

بررسی عددی انتقال حرارت جابه‌جایی اجباری فروسیال در لوله تحت میدان مغناطیسی

هادی کارگر شریف‌آباد* و محمد فلسفی

گروه مهندسی مکانیک، واحد سمنان، دانشگاه آزاد اسلامی، سمنان، ایران

(دریافت مقاله: ۱۳۹۲/۰۶/۰۸ - دریافت نسخه نهایی: ۱۳۹۳/۰۵/۰۱)

چکیده - در این پژوهش بررسی عددی انتقال حرارت جابه‌جایی اجباری فروسیال در داخل یک لوله مسی مدور تحت یک میدان مغناطیسی متناوب انجام شده است. جریان از یک لوله تحت شار حرارتی یکنواخت و با رژیم آرام عبور می‌کند. شدت بخشیدن به انتقال ذرات و آشفتگی در لایه مرزی با استفاده از اثر میدان مغناطیسی بر روی نانوذرات به منظور افزایش انتقال حرارت بیشتر، هدف اصلی بوده است. رژیم‌های همرفت پیچیده ناشی از فعل و انفعالات میان نانوذرات مغناطیسی تحت شرایط مختلف مورد مطالعه قرار گرفتند. فرآیند انتقال حرارت با غلظت‌ها و حجم‌های مختلف، تحت فرکانس‌های مختلف میدان مغناطیسی بررسی شده‌اند. ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی آب مقطر و فروسیال محاسبه و تحت شرایط مختلف با یکدیگر مقایسه شده‌اند. اثر میدان مغناطیسی بر ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی در درصدهای حجمی و اعداد رینولدز مختلف مورد بررسی قرار گرفتند. افزایش فرکانس میدان مغناطیسی متناوب و کسر حجمی، به افزایش بهتر انتقال حرارت منجر شده است. میدان مغناطیسی در اعداد رینولدز کم، تأثیر بیشتری را نشان داده است. هماهنگی خوبی بین نتایج حل عددی و داده‌های تجربی وجود دارد و حداکثر خطای روش عددی انجام شده کمتر از ۱۰٪ بوده است.

واژگان کلیدی: فروسیال، نانو ذرات، انتقال حرارت جابه‌جایی، میدان مغناطیسی متناوب.

Numerical Study of Ferrofluid Forced Convection Heat Transfer in Tube with Magnetic Field

H. Kargarsharifabad* and M. Falsafi

Department of Mechanical Engineering, Semnan Branch, Islamic Azad University, Semnan, Iran

Abstract: *This research study presents a numerical study on forced convection heat transfer of an aqueous ferrofluid passing through a circular copper tube in the presence of an alternating magnetic field. The flow passes through the tube under a uniform heat flux and laminar flow conditions. The primary objective was to intensify the particle migration and disturbance of the boundary layer by utilizing the magnetic field effect on the nanoparticles for more heat transfer enhancement. Complicated convection regimes caused by interactions between magnetic nanoparticles under various conditions were studied. The process of heat transfer was examined with different volume concentrations and under different frequencies of the applied magnetic field in detail. The convective heat transfer coefficient for distilled water and ferrofluid was measured and compared under various conditions. The results showed that applying an alternating magnetic field can enhance the convective heat transfer*

*: مسئول مکاتبات، پست الکترونیکی: h.kargar@semnaniau.ac.ir

rate. The effects of magnetic field, volume concentration and Reynolds Number on the convective heat transfer coefficient were widely investigated, and the optimum conditions were obtained. Increasing the alternating magnetic field frequency and the volume fraction led to better heat transfer enhancement. The effect of the magnetic field in low Reynolds numbers was higher. The results showed that the modeling data were in a very good agreement with experimental data. The maximum error was around 10%.

Keywords: Ferrofluid, nanoparticles, convective heat transfer, alternating magnetic field.

فهرست علائم

علائم یونانی	بردار واحد در جهت انتشار موج	a_n
α ضریب پخش حرارت، m^2/s	القای مغناطیسی، Tesla	B
β ثابت فاز، rad/m	ظرفیت گرمایی، J/kg K	C_p
ρ چگالی، kg/m^3	شدت میدان الکتریکی، v/m	E
μ ویسکوزیته دینامیکی، kg/ms	عدد ثابت، $2/718$	e
μ_0 نفوذپذیری مغناطیسی، H/m	فرکانس، Hz	f
ϕ درصد حجمی نانو ذرات	تانسور نرخ تغییر شکل	G
η ویسکوزیته	شتاب گرانشی، m/s^2	g
$\eta\phi$ تلفات لزجت	بردار میدان مغناطیسی، Am^{-1}	H
η امپدانس ذاتی محیط ۱، Ω	بردار واحد نیروی جاذبه	K
ε گذردهی، F/m	ضریب هدایت حرارتی، W/m.K	k
τ ضریب انتقال	مغناطیس پذیری، Am^{-1}	M
Γ ضریب بازتاب	فشار، Pa	P
زیرنویس	انرژی حرارتی بر واحد سطح، W/m^2	q''
\circ شرایط اولیه	عدد رینولدز	Re
f خواص سیال	شعاع، m	r
i موج برخورد کننده	تانسور تنش	S
m خواص نانوسیال	دما، $^{\circ}C$	T
r موج بازتاب	زمان، s	t
t موج انتقال یافته	بردار سرعت	u

۱- مقدمه

مطالعات پژوهشی در دو دهه گذشته نشان داده است که مهندسی نانو و علم نانو، پتانسیل بسیار زیادی به صورت پویا در تکامل تکنولوژی در قرن جدید دارد. پیشرفت‌های اخیر در میکرو و سیستم‌های نانو الکترومکانیکی (MEMS و NEMS)،

میکروسیال^۱، نانوسیال^۲ و فروسیال^۳ نشان دهنده اهمیت بالای این زمینه جدید علمی است. عوامل مختلف و پیچیده‌ای روند انتقال حرارت را کاهش می‌دهند. پایین بودن ضریب انتقال حرارت در بسیاری از زمینه‌های انتقال حرارت مانند سیستم‌های کوچک، تبدیل به یک نگرانی قابل توجه شده است.

خوشبختانه، ظهور نانوسیال و فروسیال در زمینه انتقال حرارت یک راه حل عملی نسبتاً قابل توجه در حل مشکلات احتمالی پیش‌رو است [۱ و ۲].

فروسیال‌ها مایعاتی حاوی نانو ذرات تک دامنه (مگنتیت^۴، اکسید آهن، اکسید نیکل، آهن و غیره) با قطر متوسط ۱۵ نانومتر یا کمتر هستند. تعاملات بین میدان‌های مغناطیسی و مایعات (نیروهای مغناطیسی و معادلات هیدرودینامیکی^۵) در نتیجه فرو هیدرودینامیک^۶ است که افق جدیدی را در بسیاری از زمینه‌ها مانند مهندسی پزشکی و مهندسی مکانیک باز کرده است. از کاربردهای آن می‌توان به افزایش ضریب انتقال حرارت اشاره کرد. فروسیال‌ها به صورت مخلوط کلوئیدی از ذرات مغناطیسی سنتز شده در مایع مخصوص (معمولاً آب یا روغن) با ترکیب ۸۵٪ مایع مخصوص، ۱۰٪ سورفاکتانت^۷ و ۵ درصد ذرات مغناطیسی، تشکیل می‌شوند. ذرات پوشش داده شده با سورفاکتانت از جمله اسید اولئیک، هیدروکسید تترامتیل آمونیوم، اسیدسیتریک و لسیتین سویا سبب جلوگیری از تجمع ذرات می‌شوند و در اثر حرکت براونی، ذرات به‌طور معلق در مایع مخصوص باقی خواهند ماند و ته‌نشین نخواهند شد [۳]. به‌طور کلی، مایعات خالص در مقایسه با حالتی که حاوی نانو ذرات فلزی باشند، رسانایی گرمایی پایینی دارند. این واقعیت عمدتاً به دلیل بیشتر بودن هدایت حرارتی فلزات نسبت به مایعات است. چوی [۴] با تعلیق نانو ذرات فلزی در آب توانست به افزایش هدایت حرارتی مایعات معمولی دست یابد. وانگ و همکاران [۵] با استفاده از Al_2O_3 و ذرات CuO پراکنده در آب، افزایش رسانایی گرمایی نانوسیال را مشاهده کردند. مین شنگ لیو و همکاران [۶] تحقیقاتی بر روی CNT (نانولوله کربنی) با سیالات پایه مختلف انجام دادند که نتایج حاکی از افزایش قابل توجه در رسانایی گرمایی بود. همچنین، آنها افزایش ۲۲/۴٪ در رسانایی گرمایی اتیلن گلیکول حاوی نانوذرات CuO مشاهده کردند و نشان دادند که در درصد حجمی کم، رسانایی گرمایی نانوسیال‌ها تقریباً رابطه خطی با کسر حجمی دارد [۷]. تعداد زیادی از تحقیقات در مورد

