبات کرد، در روش LQG علی رغم اینکه کنترل کننده و مشاهده کننده هر کدام به تنهایی بهینه و مقاوم طراحی می شوند اما ترکیب آنها می تواند نه بهینه باشد و نه مقاوم و فقط به شرطی که قطبهای دو سیستم به اندازه کافی از هم دور باشند ضمن پایدار بودن به کنترل بهینه نزدیک است. در جهت بهبود این وضعیت برای سیستمهای خطی روش  $LQG/LTR^0$  پیشنهاد شد [۱۰ و ۱۱].

در این مقاله ساختاری جدیدی از ترکیب کنترل کننده مقاوم مد لغزشی با لایه مرزی تطبیقی (که قانون کنترل آن اصلاح شده) [۱۲] و مشاهده کننده کالمن توسعه یافته که در این مقاله مطرح می شود ارایه شده است. مشاهده کننده کالمن پیشنهادی نیز خود با ساختاری جدید از ترکیب فیلتر کالمن توسعه یافته پیوسته مقاوم، فیلتر کالمن توسعه یافته گسسته مقاوم و مدل پیوسته وضعیت به وجود آمده است. این مشاهده کننده برای تخمین وضعیت از مشاهدات آلوده به نویز حسگر مگنتومتر و حسگر خورشید استفاده می کند و دقت تخمین زوایای وضعیت را به  $0/2$  درجه می رساند، از طریق ترکیب آن با کنترل کننده مقاوم مد لغزشی

می‌شوند. در شرایط عادی مقادیر مطلوب زوایای وضعیت، صفرند ولی حین مانور، می‌توانند مقدار مطلوب دیگری باشند، بردار ورودی  $\underline{u}$  شامل سه گشتاور کنترل در راستای محورهای بدنه است.

### ۲-۳- مدل حسگرها

در اینجا از یک حسگر مغناطیسی مگنتومتر و یک حسگر خورشید استفاده شده است.  $\underline{B}^b$  بردار میدان مغناطیسی زمین است که مطابق معادله (۲) در دستگاه بدنه توسط مگنتومتر اندازه‌گیری شده است [۱۵].

$$\underline{B}^b = R^{ab} \underline{B}^a + [\eta_1(t) \ \eta_2(t) \ \eta_3(t)]^T$$

$$R^{ab} = \begin{bmatrix} C\psi_3 & C\psi_2 & & & \\ -S\psi_3 & C\psi_1 + C\psi_3 S\psi_2 & S\psi_1 & & \\ S\psi_3 & S\psi_1 + C\psi_3 S\psi_2 & C\psi_1 & & \\ & S\psi_3 & C\psi_2 & -S\psi_2 & \\ & C\psi_3 & C\psi_1 + S\psi_1 S\psi_2 & S\psi_3 & C\psi_2 S\psi_1 \\ -C\psi_3 & S\psi_1 + S\psi_3 S\psi_2 & C\psi_1 & C\psi_2 & C\psi_1 \end{bmatrix} \quad (۲)$$

در اینجا  $\underline{B}^a$  بردار میدان مغناطیسی زمین در دستگاه مدار است و  $R^{ab}$ ، ماتریس انتقال از دستگاه مدار به دستگاه بدنه است.

مقدار اندازه‌گیری شده  $\underline{B}^b$  دارای نویز سفید گوسی بدون همبستگی با میانگین صفر و واریانس  $\delta^2_m$  است که برای سه محور به ترتیب با  $\eta_3(t), \eta_2(t), \eta_1(t)$  مشخص شده‌اند.  $C$  معرف  $\cos$  و  $S$  معرف  $\sin$  است.

اگر حسگر خورشید دو محوره به گونه‌ای بر روی بدنه ماهواره نصب شود که محور شمال آن در جهت حرکت ماهواره باشد و دو محور  $X, Y$  آن در جهت محورهای  $b_3, b_1$  دستگاه بدنه قرار گیرد آن گاه با دو اندازه‌گیری راستای بردار پرتو خورشید نسبت به دستگاه بدنه مشخص می‌شود و با معلوم بودن راستای پرتو خورشید در دستگاه مدار برای اختلاف زوایای  $\Delta\alpha$  و  $\Delta\beta$  بر حسب زوایای وضعیت با

### ۲-۲- مدل غیرخطی وضعیت ماهواره

مدل غیرخطی وضعیت ماهواره بر روی مدار دایره‌ای در یک میدان با گرانش مجذوری معکوس، در دستگاه بدنه ماهواره بدون لحاظ نویز به صورت معادله (۱) است [۱۳].

$$\dot{\underline{x}}(t) = \underline{f}(\underline{x}) + \underline{g}(\underline{x}) \underline{u}(t) + \underline{T}_d(t)$$

$$; \underline{x}(t) = [\psi_1 \ \psi_2 \ \psi_3 \ \omega_1 \ \omega_2 \ \omega_3] \quad (۱-الف)$$

$$\underline{Y}(t) = \underline{h}(\underline{x}(t))$$

$$\underline{f}(\underline{x}) = \begin{bmatrix} \omega_1 + (\omega_2 \sin(\psi_1) + \omega_3 \cos(\psi_1)) \tan(\psi_2) \\ \omega_2 \cos(\psi_1) - \omega_3 \sin(\psi_1) \\ ((\omega_2 \sin(\psi_1) + \omega_3 \cos(\psi_1)) / \cos(\psi_2)) - \Omega \\ (I_3 - I_2)(\omega_3 \omega_2 - 3\Omega^2 z_3 z_2) / I_1 \\ (I_1 - I_3)(\omega_1 \omega_3 - 3\Omega^2 z_1 z_3) / I_2 \\ (I_2 - I_1)(\omega_1 \omega_2 - 3\Omega^2 z_1 z_2) / I_3 \end{bmatrix}$$

$$; \underline{T}_d(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ T_{d1}(t) / I_1 \\ T_{d2}(t) / I_2 \\ T_{d3}(t) / I_3 \end{bmatrix}$$

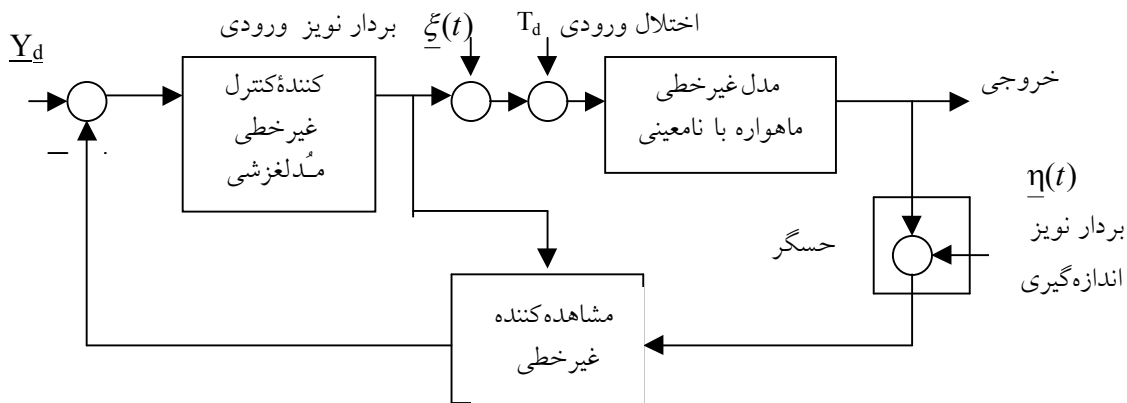
(۱-ب)

$$\begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\psi_3) \cos(\psi_2) \\ \cos(\psi_3) \sin(\psi_2) \sin(\psi_1) - \sin(\psi_3) \cos(\psi_1) \\ \cos(\psi_3) \sin(\psi_2) \cos(\psi_1) + \sin(\psi_3) \sin(\psi_1) \end{bmatrix}$$

$$; \underline{g}(\underline{x}) = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{0}{I^{-1}} \end{bmatrix}$$

(۱-ج)

در اینجا سرعت زوایای بدنه ماهواره، حول محورهای دستگاه بدنه به ترتیب با  $\omega_1, \omega_2, \omega_3$  مشخص شده‌اند. ماتریس ممان اینرسی به صورت قطری است و با نماد  $I$  مشخص می‌شود که مولفه‌های قطر آن به ترتیب  $I_1, I_2$  و  $I_3$  هستند.  $\Omega$  و  $\underline{T}_d$  به ترتیب، سرعت زوایای ماهواره بر روی مدار و بردار اغتشاش خارجی هستند و  $\underline{x}$  بردار متغیر حالت است. زوایای  $\psi_1, \psi_2$  و  $\psi_3$  مولفه‌های بردار خروجی  $\underline{Y}$  هستند و بایستی برابر با مقدار مطلوب  $\underline{Y}_d$  حفظ شوند و خطای آن از معادله  $\tilde{\underline{Y}}_d = \underline{Y} - \underline{Y}_d$  مشخص می‌شود و به طور مشابه خطای زوایای وضعیت و سرعت زوایای به صورت



