

# اندازه‌گیری کرنشهای رهاشده و محاسبه تنشهای پسماند در چندلایه‌های کامپوزیتی به روش انتگرال

احمدرضا قاسمی\* و محمود مهرداد شکریه\*\*  
گروه مهندسی مکانیک، دانشکده مهندسی، دانشگاه کاشان  
دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران

(دریافت مقاله: ۱۳۸۷/۳/۲۱ - دریافت نسخه نهایی: ۱۳۸۸/۱۱/۱۱)

چکیده -

(SIHD)

واژگان کلیدی :

\*\* - استاد

\* - استادیار

# Residual Strains Measurement and Calculating Residual Stresses in Composite Laminates Using the Integral Method

A. R. Ghasemi and M. M. Shokrieh

Mechanical Engineering Department, Engineering Faculty, University of Kashan  
Mechanical Engineering Department, Iran University of Science and Technology

**Abstract:** In this study, the integral method has been employed in order to calculate the non-uniform residual stresses in various composite laminates. The integral method is a well established technique for isotropic materials. In this research, the method is extended and examined for composite materials. In the integral method, the residual stresses in each lamina are determined by consecutive drilling at the center of the rosette which is mounted on the surface of the laminated composites and recording the strains in each layer afterwards. The calibration coefficients for each stage of drilling are determined by simulating the incremental hole drilling process. The calibration coefficients of the integral method separate the residual strains of each layer from the strains measured in each stage of the drilling and, hence, increase the accuracy of calculating the residual stresses in each layer. In this study, samples of symmetric and un-symmetric cross ply and quasi isotropic laminated composite are examined. The residual stresses in each layer of composite samples are determined through measuring the released strains in consecutive steps of the drilling. The experimental measurements are then compared with the predictions of the classical laminate theory. The agreements between the two results validate the integral method for calculating the residual stresses in laminated composite materials.

**Keywords:** Integral method, Residual stresses, Laminated composites, Incremental hole drilling, Classical lamination theory.

## ۱- مقدمه

در روش سوراخکاری مرحله‌ای در چندلایه‌های کامپوزیتی، کرنشهای اندازه‌گیری شده هنگام سوراخکاری لایه اول در اثر آزادسازی تنشهای پسماند همان لایه است. پس از اولین مرحله از سوراخکاری، کرنش رهاشده در مراحل بعد تحت تاثیر دو عامل تنشهای پسماند موجود در آن عمق و افزایش عمق سوراخ‌اند. افزایش عمق و تغییر هندسه سوراخ امکان رهاسازی کرنش بیشتری را به نمونه نسبت به مراحل قبلی می‌دهد. لذا در صورتی که عمق جدید سوراخ کاملاً عاری از تنش باشد، نیز رهاسازی کرنش ادامه می‌یابد [۱-۴].

نظریه روش انتگرال در چندلایه‌های کامپوزیتی توسط مولفان این تحقیق پایه‌گذاری و ارائه شده است [۵]. در روش انتگرال در چندلایه‌های کامپوزیتی، هر گاه عمق پیشروی در هر گام از روش سوراخکاری مرحله‌ای برابر ضخامت یک لایه از چند لایه کامپوزیتی باشد، کرنشهای رهاشده از سوراخکاری هر لایه متناسب با تنشهای پسماند محبوس در آن لایه است. تغییرات کرنش در هر لایه از چندلایه‌های کامپوزیتی، در اثر

سوراخکاری مرحله‌ای به صورت زیر بیان می‌شود [۵]:

$$(C_{ij})_{mn} \times (\sigma_j)_n = (\varepsilon_i)_{tm} \quad (1)$$

$$i, j = 1, 2, 3, \quad 1 \leq n \leq m$$

در رابطه بالا  $n$  موقعیت هر لایه در چندلایه کامپوزیتی و  $m$  بیانگر گام سوراخکاری در سوراخکاری مرحله‌ای، است. اندیس  $t$  یک نمایشگر، برای نشان دادن مجموع کرنشهای رهاشده در هر گام سوراخکاری است. با حذف هر لایه در عملیات سوراخکاری مرحله‌ای، مجموع کرنشهای رهاشده روی سطح تغییر می‌کند. کرنشهای اندازه‌گیری شده در هر مرحله با  $(\varepsilon_i)_{tm}$  نمایش داده می‌شود، که  $i$  بیانگر شماره هر کدام از سه کرنش سنج یک روزت است.  $(\sigma_j)_n$  تنشهای صفحه‌ای هر لایه ارتوتروپیک، و  $(C_{ij})_{mn}$  ضرایب کالیبراسیون‌اند [۵].

کرنشهای رهاشده هنگام سوراخکاری به دو قسمت تقسیم می‌شوند: هر گاه  $m \neq n$  باشد، ماتریس ضرایب  $(C_{ij})_{mn}$  کرنشهای رهاشده ناشی از افزایش عمق سوراخ را نشان می‌دهند. کرنشهای رهاشده ناشی از تنشهای پسماند در هر لایه نیز با ماتریس ضرایب  $(C_{ij})_{mn}$  در هنگام برقراری رابطه  $m = n$  بیان می‌شوند.

جدول ۱- ثابتهای الاستیک کامپوزیت شیشه / اپوکسی

$E_x$ (GPa)	$E_y$ (GPa)	$G_{xy}$ (GPa)	$\nu_{xy}$	$\alpha_x$ ( $\mu\text{m}/\text{m}^\circ\text{C}$ )	$\alpha_y$ ( $\mu\text{m}/\text{m}^\circ\text{C}$ )
۲۵	۹	۴/۸	۰/۲۶	۵/۴	۲۶

## ۲- سرعت سوراخکاری

در روش سوراخکاری، مرکز روزت توسط روشهای مختلفی نظیر جت ساینده، توربین هوای سرعت بالا، فرزکاری و مته کاری سوراخ می شود. در استاندارد ASTM سرعت سوراخکاری به علت کاهش اثرات ماشینکاری بر نمونه، تا ۴۰۰۰۰۰ دور بر دقیقه پیشنهاد شده است. فلامان [۶] برای اندازه گیری تنشهای پسماند از توربین هوا با سرعت بالا و تیغه های فرز کارباید استفاده کرد. اندرسن [۷] در تحقیق خود بر روی نمونه های همسانگرد ضخیم روش فرزکاری معمولی را، با صرف نظر از اثرات آن بر دقت اندازه گیری کرنشهای رها شده، به نحو مطلوبی استفاده کرده است. او نشان داد، فرزکاری معمولی را می توان بدون تاثیر بر دقت اندازه گیری برای محاسبه تنشهای پسماند در عمق، در روش سوراخکاری مرکزی استفاده کرد. سوراخکاری چند لایه های کامپوزیتی توسط سیکات و همکاران [۸ و ۹] توسط فرزکاری با سرعت ۵۰۰۰ دور بر دقیقه و نرخ پیشروی ۱۰ میکرومتر بر ثانیه صورت پذیرفته است. در این تحقیق با استفاده از روش سیکات سوراخکاری مرحله ای چند لایه های کامپوزیتی با دستگاه فرز سرعت بالا صورت گرفته است. دستگاه فرز سرعت بالا امکان پیشروی در عمق با سرعت ثابت و نرخ پیشروی ثابت را با دقت زیاد فراهم می کند. این امر امکان ثبت کرنشهای رها شده ناشی از سوراخکاری هر لایه را برای محققان فراهم کرده است. علاوه بر آن هنگام عملیات سوراخکاری امکان توقف نرخ پیشروی دستگاه، با وجود حرکت دورانی مته وجود دارد. لذا در حین عملیات سوراخکاری مرحله ای چند لایه های کامپوزیتی، پس از سوراخکاری هر لایه زمان لازم برای آزاد شدن و ثبت کامل کرنشها، اعمال می شود. سپس سوراخکاری مرحله ای چند لایه کامپوزیتی ادامه می یابد. مته مورد استفاده نیز از جنس کربن و قطر ۱/۵ میلیمتر انتخاب شده است.

