

## مدل‌سازی دینامیکی و کنترل ربات فضایی متصل به تتر

مهرزاد سلطانی<sup>۱</sup>، مهدی کشمیری<sup>۱\*</sup> و آران میزرا<sup>۲\*\*</sup>

۱- دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی اصفهان

۲- دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه مک‌گیل، مونترال

(دریافت مقاله: ۱۳۹۳/۱۰/۲۱ - دریافت نسخه نهایی: ۱۳۹۴/۰۸/۱۳)

**چکیده** - در این مطالعه، مدل‌سازی دینامیکی و کنترل یک ربات فضایی تتر شده<sup>۱</sup> در تعقیب مسیر پنجه ربات بررسی شده است. با در نظر گرفتن تغییرات طول تتر در مدل، دینامیک سیستم با استفاده از روش لاگرانژ مدل شده است. حرکت نوسانی یا پاندولی تتر<sup>۲</sup> توسط تنظیم طول تتر کنترل شده است و همانند بازوهای مکانیکی متعارف، کنترل حرکت ربات توسط موتورهای آن انجام گرفته است. واضح است که در مسئله تعقیب مسیر پنجه ربات با نگهداشتن آن در یک موقعیت مشخص، طول تتر کم و بیش باید ثابت نگه داشته شود. محدود کردن تغییرات طول تتر همزمان با استفاده آن به عنوان ابزار کنترلی برای کنترل حرکت پاندولی تتر، چالش اصلی سیستم کنترلی است. برای حل این مسئله، یک سیستم کنترلی ترکیبی برای کنترل سیستم پیشنهاد شده است. یک روش پیش‌بینی مدل<sup>۳</sup> غیرخطی برای کنترل حرکت پاندول تتر و یک روش گشتاورهای محاسبه شده<sup>۴</sup> اصلاح شده برای کنترل حرکت بازو به کار گرفته شده‌اند. در ابتدا روش پیش‌بینی مدل غیرخطی برای یک سیستم فضایی تتر شده ساده توسعه داده شده است و سپس با یک کنترل گشتاور محاسبه شده ترکیب شده است. کنترل کننده پیشنهادی برای کنترل حرکت انتهای ربات فضایی بر روی یک مسیر از پیش تعریف شده، به کار گرفته شده است، سپس عملکرد کنترل کننده با استفاده از شبیه‌سازی‌های عددی بررسی شده است.

واژگان کلیدی: ربات فضایی متصل به تتر، تعقیب مسیر، کنترل مبتنی بر پیش‌بینی مدل، کنترل کننده هیبرید.

## Dynamic Modeling and Control of a Tethered Space Robot

M. Soltani<sup>1</sup>, M. Keshmiri<sup>1\*</sup> and A. K. Misra<sup>2</sup>

1- Department of Mechanical Engineering, Isfahan University of Technology

2- Department of Mechanical Engineering, McGill University, Montreal

**Abstract:** In present study, dynamic modeling and control of a tethered space robot system in trajectory tracking of its end effector is investigated. Considering variation of the tether length in the model, dynamics of the system is modeled using Lagrange's method. Librational motion of the tether is controlled by adjusting the tether length similar to conventional manipulators,

\* : مسئول مکاتبات، پست الکترونیکی: mehdik@cc.iut.ac.ir

Arun K. Misra : \*\*

control of the robot is performed by its motors. It is clear that, in the trajectory tracking of the end effector, the tether length should be kept more or less constant, keeping them in a stable position. Limiting the tether length variation while using it as a tool for controlling the tether librational motion, is the main challenging part of the control system. To deal with this problem, a hybrid control system is proposed to control the system. A nonlinear model predictive control approach (NMPC) is utilized to control the tether librational motion and a modified computed torque method (CTM) is used to control the manipulator motion. Initially the NMPC controller is developed for a simple tethered satellite system. Then it is combined with the CTM controller. The proposed controller is employed to control motion of a space robot's end effector on a predefined trajectory. Performance of the controller is then evaluated by numerical simulations.

**Keywords:** Tethered Space Robot, Trajectory Tracking, Model Predictive Control, Hybrid Controller r.

## فهرست علائم

جرم تتر بر واحد طول	$\rho$	مکان مرکز جرم لینک	a
گشتاور اعمال شده	$\tau$	ممان اینرسی لینکها	I
سرعت زاویه‌ای حرکت مداری	$\Omega$	ماتریس بهره کنترل کننده	K
زیرنویس‌ها		شعاع مدار دایره‌ای	$R_c$
لینک ۱	$( )_1$	انرژی جنبشی	T
لینک ۲	$( )_2$	انرژی پتانسیل	U
مقدار مطلوب	$( )_{des}$	مختصات پنجه ربات	x,y
پنجه ربات	$( )_e$	طول واقعی تتر	$l$
حرکت پاندولی ربات	$( )_\alpha$	طول نامی تتر	$l_0$
حرکت لینکها	$( )_\theta$	حرکت پاندولی تتر	$\alpha$
مقدار پارامترها در وضعیت تعادل	$( \bar{ } )$	زاویه نسبی لینک	$\theta$

### ۱- مقدمه

فضایی اولیه در سال ۱۹۹۶ [۲] که در سفرهای فضایی مورد استفاده قرار می‌گرفتند به‌گونه‌ای بودند که روی سفینه نصب می‌شدند. در سال ۲۰۱۱ [۳] سیستمی شامل بازویی دولینکی دارای لقی در مفاصل که به‌طور مستقیم به ماهواره نصب شده بررسی شد. به‌دلیل اتصال مستقیم ربات به ماهواره، برد دسترسی ربات محدود است و حرکت ربات و ماهواره الزاماً بهم وابسته هستند. به این مفهوم که برای اینکه ربات در وضعیت مطلوبی برای انجام وظایفش قرار گیرد نیازمند حرکت ماهواره است که احتمال است برای ماهواره مطلوب نباشد. عکس این موضوع یعنی تأثیر حرکت ماهواره بر ربات نیز ممکن است اتفاق بیفتد. محدودیت‌های ذکر شده در مورد ربات‌های فضایی باعث شد که گونه دیگری از ربات‌های

در اکثر مواقع حمل سازه‌های بسیار بزرگ، مانند صفحات خورشیدی گسترده، به‌صورت سرهم شده به فضا دشوار و یا غیرممکن است و در صورت امکان‌پذیری نیاز به صرف هزینه‌های بالا است. از اینرو نیاز است فرآیند سرهم‌سازی اجزا برای ساخت سازه‌های بزرگ در فضا صورت گیرد. به‌دلیل شرایط حاکم در فضا انجام این مأموریت توسط فضانوردان پرخطر و در بعضی مواقع غیرممکن است و همین عامل نقش استفاده از ربات‌های فضایی را پررنگ می‌کند.

بونینگ و دبوسکی در سال ۲۰۱۰ [۱] عملکرد تیمی از ربات‌های فضایی را برای انجام مأموریت‌هایی مانند سرهم کردن سازه‌های بسیار بزرگ در فضا بررسی کردند. ربات‌های

فضایی با عنوان ربات فضایی متصل به تتر یا ربات‌های فضایی تتر شده در مطالعات فضایی حضور پیدا کنند. در این تحقیق نمونه‌ای از این ربات‌ها بررسی و تحلیل شده است.