شکل ۲- نمودار جعبه‌ای سیستم حلقه بسته کنترل وضعیت برای تعقیب مسیر مطلوب

$$\underline{X} = [\mu_1 = \psi_1; \mu_2 = \dot{\psi}_1; \mu_3 = \psi_3; \mu_4 = \dot{\psi}_2; \mu_5 = \psi_3; \mu_6 = \dot{\psi}_3] \quad (ع-۴)$$

در اینجا نماد  $L$ ، معرف اپراتور براکت، از ابزارهای ریاضی است. مجدداً معادلات وضعیت (ع) به صورت (ه) بازنویسی می‌شوند. در این مقاله ز به جای  $(j=1,2,3)$  به کار می‌رود. مقادیر تخمینی پارامترهای نامعین با  $\hat{I}_1, \hat{I}_2$  و  $\hat{I}_3$  مشخص می‌شوند و بدین طریق مطابق (ه) مقادیر تخمینی  $\underline{f}, \underline{b}$  به ترتیب با  $\hat{\underline{f}}, \hat{\underline{b}}$  مقادیر نامعین آنها نیز با  $\Delta \underline{f}, \Delta \underline{b}$  مشخص شده است.

$$\begin{aligned} \dot{\underline{X}}_1 &= \underline{X}_2; & \underline{X}_1 &= \underline{Y} = [\psi_1 \ \psi_2 \ \psi_3]^T \\ \underline{X}_2 &= \underline{f} + \underline{b} \underline{u}; & \underline{f} &= [f_1 \ f_2 \ f_3]^T \\ \underline{u} &= [u_1 \ u_2 \ u_3]; \\ \underline{f} &= \hat{\underline{f}} + \Delta \underline{f}; & \underline{b} &= \hat{\underline{b}} + \Delta \underline{b} \end{aligned} \quad (ه-الف)$$

$$\underline{b} = \begin{bmatrix} \frac{1}{I_1} & \frac{\sin \mu_1 \operatorname{Tg}(\psi_2)}{I_2} & \frac{\sin(\psi_2)}{I_3} \\ 0 & \frac{\cos(\psi_1)}{I_2} & \frac{-\sin(\psi_1)}{I_3} \\ 0 & \frac{\sin(\psi_1)}{I_2 \cos(\psi_2)} & \frac{\cos(\psi_1)}{I_3 \cos(\psi_2)} \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} f_1 &= \dot{\omega}_{1f} + (\dot{\omega}_{2f} \sin \mu_1 + \omega_2 \mu_2 \cos \mu_1 + \dot{\omega}_{3f} \cos \mu_3 \\ &\quad - \omega_{3f} \mu_4 \sin \mu_3) \operatorname{tg} \mu_3 + (\omega_2 \sin \mu_1 + \omega_3 \cos \mu_3) \mu_4 (1 + \operatorname{tg}^2 \mu_3) \\ f_2 &= \dot{\omega}_{2f} \cos \mu_1 - \omega_2 \mu_2 \sin \mu_1 - \dot{\omega}_{3f} \sin \mu_1 - \omega_3 \mu_2 \cos \mu_1 \\ f_3 &= [(\dot{\omega}_{2f} \sin \mu_1 + \omega_2 \mu_2 \cos \mu_1 + \dot{\omega}_{3f} \cos \mu_3 \\ &\quad - \omega_3 \mu_2 \sin \mu_1) \cos \mu_3 + \mu_4 \sin \mu_3 (\omega_2 \sin \mu_1 + \omega_3 \cos \mu_1)] / \cos^2 \mu_2 \\ \dot{\omega}_{1f} &= (I_2 - I_3) (\omega_2 \omega_3 - 3 \Omega^2 y z) + \operatorname{Tc}_1 / I_1 \\ \dot{\omega}_{2f} &= (I_3 - I_1) (\omega_1 \omega_3 - 3 \Omega^2 z x) + \operatorname{Tc}_2 / I_2 \\ \dot{\omega}_{3f} &= (I_1 - I_2) (\omega_1 \omega_2 - 3 \Omega^2 x y) + \operatorname{Tc}_3 / I_3 \end{aligned} \quad (ه-ب)$$

احتساب نویز، معادله (۳) به دست می‌آید. در صورت استفاده از حسگر تک محوره خورشید یکی از روابط موجود در (۸-۲۴) در اختیار است [۸].  $\eta_4(t)$  و  $\eta_5(t)$  نویز حسگر خورشید هستند که مشخصاتی مشابه مگنومتر دارند. در اینجا واریانس آنها را با  $\delta_s^2$  مشخصی می‌کنیم.

$$\begin{aligned} \cos(\Delta \alpha + \eta_4(t)) &= \cos(\psi_2) \cos(\psi_3) & (۳-الف) \\ \cos(\Delta \beta + \eta_5(t)) &= \cos(\psi_2) \cos(\psi_1) & (۳-ب) \end{aligned}$$

### ۳- ساختار کنترل کننده و مشاهده کننده غیرخطی برای مسئله تعقیب

ساختار ارتباطی کنترل کننده و مشاهده کننده به صورت شکل (۲) است و هر یک در زیر تشریح می‌شوند.

#### ۳-۱- ساختار کنترل کننده مدلغزشی

کنترل کننده مطابق [۱۳] است که براساس مدلغزشی طراحی شده است در اینجا بعضی روابط ضروری ارائه می‌شوند. معادلات مندرج در (۱) از طریق پس‌خور خطی سازی ورودی-خروجی، مطابق (ع) به شکل کانونیکال فاز تبدیل می‌شوند.

$$\begin{aligned} \dot{\underline{X}}(t) &= \underline{f}(\underline{X}, t) + \underline{b}(\underline{X}) \underline{u}(t) & (ع-۴الف) \\ f_j(\underline{X}, t) &= L_f^j h_j(\underline{X}), (j=1,2,3) \\ b_{j,k}(\underline{X}) &= L_{g_j} L_f^{j-1} h_j(\underline{X}), (j,k=1,2,3) & (ع-۴ب) \end{aligned}$$

در اینجا هر عنصر با زیر نویس  $j$  به محور  $j$  تعلق دارد،  $B_{ij}(i, j = 1, 2, 3)$  مولفه‌های ماتریس  $B = b \hat{b}^{-1}$  هستند و زیر نویس  $Min$  و  $Max$  به ترتیب معرف حداقل و حداکثر آن کمیت است [۱۳]. لازم به توضیح است اگر تمام  $P_j$  صفر باشند باز هم  $S_j \dot{S}_j$  منفی است و سیستم پایدار است در این روش این قابلیت وجود دارد که با افزایش  $P_j$  سرعت ورود مسیر به لایه مرزی را کنترل کرد. برای تحقق هدف دوم شرط لغزشی نیازی نیست و می توان پارامترها را به نحوی طراحی کرد که  $\dot{S}_j$  حداقل شود تا به مسیر مطلوب نزدیکتر شود.

### ۳-۱-۱- اثر پارامترهای $P$ و $\lambda$ در هدف دوم

چنانچه برای مثال معادلهٔ دینامیک سطح لغزشی در داخل لایهٔ مرزی  $\varphi_1$  نوشته شود

$$\begin{aligned} \dot{S}_1 + (B_{11Max})_d \frac{P_1 + \bar{K}_{1d}}{\varphi_1} S_1 = \\ - \Delta f_1 - (1 - B_{11(Max)d}) \hat{u}_1 \\ + (B_{12(Min)})_d \hat{u}_2 + (B_{13(Min)})_d \hat{u}_3 \end{aligned}$$

مقدار و بیژة این معادله به صورت  $(B_{11Max})_d (P_1 + \bar{K}_{1d}) / \varphi_1$  است که فرکانس شکست را مشخص می کند ( $E$  ماتریس واحد است). هر چقدر این فرکانس بزرگتر باشد، بهرهٔ حلقه بسته بزرگتر است و علاوه بر کاهش سریعتر  $S_j$  و کاهش خطای تعقیب، تقلیل اثر اغتشاشهای ورودی و خروجی در پهنای باند وسیعتری انجام می گیرد و سیستم مقاومتر می شود. اما حداکثر مقدار این فرکانسها به واسطهٔ نویز فرکانس بالای سیستم اندازه گیری و دینامیکهای مدل نشدهٔ فرکانس بالای سیستم، محدود می شوند. هر چقدر تجهیزات اندازه گیری دقیقتر به کار روند (تا نویز اندازه گیری کاهش یابد) و همچنین مدل وضعیت بدنه ماهواره در فرکانسهای بالا دقیقتر شود، می توان، پارامتر  $P$  را بزرگتر اختیار کرد.

