

# تحلیل دینامیکی احتمال اندیشانه سازه های استوانه ای متخلخل اشباع چند لایه با بهره جویی از روش بدون شبکه پتروف-گلرکین محلی

مسعود حمیدی فرد<sup>۱</sup>، فرزاد شهابیان<sup>۱</sup>\* و محمدحسین قدیری راد<sup>۲</sup> ۱- گروه مهندسی سازه، دانشگاه فردوسی مشهد ۲- گروه مهندسی سازه، دانشگاه صنعتی قوچان

(دریافت مقاله: ۲/۰۴/۱۶ – دریافت نسخه نهایی: ۱۴۰۲/۰۵/۲۵)

چکیده- در این پژوهش از روش بدون شبکه پتروف-گلرکین محلی احتمال اندیشانه برای تحلیل دینامیکی سازه های استوانه ای چندلایه ساخته شده از مواد متخلخل کاملاً اشباع با درنظر گرفتن عدم قطعیت در خواص مکانیکی استفاده شده است. فرض شده است که سازه استوانه ای چندلایه متخلخل تحت بار ضربه ای باشد. برای تقریب تابع های میدان در روش بدون شبکه، از توابع پایه شعاعی استفاده شده است. از شبیه سازی مونت کارلو برای تحلیل بار ضربه ای باشد. برای تقریب تابع های میدان در روش بدون شبکه، از توابع پایه شعاعی استفاده شده است. از شبیه سازی مونت کارلو برای تحلیل این ضربه ای باشد. برای تقریب تابع های میدان در روش بدون شبکه، از توابع پایه شعاعی استفاده شده است. از شبیه سازی مونت کارلو برای تحلیل احتمال اندیشانه با درنظر گرفتن عدم قطعیت در خواص مکانیکی استفاده شده است. متغیرهای تصادفی مختلف با تابع های چگالی احتمال نرمال، لگ نرمال و یکنواخت با ضرایب پراکندگی مختلف ، شبیه سازی می شوند. در نظر گرفتن اثر میرایی در مدل سازی تحلیل های دینامیکی امری اجتمال نرمال، لگ نرمال و یکنواخت با ضرایب پراکندگی مختلف ، شبیه سازی می شوند. در نظر گرفتن اثر میرایی در مدل سازی تحلیل های دینامیکی امری اجتمال نرمال، لگ نرمال و یکنواخت با ضرایب پراکندگی مختلف، شبیه ازی می شوند. در نظر گرفتن اثر میرایی در مدل سازی تحلیل های دینامیکی امری اجتناب ناپذیر است. از این رو در ادامه پژوهش، تأثیر میرایی در مقدار تغییر مکان و تنش ایجاد شده در سازه های متخلخل چندلایه مورد تحلیل و بررسی قرار گرفت. نتایج بست آمده از تحلیل احتمالاتی با نتایج حاصل از تحلیل با درنظر گرفتن خصوصیات مکانیکی قطعی مقایسه شده است. نتایج نشان می دهد که عدم قطعیت در خصوصیات مکانیکی تأثیر مهمی بر پاسخهای سازه ای به یویژه برای مقادیر بزرگ ضریب پراکندگی دارد.

واژههای کلیدی: تحلیل دینامیکی احتمالاندیشانه، سازههای استوانهای چندلایه، مواد متخلخل اشباع، روش بدون شبکه پروف-گلرکین محلی.

## Stochastic Dynamic Analysis of Multilayer Saturated Porous Cylindrical Structures Using the Meshless Local Petrov-Galerkin Method

M. Hamidifard<sup>1</sup>, F. Shahabian<sup>1\*</sup> and M. H. Ghadiri Rad<sup>2</sup>

1 -Department of Structural Engineering, Ferdowsi University of Mashhad

2- Department of Structural Engineering, Quchan University of Technology

**Abstract**: The stochastic meshless local Petrov–Galerkin method is employed for dynamic analysis of multilayer cylinders made of fully saturated porous materials considering uncertainties in the constitutive mechanical properties. The multilayer porous cylinder is assumed to be under shock loading. To approximate the trial functions in the radial point interpolation method

(RPIM), the radial basis functions (RBFs) are utilized. The Monte Carlo simulation is used to generate the random fields for mechanical properties. The results are obtained for various random variables, which are simulated by uniform, normal and lognormal probability density functions with various coefficients of variation (COV), changing from 0 to 20%. The obtained results from the presented stochastic analysis are compared to those obtained from the analysis considering deterministic mechanical properties. The results show that the uncertainty in mechanical properties has a significant effect on the structural responses, especially for big values of COVs.

Keywords: Stochastic Dynamic Analysis; Multilayer Cylindrical Structures; Saturated Porous Materials; Meshless Local Petrov-Galerkin (MLPG) Method.

		<b>.</b>
G	نیروی محوری	Р
n <sub>x</sub>	تابع ميدان تغييرمكان	u
Ω	مركز مختصات	0
Г	محور در راستای طول سازه استوانهای	Z
κ	پارامترهای کوپل بین قسمت سیال و جامد	Q و R
φ	طول سازه استوانهای	h
Ø	پارامترهای تابع درونیاب شعاعی	c و q
γوβ	ضریب کشسانی	Е
ρΑ	ضرايب تابع شعاعي	ai
$ ho_{f}$	ماتریس میرایی	[C]
$ ho_s$	ماتریس سختی	[K]
$\sigma_{\rm f}$	ماتریس جرم	[M]
σs	تابع پایه شعاعی	R <sub>i</sub> (x)
α	xi و گره x فاصله بین نقطه دلخواه	ri
	G $n_x$ Ω Γ κ φ Ø $β \_ γ$ $ρ_A$ $ρ_f$ $ρ_s$ $σ_f$ $σ_s$ α	Gincome integral $n_x$ income integral $n_x$ rips $\alpha$ $\alpha_z$ $\alpha_$

### ۱–معرفی

فهرست علائم

برای تحلیل استاتیکی و دینامیکی سازه ا نیاز به حل رابطه های دیفرانسیلی حاکم بر شرایط هندسی با درنظر گرفتن شرایط اولیه و شرایط مرزی می باشد. روش بدون شبکه، روش به علت عدم نیاز به استفاده از شبکه بندی مرسوم در روش های عددی در دامنه مسئله که اغلب فرآیندی زمان بر است، در دو دهه اخیر مورد توجه پژوه شگران قرار گرفته است.

گینگولد و موناگان [۱] با مدلسازی پدیدههای نجومی در سال ۱۹۷۷ نخستین مدلسازی به روش بدونشبکه با

استفاده از روش هیدرودینامیک ذرات هموار<sup>۱</sup> (SPH) را پیشنهاد نمودند. رابژاک و همکاران [۲] و دیلتس [۳] روش هیدرودینامیک ذرات هموار را توسعه دادند، که منجر به پایداری و سازگاری مناسب تر این روش گردید. این روش که بر مبنای تابعهای شکل انتگرال محدود است، اکنون در مکانیک سیالات کاربردهای فراوانی دارد. لیو و مکاران [۴] در سال ۱۹۹۵ با روش بازتولید ذرات کرنل<sup>۲</sup> به بهبود روش هیدرودینامیک ذرات هموار پرداختند. از کاربرد تابعهای شکل تفاوت محدود در روش بدون شبکه می توان به روش های تفاوت محدود" [۵ و ۶] و نقاط محدود<sup>۴</sup> [۷ و ۸] اشاره نمود. ات از همکاران [۲۷] با بهرهجویی از دامنه مکعبی شکل برای شهای مدلسازی دامنههای محلی و دامنههای تحت پوشش گرهها، به [۱۰]، تحلیل دینامیکی سهبعدی صفحات ضخیم چندلایه با استفاده از (۱۳]، روش MLPG پرداختند. ژاو و لیو [۲۸] با این روش تحلیل لرکین<sup>۸</sup> ارتعاش آزاد سازههای مخروطی شکل را مورد مطالعه قرار دادند. سری انتشار امواج کشسان تنشها، تغییر مکانهای شعاعی و محوری (۱۹] با در سازههای استوانهای با فرض تغییر خصوصیات مکانیکی ماده اجزای در دو راستای محوری و شعاعی توسط موسوینژاد و همکاران شکلی همکاران [۳۰] به نحوه انتشار موج کشسان دوبعدی تنش و ازی به تغییرمکان در سازه استوانهای با استفاده از روش بدون شبکه افزون پتروف-گلرکین پرداختند.