تتر ریسمانی با استحکام کششی بالا است که برای اتصال سفینه‌ای به سفینه دیگر، یا زمین و حتی اشیای دیگر در فضا مانند ایستگاه‌های انرژی خورشیدی [۴] به کار می‌رود. استفاده از تتر در اتصال ماهواره‌ها موضوعی است که تاکنون به‌طور مبسوط به آن پرداخته شده است. به‌طور مثال جزء اصلی بالارونده‌های فضایی که نمونه‌ای از سیستم‌های حمل و نقل فضایی به‌شمار می‌روند، تتر است [۵]. استفاده از تتر در اتصال ربات‌های فضایی، که به آنها ربات‌های فضایی تتر شده گویند، موضوع نسبتاً جدیدی است که با توجه به مزایای این دسته از ربات‌ها انجام می‌گیرد. انتقال تجهیزات و فضانوردان در طول تتر، افزایش توانایی دسترسی ربات به نقاط دورتر، کاهش ریسک برخورد ربات و ماهواره، تعمیر و بازبینی ماهواره یا سازه‌ای که دور از فضا پیمایا قرار داده شده و کاهش مصرف سوخت از مزایای ربات‌های فضایی متصل به تتر هستند.

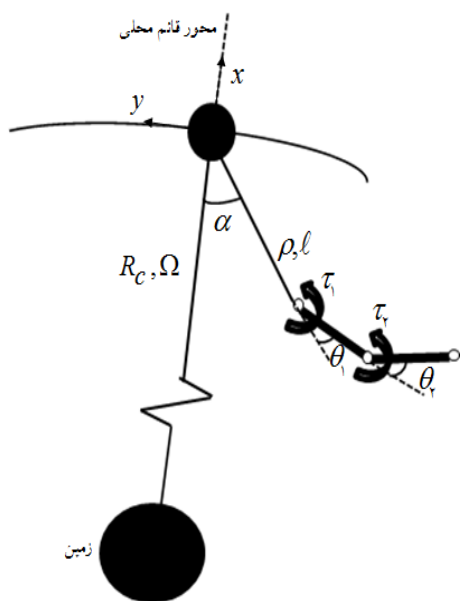
ربات‌ها را از نظر محیطی که برای انجام وظایفشان در آن حضور دارند می‌توان به دو دسته ربات فضایی و ربات زمینی دسته‌بندی کرد. به‌طور مشابه ربات متصل به تتر را نیز می‌توان به دو نوع تقسیم‌بندی کرد: ربات زمینی متصل به تتر و ربات فضایی متصل به تتر که نمونه‌ای از ربات‌های فضایی است [۶]. استارز [۷]، تورهای فضایی [۸]، و بازوی مکانیکی متصل به تتر [۹] انواع مختلفی از این نوع ربات‌ها هستند.

مطالعات اولیه پیرامون ربات‌های فضایی، متوجه کارهای نوهومی و همکارانش است [۲]. آنها در سال ۱۹۹۷ [۱۰] مطالعاتشان را به سیستمی با ربات متصل به تتر در غیاب بازوی مکانیکی بسط دادند. وو و میزرا در سال ۲۰۰۳ [۱۱] با داشتن نقطه شروع و پایان پنجه ربات تتر شده مسیر ممکن برای سیستم را تعیین کردند و سینماتیک و دینامیک سیستم توسط آنها بررسی شد. حرکت پاندولی ربات حول محور قائم باعث اختلال در مأموریت ربات می‌شود. در زمینه دینامیک و کنترل این حرکت

مطالعات زیادی انجام شده است. از جمله مرجع [۱۲] در سال ۱۹۶۴، که در آن معادلات حرکت زاویه‌ای سیستمی متشکل از یک جرم متمرکز که به‌وسیله تتر با طول ثابت به ماهواره متصل شده است و ماهواره در یک مدار بیضی شکل در حرکت است، استخراج شد. حرکت زاویه‌ای تتر در ربات‌های فضایی متصل به تتر اثر اختلالی قابل ملاحظه‌ای در حرکت ربات ایجاد می‌کند. در سال ۲۰۰۶ [۱۳] کنترل همین سیستم برای زمانی که سیستم با کشش تتر در مداری بیضی شکل مقید شده است، انجام گرفت. در سال ۲۰۰۸ پایداری و کنترل چنین سیستمی در حرکت فضایی در شرایطی که تتر بدون جرم با طول ثابت دارای ارتعاش در صفحه و خارج از صفحه است، بررسی شد [۱۴]. میزرا و همکارش از جمله کسانی هستند که در زمینه ماهواره‌های تتر شده مطالعات گسترده‌ای را انجام دادند و در مرجع [۱۵] تعداد زیادی از کارهایی که در زمینه دینامیک و کنترل سیستم‌های متصل به تتر انجام شده، بررسی شده است.

الگوریتم کنترل پیش‌بین که یکی از روش‌های کنترل بهینه بر پایه تئوری افق دورشونده است و توسط مهندسی فرانسوی به‌همراه همکارش در سال ۱۹۷۸ ارائه شد [۱۶]، توانایی حذف اثر اغتشاشات و مقابله با عدم دقت در مدل‌سازی سیستم و سایر محدودیت‌های موجود را دارد. این روش قابل پیاده‌سازی برای سیستم‌های خطی یا غیرخطی و پیوسته یا گسسته است. در این روش بردار بهینه کنترل در یک افق محدود با بهینه‌سازی یک تابع هدف حاصل می‌شود که همگرایی تابع هدف به روش لیاپانوف قابل اثبات است. لی و مارکوس در سال ۱۹۶۷ [۱۷] نیز در زمینه خلق و پرورش ایده کنترل پیش‌بین برای مدل غیرخطی سهم به‌سزایی داشتند. امروزه این کنترل کننده به‌طور گسترده‌تری نسبت به سال‌های پیشین در حوزه کنترل سیستم‌های رباتیک مورد توجه و استفاده قرار گرفته است.

سیستمی که در این مقاله به تحلیل دینامیکی آن پرداخته شده شامل رباتی دولینکی است که به‌وسیله تتری صلب از ماهواره آویزان شده است و باید پنجه ربات با عبور از مسیر معلوم به نقطه مورد نظر انتقال داده شود. برای سیستم مورد



شکل ۱- شماتیک ربات فضایی تتر شده مورد مطالعه

مکانیکی از طریق گشتاورهای اعمالی  $\tau_1$  و  $\tau_2$  انجام می‌گیرد. برای کنترل حرکت زاویه‌ای تتر در این مقاله روش کنترل طول تتر به کار گرفته شده است. برای دستیابی به این مقصود، از قرقره‌ای که در ماهواره اصلی تعبیه شده است، استفاده می‌شود. به این ترتیب  $l$  عملاً ابزار کنترلی سیستم است و نمی‌تواند به‌عنوان مختصات تعمیم یافته استفاده شود. با توجه به آنچه که گفته شد، از  $\mathbf{q} = [\alpha, \theta_1, \theta_2]^T$  به‌عنوان مختصات تعمیم یافته سیستم و از  $\mathbf{u} = [\dot{l}, \tau_1, \tau_2]^T$  به‌عنوان ورودی‌های کنترلی سیستم استفاده خواهد شد.