همچنین با انتخاب مناسب پارامترهای  $\bar{K}_{1d} = (\lambda_1 - (B_{11Max})_d P_1) / (B_{11Max})_d$

سه سطح لغزشی متغیر با زمان به صورت  $(j=1,2,3)$   $S_j = (D + \lambda_j)^2 \int_0^t \tilde{x}(r) dr$  بردار قانون کنترل به صورت  $\underline{u} = (\hat{b})^{-1} (\hat{u} - P \underline{S} - \bar{K} \text{Sat}(\underline{S}/\varphi))$  در اینجا  $P = \text{diag}(P_1 P_2 P_3)$  ماتریس ثابت با عناصر مثبت،  $\underline{S} = [S_1 S_2 S_3]$  بردار لایهٔ مرزی و  $\varphi = [\varphi_1 \varphi_2 \varphi_3]^T$  لغزش است و عناصر بردار  $\bar{K} = [\bar{K}_1 \bar{K}_2 \bar{K}_3]$  به ترتیب برحسب پارامترهای  $K_1, K_2, K_3$  تعریف می شوند، پارامترهای  $P_3, P_2, P_1, \lambda_3, \lambda_2, \lambda_1, k_3, k_2, k_1$  از طراحی کنترل کننده تعیین می شوند.

برای طراحی کنترل کننده دو هدف مد نظر است. هدف اول: اگر مسیر حالت  $\psi_j$  خارج لایه مرزی  $\varphi_j$  باشد با سرعتی مناسب وارد لایه مرزی شود. هدف دوم: اگر مسیر حالت داخل لایه مرزی هست،  $S_j$  حداقل شود تا مسیر حالت به صورت مجانبی به سمت مسیر مطلوب حرکت کند. برای تحقق هدف اول بایستی  $S_j \dot{S}_j$  منفی باشد که به شرط لغزشی (۶) منجر می شود. برای این منظور شروط معادله (۷) به دست می آیند.

$$(1/2) (d S_j^2 / dt) \leq (\dot{\varphi}_j - \eta_j) |S_j| - P_1 S_j^2 ; (j=1,2,3) \quad (6)$$

$$K_1 \geq (F_1 + \eta_1 + |(1 - B_{11})_{Max}| |\hat{U}_1| + |B_{12Max} \hat{U}_2| + |B_{13Max} \hat{U}_3|) / B_{11Min} \quad (7-الف)$$

$$K_2 \geq (F_2 + \eta_2 + |(1 - B_{22})_{Max}| |\hat{U}_2| + |B_{21Max} \hat{U}_1| + |B_{23Max} \hat{U}_3|) / B_{22Min} \quad (7-ب)$$

$$K_3 \geq (F_3 + \eta_3 + |(1 - B_{33})_{Max}| |\hat{U}_3| + |B_{31Max} \hat{U}_1| + |B_{32Max} \hat{U}_2|) / B_{33Min} \quad (7-ج)$$

$$\text{IF } \dot{\varphi}_j \geq 0 \Rightarrow \bar{K}_j = K_j - \dot{\varphi}_j / B_{jjMax} \quad (j=1,2,3) \quad (7-د)$$

$$\text{IF } \dot{\varphi}_j \leq 0 \Rightarrow \bar{K}_j = K_j - \dot{\varphi}_j / B_{jjMin} \quad (j=1,2,3)$$

$$\text{IF } \dot{\varphi}_j > 0 \Rightarrow \dot{\varphi}_j + (\lambda_j - (B_{jjMax})_d P_1) \varphi_j = (B_{jjMax})_d K_{jd} \quad (j=1,2,3)$$

$$\text{IF } \dot{\varphi}_j < 0 \Rightarrow \dot{\varphi}_j + \frac{(B_{jjMin})_d}{(B_{jjMax})_d} (\lambda_j - (B_{jjMax})_d P_1) \varphi_j = (B_{jjMax})_d K_{jd} \quad (j=1,2,3)$$

$$(7-ه)$$

$$\underline{x}_{k+1} = \underline{f}'_k(\underline{x}_k) + \underline{b}'_k \underline{u}'_k + \Gamma_k(\underline{x}_k) \underline{\xi}_k \quad (9-الف)$$

$$\underline{f}'_k(\underline{x}_k) = \underline{x}_k + \underline{f}(\underline{x})\Delta t; \underline{b}'_k = \underline{b}(\underline{x})\Delta t \quad (9-ب)$$

$$; \Gamma_k(\underline{x}_k) = \Gamma(\underline{x})\Delta t$$

$$\underline{f}'_k(\underline{x}_k) \cong \underline{f}'_k(\underline{x}_k) + \underline{A}_k (\underline{x}_k - \hat{\underline{x}}_k) \quad (10-الف)$$

$$; \underline{A}_k = \left[ \frac{\partial \underline{f}'_k}{\partial \underline{x}_k}(\hat{\underline{x}}_k) \right]$$

$$\underline{h}_k(\underline{x}_k) \cong \underline{h}_k(\hat{\underline{x}}_{k|k-1}) + \underline{C}_k (\underline{x}_k - \hat{\underline{x}}_{k|k-1}) \quad (10-ب)$$

$$; \underline{C}_k = \left[ \frac{\partial \underline{h}_k}{\partial \underline{x}_k}(\hat{\underline{x}}_{k|k-1}) \right]$$

با استفاده از دو فرض زیر و معادله (۱۰)، معادله (۹) به شکل خطی (۱۱) بازنویسی می‌شود.

$$\underline{u}_k = \underline{f}'_k(\hat{\underline{x}}_{k|k}) - \underline{A}_k \hat{\underline{x}}_{k|k} + \underline{b}_k \underline{u}'_k \quad (11-الف)$$

$$; \underline{W}_k = \underline{Y}_k - \underline{h}_k(\hat{\underline{x}}_{k|k-1}) + \underline{C}_k \hat{\underline{x}}_{k|k-1}$$

$$\underline{x}_{k+1} = \underline{A}_k \underline{x}_k + \underline{u}_k + \Gamma_k \underline{\xi}_k$$

$$\underline{W}_k = \underline{C}_k \underline{x}_k + \underline{\eta}_k \quad (11-ب)$$

ماتریسهای  $\underline{C}_k, \underline{A}_k$  متعلق به سیستم و مشاهده کننده‌اند و بردارهای  $\underline{\xi}_k$  و  $\underline{\eta}_k$  به ترتیب نویزهای سیستم و اندازه‌گیری‌اند.

برای دو نویز گوسی اطلاعات زیر در اختیار است [۱۷].

$$\text{الف: میانگین آنها صفر است } (E(\underline{\xi}_k) = E(\underline{\eta}_k) = 0)$$

ب: رشته‌های  $\{\underline{\xi}_k\}, \{\underline{\eta}_k\}$  سفید هستند. به عبارتی برای

$$\{\underline{\xi}_k\} \text{ بایستی معادله } \text{Cov}(\underline{\xi}_k, \underline{\xi}_j) = \underline{R}_{kj} \delta_{kj} \text{ برقرار باشد}$$

که در آن  $\delta_{kj}$  به ازای  $k = j$  برابر یک است و به ازای

$k \neq j$  برابر صفر است و به طور مشابه برای رشته نویز

$$\{\underline{\eta}_k\} \text{ نیز معادله } \text{Cov}(\underline{\eta}_k, \underline{\eta}_j) = \underline{Q}_k \text{ صادق است.}$$

ج: نویزها از حالت اولیه  $\underline{X}$  مستقل‌اند

$$(E(\underline{x}_k, \underline{\xi}_k^T) = E(\underline{x}_k, \underline{\eta}_k^T) = 0)$$

در این صورت معادلات الگوریتم بازگشتی این فیلتر به

صورت (۱۲) می‌باشد، که در آن  $\underline{G}$  ماتریس بهره کالمن و  $\underline{P}$