مواد متخلخل در بسیاری از شاخههای مهندسی از جمله مهندسی ژئومکانیک، اندرکنش بین خاک و سازه، مهندسی مواد، مهندسی محیطزیست و مهندسی شیمی نقش مهمی ایفا میکنند [۳۱ و ۳۲]. برای نخستینبار، ترزاقی [۳۳] نظریه تحکیم مواد متخلخل اشباع را ارائه نمود. این نظریه مبنای مطالعات در خصوص رفتار مواد متخلخل است. بر پایه مطالعات ترزاقی، سالها بعد بيوت [۳۴] رابطههاي مواد متخلخل اشباع را گسترش داد. این رابطهها برای مواد متخلخل نیمهاشباع توسط ايفانتيس [٣۵] گسترش پيدا كرد. بر پايه مطالعات بيوت، وردولاکیس و بسکوس [۳۶] رفتار دینامیکی مواد متخلخل نیمهاشباع را بسط دادند. همچنین شانز و چنگ [۳۷] بر پایه مطالعات بیوت، پاسخ ستونی از مواد متخلخل یکبعدی محدود با در نظرگرفتن شرایط تکیهگاهی مختلف را محاسبه کردند. تاريخچه مختصري از رابطههاي مواد متخلخل، مقايسه بين روش های مختلف حل دینامیکی و پاسخ دقیق و همچنین روش های عددی توسط شانز [۳۲] ارائه شده است.

در مسائل علوم مهندسی درنظرگرفتن عدمقطعیت مربوط به خصوصیات مکانیکی مواد در طراحی امری ضروری است. پژوهشگران زیادی در زمینه عدمقطعیت کار کردهاند. برای نمونه مارک و همکاران [۳۸] از روش شبیهسازی مونت کارلو

برای استفاده از روش بدونشبکه در مکانیک جامدات از تابعهای شکل سری محدود بهرهجویی میشود. روشهای بدونشبکه گلرکین<sup>۵</sup> (EFG) [۹]، کریگینگ محلی<sup>۶</sup> [۱۰]، درونیابی نقاط چندجملهای [۱۱] و درونیابی شعاعی [۱۲]، درونیابی همسایگی طبیعی [۱۳] و پتروف-گلرکین^ (MLPG) [۱۴ و ۱۵]، نمونههایی از کاربرد تابعهای شکل سری محدود در مکانیک جامدات میباشند. آتلوری و شن [۱۶] با توسعه روش پتروف-گلرکین به مقایسه آن با روش اجزای محدود و اجزای مرزی پرداختند. مطابق پژوهش آنها در روش پتروف-گلرکین، دامنههای تحتپوشش میتوانند به هر شکلی ازجمله دایره، مستطیل و بیضی انتخاب شوند. همچنین نیازی به یکسان درنظرگرفتن تابع شکل و تابع وزنی نمیباشد. افزون براین، در روش پتروف-گلرکین انتگرالگیری از رابطههای تعادل در دامنههای محلی، بدون شبکهبندی پیشزمینهای انجام می گیرد. از اینرو، می توان این روش را روش کاملاً بدونشبکه به شمار آورد. این ویژگیهای منحصربهفرد سبب سادگی و کاربرد آن در حل مسئلهها می شود. از این رو پژوهشگران بسیاری برای حل مسائل مختلف از روش MLPG استفاده نمودهاند. برای نمونه می توان از مسائل انتشار همرفت [۱۷]، مکانیک شکست [۱۸ و ۱۹]، معادله ناویر استوک [۲۰]، تغییرشکل برشی تیرها [۲۱] و تحلیل صفحات خمشی [۲۲ و ۲۳] نام برد. اسلادک و همکاران [۲۴] کاربردهای روش MLPG در حل مسائل مختلف مهندسی و سایر علوم را ارائه دادند. خاطرنشان می سازد که در پژوهش حاضر، از روش MLPG استفاده شده است.

با استفاده از روش MLPG، ارتعاش آزاد صفحات توسط فریرا و همکاران [۲۵] بررسی شده است. ژو و لیو [۲۶] با استفاده از روش بدونشبکه کریگینگ و برپایه نگره تغییرشکل مرتبه اول، تحلیل ارتعاش آزاد صفحات را انجام دادند. آنها صفحات با شکلهای مختلف را بررسی کرده و تأثیر پارامترهای مختلفی نظیر نسبت ابعاد، الگوی تغییرات ماده و شرایط مرزی را بر تغییرات بسامد مورد بررسی قرار دادند. رضایی مژدهی و

برای تعیین دستورالعمل طراحی سازههای فولادی با درنظرگرفتن عدمقطعیت در بارهای اعمالی و خصوصیات مکانیکی استفاده کردند. برای یک سازه مرکب با درنظرگرفتن متغیرهای تصادفی از جمله بار، هندسه و خصوصیات مکانیکی، روش مونت کارلو با سایر روشهای احتمالاتی دیگر توسط دیسکیوا و لوماریو [۳۹] مقایسه شده است. نوح و پارک [۰۴] یک روش شبیهسازی مونت کارلو با قابلیت بررسی تاثیرات غیر خطی ضریب پراکندگی در پاسخ کلی را ارائه نمودند. با استفاده از روش شبیهسازی مونت کارلو، تاثیرات عدمقطعیت در خصوصیات مکانیکی در انتشار امواج کشسان در سازههای استوانهای توسط حسینی و شهابیان [۴۱ و ۲۲] بررسی شده است. همچنین آنها قابلیت اعتماد و ارزیابی ایمنی استوانههای ضخیم تحت بارهای ضربهای را نیز بررسی نمودند [۳۳ و ۴۴].

از آنجا که خصوصیات مکانیکی مواد متخلخل به طور کلی دارای عدمقطعیت است، تحلیل قطعی مواد متخلخل منطقی به نظر نمی رسد و نیاز به تحلیل های با رویکرد احتمالاتی ضروری است. شو [۴۵] با درنظر گرفتن عدمقطعیت در ضریب کشسانی نشست یک لایه خاک رس را بررسی نموده است. اسلادک و همکاران [۶۶ و ۴۷] با استفاده از روش بدون شبکه مسائل دارای تقارن محوری مواد متخلخل اشباع پیوسته و ناهمگن را تحلیل احتمالاتی نمودند. همچنین آن ها با استفاده از تحلیل احتمالاتی تاثیرات تغییرات سختی و نفوذپذیری مواد در پاسخهای تغییرمکان، تنش و فشار منفذی در مواد متخلخل را مورد بررسی قرار دادند. کاظمی و همکاران [۴۸] به تحلیل احتمالاتی سازه های استوانه ای متخلخل اشباع تکلایه پرداختند و نشان مازدند که تحلیل تصادفی محیطهای متخلخل که دارای عدمقطعیت ذاتی در خواص مکانیکی خود هستند، برای اهداف طراحی ضروری است.