افزایش هدایت حرارتی نانوسیال و فروسیال با استفاده از روش سیم داغ وجود دارد. بسیاری از محققان نانوسیال‌های مختلف را با انواع مختلفی از ذرات مانند نانوذرات مس، نانوذرات طلا، نانولوله‌های کربنی [۸]، نانولوله‌های کربنی چند جداره، اکسیدمس، دی‌اکسیدسیلیکون و نقره [۹] با روش‌های گوناگون سنتز نموده‌اند. علاوه بر این، تحقیقاتی در زمینه هدایت حرارتی مایعات مغناطیسی و فروسیال‌ها وجود دارد. لی و همکاران [۱۰] اندازه‌گیری ویسکوزیته و خاصیت هدایت حرارتی مایعات مغناطیسی را تحت میدان‌های مغناطیسی خارجی بررسی کردند و اثر درصد حجمی و سورفاکتانت را بر روی خواص حرارتی مورد مطالعه قرار دادند. آنها به این نتیجه رسیدند که با افزایش قدرت میدان مغناطیسی، افزایش ویسکوزیته و هدایت حرارتی، به‌وجود می‌آید جز در حالتی که ذرات مغناطیسی اشباع شده باشند. گویلی و همکاران [۱۱] اندازه‌گیری رسانایی گرمایی را در زمان حالت اشباع فروسیال تحت نیروهای مختلف میدان مغناطیسی مورد مطالعه قرار دادند و به حداکثر افزایش ۲۰۰ درصدی در هدایت حرارتی رسیدند. علاوه بر این، تحقیقات متعدد تجربی و عددی در افزایش انتقال حرارت جابه‌جایی اجباری جریان‌های آرام و آشفتنه با موضوعات مختلف مانند اثر نوع ذرات، غلظت ذرات و غیره وجود دارد که نتایج آنها منجر به افزایش قابل توجه در ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی شده است. ژوان و لی [۱۲] تحقیقاتی بر روی انتقال حرارت اجباری نانوسیال تحت شرایط جریان آشفتنه و اثرات غلظت حجمی و عدد رینولدز در افزایش انتقال حرارت جابه‌جایی انجام داده‌اند. یونگ و همکاران [۱۳] به بررسی انتقال حرارت اجباری نانوسیال Al_2O_3 در جریان آرام داخل یک میکرو کانال گرد پرداختند که نتایج، افزایش ۳۲٪ انتقال حرارت جابه‌جایی را نشان داد. انوپ و همکاران [۱۴] تحقیقاتی درباره اثر اندازه ذرات بر فرآیند انتقال حرارت اجباری در منطقه ورودی انجام دادند، آنها دریافتند که کاهش اندازه نانوذرات منجر به افزایش ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی می‌شود و این افزایش در منطقه

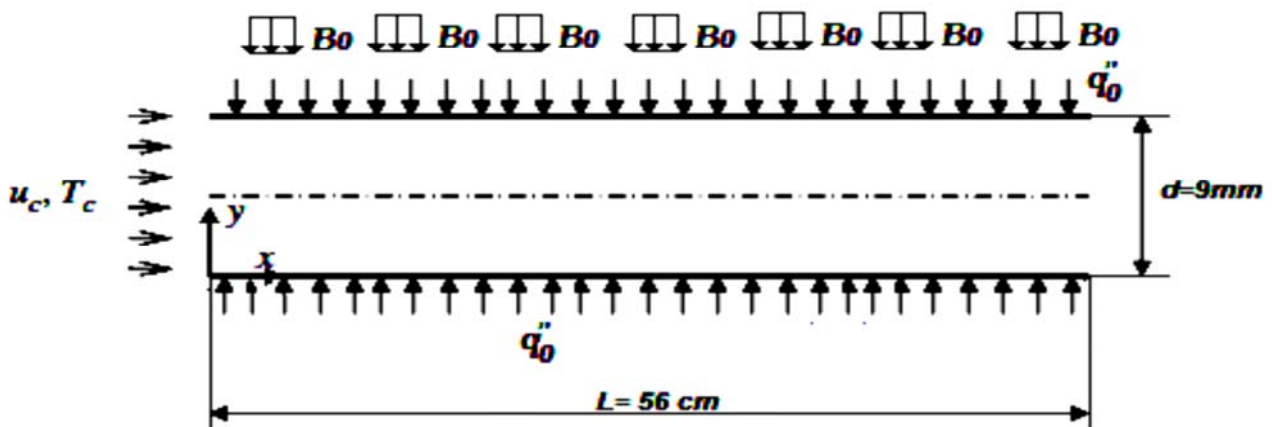
ورودی تأثیر بیشتری در مقایسه با منطقه کاملاً توسعه یافته داشته است. ون و دینگ [۱۵] با انجام آزمایش در مورد انتقال حرارت اجباری نانوسیال آب/Al₂O₃ به بهبود قابل توجه در انتقال حرارت دست یافتند. همچنین سایر محققین تحقیقات مشابه با نانوسیال‌های گوناگون تحت شرایط جریان آرام انجام داده‌اند و همه به اتفاق افزایش انتقال حرارت را مشاهده کردند [۱۶ و ۱۷]. ساندر و همکاران [۱۸] آزمایشی در مورد انتقال حرارت اجباری نانوسیال مغناطیسی تحت شرایط جریان آشفته با درصدهای حجمی مختلف انجام دادند و به این نتیجه رسیدند که ذرات مغناطیسی باعث افزایش ۳۱٪ در انتقال حرارت می‌شود.

مطالعات زیادی درباره فرسوسال‌ها وجود دارد، اما انتقال حرارت فرسوسال‌ها به اندازه کافی مورد بررسی قرار نگرفته است. بررسی عددی در مورد انتقال حرارت فرسوسال و عدد ناسلت در یک حفره دو بعدی توسط آشوری و همکاران [۱۹] انجام شد و آنها یک رابطه عمومی برای عدد ناسلت معرفی کردند. جریان بین دو سطح موازی در معرض یک منبع خطی میدان دو قطبی مغناطیسی در زیر آن، افزایش انتقال حرارت را نشان داد [۲۰]. بیولیو و اسموردین [۲۱] در یک کار تجربی انتقال حرارت فرسوسال را در یک میدان مغناطیسی متناوب با توجه به فرکانس و قدرت میدان مغناطیسی خارجی و همچنین ضخامت لایه و درجه حرارت بررسی کرده‌اند. لی و ژوان [۲۲] تحقیقاتی در مورد تأثیر میدان‌های مغناطیسی یکنواخت و غیریکنواخت در انتقال حرارت جابه‌جایی فرسوسال در اعداد رینولدز پایین انجام دادند. آنها به این نتیجه رسیدند که میدان مغناطیسی می‌تواند فرآیند انتقال حرارت را شدیداً تحت تأثیر قرار دهد. ویژگی‌های فرسوسال مانند ویسکوزیته و هدایت حرارتی را می‌توان در معرض یک میدان مغناطیسی خارجی قرار داد و ویژگی‌های رئولوژیکی^۸ آنها را با دقت کنترل کرد. همان‌گونه که ذکر شد، فرسوسال‌ها قابلیت بهبود انتقال حرارت را دارند، این خاصیت مورد توجه بسیاری از محققین بوده با این

وجود هنوز ماهیت انتقال حرارت اجباری فرسوسال به‌خوبی مشخص نشده است. انتقال حرارت جابه‌جایی تحت یک میدان مغناطیسی ثابت توسط لاجوردی و همکاران [۲۲] مورد بررسی قرار گرفته است. نتیجه این تحقیق افزایش قابل ملاحظه‌ای را در انتقال حرارت نشان می‌دهد اما تعداد این مطالعات اندک است. مطالعات تجربی در مورد انتقال حرارت اجباری فرسوسال، تحت یک میدان مغناطیسی متناوب انجام شده ولی اثرات فرکانس میدان مغناطیسی و درصد حجمی فرسوسال در انتقال حرارت جابه‌جایی اجباری فرسوسال، هنوز نامشخص است و نیاز به مطالعه بیشتر دارد. روند انتقال حرارت فرسوسال تحت یک میدان مغناطیسی متناوب، بسیار پیچیده است. یک تحقیق عددی می‌تواند کمک شایانی به مطالعه این پدیده کند. هدف اصلی در این تحقیق، مطالعه انتقال حرارت جابه‌جایی اجباری فرسوسال تحت میدان مغناطیسی متناوب با فرکانس‌های مختلف به‌صورت عددی و شناسایی عوامل مؤثر بر این رفتار پیچیده است. ضعف عمده روش آزمایشگاهی پرهزینه و زمان‌گیر بودن آن است در حالی که روش حل عددی این چنین نیست. همچنین روش حل دقیق در مدل‌هایی با هندسه پیچیده و در اغلب مسائل غیرخطی، خصوصاً در مواردی که درجه غیرخطی بودن معادلات بالا باشد، عاجز است و تنها روش‌های عددی در این زمینه کارگشا است؛ بنابراین در این مقاله از روش عددی در حل مسئله فوق استفاده شده است.