ماتریس کوواریانس است.  $\hat{\underline{x}}_{k|k-1}$  بردار پیشگویی بهینه در

مرحله  $k$  بر اساس اطلاعات مرحله  $k-1$  است و  $\hat{\underline{x}}_{k|k}$  بردار

تخمین در مرحله  $k$  بر اساس اطلاعات تا مرحله  $k$  است.

$$\underline{G}_k = \underline{P}_{k,k-1} \underline{C}_k^T (\underline{C}_k \underline{P}_{k,k-1} \underline{C}_k^T + \underline{R}_k)^{-1} \quad (12-الف)$$

$$\underline{P}_{k,k} = (\underline{I} - \underline{G}_k \underline{C}_k) \underline{P}_{k,k-1} \quad (12-ب)$$

فرکانس گوشه فیلتر پایین‌گذر مرتبه دوم هستند که فرکانسهای نامعینی بالاتر از  $\lambda$  حذف می‌شوند افزایش این پارامتر دقت تعقیب را افزایش می‌دهد [۱۶] و در عین حال چنانچه این پارامتر افزایش یابد، احتمال دارد دینامیکهای فرکانس بالای مدل نشده سیستم به نوسان درآورد

### ۳-۲- ساختار مشاهده‌کننده (تخمین زن کالمن)

این مشاهده‌کننده پیشنهادی بر اساس ترکیبی از فیلتر کالمن توسعه یافته پیوسته و فیلتر کالمن توسعه یافته گسسته و مدل پیوسته دینامیک غیرخطی سیستم عمل می‌کند. مدل وضعیت و اندازه‌گیری، همراه با نویز سیستم و حسگرهای اندازه‌گیری به صورت معادله (۸) ارایه شده است. در اینجا  $k$  معرف اندازه‌گیری گسسته است. در ادامه ابتدا روابط دو فیلتر فوق‌الذکر ارایه و سپس ساختار فیلتر پیشنهادی مطرح می‌شود.

$$\dot{\underline{x}}(t) = \underline{f}(\underline{x}(t)) + \underline{b}(\underline{x}(t)) \underline{u}(t) + \Gamma(\underline{x}) \underline{\xi}(t) \quad (8-الف)$$

$$\underline{X}(t) = [\psi_1 \ \psi_2 \ \psi_3 \ \omega_1 \ \omega_2 \ \omega_3]^T$$

$$\underline{Y}_k = \underline{h}_k(\underline{x}_k) + \underline{\eta}_k ;$$

$$\underline{f} = [f_1 \ f_2 \ f_3 \ \omega_{1f} \ \omega_{2f} \ \omega_{3f}]^T \quad (8-ب)$$

$$\underline{Y}_k = [B_1^b[k] \ B_2^b[k] \ B_3^b[k] \ \Delta\alpha]^T ;$$

$$\underline{\eta}_k = [\eta_1[k] \ \eta_2[k] \ \eta_3[k] \ \eta_4[k]]^T$$

$$\underline{h}_k(\underline{x}_k) = \begin{bmatrix} B_1^a C \psi_3 C \psi_2 + B_2^a S \psi_3 C \psi_2 - B_1^a S \psi_2 \\ B_1^a (-S \psi_3 C \psi_1 + C \psi_3 S \psi_2 C \psi_1) + B_2^a (C \psi_3 C \psi_1 + S \psi_3 S \psi_2 S \psi_1) + B_3^a C \psi_2 S \psi_1 \\ B_1^a (S \psi_3 S \psi_1 + C \psi_3 S \psi_2 C \psi_1) + B_2^a (-C \psi_3 S \psi_1 + S \psi_3 S \psi_2 C \psi_1) + B_3^a C \psi_2 C \psi_1 \\ C^{-1} (C \psi_2 C \psi_3) \end{bmatrix}$$

در اینجا  $f_1 \ f_2 \ f_3 \ \omega_{1f} \ \omega_{2f} \ \omega_{3f}$  مطابق (۵-ب) هستند و

برای  $(j=1,2,3)$  منظور از  $\psi_j$  همان  $\psi_j[k]$  است.

### ۳-۲-۱- فیلتر کالمن گسسته توسعه یافته

فرایند فوق به صورت غیرخطی فوق در فضای حالت

به صورت (۹) است. از بسط تیلور مرتبه اول  $\underline{f}'_k$  و  $\underline{h}_k$

معادلات (۱۰) به دست می‌آیند. در اینجا زیرنویس  $k$  معرف

زمان  $kT$  است و  $T$  پریود نمونه برداری است.

فواصل  $T$  در اختیار هستند. اما کنترل کننده به اطلاعات پیوسته نیاز دارد. در زیر روشهای مرسوم در بندهای الف و ب آورده شده‌اند و روش پیشنهادی این رساله در بند ج ارائه می‌شود.

### ۳-۲-۱- الگوریتم های فیلتر کالمن توسعه یافته

**روش الف:** فقط از فیلتر کالمن توسعه یافته گسسته استفاده می‌شود. برای این منظور فاصله زمانی  $T$ ، به  $N$  مرحله تقسیم می‌شود. برای  $N-1$  مرحله از مراحل بین دو اندازه‌گیری، مشاهده واقعی وجود ندارد. و فقط در یک مرحله مشاهده واقعی وجود دارد. برای حل این مشکل بر اساس اطلاعات تخمینی مرحله قبل، مشاهدات مصنوعی محاسبه می‌شوند، از آنجا که این مشاهدات مصنوعی، شامل فرایند اتفاقی نیست، برای این مراحل فرایند نرم است. [۱۸].

**روش ب:** فقط از فیلتر کالمن توسعه یافته پیوسته استفاده می‌شود. از آنجا که توابع دیفرانسیلی و پیوسته (۱۵-الف) و (۱۵-ب)، در رایانه به صورت گسسته حل می‌شوند، مجدداً فاصله زمانی  $T$ ، به  $N$  قسمت تقسیم می‌شود و این فرایند فقط در یک مرحله از  $N$  مرحله متوالی، دارای مشاهده واقعی آلوده به نویز است و برای  $N-1$  مرحله باقی‌مانده، از مشاهده مصنوعی استفاده می‌کند [۱۹].

**روش ج:** روش این رساله که از تلفیق اول-قسمتی از فیلتر کالمن توسعه یافته گسسته دوم-قسمتی از روابط فیلتر کالمن توسعه یافته پیوسته سوم-مدل غیرخطی و مقاوم سیستم، مطابق نمودار جعبه‌ای (۳) است.

### ۳-۲-۲- نارسایی و مزایای الگوریتم های فیلتر کالمن توسعه یافته

**نارسایی روش الف:** چون مدل غیرخطی است، برای استفاده از فیلتر کالمن توسعه یافته، در تمامی مراحل از بسط تیلور تا مشتق مرتبه اول استفاده شده است که دارای خطاست. همچنین مطابق (۱۲-الف) نیاز به وارون گرفتن دارد در این صورت اجباراً  $N$  عدد کوچکی می‌شود و خطای تقریب بسط تیلور بیشتر می‌شود.

$$P_{k,k-1} = A_{k-1} P_{k-1,k-1} A_{k-1}^T + \Gamma_{k-1} Q_{k-1} \Gamma_{k-1}^T \quad (۱۲-ج)$$

$$\hat{x}_{k|k-1} = A_{k-1} \hat{x}_{k-1|k-1} + u_{k-1} \quad (۱۲-د)$$

$$\hat{x}_{k|k} = \hat{x}_{k|k-1} + G_k (\underline{Y}_k - h_k(\hat{x}_{k|k-1})) \quad (۱۲-ه)$$

### ۳-۲-۲- فیلتر کالمن پیوسته توسعه یافته

سیستم غیرخطی پیوسته و متغیر با زمان (۸) را در نظر بگیرید. واریانس نویزها در حالت پیوسته مطابق (۱۳) است همچنین معادله ماتریسهای  $Q$ ،  $R$  مربوط به زمان پیوسته با مقادیر آنها در حالت ناپیوسته به شرط کوچک بودن  $\Delta t$  در (۱۳) ارائه شده‌اند.

$$E(\xi(t) \xi^T(\tau)) = Q \delta(t - \tau) \\ E(\eta(t) \eta^T(\tau)) = R \delta(t - \tau) \quad (۱۳)$$

$$Q_k = Q \Delta t; R_k = R / \Delta t$$

با جای‌گذاری (۱۳) در (۱۲-الف) و صرف نظر کردن از جمله  $C_k P_{k,k-1} C_k^T$  در مقابل  $R / \Delta t$ ، معادله (۱۴) به دست می‌آید

$$G = P C R^{-1}; G_k = G \Delta t \quad (۱۴)$$

با استفاده از (۱۲-ج) برای  $P_{k+1,k}$  و جای‌گذاری  $P_{k|k}$  از (۱۲-ب) و استفاده از معادله  $A_k = (I + A \Delta t)$  و حذف جملات شامل  $\Delta t^2$ ، برای  $\Delta t$  کوچک، معادله (۱۵-الف) حاصل می‌شود. به طور مشابه با جای‌گذاری (۱۲-د) در (۱۲-ه) و استفاده از  $A_{k-1} = (I + A \Delta t)$  برای  $\Delta t$  کوچک، معادله (۱۵-ب) حاصل می‌شود [۱۷].