## ۲-۲- معادلات سیستم

برای استخراج معادلات سیستم به روش لاگرانژ، نیاز به محاسبه انرژی جنبشی و پتانسیل سیستم است:

$$T = T_t + T_1 + T_2 = \frac{1}{2} \rho l \left\{ \frac{1}{3} l^2 (\Omega + \dot{\alpha})^2 - l R_c \Omega C_\alpha (\Omega + \dot{\alpha}) + \dot{l}^2 + R_c \Omega (-2l S_\alpha + R_c \Omega) \right\} + \frac{1}{2} m_1 V_{G_1}^2 + \frac{1}{2} I_1 (\Omega + \dot{\alpha} + \dot{\theta}_1)^2 + \frac{1}{2} m_2 V_{G_2}^2 + \frac{1}{2} I_2 (\Omega + \dot{\alpha} + \dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 \quad (1)$$

مطالعه نرخ تغییر طول تتر و گشتاورهای اعمالی روی مفاصل ربات به‌عنوان ابزار کنترلی در نظر گرفته شده‌اند. چالش اصلی در این مقاله کنترل حرکت زاویه‌ای تتر در شرایطی که طول تتر در بازه محدودی تغییر کند است. در اکثر مطالعات انجام شده کنترل حرکت زاویه‌ای تتر با کنترل کشش تتر و یا کنترل کشش تتر به‌همراه نرخ تغییر طول تتر انجام شده است. در حالی که در این مقاله حرکت زاویه‌ای تتر با ابزار کنترلی تنها نرخ تغییر طول تتر در شرایطی که تتر به مقدار ناچیزی تغییر طول دهد انجام می‌شود که رسیدن به این هدف مهم‌ترین دستاورد این مقاله است. در این راستا گشتاورهای اعمالی به مفاصل ربات، زوایای ربات را کنترل می‌کنند.

## ۲- مدل‌سازی دینامیکی

### ۲-۱- توصیف سیستم

شماتیک ربات فضایی متصل به تتر مورد مطالعه در شکل (۱) نشان داده شده است. این سیستم از یک ماهواره اصلی که با سرعتی ثابت در مداری دایره‌ای شکل با شعاع  $R_c$  حول زمین در حرکت است و یک بازوی رباتیکی دو عضوی که از طریق تتری به طول باز شده  $l$  به ماهواره متصل شده است، تشکیل شده است. برای تحلیل دینامیکی سیستم و طراحی کنترل کننده فرض می‌شود حرکت سیستم تماماً درون صفحه مداری انجام می‌گیرد و طول باز شده تقریباً ثابت است و تنها برای اهداف کنترلی در بازه‌ای محدود قابل تغییر است. تتر و ربات تماماً صلب فرض می‌شوند و بالاخره حرکت ماهواره اصلی به‌گونه‌ای کنترل می‌شود که این ماهواره حرکت مداری خود را حفظ می‌کند.

طول عضوهای اول و دوم ربات به ترتیب با  $l_1$  و  $l_2$  و موقعیت مرکز جرم آنها نسبت به مفصل پایینی آنها با  $a_1$  و  $a_2$  نشان داده می‌شوند. دینامیک کامل سیستم با استفاده از  $\alpha$ ،  $\theta_1$  و  $\theta_2$   $l$  توصیف می‌شود که  $\theta_1$  و  $\theta_2$  دوران نسبی بازوی مکانیکی و  $\alpha$  حرکت زاویه‌ای تتر حول محور قائم محلی را نشان می‌دهند. قابل ذکر است که زیرنویس ۱ و ۲ به ترتیب برای مشخصه‌های لینک اول و دوم استفاده می‌شوند. کنترل بازوی

$$U = U_t + U_v + U_r = -\mu \ln \frac{(\ell - R_c C_\alpha) + \sqrt{\ell^2 + R_c^2 - 2R_c \ell C_\alpha}}{R_c(1 - C_\alpha)} - \frac{\mu m_1}{\sqrt{R_c^2 + \ell^2 + a_1^2 - 2R_c(\ell C_\alpha + a_1 C_{\alpha+\theta_1})}} - \frac{\mu m_2}{\sqrt{2\ell a_1 C_{\theta_1}}} - \frac{\mu m_2}{\sqrt{R_c^2 + \ell^2 + \ell_1^2 + a_1^2 + 2\ell(\ell_1 C_{\theta_1} + a_1 C_{\theta_1+\theta_2}) - 2R_c(\ell C_\alpha + \ell_1 C_{\alpha+\theta_1} + a_1 C_{\alpha+\theta_1+\theta_2}) + 2\ell_1 a_1 C_{\theta_1}}} \quad (2)$$

می‌رسد، اما به دلیل تغییر طول تتر و نبود گشتاور روی تتر، دینامیک و سینماتیکی کاملاً متفاوت با ربات سه لینکی دارد. به ازای هر موقعیت معین و ثابت از پنجه ربات مانند  $\bar{x}_e$  و  $\bar{y}_e$  تنها یک وضعیت  $\bar{\mathbf{q}} = [\bar{\alpha}, \bar{\theta}_1, \bar{\theta}_2]^T$  به عنوان وضعیت ثابت سیستم وجود دارد که از سه معادله زیر به دست می‌آیند:

$$\left( \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{\alpha}} \right) - \frac{\partial T}{\partial \alpha} + \frac{\partial U}{\partial \alpha} \right)_{\dot{\alpha}=\ddot{\alpha}=\dot{\theta}_1=\ddot{\theta}_1=\dot{\theta}_2=\ddot{\theta}_2=\dot{\ell}=\ddot{\ell}=0} \& \bar{\alpha}, \bar{\theta}_1, \bar{\theta}_2 \\ = \left( \frac{1}{2} m_t + m_1 + m_2 \right) \ell_t S_{\bar{\alpha}} \\ + (m_1 a_1 + m_2 \ell_1) S_{\bar{\alpha}+\bar{\theta}_1} + m_1 a_2 S_{\bar{\alpha}+\bar{\theta}_1+\bar{\theta}_2} = 0 \quad (5)$$

$$-\ell C_{\bar{\alpha}} - \ell_1 C_{\bar{\alpha}+\bar{\theta}_1} - \ell_2 C_{\bar{\alpha}+\bar{\theta}_1+\bar{\theta}_2} = \bar{x}_e \text{edes} \quad (6)$$

$$-\ell S_{\bar{\alpha}} - \ell_1 S_{\bar{\alpha}+\bar{\theta}_1} - \ell_2 S_{\bar{\alpha}+\bar{\theta}_1+\bar{\theta}_2} = \bar{y}_e \text{edes} \quad (7)$$

در اصل وضعیت ثابت سیستم بیانگر تعادل استاتیکی سیستم است. همان‌طور که در بخش‌های بعدی خواهیم دید در تحلیل سینماتیک معکوس سیستم از آن استفاده می‌شود.

### ۳- کنترل سیستم و ارائه نتایج شبیه‌سازی

طراحی کنترل کننده بخش اصلی این مقاله است. هدف این سیستم کنترلی این است که پنجه ربات را به گونه‌ای بر روی مسیر تعریف شده حرکت دهد که در نهایت به نقطه هدف برسد.