علی رغم مقالات فراوانی که در زمینه تحلیل احتمالاتی محیط های متخلخل انتشار یافته است و در این بخش به آن اشاره شد، کارهای بسیار کمی در زمینه تحلیل احتمال اندیشانه محیط های متخلخل چندلایه انجام شده است. در این مقاله برای

نخستينبار روش بدونشبكه پتروف- گلركين محلى براى تحليل ديناميكي احتمال انديشانه سازههاي استوانهاي چندلايه ساخته شده از مواد متخلخل اشباع گسترش داده شده است. روش احتمالاتی MLPG با تابع هویساید به عنوان تابع وزن برای بررسی تاثیر عدمقطعیت در خواص مکانیکی محیط متخلخل بر پاسخهای سازهای تحت بارگذاری ضربهای استفاده شده است. برای این منظور، ضریب برشی، پارامتر اتصال و چگالی بخش جامد به عنوان خصوصیات دارای عدمقطعیت در نظر گرفته شده و برای تولید این پارامترهای تصادفی از شبیهسازی مونتکارلو استفاده شده است. برای درونیابی متغیرها برحسب مقادیر گرهی، از روش درونیابی نقطه شعاعی (RPIM) با تابع پایه شعاعی (RBF) استفاده شده است. تاثیر ضریب پراکندگیهای مختلف بر رفتار دینامیکی جابهجاییها به دست آمده است و بهتفصیل مورد بحث قرار گرفته است. تاریخچه زمانی واریانسها و نمودار فراوانی متغیرها برای سازه استوانهای نشان داده شده است و تحلیل دینامیکی احتمال انديشانه سازه استوانهاي متخلخل اشباع چندلايه با استفاده از روش بدونشبکه پتروف-گلرکین محلی مورد بررسی قرار گرفته است. اثر تعداد لایهها و چیدمان لایهها بر رفتار دینامیکی این نوع سازهها تحت اثر بارهای دینامیکی ضربهای بررسی شده است.

۲- روش بدون شبکه پتروف - گلر کین محلی سازه استوانه ای چند لایه متخلخل به طول h ، شعاع داخلی rin ، شعاع خارجی rout مانند شکل (۱) در نظر گرفته می شود. محیط متخلخل را می توان به دو فاز جامد و سیال تفکیک کرد. در این مقاله، بردار تغییر مکان فاز جامد با {<sup>u</sup>} و بردار تغییر مکان فاز سیال با {<sup>1</sup>} نشان داده می شود. با فرض صفر بودن نیروهای جسمی، معاد لات حاکم بر رفتار دینامیکی سازه در سیستم مختصات استوانه ای (r,φ,z) برای لایه k أم را می توان بر حسب تنش های کل و تنش های وارد بر سیال به صورت زیر نوشت [4]:



شکل ۱- مشخصه های هندسی استوانه چندلایه به طول محدود با مواد متخلخل کاملاً اشباع در دستگاه مختصات استوانهای.

برهم کنش دینامیکی بین سیال و سازه را توصیف می کند [۳۳]. متغیرهای نقطهای و دونقطهای به ترتیب اولین و دومین مشتقات جزئی متغیرها را نسبت به زمان نشان می دهند. با استفاده از تابع وزن Wi در زیردامنههای محلی ΩQ ، فرم ضعیف محلی روابط (۱) تا (۳) را می توان به صورت زیر بدست آورد:

$$\begin{split} & \int_{\Omega_Q} \left( \sigma^k_{rb,b}(r,z,\tau) + \frac{i}{r} [\sigma^k_r(r,z,\tau)] \right) W_i d\Omega_Q \\ & -\sigma^k_{\phi\phi}(r,z,\tau) ] \end{pmatrix} W_i d\Omega_Q \\ & + \int_{\Omega_Q} \left( \rho^k_r \phi^k [\ddot{u}^f_r(r,z,\tau)] - \\ (1 - \phi^k) \rho^k_s [\ddot{u}^s_r(r,z,\tau)] \right) W_i d\Omega_Q = \circ \\ & \int_{\Omega_Q} \left( [\sigma^k_{zb,b}(r,z,\tau)] + [\frac{i}{r} \sigma^k_{rz}(r,z,\tau)] - \\ (1 - \phi^k) \rho^k_s [\ddot{u}^s_r(r,z,\tau)] + \\ \rho^k_r \phi^k [\ddot{u}^f_r(r,z,\tau)] \right) W_i d\Omega_Q = \circ \quad (\Delta) \end{split}$$

$$[\sigma_{rb,b}^{k}(\mathbf{r},\mathbf{z},\tau)] + \frac{1}{r} [\sigma_{rr}^{k}(\mathbf{r},\mathbf{z},\tau) - \sigma_{\phi\phi}^{k}(\mathbf{r},\mathbf{z},\tau)] - (1-\phi^{k})\rho_{s}^{k}[\ddot{u}_{r}^{s}(\mathbf{r},\mathbf{z},\tau)] + \rho_{f}^{k}\phi^{k}[\ddot{u}_{r}^{f}(\mathbf{r},\mathbf{z},\tau)] = \circ$$

$$(1)$$

$$\begin{split} & [\sigma_{zb,b}^{k}(r,z,\tau)] + [\frac{1}{r}\sigma_{rz}^{k}(r,z,\tau)] - \\ & (1-\phi^{k})\rho_{s}^{k}[\ddot{u}_{r}^{s}(r,z,\tau)] + \rho_{f}^{k}\phi^{k}[\ddot{u}_{r}^{f}(r,z,\tau)] = \circ \end{split}$$

$$\begin{split} & [\sigma_b^{\rm f}(r,z,\tau)]^k - \phi^k \rho_{\rm f}^k [\ddot{u}_b^{\rm f}(r,z,\tau)] - \rho_{\rm A}^k [\ddot{u}_b^{\rm f}(r,z,\tau) \\ & - \ddot{u}_b^{\rm s}(r,z,\tau)] - \frac{(\phi^k)^{\rm Y}}{\kappa^k} [\dot{u}_b^{\rm f}(r,z,\tau) - \dot{u}_b^{\rm s}(r,z,\tau)] = \circ \end{split}$$

در این رابطهها be{r, z} اندیس تکرار است که باید بر روی آن جمع بسته شود. همچنین σφφ، σ<sub>r</sub>ه، β، il، φ، φ<sub>r</sub>، φ<sub>r</sub>، γ<sub>r</sub>، κ بهترتیب تنش شعاعی، تنش حلقوی، سرعت، شتاب، تخلخل، چگالی فاز جامد، چگالی فاز سیال، نفوذپذیری و زمان را نشان میدهد. نماد ρ<sub>A</sub> چگالی ظاهری جسم را نشان میدهد که

$$\int_{\Omega_{q}} \rho_{f}^{k} \phi^{k} [\ddot{u}_{r}^{f}(r, z, \tau)] d\Omega_{q} = \circ$$
(17)

$$\begin{split} & \int_{\Gamma} [r\sigma^{f}]^{k} n_{r} d\Gamma - \int_{\Omega_{q}} [\sigma^{f}]^{k} d\Omega - \\ & \int_{\Omega_{q}} \phi^{k} \rho_{f}^{k} [\ddot{u}_{r}^{f}(r,z,\tau)] r d\Omega_{q} - \\ & \int_{\Omega_{q}} \rho_{A}^{k} [\ddot{u}_{r}^{f}(r,z,\tau) - \ddot{u}_{r}^{s}(r,z,\tau)] r d\Omega_{q} - \\ & \int_{\Omega_{q}} \frac{(\phi^{k})^{r}}{\kappa^{k}} [\dot{u}_{r}^{f}(r,z,\tau) - \dot{u}_{r}^{s}(r,z,\tau)] r d\Omega_{q} = \bullet \end{split}$$

$$\begin{split} &\int_{\Gamma} r[\sigma^{f}]^{k} n_{z} d\Gamma - \int_{\Omega_{q}} \phi^{k} \rho_{f}^{k} [\ddot{u}_{r}^{f}(r,z,\tau)] r d\Omega_{q} - \\ &\int_{\Omega_{q}} \rho_{A}^{k} [\ddot{u}_{r}^{f}(r,z,\tau) - \ddot{u}_{r}^{s}(r,z,\tau)] r d\Omega_{q} - \\ &\int_{\Omega_{q}} \frac{(\phi^{k})^{\gamma}}{\kappa^{k}} [\dot{u}_{r}^{f}(r,z,\tau) - \dot{\ddot{u}}_{r}^{s}(r,z,\tau)] r d\Omega_{q} = \bullet \end{split}$$

در رابطههای فوق  $\Gamma_q$  مرزهای دامنه تحت پوشش  $\Omega_q$  است. این مرز به طور کلی می تواند از سه قسمت تشکیل شده باشد، که عبارتند از:  $\Gamma_{qi}$ ،  $\Gamma_{qu}$ ،  $\Gamma_{qi}$  شکل (۲) مرز زیردامنه محلی در روش MLPG را نشان می دهد.