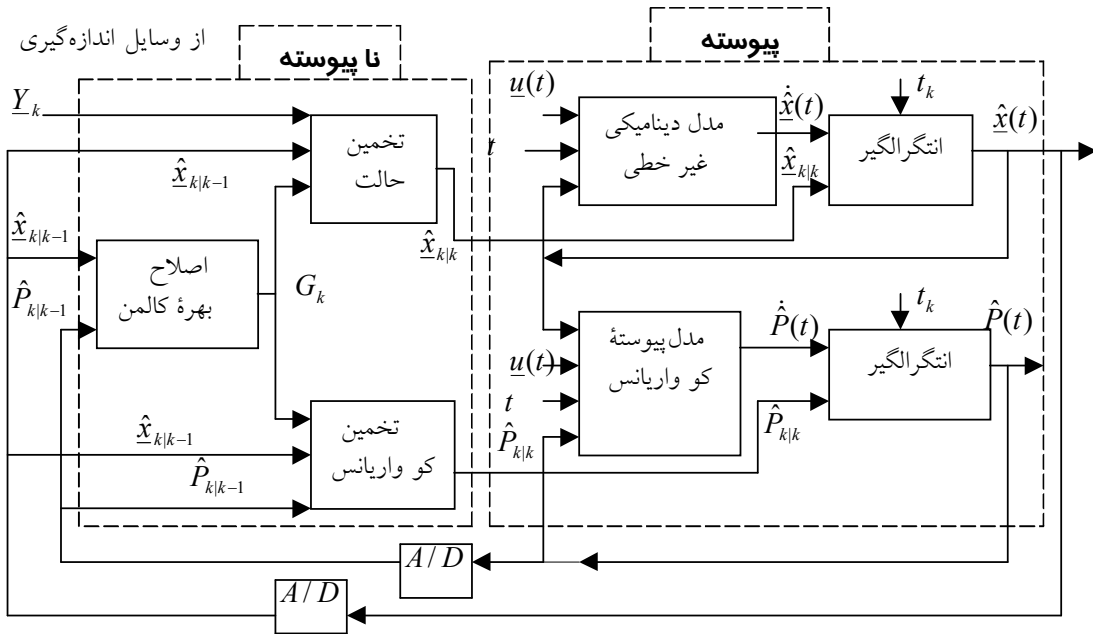
$$\dot{P}(t) = A(t)P(t) + P(t)A(t)^T - P(t)C(t)^T R(t)^{-1} C(t)P(t) + \Gamma(t)Q(t)\Gamma(t)^T \quad (۱۵-الف)$$

$$\dot{\hat{x}}(t) = f(\hat{x}(t)) + b(t)u(t) + G(t)(\underline{Y}(t) - g(\hat{x}(t))) \quad (۱۵-ب)$$

### ۳-۲-۳- ساختار مشاهده کننده پیشنهادی

اطلاعات اندازه‌گیری شده آلوده به نویز فقط در فواصل زمانی  $T$  در اختیارند و چنانچه مستقیماً از فیلتر کالمن گسسته استفاده شود مقادیر وضعیت نیز به صورت گسسته و فقط در





شکل ۳- الگوریتم پیشنهادی برای فیلتر کالمن توسعه یافته (مشاهده کننده)

وجود دارد: از فیلتر کالمن توسعه یافته گسسته که دقت بیشتری دارد استفاده می شود.

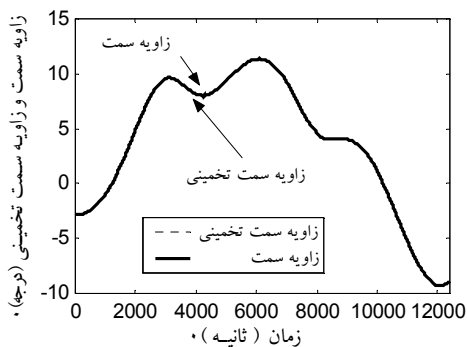
### ۳-۲-۴- آزمایش مشاهده کننده

برای شبیه سازی از همان ماهواره مندرج در [۱۳] که مجهز به یک حسگر مغناطیسی و یک حسگر خورشید است استفاده می شود در آن مقاله مشاهدات بدون نویز فرض شده بودند. در اینجا نویزهای اندازه گیری مربوطه که به صورت نویز سفید با تابع چگالی گوسی، میانگین صفر و به ترتیب با  $\delta_m = 3 \times 10^{-8} [T]$  و  $\delta_s = 0.005 [deg.]$  هستند اضافه می شود. مقادیر ممانهای اینرسی به صورت  $diag(I) = [70.53 \ 175 \ 183] Nms^2$  هستند. مقادیر زوایای وضعیت واقعی و مقادیر تخمین برای شرایط اولیه غیرصفر در شکل‌های (۴) الی (۷) رسم شده‌اند. با توجه به این شکل‌ها ملاحظه می شود پس از میرا شدن خطای اولیه، حداکثر خطای تخمین در بدترین حالت، کمتر از ۰/۲ درجه است (در حالتی که ماهواره مانور ندارد، خطای تخمین کمتر از ۰/۰۰۵ درجه است)، توجه شود که در مراجع [۱۸ و ۱۹] دقت زوایای تخمین

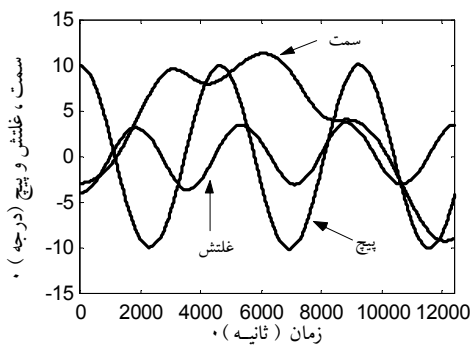
نارسایی روش ب: علاوه بر شکل‌های روش الف، در محاسبه ماتریس کواریانس (P) خطای بیشتری وجود دارد چون از جملات شامل  $\Delta t^2$  صرف نظر می شود. اما چون نیازی به وارون گرفتن از ماتریس ندارد، می تواند N بزرگتر از حالت گسسته باشد.

مزایای روش ج: هر مرحله از فیلتر کالمن شامل دوگام است، ابتدا پیشگویی  $\hat{x}_{k|k-1}$  بر اساس  $\hat{x}_{k-1|k-1}$  انجام می شود و سپس تخمین  $\hat{x}_k = \hat{x}_{k|k}$  از روی  $\hat{x}_{k|k-1}$  به دست می آید این دوگام را به ترتیب گام پیشگویی و گام تخمین می نامیم.

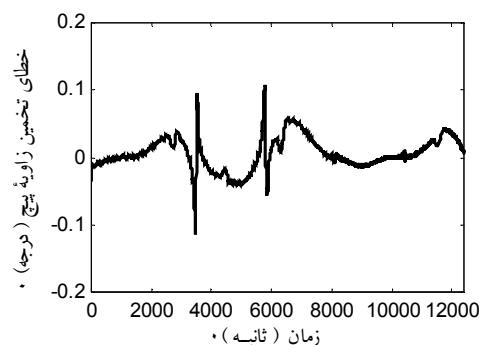
- در N-1 مرحله از N مرحله ای که از فیلتر کالمن استفاده می شود و بردار مشاهده ای وجود ندارد: در این مرحله برای گام پیشگویی حالت از (۸-الف) استفاده می شود تا دقت پیشگویی افزایش می یابد. و برای گام تخمین حالت از (۱۵-الف) استفاده می شود، تا محاسبه ماتریس کواریانس سریعتر شود در این صورت می توان N را بزرگتر انتخاب کرد.
- در یک مرحله استفاده از فیلتر کالمن که بردار مشاهده