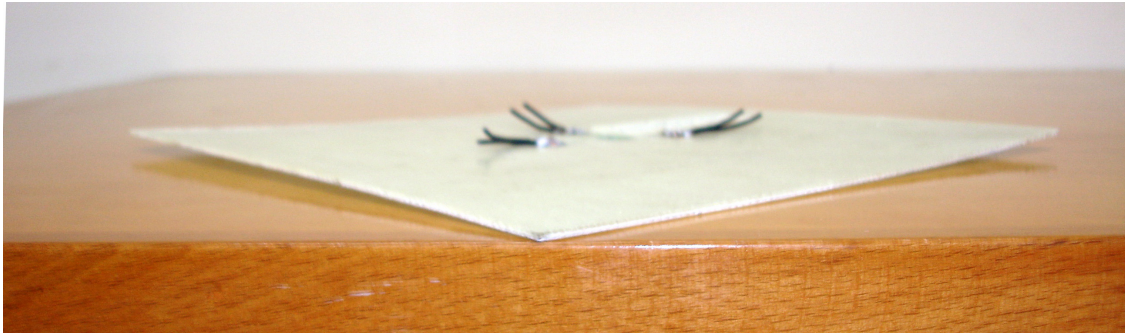
## ۳- نمونه های آزمایشی

نمونه های آزمایشی با استفاده از الیاف شیشه و رزین اپوکسی به روش لایه چینی دستی ساخته می شوند. ثابتهای الاستیک برای یک لایه شیشه / اپوکسی که در این تحقیق مورد مطالعه قرار گرفته است، در جدول (۱) بیان شده است. برای انجام عملیات سوراخکاری مرحله ای و مقایسه نتایج، از هر چیدمان متقارن و نامتقارن، چند لایه های متعامد و شبه همسانگرد چندین نمونه آزمایشی ساخته شده است. نمونه های متقارن کاملاً مسطح بوده و تغییر شکل خارج از صفحه ای ندارند. اما چند لایه های کامپوزیتی با چیدمان نامتقارن از حالت مسطح خارج شده و تغییر شکلهای خارج از صفحه ای در آنان کاملاً مشهود است. شکل (۱) تغییر شکل خارج صفحه ای یک نمونه شبه همسانگرد که حالت زینی شکل به خود می گیرد را نشان می دهد. در شکل (۲) چیدمان لایه های متقارن و نامتقارن متعامد نشان داده شده است. سوراخکاری نمونه های کامپوزیتی توسط دستگاه فرز سطحی استوانه ای بدون پارگی ظاهری الیاف یا سوختگی رزین در لبه سوراخ انجام شد [۱۰].

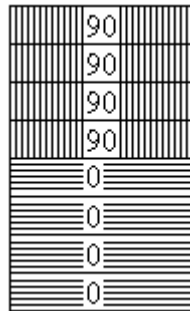
## ۴- مقادیر کرنشهای رها شده

### الف- نمونه های متقارن متعامد، $[0_2/90_2]_S$

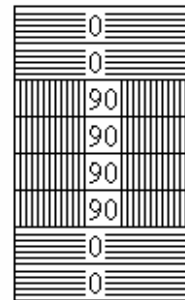
کرنشهای رها شده از سوراخکاری اولین نمونه آزمایشی چند لایه های متقارن متعامد در شکل (۱) نشان داده شده است. در شکل (۳) مراحل شماره گذاری شده با اعداد فرد ۱، ۳، ۵ و ۷ مراحل سوراخکاری اند. در طی این مراحل مته در ضخامت چند لایه پیشروی می کند. اما مراحل شماره گذاری شده با اعداد زوج ۲، ۴، ۶ و ۸ مراحل ثبت کرنشهای آزاد شده اند، که در طی این مراحل پیشروی مته متوقف می شود.



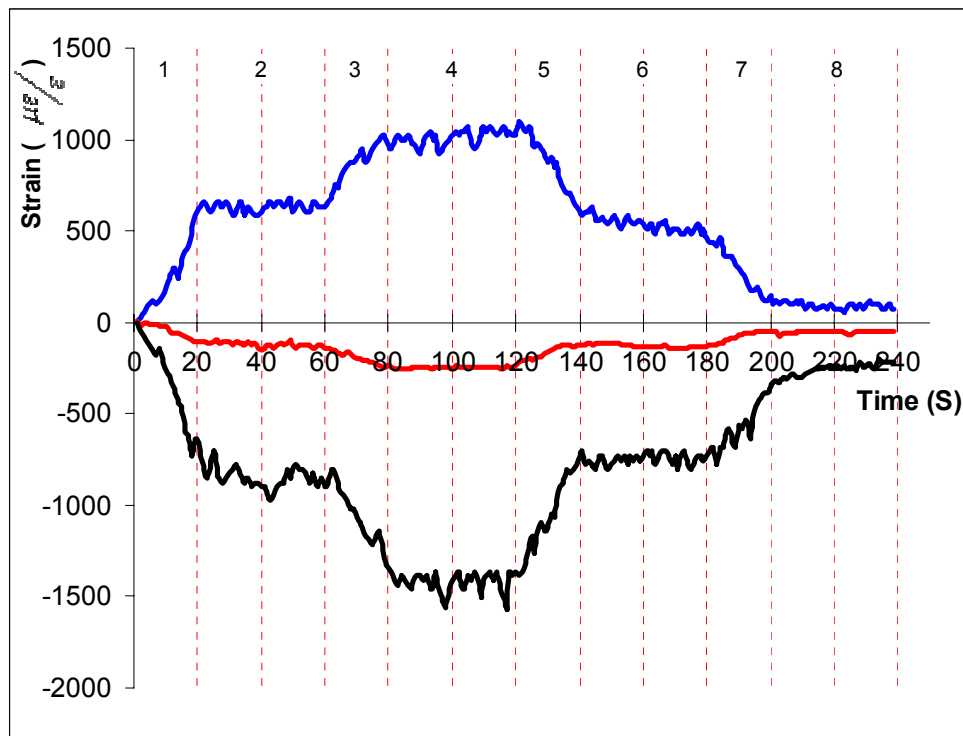
شکل ۱- چند لایه‌های نامتقارن  $[0_2 / \pm 45_2 / 90_2]$  حالت زینی شکل به خود می‌گیرند.