 $\Gamma_{qi}$  مرز داخلی است که کاملاً در داخل دامنه مسئله واقع شده است.  $\Gamma_{qi}$  و  $\Gamma_{qu}$  و  $\Gamma_{qu}$  مرزهایی از دامنه تحت پوشش هستند که بر روی مرزهای کلی مسئله قرار گرفته و به ترتیب شرایط مرزی تغییرمکانی و تنشی در آن تعریف شده است (۱۰) تا  $\Gamma_{q} = \Gamma_{qi} \cup \Gamma_{qu}$  (۱۰) تا (۱۴) را می توان به صورت زیر نوشت:

$$\int_{\Gamma_{qi}+\Gamma_{qu}} r(\sigma_{rr}^{k}n_{r} + \sigma_{rz}^{k}n_{z})d\Gamma + \int_{\Omega_{q}} -\sigma_{\phi\phi}^{k}d\Omega_{q} - \int_{\Omega_{q}} (1 - \phi^{k})\rho_{s}^{k}[\ddot{u}_{r}^{s}(r, z, \tau)]rd\Omega_{q} + \int_{\Omega_{q}} \rho_{f}^{k}\phi^{k}[\ddot{u}_{r}^{f}(r, z, \tau)]rd\Omega_{q} = -\int_{\Gamma_{qt}} r(\sigma_{rr}^{k}n_{r} + \sigma_{rz}^{k}n_{z})d\Gamma$$

$$(10)$$

$$\begin{split} & \int_{\Omega_{Q}} \left( \begin{bmatrix} \sigma_{b}^{f}(\mathbf{r}, \mathbf{z}, \tau) \end{bmatrix}^{k} - \phi^{k} \rho_{f}^{k} \begin{bmatrix} \ddot{u}_{b}^{f}(\mathbf{r}, \mathbf{z}, \tau) \end{bmatrix} \\ -\rho_{A}^{k} \begin{bmatrix} \ddot{u}_{b}^{f}(\mathbf{r}, \mathbf{z}, \tau) - \ddot{u}_{b}^{s}(\mathbf{r}, \mathbf{z}, \tau) \end{bmatrix} \right) W_{r} d\Omega_{Q} \\ - & \int_{\Omega_{Q}} \left( \frac{(\phi^{k})^{r}}{\kappa^{k}} \begin{bmatrix} \dot{u}_{b}^{f}(\mathbf{r}, \mathbf{z}, \tau) - \dot{u}_{b}^{s}(\mathbf{r}, \mathbf{z}, \tau) \end{bmatrix} \right) W_{r} d\Omega_{Q} = \circ \end{split}$$

$$\begin{split} & \text{c} \left( \begin{array}{c} \alpha & \text{c} \text{d} \alpha \\ \text{d} \Omega_{\text{Q}} = \text{T}\pi r \, d\Omega q \\ \text{d} \Omega_{\text{Q}} & = \text{T}\pi r \, d\Omega q \\ \text{d} \Omega_{\text{Q}} & = \text{T}\pi r \, d\Omega q \\ \text{d} \Omega_{\text{Q}} & \text{c} (\text{P}) \quad \text{d} (9) \quad \text{d} (9) \quad \text{d} (9) \quad \text{d} (9) \\ \text{d} \Omega_{\text{Q}} & \text{c} (1) \\ \text{d} \Omega_{\text{Q}} & \text{d} \Omega_{\text{Q}} \\ \text{d} \Omega_{\text{Q}} \\ \text{d} \Omega_{\text{Q}} & \text{d} \Omega_{\text{Q}} \\ \text{d} \Omega_{\text{Q}} \\ \text{d} \Omega_{\text{Q}} & \text{d} \Omega_{\text{Q}} \\ \text{d} \Omega_{\text{Q}} & \text{d} \Omega_{\text{Q}} \\ \text{d} \Omega_{\text{Q}} \\ \text{d} \Omega_{\text{Q}} & \text{d} \Omega_{\text{Q}} \\ \text{d} \Omega_{\text{Q}} \\ \text{d} \Omega$$

با استفاده از قضیه دیورژانس در روابط اخیر، مشتق تنشها به مشتق تابع وزن تبدیل میشود. از آنجا که از تابع هویساید به عنوان تابع وزن در این مقاله استفاده میشود، مشتق توابع وزن در روابط صفر میشود:

$$\int_{\Gamma} r(\sigma_{rr}^{k} n_{r} + \sigma_{rz}^{k} n_{z}) d\Gamma + \int_{\Omega_{q}} -\sigma_{\phi\phi}^{k} d\Omega_{q} -$$

$$\int_{\Omega_{q}} (1 - \phi^{k}) \rho_{s}^{k} [\ddot{u}_{r}^{s}(r, z, \tau)] r d\Omega_{q} +$$

$$\int_{\Omega_{q}} \rho_{f}^{k} \phi^{k} [\ddot{u}_{r}^{f}(r, z, \tau)] r d\Omega_{q} = \circ$$

$$(11)$$

$$\int_{\Gamma}^{\Gamma} r(\sigma_{zr}^{k}n_{r} + \sigma_{zz}^{k}n_{z})d\Gamma - \int_{\Omega_{q}}^{\Gamma} (1 - \phi^{k})\rho_{s}^{k}[\ddot{u}_{r}^{s}(r, z, \tau)]d\Omega_{q} +$$
(17)



