

## بررسی عملکرد جاذب‌های دینامیکی خطی و غیرخطی برای تیرهای در معرض بارهای در حال حرکت

حسین لکزیان، اردشیر کرمی محمدی\* و امیر جلالی  
دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شاهرود

(دریافت مقاله: ۱۳۹۴/۰۸/۱۵ - دریافت نسخه نهایی: ۱۳۹۵/۰۲/۱۲)

DOI: 10.18869/acadpub.jcme.36.1.111

چکیده - کار حاضر به بررسی عملکرد جاذب‌های ارتعاشی دینامیکی خطی و غیرخطی، بر روی تیر اولر - برنولی با تکیه‌گاه‌های ساده، در معرض بارهای در حال حرکت می‌پردازد. جاذب‌های مورد استفاده متشکل از یک جرم، دو فنر و یک میراگر خطی هستند، که هر یک از فنرها می‌توانند خطی و یا غیرخطی باشند. هدف از این کار، بررسی عملکرد این نوع جاذب‌ها نسبت به جاذب‌های دینامیکی کلاسیک و غیرخطی است. معادلات دیفرانسیل جزئی حاکم بر مسأله، با استفاده از روش گلرکین - بوبنو، به معادلات دیفرانسیل معمولی تبدیل می‌شوند. عملکرد جاذب‌های دینامیکی در کاهش ارتعاشات تیر، از روش ماکزیمم دامنه ارتعاشی و سهم انرژی اتلافی توسط میراگر تخمین زده می‌شوند. در نهایت با بهینه‌سازی که صورت پذیرفت، اثربخشی این جاذب‌ها برای شرایط و موارد مختلف تعیین شدند.

واژه‌های کلیدی: بارهای در حال حرکت، جاذب دینامیکی خطی و غیرخطی، تیر اولر - برنولی.

## On the Performance of Linear and Nonlinear Dynamic Absorbers for Beams Subjected to Moving Loads

H. Lakzian, A. Karami Mohammadi\* and A. Jalali

Department of Mechanical Engineering, Shahrood University Of Technology, Shahrood, Iran

**Abstract:** *The present work studies the performance of linear and nonlinear dynamic vibration absorbers mounted on Euler-Bernoulli beams subjected to moving loads. Absorbers used in this work consist of one mass, two springs and one linear damper. The springs may be considered either linear or non-linear. The objective is to compare the performance of these absorbers with classical dynamic and nonlinear absorbers. The partial differential equations governing the problem are reduced to a set of ordinary differential equations by means of Galerkin-Bubnov method. The performance of the dynamic absorbers in reduction of the beams' vibration is estimated through the maximum amplitude of vibration and the portion of energy dissipated by the dynamic damper. Finally, after optimizations, the effectiveness of the dynamic absorbers is determined for different conditions and applications.*

**Keywords:** *Moving loads, Linear and nonlinear dynamic absorber, Euler-Bernoulli Beam.*

\*: مسئول مکاتبات، پست الکترونیکی: akaramim@yahoo.com

$m_0$	جرم جاذب	A	سطح مقطع
$t_1$ و $t_0$	زمان	$C_1$ و $C_2$	سختی‌های جاذب
V	سرعت	d	محل قرارگیری جاذب بر روی تیر
$Y(x,t)$	جاب‌جایی عرضی تیر	$d_E$	ضریب میرایی خارجی
$\delta$	تابع دلتای دیراک	E	مدول الاستیسیته
$\delta_{ij}$	دلتای کرانیکر	$E_{in}$	انرژی کل ورودی به تیر
$\eta$	سهم انرژی ورودی اتلافی، توسط میراگر لزج جاذب دینامیکی (بازده)	$E_{NES}$	انرژی جذب شده و هدر داده شده توسط جاذب دینامیکی
$\phi_T(x)$	تابع‌های ویژه تیر با تکیه‌گاه‌های ساده	$F(x,t)$	نیروی خارجی اعمالی به تیر
$v(t)$	موقعیت مطلق جرم جاذب	$H(t)$	تابع هویساید
$\lambda$	ضریب میرایی میراگر لزج	I	مان اینرسی سطح مقطع
$\rho$	چگالی ماده	$k_1$ و $k_2$	سختی‌های جاذب
$\omega_T$	فرکانس طبیعی $T$ امین مود	L	طول تیر
		$m = \rho A$	جرم در واحد طول تیر

## ۱- مقدمه

راه‌حل‌های مختلفی برای کاهش ارتعاشات ساختارهای مختلف وجود دارد که از میان آنها استفاده از جاذب‌های ارتعاشی دینامیکی بسیار مؤثر است. جاذب‌های ارتعاشی دینامیکی شامل جرم، فنر و میراگر هستند که به سازه اصلی متصل می‌شوند. استفاده از جاذب‌های دینامیکی برای تیرها، یکی از راه‌های مؤثر برای کاهش ارتعاشات تلقی می‌شود. در تیرهایی که در معرض تحریک خارجی هستند، گاهی به دلیل ارتعاش با دامنه زیاد و نوسانات مکرر نیاز اساسی به استفاده از جاذب مشاهده می‌شود. به کار بردن جاذب‌های دینامیکی در سیستم‌های کوپل شده دو یا چند درجه آزادی خطی و نوسانگرهای میرایی غیرخطی، با پارامترها و شرایط مختلف در مراجع [۵-۱] بررسی شده است. اولین مطالعه‌های مدرن برای بارهای درحال حرکت، به کارهای تیموشنکو و همکاران [۶] مربوط می‌شود؛ که برای مسأله مورد نظر، حل تحلیلی ارائه کرده و رابطه‌ای برای سرعت بحرانی

به دست آوردند. در نظر گرفتن جرم‌های درحال حرکت به جای بارهای درحال حرکت، به نظر بیشتر با واقعیت انطباق دارد؛ اگرچه نشان داده شده است که اگر جرم درحال حرکت در مقایسه با جرم تیر کوچک باشد، رفتار تیرها تحت بارها یا جرم‌های درحال حرکت مشابهت زیادی دارند [۷]. برای جاذب‌های ارتعاشی خطی و بارهای متناوب، دن هارتوگ [۸]، ثابت کرد که می‌توان ضرایب فنرخطی و میراگر لزج<sup>۲</sup> را بهینه کرد به گونه‌ای که سازه کمترین خیز را داشته باشد.

و، استفاده از جاذب دینامیکی خطی با میراگر را در میانه تیر، برای تیر در معرض بارهای درحال حرکت پیشنهاد کرد [۹]. این تحلیل از روش المان محدود<sup>۳</sup> با در نظر گرفتن اولین مختصه مودال انجام شد و با استفاده از این مدل ساده و روش دن هارتوگ [۸] مقادیر بهینه‌ای برای ضریب میرایی و سختی جاذب به دست آمد. گریکو و سانتینی [۱۰]، تیری را تحت بارهای درحال حرکت با دو میراگر لزج چرخشی در دو انتهای

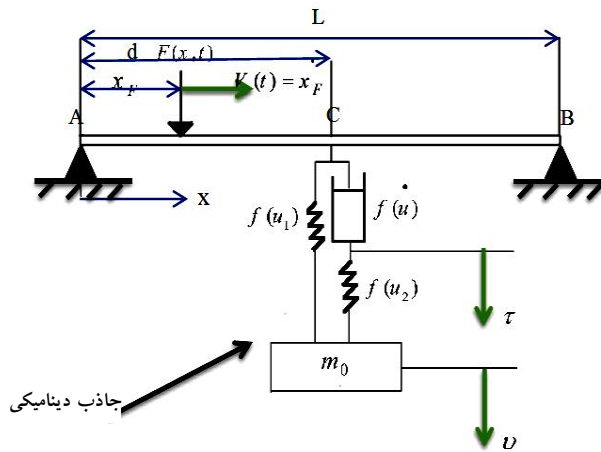
میراگر روی آن در حال حرکت بود مورد بررسی قرار دادند. با جاذبی که آن هم شامل جرم، فنر و میراگر بوده و از فنرهای مرتبه ۳، ۵ و ... استفاده شد؛ و در نهایت استفاده از فنرهای قطعه به قطعه پیوسته را پیشنهاد کردند، که در کاهش ارتعاشات تیر مؤثرتر واقع شد. کار ابوالشیخ و همکاران [۲۱]، از جمله کارهای دیگر در این زمینه است که پاسخ دینامیکی تیر اولر-برنولی را توسط چند جاذب که در روی تیر کار گذاشته شده بودند، بررسی کردند. آنها برای حل از تبدیل لاپلاس استفاده کردند و اثرگذاری قرار دادن یک جاذب یا دو جاذب و ... بر روی تیر را بررسی کردند؛ و در نهایت نتایج آنها را با هم مقایسه کردند.