شکل ۲- ب) چیدمان نامتقارن چندلایه متعامد  $[0_4 / 90_4]$



شکل ۲- الف) چیدمان متقارن چندلایه متعامد  $[0_2 / 90_2]_S$



شکل ۳- کرنشهای رهاشده از سوراخکاری اولین نمونه متقارن متعامد  $[0_2 / 90_2]_S$

جدول ۲- نتایج عددی کرنشهای رهاشده از سوراخکاری چند لایه‌های  $[0_2/90_2]_S$  ( $\mu\epsilon$ )

لايه چهارم	لايه سوم	لايه دوم	لايه اول	راستای کرنش سنج	Sym. Cross-ply
۱۲۲	۵۴۲	۱۰۰۳	۶۲۹	صفر درجه	مقادير میانگين کرنشهای رها شده
-۶۵	-۱۴۲	-۲۴۵	-۱۴۰	۴۵ درجه	
-۱۴۹	-۷۷۰	-۱۳۶۷	-۸۵۰	۹۰ درجه	

رهاشده در سه کرنش سنج روزت مشابه نمونه بالاست. اگرچه مقادير کرنشهای رهاشده از سوراخکاری هر لایه در گامهای متناظر نمونه‌های مختلف کاملاً یکسان نیست، اما مقادير بسیار نزدیک به یکدیگر است. این تفاوت ناشی از پراکنندگی ذاتی نتایج آزمایشی است.

پس از محاسبه مقادير متوسط عددی حاصل از سوراخکاری هر لایه از هر نمونه آزمایشی، مقادير میانگين کرنشهای رها شده نمونه‌های مختلف در لایه‌های متوالی محاسبه و در جدول (۲) بیان شده است، که از آن در تعیین مقادير تنشهای پسماند هر لایه استفاده خواهد شد.

#### ب) نمونه‌های نامتقارن متعامد، $[0_4/90_4]$

چند لایه‌های نامتقارن در اثر پخت و در حضور تنشهای پسماند، از حالت مسطح خارج شده و دچار تغییر شکل خواهند شد. تغییر شکلهای خارج صفحه‌ای سبب آزاد شدن محدود تنشهای پسماند می‌شوند. لیکن، به دلیل تغییر شکلهای خارج صفحه‌ای نیاز به دقت بیشتر هنگام آزمایش بوده و نوسانات کرنشهای ثبت شده در این نمونه‌ها نسبت به نمونه‌های متقارن بیشتر است. به دلیل سطح محدود کرنش سنج در مقایسه با ابعاد نمونه، تغییر شکلهای خارج صفحه‌ای تاثیر منفی بر دقت نصب کرنشها و نتایج ثبت شده از آنها ندارد. تعیین تنشهای پسماند نایکنواخت در ضخامت چند لایه‌های نامتقارن، مستلزم سوراخکاری مرحله‌ای تمامی لایه‌هاست. در سوراخکاری نمونه‌های  $[0_4/90_4]$  عمق پیشروی در هر گام را برابر ضخامت دو لایه در نظر گرفته و تعداد مراحل سوراخکاری را به چهار مرحله کاهش داده‌ایم.

در طی مدت زمان مراحل سوراخکاری، کرنشهای آزاد شده در حال تغییر بوده و مقدار ثابتی ندارند، اما در طی مدت زمان مراحل آزادسازی کرنشها، کرنشهای رها شده به مقدار نسبتاً پایداری رسیده و تغییرات میرا می‌شود. در این تحقیق متوسط کرنشهای رها شده در طی مدت زمان مراحل آزادسازی کرنشها به‌عنوان متوسط کرنشهای رها شده هر لایه در نظر گرفته شده است. فرایند سوراخکاری مرحله‌ای نشان داده شده در شکل (۳) برای انجام عملیات سوراخکاری و زمان لازم برای ثبت کرنشهای رها شده، در تمامی آزمایشهای انجام شده در این پژوهش رعایت شده است.

هنگام سوراخکاری نمونه متعامد کرنش سنج صفر درجه با افزایش مقادير کرنش رهاشده در دو مرحله اول روندی صعودی را طی می‌کند، و در دو لایه دوم که لایه‌های ۹۰ درجه است، روندی نزولی دارد. سوراخکاری مرحله‌ای لایه‌های صفر درجه، نمونه متعامد متقارن، سبب آزاد سازی کرنشهای منفی در راستای ۹۰ درجه هنگام سوراخکاری می‌شود. این روند هنگام سوراخکاری لایه‌های ۹۰ درجه معکوس شده و کرنشهای کرنش سنج سوم روزت که در راستای ۹۰ درجه نصب شده است، روندی صعودی را از مقادير منفی تا مقادير نزدیک به صفر طی می‌کند. کرنش سنج دوم که در راستای ۴۵ درجه نصب شده است، نیز ابتدا روندی نزولی در هنگام سوراخکاری لایه‌های صفر درجه و سپس روند صعودی در حین سوراخکاری لایه‌های ۹۰ درجه دارد، اما تغییرات کرنش در آن نسبت به دو کرنش سنج دیگر روزت بسیار کمتر است. در دیگر نمونه‌های  $[0_2/90_2]_S$  روند تغییرات کرنشهای

جدول ۳- نتایج عددی کرنشهای رهاشده از سوراخکاری چند لایه‌های  $[0_4/90_4]$  ( $\mu\epsilon$ )

گام چهارم	گام سوم	گام دوم	گام اول	راستای کرنش سنج	نامتقارن متعامد
-۸۶	-۱۲۸	۲۷۲	-۲۵۳	صفر درجه	مقادیر میانگین کرنشهای رها شده
-۳۳	۱۱	۳۳	-۹۲	۴۵ درجه	
۳۹	۱۳۸	-۲۴۶	۴۲	۹۰ درجه	

جدول ۴- نتایج عددی کرنشهای رهاشده از سوراخکاری چند لایه‌های  $[0/\pm 45/90]_S$  ( $\mu\epsilon$ )

لایه چهارم	لایه سوم	لایه دوم	لایه اول	راستای کرنش سنج	متقارن شبه همسانگرد
۱۱۸	۵۴۳	۵۸۳	۶۰۲	صفر درجه	مقادیر میانگین کرنشهای رها شده
-۵۰	-۱۶۷	۴۷۶	-۱۴۴	۴۵ درجه	
-۱۴۸	-۸۳۴	-۷۹۲	-۸۹۲	۹۰ درجه	

علاوه بر ارتوتروپیک بودن هر لایه از نمونه‌های کامپوزیتی، چند لایه‌های متعامد ارتوتروپ‌اند. به‌علاوه با پیشروی عمق سوراخ در سوراخکاری مرحله‌ای، تعداد لایه‌های سوراخکاری شده باز هم ارتوتروپ‌اند. لذا با نصب کرنش‌سنج در جهات اصلی لایه اول، بر روی سطح نمونه، ضرایب  $C_{12}$  و  $C_{32}$  در تمامی ماتریسها صفر است.