$$\begin{split} & -\int_{\Gamma_{q}} r[\sigma^{r}]^{k} n_{z} d\Gamma & (\lambda) & \int_{\Gamma_{q}+\Gamma_{qs}} r(\sigma_{zr}^{k} n_{r} + \sigma_{zz}^{k} n_{z}) d\Gamma - \\ & (\lambda) & \int_{\Gamma_{q}+\Gamma_{qs}} r(\sigma_{zr}^{k} n_{r} + \sigma_{zz}^{k} n_{z}) d\Gamma - \\ & \int_{\Omega_{q}} (1 - \phi^{k}) \rho_{s}^{k} [\ddot{u}_{r}^{s}(r, z, \tau)] d\Omega_{q} + \\ & \int_{\Omega_{q}} \rho_{r}^{k} \phi^{k} [\ddot{u}_{r}^{r}(r, z, \tau)] d\Omega_{q} = \\ & (19) \\ & (19) \\ & (19) \\ \hline \sigma_{ij}^{k} = [\sigma_{ij}^{k}]^{k} + [\delta_{ij}\sigma^{r}]^{k} & (14) & -\int_{\Gamma_{q}} r(\sigma_{zr}^{k} n_{r} + \sigma_{zz}^{k} n_{z}) d\Gamma \\ & & \int_{\Omega_{q}} \rho_{r}^{k} \phi^{k} [\ddot{u}_{r}^{r}(r, z, \tau)] d\Omega_{q} = \\ & & \int_{\Omega_{q}} \rho_{ij}^{k} = \begin{bmatrix} \sigma_{ij}^{k} + [\delta_{ij}\sigma^{r}]^{k} & (14) & -\int_{\Gamma_{q}} r(\sigma_{zr}^{k} n_{r} + \sigma_{zz}^{k} n_{z}) d\Gamma \\ & & & \int_{\Gamma_{q}} r(\sigma_{zr}^{k} n_{r} + \sigma_{zz}^{k} n_{z}) d\Gamma \\ & & & \int_{\Omega_{q}} \sigma_{ij}^{k} = \begin{bmatrix} \sigma_{ij}^{k} - \sigma_{ij} & \sigma_{ij}^{k} & \sigma_{ij}^{k} \\ \sigma_{ij}^{k} & \sigma_{ij}^{k} & \sigma_{ij}^{k} & \sigma_{ij}^{k} \\ & & \sigma_{ij}^{k} & \sigma_{ij}^{k} & \sigma_{ij}^{k} \\ & & & \sigma_{ij}^{k} & \sigma_{ij}^{k} & \sigma_{ij}^{k} \\ & & & \sigma_{ij}^{k} & \sigma_{ij}^{k} & \sigma_{ij}^{k} \\ & & & \sigma_{ij}^{k} & \sigma_{ij}^{k} & \sigma_{ij}^{k} \\ & & & \sigma_{ij}^{k} & \sigma_{ij}^{k} & \sigma_{ij}^{k} \\ & & & \sigma_{ij}^{k} & \sigma_{ij}^{k} & \sigma_{ij}^{k} \\ & & & & \sigma_{ij}^{k} & \sigma_{ij}^{k} & \sigma_{ij}^{k} \\ & & & & \sigma_{ij}^{k} & \sigma_{ij}^{k} & \sigma_{ij}^{k} \\ & & & & \sigma_{ij}^{k} & \sigma_{ij}^{k} & \sigma_{ij}^{k} \\ & & & & \sigma_{ij}^{k} & \sigma_{ij}^{k} & \sigma_{ij}^{k} \\ & & & & \sigma_{ij}^{k} & \sigma_{ij}^{k} & \sigma_{ij}^{k} & \sigma_{ij}^{k} \\ & & & & \sigma_{ij}^{k} & \sigma_{ij}^{k} & \sigma_{ij}^{k} \\ & & & & \sigma_{ij}^{k} & \sigma_{ij}^{k} & \sigma_{ij}^{k} & \sigma_{ij}^{k} \\ & & & & \sigma_{ij}^{k} & \sigma_{ij}^{k} & \sigma_{ij}^{k} & \sigma_{ij}^{k} \\ & & & & \sigma_{ij}^{k} & \sigma_{ij}^{k} & \sigma_{ij}^{k} & \sigma_{ij}^{k} & \sigma_{ij}^{k} \\ & & & & \sigma_{ij}^{k} & \sigma_{ij}^{k} & \sigma_{ij}^{k} & \sigma_{ij}^{k} & \sigma_{ij}^{k} \\ & & & & \sigma_{ij}^{k} & \sigma_{ij}^{k} & \sigma_{ij}^{k} & \sigma_{ij}^{k} & \sigma_{ij}^{k} & \sigma_{ij}^{k} \\ & & & & \sigma_{ij}^{k} & \sigma_{ij}^{k} & \sigma_{ij}^{k} & \sigma_{ij}^{k} & \sigma_{ij}^{k} & \sigma_{ij}^{k} \\ & & & & & \sigma_{ij}^{k} \\ & & & & & \sigma_{ij}^{k} & \sigma_{ij}^{k} & \sigma_{ij}^{k} & \sigma_{ij}^{k} & \sigma_{ij}^{k} & \sigma_{ij}^{k} & \sigma_{ij}$$

$$[\epsilon^{\rm f}_{\rm rr}] = [u^{\rm f}_{\rm r,r}]$$
 ,  $[\epsilon^{\rm f}_{\phi\phi}] = [u^{\rm f}_{\rm r}]/r$  [class

$$[\boldsymbol{\varepsilon}_{zz}^{f}] = [\boldsymbol{u}_{z,z}^{f}], [\boldsymbol{\varepsilon}_{zz}^{s}] = [\boldsymbol{u}_{z,z}^{s}]$$
(YY)

که

$$c_{\prime\prime}^{k} = \frac{\gamma}{r} G^{k} + K^{k} + \frac{(Q^{k})^{\gamma}}{R^{k}} ,$$
  

$$c_{\prime\tau}^{k} = c_{\prime\tau}^{k} = K^{k} - \frac{\gamma}{r} G^{k} + \frac{(Q^{k})^{\gamma}}{R^{k}} ,$$
(Y7)

$$\{i\}$$
 $\{i\}$  $\{i\}$ 

[K] که در آن [M] ماتریس جرم، [C] ماتریس میرایی و [K] م $c_{_{\gamma\gamma}}^k = G^k$ 

$$rn_{r}\left\{c_{i}^{k}\frac{\partial\phi_{i}^{\kappa}}{\partial r}+c_{i}^{k}\frac{\phi_{i}^{\kappa}}{r}+Q^{k}(\frac{\partial\phi_{i}^{\kappa}}{\partial r}+\frac{\phi_{i}^{\kappa}}{r})\right\}+$$

$$\frac{\partial\phi_{i}^{k}}{\partial r}$$
(7A)

$$\begin{split} & \operatorname{rn}_{z} c_{\gamma\gamma}^{k} \frac{\partial \varphi_{i}}{\partial z} \\ & k_{\gamma\gamma} = \\ & \operatorname{rn}_{z} \left\{ c_{\gamma\gamma}^{k} \frac{\partial \varphi_{i}^{k}}{\partial r} + c_{\gamma\gamma}^{k} \frac{\varphi_{i}^{k}}{r} + Q^{k} (\frac{\partial \varphi_{i}^{k}}{\partial r} + \frac{\varphi_{i}^{k}}{r}) \right\} + \end{split}$$
 (Y9)

$$\begin{split} & rn_{r}c_{\tau\tau}^{k}\frac{\partial\phi_{i}^{k}}{\partial z} \\ & k_{\tau\tau} = rn_{r}\left\{c_{\tau\tau}^{k}\frac{\partial\phi_{i}^{k}}{\partial z} + Q\frac{\partial\phi_{i}^{k}}{\partial z}\right\} + rn_{z}c_{\tau\tau}^{k}\frac{\partial\phi_{i}^{k}}{\partial r} \qquad (\tilde{r}\circ) \end{split}$$

$$\mathbf{k}_{\tau\tau} = \mathbf{rn}_{z} \left\{ \mathbf{c}_{\tau\tau}^{k} \frac{\partial \phi_{i}^{k}}{\partial z} + \mathbf{Q}^{k} \frac{\partial \phi_{i}^{k}}{\partial z} \right\} + \mathbf{rn}_{r} \mathbf{c}_{\tau\tau}^{k} \frac{\partial \phi_{i}^{k}}{\partial r} \qquad (\Upsilon 1)$$

# ۳- تابع شکل نقاط شعاعی

که در

در این مقاله از روش درونیابی نقطه شعاعی (RPIM) برای ساخت توابع شکل استفاده شده است. در این روش، یک تابع دلخواه (x) در دامنه تحتپوشش نقطه x<sub>Q</sub> را میتوان با توجه به مقادیر گرهی آن واقع در دامنه تحتپوشش، با استفاده از تابع پایه شعاعی (R(r تقریب زد. برای این منظور میتوان تابع تقریبی (u<sup>h</sup>(x را به صورت زیر نوشت:

$$\mathbf{u}^{\mathrm{h}}(\mathbf{x}) = \left[\mathbf{R}(\mathbf{r})\right]^{\mathrm{T}} \left\{ a(\mathbf{x}_{\mathrm{Q}}) \right\}$$
(77)

که  $\left\{a(x_Q)\right\}$  بردار ضرایب مجهول است. توابع پایه شعاعی متفاوتی ازجمله مولتی کوادریک<sup>۹</sup>، گاوسی، نمایی و لگاریتمی توسط پژوهشگران پیشنهاد شده است [۴۹]. در این مقاله، از تابع پایه شعاعی (RBF) مولتیکوادریک استفاده شده است که به صورت زیر تعریف میگردد:

$$\mathbf{R}_{i}(\mathbf{r}) = (\mathbf{r}_{i}^{\mathsf{T}} + \mathbf{c}^{\mathsf{T}})^{q} \tag{(TT)}$$