در این مقاله، برای تیر اولر-برنولی با تکیه‌گاه‌های ساده، که در معرض بار در حال حرکت است، از جاذب‌های ارتعاشی دینامیکی خطی و غیرخطی، که از جرم، دو فنر و یک میراگر خطی تشکیل شده، استفاده شده است. استفاده از جاذب‌های شامل جرم، دو فنر و یک میراگر خطی برای سیستم‌های گسسته نامیرا در بعضی مقالات مورد بحث قرار گرفته است. به‌کارگیری آنها برای سیستم‌های گسسته میرا نیز در مرجع [۲۲] برای اولین بار مورد استفاده قرار گرفت؛ که نشان‌دهنده عملکرد مناسب‌تری نسبت به جاذب‌های نوع قبل که تنها از جرم، یک فنر و میراگر تشکیل شده بودند است؛ به‌همین دلیل در این مقاله برای اولین بار از این نوع جاذب‌ها برای تیر استفاده شده است، تا کارایی آنها نسبت به نوع جاذب‌های کلاسیک و غیرخطی متداول مورد ارزیابی قرار گیرد. معادلات دیفرانسیل جزئی<sup>۵</sup> حاکم بر مسأله، با استفاده از روش گلرکین-بوبنوف<sup>۶</sup>، به معادلات دیفرانسیل معمولی<sup>۷</sup> تبدیل می‌شوند. برای حل عددی معادلات دیفرانسیل از نرم‌افزار متمتیکا<sup>۸</sup> و از برنامه LSODA<sup>۹</sup> استفاده می‌شود. اساس حل بدین‌گونه است که برای حل عددی معادلات دیفرانسیل سیستم صلب<sup>۱۰</sup> از شیوهٔ آدامز<sup>۱۱</sup> و برای معادلات دیفرانسیل غیرصلب<sup>۱۲</sup> از روش بک‌وارد<sup>۱۳</sup> استفاده می‌شود؛ که به‌طور خودکار این جابه‌جایی بین حل‌ها انجام می‌پذیرد.

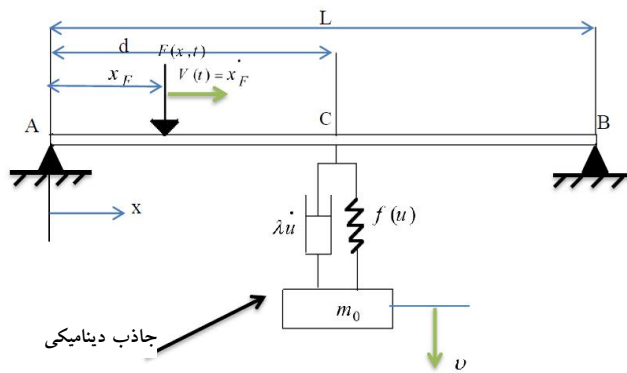
عملکرد جاذب‌های دینامیکی در کاهش ارتعاشات تیر، از روش

آن تحلیل کردند. آنها به‌طور عددی نشان دادند که اثربخشی میراگر به‌طور مؤثری وابسته به سرعت بار در حال حرکت است. لی و همکاران [۱۱]، دینامیک یک سیستم دو درجه آزادی را که شامل یک نوسانگر خطی پایه که توسط فنر غیرخطی به جرم سبک وصل شده بود را تحلیل کردند. آنها دریافتند که مدارهای پرپودیک سیستم با جاذب نامیرا، به‌طور قابل ملاحظه‌ای با افزودن میرایی تحت تأثیر قرار می‌گیرد. همچنین اگر مدارهای پرپودیک سیستم نامیرا با شرایط اولیه‌ای تحریک شوند، احتمال انتقال انرژی به‌صورت انفعالی از نوسانگر خطی به جاذب غیرخطی وجود دارد.

ون و همکاران [۱۲]، ثابت کردند اگر جاذب دارای میراگر در میانهٔ پل قرار گیرد، وقتی قطار با سرعت بالا از روی پل عبور می‌کند، بیشینهٔ جابه‌جایی عمودی ایجاد شده توسط ترن تا حدود ۲۱ درصد کاهش می‌یابد و ارتعاشات آزاد سریع‌تر از بین می‌رود. کاهش ارتعاشات در حال تشدید تیرها، تحت بارهای در حال حرکت، با افزایش ضرایب میرایی به‌منظور افزایش اتلاف انرژی، در مرجع [۱۳] بررسی شد. به‌کارگیری جاذب دارای میراگر تنظیم شونده برای کاهش ارتعاش پل در معرض عبور قطار تندرو [۱۴]، نشان داد که در قطارهای تندرو می‌توان عملکرد جاذب دارای میراگر تنظیم شده را در جهت کاهش ارتعاشات پل و اجتناب از سرعت‌های بحرانی بهینه کرد. ثابت شده [۱۵] که جاذب دارای میراگر تنظیم شده که برای مود ویژه‌ای تنظیم می‌شود اثر ناچیزی روی مودهای دیگر دارد. اثربخشی جاذب دارای میراگر تنظیم شده در کاهش ارتعاش سازه‌ای که در معرض بارهای اتفاقی است، بستگی زیادی به نحوهٔ توزیع فرکانس‌های اصلی دارد. تحت شرایط مشخص، میراگرهای دینامیکی غیرخطی می‌توانند به‌طور انفعالی انرژی را از یک ساختار میرای غیرپایستار<sup>۴</sup> خطی جذب نمایند [۱۶-۱۸]. سامانی و پلیکانو [۱۹]، تیر در معرض بار در حال حرکت را که به میراگر دینامیکی خطی و غیرخطی متصل شده بود مورد مطالعه قرار دادند و پارامترهای بهینهٔ جاذب (مکان، سختی و ضریب میرایی) را به‌دست آوردند. همچنین سامانی و همکاران [۲۰]، عملکرد تیر اولر-برنولی را که یک سیستم جرم، فنر و



شکل ۱- تیر به همراه جاذب سه-المانه



شکل ۲- تیر به همراه جاذب دو-المانه

کردن تیر، معادلات حرکت به دست می آیند.  
برای جاذب سه-المانه:

$$d_E y_{,t} + Ely_{,xxxx}(x, t) + \rho A y_{,tt}(x, t) + [f(u_1) + f(\dot{u})]\delta(x - d) = F(x, t), \quad x \in (0, L), \quad t > 0 \quad (1)$$

$$m_0 v_{,tt}(t) - f(u_2) - f(u_1) = 0, \quad v(0) = 0, \quad v_{,t}(0) = 0 \quad (2)$$

$$\tau(0) = 0, \quad \tau_{,t}(0) = 0, \quad t > 0 \quad (3)$$

$$f(\dot{u}) = f(u_2) \quad (4)$$

$$u_1(t) = y(d, t) - v(t), \quad u_2(t) = \tau(t) - v(t), \quad (5)$$

$$u(t) = y(d, t) - \tau(t) \quad (6)$$

$$f(u_1) = C_1 u_1 \quad \text{یا} \quad f(u_1) = C_1 \dot{u}_1 \quad (7)$$

$$f(u_2) = C_2 u_2 \quad \text{یا} \quad f(u_2) = C_2 \dot{u}_2 \quad (8)$$

$$f(\dot{u}) = \lambda u_{,t} \quad (9)$$

ماکزیمم دامنه ارتعاشی و سهم انرژی اتلافی توسط میراگر تخمین زده می شوند.

## ۲- به دست آوردن معادلات حاکم

تیر اولر-برنولی با تکیه گاه های ساده، که در معرض بار در حال حرکت است، به همراه جاذب در شکل های (۱) و (۲) مشاهده می شود. در شکل (۱) جاذب دینامیکی از جرم کوچک، دو فنر و یک میراگر، و در شکل (۲) جاذب دینامیکی از جرم کوچک، یک فنر و یک میراگر تشکیل شده است. در اینجا جاذب به کار رفته در شکل (۱) تحت عنوان جاذب سه-المانه و جاذب به کار رفته در شکل (۲) با عنوان جاذب دو-المانه نام برده می شوند. با استفاده از تئوری اولر-برنولی خطی، برای مدل

$$\int_0^L m \phi_i(x) \phi_j(x) dx = \delta_{ij}$$

$$\int_0^L \phi_i(x) (EI \phi_j''(x))'' dx = \omega_j^2 \delta_{ij}, \quad i, j = 1, 2, 3, \dots \quad (14)$$

که  $\delta_{ij}$ ، دلتای کرانیکر<sup>۱۶</sup> است.

ارتعاش عرضی تیر را می‌توان به صورت رابطه (۱۵) فرض کرد:

$$y(x, t) = \sum_{r=1}^{\infty} a_r(t) \phi_r(x) \quad (15)$$

که  $a_r(t)$  تابع‌های نامشخص زمان و  $\phi_r(x)$  تابع‌های ویژه<sup>۱۷</sup> یکه شده هستند.