ایده‌ای که در اینجا به کار گرفته می‌شود این است که حرکت زاویه‌ای تتر مستقل از زوایای مفاصل ربات کنترل شوند. دلیل این موضوع راحتی کنترل بازوی مکانیکی با استفاده از اعمال گشتاورهای  $[\tau_1, \tau_2]$  است. کنترل زاویه تتر نیز با استفاده از مکانیزم تغییر طول تتر انجام می‌گیرد. طرح کلی از کنترل کننده در شکل (۲) نشان داده شده است.

که  $V_{G_1}$  و  $V_{G_2}$  سرعت مرکز جرم لینک اول و دوم در دستگاه اینرسی هستند که به دلیل طولانی بودن از نوشتن آنها خودداری شده است. باید یادآور شد که در محاسبه انرژی پتانسیل، تغییرات گرانش در طول تتر در نظر گرفته شده است و با توجه به کوچک بودن  $\ell_1$  و  $\ell_2$  نسبت به طول تتر از این تغییرات در طول اعضای بازو صرف نظر شده است.

معادلات سیستم با استفاده از روش لاگرانژ به صورت معادله (۳) به دست می‌آید:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{\alpha}} \right) - \frac{\partial T}{\partial \alpha} + \frac{\partial U}{\partial \alpha} = 0 \\ \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}_1} \right) - \frac{\partial T}{\partial \theta_1} + \frac{\partial U}{\partial \theta_1} = \tau_1 \quad (3) \\ \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}_2} \right) - \frac{\partial T}{\partial \theta_2} + \frac{\partial U}{\partial \theta_2} = \tau_2$$

این معادلات به صورت تقسیم‌بندی شده به فرم زیر در می‌آیند:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_{\alpha\alpha} & \mathbf{M}_{\alpha\theta} \\ \mathbf{M}_{\theta\alpha} & \mathbf{M}_{\theta\theta} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{\alpha} \\ \ddot{\theta} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{H}_\alpha \\ \mathbf{H}_\theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \boldsymbol{\tau} \end{pmatrix} \quad (4)$$

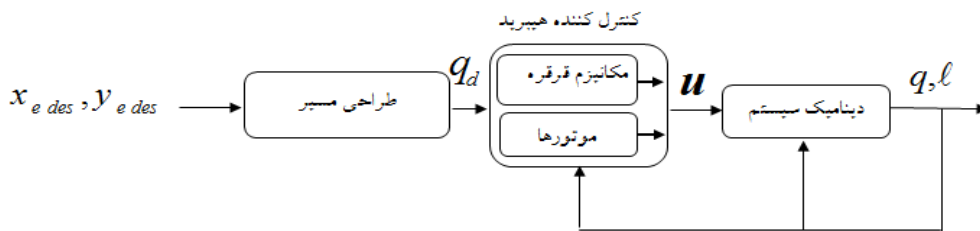
که  $\boldsymbol{\tau}_\theta = [\tau_1 \quad \tau_2]^T$  و ماتریس‌های  $\mathbf{M}_{**}$  و بردارهای  $\mathbf{H}_*$  ماتریس‌های جرم و بردارهای نیروهای غیرخطی متناظر اندیس‌ها هستند که در پیوست الف ارائه شده‌اند.

### ۳-۲- بی‌بعدسازی زمان در معادلات

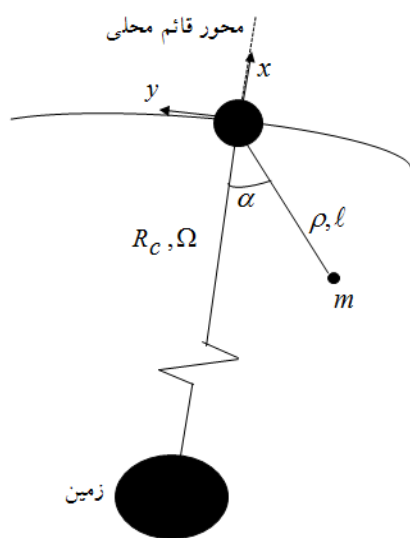
برای ایجاد همگنی و کاهش خطاهای حل عددی، معادلات با استفاده از تعریف زمان بدون بعد  $t^* = t\Omega$  و تعریف مشتق نسبت به زمان بی‌بعد با  $(\cdot)'$  در معادلات استفاده شده است.

### ۴-۲- وضعیت ثابت سیستم

گرچه سیستم مورد مطالعه مانند یک ربات سه لینکی به نظر



شکل ۲- ایده اصلی کنترل کننده پیشنهادی



شکل ۳- شماتیک سیستم ساده

کنترل کننده‌ای که برای کنترل بازو پیشنهاد داده می‌شود کنترل کننده گشتاورهای محاسبه شده است. بخش چالش برانگیز کنترل سیستم کنترل زاویه  $\alpha$  است که در عمل باید به گونه‌ای انجام گیرد که طول تتر در یک محدوده کوچک تغییر کند. با توجه به قابلیت‌های روش کنترلی مبتنی بر پیش‌بین مدل غیرخطی<sup>۵</sup>، از این روش برای کنترل حرکت تتر استفاده می‌شود. برای توسعه روش کنترلی مبتنی بر پیش‌بین مدل غیرخطی برای کنترل حرکت تتر ابتدا این روش برای یک سیستم ساده‌تر توسعه داده می‌شود و سپس کنترل کننده طراحی شده برای سیستم اصلی استفاده می‌شود. سیستم ساده‌تر که عبارت است از یک سیستم یک درجه آزادی شامل تتر که در یک انتها به ماهواره و در انتهای دیگر به جرمی متمرکز متصل شده است.

### ۳-۱- کنترل حرکت زاویه‌ای سیستم تتر شده ساده

در این بخش سیستم کنترلی توسعه داده می‌شود که سیستم نشان داده شده در شکل (۳) را از شرایط اولیه  $\dot{\alpha}(0) = 0$  و  $\alpha(0) = \alpha_0$  در شرایطی که طول تتر در بازه محدود  $\ell_0 - \varepsilon \leq \ell \leq \ell_0 + \varepsilon$  قابلیت تغییر دارد، به نقطه تعادلش یعنی  $\bar{\alpha} = \dot{\alpha} = 0$  بازگرداند.

معادله دینامیک این سیستم پایه به صورت زیر بیان می‌شود:

$$(m + \frac{1}{3}m_t)\alpha'' + (\gamma m + m_t)(\alpha' + 1)u + (\gamma m + m_t)S_\alpha C_\alpha = 0 \quad (8)$$

که در آن  $u = \ell' / \ell$  هستند. چنانچه مشاهده می‌شود نرخ تغییرات طول تتر را می‌توان به عنوان یک عامل تحریک کننده کنترل سیستم در نظر گرفت. برای کنترل حرکت زاویه‌ای کنترل کننده مبتنی بر پیش‌بین مدل غیرخطی پیشنهاد شده است. فضای حالت معادله (۸) در معادله (۹) بیان شده است:

$$\begin{pmatrix} \alpha' \\ \alpha'' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha' \\ -\frac{\gamma}{\ell} \sin \gamma \alpha \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \cdot \\ \frac{\gamma(\gamma m + m_t)}{\gamma m + m_t}(\alpha' + 1) \end{pmatrix} u \quad (9)$$

از آنجا که تغییرات طول تتر در یک بازه محدود  $(\ell_0 - \varepsilon \leq \ell \leq \ell_0 + \varepsilon)$  میسر است، ورودی  $u = \ell' / \ell$  هر نوع تغییراتی را نمی‌تواند داشته باشد. با اضافه کردن معادله  $\ell' = u\ell$  به معادله (۹)، معادلات حالت زیر در طراحی کنترل کننده استفاده می‌شود:

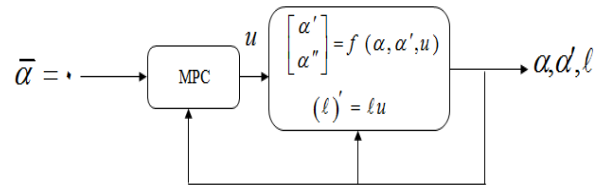
$$\begin{pmatrix} \alpha' \\ \alpha'' \\ \ell' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha' \\ -\frac{\gamma}{\ell} \sin \gamma \alpha \\ \cdot \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \cdot \\ \frac{\gamma(\gamma m + m_t)}{\gamma m + m_t}(\alpha' + 1) \\ \ell \end{pmatrix} u \quad (10)$$

کنترل کننده پیشنهادی برای سیستم ساده در شکل (۴) نشان داده شده است.