که در آن c و q مقادیر ثابت هستند که بهترتیب برابر ۵/۰ و ۱/۰۳ در نظر گرفته می شوند [۵۰]. ۲ فاصله بین نقطه موردنظر تا گرههای واقع در دامنه تحت پوشش آن نقطه است. با نوشتن رابطه (۳۲) در تمام گرههای واقع در دامنه تحت پوشش، بردار

$$\{u\} = \left[R_{Q}\right] \{a(x_{Q})\}$$
("\*)

$$\{\mathbf{u}\} = \left\{\mathbf{u}, \ \mathbf{u}_{\tau} \dots \mathbf{u}_{n}\right\}^{\mathrm{T}},$$

$$\left[\mathbf{R}_{Q}\right] = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{\chi}(\mathbf{r}_{\chi}) & \mathbf{R}_{\chi}(\mathbf{r}_{\chi}) & \cdots & \mathbf{R}_{n}(\mathbf{r}_{\chi}) \\ \mathbf{R}_{\chi}(\mathbf{r}_{\chi}) & \mathbf{R}_{\chi}(\mathbf{r}_{\chi}) & \cdots & \mathbf{R}_{n}(\mathbf{r}_{\chi}) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{R}_{\chi}(\mathbf{r}_{n}) & \mathbf{R}_{\chi}(\mathbf{r}_{n}) & \cdots & \mathbf{R}_{n}(\mathbf{r}_{n}) \end{bmatrix}$$

$$(\texttt{Y}\texttt{O})$$

n تعداد گرههایی است که در دامنه تحت پوشش قرار دارند.  $a(x_Q)$  بردار ضریب را می توان از رابطه زیر بدست آورد.  $a(x_Q) = [R_Q]^{-1} \{u\}$  (۳۶) با جایگزینی رابطه (۳۶) در رابطه (۳۲)، تابع تغییرمکان را

می توان بر حسب مقادیر گرهی آن در نقاط واقع در دامنه تحت پوشش بدست آورد.  $u^{h}(x) = ([R(r)]^{T}[R_{Q}]^{T}](u^{(mv)})$ 

## ۴– روش نیومارک

رابطه (۱۹) را می توان با استفاده از روش تفاوت محدود نیومارک در دامنه زمان گسستهسازی نمود. برای انجام این کار، دامنه زمانی موردنظر به تعداد محدودی گام زمانی کوچک Δ تقسیم می شوند. در هر گام زمانی کوچک، تغییرمکانهای نموی با بهرهجویی از روش برونیابی خطی مستقیم به دست می آید. نیومارک مقدارهای برونیابی شده سرعت و تغییرمکان را در هر گام زمانی به صورت رابطههای زیر پیشنهاد داده است [۱۲].

$$\left\{\Delta\ddot{\mathbf{u}}_{n}\right\} = \frac{1}{\beta\Delta t^{\gamma}}\left\{\Delta u_{n}\right\} - \frac{1}{\beta\Delta t}\left\{\dot{\mathbf{u}}_{n-\gamma}\right\} - \frac{1}{\gamma\beta}\left\{\ddot{\mathbf{u}}_{n-\gamma}\right\} \qquad (\Upsilon\Lambda)$$

$$\left\{ \Delta \dot{\mathbf{u}}_{n}\right\} =\tag{$\mathbf{T}$}$$

$$\frac{\gamma}{\beta\Delta t} \{\Delta u_{n}\} - \frac{\gamma}{\beta} \{\dot{u}_{n-1}\} + \Delta t \left(1 - \frac{\gamma}{\gamma\beta}\right) \{\ddot{u}_{n-1}\}$$

در این رابطهها γ و β ثابتهای روش نیومارک هستند که در این مقاله برابر ۵/۵ و ۰/۲۵ در نظر گرفته شده است. با جایگذاری رابطههای کنونی در رابطه (۱۹)، رابطه نموی (۴۰) خصوصیات این ماده به شرح زیر است [۵۱]:  $\begin{aligned} k &= \wedge / \circ \times 1 \circ^{4} (N/m^{r}), \ G &= 9 / \circ \times 1 \circ^{9} (N/m^{r}), \\ R &= 4 / v \times 1 \circ^{6} (N/m^{r}), Q &= 1 / 0 \times 1 \circ^{9} (N/m^{r}), \\ \kappa &= 1 / 9 \times 1 \circ^{-1 \circ} (m^{r} / Ns), \ \alpha &= \circ / \wedge, \\ \rho_{s} &= 7 \wedge \circ \circ (kg/m^{r}), \ \rho_{f} &= 1 \circ \circ \circ (kg/m^{r}), \\ \phi &= \circ / 19 \end{aligned}$ (60)

در شکل (۳) نتایج بدست آمده از روش پیشنهادی با نتایج ارائه شده توسط شانز و چنگ [۳۷] مقایسه شده است. همان طور که مشاهده می شود تطابق خوبی بین نتایج وجود دارد.

-Y- **تحلیل یقین اندیشانه استوانه متخلخل اشباع** برای تحلیل دینامیکی یقین اندیشانه، یک سازه استوانه ای کامپوزیتی چندلایه با مواد متخلخل کاملاً اشباع با شعاع داخلی "h = Fm" و ارتفاع "m =  $r_0$ " و ارتفاع "h = Fm" درنظر گرفته می شود شکل (۱). جنس سطح بالای سازه استوانه ای از ماده متخلخل ۱ و جنس سطح پایینی آن از ماده متخلخل ۲ فرض شده است و خصوصیات به صورت تدریجی از ماده ۱ به ماده ۲ تغییر می کند. مشخصات ماده متخلخل ۱ و

سازه استوانهای متخلخل فرضشده تحت اثر بار ضربهای زیر تحلیل میشود:

$$\sigma_{\rm vr}(t) = \begin{cases} -P_{\rm v}t & \text{for } t \le \circ/\circ\circ \Upsilon s \\ \circ & \text{for } t > \circ/\circ\circ \Upsilon s \end{cases}$$
(%A)

.که  $P_{\cdot} = \Delta MPa/s$  است.

تغییرات تدریجی خصوصیات ماده در راستای ارتفاع مقطع به صورت رابطه زیر درنظر گرفته شده است: (۴۹) n = (n - n) = n

$$\mathbf{p} = (\mathbf{p}_{end} - \mathbf{p}_{start})\lambda_z^{n_z} + \mathbf{p}_{start}$$
(14)

 $P_{end}$  ,(Z = 0) كه در أن  $P_{start}$  خصوصيات ماده در ابتدا (Z = 0)،  $\lambda_z$  خصوصيات ماده در انتها (Z = h)،  $n_z$  (Z = h) خصوصيات ماده در انتها به صورت زير تعريف مى شود:

$$\lambda_{z} = \left(\frac{z - z_{\min}}{z_{\max} - z_{\min}}\right) \tag{(a)}$$

شکل (۴) پروفیل هندسی سازه استوانهای چندلایه با مواد

حاصل می شود.  

$$\left[ \overline{\mathbf{K}} \right] \left\{ \Delta \mathbf{u}_{n} \right\} = \left\{ \Delta \overline{\mathbf{P}}_{n} \right\}$$
(۴ • )