پس برای جاذب سه-المانه:

رابطه (۱۵) در معادلات (۱)، (۲) و (۳) جایگزین می‌شود؛ سپس با ضرب داخلی طرفین در  $p$  امین تابع ویژه و استفاده از شرایط عمود و یکه بودن، نتیجه می‌شود:

$$\ddot{a}_p(t) + \gamma \zeta_p \omega_p \dot{a}_p(t) + \omega_p^2 a_p(t) + \{D_1(t) + D(t)\} \phi_p(d) = \tilde{F}(t) \quad (16)$$

$$m_p \ddot{v}(t) - D_1(t) - D_2(t) = 0 \quad (17)$$

$$\lambda \left( \sum_{r=1}^{\infty} \dot{a}_r(t) \phi_r(d) - \dot{v}(t) \right) = k_r (\tau(t) - v(t)) \quad (18)$$

$$D_1(t) = k_1 \left( \sum_{r=1}^{\infty} a_r(t) \phi_r(d) - v(t) \right) \quad (19)$$

$$D(t) = \lambda \left( \sum_{r=1}^{\infty} \dot{a}_r(t) \phi_r(d) - \dot{v}(t) \right) \quad (20)$$

$$D_2(t) = k_2 (\tau(t) - v(t)) \quad (21)$$

$$\tilde{F}(t) = F_0 \phi_p(Vt) \left[ H\left(\frac{L}{V} - t\right) \right] \quad \text{برای بار در حال حرکت}$$

$$\tilde{F}(t) = F_1(t) \phi_p(x_F) \quad \text{برای بار ثابت گذرا} \quad (22)$$

و برای جاذب دو-المانه:

معادله (۱۵)، در معادلات (۸) و (۹) جایگزین می‌شود؛ سپس با ضرب داخلی طرفین در  $p$  امین تابع ویژه و استفاده از شرایط عمود و یکه بودن، نتیجه می‌شود:

$$\ddot{a}_p(t) + \gamma \zeta_p \omega_p \dot{a}_p(t) + \omega_p^2 a_p(t) + \left\{ D(t) + \lambda \left[ \sum_{r=1}^{\infty} \dot{a}_r(t) \phi_r(d) - \dot{v}(t) \right] \right\} \phi_p(d) = \tilde{F}(t) \quad (23)$$

و برای جاذب دو-المانه:

$$d_{EY,t} + EI y_{,xxxx}(x, t) + \rho A y_{,tt}(x, t) + [f(u) + \lambda u_{,t}(t)] \delta(x-d) = F(x, t), \quad x \in (0, L), \quad t > 0 \quad (8)$$

$$m_p v_{,tt}(t) - f(u) - \lambda u_{,t}(t) = 0, \quad v(0) = 0, \quad v_{,t}(0) = 0, \quad t > 0 \quad (9)$$

$$f(u) = ku \quad \text{یا} \quad f(u) = Cu^3 \quad (10)$$

$$u(t) = y(d, t) - v(t) \quad (11)$$

در این معادلات،  $v(t)$  جابه‌جایی جرم جاذب و  $y(x, t)$  جابه‌جایی عرضی تیر را بیان می‌کنند (سمت پایین مثبت در نظر گرفته شده است).  $E$  مدول یانگ،  $I$  ممان اینرسی سطح مقطع،  $m = \rho A$  جرم در واحد طول تیر،  $\rho$  چگالی ماده،  $A$  سطح مقطع و  $\lambda$  ضریب میرایی میراگر لزوج هستند.  $f(u_1)$  نیروی فنر و  $f(u)$  نیروی میرایی لزوج جاذب سه-المانه هستند.  $f(u)$  نیروی سختی و  $\lambda u_{,t}(t)$  نیروی میرایی لزوج جاذب دو-المانه هستند.  $F(x, t)$  نیروی خارجی است. معادله‌های (۲) و (۹) به ترتیب دینامیک جاذب سه-المانه و دو-المانه را بیان می‌کنند. نیروی خارجی به صورت ذیل در نظر گرفته شده است:

$$F(x, t) = F_0 \delta(x - Vt) \left[ H\left(\frac{L}{V} - t\right) \right] \quad \text{برای بار در حال حرکت}$$

$$F(x, t) = F_1(t) \delta(x - x_F) \quad \text{برای بار ثابت گذرا} \quad (12)$$

جرم جاذب در مقایسه با جرم تیر کوچک است. استفاده از جاذب دینامیکی سنگین اگرچه در کاهش ارتعاشات تیر مؤثرتر است؛ انحراف استاتیکی تیر را نیز به همان نسبت افزایش می‌دهد؛ بنابراین جرم جاذب نمی‌تواند خیلی زیاد باشد. در این کار، جرم جاذب ۵ درصد جرم کل تیر در نظر گرفته می‌شود [۲۳]. تابع‌های ویژه<sup>۱۴</sup> تیر با تکیه‌گاه‌های ساده، بدون هیچ اتصالی را می‌توان به صورت رابطه (۱۳) نوشت:

$$\phi_r(x) = \left(\frac{\gamma}{mL}\right)^{\frac{1}{2}} \sin\left(\frac{r\pi x}{L}\right), \quad (13)$$

$$\omega_r = (r\pi)^2 \left(\frac{EI}{mL^4}\right)^{\frac{1}{2}}, \quad r = 1, 2, 3, \dots$$

که  $\omega_r$  فرکانس طبیعی  $r^{\text{امین}}$  مود است. توابع ویژه شرایط عمود و یکه بودن ذیل را ارضا می‌کنند:

می‌شود؛ چرا که در این مدت دینامیک گذرا تقریباً میرا می‌شود [۱۹]. سهم انرژی تلف شده توسط میراگر لزج در زمان  $t_1$  مربوط به جاذب دینامیکی سه-المانه، از رابطه (۲۹) به دست می‌آید:

$$\eta = \frac{E_{NES}}{E_{in}} = \frac{\int_0^{t_1} \lambda \left( \dot{v}(t) - \sum_{r=1}^{\infty} \dot{a}_r(t) \phi_r(d) \right)^{\alpha} dt}{\int_0^{t_1} F_i \left[ \sum_{r=1}^n \dot{a}_r(t) \phi_r(x_F) \right] dt} \quad (29)$$

در مورد میراگر خطی،  $\alpha$  برابر با ۲ خواهد بود [۲۴].

### ۳- اعتبارسنجی

برای بررسی دقت نتایج مدل حاضر، تیر را با جاذب دو-المانه غیرخطی، که تحت تأثیر نیروی گذرا در مکان ثابت روی تیر قرار دارد، در نظر گرفته و نتایج آن با نتایج به دست آمده در مرجع [۱۹] مقایسه می‌شود (که خود نتایج آن مرجع نیز، با مدل دیگری که به روش المان محدود بررسی شده، مقایسه و همگرایی مناسبی داشته است). مدل نشان داده شده در شکل (۲)، با فرض  $V=0$ ، و  $x_F$  ثابت و  $f(u) = Cu^3$  در نظر گرفته شده است. نیروی ضربه‌ای وارد به تیر به صورت رابطه (۳۰) در نظر گرفته می‌شود:

$$F_i(t) = \begin{cases} F_a \sin\left(\frac{\gamma\pi t}{T}\right), & 0 \leq t < \frac{T}{2} \\ 0, & t < 0 \text{ \& } t \geq \frac{T}{2} \end{cases} \quad (30)$$

مقادیر عددی پارامترهای سیستم به صورت روابط (۳۱) در نظر گرفته می‌شوند:

$$\begin{aligned} F_a &= 10 \text{ N}, EI = 1 \text{ Pa m}^4, \rho A = 1 \frac{\text{kg}}{\text{m}}, \gamma \xi_p \omega_p = 0.05 \text{ s}^{-1}, \\ L &= 1 \text{ m}, m_0 = 0.1 \text{ kg}, x_F = 0.3 \text{ m}, d = 0.065 \text{ m}, \\ C &= 3222 \times 10^3 \frac{\text{N}}{\text{m}^3}, T = \left(\frac{0.4}{\pi}\right) \text{ s}, \lambda = 0.05 \frac{\text{Ns}}{\text{m}} \end{aligned} \quad (31)$$

شکل (۳) که مربوط به پاسخ تیر در مکان  $0.8$  متر  $(y(0.8, t))$  است، مقایسه بین مدل حاضر و نتایج مقاله [۱۹] را نشان می‌دهد. از سری (۱۵)، ۵ مود اول در نظر گرفته شده است. منحنی پیوسته مربوط به مدل حاضر، و منحنی نقطه‌چین، که نقاط آن مربوط به مقاله [۱۹] بوده و با نرم‌افزار دیجیتالی‌تر

$$m_0 \ddot{v}(t) - D(t) + \lambda \left[ \dot{v}(t) - \sum_{r=1}^{\infty} \dot{a}_r(t) \phi_r(d) \right] = 0 \quad (24)$$

$$\begin{cases} D(t) = K \left[ \sum_{r=1}^{\infty} a_r(t) \phi_r(d) - v(t) \right] & \text{برای جاذب دینامیکی خطی:} \\ D(t) = C \left[ \sum_{r=1}^{\infty} a_r(t) \phi_r(d) - v(t) \right] & \text{برای جاذب دینامیکی غیرخطی:} \end{cases} \quad (25)$$

$$\begin{cases} \tilde{F}(t) = F_p \phi_p(Vt) \left[ H\left(\frac{L}{V} - t\right) \right] & \text{برای بار در حال حرکت} \\ \tilde{F}(t) = F_i(t) \phi_p(x_F) & \text{برای بار ثابت گذرا} \end{cases} \quad (26)$$

$\delta$ ، تابع دلتای دیراک<sup>۱۸</sup> و  $H(t)$  تابع هویساید<sup>۱۹</sup> هستند:

$$H(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 1, & t > 0 \end{cases} \quad (27)$$

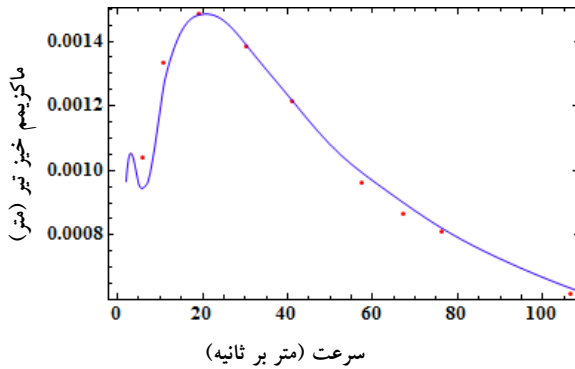
عبارت  $\gamma \xi_p \omega_p \dot{a}_p(t)$  بیانگر میرایی لزج است. برای بررسی دینامیک گذرا از روش عددی استفاده می‌شود؛ که برای این کار باید تعداد محدودی از بسط سری رابطه (۱۵) را در نظر گرفت.