روش مبتنی بر پیش‌بینی مدل برای صدور سیگنال کنترلی مناسب، سیستم را گسسته و قطعه قطعه ثابت می‌بندد و با تعیین

۳- مؤلفه اول بردار به‌روز شده  $\mathbf{u}$  به‌عنوان سیگنال کنترلی، برای اعمال به سیستم دینامیکی استفاده می‌شود.

۴- پس از گذشت یک اندازه قدم زمانی  $T_s$ ، مجدداً بردار  $\mathbf{x}$  اندازه‌گیری می‌شود و این  $\mathbf{x}$  و  $\mathbf{u}$  محاسبه شده در قدم قبل برای تکرار قدم‌ها در این الگوریتم تا رسیدن به زمان انتهایی ( $t = t_f$ ) به‌کار گرفته می‌شوند.



شکل ۴- کنترل کننده پیشنهادی برای سیستم ساده

زمانی مناسب به‌عنوان زمان نمونه‌برداری  $T_s$  و استفاده از معادله گسسته سیستم:

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(k), \mathbf{u}(k)) T_s + \mathbf{x}(k) \quad (11)$$

که در آن  $\mathbf{x}(k) = [\alpha(k), \alpha'(k), \ell(k)]^T$  بردار متغیرهای حالت در لحظه  $k$  ام است، پاسخ سیستم را از لحظه  $t = 0$  تا لحظه  $t = t_f$  در فواصل زمانی  $T_s$  به‌طور مرتب با استفاده از الگوریتم زیر به‌دست می‌آورد:

۱- در هر لحظه  $t = t_k = k T_s$ ، پاسخ سیستم را برای یک افق زمانی محدود یا به‌عبارتی افق پیش‌بینی  $T_p = n_p T_s$  که طبیعتاً از زمان کل  $t_f$  کوچک‌تر است برای یک بردار اختیار شده  $n_p$  تایی  $\mathbf{u} = [\mathbf{u}(k), \dots, \mathbf{u}(k+n_p-1)]^T$  را با استفاده از رابطه (۱۲) برای کل فاصله زمانی  $[t, t+T_p]$  پیش‌بینی می‌کند:

$$\mathbf{x}(k+i) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(k+i-1), \mathbf{u}(k+i-1)) T_s + \mathbf{x}(k+i-1), \quad i = 1, \dots, n_p \quad (12)$$

برای بردار انتخابی  $\mathbf{u}$ ، در لحظه صفر بردار  $\mathbf{u}$  تماماً صفر فرض می‌شود. در لحظات بعد مقدار محاسبه شده بردار  $\mathbf{u}$  در هر مرحله (که در قدم‌های بعدی تشریح می‌شود) استفاده می‌شود.

۲- مقدار بردار اختیار شده  $\mathbf{u}$  با استفاده از بهینه‌سازی اندیس  $J$  در زیر برای بردار محاسبه شده  $\mathbf{x}$  در قدم قبل و ماتریس‌های  $\mathbf{Q}$  و  $\bar{\mathbf{Q}}$  و  $\mathbf{R}$  به‌روز می‌شود:

$$J = \sum_{i=1}^{n_p-1} \left[ (\mathbf{x}(k+i) - \mathbf{x}_d(k+i))^T \mathbf{Q} (\mathbf{x}(k+i) - \mathbf{x}_d(k+i)) \right] + (\mathbf{x}(k+n_p) - \mathbf{x}_d(k+n_p))^T \bar{\mathbf{Q}} (\mathbf{x}(k+n_p) - \mathbf{x}_d(k+n_p)) + \sum_{i=1}^{n_p-1} \mathbf{u}^T(k+i) \mathbf{R} \mathbf{u}(k+i) \quad (13)$$

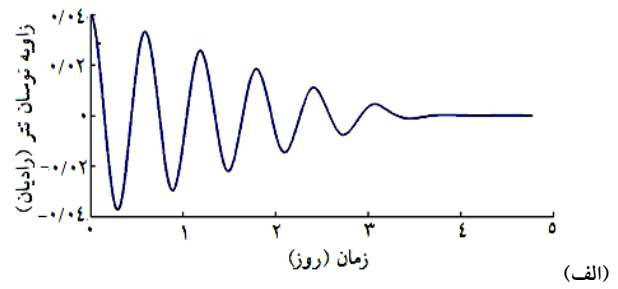
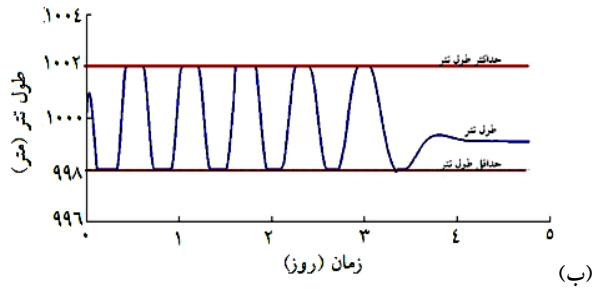
نتایج حاصل از شبیه‌سازی سیستم که برای شرایط  $m = 50$ ,  $\alpha_0 = 0.04$  (rad),  $\dot{\alpha}_0 = 0$ ,  $\ell_0 = 1000$  (m),  $\rho = 0.1$  kg/m,  $R_c = 42164$  (km),  $\Omega = 2\pi$  (rad/day),  $\varepsilon = \pm 2$  (m) به‌دست آمده‌اند در شکل (۵) ارائه شده‌اند.

نتایج حاصل عملکرد مناسب کنترل کننده را در ارضای قید و پایدارسازی سیستم (نگه‌داشتن تتر در راستای قائم) به‌خوبی نشان می‌دهند. عملکرد مناسب این سیستم کنترلی، خصوصاً در ارضای قید تغییر طول محدود تتر، راهبرد پیشنهادی در استفاده از یک کنترل کننده ترکیبی مبتنی بر پیش‌بینی مدل غیرخطی و کنترل گشتاورهای محاسبه شده را برای کنترل سیستم اصلی تأیید می‌کند.