ماتریس ضرایب کالیبراسیون مرتبط با کرنشهای رها شده ناشی از تنشهای پسماند هر لایه با  $(C_{ij})_{mm}$  بیان شده است. ماتریس ضرایب کالیبراسیون مرتبط با کرنشهای رها شده ناشی از افزایش عمق سوراخ و تغییر هندسه آن با  $(C_{ij})_{mn}$  که  $m \neq n$  است، بیان شده است. به‌عنوان مثال به ماتریس ضرایب کالیبراسیون  $(C_{ij})_{11}$ ،  $(C_{ij})_{21}$  و  $(C_{ij})_{22}$  توجه نمایید. ضرایب کالیبراسیون  $(C_{ij})_{11}$  و  $(C_{ij})_{22}$  ماتریسهای مرتبط با کرنشهای رهاشده ناشی از تنشهای پسماند لایه اول و دوم‌اند. اما ماتریس ضرایب  $(C_{ij})_{21}$  کرنشهای رهاشده ناشی از افزایش عمق و تغییر هندسه سوراخ را در برمی‌گیرد. با افزایش عمق سوراخ این تاثیر کاهش یافته و تفاوت ماتریس ضرایب  $(C_{ij})_{31}$  که تاثیر تنشهای لایه اول بر کرنشهای گام سوم است، با ماتریس ضرایب  $(C_{ij})_{21}$  که تاثیر تنشهای لایه اول بر کرنشهای گام دوم است، کاهش می‌یابد. کاهش تغییرات مقادیر عددی درایه‌های ماتریس به معنای کاهش اثرات

مقایسه میان کرنشهای ثبت شده از سوراخکاری نمونه‌های متقارن و نامتقارن نشان می‌دهد، که مقادیر کرنشهای رهاشده در نمونه‌های نامتقارن کمتر از نمونه‌های متقارن است، اما تغییرات موضعی و نوسان مقادیر کرنشهای رها شده در نمونه‌های نامتقارن، حتی هنگامی که متده در عمق پیشروی ندارد، بسیار بیشتر از نوسان این مقادیر در نمونه‌های متقارن است. مقادیر میانگین کرنشهای رها شده، نمونه‌های نامتقارن متعامد در گامهای متوالی محاسبه و در جدول (۳) بیان شده است.

### ج) نمونه‌های متقارن شبه همسانگرد، $[0/\pm 45/90]_S$

نمونه‌های متقارن شبه همسانگرد با چیدمان  $[0/\pm 45/90]_S$  در چهار مرحله سوراخکاری طی مدت زمان ۴ دقیقه مورد آزمایش قرار گرفته‌اند. عمق سوراخ برابر با نصف ضخامت قطعه بوده و عملیات سوراخکاری تا مرز تقارن نمونه پیشروی کرده است. مقادیر میانگین کرنشهای رها شده، نمونه‌های شبه همسانگرد متقارن، محاسبه و در جدول (۴) بیان شده است.

### ۵- تعیین ضرایب کالیبراسیون

#### الف) نمونه‌های متقارن متعامد، $[0_2/90_2]_S$

نتایج محاسبه ضرایب کالیبراسیون چهار مرحله سوراخکاری نمونه  $[0_2/90_2]_S$  در جدول (۵) ارائه شده است.

جدول ۵- ضرایب کالیبراسیون سوراخکاری مرحله‌ای چند لایه  $[0_2 / 90_2]_S$

الف: ضرایب کالیبراسیون سوراخکاری لایه اول			
$\begin{bmatrix} -29.334 & 0 & 15.635 \\ -5.699 & -56.815 & -15.146 \\ 16.158 & 0 & -47.680 \end{bmatrix}$ $(C_{ij})_{11}$			
ب: ضرایب کالیبراسیون سوراخکاری لایه دوم			
$\begin{bmatrix} -26.570 & 0 & 14.116 \\ -5.158 & -52.697 & -14.189 \\ 14.785 & 0 & -44.239 \end{bmatrix}$ $(C_{ij})_{21}$		$\begin{bmatrix} -19.905 & 0 & 11.163 \\ -3.623 & -40.355 & -10.084 \\ 11.832 & 0 & -32.792 \end{bmatrix}$ $(C_{ij})_{22}$	
ج: ضرایب کالیبراسیون سوراخکاری لایه سوم			
$\begin{bmatrix} -26.495 & 0 & 14.095 \\ -5.134 & -52.613 & -14.167 \\ 14.774 & 0 & -44.159 \end{bmatrix}$ $(C_{ij})_{31}$		$\begin{bmatrix} -20.441 & 0 & 11.471 \\ -3.752 & -41.129 & -10.240 \\ 12.063 & 0 & -33.537 \end{bmatrix}$ $(C_{ij})_{32}$	
$\begin{bmatrix} -22.346 & 0 & 12.030 \\ -4.392 & -43.267 & -10.592 \\ 12.371 & 0 & -35.059 \end{bmatrix}$ $(C_{ij})_{33}$			
د: ضرایب کالیبراسیون سوراخکاری لایه چهارم			
$\begin{bmatrix} -26.493 & 0 & 14.094 \\ -5.133 & -52.609 & -14.165 \\ 14.773 & 0 & -44.154 \end{bmatrix}$ $(C_{ij})_{41}$		$\begin{bmatrix} -20.457 & 0 & 11.477 \\ -3.756 & -41.153 & -10.252 \\ 12.068 & 0 & -33.576 \end{bmatrix}$ $(C_{ij})_{42}$	
$\begin{bmatrix} -22.191 & 0 & 11.975 \\ -4.357 & -43.086 & -10.555 \\ 12.311 & 0 & -34.909 \end{bmatrix}$ $(C_{ij})_{43}$		$\begin{bmatrix} -21.736 & 0 & 11.858 \\ -4.214 & -42.532 & -10.432 \\ 12.211 & 0 & -34.47 \end{bmatrix}$ $(C_{ij})_{44}$	

ماتریسهای ضرایب از یک حالت قطری مرتبه ۸ به یک حالت قطری مرتبه ۴ کاهش می‌یابند.

ضرایب کالیبراسیون سوراخکاری مرحله‌ای چند لایه  $[0_4 / 90_4]$  از سوراخکاری لایه اول تا ایجاد یک سوراخ راه‌به‌در در جدول (۶) ارائه شده است. به علت عدم وجود تنشهای پسماند برشی در چند لایه متعامد، ضرایب  $C_{12}$  و  $C_{32}$  در تمامی ماتریسها صفر بوده و با افزایش عمق سوراخ، اثرات لایه‌های بالایی با فاصله دورتر بر سوراخکاری لایه‌های زیرین کاهش یافته است.

**ج) نمونه نامتقارن شبه همسانگرد،  $[0_2 / 45_2 / -45_2 / 90_2]$**

ضرایب کالیبراسیون سوراخکاری مرحله ای نصف لایه‌های نمونه  $[0_2 / 45_2 / -45_2 / 90_2]$  در جدول (۷) ارائه شده است. اگر چه هر لایه و چند لایه نامتقارن شبه همسانگرد،

لایه‌های بالایی با فاصله دورتر بر سوراخکاری لایه‌های زیرین است.

**ب) نمونه نامتقارن متعامد،  $[0_4 / 90_4]$**

چند لایه‌های نامتقارن در اثر پخت و در حضور تنشهای پسماند، از حالت مسطح خارج شده و دچار تغییر شکل خواهند شد. لذا تعیین تنشهای پسماند نایکنواخت در آنها از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است.