سهم انرژی تلف شده توسط میراگر لزج جاذب دینامیکی در زمان  $t_1$ ، برای جاذب دینامیکی دو-المانه از رابطه (۲۸) به دست می‌آید [۱۹]:

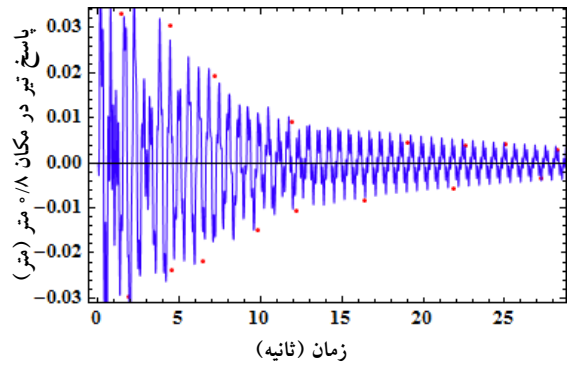
$$\eta = \frac{E_{NES}}{E_{in}} = \frac{\int_0^{t_1} \lambda \left[ \dot{v}(t) - \sum_{r=1}^n \dot{a}_r(t) \phi_r(d) \right]^{\gamma} dt}{\int_0^{t_1} F_i \left[ \sum_{r=1}^n \dot{a}_r(t) \phi_r(x_F) \right] dt} \quad (28)$$

از رابطه (۱۲) برای بار در حال حرکت نتیجه می‌شود  $F_i = F_0$  و  $x_F = Vt$ ؛ و برای نیروی ضربه‌ای،  $F_i = F_0$  و  $x_F$  ثابت است.  $\eta$  را بازده می‌نامند.

$E_{NES}$ ، انرژی جذب شده و هدر داده شده توسط جاذب دینامیکی است. فرض می‌شود زمان  $t_1$  به اندازه کافی بزرگ باشد تا دینامیک گذرا تقریباً میرا شود؛  $E_{in}$  انرژی کل ورودی به تیر توسط نیرو و  $t_0 = T/2$  مدت زمان اعمال ضربه است. تحلیل همگرایی به صورت عددی انجام و معلوم شد که ۵ مود برای محاسبه دقت دینامیک گذرا کافی است [۱۶]. همچنین زمان  $t_1$  در رابطه (۲۸)، مساوی با ۱۵۰ ثانیه در نظر گرفته



شکل ۴- (رنگی در نسخه الکترونیکی) مقایسه حداکثر خیز تیر برحسب سرعت بار در حال حرکت؛ منحنی پیوسته مربوط به مدل حاضر، و منحنی نقطه چین مربوط به مرجع [۱۹]



شکل ۳- (رنگی در نسخه الکترونیکی) مقایسه پاسخ تیر در مکان ۸/۰ متر؛ خطوط پیوسته مربوط به مدل حاضر، و منحنی نقطه چین مربوط به مرجع [۱۹]

است؛ اما در شیوه دوم، بهینه‌سازی به منظور میرایی سریع‌تر صورت می‌پذیرد. اهمیت این نوع بهینه‌سازی بسیار زیاد است؛ چراکه حتی اگر سازه ماکزیمم خیز کمی داشته، ولی ارتعاشات طولانی داشته باشد و به اصطلاح سازه دیر میرا شود، سبب کاهش عمر خستگی و در نتیجه خرابی سازه خواهد شد. در واقع این شیوه بهینه‌سازی که بهینه‌سازی بازده نامیده می‌شود، بر پایه پیشینه کردن اتلاف انرژی به وسیله جاذب دینامیکی متمرکز است. در این کار از تعاریف ذیل استفاده می‌شود:

- جاذب دینامیکی سه- المانه خطی: جاذب سه- المانه که دارای هردو فنر خطی است.
- جاذب دینامیکی سه- المانه غیر خطی: جاذب سه- المانه که دارای هردو فنر غیر خطی است.
- جاذب دینامیکی سه- المانه خطی - غیر خطی: جاذب سه- المانه که  $D_1(t)$  خطی و  $D_2(t)$  غیر خطی باشد.
- جاذب دینامیکی سه- المانه غیر خطی - خطی: جاذب سه- المانه که  $D_1(t)$  غیر خطی و  $D_2(t)$  خطی باشد.

۴-۱- بهینه کردن جاذب‌های دینامیکی، با توجه به ماکزیمم خیز تیر

۴-۱-۱- بهینه کردن جاذب دینامیکی سه- المانه غیر خطی

سیستم شکل (۱)، با فرض  $V(t) = cte \neq 0$  و قسمت غیر خطی معادلات (۱۹) و (۲۱) در نظر گرفته شده است. نیروی خارجی

استخراج و با مورد این مقاله مقایسه شده است.

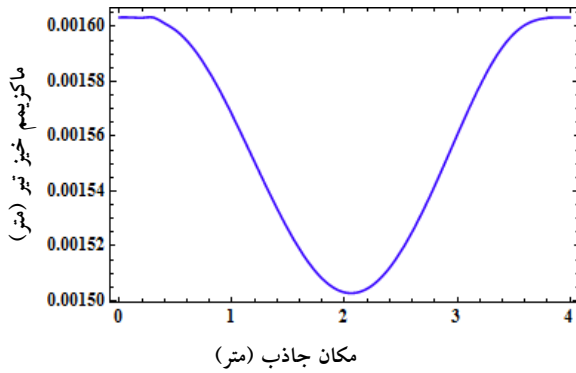
در مقایسه‌ای دیگر، مورد بهینه شده دو- المانه غیر خطی، که با روش ماکزیمم خیز بهینه شده و تیر در معرض بار در حال حرکت است، در نظر گرفته شده است. مقادیر عددی پارامترها به صورت:  $E = 206800 \text{ MPa}$ ،  $\rho = 7820 \text{ kg/m}^3$ ،  $F_0 = 9/8 \text{ N}$ ،  $A = 0.03 \text{ m} \times 0.03 \text{ m}$ ،  $L = 4 \text{ m}$ ،  $m_0 = 1/4076 \text{ kg}$ ،  $C = 6/7 \times 10^9 \text{ N/m}^2$ ،  $\xi_p = 0.1$ ،  $(p = 1, 2, \dots)$  و  $d = 2/12 \text{ m}$ ،  $\lambda = 0.1 \text{ N/s/m}$  انتخاب شده‌اند.

در شکل (۴)، نمودار ماکزیمم خیز تیر برحسب سرعت بار رسم و با نتایج مقاله [۱۹] مقایسه شده است؛ منحنی پیوسته مربوط به مدل حاضر، و منحنی نقطه چین مربوط به مقاله [۱۹] است؛ که نتایج همگرایی مناسبی با هم دارند.

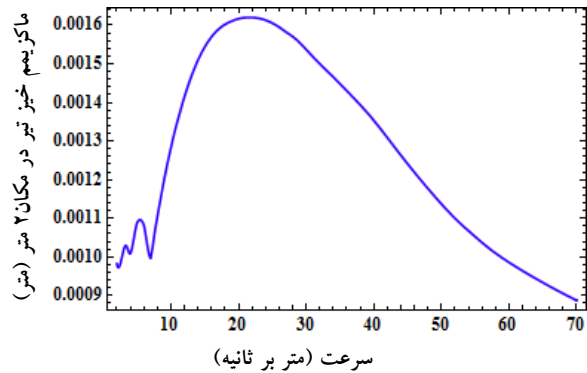
#### ۴- بهینه کردن جاذب‌های دینامیکی در مواجهه با بارهای در حال حرکت

در بخش حاضر انواع جاذب‌های دینامیکی عمل کننده بر روی تیر در معرض بار در حال حرکت مورد بررسی قرار گرفته و برای بهینه کردن پارامترهای جاذب از دو روش استفاده می‌شود: (۱) ماکزیمم دامنه ارتعاشی؛ (۲) بازده.