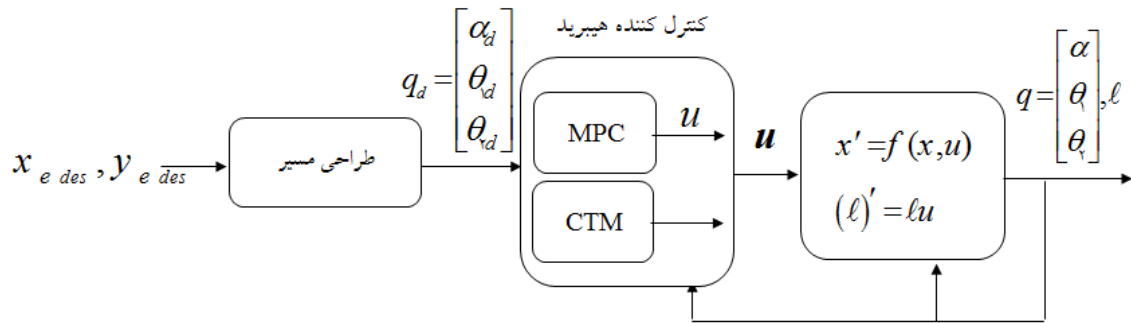
### ۳-۲- انتقال نقطه به نقطه پنجه ربات در سیستم اصلی

حال سیستم اصلی در نظر گرفته می‌شود. فرض می‌شود به‌جای جرم نقطه‌ای موجود در سیستم یک درجه آزادی که در بخش قبل مسئله پایدارسازی برای آن بررسی شد، بازوی مکانیکی دو لینکی به جرمی معادل با جرم نقطه‌ای،  $m = m_1 + m_2$  قرار دارد. این دو لینک اضافه شده دو درجه آزادی  $[\theta_1, \theta_2]$  را به سیستم اضافه می‌کنند که باید کنترل شوند. همان‌طور که گفته شد کنترل این زوایا با استفاده از عملگرهای  $[\tau_1, \tau_2]$  و به روش کنترل گشتاورهای محاسبه شده انجام می‌گیرد. شکل (۶) کنترل کننده کل سیستم که متشکل از دو کنترل کننده مبتنی بر پیش‌بینی مدل و گشتاورهای محاسبه شده که به‌ترتیب برای کنترل حرکت زاویه‌ای تتر و حرکت بازو در نظر گرفته شده‌اند را نشان می‌دهد.

گشتاورهای اعمالی بر روی سیستم توسط کنترل کننده



شکل ۵- نتایج شبیه‌سازی سیستم ساده، الف) تاریخچه زمانی زاویه نوسان تتر، ب) تاریخچه زمانی تغییر طول تتر



شکل ۶- کنترل کننده پیشنهادی برای سیستم اصلی

گشتاورهای محاسبه شده طبق رابطه زیر محاسبه می‌شوند:

کننده فضای کاری آن را نسبت به زمان مأموریت سیستم نشان می‌دهد. نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهند کنترل کننده توانسته ضمن ارضای قید، مأموریت سیستم را به خوبی انجام دهد تا پنجه به نقطه هدف برسد.

$$\tau_\theta = M_{\theta\theta} (\ddot{\theta}_d + K_{v\theta} (\dot{\theta}_d - \dot{\theta}) + K_{p\theta} (\theta_d - \theta)) + M_{\alpha\theta} (\ddot{\alpha}_d + K_{v\alpha} (\dot{\alpha}_d - \dot{\alpha}) + K_{p\alpha} (\alpha_d - \alpha)) + H_\theta \quad (14)$$

که در آن ماتریس مثبت معین و تعیین کننده ضرایب کنترلی هستند.

### ۳-۳- تعقیب مسیر پنجه ربات در سیستم اصلی

برای بررسی عددی عملکرد سیستم، مأموریت سیستم این است که پنجه از شرایط اولیه تعریف شده به نقطه هدف  $[\bar{x}_e, \bar{y}_e] = [-1000, -10]$  برسد. نتایج شبیه‌سازی عددی سیستم برای شرایط زیر به دست آمده‌اند و در شکل (۷) نشان داده شده‌اند.

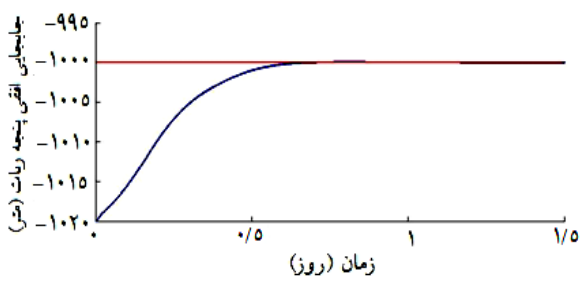
برای بررسی عددی عملکرد سیستم، مأموریت سیستم این است که پنجه از شرایط اولیه تعریف شده به نقطه هدف  $[\bar{x}_e, \bar{y}_e] = [-1000, -10]$  برسد. نتایج شبیه‌سازی عددی سیستم برای شرایط زیر به دست آمده‌اند و در شکل (۷) نشان داده شده‌اند.

$$\begin{aligned} \alpha_0 &= \dot{\alpha}_0 = \theta_0 = \dot{\theta}_0 = \ddot{\theta}_0 = \ddot{\alpha}_0 = 0, \\ R_c &= 42164 \text{ (km)}, \quad \Omega = 2\pi \text{ (rad/day)}, \\ m_1 &= 50 \text{ (kg)}, \quad m_2 = 50 \text{ (kg)}, \quad \rho = 0.1, \quad \ell_0 = 1000 \text{ (m)}, \quad \varepsilon = \pm 1 \text{ (m)}, \\ x_{edes} &= -1000 \text{ (m)}, \quad y_{edes} = -10 \text{ (m)}. \end{aligned}$$

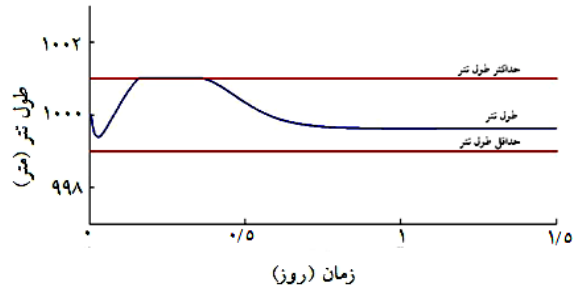
$$\begin{aligned} x_{edes}(t) &= -1010 + 20 \sin\left(\frac{\pi}{6}t\right) \\ y_{edes}(t) &= -10 \end{aligned} \quad (15)$$

شکل (۷- الف) بیانگر تغییرات طول تتر و عملکرد مناسب کنترل کننده در ارضای قید است و دو شکل (۷- ب) و (۷- ج) موقعیت افقی و قائم پنجه ربات برحسب پارامترهای تعیین

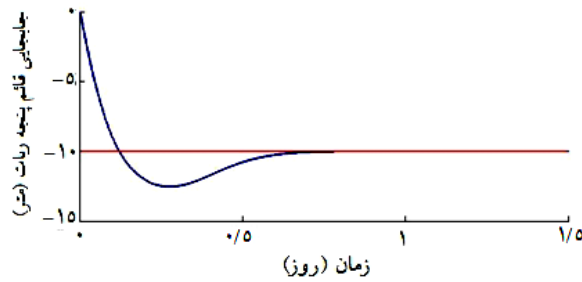




(الف)