۲- تعریف مسئله

در این بررسی شرایط مسئله مانند شرایط کار تجربی انجام شده توسط قفرانی و همکاران [۲۳] در نظر گرفته شده است. جریان از طریق یک لوله مستقیم صاف با قطر داخلی ۹ میلی‌متر و طول ۵۶ سانتی‌متر تحت شار حرارتی یکنواخت 30 kW/m^2 و فشار مطلق خروجی یک اتمسفر به‌صورت آرام عبور می‌کند. هندسه مورد نظر در شکل (۱) نشان داده شده است. نانوسیال



شکل ۱- جریان سیال داخل لوله تحت میدان مغناطیسی

ماکسول، معادله پیوستگی، معادله ی مومنتوم و معادله انرژی در قالب تخمین بوزینسک. معادلات ماکسول به صورت ساده برای یک سیال غیرهادی^۹ و بدون جریان جابه جایی به صورت زیر هستند:

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (1)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = 0 \quad (2)$$

که \mathbf{B} القای مغناطیسی و \mathbf{H} بردار میدان مغناطیسی است. علاوه بر این بردار میدان مغناطیسی، القای مغناطیسی و بردار مغناطیس کنندگی^{۱۰} طبق معادله اساسی زیر با هم در ارتباط هستند:

$$\mathbf{B} = \mu_0 (\mathbf{M} + \mathbf{H}) \quad (3)$$

که در آن μ_0 نفوذپذیری مغناطیسی است. معادله پیوستگی در یک سیال تراکم ناپذیر عبارت است از:

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (4)$$

معادله ی مومنتوم برای جریان جابه جایی مغناطیسی^{۱۱} با توجه به روابط قبلی و فرض های موجود در این مسئله برابر است با:

$$\rho_0 \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} \right) = -\nabla p + \nabla \cdot \mathbf{S} + \alpha \rho_0 g (T - T_0) \mathbf{k} + (\mathbf{M} \cdot \nabla) \mathbf{B} \quad (5)$$

که در آن، ρ_0 چگالی، P فشار، \mathbf{u} بردار سرعت، T دمای سیال، \mathbf{S} تانسور تنش، \mathbf{k} بردار واحد نیروی جاذبه و α ضریب انبساط حرارتی است. تانسور تنش را می توان توسط معادله اساسی به نرخ تغییر شکل ارتباط داد. در حالت کلی داریم:

شامل ذرات مغناطیسی Fe_3O_4 با قطر متوسط ۳۶ نانومتر در سیال پایه آب با سه درصد حجمی ۰.۲٪، ۱٪ و ۰.۶٪ در نظر گرفته شده است. ابتدا تأثیر افزایش درصدهای حجمی مختلف نانو سیال بر ضریب انتقال حرارت جابه جایی، در غیاب میدان مغناطیسی مورد بررسی قرار گرفته، سپس ضریب انتقال حرارت جابه جایی با اعمال میدان مغناطیسی متناوب با قدرت ۰/۰۲ تسلا در فرکانس های مختلف، درصدهای حجمی و رینولدزهای مختلف ($80 \leq Re < 1000$)، مورد بررسی قرار داده شده است. با توجه به شرایط مسئله، شرایط مرزی خاص در محاسبات برخورد موج الکترومغناطیس به صورت عمودی با مرز مسطح دی الکتریک در فصول مشترک بین لوله و فروسیال عبوری از داخل آن در نظر گرفته شده است. معادلات مربوط به آن، بر حسب امپدانس های داخلی محاسبه و معادلات بدون بعد برای ضرایب بازتاب و انتقال موج الکترومغناطیس به دست آمده و در نهایت کد نویسی گردیده اند.

۳- معادلات حاکم

۳-۱- معادلات حاکم بر جریان سیال مغناطیسی تحت اثر

میدان مغناطیسی

معادلات حاکم بر جریان سیال مغناطیسی تحت اثر جاذبه به همراه میدان مغناطیسی خارجی دیگر عبارتند از: معادلات

جدول ۱- خواص سیال پایه و نانو ذره

مشخصات	سیال پایه (آب)	نانو ذره (Fe ₃ O ₄)
C _p (J/kg k)	۴۱۷۹	۶۷۰
ρ(kg / m ³)	۹۹۷/۱	۵۱۸۰
K(w/m k)	۰/۶۰۵	۶
μ(kg / ms)	۰/۰۰۰۸۹۱
β(k ⁻¹)	۰/۰۰۰۲۱	۱۳/۳×۱۰ ^{-۶}

می آید:

$$k_m = k_f \left[\frac{2 + k_{pf} + 2\phi(k_{pf} - 1)}{2 + k_{pf} - \phi(k_{pf} - 1)} \right] \quad (12)$$

که در آن k_{pf} از رابطه (۱۳) به دست می آید:

$$k_{pf} = \frac{k_p}{k_f} \quad (13)$$

در روابط فوق، ϕ درصد حجمی نانو ذرات، اندیس m مربوط به خواص نانوسیال، اندیس f خواص سیال پایه و اندیس p نشان دهنده خواص نانو ذرات است.

۳-۳- شرایط مرزی الکترومغناطیس

۳-۳-۱- برخورد عمودی امواج الکترومغناطیس با مرز لوله

حاوی فروسیال [۲۶]

هنگامی که یک موج الکترومغناطیس به سطح محیطی دی الکتریک که دارای امپدانس ذاتی متفاوت با محیط مبدأ موج است برخورد می کند، بخشی از توان برخورد منعکس شده و بخشی انتقال می یابد.

در شکل (۲)، موج برخورد کننده در جهت $+z$ حرکت می کند و سطح مرزی لوله $z=0$ در نظر گرفته شده است. فازورهای شدت میدان الکتریکی (\mathbf{E}) و مغناطیسی (\mathbf{H}) برخوردکننده عبارتند از:

$$\mathbf{E}_i(z) = a_x E_{i0} e^{-j\beta_1 z} \quad (14)$$

$$\mathbf{H}_i(z) = a_y \frac{E_{i0}}{\eta_1} e^{-j\beta_1 z} \quad (15)$$

$$\mathbf{S} = \eta \mathbf{G} \quad (6)$$

که $\mathbf{G} = \nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T$ تانسور نرخ تغییر شکل یک سیال نیوتنی با ویسکوزیته ثابت است. معادله انرژی یک سیال تراکم ناپذیر از قانون اصلاح شده ی فوریه تبعیت می کند و برابر است با:

$$\rho_0 c \left(\frac{\partial T}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla T \right) = \quad (7)$$

$$k \nabla^2 T + \eta \varphi - \mu_0 T \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial T} ((\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{H})$$

که η ویسکوزیته و $\eta \varphi$ اتلاف ویسکوزیته است.

۲-۳- روابط ریاضی در محاسبه خواص فروسیال [۲۴]

در این مطالعه از آب به عنوان سیال پایه که نانو ذرات Fe₃O₄ به آن افزوده شده، استفاده شده است. مشخصات سیال پایه و نانو ذرات در جدول ۱ [۲۵] نشان داده شده است.