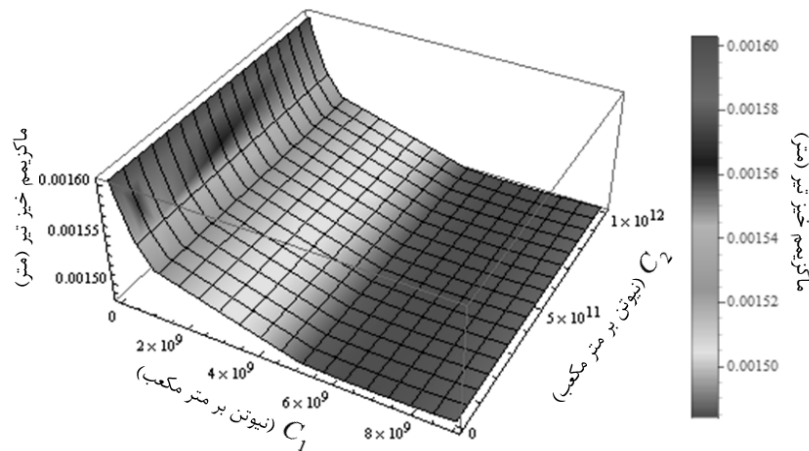
در شیوه اول هدف از بهینه کردن، کاهش ماکزیمم خیز تیر



شکل ۶- نمودار حداکثر خیز تیر بر حسب موقعیت قرارگیری جاذب بر روی تیر، مربوط به جاذب دینامیکی سه- المانته غیرخطی



شکل ۵- نمودار حداکثر خیز تیر در مکان ۲ متر، بر حسب سرعت بار در حال حرکت، مربوط به جاذب دینامیکی سه- المانته غیرخطی



شکل ۷- نمودار سه بعدی بهینه کردن حداکثر خیز تیر بر حسب سختی های جاذب، مربوط به جاذب دینامیکی سه- المانته غیرخطی

در ادامه با داده‌های رابطه (۳۲) و فرض  $(p=1,2,\dots)$ ،  $\xi_p = 0.01$  و  $V = 21/6302 \text{ m/s}$ ، بهینه‌سازی ماکزیمم خیز تیر برای جاذب سه- المانته غیرخطی صورت می‌پذیرد. سختی، میرایی لزج (ضریب میرایی) و محل جاذب دینامیکی را می‌توان تغییر داد تا مقادیر بهینه به دست آیند. براساس داده‌های ذکر شده، بهینه‌سازی انجام می‌پذیرد. شکل (۶) با فرض مقادیر  $\lambda = 0.1 \text{ Ns/m}$  و  $C_p = 1 \times 10^5 \text{ N/m}^3$ ،  $C_1 = 2 \times 10^9 \text{ N/m}^3$  رسم شده است؛ این نمودار ماکزیمم خیز تیر را بر حسب موقعیت قرارگیری جاذب بر روی تیر نشان می‌دهد. همان‌طور که از شکل مشخص است، به‌ازای مکان جاذب در فاصله  $2/05858$  متر کمترین ماکزیمم خیز تیر به دست می‌آید. شکل (۷)

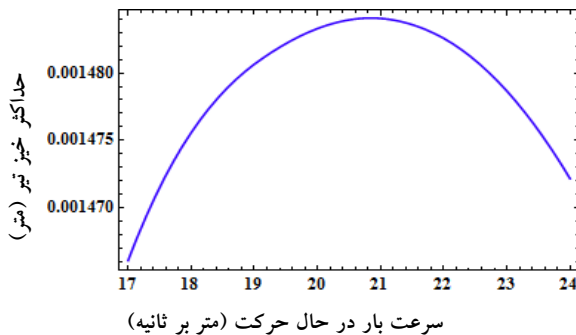
بزرگی ثابتی دارد اما در طول تیر حرکت می‌کند؛ نیروی خارجی به وسیله رابطه (۱۲) برای بار در حال حرکت، تعریف می‌شود. برای شبیه‌سازی، پارامترهای سیستم طبق (۳۲) فرض می‌شود:

$$E = 20680 \text{ MPa}, \rho = 7820 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}, A = 0.03 \text{ m} \times 0.03 \text{ m},$$

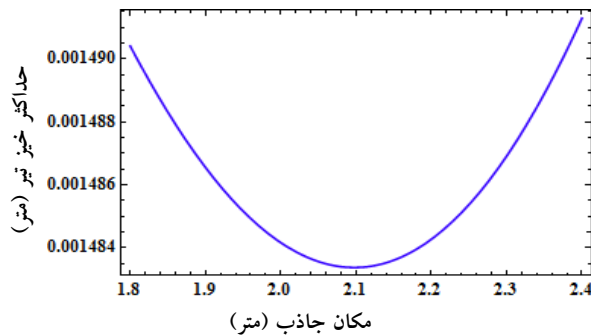
$$F_0 = 9/8 \text{ N}, m_0 = 1/4076 \text{ kg}, L = 4 \text{ m} \quad (32)$$

با قرار دادن جاذب در میانه تیر، نمودار ماکزیمم خیز میانه تیر بر حسب سرعت بار در حال حرکت با فرض  $\xi_p = 0$  ( $p=1,2,\dots$ )،  $\lambda = 12/987$ ،  $C_p = 1 \times 10^5 \text{ N/m}^3$ ،  $C_1 = 2 \times 10^9 \text{ N/m}^3$  (مطابق شکل (۵)). با توجه به این نمودار، ماکزیمم خیز میانه تیر در سرعت  $21/6302$  متر بر ثانیه اتفاق می‌افتد.





شکل ۹- نمودار حداکثر خیز تیر بر حسب سرعت بار در حال حرکت، مربوط به جاذب دینامیکی سه- المانه غیرخطی



شکل ۸- نمودار حداکثر خیز تیر بر حسب مکان جاذب، مربوط به جاذب دینامیکی سه- المانه غیرخطی

فنها)، مقادیری مشابه برای جاذب دینامیکی سه- المانه در نظر گرفته شده است (که نمودارهای آن در اینجا نیامده است)؛ سپس در آن بازه کوچک، بهینه‌سازی نهایی انجام پذیرفته است. در بسیاری از موارد، مقادیر بهینه شده جاذب سه- المانه نزدیک به مقادیر بهینه جاذب دو- المانه بوده که این نتایج با بهینه کردن کل بازه مقادیر متغیرهای جاذب سه- المانه، که در همین قسمت و قسمت بعد انجام شده، مورد تأیید قرار گرفته است.

#### ۴-۱-۲- بهینه کردن سایر جاذب‌های دینامیکی سه- المانه

در این قسمت برای جاذب‌های دینامیکی سه- المانه خطی، سه- المانه خطی- غیرخطی و سه- المانه غیرخطی- خطی بر اساس داده‌های رابطه (۳۲) و طبق روند بهینه‌سازی که برای جاذب دینامیکی سه- المانه غیرخطی صورت گرفت انجام می‌پذیرد. نتایج این بهینه‌سازی‌ها در جدول (۱) ارائه شده است. حال نتایج این قسمت به طور خلاصه جمع‌بندی می‌شود. در این قسمت بهینه‌سازی ماکزیمم خیز تیر صورت پذیرفت تا پارامترهایی که باعث وقوع کمترین ماکزیمم خیز در تیر می‌شود مشخص شوند.

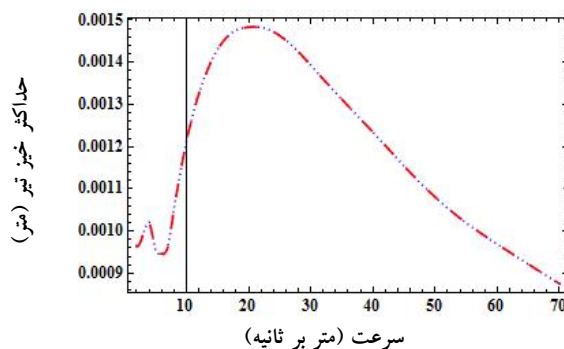
در نهایت با بهینه‌سازی‌هایی که برای مشخص کردن پارامترهای بهینه مانند: سختی‌ها، ضریب میرایی و مکان جاذب صورت گرفت مشخص شد که ماکزیمم خیز تیر به‌ازای چه سرعتی اتفاق می‌افتد و در آن سرعت ماکزیمم خیز چه مقدار خواهد بود.

به‌ازای مقادیر  $\lambda = 0.1 \text{ N/s/m}$  و  $d = 2.05858 \text{ m}$  به‌دست آمده است؛ که در این نمودار، سختی‌ها به‌طور منظم با دقت  $30$  نیوتن بر مترمکعب رسم شده‌اند. این نمودار مقادیر بهینه سختی‌های جاذب را به‌دست می‌دهد به‌طوری که ماکزیمم خیز تیر کمترین مقدار را دارا باشد.