با افزایش تعداد مراحل سوراخکاری، تعداد ماتریسهای ضرایب کالیبراسیون سریعاً افزایش می‌یابد. هرچند یکسان گرفتن عمق پیشروی با ضخامت تک لایه موجب دقت بیشتری خواهد شد، لیکن با توجه به چیدمان لایه‌ها در نمونه  $[0_4 / 90_4]$ ، در نظر گرفتن عمق پیشروی با ضخامت دو لایه باعث خطای اندکی در نتایج خواهد شد. با پذیرش این خطا

جدول ۶- ضرایب کالیبراسیون سوراخکاری مرحله‌ای چند لایه  $[0_4 / 90_4]$

الف: ضرایب کالیبراسیون سوراخکاری لایه اول			
$\begin{bmatrix} -49.093 & 0 & 17.247 \\ -15.353 & -58.798 & -5.633 \\ 16.390 & 0 & -29.852 \end{bmatrix}$ $(C_{ij})_{11}$			
ب: ضرایب کالیبراسیون سوراخکاری لایه دوم			
$\begin{bmatrix} -45.151 & 0 & 15.499 \\ -14.288 & -54.048 & -5.124 \\ 14.709 & 0 & -26.968 \end{bmatrix}$ $(C_{ij})_{21}$		$\begin{bmatrix} -31.150 & 0 & 11.199 \\ -9.574 & -38.688 & -3.657 \\ 10.714 & 0 & -19.514 \end{bmatrix}$ $(C_{ij})_{22}$	
ج: ضرایب کالیبراسیون سوراخکاری لایه سوم			
$\begin{bmatrix} -44.949 & 0 & 15.431 \\ -14.233 & -53.831 & -5.097 \\ 14.633 & 0 & -26.833 \end{bmatrix}$ $(C_{ij})_{31}$	$\begin{bmatrix} -32.171 & 0 & 11.580 \\ -9.831 & -39.781 & -3.769 \\ 11.133 & 0 & -20.159 \end{bmatrix}$ $(C_{ij})_{32}$	$\begin{bmatrix} -34.537 & 0 & 12.390 \\ -10.462 & -43.164 & -4.444 \\ 12.038 & 0 & -22.562 \end{bmatrix}$ $(C_{ij})_{33}$	
د: ضرایب کالیبراسیون سوراخکاری لایه چهارم			
$\begin{bmatrix} -44.932 & 0 & 15.427 \\ -14.228 & -53.817 & -5.095 \\ 14.628 & 0 & -26.826 \end{bmatrix}$ $(C_{ij})_{41}$	$\begin{bmatrix} -32.242 & 0 & 11.600 \\ -9.852 & -39.838 & -3.774 \\ 11.154 & 0 & -20.192 \end{bmatrix}$ $(C_{ij})_{42}$	$\begin{bmatrix} -34.306 & 0 & 12.275 \\ -10.406 & -42.850 & -4.396 \\ 11.940 & 0 & -22.327 \end{bmatrix}$ $(C_{ij})_{43}$	$\begin{bmatrix} -33.940 & 0 & 12.051 \\ -10.337 & -42.249 & -4.301 \\ 11.770 & 0 & -21.915 \end{bmatrix}$ $(C_{ij})_{44}$

جدول ۷- ضرایب کالیبراسیون سوراخکاری مرحله‌ای چند لایه  $[0_2 / 45_2 / -45_2 / 90_2]$

الف: ضرایب کالیبراسیون سوراخکاری لایه اول			
$\begin{bmatrix} -47.590 & 0.076 & 16.122 \\ -15.072 & -56.810 & -5.698 \\ 15.606 & 0.054 & -29.355 \end{bmatrix}$ $(C_{ij})_{11}$			
ب: ضرایب کالیبراسیون سوراخکاری لایه دوم			
$\begin{bmatrix} -44.176 & 0.059 & 14.757 \\ -14.133 & -52.691 & -5.158 \\ 14.090 & 0.048 & -26.594 \end{bmatrix}$ $(C_{ij})_{21}$		$\begin{bmatrix} -33.035 & -0.223 & 11.963 \\ -10.287 & -40.402 & -3.615 \\ 11.244 & -0.229 & -19.795 \end{bmatrix}$ $(C_{ij})_{22}$	
ج: ضرایب کالیبراسیون سوراخکاری لایه سوم			
$\begin{bmatrix} -44.103 & 0.061 & 14.745 \\ -14.106 & -52.599 & -5.133 \\ 14.070 & 0.047 & -26.517 \end{bmatrix}$ $(C_{ij})_{31}$	$\begin{bmatrix} -33.690 & -0.218 & 12.172 \\ -10.460 & -41.239 & -3.745 \\ 11.536 & -0.209 & -20.341 \end{bmatrix}$ $(C_{ij})_{32}$	$\begin{bmatrix} -35.412 & -0.526 & 12.613 \\ -11.122 & -43.514 & -4.387 \\ 12.194 & -0.486 & -22.107 \end{bmatrix}$ $(C_{ij})_{33}$	
د: ضرایب کالیبراسیون سوراخکاری لایه چهارم			
$\begin{bmatrix} -44.100 & 0.061 & 14.745 \\ -14.105 & -52.595 & -5.133 \\ 14.069 & 0.046 & -26.514 \end{bmatrix}$ $(C_{ij})_{41}$	$\begin{bmatrix} -33.720 & -0.214 & 12.176 \\ -10.470 & -41.264 & -3.750 \\ 11.540 & -0.206 & -20.360 \end{bmatrix}$ $(C_{ij})_{42}$	$\begin{bmatrix} -35.277 & -0.519 & 12.570 \\ -11.0680 & -43.311 & -4.347 \\ 12.137 & -0.477 & -21.964 \end{bmatrix}$ $(C_{ij})_{43}$	$\begin{bmatrix} -34800 & -0.424 & 12455 \\ -10866 & -4271 & -4.193 \\ 11992 & -0.396 & -21.539 \end{bmatrix}$ $(C_{ij})_{44}$



ارتوتروپ‌پاند، اما ضرایب  $C_{12}$  و  $C_{32}$  در هیچکدام از ماتریسها صفر نیستند.

ضرایب  $C_{12}$  و  $C_{32}$  بیان‌کننده تاثیر تنشهای پسماند برشی، بر کرنشهای اندازه‌گیری شده در راستای کرنش‌سنجهای ۰ و ۹۰ درجه‌اند. لذا هنگام سوراخکاری لایه اول که عمق سوراخکاری شده ارتوتروپ است، تاثیر لایه مجاور که در راستای ۴۵ درجه قرار دارد، مانع از صفر شدن ضرایب  $C_{12}$  و  $C_{32}$  شده است.

### ۶- پیش‌بینی مقادیر تنشهای پسماند به روش نظریه کلاسیک لایه‌ای (CLT)

نظریه کلاسیک لایه‌ای، با فرض برقرار بودن تنشهای صفحه‌ای و رفتار الاستیک خطی مواد تنشهای پسماند ماکروسکوپی را در چند لایه‌های کامپوزیتی محاسبه می‌کند. نظریه کلاسیک برای پیش‌بینی مقادیر تنشهای پسماند چندلایه‌های متقارن توسط تسایی [۱۱] ارائه شد. سپس تعمیمی از روش کلاسیک به نام روش بهینه کلاسیک برای محاسبه تنشهای پسماند گرمایی، که امکان محاسبه تنشها و کرنشهای پسماند را برای چندلایه‌های نامتقارن فراهم می‌کند، ارائه شده است [۱۲].