چگالی فروسیال (ρ_m) از رابطه (۸) به دست می آید:

$$\rho_m = (1 - \phi) \rho_f + \phi \rho_p \quad (8)$$

ضریب انبساط حرارتی فروسیال (β_m) برابر است با:

$$\beta_m = (1 - \phi) \beta_f + \phi \beta_p \quad (9)$$

گرمای ویژه فروسیال (Cp_m) عبارت است از:

$$Cp_m = \frac{1}{\rho_m} [(1 - \phi) \rho_f Cp_f + \phi \rho_p Cp_p] \quad (10)$$

ویسکوزیته دینامیکی فروسیال (μ_m) از رابطه (۱۱) محاسبه شده است:

$$\mu_m = \mu_f (1 - \phi)^{-2.5} \quad (11)$$

ضریب هدایت حرارتی فروسیال (k_m) از رابطه (۱۲) به دست

با حل معادلات فوق خواهیم داشت:

$$E_{r^0} = \frac{\eta_2 - \eta_1}{\eta_2 + \eta_1} E_{i^0} \quad (22)$$

$$E_{t^0} = \frac{2\eta_2}{\eta_2 + \eta_1} E_{i^0} \quad (23)$$

نسبت‌های E_{r^0}/E_{i^0} و E_{t^0}/E_{i^0} را به ترتیب ضریب بازتاب^{۱۲} (Γ) و ضریب انتقال^{۱۳} (τ) می‌نامند. برحسب امپدانس‌های داخلی داریم:

$$\Gamma = \frac{E_{r^0}}{E_{i^0}} = \frac{\eta_2 - \eta_1}{\eta_2 + \eta_1} \quad (24)$$

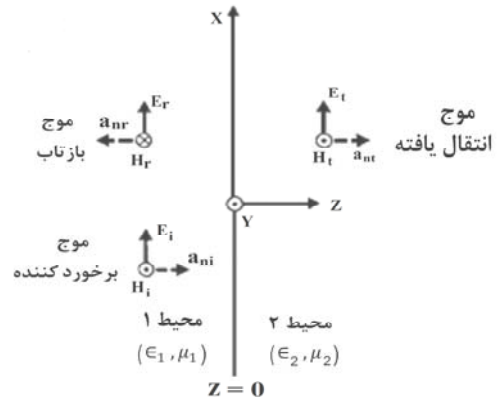
$$\tau = \frac{E_{t^0}}{E_{i^0}} = \frac{2\eta_2}{\eta_2 + \eta_1} \quad (25)$$

ضرایب بازتاب و انتقال توسط معادله زیر به یکدیگر مرتبط می‌شوند:

$$1 + \Gamma = \tau \quad (26)$$

۳-۴- شبکه و بررسی حساسیت گره‌های محاسباتی

رسم مدل گرافیکی مسئله در نرم‌افزار گمبیت انجام شده و در شکل (۳) نشان داده شده است. جهت اطمینان از تعداد مناسب گره‌های محاسباتی، باید تغییرات یک متغیر مسأله را با تعداد گره‌ها بررسی کرد. در این راستا با استفاده از منوی تطبیق^{۱۴} در نرم‌افزار فلونت، تعداد گره‌های محاسباتی افزایش و به طبع آن، تغییرات اندازه سرعت در خروجی لوله برای $\phi = 2\%$ و $Re = 560$ رصد شده است. نتایج مربوط به بررسی حساسیت گره‌های محاسباتی در جدول ۲ ارائه شده است. براساس این جدول، از بین تعداد گره‌های بررسی شده، شبکه پنجم با توجه به تعداد گره‌ها اندازه سرعت دقیقی را نسبت به سایر شبکه‌ها محاسبه می‌کند. در جدول ۲ مشاهده می‌شود با وجود افزایش تعداد گره‌های محاسباتی در شبکه پنجم نسبت به شبکه چهارم اندازه‌ی سرعت تقریباً ثابت مانده است؛ بنابراین شبکه چهارم به‌عنوان شبکه محاسباتی انتخاب شده است.



شکل ۲- برخورد عمودی موج به مرز دی الکتریک لوله حاوی فروسیال

که \mathbf{a} بردار واحد در جهت انتشار موج، β ثابت فاز و η امپدانس ذاتی محیط است. قابل توجه است که Z در محیط ۱ منفی است. به دلیل ناپیوستگی محیط در $Z=0$ ، بخشی از موج برخوردکننده به محیط ۱ بازتابیده و بخش دیگر به محیط ۲ منتقل می‌شود؛ بنابراین برای موج بازتاب داریم:

$$E_r(z) = a_x E_{r^0} e^{j\beta_1 z} \quad (16)$$

$$\mathbf{H}_r(z) = (-a_z) \times \frac{1}{\eta_1} \mathbf{E}_r(z) = -a_y \frac{E_{r^0}}{\eta_1} e^{j\beta_1 z} \quad (17)$$

و موج انتقال یافته برابر است با:

$$\mathbf{E}_t(z) = a_x E_{t^0} e^{-j\beta_2 z} \quad (18)$$

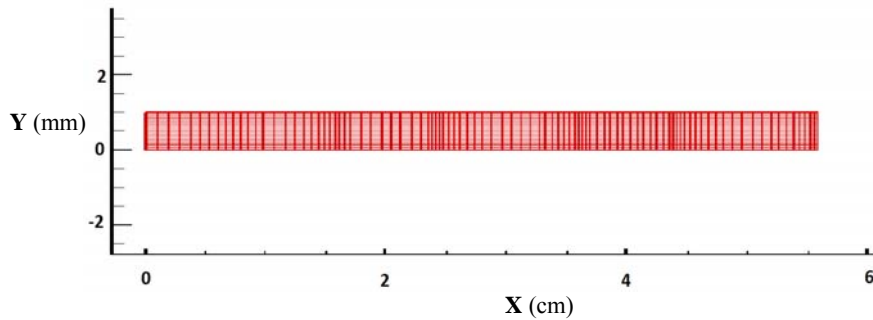
$$\mathbf{H}_t(z) = a_z \times \frac{1}{\eta_2} \mathbf{E}_t(z) = a_y \frac{E_{t^0}}{\eta_2} e^{-j\beta_2 z} \quad (19)$$

که در آن $E_{(t^0)}$ دامنه \mathbf{E}_t در $Z=0$ و β_2 و η_2 به ترتیب ثابت فاز و امپدانس ذاتی محیط ۲ هستند. تعیین دو اندازه نامعلوم $E_{(t^0)}$ و E_{r^0} به دو معادله نیاز دارد. این معادلات توسط شرایط مرزی فراهم شده به وسیله میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی برآورده می‌شوند. در فصل مشترک دی الکتریک، $Z=0$ ، مؤلفه‌های مماسی (مؤلفه‌های x) شدت میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی باید پیوسته باشند؛ بنابراین داریم:

$$\mathbf{E}_i(0) + \mathbf{E}_r(0) = \mathbf{E}_t(0) \quad \text{یا} \quad E_{i^0} + E_{r^0} = E_{t^0} \quad (20)$$

$$\mathbf{H}_i(0) + \mathbf{H}_r(0) = \mathbf{H}_t(0) \quad \text{یا} \quad (21)$$

$$\frac{1}{\eta_1} (E_{i^0} - E_{r^0}) = \frac{E_{t^0}}{\eta_2}$$



شکل ۳- مدل گرافیکی مسئله

جدول ۲- بررسی استقلال از شبکه و نتایج حاصل از آن

شبکه	تعداد سلول	تعداد گره	اندازه سرعت (m/s)
شبکه اول	۲۰۰۰	۲۱۲۱	۰/۰۸۰۰۴۲۸
شبکه دوم	۲۷۰۸	۳۰۶۵	۰/۰۸۰۵۰۹۱
شبکه سوم	۶۲۲۴	۷۰۴۹	۰/۰۸۰۸۶۲۹
شبکه چهارم	۱۰۲۵۶	۱۱۰۶۵	۰/۰۸۱۰۴۷۷
شبکه پنجم	۱۱۵۸۸	۱۲۳۹۳	۰/۰۸۱۰۵۲۰