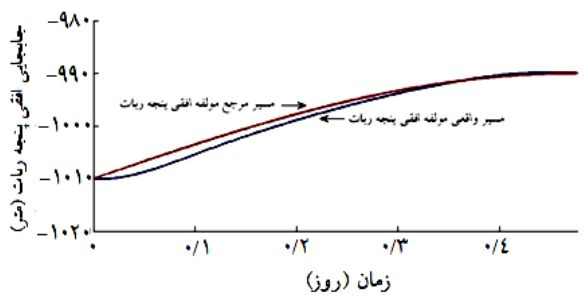


(ب)

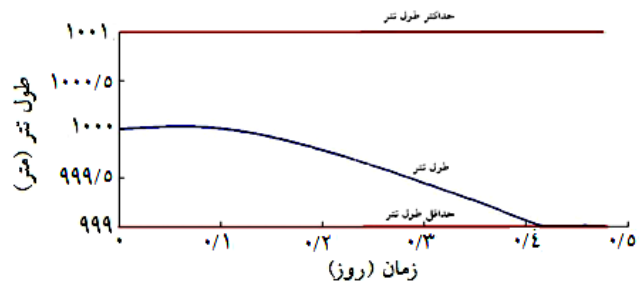


(ج)

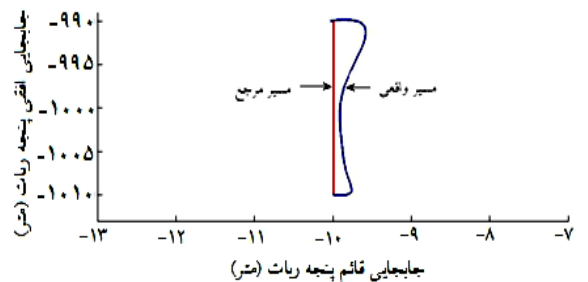
شکل ۷- نتایج شبیه‌سازی سیستم اصلی در انتقال نقطه به نقطه



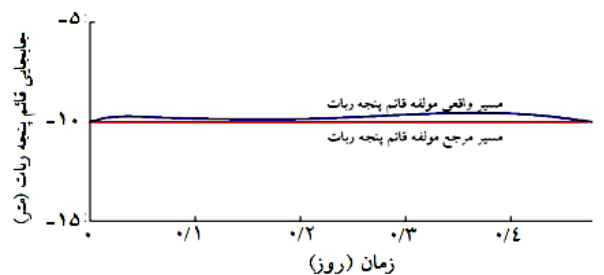
(الف)



(ب)



(ج)



(د)

شکل ۸- نتایج شبیه‌سازی سیستم اصلی در تعقیب مسیر

به‌دست آمده‌اند و در شکل (۸) نشان داده شده‌اند. در شکل (۸- الف) تغییرات طول تتر برای تعقیب مسیر تعریف شده توسط پنجه ربات ارائه شده است. در شکل (۸- ب) و (۸- ج) جابه‌جایی افقی و قائم پنجه ربات با مسیر دلخواه تعریف شده مقایسه شده‌اند. شکل (۸- د) تاریخچه زمانی حرکت پنجه را

نتایج شبیه‌سازی سیستم برای

$$\alpha_0 = \dot{\alpha}_0 = \theta_0 = \dot{\theta}_0 = \dot{\theta}_c = 0, \theta_c = \frac{\pi}{4}$$

$$R_c = 42164 \text{ (km)}, \Omega = 2\pi \text{ (rad/day)},$$

$$m_1 = 50 \text{ (kg)}, m_2 = 50 \text{ (kg)}, \rho = 0.1,$$

$$\ell_0 = 1000 \text{ (m)}, \varepsilon = \pm 1 \text{ (m)}$$

مبتنی بر پیش‌بینی مدل به‌گونه‌ای کنترل شود که طول تتر در بازه‌ای محدود تغییر طول دهد. سپس دو مسئله هدایت پنجه ربات به یک نقطه هدف و کنترل حرکت آن بر روی یک مسیر داده شده بررسی شدند. برای رسیدن به این اهداف کنترلی از یک کنترل کننده مرکب مبتنی بر پیش‌بینی مدل و کنترل گشتاورهای محاسبه شده استفاده شد که حرکت زاویه‌ای تتر توسط کنترل کننده اولی و حرکت مفاصل بازو توسط کنترل کننده دوم کنترل شدند. نتایج شبیه‌سازی نشان دادند با تنظیم مناسب پارامترها، کنترل کننده توانایی لازم برای کنترل موقعیت نهایی پنجه و همچنین تعقیب مسیر برای آن را دارد.

در فضای کار نشان می‌دهد و آن را با مسیر تعریف شده مقایسه می‌کند. چنانچه از نتایج بر می‌آید کنترل کننده توانسته با دقت قابل قبولی پنجه را با عبور از مسیر معلوم ضمن ارضای قید به نقطه هدف برساند.

#### ۴- نتیجه‌گیری

مسئله کنترل حرکت پنجه یک بازوی مکانیکی فضایی که توسط یک تتر با طول بلند به یک فضای‌ما متصل است در این مقاله مدل‌سازی و بررسی عددی شد. در ابتدا به‌عنوان مسئله‌ای پایه‌ای تلاش شد حرکت زاویه‌ای تتر در یک سیستم یک درجه آزادی شامل تتر و جرم متمرکز متصل به آن به روش کنترل

#### واژه‌نامه

- |                               |  |
|-------------------------------|--|
| 1. tethered space robot       | 5. nonlinear model predictive control (NMPC) |
| 2. tether librational motion  | 6. sampling time                             |
| 3. model predictive control   | 7. prediction horizon                        |
| 4. computed torque controller |  |

#### پیوست

$$M_{\alpha\alpha} = \frac{1}{3}\rho l^3 + \frac{m_1}{\gamma}(\ell^2 + a_1^2 + \gamma l a_1 C_{\theta_1}) + \frac{m_2}{\gamma}(\ell^2 + \ell_1^2 + a_2^2 + \gamma l \ell_1 C_{\theta_1} + \gamma \ell_2 a_2 C_{\theta_2} + \gamma l a_2 C_{\theta_1 + \theta_2}) + I_1 + I_2$$

$$M_{\theta\theta} = \begin{bmatrix} \frac{m_1}{\gamma} a_1^2 + \frac{m_2}{\gamma}(\ell_1^2 + a_2^2 + \gamma \ell_2 a_2 C_{\theta_2}) + I_1 + I_2 & \frac{m_2}{\gamma} a_2(\ell_2 C_{\theta_2} + a_2) + I_2 \\ \frac{m_2}{\gamma} a_2(\ell_2 C_{\theta_2} + a_2) + I_2 & \frac{m_2}{\gamma} a_2^2 + I_2 \end{bmatrix}$$

$$M_{\alpha\theta} = \begin{bmatrix} \frac{m_1}{\gamma} a_1(a_1 + \ell C_{\theta_1}) + \frac{m_2}{\gamma}(\ell_1^2 + a_2^2 + \gamma \ell_2 a_2 C_{\theta_2} + \ell \ell_1 C_{\theta_1} + \ell a_2 C_{\theta_1 + \theta_2}) + I_1 + I_2 \\ \frac{m_2}{\gamma} a_2(a_2 + \ell C_{\theta_1 + \theta_2} + \ell_2 C_{\theta_2}) + I_2 \end{bmatrix}$$