بارهای گرمایی باعث ایجاد تنشهای پسماند در قطعه می‌شوند، که برای محاسبه این تنشها نخست باید مقادیر این نیروها و گشتاورها تعیین شوند. اگر ضرایب انبساط گرمایی در جهات اصلی لایه را به ترتیب  $\alpha_x$  و  $\alpha_y$  نامیده و  $m = \cos(\theta)$  و  $n = \sin(\theta)$  باشد، ضرایب انبساط گرمایی در مختصات غیر اصلی یا خارج از محور<sup>۳</sup> به صورت زیر به دست می‌آیند:

$$\alpha^{(k)} = \begin{Bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} m^2 & n^2 & -mn \\ n^2 & m^2 & mn \\ 2mn & -2mn & m^2 - n^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha_x \\ \alpha_y \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (2)$$

در رابطه بالا  $k$  شمارشگر لایه‌هاست. بنابراین، مقادیر نیرو و گشتاور گرمایی که در صفحه خارج از محور به چند لایه اعمال

می‌شود، را می‌توان به صورت زیر بیان کرد:

$$\begin{aligned} (N_1^T, M_1^T) = & \\ & \sum_{k=1}^N (\bar{Q}_{11}^{(k)} \alpha_1^{(k)} + \bar{Q}_{12}^{(k)} \alpha_2^{(k)} + \bar{Q}_{16}^{(k)} \alpha_6^{(k)}) \Delta T^{(k)} (t_k, t_k \bar{z}_k) \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} (N_2^T, M_2^T) = & \\ & \sum_{k=1}^N (\bar{Q}_{21}^{(k)} \alpha_1^{(k)} + \bar{Q}_{22}^{(k)} \alpha_2^{(k)} + \bar{Q}_{26}^{(k)} \alpha_6^{(k)}) \Delta T^{(k)} (t_k, t_k \bar{z}_k) \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} (N_6^T, M_6^T) = & \\ & \sum_{k=1}^N (\bar{Q}_{61}^{(k)} \alpha_1^{(k)} + \bar{Q}_{62}^{(k)} \alpha_2^{(k)} + \bar{Q}_{66}^{(k)} \alpha_6^{(k)}) \Delta T^{(k)} (t_k, t_k \bar{z}_k) \end{aligned} \quad (5)$$

در روابط بالا  $\alpha_1^{(k)}$  و  $\bar{Q}_{ij}^{(k)}$  به ترتیب، ضرایب انبساط گرمایی و ماتریس سفتی هر لایه در مختصات خارج از محورند می‌باشند.  $t_k$  ضخامت هر لایه و  $\bar{z}_k$  فاصله هر لایه از تار خنثی است. مقدار اختلاف دمای  $\Delta T$  از تفاوت میان دمای محیط  $T_e$ ، دمای پخت  $T_C$  و دمای عاری از تنش  $T_{SF}$  از رابطه زیر قابل محاسبه است:

$$\Delta T = T_C + T_{SF} - T_e \quad (6)$$

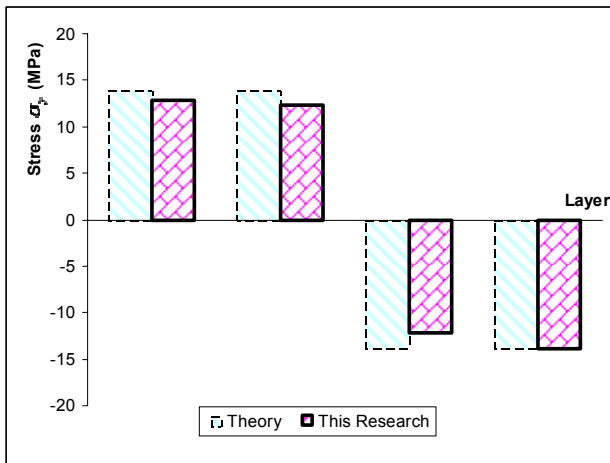
با استفاده از مقادیر به دست آمده برای بارهای گرمایی، کرنش و انحنای لایه میانی به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon^\circ \\ \kappa^\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ B & D \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} N \\ M \end{bmatrix} \quad (7)$$

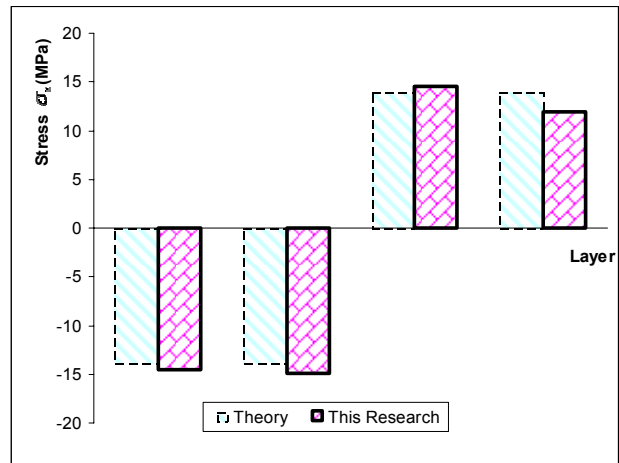
ماتریسهای  $A$ ،  $B$  و  $D$ ، ماتریسهای سفتی چندلایه‌اند. کرنش و تنش پسماند صفحه‌ای در هر یک از لایه‌ها و در مختصات خارج از محور با استفاده از کرنش و انحنای لایه میانی به صورت زیر به دست می‌آیند:

$$\varepsilon_r^{(k)} = (\varepsilon^\circ + \bar{z}_k \kappa^\circ - \alpha^{(k)} \Delta T) \quad (8)$$

$$\sigma_r^{(k)} = \bar{Q}^{(k)} \varepsilon_r^{(k)} \quad (9)$$



شکل ۵- مقایسه نتایج تحلیلی و تجربی مولفه تنش  $\sigma_y$  در هر لایه از چند لایه‌های  $[0_2/90_2]_S$



شکل ۴- مقایسه نتایج تحلیلی و تجربی مولفه تنش  $\sigma_x$  در هر لایه از چند لایه‌های  $[0_2/90_2]_S$

حاصل از روش بهینه نظریه کلاسیک لایه‌ای نشان می‌دهند. حداکثر اختلاف میان نتایج نظریه و آزمایشی کمتر از ۱۲٪ و مربوط به مقادیر تنش در لایه سوم است.

نظریه تنشهای پسماند بیانگر مساوی بودن تنشهای کششی و فشاری در ضخامت چند لایه است. مجموع مولفه‌های تنش در ضخامت چند لایه با استفاده از نظریه کلاسیک لایه‌ای نیز صفر است. مجموع مولفه‌های تنش  $\sigma_x$  حاصل از نتایج تجربی ۳ MPa است. مجموع مولفه‌های تنش  $\sigma_{xy}$  حاصل از نتایج تجربی ۱ MPa و مجموع مولفه‌های تنش  $\sigma_y$  حاصل از نتایج تجربی ۰/۸۸ MPa است.