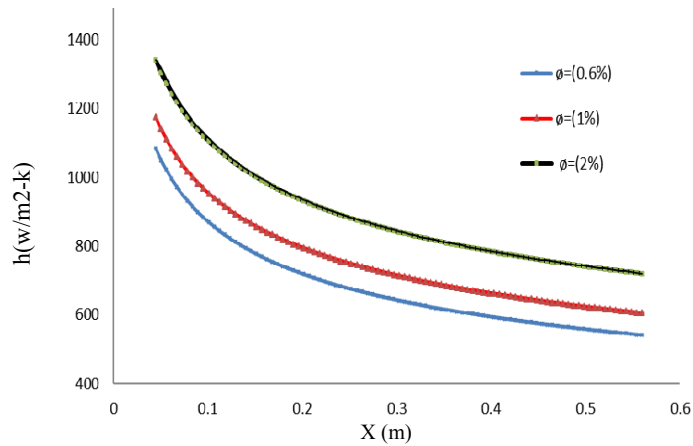
۳-۵- حل مسئله

معادلات اساسی حاکم بر مسئله در روش ضمنی حجم محدود^{۱۵} به صورت مرتبه دوم بالا دست^{۱۶} گسسته و به مجموعه‌ای از معادلات جبری تبدیل شده‌اند و با استفاده از روش تکراری الگوریتم سیمپل^{۱۷} حل تا همگرایی لازم حاصل گردید. از الگوریتم سیمپل در حل همزمان سرعت و فشار در جریان دائم و آرام دو بعدی استفاده شده است. شرایط مرزی خاص مسئله در محاسبات برخورد عمودی موج الکترومغناطیس با مرز مسطح دی الکتریک در فصول مشترک بین لوله و فروسیال عبوری از داخل آن در نظر گرفته شده است. حل معادلات مربوط به آن، بر حسب امیدانس‌های داخلی محاسبه و معادلات بدون بعد برای ضرایب بازتاب و انتقال موج الکترومغناطیس به دست آمده و UDF^{۱۸} نویسی شده‌اند. برای دیگر متغیرهای مربوطه مانند میدان مغناطیسی خارجی، فرکانس‌های مختلف و... یک UDM^{۱۹} تعریف شده است. سپس با ورود مدل گرافیکی مسئله GUI^{۲۰} به نرم افزار فلوئنت و

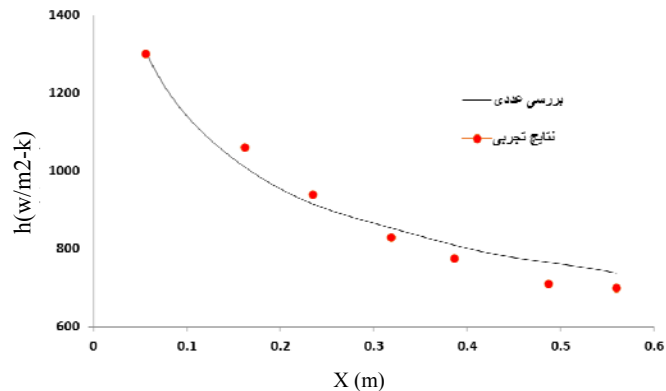
نوشتن دستورات متنی TUI^{۲۱} مدل MHD^{۲۲} در نرم افزار فلوئنت راه‌اندازی شده است. همچنین خواص فروسیال در درصدهای حجمی مختلف توسط فرمول‌های ریاضی ارائه شده در بخش ۳-۱ محاسبه گردیدند.

۴- نتایج

انتقال حرارت جابه‌جایی در یک لوله دو بعدی و تحت تأثیر تغییرات میدان مغناطیسی به صورت عددی با استفاده از روش ضمنی حجم محدود مورد بررسی قرار گرفته است. ابتدا تأثیر افزایش درصدهای مختلف نانوسیال بر ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی، در غیاب میدان مغناطیسی در یکی از رژیم‌های جریان مورد بررسی قرار گرفته که نتایج آن در شکل (۴) آمده است. مقایسه نتایج عددی و تجربی تغییرات ضریب انتقال حرارت بدون حضور میدان مغناطیسی در $\phi = 2\%$ و $Re=560$ در شکل (۵)، نشان داده شده است. ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی با اعمال یک میدان مغناطیسی ثابت (شکل (۶)) و



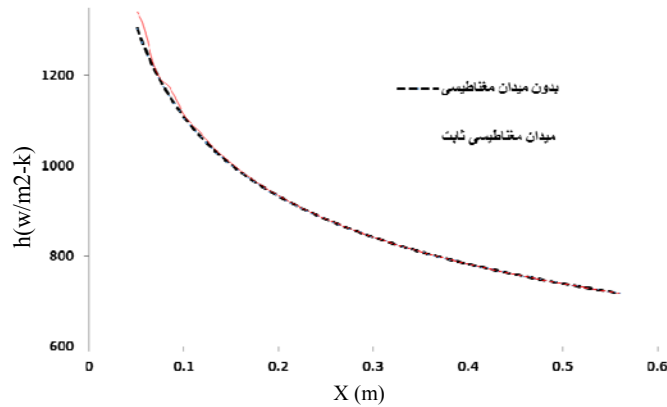
شکل ۴- نمودار ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی فروسیال در امتداد فاصله محوری با درصدهای حجمی ۰/۶٪، ۱٪ و ۲٪ در $Re=560$



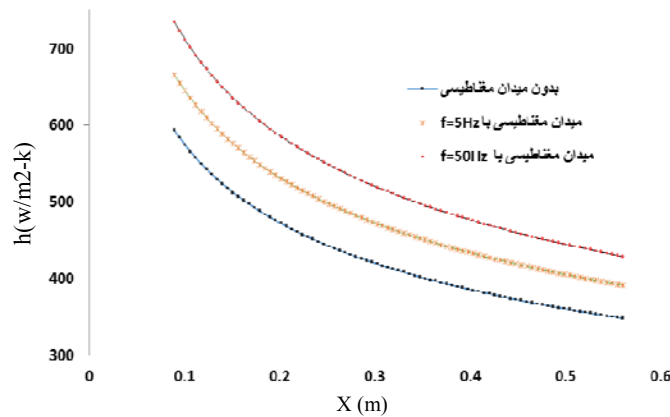
شکل ۵- مقایسه بین نتایج عددی و تجربی در تغییرات ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی فروسیال در امتداد فاصله محوری با درصد حجمی ۲٪ و $Re=560$

۴-۱- افزایش انتقال حرارت بدون حضور میدان مغناطیسی در مرحله اول جریان آرام داخل لوله بدون حضور میدان مغناطیسی مدل‌سازی شده است. نتیجه به دست آمده از ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی فروسیال با درصدهای حجمی ۰/۶٪، ۱٪ و ۲٪ در $Re=560$ در شکل (۴) نمایش داده شده است. شکل (۴) نشان می‌دهد که استفاده از فروسیال انتقال حرارت جابه‌جایی را در حد قابل توجهی بهبود می‌بخشد. علاوه بر این، می‌توان از نتایج استنباط کرد که افزایش درصد حجمی به بهبود انتقال حرارت جابه‌جایی منجر می‌شود. مقایسه‌ای بین نتایج عددی و تجربی در تغییرات ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی فروسیال در امتداد فاصله محوری با $\phi = 2\%$ و $Re=560$ انجام شده که در شکل (۵) نشان داده شده است.

سپس تحت یک میدان مغناطیسی متناوب با قدرت ۰/۰۲ تسلا در فرکانس‌های مختلف در درصدهای حجمی و رینولدزهای مختلف ($80 \leq Re < 1000$)، مورد بررسی قرار گرفته است (شکل‌های (۷) و (۱۰)). مقایسه نتایج عددی با نتایج تجربی در یک میدان مغناطیسی متناوب با فرکانس ۵ Hz برای $\phi = 2\%$ و $Re=560$ (شکل (۱۱)) و همچنین با فرکانس ۵۰ Hz برای $\phi = 1\%$ و $Re=930$ (شکل (۱۲))، نشان می‌دهد هماهنگی خوبی بین نتایج به دست آمده از بررسی عددی و داده‌های تجربی انجام شده توسط قفرانی و همکاران [۲۳] وجود دارد و حداکثر خطای روش عددی انجام شده کمتر از ۱۰٪ بوده است.