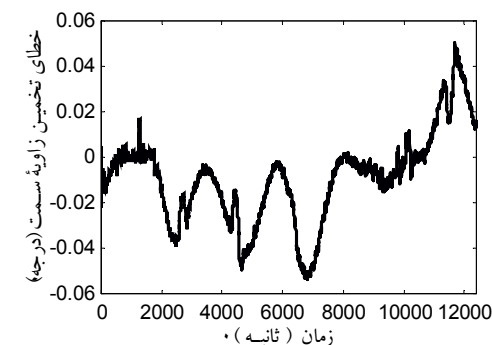
شکل ۵- زاویه سمت واقعی و تخمینی



شکل ۶- زوایای وضعیت واقعی



شکل ۷- خطای تخمین زاویه پیچ



شکل ۸- خطای تخمین زاویه سمت

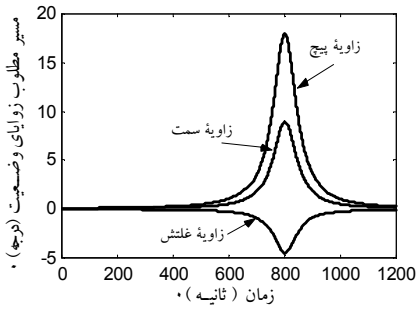
اما مسئله تقریبی بودن متغیرهای سیستم و تاثیر پذیری آنها از عدم قطعیت لحاظ نشده است و مشابه تمامی کنترل کننده‌ها در صورت ترکیب با مشاهده کننده، با مشکلات جدیدی روبرو می‌شوند. در این مقاله بدلیل خصوصیات ویژه کنترل کننده مد لغزشی روشی برای مقاوم کردن این ترکیب ارائه می‌شود. ایده اصلی این گونه است که براساس جبر اینتروال [۱۷] که در مباحث فیلتر کالمن مقاوم مطرح می‌شود در هر مرحله استفاده از فیلتر کالمن برای هر متغیر حالت (زاویه وضعیت) دو کران حد بالا و حد پایین تخمین زده می‌شود و هنگام محاسبه پارامترهای کنترل کننده لغزشی، یعنی  $F_j$  ( $j=1,2,3$ ) (حداکثر دامنه نامعینی  $f_j$ ) برای بدترین حالت (بزرگترین مقدار) در نظر گرفته می‌شود. در این صورت اگر مقادیر  $K_j$  ( $j=1,2,3$ ) مطابق معادله (۷) محاسبه شوند، مسئله خطای تخمین متغیرهای حالت (ناشی از عدم قطعیت) نیز در شرط لغزشی لحاظ شده است و پایداری ترکیب کنترل کننده و مشاهده کننده تامین می‌شود. این نکته کلید اصلی مقاوم بودن این روش پیشنهادی

کمتر از یک درجه گزارش شده است. در این صورت دقت پنج برابر شده است. قابل ذکر است در این آزمایش واریانس نویز مگنتومتر سه برابر مقدار استاندارد است و اگر به ۳۰۰ برابر نیز افزایش یابد همچنان دقت ۰/۲ درجه حفظ می‌شود.

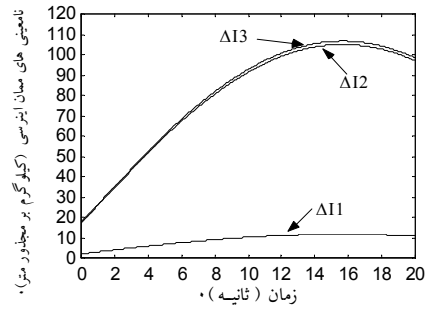
#### ۴- ترکیب کنترل کننده و مشاهده کننده غیر خطی

##### مقاوم پیشنهادی برای مسئله تعقیب

اگر برای متغیرها و پارامترهای سیستم که دارای عدم قطعیت اند تخمین مناسبی انجام پذیرد و شرایط لغزشی ارضا شوند، مقاوم بودن کنترل کننده مد لغزشی بر اساس پایداری لیاپانوفی تضمین می‌شود. اما باید توجه داشت که در روش مد لغزشی استاندارد فقط پارامترهای سیستم دارای عدم قطعیت اند و برای غلبه بر این نامعینها  $f_j$  ( $j=1,2,3$ ) در (۴-ج) به صورت  $\hat{f}_j$  ( $j=1,2,3$ ) تخمین زده می‌شوند. کران خطای این تخمین را به صورت  $F_j$  ( $|\hat{f}_j - f_j| \leq F_j$ ) می‌دانیم



شکل ۹- مسیر مطلوب زوایای وضعیت



شکل ۸- نامعینی با دامنه ۱۰٪ و فرکانس ۰/۰۱۶ هرتس

عدم قطعیت اند از جبر ایتروال جای گذاری شود به عنوان مثال معادله (۱۰) به صورت معادله (۱۸-الف) است، در واقع این سیستم به دو زیرسیستم حد بالا مطابق (۱۸-ب) با علامت + و زیرسیستم حد پایین مطابق (۱۸-ب) با علامت -، تقسیم می شود که پاسخ بهینه بین پاسخ این دو زیرسیستم است [۱۷].

$$\begin{aligned} \underline{x}_{k+1} &= A_k^I \underline{x}_k + \underline{u}_k + \Gamma_k^I \underline{\xi}_k \\ \underline{y}_k &= C_k^I \underline{x}_k + \underline{\eta}_k \\ \underline{x}_{k+1} &= [A_k \pm |\Delta A_k|] \underline{x}_k + \underline{u}_k + [\Gamma_k \pm |\Delta \Gamma_k|] \underline{\xi}_k \\ \underline{y}_k &= [C_k \pm |\Delta C_k|] \underline{x}_k + \underline{\eta}_k \end{aligned} \quad (18-f)$$

## ۵- آزمایش ترکیب کنترل کننده و مشاهده کننده

### غیر خطی مقاوم پیشنهادی برای مسئله تعقیب

در اینجا از ماهواره‌ای با مشخصات مندرج در [۱۳] استفاده شده است. اغتشاش خارجی مطابق (۱۹) و نامعینی مطابق شکل (۸) است. مسیر مطلوب مانور وضعیت مشابه شکل (۹) با حداکثر زاویه مانور ۱۸ درجه است.

از کنترل کننده لغزشی پیشنهاد شده در این مقاله و مشاهده کننده وضعیت با الگوریتم ج استفاده شده نتایج آزمایش که شامل

$$T_d = 1e-4[-\sin(\Omega t) \cos(\Omega t) - \sin(\Omega t + \pi/4)]^T (Nm) \quad (19)$$

خطای تعقیب زوایای وضعیت  $(\psi - \psi_d)$ ، خطای تخمین وضعیت  $(\psi - \psi_m)$  مقدار لغزش  $S_1$  و لایه مرزی تطبیقی  $\phi_1$  و گشتاور ورودی سه محور (همان  $\underline{u}$ ) و به ترتیب در شکل‌های (۱۰) الی (۱۸) رسم شده‌اند. در

است که هرگز دچار مشکلی که در [۹] برای روش LQG مطرح شد، نمی شود.

## ۴-۱- فیلتر کالمن مقاوم

برای سیستم‌هایی که ماتریسهای سیستم، مانند  $A$ ،  $\Gamma$  و یا  $C$  دارای عدم قطعیت محدودند با استفاده از جبر ایتروال، فیلتر کالمن مقاوم ارایه می شود. برای مثال فرض کنید برای ماتریس  $A$  در مرحله  $k$  مقداری از آن را که می دانیم  $A_k$  باشد و قسمتی را که نمی دانیم با  $\Delta A_k$  مشخص شود در این صورت  $A$  بین دو حد بالا و حد پایین محدود است که این دو حد به صورت (۱۶) است.

$$A_k^I = A_k + \Delta A_k = [A_k - |\Delta A_k|, A_k + |\Delta A_k|] \quad (16)$$

در اینجا نماد  $[\underline{x}, \bar{x}]$ ، نمادی است که دو حد بالا و پایین کمیت  $x$  را مشخص می کند و نماد جبر ایتروال نامیده می شود، عملگرهای این جبر، شامل چهار عمل اصلی جمع، تفریق، تقسیم و ضرب است. این عملیات به صورت (۱۷) هستند.