#### ب) مقایسه نتایج در چند لایه‌های $[0_4/90_4]$

مقایسه نتایج مولفه تنش  $\sigma_x$  حاصل از حل تحلیلی و تجربی تنش در هر گام از سوراخکاری چندلایه‌های کامپوزیتی  $[0_4/90_4]$  در شکل (۶) نشان داده شده است. نتایج آزمایشی اندازه‌گیری مولفه تنش  $\sigma_x$  در ضخامت چندلایه تطابق مناسبی با نتایج نظری نشان می‌دهند. حداکثر تفاوت مقادیر نظری و تجربی تنش در هر گام چهارم برابر ۰/۸ MPa است. مجموع مولفه‌های تنش  $\sigma_x$  حاصل از نتایج تجربی در ضخامت چندلایه ۰/۲۲ MPa است.

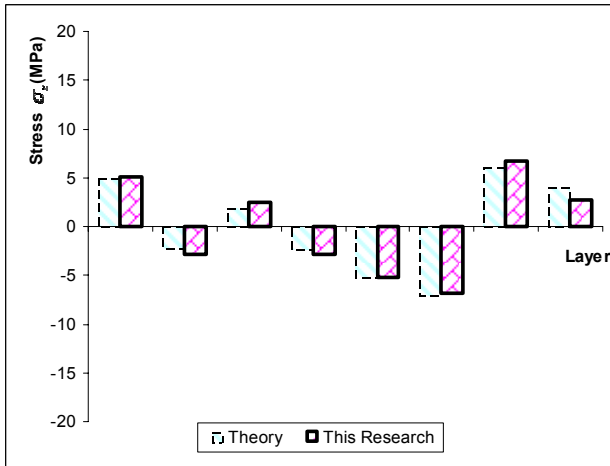
#### ۷- مقایسه نتایج نظری و تجربی

##### الف) مقایسه نتایج در چند لایه‌های $[0_2/90_2]_S$

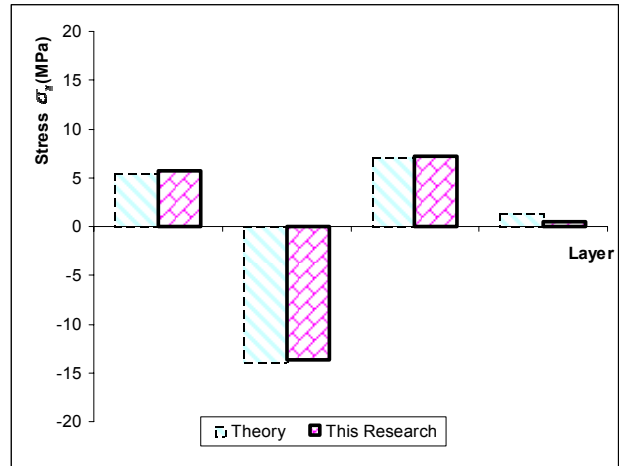
مقایسه نتایج مولفه تنش  $\sigma_x$  حاصل از حل تحلیلی و تجربی در هر لایه از چندلایه‌های کامپوزیتی  $[0_2/90_2]_S$  در شکل (۴) نشان داده شده است. در نیمه بالایی چندلایه که ریزت نصب شده است، نتایج آزمایشی تطابق مناسبی با نتایج نظری نشان می‌دهند. با افزایش عمق سوراخ درصد کرنشهای اندازه‌گیری شده بر روی سطح کمتر می‌شود. با وجود در نظر گرفتن حالت مذکور در روش شبیه‌سازی فرایند سوراخکاری مرحله‌ای با افزایش عمق سوراخ درصد خطا افزایش خواهد یافت، به گونه‌ای که حداکثر خطا در لایه چهارم ظاهر شده و برابر ۱۴٪ است.

روش بهینه نظریه کلاسیک لایه‌ای مقادیر تنش برشی را در لایه‌های متعامد برابر صفر ارزیابی می‌کند. نتایج حاصل از اندازه‌گیری نیز اندک است، اما صفر نیست. حداکثر مقدار تنش برشی اندازه‌گیری شده در چندلایه‌های  $[0_2/90_2]_S$  معادل ۱ MPa است.

شکل (۵) مقایسه نتایج تحلیلی و تجربی مولفه تنش  $\sigma_y$  در چندلایه‌های  $[0_2/90_2]_S$  را نشان می‌دهد. نتایج به دست آمده از آزمایش سوراخکاری نمونه‌های متعامد تطابق مناسبی با نتایج



شکل ۷- مقایسه نتایج تحلیلی و تجربی مولفه تنش  $\sigma_x$  در هر لایه از چند لایه‌های  $[0_2 / 45_2 / -45_2 / 90_2]$



شکل ۶- مقایسه نتایج تحلیلی و تجربی مولفه تنش  $\sigma_x$  در هر لایه از چند لایه‌های  $[0_4 / 90_4]$

تجربی در گام هشتم  $1/3$  MPa است.

شکل (۸) مقایسه نتایج تحلیلی و تجربی مولفه تنش  $\sigma_y$  در چند لایه‌های  $[0_2 / \pm 45_2 / 90_2]$  را نشان می‌دهد. نتایج به دست آمده از آزمایش تطابق مناسبی با نتایج حاصل از روش بهینه تئوری کلاسیک لایه‌ای نشان می‌دهند. با افزایش عمق سوراخ درصد خطا در اندازه‌گیری تنش افزایش خواهد یافت، به گونه‌ای که در گام ششم درصد خطا  $24\%$ ، در گام هفتم  $38\%$  و در گام هشتم درصد خطا  $50\%$  خواهد بود. مقدار اختلاف میان نتایج نظری و آزمایشی در گام ششم  $1/37$  MPa، در گام هفتم  $1/35$  MPa و در گام هشتم  $2/43$  MPa است.

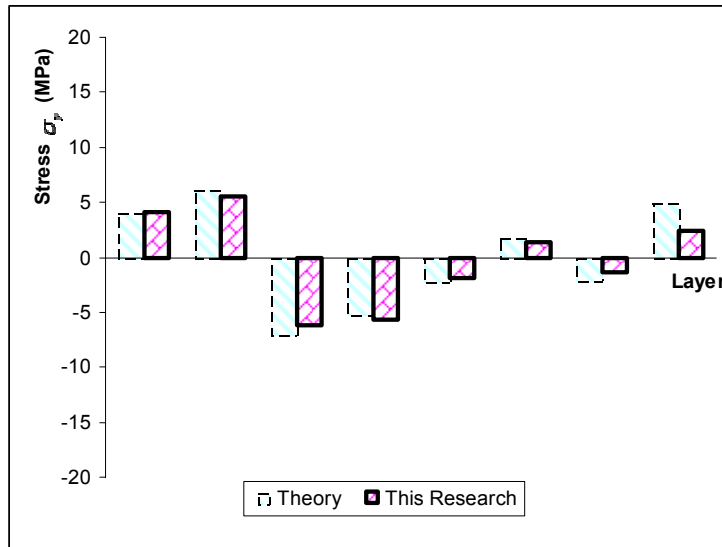
### ۸- نتیجه‌گیری

کرنشهای رها شده هنگام سوراخکاری لایه‌های داخلی در چند لایه‌های کامپوزیتی، که توسط روزت در سطح نمونه قرائت می‌شود، تنها متأثر از تنشهای لایه مزبور نیست، بلکه تنشهای پسماند سایر لایه‌ها نیز آن را تحت تاثیر قرار می‌دهند. در این تحقیق با بنا نهادن روش انتگرال در چند لایه‌های کامپوزیتی، امکان تعیین تنشهای نایکنواخت در چند لایه‌های کامپوزیتی فراهم شد. با استفاده از روش شبیه‌سازی فرایند سوراخکاری مرحله‌ای (SIHD) در چند لایه‌های کامپوزیتی