شکل ۶- اثر یک میدان مغناطیسی ثابت بر روند انتقال حرارت در $\phi = 0.2\%$ و $Re=560$



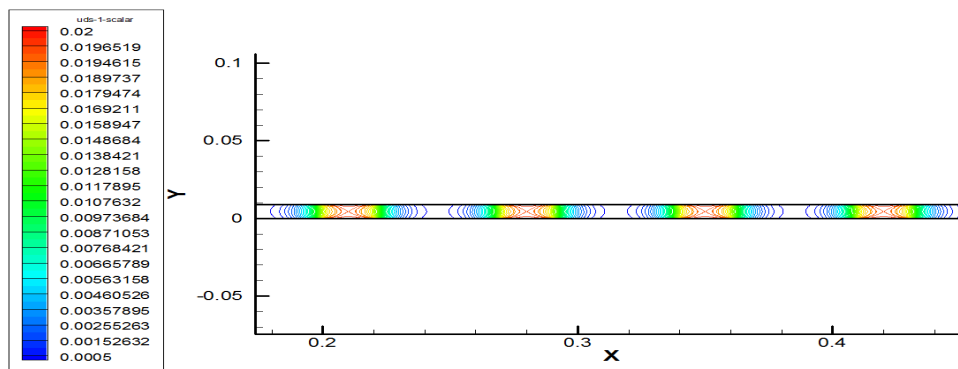
شکل ۷- تغییرات ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی محلی با فرکانس میدان مغناطیسی در امتداد فاصله محوری $\phi = 0.2\%$ و $Re=80$

مغناطیسی برابر و معکوس آن به‌عنوان فرکانس میدان است. شکل (۷) تغییرات ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی را در حضور میدان مغناطیسی متناوب نشان می‌دهد. از نتایج به‌دست آمده می‌توان استنباط کرد که میدان مغناطیسی متناوب در $\phi = 0.2\%$ و $Re=80$ بر روند انتقال حرارت بسیار مؤثر است. در شکل (۸) کانتور میدان مغناطیسی متناوب در یک حالت نشان داده شده است. با مقایسه بین کانتورهای دما در $\phi = 0.2\%$ و $Re=80$ قبل از اعمال میدان مغناطیسی (شکل (۹)) و بعد از اعمال میدان مغناطیسی متناوب با فرکانس‌های مختلف (شکل‌های (۱۰) و (۱۱))، کاملاً مشهود است که با اعمال میدان مغناطیسی متناوب و افزایش فرکانس، کاهش دما در لوله تشدید شده است. با افزایش عدد رینولدز به $Re=260$ کاهش ناگهانی در انتقال حرارت جابه‌جایی به‌وجود می‌آید (شکل (۱۲)). از سوی

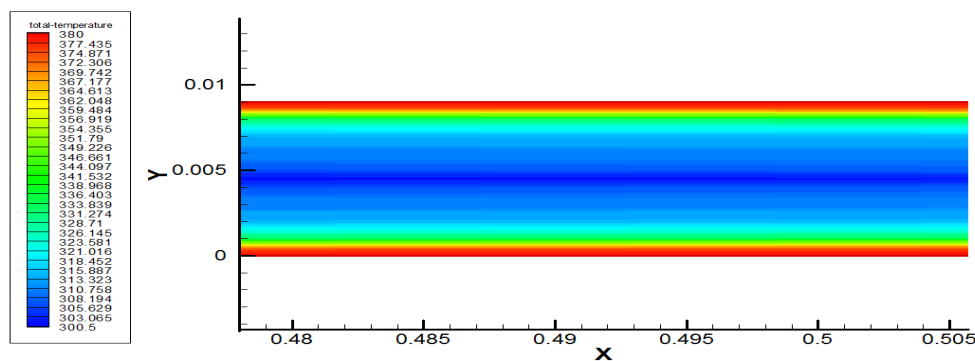
۲-۴- افزایش انتقال حرارت با میدان مغناطیسی متناوب

در این مرحله قبل از آنکه میدان مغناطیسی متناوب مورد بررسی قرار داده شود، اثر میدان مغناطیسی ثابت بر روند انتقال حرارت در $\phi = 0.2\%$ و $Re=560$ بررسی شده است. از نتایج به‌دست آمده در شکل (۶)، می‌توان استنباط کرد که استفاده از یک میدان مغناطیسی ثابت در فواصل محوری زیاد از ورودی لوله افزایش قابل توجهی را در انتقال حرارت نشان نمی‌دهد که احتمالاً دلیل این امر القافت فشار ثابت است که مانع عبور جریان از طریق لوله می‌شود.

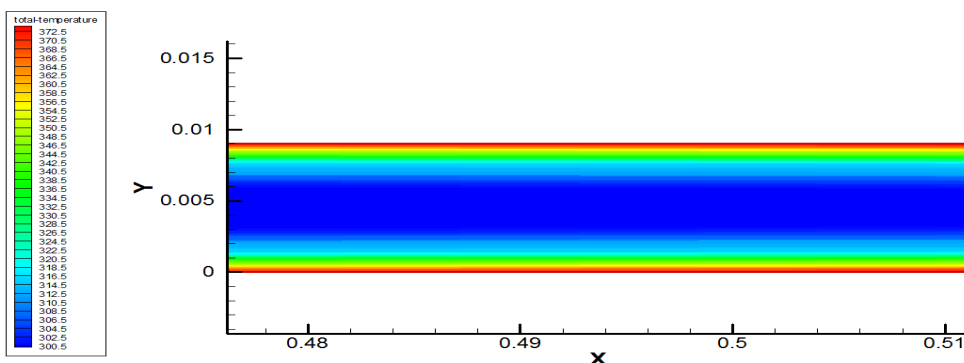
سپس میدان مغناطیسی متناوب با دو فرکانس مختلف و ماکزیمم قدرت میدان مغناطیسی 0.02 تسلا در سه درصد حجمی 0.06% ، 0.1% و 0.2% در اعداد رینولدز مختلف به‌صورت عددی بررسی شده است. مدت زمان قطع و وصل میدان



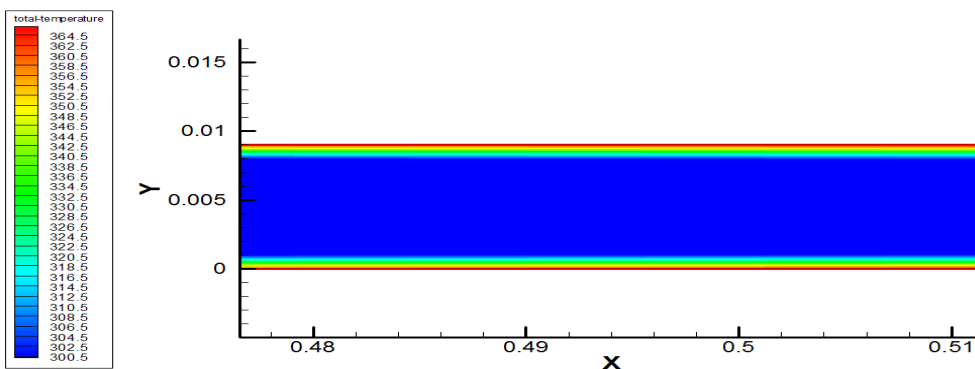
شکل ۸- نمایش کانتور میدان مغناطیسی متناوب با قدرت ۰/۰۲ تسلا در فرکانس ۵۰ Hz، $\phi = ۰.۲$ و $Re=۸۰$



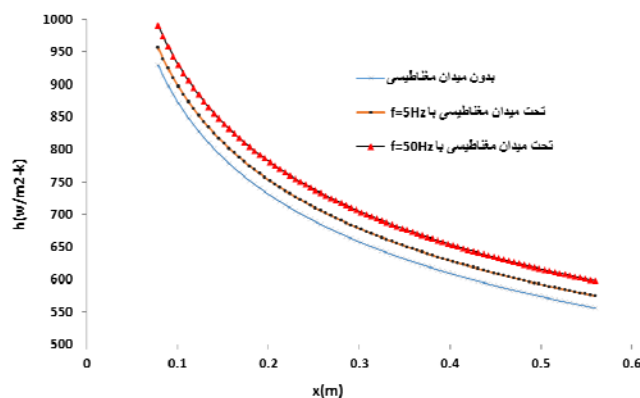
شکل ۹- کانتور دما در $\phi = ۰.۲$ و $Re=۸۰$ بدون میدان مغناطیسی



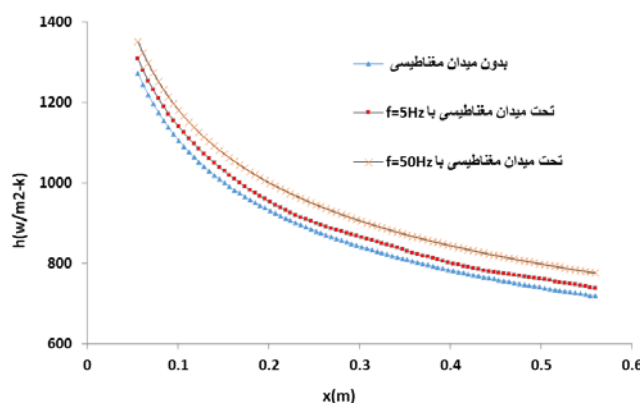
شکل ۱۰- کانتور دما در $\phi = ۰.۲$ و $Re=۸۰$ تحت میدان مغناطیسی با فرکانس ۵ Hz