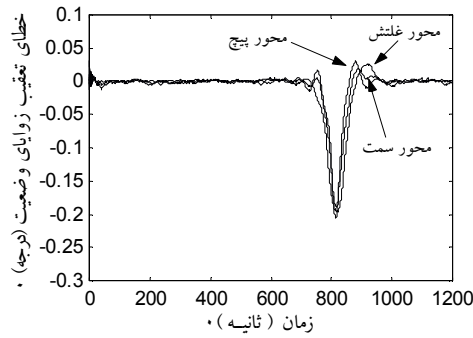
$$\begin{aligned} [\underline{x}_1, \bar{x}_1] \pm [\underline{x}_2, \bar{x}_2] &= [\underline{x}_1 \pm \underline{x}_2, \bar{x}_1 \pm \bar{x}_2] \\ [\underline{x}_1, \bar{x}_1] \cdot [\underline{x}_2, \bar{x}_2] &= [\underline{y}, \bar{y}] \\ \underline{y} &= \min\{\underline{x}_1 \underline{x}_2, \underline{x}_1 \bar{x}_2, \bar{x}_1 \underline{x}_2, \bar{x}_1 \bar{x}_2\} \\ \bar{y} &= \max\{\underline{x}_1 \underline{x}_2, \underline{x}_1 \bar{x}_2, \bar{x}_1 \underline{x}_2, \bar{x}_1 \bar{x}_2\} \end{aligned} \quad (17)$$

$$[\underline{x}_1, \bar{x}_1] / [\underline{x}_2, \bar{x}_2] = [\underline{x}_1, \bar{x}_1] \cdot [\underline{x}_2, \bar{x}_2]^{-1}$$

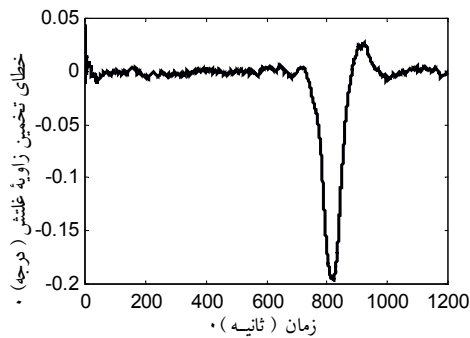
$$\text{if } 0 \notin [\underline{x}, \bar{x}] \text{ then } [\underline{x}, \bar{x}]^{-1} = [1/\bar{x}, 1/\underline{x}]$$

$$\text{if } 0 \in [\underline{x}, \bar{x}] \text{ then } [\underline{x}, \bar{x}]^{-1} \text{ is undefined}$$

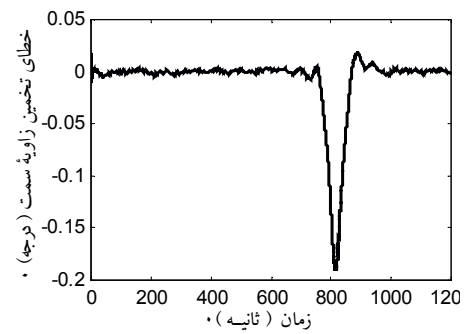
کافی است در معادلات قبلی، به جای ماتریس‌هایی که دارای



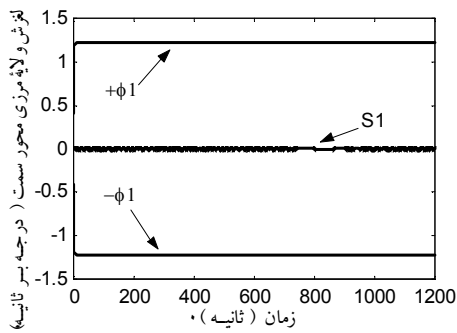
شکل ۱۰- خطای تعقیب زوایای وضعیت



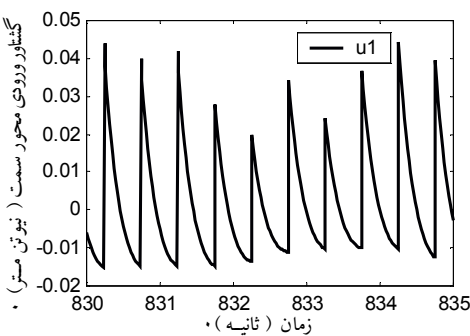
شکل ۱۱- خطای تخمین زاویه سمت



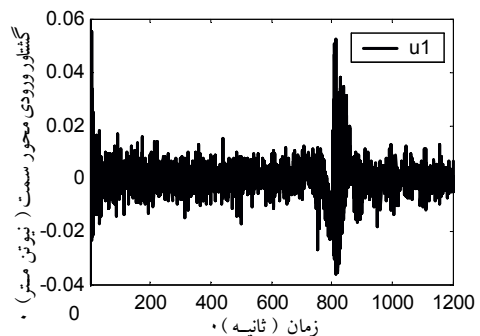
شکل ۱۲- خطای تخمین زاویه غلتش



شکل ۱۳- خطای تخمین زاویه پیچ



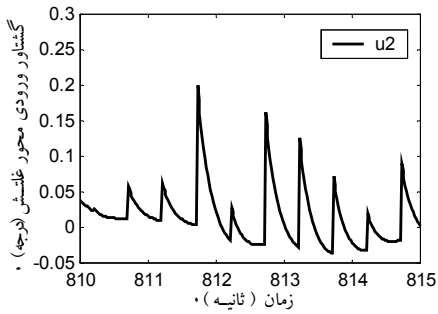
شکل ۱۴- لغزش  $S_1$  و لایه مرزی  $\phi_1$



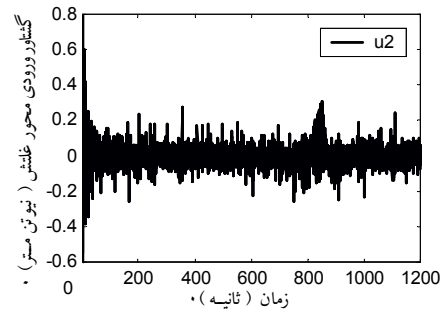
شکل ۱۵- گشتاور ورودی محور سمت یا  $u_1$  در تمامی

طول مانور

شکل ۱۶- گشتاور ورودی محور سمت یا  $u_1$  برای فاصله زمانی ۸۳۰ الی ۸۳۵ ثانیه مطابق با قله  $u_1$



شکل ۱۸- گشتاور ورودی محور غلتش



شکل ۱۷- گشتاور ورودی محور غلتش

جدول ۱- تغییرات خطاهای تعقیب و تخمین زوایای وضعیت سه محور و

سیگنالهای کنترل نسبت به تغییر نامعینی تا ۵۰٪ و افزایش نویز تا ۳۰۰ برابر مقدار استاندارد.

درصد نامعینی	واریانس نویز نسبت به استاندارد	حداکثر خطای (تخمین   تعقیب) زوایای وضعیت بر حسب درجه			حداکثر مقدار $u$ بر حسب N.m		
		سمت تخمین   تعقیب	غلتش تخمین   تعقیب	پیچ تخمین   تعقیب	$u_1$	$u_2$	$u_3$
۱۰٪	۳ برابر	۰/۱۳۲۷   ۰/۱۳۲۴	۰/۲۴۴۵   ۰/۲۴۴۱	۰/۱۱۸۶   ۰/۱۱۷۵	۰/۰۲۹	۰/۰۴۷۲	۰/۰۴۱۶
	۳۰ برابر	۰/۱۳۳۰   ۰/۱۳۲۶	۰/۲۴۵۲   ۰/۲۴۵۱	۰/۱۲۰۰   ۰/۱۱۹۲	۰/۰۲۸	۰/۰۴۰۷	۰/۰۵۲۷
	۳۰۰ برابر	۰/۱۳۶۷   ۰/۱۳۶۳	۰/۲۴۸۲   ۰/۲۴۷۲	۰/۱۲۰۷   ۰/۱۱۹۷	۰/۰۲۷	۰/۰۳۸۹	۰/۰۳۸۲
۲۰٪	۳ برابر	۰/۱۴۶۵   ۰/۱۴۶۱	۰/۲۵۴۹   ۰/۲۵۴۹	۰/۱۵۱۸   ۰/۱۴۹۷	۰/۰۳۷	۰/۰۵۷۶	۰/۰۸۰۷
	۳۰ برابر	۰/۱۵۰۷   ۰/۱۵۰۲	۰/۲۵۶۴   ۰/۲۵۶۶	۰/۱۵۲۸   ۰/۱۵۰۸	۰/۰۳۴	۰/۰۳۴۸	۰/۰۸۴۵
	۳۰۰ برابر	۰/۱۴۷۲   ۰/۱۴۶۶	۰/۲۵۱۴   ۰/۲۵۱۵	۰/۱۵۲۰   ۰/۱۵۰۲	۰/۰۴۱	۰/۰۳۸۳	۰/۰۷۵۸
۳۰٪	۳ برابر	۰/۱۶۱۹   ۰/۱۶۰۷	۰/۲۶۲۹   ۰/۲۶۳۰	۰/۱۸۸۶   ۰/۱۸۵۶	۰/۰۴۳	۰/۰۳۷۲	۱/۳۳
	۳۰ برابر	۰/۱۶۱۰   ۰/۱۵۹۷	۰/۲۵۹۱   ۰/۲۶۸۰	۰/۱۸۶۷   ۰/۱۸۳۶	۰/۰۳۹	۰/۰۴۳۲	۱/۳۱
	۳۰۰ برابر	۰/۱۶۲۸   ۰/۱۶۱۴	۰/۲۶۳۹   ۰/۲۶۳۷	۰/۱۸۸۶   ۰/۱۸۵۴	۰/۰۴۸	۰/۰۳۸۵	۱/۳۲
۵۰٪	۳ برابر	۰/۲۰۲۹   ۰/۲۰۰۰	۰/۲۸۵۱   ۰/۲۸۵۱	۰/۲۶۵۲   ۰/۲۵۹۷	۰/۰۵۴	۰/۰۳۵۲	۲/۸۲
	۳۰ برابر	۰/۱۹۹۵   ۰/۱۹۷۰	۰/۲۷۸۲   ۰/۲۷۸۷	۰/۲۶۷۳   ۰/۲۶۱۹	۰/۰۵۲	۰/۰۳۴۲	۲/۸۲
	۳۰۰ برابر	۰/۱۹۷۷   ۰/۱۹۵۲	۰/۲۷۸۴   ۰/۲۷۹۱	۰/۲۶۵۶   ۰/۲۵۹۹	۰/۰۵	۰/۰۳۴۴	۲/۷۸