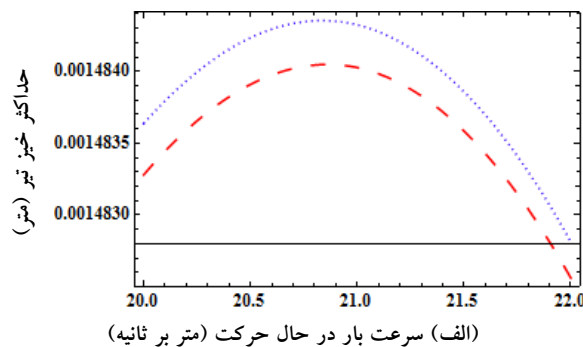
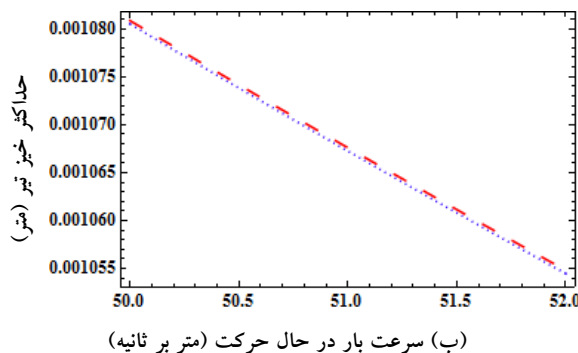
در نهایت با داده‌های  $C_1 = 66 \times 10^8 \text{ N/m}^3$  و  $C_2 = 0.1 \text{ N/m}^3$  کمترین جابه‌جایی تیر اتفاق می‌افتد؛ که این مقدار برابر با  $0.0148370$  متر خواهد بود. با توجه به اینکه به‌ازای مقادیر جدید سختی‌ها، محل بهینه جاذب کمی تغییر می‌کند، بار دیگر به‌ازای مقادیر بهینه سختی ( $C_1 = 66 \times 10^8 \text{ N/m}^3$  و  $C_2 = 0.1 \text{ N/m}^3$ )، بهینه‌سازی دیگری برای تعیین محل بهینه جاذب و سرعتی که ماکزیمم خیز رخ می‌دهد انجام می‌پذیرد. با توجه به شکل (۸)، با داده‌های  $C_1 = 66 \times 10^8 \text{ N/m}^3$ ،  $C_2 = 0.1 \text{ N/m}^3$  و  $V = 21.6302 \text{ m/s}$ ، محل جاذب بهینه  $2/1$  متر و با توجه به شکل (۹)، با داده‌های  $C_1 = 66 \times 10^8 \text{ N/m}^3$ ،  $C_2 = 0.1 \text{ N/m}^3$  و  $d = 2.1 \text{ m}$ ، سرعتی که باعث بروز ماکزیمم خیز تیر می‌شود،  $V = 20.8463 \text{ m/s}$  خواهد بود؛ که به‌ازای آن، ماکزیمم خیز  $0.0148405$  متر خواهد بود. در اینجا باید ذکر شود که در ابتدا بهینه‌سازی اتفاقی صورت گرفته است بدین صورت که در اطراف مقادیر بهینه پارامترهای جاذب دو- المانه (همانند ضریب میراگر و یکی از

جدول ۱- نتایج بهینه‌سازی حداکثر خیز تیر مربوط به جاذب‌های دینامیکی سه- المانه

مورد	جاذب دینامیکی	$k_1$ یا $C_1$	$k_2$ یا $C_2$	سرعتی که حداکثر خیز تیر رخ می‌دهد (متر بر ثانیه)	میرایی لرز (نیوتن ثانیه بر متر)	محل جاذب دینامیکی (متر)	حداکثر خیز (میلی متر)
۱	جاذب سه- المانه خطی	$1680 (N/m)$	$0/01 (N/m)$	$20/744$	$0/1$	$2/19$	$1/50543$
۲	جاذب سه- المانه غیرخطی	$6/6 \times 10^9 (N/m^2)$	$0/01 (N/m^2)$	$20/846$	$0/1$	$2/1$	$1/48405$
۳	جاذب سه- المانه خطی - غیرخطی	$1640 (N/m)$	$2/7 \times 10^6 (N/m^2)$	$20/81$	$0/1$	$2/19$	$1/5055$
۴	جاذب سه- المانه غیرخطی - خطی	$6/5 \times 10^9 (N/m^2)$	$498 (N/m)$	$20/867$	$0/1$	$2/1$	$1/48431$



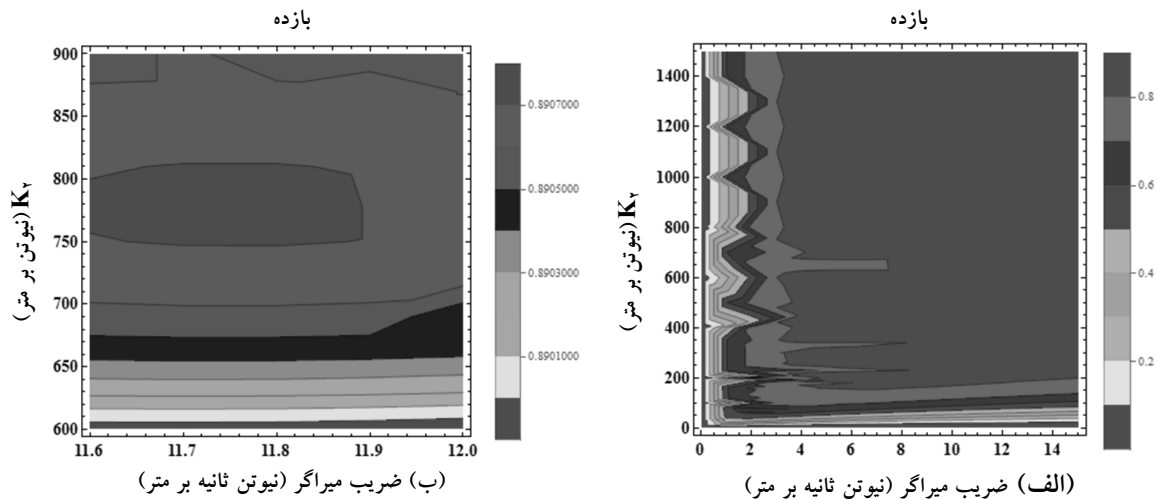
شکل ۱۰- نمودارهای حداکثر خیز تیر بر حسب سرعت بار در حال حرکت؛ منحنی خط فاصله معرف جاذب سه- المانه غیرخطی، و منحنی نقطه چین مربوط به جاذب دینامیکی دو- المانه غیرخطی



شکل ۱۱- نمودارهای حداکثر خیز تیر بر حسب سرعت بار؛ منحنی خط فاصله معرف جاذب سه- المانه غیرخطی، و منحنی نقطه چین مربوط به جاذب دینامیکی دو- المانه غیرخطی؛ الف) در بازه سرعت  $20\text{m/s}$  تا  $22\text{m/s}$ ، ب) در بازه سرعت  $50\text{m/s}$  تا  $52\text{m/s}$

مقایسه‌ای بین جاذب دو- المانه بهینه غیرخطی و جاذب سه- المانه غیرخطی بهینه صورت گرفته است؛ که شکل (۱۰) آن را به تصویر می‌کشد. چون اعداد بسیار کوچک هستند دو نمودار بر هم منطبق‌اند؛ که برای تشخیص بهتر عملکرد آنها شکل (۱۱) در بازه کوچکتری،

در نهایت مشخص شد کمترین ماکزیمم خیز مربوط به جاذب سه- المانه بهینه شده غیرخطی است؛ که این نتایج از جاذب دو- المانه بهینه شده غیرخطی (که بهترین نوع دو- المانه آن، برای کاهش ماکزیمم خیز، نوع غیرخطی است)، کمی بهتر است. در نهایت



شکل ۱۲- منحنی‌های تراز بازده برحسب ضریب میرایی و مربوط به جاذب دینامیکی سه- المانه خطی؛

(الف) نمایش کل بازه بهینه‌سازی؛ (ب) نمایش بهینه‌سازی بازده در اطراف بازه بهینه

اتفاقی دیگری انجام شده است تا محدوده بهینه پارامترها مشخص شوند.

براساس داده‌های ذکر شده، بهینه‌سازی انجام می‌پذیرد؛ نمودار شکل (۱۲) با فرض مقادیر  $k_1 = 822 \text{ N/m}$  و  $d = 2/2 \text{ m}$  رسم شده است، و منحنی‌های تراز بازده را برحسب  $k_p$  و  $\lambda$  نشان می‌دهد. لازم به ذکر است که در این نمودار سختی‌ها به‌طور منظم با دقت  $3^\circ$  نیوتن بر متر و ضریب میرایی با دقت  $0/3^\circ$  نیوتن ثانیه بر متر رسم شده‌اند. با توجه به این منحنی‌های تراز، ماکزیمم بازده برابر با  $89/07168$  درصد است؛ که به‌ازای  $k_p = 778 \text{ N/m}$  و  $\lambda = 11/8 \text{ Ns/m}$  اتفاق می‌افتد. بار دیگر با مقادیر  $k_p = 778 \text{ N/m}$ ،  $\lambda = 11/8 \text{ Ns/m}$  و  $d = 2/2 \text{ m}$ ، بهینه‌سازی بازده صورت می‌گیرد؛ که هدف بهینه کردن  $k_1$  است. به‌ازای  $k_1 = 803 \text{ N/m}$ ، بازه حداکثری  $89/0959$  درصد به‌دست می‌آید؛ که در شکل (۱۳) مشاهده می‌شود. در نهایت مکان بهینه میراگر برای این نوع بهینه‌سازی مشخص می‌شود؛ که در شکل (۱۴) قابل مشاهده است، و به‌ازای  $d = 2/1 \text{ m}$  بازده ماکزیمم  $89/1267$  درصدی به‌دست می‌آید. در اینجا باید ذکر شود، که بهینه‌سازی بازده به‌ازای سرعت  $V = 21/0625 \text{ m/s}$  صورت پذیرفت. زمانی می‌توان قضاوتی درست از عملکرد این

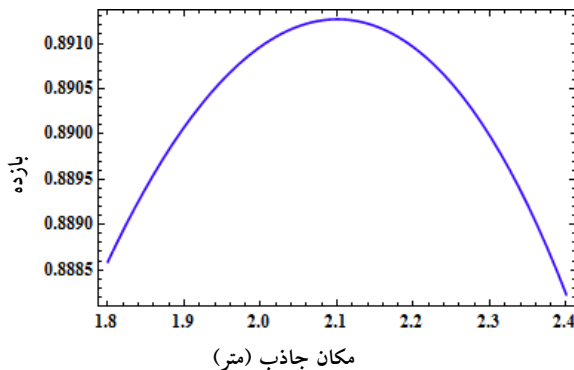
دو بازه از نمودار شکل (۱۰) را نمایش می‌دهد.