$$H_{\alpha} = -\gamma(m_1 a_1 + m_2 \ell) \ddot{\alpha} \theta_1 S_{\theta_1} - (\frac{1}{3}\rho l^3 + m_1 + m_2) R_c \Omega^2 S_{\alpha} - \gamma m_2 \ddot{\alpha} \theta_2 S_{\theta_1 + \theta_2} (\alpha + \theta_1) \\ + (\gamma m_1 + \gamma m_2 + \rho) (\Omega + \alpha) - \gamma m_1 a_1 \Omega \theta_1 S_{\theta_1} - \gamma m_2 \ddot{\alpha} \theta_2 S_{\theta_1 + \theta_2} + \gamma m_1 a_1 C_{\theta_1} (\Omega + \alpha) \\ + \gamma m_2 a_2 C_{\theta_1 + \theta_2} (\Omega + \alpha) - m_1 \ddot{\alpha} \theta_1^2 S_{\theta_1} + \gamma m_2 \ell (\Omega + \alpha) - m_2 \ddot{\alpha} \theta_2 S_{\theta_1 + \theta_2} (\theta_1^2 + \theta_2^2 + \gamma \Omega \theta_2 + \gamma \Omega \theta_1) \\ - m_2 \ell \ddot{\alpha} S_{\theta_1} - (m_1 a_1 + m_2 \ell) R_c \Omega^2 S_{\alpha + \theta_1} - m_2 a_2 R_c \Omega^2 S_{\alpha + \theta_1 + \theta_2} - \gamma m_2 (a_2 S_{\theta_2} \theta_2 (\Omega + \alpha + \theta_1) \\ - \gamma m_2 \ell S_{\theta_1} \Omega \theta_1 - m_2 (a_2 \theta_2^2 S_{\theta_1}$$

$$\mathbf{H}_\theta = \begin{bmatrix} -\gamma m_r \ell_1 a_r \dot{\theta}_r \dot{\theta}_r S_{\theta_r} - m_r \ell_1 a_r \dot{\theta}_r^2 S_{\theta_r} + 2m_r \ell_1 \dot{\ell} C_{\theta_r} (\Omega + \dot{\alpha}) - (m_r a_r + m_r \ell_1) R_c \Omega^T S_{\alpha+\theta_r} \\ -m_r a_r R_c \Omega^T S_{\alpha+\theta_r+\theta_r} + m_r \ell_1 a_r S_{\theta_r+\theta_r} (\Omega + \dot{\alpha})^T + 2m_r a_r \dot{\ell} C_{\theta_r+\theta_r} (\Omega + \dot{\alpha}) - \gamma m_r a_r \ell_1 S_{\theta_r} \dot{\theta}_r (\Omega + \dot{\alpha}) \\ + m_r \ell_1 \dot{\ell} S_{\theta_r} (\Omega + \dot{\alpha})^T + m_r a_r \dot{\ell} S_{\theta_r} (\Omega + \dot{\alpha})^T + \gamma m_r a_r \dot{\ell} C_{\theta_r} (\Omega + \dot{\alpha}) \\ m_r a_r (\ell_1 S_{\theta_r} (\Omega + \dot{\alpha})^T + \gamma \ell_1 S_{\theta_r} \dot{\theta}_r \Omega + \gamma \dot{\ell} C_{\theta_r+\theta_r} (\Omega + \dot{\alpha})) - R_c \Omega^T S_{\alpha+\theta_r+\theta_r} + \gamma \ell \dot{\alpha} \Omega S_{\theta_r+\theta_r} \\ + \ell \Omega^T S_{\theta_r+\theta_r} \dot{\ell} \dot{\alpha}^T S_{\theta_r+\theta_r} + \gamma \ell_1 S_{\theta_r} \dot{\alpha} \dot{\theta}_r + \ell_1 S_{\theta_r} \dot{\theta}_r^2 \end{bmatrix}$$

## مراجع

- Boning, P., and Dubowsky, S., "Coordinate Control of Space Robot Teams for the on-Orbit Construction of Large Flexible Space Structures", *Advanced Robotics*, Vol. 24, No. 3, pp. 303-323, 2010.
- Nohomi, M., Nenchev, D. N., and Uchiyama, M., "Control of Atethered Robot System using a Spacecraft Mounted Manipulator", *AIAA Guidance Navigation- and-Control Conference*, San-Diego, CA, 1996.
- Zhao, Y., and Bai, Z. F., "Dynamics Analysis of Space Robot Manipulator with Joint Clearance", *Acta Astronautica Journal*, Vol. 68, pp. 1147-1155, 2011.
- Sasaki, S., Tanaka, K., Higuchi, K., Okuizumi, N., Kawasaki, S., Shinohara, N., Senda, K., and Ishimura, K., "A New Concept of Solar Power Satellite: Tethered-SPS", *Acta Astronautica Journal*, Vol. 60, pp. 153-165, 2006.
- Takeichi, N., "Geostationary Station Keeping Control of a Space Elevator During Initial Cable Deployment", *Acta Astronautica Journal*, Vol. 70, pp. 85-94, 2012.
- Woo, M. Y. P., "Planar Dynamics of Tethered Space Manipulators", Master of Engineering Thesis, Department of Mechanical Engineering, McGill University, Montréal, Canada, 2003.
- Nohomi, M., "Development of Space Tethered Autonomous robotic Satellite", *Proceeding of 3<sup>rd</sup> International Conference on Recent Advances in Space Technologies*, Istanbul: IEEE, pp. 462-467, 2007.
- Zhai, G., Qiu, Y., Liang, B., Li, C., "Research of Capture Error and Error Compensate for Spacenet Capture Robot", *International Journal of Advanced Robotic Systems*, Vol. 6, No. 2, pp. 467-472, 2009.
- Woo, M. Y. P., and Misra, A. K., "Dynamics of a Tethered Space Manipulator", *AAS/AIAA Astrodynamics Specialist Conference, Big Sky, Montana, U.S.A.*, pp. AAS-03-534, 2003.
- Nohomi, M., Nenchev, D. N., and Uchiyama, M., "Path Planning for a Tethered Space Robot", *International Conference on Robotics and Automation Albuquerque*, New Mexico: IEEE, pp. 3062-3067, 1997.
- Woo, M. Y. P., and Misra, A. K., "Kinematics and Dynamics of Tethered Space Manipulators", *Proceedings of 11th National Conference on Machines and Mechanics*, Delhi, pp. 101, 2003.
- Schechter, H. B., "Dumbbell Librations in Elliptic Orbits", *AIAA Journal*, Vol. 2, No. 6, pp. 1000-1003, 1964.
- Williams, P., "Libration Control of Tethered Satellites in Elliptical Orbits", *Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol. 43, No. 2, pp. 476-479, 2006.
- Misra, A. K., "Dynamics and Control of Tethered Satellite Systems", *Acta Astronautica*, Vol. 63, pp. 1169-1177, 2008.
- Misra, A. K., and Modi, V. J., "A Survey on the Dynamics and Control of Tethered Satellite Systems", *Advances in the Astronautical Sciences*, Vol. 62, pp. 667-719, 1987.
- Qin, S. J., and Badgwell, T. A., "An Overview of Industrial Model Predictive Control Technology", *Chemical Process Control, AIChE Symposium Series*, No. 316, pp. 232-256, 1996.
- Lee, E. B., and Markus, L., *Foundations of Optimal Control Theory*, Wiley, New York, 1967.