نتایج تحلیل تجربی مولفه‌های تنش  $\sigma_y$  و  $\sigma_{xy}$  در چند لایه‌های  $[0_4 / 90_4]$  و مقایسه آن با نظریه کلاسیک لایه‌ای تطابق خوبی نشان می‌دهند. روش بهینه نظریه کلاسیک لایه‌ای مقادیر تنش برشی را در لایه‌های  $[0_4 / 90_4]$  برابر صفر ارزیابی می‌کند. نتایج حاصل از اندازه‌گیری نیز نزدیک به صفر است. حداکثر مقدار تنش برشی اندازه‌گیری شده در چند لایه‌های  $[0_4 / 90_4]$  معادل  $0/45$  MPa است. مجموع مولفه‌های تنش  $\sigma_{xy}$  حاصل از نتایج تجربی در ضخامت چند لایه  $0/26$  MPa است. همچنین حداکثر اختلاف میان مقادیر نظری و تجربی مولفه تنش  $\sigma_y$  مربوط به گام چهارم و برابر  $0/56$  MPa است. مجموع مولفه‌های تنش  $\sigma_y$  حاصل از نتایج تجربی در ضخامت چند لایه  $0/07$  MPa است.

### ج (مقایسه نتایج در چند لایه‌های $[0_2 / 45_2 / -45_2 / 90_2]$ )

مقایسه نتایج مولفه تنش  $\sigma_x$  حاصل از حل تحلیلی و تجربی در هر لایه از چند لایه‌های کامپوزیتی در شکل (۷) نشان داده شده است. نتایج آزمایشی تطابق مناسبی با نتایج نظری نشان می‌دهند. با افزایش عمق سوراخ، حساسیت کرنش‌سنج به کرنشهای رها شده کاهش خواهد یافت. حداکثر اختلاف میان مقادیر نظری و



شکل ۸- مقایسه نتایج تحلیلی و تجربی مولفه تنش  $\sigma_y$  در هر لایه از چند لایه‌های  $[0_2 / 45_2 / -45_2 / 90_2]$

زیرین به سرعت کاهش می‌یابد. لذا کرنشهای رهانشده در اثر افزایش عمق را می‌توان تنها در افزایش کرنشهای رهانشده یک لایه بالاتر خلاصه کرد. به عبارت دیگر تنشهای پسماند یک لایه بالاتر در کرنشهای رهانشده هر گام موثر است و لایه‌های بالایی با فاصله دورتر اثری بر کرنشهای رها شده آن مرحله از سوراخکاری ندارند. بنابراین ماتریسهای ضرایب کالیبراسیون برای هر گام سوراخکاری را می‌توان به دو ماتریس خلاصه کرد. یک ماتریس برای ارتباط بین کرنشهای پسماند و تنشهای پسماند هر لایه بوده و ماتریس دیگر بیانگر کرنشهای رهانشده ناشی از افزایش عمق سوراخ است. این ماتریس ارتباط بین کرنشهای ناشی از افزایش عمق و کرنشهای اندازه‌گیری شده را بیان می‌کند.

تغییرات عمق سوراخ، جهات متفاوت لایه‌ها و چیدمانهای متفاوت لایه‌ها شبیه‌سازی شده و ضرایب سوراخکاری مرحله‌ای برای تعیین تنشهای پسماند نایکنواخت در ضخامت چندلایه تعیین شدند.

کاهش تاثیر درصد کرنشهای آزاد شده در عمق سوراخ بر روی سطح نمونه در نمونه‌های متفاوت مشاهده شده است. با توجه به پیشروی سوراخ تا کل ضخامت در نمونه‌های نامتقارن، می‌توان نتیجه گرفت که تا ۷۵٪ قطر سوراخ نتایج از دقت مناسب برخوردار خواهند بود، اما در ۲۵٪ انتهایی عمق درصد کرنشهای حس شده شدیداً کاهش یافته و احتمال خطا افزایش خواهد یافت. در این تحقیق نشان داده شد که با افزایش عمق سوراخ، اثرات لایه‌های بالایی با فاصله دورتر بر سوراخکاری لایه‌های

## واژه‌نامه

1. cross-ply
2. quasi-isotropic
3. off-axis

## مراجع

1. Schajer, G. S., "Measurement of Non-Uniform Residual Stresses Using the Hole-Drilling Method. Part I- Stress Calculation Procedures," *Journal of Engineering Materials and Technology, Transactions of the ASME*, Vol. 110, pp. 338-344, October 1988.
2. Schajer, G. S., "Measurement of Non-Uniform Residual Stresses Using the Hole-Drilling Method. Part II- Practical Application of the Integral Method," *Journal of Engineering Materials and Technology, Transactions of the ASME*, Vol. 110, pp. 345-349, October 1988.
3. Schajer, G. S., and Altus, E.; "Stress Calculation

- Error Analysis for Incremental Hole-Drilling Residual Stress Measurements,” *Journal of Engineering Materials and Technology*, Vol. 118, pp. 120-126, January 1996.
4. Flaman, M. T.; Mills, B. E., and Boag, J. M.; “Analysis of Stress-Variation With-Depth Measurements Procedures for the Center-Hole Method of Residual Stress Measurement,” *Experimental Techniques*, Vol. 11, No. 6, pp. 35-37, 1987.
  5. Ghasemi, A. R., and Shokrieh, M. M., “Development of Integral Method for Measurement of Non-Uniform Residual Stresses in Composite Laminates,” *Journal of International Polymer of Science and Technology*, Vol. 21, No.4, pp.347-355, 2008.
  6. Flaman, M. T., “Brief Investigation of Induced Drilling Stresses in the Center-Hole Method of Residual Stress Measurement,” *Experimental Mechanics*, pp. 26-30, January 1982.
  7. Andersen, L. F., “Experimental Method for Residual Stress Evaluation Through the Thickness of a Plate,” *Journal of Engineering Materials and Technology*, Vol. 124, No. 4, pp. 428-433, October 2002.
  8. Sicot, O., Gong. X. L., Cherouat A., and Lu, J.; “Determination of Residual Stress in Composite Laminates Using the Incremental Hole-Drilling Method,” *Journal of Composite Materials*, Vol. 37, No.9, pp. 831-843, 2003.
  9. Sicot, O., Gong. X. L., Cherouat A., and Lu, J., “Influence of Experimental Parameters on Determination of Residual Stress Using the Incremental Hole-Drilling Method,” *Journal of Composite Science and Technology*, pp. 171-180, 2004.
  10. Ghasemi, A. R., “Determination of Residual Stresses in Composite Laminates,” Ph.D Thesis, Iran University of Science and Technology, 2007.
  11. Tsai, S.W., and Hahn, H. T., *Introduction to Composite Materials*, Technomic publishing co., 1980.
  12. Tsai, S.W., *Composites Design*, 4th edition, Think Composites, Dayton Ohio, 1988.