#### ۲-۴- بهینه کردن جاذب‌های دینامیکی، به‌روش بازده

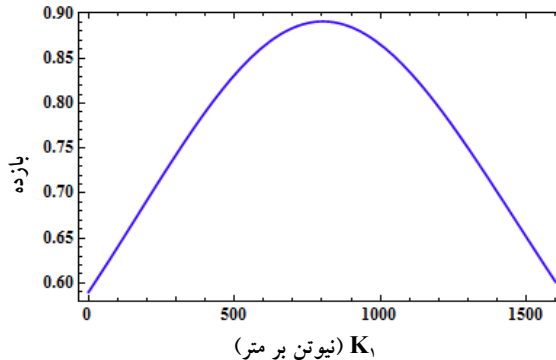
در قسمت قبل، هدف از بهینه کردن، کم کردن ماکزیمم خیز تیر بود؛ اما در این قسمت، بهینه‌سازی به‌گونه‌ای صورت می‌پذیرد که سیستم زودتر به حالت سکون برگردد. در واقع این شیوه بهینه‌سازی که بهینه‌سازی بازده نامیده می‌شود، بر روی به حداکثر رساندن اتلاف انرژی توسط جاذب دینامیکی متمرکز است. بدین منظور برای جاذب سه- المانه بررسی شده در این کار، از رابطه (۲۹) استفاده می‌شود.

#### ۱-۲-۴- بهینه‌سازی جاذب دینامیکی سه- المانه خطی

سیستم ارائه شده در شکل (۱)، با فرض مقادیر  $(p=1,2,\dots)$ ،  $\xi_p = 0/01$ ،  $V = 21/0625 \text{ m/s}$ ،  $f(u_p) = k_p u_p$ ،  $f(u_1) = k_1 u_1$ ، و داده‌های رابطه (۳۲) در نظر گرفته می‌شود. بهینه‌سازی بازده، برای جاذب دینامیکی سه- المانه خطی انجام می‌شود. در واقع با تغییر سختی‌ها، مکان میراگر، و میرایی لزج می‌توان بازده را افزایش و در نتیجه ارتعاشات را سریع‌تر آرام کرد. در اینجا باید ذکر شود که برای انجام این بهینه‌سازی نیز ابتدا بهینه‌سازی



شکل ۱۴- نمودار بازده برحسب مکان جاذب، مربوط به جاذب دینامیکی سه- المانۀ خطی



شکل ۱۳- نمودار بازده برحسب  $K_1$ ، مربوط به جاذب دینامیکی سه- المانۀ خطی

جدول ۲- نتایج بهینه‌سازی بازده مربوط به جاذب‌های دینامیکی سه- المانۀ

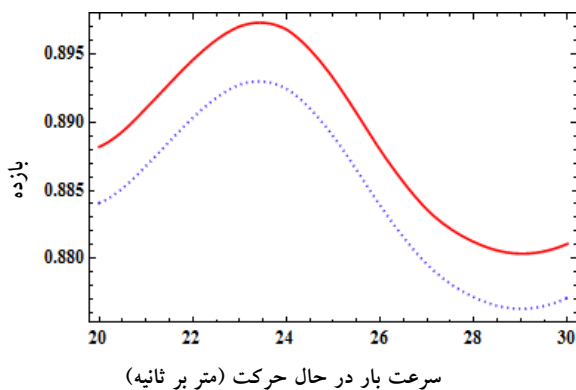
مورد	جاذب دینامیکی	$k_1$ یا $C_1$	$k_r$ یا $C_r$	سرعت (متر بر ثانیه)	میرایی لزوج (نیوتن ثانیه بر متر)	محل جاذب دینامیکی (متر)	بازده ( $\eta$ ) (درصد)
۱	جاذب سه- المانۀ خطی	$803 (N/m)$	$778 (N/m)$	$21/0625$	$11/8$	$2/1$	$89/1267$
۲	جاذب سه- المانۀ غیرخطی	$19/9 \times 10^9 (N/m^3)$	$4/5 \times 10^8 (N/m^3)$	$21/5$	$21/6$	$2/06$	$88/6821$
۳	جاذب سه- المانۀ خطی - غیرخطی	$706 (N/m)$	$8/8 \times 10^8 (N/m^3)$	$20/6339$	$18/3$	$2/1$	$88/6421$
۴	جاذب سه- المانۀ غیرخطی - خطی	$285 \times 10^6 (N/m^3)$	$1283 (N/m)$	$20/8679$	$12/4$	$2/13$	$87/6026$

پذیرفت؛ که مشاهده شد جاذب دینامیکی سه- المانۀ خطی در مقایسه با جاذب‌های دیگر در آرام کردن سریع ارتعاشات مؤثرتر خواهد بود. (همان‌طور که قبلاً در مقاله [۱۹] بهینه‌سازی بازده بر روی جاذب دینامیکی دو- المانۀ خطی و غیرخطی انجام پذیرفته بود که مشخص شده بود جاذب دینامیکی خطی دو- المانۀ، نسبت به دو- المانۀ غیرخطی، در بهینه‌سازی با روش بازده، عملکرد بهتری را دارا است). با توجه به اینکه جاذب‌های دینامیکی دو- المانۀ و سه- المانۀ، به‌ازای سرعت‌های مختلف شاهد جابه‌جایی‌هایی مختلفی هستند و در جاذب دو- المانۀ با سه- المانۀ متفاوت است و نیز با تغییر پارامترها مقدار خیز آنها متفاوت می‌شود؛ لذا برای مقایسه اصولی تر لازم است تا جاذب‌های دینامیکی را با پارامترهای بهینه‌سختی،

نوع جاذب داشت که بتوان مقایسه‌ای بین این نوع جاذب‌ها با جاذب‌های دیگر انجام داد؛ که این کار در انتهای این قسمت صورت گرفته است.

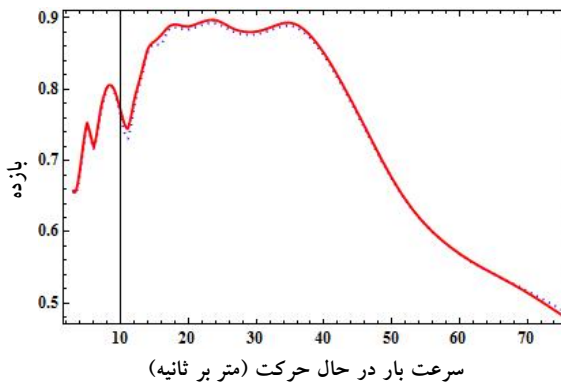
#### ۴-۲-۲- بهینه‌سازی سایر جاذب‌های دینامیکی سه- المانۀ

در این قسمت بهینه‌سازی برای جاذب‌های دینامیکی سه- المانۀ غیرخطی، سه- المانۀ خطی - غیرخطی و سه- المانۀ غیرخطی - خطی براساس داده‌های رابطه (۳۲) و طبق روند بهینه‌سازی که برای جاذب دینامیکی سه- المانۀ خطی صورت پذیرفت، انجام می‌شود. نتایج این بهینه‌سازی‌ها در جدول (۲) ارائه شده است. در این قسمت جمع‌بندی از نتایج بهینه‌سازی بازده انجام می‌شود. در کل برای جاذب‌های سه- المانۀ بهینه‌سازی بازده انجام



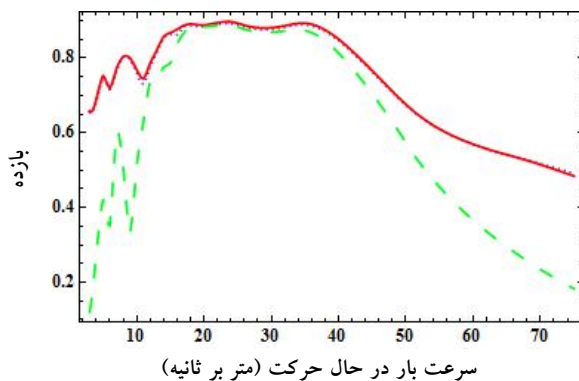
سرعت بار در حال حرکت (متر بر ثانیه)

شکل ۱۶- نمودار بازده برحسب سرعت بار در حال حرکت در بازه سرعت ۲۰m/s تا ۳۰m/s، نقطه‌ها معرف جاذب دینامیکی دو- المانه خطی و خط پیوسته معرف جاذب دینامیکی سه- المانه خطی



سرعت بار در حال حرکت (متر بر ثانیه)

شکل ۱۵- نمودار بازده برحسب سرعت بار در حال حرکت؛ نقطه‌ها معرف جاذب دینامیکی دو- المانه خطی و خط پیوسته معرف جاذب دینامیکی سه- المانه خطی



سرعت بار در حال حرکت (متر بر ثانیه)

شکل ۱۷- نمودار بازده برحسب سرعت بار در حال حرکت؛ خط پیوسته معرف جاذب دینامیکی سه- المانه خطی، نقطه‌ها معرف جاذب دینامیکی دو- المانه خطی و خط فاصله‌ها مربوط به جاذب دینامیکی دو- المانه غیر خطی

۸۹/۲۹۹۷ درصد را تجربه می‌کند و جاذب دینامیکی سه- المانه خطی (بهینه شده با روش بازده)، به‌ازای سرعت  $V = ۲۳/۴۳۰۴ \text{ m/s}$ ، بالاترین بازده، یعنی ۸۹/۷۳۰۹ درصد را تجربه می‌کند. در ادامه در شکل (۱۷)، عملکرد جاذب‌های دینامیکی بهینه شده به‌روش بازده برای جاذب دو- المانه خطی، جاذب دینامیکی سه- المانه خطی و جاذب دینامیکی سه- المانه غیرخطی مشاهده می‌شود.