جدول (۱) خطاهای تعقیب و تخمین زوایای وضعیت سه محور و سیگنالهای کنترل در مانور زنگوله‌ای، شکل (۱۰) نسبت به مقادیر مختلف نامعینی مدل ماهواره و نویز دستگاه اندازه‌گیری ارایه شده‌است. نویز استاندارد حسگر مگنتومتر برابر  $\sigma_m = 1 \times 10^{-8}$  [T] است.

اختیار ندارند و ملزم به استفاده کردن از مشاهده‌کننده‌اند در صورت وجود عدم قطعیت در سیستم، مسئله اصلی مقاوم بودن ترکیب کنترل‌کننده و مشاهده‌کننده است و مقاوم بودن تک تک آنها، مقاوم بودن ترکیب آنها را تضمین نمی‌کند. ترکیب مشاهده‌کننده فیلتر کالمن مقاوم که بر اساس جبراینتروال پایه‌ریزی شده است با کنترل‌کننده مد لغزشی با لایه مرزی تطبیقی، به دلیل خصوصیات ویژه موجود این امکان را فراهم می‌کند که به سادگی ترکیب این مشاهده‌کننده و کنترل‌کننده

## ۶- نتیجه‌گیری

برای کنترل‌کننده‌هایی که اطلاعات وضعیت را مستقیماً در

است. ترکیب فیلتر کالمن توسعه یافته گسسته و فیلتر کالمن توسعه یافته پیوسته دقیقتر از تک تک آنها به تنهایی است.

مد لغزشی را مقاوم سازد. این ترکیب دارای دقت تخمین مناسبی است و با حفظ دقت تخمین، سرعت همگرایی نیز زیاد

## واژه نامه

1. global positioning system (GPS)
2. minimum model error
3. linear quadratic - gaussian
4. John C. Doyle
5. LQG/ loop transfer recovery

## مراجع

1. Sedlak, J. E., "Improved Spacecraft Attitude Filter Using a Sequentially Correlated Magnetometer Noise Model," Aviation Systems Conference 16<sup>th</sup> DASC. AIAA/IEEE, PP (8.4-9)- (8.4-16), 1997.
2. Crassidis, J. L., Lightsey, E. G., and Markley, F. L., "Efficient and Optimal Attitude Determination Using Recursive Global Position System Signal Operations", Journal of Guidance, Control, and Dynamics, vol. 22, No. 2, pp. 193- 201, March- April 1999.
3. Psiaki, M. L., "Autonomous Low-Earth-Orbit Determination from Magnetometer and Sun Sensor Data", Journal of Guidance, Control, and Dynamics, vol. 22, No. 2, pp. 296-304, March- April 1999.
4. Wiśniewski, R., "Linear Time-Varying Approach to Satellite Attitude Control Using Only Electromagnetic Actuation, " *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 23, No. 4, PP 640-647, 2000.
5. Crassidis, J. L., and Markley, F. L., "Minimum Model Error Approach for Attitude Estimation, " *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 20, No. 6, pp. 1241-1247, November-December 1997.
6. Oshman, Y., and Markley, F. L., "Minimal-Parameter Attitude Matrix Estimation from Vector Observations, " *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 21, No. 4, pp. 595-602, July- August 1998.
7. بلندی، ح. و رستمولو، ف. " طراحی زیر سیستم تخمین وضعیت یک ماهواره LEO، " اولین کنفرانس بین المللی هوافضای ایران، دانشگاه صنعتی شریف، ص ۱۴۸۵-۱۴۷۷، ۱۰-۱۲ دیماه ۱۳۷۹.
8. ساداتی، ن. و آجرلو، ا. " طراحی کنترل کننده وضعیت به روش LQG برای ماهواره های LEO با پایدارسازی سه محوره، " اولین کنفرانس بین المللی هوافضای ایران، دانشگاه صنعتی شریف، ص ۱۴۴۶-۱۴۳۷، ۱۰-۱۲ دیماه ۱۳۷۹.
9. John, C. Doyle, " Guaranteed Margins for LQG Regulators," *IEEE Transaction on Automatic Control*, Vol. AC-23, No. 4, August 1978.
10. Lahdhiri, T., and Alouani A.T., "LQG/LTR Spacecraft Attitude Control", *IEEE Proceeding of the 32<sup>nd</sup> Conference on Precision and Control*, San Antonio Texas December 1993.
11. Stein, G., Athans, and M., " The LQG/LTR Procedure for Multivariable Feedback Control Design," *IEEE Transaction on Automatic Control*, Vol. AC-32, No. 2, February 1987.
۱۲. جعفربلند، م.، مومنی، ح. و ساداتی، ن. " مدل سازی ماهواره رو به زمین برای کنترل وضعیت سه محوره در غیاب اطلاعات وضعیت یک محور، " نشریه استقلال، پذیرش تیر ماه ۱۳۸۱، چاپ سال ۲۱، شماره ۲، اسفند ۱۳۸۱، ص ۱-۱۴.
۱۳. جعفربلند، م.، مومنی، ح. و ساداتی، ن. " کنترل تعقیب یک سیستم غیرخطی MIMO نامعین با استفاده از سطوح لغزش بهبود یافته به منظور مانورهای چرخشی با زاویه وضعیت بزرگ ماهواره بر روی مدار " نشریه استقلال، پذیرش پاییز ۱۳۸۱، چاپ سال ۲۲، شماره ۱، شهریور ۱۳۸۲، ص ۲۰۳-۲۰۹.
14. Jafarboland, M., Sadati, N., Momeni, H. R., and Ghodjebaklou H. "Controlling the Attitude of Linear Time-Varying Model LEO Satellite Using Only Electromagnetic Actuation," *IEEE Aerospace Conference Big Sky*, Montana, March 9-16, 2002.
15. Julie, K., and Itzhack, Y., "Evaluation of Attitude and Orbit Estimation Using Actual Earth Magnetic Field Data," *Journal of Guidance, Control, And Dynamics*, Vol. 24, No. 3, May – June 2001, pp. 619-623.
16. Yuri, B., Shtessel, "Nonlinear Output Tracking Via Nonlinear Dynamic Sliding Manifolds," *IEEE Intimation Symposium on Intelligent Control*, USA, pp. 297-302, Columbus, Ohio, 16-18 August 1994.
17. Chui, C. K., and Chen, G. *Kalman Filtering With Real Time Applications*, Springer, 1999.

18. Grewal, M. S., and Shira, M., "Application of Kalman Filtering to Gyro-less Attitude Determination and Control System for Environmental Satellite," *IEEE Proceeding of the 34<sup>th</sup> Conference on Decision & Control, New Orleans, LA- December 1995.*
19. Markle, F. I. and Berman, N., "Deterministic EKF-Like Estimator for Spacecraft Attitude Estimation," *IEEE Proceeding of the Attitude Control Conference, Maryland, June 1994.*