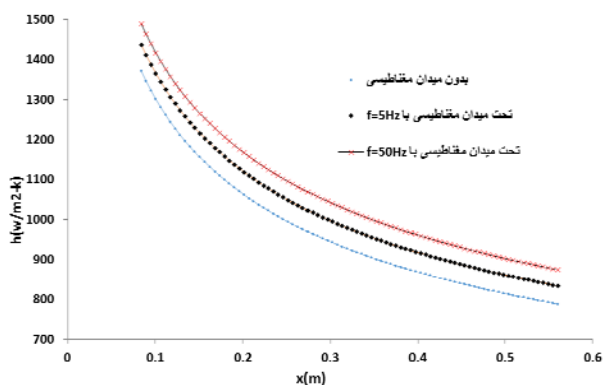
شکل ۱۱- کانتور دما در $\phi = ۰.۲$ و $Re=۸۰$ تحت میدان مغناطیسی با فرکانس ۵۰ Hz



شکل ۱۲- تغییرات ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی محلی با فرکانس میدان مغناطیسی در امتداد فاصله محوری $\phi = 0.06$ و $Re=260$



شکل ۱۳- تغییرات ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی محلی با فرکانس میدان مغناطیسی در امتداد فاصله محوری $\phi = 0.2$ و $Re=560$



شکل ۱۴- تغییرات ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی محلی با فرکانس میدان مغناطیسی در امتداد فاصله محوری $\phi = 0.1$ و $Re=930$

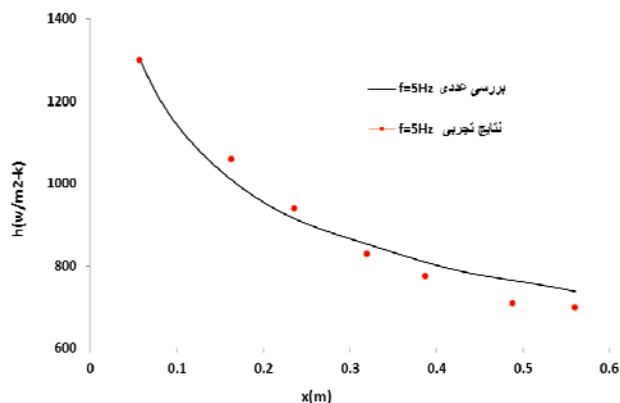
مغناطیسی متناوب در کسرهای حجمی کمتر از 0.06% قابل توجه نیست. علاوه بر این، در فرکانس‌های بالای میدان مغناطیسی متناوب، انتقال حرارت جابه‌جایی افزایش بیشتری داشته است. همچنین تفاوت بین اثرات فرکانس‌های بالا و پایین در

دیگر، در اعداد رینولدز بالا یعنی $Re > 500$ اثر میدان مغناطیسی متناوب افزایش می‌یابد (شکل‌های (۱۳) و (۱۴)). همچنین، میدان مغناطیسی متناوب در درصد حجمی بالا تأثیر قابل ملاحظه‌ای در مقایسه با درصد حجمی کم دارد و افزایش میدان

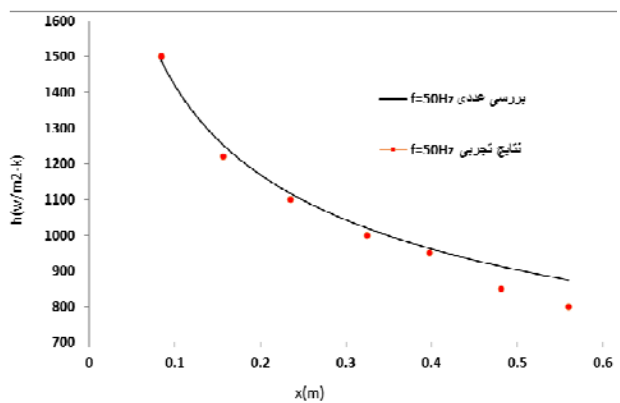
مغناطیسی متناوب، تغییر قابل ملاحظه‌ای مشاهده نمی‌شود. در $\phi = 0.06\%$ ، میدان مغناطیسی متناوب نسبت به درصدهای حجمی بالا تأثیر کمتری داشته است. همچنین در این بخش مقایسه بین نتایج عددی و تجربی در تغییرات ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی محلی تحت میدان مغناطیسی با فرکانس 5Hz در امتداد فاصله محوری برای $\phi = 0.2\%$ و $Re=560$ و با فرکانس 50 Hz برای $\phi = 0.1\%$ و $Re=930$ در شکل‌های (۱۵) و (۱۶) نشان داده شده است.

۴-۳- بحث در مورد مکانیزم افزایش انتقال حرارت

مایعات دارای ضریب هدایت حرارتی کمی هستند اما تعلیق نانوذرات فلزی با ضریب هدایت حرارتی بالاتر در مایعات، باعث افزایش ضریب هدایت حرارتی نانوسیال می‌شود. این اثر هنگامی که ترکیب مایع و نانوذره تحت یک میدان مغناطیسی قرار می‌گیرند، افزایش می‌یابد [۱۰ و ۱۱]. برخی از مکانیسم‌ها، مانند انتقال ذره، گرادپان ویسکوزیته، حرکت براونی و آشفتگی در لایه مرزی حرارتی، دلایل افزایش انتقال حرارت در فروسیال‌ها هستند [۱۸-۱۲]. میدان مغناطیسی خارجی باعث می‌شود تا ذرات مغناطیسی به سمت جداره جذب شده و روند انتقال ذرات افزایش یابد. با جذب ذرات مغناطیسی در لایه مرزی حرارتی، لایه مرزی آرام، مغشوش می‌شود که به‌عنوان یک نتیجه، دلیل احتمالی افزایش انتقال حرارت در حضور میدان مغناطیسی متناوب، آشفتگی لایه مرزی حرارتی است. میدان مغناطیسی در اعداد رینولدز پایین مؤثرتر است، زیرا ذرات مغناطیسی شانس بیشتری برای انتقال و آشفتگی در لایه مرزی حرارتی در سرعت‌های پایین را دارند. هنگامی که سرعت جریان افزایش می‌یابد، روند جذب ذرات سخت‌تر خواهد شد، اما این ذرات شتاب بیشتری برای برهم زدن لایه مرزی حرارتی به‌دست می‌آورند. بدیهی است حتی در اعداد رینولدز بالا، اگر قدرت میدان مغناطیسی را افزایش دهیم، افزایش انتقال حرارت شدت می‌یابد. علاوه بر این، افزایش در درصدهای حجمی در حضور یک میدان مغناطیسی متناوب، سبب افزایش انتقال حرارت خواهد



شکل ۱۵- مقایسه بین نتایج عددی و تجربی برای تغییرات ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی محلی تحت میدان مغناطیسی با فرکانس 5 Hz در امتداد فاصله محوری $\phi = 0.2\%$ و $Re=560$



شکل ۱۶- مقایسه بین نتایج عددی و تجربی برای تغییرات ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی محلی تحت میدان مغناطیسی با فرکانس 50 Hz در امتداد فاصله محوری $\phi = 0.1\%$ و $Re=930$

درصدهای حجمی کم کاهش یافته است. اثر میدان مغناطیسی متناوب در فواصل دورتر از ورودی با افزایش ضخامت لایه مرزی حرارتی، کاملاً مشهود است اما در امتداد جهت محوری با افزایش عدد رینولدز در $\phi = 0.2\%$ ، میدان مغناطیسی متناوب به‌صورت نسبتاً ثابت انتقال حرارت را افزایش داده است. شکل‌های (۷)، (۱۳) و (۱۴) اثر میدان مغناطیسی متناوب، در درصد حجمی و عدد رینولدز مختلف را بر روند ضریب انتقال حرارت محلی در امتداد فاصله محوری نشان می‌دهد. همان‌گونه که در شکل‌های (۱۲) و (۱۴) نشان داده شده است، در درصدهای حجمی کم، با تغییر مقادیر فرکانس میدان

شد؛ زیرا مکانیزم جذب ذرات به سمت دیواره تشدید می‌شود و همچنین افزایش فرکانس سبب آشفتنگی بیشتر لایه مرزی حرارتی و در نتیجه افزایش انتقال حرارت می‌شود. به‌عنوان یک نتیجه، می‌توان گفت افزایش قدرت میدان مغناطیسی و بالا بردن فرکانس میدان و همچنین استفاده از درصدهای حجمی بالاتر به شرط آنکه تعلیق نانوذرات در سیال پایه حفظ شود سبب افزایش انتقال حرارت قابل توجهی می‌شود.