### ۵- نتیجه‌گیری

بررسی عملکرد جاذب‌های ارتعاشی دینامیکی سه- المانه،

مکان جاذب و ضریب میرایی در سرعت‌های مختلف مقایسه کرد، تا بتوان عملکرد آنها را به‌صورت بهتری مشاهده کرد. لذا در اینجا مطلوب‌ترین جاذب دینامیکی دو- المانه، که جاذب دینامیکی دو- المانه خطی است و دارای بالاترین بازده است، با جاذب دینامیکی سه- المانه خطی (که آن هم در بین جاذب‌های دینامیکی این نوع دارای بیشترین بازده است)، در شکل (۱۵) مقایسه می‌شود. شکل (۱۶) اختلاف دو حالت را برای بازه محدودتر سرعت (در اطراف سرعت بحرانی) نشان می‌دهد. لازم به‌ذکر است جاذب دینامیکی دو- المانه خطی (بهینه شده با روش بازده) به‌ازای سرعت  $V = ۲۳/۴۰۸۶ \text{ m/s}$  بالاترین بازده یعنی

زودتر سیستم تأثیر بیشتری دارد.

براساس بهینه‌سازی که برحسب ماکزیمم دامنه ارتعاشی انجام گرفت، معلوم شد که بهترین نوع جاذب دینامیکی سه-المانه، جاذب دینامیکی سه-المانه غیرخطی است، که در کاهش ماکزیمم خیز تیر مؤثرتر است و نسبت به بهترین نوع جاذب دینامیکی دو-المانه بهینه شده با این روش (که نوع غیرخطی آن است)، مقدار کمی مؤثرتر است.

در نهایت باید ذکر کرد که در این کار بررسی عددی بر روی رفتار این جاذب‌ها صورت پذیرفت و بررسی نوع غیرخطی معادلات با توجه به رفتاری که این معادلات در حل تحلیلی از خود نشان می‌دهند باید با احتیاط بیشتری بررسی شود.

اعمالی به تیر اولر-برنولی با تکیه‌گاه‌های ساده در معرض بارهای در حال حرکت، در این کار مورد بررسی قرار گرفت. عملکرد جاذب‌های دینامیکی در کاهش ارتعاشات تیر به دو روش ماکزیمم دامنه ارتعاش و سهم انرژی اتلافی توسط میراگر بررسی شد. در نهایت با بهینه‌سازی‌هایی که صورت گرفت، نتایج ذیل حاصل شد:

براساس بهینه‌سازی بازده که انجام پذیرفت، معلوم شد که بهترین نوع جاذب دینامیکی سه-المانه، جاذب دینامیکی سه-المانه خطی است، که در آرام کردن سریع‌تر ارتعاشات تأثیر بیشتری دارد و نسبت به بهترین نوع جاذب دینامیکی دو-المانه بهینه شده با این روش (که نوع خطی آن است) در میرا کردن

## واژه‌نامه

1. damp
2. viscous damping term
3. the finite element method
4. nonconservative
5. partial differential equations
6. Galerkin- Bubnov method
7. ordinary differential equations
8. mathematica software
9. Ordinary Differential Equation Solver for Stiff or Non-Stiff System

10. stiff differential equations
11. Adams method
12. non-stiff differential equations
13. backward differentiation formula method
14. eigenfunctions
15. natural frequency
16. Kronecker's delta
17. normalised eigenfunctions
18. Dirac delta function
19. Heaviside function

## مراجع

1. Gendelman, O. V., "Transition of Energy to Nonlinear Localized Mode in Highly Asymmetric System of Nonlinear Oscillators", *Nonlinear Dynamics*, Vol. 25, pp. 237-253, 2001.
2. Vakakis, A. F., "Inducing Passive Nonlinear Energy Sinks in Linear Vibrating Systems", *Journal of Vibration and Acoustics*, Vol. 123, No. 3, pp. 324-332, 2001.
3. Gendelman, O. V., Vakakis, A. F., Manevitch, L. I., and McCloskey, R., "Energy Pumping in Nonlinear Mechanical Oscillators I: Dynamics of the Underlying Hamiltonian System", *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 68, No. 1, pp. 34-41, 2001.
4. Vakakis, A. F., and Gendelman, O.V., "Energy Pumping in Nonlinear Mechanical Oscillators II: Resonance Capture", *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 68, No. 1, pp. 42-48, 2001.
5. Gendelman, O. V., Gorlov, D. V., Manevitch, L. I., and Musienko, A. I., "Dynamics of Coupled Linear and Essentially Nonlinear Oscillators with

- Substantially Different Masses", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 286, pp. 1-19, 2005.
6. Timoshenko, S., Young, D. H., and Weaver, W., *Vibration Problems in Engineering*, Fourth ed., Wiley, New York, 1974.
7. Esmailzadeh, E., and Ghorashi, M., "Vibration Analysis of Beams Traversed by Uniform Partially Distributed Moving Mass", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 184, No. 1, pp. 9-17, 1995.
8. Den Hartog, J. P., *Mechanical Vibrations*, McGraw-Hill, New York, 1985.
9. Wu, J. J., "Study on the Inertia Effect of Helical Spring of the Absorber on Suppressing the Dynamic Responses of a Beam Subjected to a Moving Load", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 297, pp. 981-999, 2006.
10. Greco, A., and Santini, A., "Dynamic Response of a Flexural Non-Classically Damped Continuous Beam under Moving Loadings", *Computers and Structures*, Vol. 80, pp. 1945-1953, 2002.

11. Lee, Y. S., Kerschen, G., Vakakis, A. F., Panagopoulos, P. N., Bergman L. A., and Farland, D. M. Mc, "Complicated Dynamics of a Linear Oscillator with a Light, Essentially Nonlinear Attachment", *Physica D*, Vol. 204, pp. 41-69, 2005.
12. Kwon, H.-C., Kim, M.-C., and Lee I.-W., "Vibration Control of Bridges under Moving Loads", *Computers and Structures*, Vol. 66, pp. 473-480, 1998.
13. Muserosa, P., and Martinez- Rodrigo, M. D., "Vibration Control of Simply Supported Beam under Moving Loads using Fluid Viscous Dampers", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 300, pp. 292-315, 2007.
14. Wang, J. F., Lin, C. C., and Chen, B. L., "Vibration Suppression for High-Speed Railway Bridges using Tuned Mass Dampers", *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 40, pp. 465-491, 2003.
15. Das, A. K., and Dey, S. S., "Effects of Tuned Mass Dampers on Random Response of Bridges", *Computers and Structures*, Vol. 43, pp. 745-750, 1992.
16. Georgiades, F., and Vakakis, A. F., "Dynamics of a Linear Beam with an Attached Local Nonlinear Energy Sink", *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, Vol. 12, pp. 643-651, 2005.
17. Vakakis, A. F., Manevitch, L. I., Gendelman, O., and Bergman, L., "Dynamics of Linear Discrete Systems Connected to Local Essentially Nonlinear Attachments", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 264, pp. 559-577, 2003.
18. Gendelman, O. V., "Targeted Energy Transfer in Systems with Non-Polynomial Nonlinearity", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 315, pp. 732-745, 2008.
19. Samani, F. S., and Pellicano, F., "Vibration Reduction on Beams Subjected to Moving Loads using Linear and Nonlinear Dynamic Absorbers", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 325, pp. 742-754, 2009.
20. Samani, F. S., Pellicano, F., and Masoumi, A., "Performances of Dynamic Vibration Absorbers for Beams Subjected to Moving Loads", *Nonlinear Dyn*, Vol. 73, pp. 1065-1079, 2013.
21. Abu-Alshaikha, I. M., Al-Rabadib, A. N., and Alkhalidi, H. S., "Dynamic Response of Beam with Multi-Attached Oscillators and Moving Mass: Fractional Calculus Approach", *Jordan Journal of Mechanical and Industrial Engineering*, Vol. 8 No. 5 pp. 275-288, 2014.
22. Anh, N. D., Nguyen, N. X., and Hoa, L. T., "Design of Three-Element Dynamic Vibration Absorber for Damped Linear Structures", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 332, pp. 4482-4495, 2013.
23. Wu, J. J., "Study on the Inertia Effect of Helical Spring of the Absorber on Suppressing the Dynamic Responses of a Beam Subjected to a Moving Load", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 297, pp. 981-999, 2006.
24. Ahmadabadi, Z. N., and Khadem, S. E., "Nonlinear Vibration Control of a Cantilever Beam by a Nonlinear Energy Sink", *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 50, pp. 134-149, 2012.