که در رابطه (۴۰):

$$\left[\overline{\mathbf{K}}\right] = \left[\mathbf{K}\right] + \left[a_{1}\right] \tag{41}$$

$$\left\{\Delta \overline{P}_{n}\right\} = \left\{\Delta P_{n}\right\} + \left[a_{\nu}\right]\left\{\dot{u}_{n-\nu}\right\} + \left[a_{\nu}\right]\left\{\ddot{u}_{n-\nu}\right\}$$
(F7)

$$\left[a_{\gamma}\right] = \frac{\gamma}{\beta \Delta t^{\gamma}} \left[M\right] + \frac{\gamma}{\beta \Delta t} \left[C\right]$$
(67)

$$\left[a_{\gamma}\right] = \frac{\gamma}{\beta \Delta t} \left[M\right] + \left(\frac{\gamma}{\beta} - \gamma\right) \left[C\right]$$
(44)

$$\left[ \mathbf{a}_{\tau} \right] = \left( \frac{\gamma}{\tau \beta} - \gamma \right) \left[ \mathbf{M} \right] + \left( \frac{\gamma}{\tau \beta} - \gamma \right) \left[ \mathbf{C} \right]$$
 (40)

[۴۶] در نظر گرفته شده است. سطوح جانبی و سطح تحتانی سازه استوانهای، نفوذناپذیر و جابهجاییهای قائم در سطوح ذکرشده، صفر فرض شده است. در سطح فوقانی امکان نفوذپذیری وجود دارد و تنش محوری مطابق رابطه (۴۶) به سطح فوقانی سازه استوانهای وارد شده است.

$$\sigma_{rr}(t) = \begin{cases} P_{\circ} & \text{for } t \leq \circ / \circ \circ \tau \sec \\ \circ & \text{for } t > \circ / \circ \circ \tau \sec \end{cases}$$
(49)

که در آن "P. = –۱۰<sup>۴</sup> Pa".

با توجه به شرایط تقارن محوری و استفاده از مختصات استوانهای، مسئله به یک مسئله یک بعدی تبدیل می شود که راه حل تحلیلی آن موجود است. پاسخ تحلیلی برای ستون یک بعدی ضخیم در دامنه تبدیل لاپلاس توسط شانز و چنگ ارائه شده است [۳۷]. در این مسئله، دامنه از یک مورد خاص از مواد متخلخل به نام ماده ماسه سنگ بریا ساخته شده است که



شکل ۳- مقایسه نتایج بدست آمده از پژوهش حاضر با نتایج مرجع [۳۷] برای جابه جایی محوری.

مادہ متخلخل ۲ (Z <sub>min</sub> =0)	ماده متخلخل ۱ (Z <sub>max</sub> =h)	
۵۶۰۰ (kg/m <sup>r</sup> )	$TA \circ \circ (kg/m^r)$	$\rho_s$
$\mathcal{V} \circ \mathcal{V} \times \mathcal{V} \circ \mathcal{V} (N/m)$	$1/211 \times 10^{4} (N/m^{2})$	Q
$17 \times 10^{9} (N/m^{r})$	$\mathfrak{P} \times \mathfrak{l} \circ \mathfrak{q} (N/m^r)$	G
$\gamma \sim \gamma \circ q (N/m^{\gamma})$	$\Lambda \times 1 \circ (N/m)$	k
$4/4 \times 1 \circ^{\wedge} (N/m^{r})$	$^{\prime}/^{\vee} \circ^{\wedge} (N/m^{\gamma})$	R
$\circ/4\Delta \times 1 \circ^{-1}$ ° (m <sup>*</sup> /Ns)	$1/9 \times 1 \circ^{-1} $ (m <sup>*</sup> /Ns)	κ
•/٨	•/٨	α
$\circ \circ \circ (kg/m^{r})$	(kg/m)	$\rho_{\rm f}$
• / <b>\</b> •	۰/۱۹	φ

جدول ۱– مشخصات مواد متخلخل مورداستفاده در پژوهش.



شکل ۴– پروفیل هندسی سازه استوانهای چندلایه با مواد متخلخل کاملاً اشباع.

متخلخل كاملاً اشباع را نشان مىدهد.

شکل (۵) تاریخچههای زمانی جابهجایی عمودی را در سطح زیر اثر بار (z = h) در نقطه میانی سازه استوانهای بدون میرایی برای ضریبهای توانی مختلف نشان میدهد. با توجه به شکل مشاهده می شود که با افزایش مقدار  $n_z$  جابهجایی عمودی کاهش مییابد به نحویکه حداکثر جابهجایی عمودی در کاهش مییابد به نحویکه حداکثر جابهجایی عمودی در s ۲۰۰۰×۲۰۲۰، ۲۰<sup>-۷</sup>×۰/۳ و ۲۰×۲/۸ متر است.

شکل (۶) تاریخچههای زمانی جابهجایی عمودی را در سطح زیر اثر بار (z = h) در نقطه میانی سازه استوانهای برای میراییهای مختلف با ضریب توانی  $n_z = 1$  نشان میدهد. طبق این شکل، حداکثر مقادیر جابهجایی عمودی در s ۰۵۰۰ = t برای مقادیر ξ ، ۵/۰ ، ۱ و ۲ درصد به ترتیب  $v^{-0} \times 1/3$  $v^{-0} \times 1/5$  و  $v^{-1} \times 1/5$  متر است. با توجه به شکل مشاهده می شود که با افزایش میرایی، کاهش دامنه نوسان در اثر گذشت زمان افزایش می یابد. همچنین با گذشت زمان میزان کاهش دامنه نوسان افزایش یافته است.

شکل (۷) تاریخچههای زمانی جابهجایی عمودی را در نقطه میانی سطح زیر اثر بار برای تعداد لایههای مختلف در سازه استوانهای بدون میرایی نشان میدهد. مطابق این شکل، با افزایش تعداد لایهها، جابهجایی عمودی افزایش مییابد.

#### ۵-۲- تحلیل احتمال اندیشانه

با توجه به عدمقطعیت در ضریب برشی، پارامتر اتصال و چگالی جرم جامد، جابهجایی محوری سازه استوانهای مورد تحلیل قرار میگیرد. مقدار میانگین این پارامترها همان مقادیر قطعی جدول (۱) درنظر گرفته میشود. توابع چگالی احتمال نرمال، لگنرمال و یکنواخت با ضرایب پراکندگی مختلف برای مدلسازی پارامترهای متغیرهای تصادفی مورداستفاده قرار گرفته است. این تابعها و پارامترهای مربوط به هریک در جدول (۲) معرفی شده است. در این جدول ۹μ معرف میانگین پارامترها و σ<sub>P</sub> معرف انحراف از معیار دادهها است.

در این مقاله برای تولید پارامترهای تصادفی از شبیهسازی

مستقیم مونتکارلو استفاده شده است. در شبیه سازی مونتکارلو، باید تأثیر تعداد شبیه سازی ها در همگرایی نتیجه بررسی شود. برای این منظور ۲۰۰ شبیه سازی با توزیع نرمال تولید می شود. شکل (۸) تغییر مکان عمودی را در نقطه میانی سطح زیر اثر بار به عنوان تابعی از تعداد شبیه سازی ها، با ضریب پراکندگی های مختلف در ۲ ۲۰۰۰ = ۲ در سازه استوانه ای بدون میرایی با ضریب توانی  $r_z$ ۱ نشان می دهد. همان طور که در این شکل مشاهده می شود، همگرایی در حدود است. به طوری که بعد از این تعداد شبیه سازی، تغییرات نتایج کمتر از ۵/۰ در صد است. همان طور که انتظار می رود، نتایج برای مقادیر کوچک ضریب پراکندگی در تعداد شبیه سازی های کمتر همگرا می شوند.

شکل (۹) واریانس جابهجایی عمودی را در نقطه میانی سطح زیر اثر بار به عنوان تابعی از تعداد شبیهسازی ها برای توزیع نرمال پارامترهای احتمالاتی با ضریب های پراکندگی مختلف بدون میرایی برای ضریب توانی ۲=n در زمان ۲ ۲۰۰/۰۰ نشان می دهد. همان طور که در این شکل مشاهده می شود پس از حدود ۱۵۰ شبیه سازی، تغییر نتایج برای ضریب های پراکندگی مختلف کمتر از ۱ درصد می شود و همگرایی حاصل شده است. از این رو، به نظر می رسد ۲۰۰ شبیه سازی برای دستیابی به همگرایی برای مقادیر میانگین و واریانس کافی است.