۵- نتیجه‌گیری

با توجه به مطالعه انجام شده، نتایج زیر به‌دست آمدند:
 ۱) در غیاب یک میدان مغناطیسی، استفاده از فروسیال منجر به افزایش انتقال حرارت جابه‌جایی در امتداد لوله تحت شار حرارتی ثابت می‌شود.
 ۲) درصدهای حجمی بالاتر باعث افزایش ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی شده که این نشان‌دهنده قابلیت بهبود انتقال حرارت توسط فروسیال‌ها است و این قابلیت با درصد حجمی

واژه‌نامه

- | | | |
|--------------------------------------|--|------------------------------|
| 1. microfluid | 9. non-conducting | 16. second order uowind |
| 2. nanofluid | 10. magnetization | 17. SIMPLE |
| 3. ferrofluid | 11. magnetoconvection | 18. user-defined functions |
| 4. magnetite | 12. reflection coefficient | 19. user-defined memory |
| 5. hydrodynamic | 13. transmission coefficient | 20. graphical user interface |
| 6. ferro hydrodynamics (FHD) | 14. adapt | 21. text user interface |
| 7. Surfactant (surface active agent) | 15. semi-implicit finite volume method | 22. magneto hydrodynamics |
| 8. rheological | | |

مراجع

- Zhang, M., and Zhuomin, M., *Nano/Microscale Heat Transfer*, McGraw-Hill, New York, 2007.
- Das, S. K., Choi, S.U., Pradeep, W., and Yu, T., *Nanofluids: Science and Technology*, John Wiley & Sons, New Jersey, 2007.
- Rosensweig, R. E., *Ferrohydrodynamics*, Dover, New York, 1997.
- Choi, S. U. S., "Enhancing Thermal Conductivity of Fluids with Nanoparticles Developments and Applications of Non-Newtonian Flows", *FED-231/MD 66, ASME*, New York, pp. 99-103, 1995.
- Wang, X., Xianfan, X., and Choi, S. U. S., "Thermal Conductivity of Nanoparticle-Fluid Mixture", *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, Vol.13, pp. 474-480, 1999.
- Liu, M. S., Ching-Cheng Lin, M., Huang, I. T., and Wang, C. C., "Enhancement of Thermal Conductivity with Carbon Nanotube for Nanofluids", *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 32, pp.1202-1210, 2005.
- Liu, M. S., Lin, M. C. C., Huang, I. T., and Wang, C. C., "Enhancement of Thermal Conductivity with CuO for Nanofluids", *Chemical Engineering & Technology*, Vol. 29, pp. 72-77, 2006.
- Jana, S., Salehi-Khojin, A., and Zhong W.H., "Enhancement of Fluid Thermal Conductivity by the Addition of Single and Hybrid Nano-Additives", *Thermochimica Acta*, Vol. 462, pp. 45-

نانوذرات رابطه مستقیم دارد.

۳) استفاده از میدان مغناطیسی ثابت، در یک عدد رینولدز مشابه و فاصله محوری ثابت از ورودی، تأثیر اندکی در انتقال حرارت جابه‌جایی دارد.

۴) اعمال یک میدان مغناطیسی متناوب باعث افزایش ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی شده که این افزایش در فرکانس‌های بالا، مؤثرتر است، با این وجود تفاوت بین فرکانس‌های بالا و پایین در اعداد رینولدز بالا کاهش می‌یابد.

۵) اثر میدان مغناطیسی متناوب در غلظت‌های حجمی بالا $\phi = 1\% - 2\%$ بیشتر است، و اثر میدان مغناطیسی در غلظت‌های حجمی کم $\phi = 6\% - 10\%$ ، قابل توجه نیست.

۶) هماهنگی خوبی بین نتایج به‌دست آمده از بررسی عددی و داده‌های تجربی انجام شده وجود دارد و حداکثر خطای روش عددی انجام شده کمتر از 10% بوده است.

- 55, 2007.
9. Hwang, Y., Park, H.S., Lee, J.K., and Jung, W.H., "Thermal Conductivity and Lubrication Characteristics of Nanofluids", *Current Applied Physics*, Vol. 1, pp. 67-71, 2006.
 10. Li, Q., Xuan, Y., and Wang, J., "Experimental Investigations on Transport Properties of Magnetic Fxluids", *Experimental Thermal and Fluid Science*, Vol. 30, pp. 109-116, 2005.
 11. Gavili, A., Zabihi, F., Isfahani, T.D., and Sabbaghzadeh, J., "The Thermal Conductivity of Water Base Ferrofluids under Magnetic Field", *Experimental Thermal and Fluid Science*, Vol. 41, pp. 94-98, 2012.
 12. Xuan, Y., and Li, Q., "Investigation on Convective Heat Transfer and Flow Features of Nanofluids", *Journal of Heat Transfer*, Vol. 125, pp. 151-155, 2003.
 13. Jung, J.Y., Oh, H.S., and Kwak, H.Y., "Forced Convective Heat Transfer of Nanofluids in Microchannels", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 52, pp. 466-472, 2009.
 14. Anoop, K.B., Sundararajan, T., and Das, S.K., "Effect of Particle Size on the Convective Heat Transfer in Nanofluid in the Developing Region", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 52, pp. 2189-2195, 2009.
 15. Wen, D., and Ding, Y., "Experimental Investigation into Convective Heat Transfer of Nanofluids at the Entrance Region under Laminar Flow Conditions", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 47, pp. 5181-5188, 2004.
 16. ZeinaliHeris, S., Etemad, S.G., and Esfahany, M.N., "Experimental Investigation of Oxide Nanofluids Laminar Flow Convective Heat Transfer", *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 33, pp. 529-535, 2006.
 17. Tahir S., and Mital, M., "Numerical Investigation of Laminar Nanofluid Developing Flow and Heat Transfer in a Circular Channel", *Applied Thermal Engineering*, Vol. 39, pp. 8-14, 2012.
 18. SyamSundar, L., Naik, M.T., Sharma, K.V., Singh, M.K., and Siva Reddy, T.C., "Experimental Investigation of Forced Convection Heat Transfer and Friction Factor in a Tube with Fe₃O₄ Magnetic Nanofluid", *Experimental Thermal and Fluid Science*, Vol. 37, pp. 65-71, 2012.
 19. Ashouri, M., Ebrahimi, B., Shafii, M.B., Saidi, M.H., and Saidi, M.S., "Correlation for Nusselt Number in Pure Magnetic Convection Ferrofluid Flow in a Square Cavity by a Numerical Investigation", *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, Vol. 322, pp. 3607-3613, 2010.
 20. Ganguly, R., Sen, S., and Puri, I.K., "Heat Transfer Augmentation Using a Magnetic Fluid under the Influence of a Line Dipole", *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, Vol. 271, pp. 63-73, 2004.
 21. Belyaev, A., and Smorodin, B., "Convection of a Ferrofluid in an Alternating Magnetic Field", *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, Vol. 50, pp. 558-565, 2009.
 22. Li, Q., and Xuan, Y., "Experimental Investigation on Heat Transfer Characteristics of Magnetic Fluid Flow around a Fine Wire under the Influence of an External Magnetic Field", *Experimental Thermal and Fluid Science*, Vol. 33, pp. 591-596, 2009.
 23. Ghofrani, A., Dibaei, M.H., Hakim Sima, A., and Shafii, M.B., "Experimental Investigation on Laminar Forced Convection Heat Transfer of Ferrofluids under an Alternating Magnetic Field", *International Journal of Experimental Heat Transfer*, Vol. 49, pp. 193-200, 2013.
 24. Ho, C.J., Chen, M.W., and Li, Z.W., "Numerical Simulation of Natural Convection of Nanofluid in a Square Enclosure: Effects Due to Uncertainties of Viscosity and Thermal Conductivity", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 51, pp. 4506-4516, 2008.
 25. Syam Sundar, L., and Naik, M. T., "Experimental Investigation of Forced Convection Heat Transfer and Friction Factor in a Tube with Fe₃O₄ Magnetic Nanofluid", *Experimental Thermal and Fluid Science*, Vol. 37, pp. 65-71, 2012.
 26. Cheng, D. K., *Field and Wave Electromagnetics*, Addison-Wesley Publishing Company, 1917.