شکل (۱۰) حداکثر تاریخچههای زمانی جابهجایی عمودی را در نقطه میانی سطح زیر اثر بار برای توزیع نرمال با ضریب های پراکندگی مختلف سازه استوانهای بدون میرایی با ضریب توانی ا=nz در مقایسه با نتایج قطعی نشان میدهد. طبق این شکل، اختلاف حداکثر مقادیر جابهجایی عمودی در ۲۵ ۲۰۰/۰۰ برای مقادیر ضریب پراکندگی ۵ ، ۱۰ ، ۱۵ و ۲۰ درصد با مقادیر قطعی به ترتیب ۱/۸ /۱۱/۴ و ۲۱/۲ ٪ است.

شکل (۱۱) حداکثر تاریخچههای زمانی جابهجایی عمودی را در نقطه میانی سطح زیر اثر بار برای توزیع لگنرمال با ضریبهای پراکندگی مختلف در سازه استوانهای میرایی با ضریب توانی n<sub>z</sub>=۱ در مقایسه با نتایج قطعی نشان میدهد. طبق



شکل ۵- مقایسه تاریخچه زمانی جابهجایی محوری در تحلیل قطعی با ضریبهای توانی مختلف سازه استوانهای بدون میرایی.



شکل ۶- مقایسه جابهجایی عمودی در تحلیل قطعی سازه استوانهای با میراییهای مختلف با ضریب توانی nz=۱.



شکل ۷- مقایسه جابهجایی عمودی در تحلیل قطعی با تعداد لایههای مختلف در سازه استوانهای بدون میرایی با ضریب توانی nz=۱.

		e
تابع چگالی احتمال	پارامترها	عبارت
ز. مال	$\mu_{\rm P} = {\rm mean}({\rm P})$	$P(i) = \mu + \sigma z(i)$
	$\sigma_{\rm P} = \text{variance}(P)$	$1(1) - \mu_{\rm p} + O_{\rm p} Z(1)$
لگنرمال	$\sigma_{\ln P} = \sqrt{ln\left(\left(\frac{\sigma_{P}}{\mu_{P}}\right)^{t} + 1\right)}$	$P(i) = exp[\mu_{lnP} + \sigma_{lnP}z(i)]$
يكنواخت	$\begin{split} \mu_{\ln P} &= \ln(\mu_{P}) - \cdot / \delta(\sigma_{\ln P})^{\tau} \\ a &= \mu_{P} - \sqrt{\tau} \sigma_{P} \\ b &= \mu_{P} + \sqrt{\tau} \sigma_{P} \end{split}$	P(i) = a + (b - a)z(i)
3.8 ×10 <sup>7</sup>	1 1 1 1	



شکل ۸- نمودار میانگین جابهجایی عمودی برحسب تعداد شبیهسازی با توزیع نرمال در سازه استوانهای بدون میرایی

با ضریب توانی n<sub>z</sub>=۱.



با ضریب توانی n<sub>z</sub>=۱.



شکل ۱۰- نمودار حداکثر جابهجایی عمودی برحسب زمان با توزیع نرمال در سازه استوانهای بدون میرایی





این شکل، اختلاف حداکثر مقادیر جابهجایی عمودی در s ۲۰۰۰۲ برای مقادیر ضریب پراکندگی ۵، ۱۰، ۱۵ و ۲۰ درصد با مقادیر قطعی به ترتیب ۵/۶، ۱۰/۸، ۱۹/۲ و ۲۲۵۲٪ است.

شکل (۱۲) حداکثر تاریخچههای زمانی جابهجایی عمودی را در نقطه میانی سطح زیر اثر بار برای توزیع یکنواخت با ضریبهای پراکندگی مختلف بدون میرایی با ضریب توانی ارتا میدهد. طبق این شکل، اختلاف حداکثر مقادیر جابهجایی عمودی در ۲۵ ۰۲۰۰۰ ۲۰ برای

مقادیر ضریب پراکندگی ۵، ۱۰، ۱۵ و ۲۰ درصد با مقادیر قطعی به ترتیب ۷/۱، ۱۲/۱، ۲۲/۵ و ۲۸/۱ ٪ است.

همان طور که در شکلهای (۱۰)، (۱۱) و (۱۲) مشاهده می شود، به طور کلی با افزایش مقدار ضریب پراکندگی برای انواع توزیعها، حداکثر مقادیر جابجایی محوری افزایش مییابد. شکل (۱۳) تاریخچههای زمانی حداکثر جابجایی محوری را

در نقطه میانی سطح زیر اثر بار برای توزیعهای مختلف با ضریب پراکندگی ۱۵٪ در سازه استوانهای بدون میرایی با ضریب توانی n<sub>z</sub>=۱ نشان میدهد تا اثر نوع توزیع را بررسی



با ضریب پراکندگی ۱۵٪ در سازه استوانهای بدون میرایی با ضریب توانی nz=۱.

کند. این شکل نشان میدهد که حداکثر مقدار جابجایی محوری برای توزیعهای نرمال بیش از یکنواخت و لگنرمال است.

مقادیر قطعی و حداکثر توزیعهای نرمال، لگنرمال و یکنواخت با ضریب پراکندگی ۱۵٪ در s ۲۰۰/۰۰ t در سازه استوانهای بدون میرایی با ضریب توانی n<sub>z</sub> در جدول (۳) ذکر شده است. با توجه به این جدول می توان نتیجه گرفت که نوع توزیع تأثیر معناداری بر روی حداکثر مقادیر دارد.

شکل (۱۴) تاریخچه جابهجایی محوری را در نقطه میانی سطح زیر اثر بار در تابع توزیع نرمال با ضریب پراکندگی ۱۵٪

در سازه استوانهای بدون میرایی با ضریب توانی  $n_z = n_z$  در مازه استوانهای بدون میرایی با ضریب توانی  $n_z = n_z$  در s  $\tau = 0.00$  s  $\tau = 0.00$  s جابهجاییهای محوری مشخص شده است. مطابق شکل حداکثر جابهجایی در شبیهسازی ۷۶ به میزان  $v_z = 0.00$  متر حداقل جابهجایی در شبیهسازی ۸۶ به میزان  $v_z = 0.00$  متر است.

در شکلهای (۱۵) تا (۱۷) نمودارهای فراوانی نتایج تغییرمکان عمودی برای توزیعهای نرمال، لگنرمال و یکنواخت با ضریب پراکندگی ۵ درصد در زمان s ۲۰۰/۰۰ در سازه استوانهای

نرمال	لگنرمال	يكنواخت	
۲/۷۳۴×۱۰ <sup>-۷</sup>	۲/۷۳۴×۱۰ <sup>-۷</sup>	۲/۷۳۴×۱۰ <sup>-۷</sup>	تغييرمكان قطعي
۲/٩۶۶×۱۰ <sup>-۷</sup>	$\gamma/\Delta\Delta\lambda \times 1 \circ^{-v}$	۲/V97×1 °-V	بيشينه تغييرمكان
./.∧/¥	·	7.7/1	نرخ افزایش

جدول ۳- مقادیر قطعی و حداکثر توزیعهای نرمال، لگنرمال و یکنواخت با ضریب پراکندگی ۱۵٪ در s ۲۰۰/۰۰ .



شکل ۱۴– جابهجایی محوری برای ۲۰۰ شبیهسازی در نقطه میانی سطح زیر اثر بار در توزیع نرمال با ضریب پراکندگی ۱۵٪ در t=۰/۰۰۲ s سازه استوانهای بدون میرایی با ضریب توانی ا.



با ضریب توانی n<sub>z=۱</sub> برای دادههای نرمال با ضریب پراکندگی ۵ درصد در t =۰/۰۰۲ s.



شکل ۱۶- نمودار فراوانی برای جابهجایی محوری در نقطه میانی سطح زیر اثر بار در سازه استوانهای بدون میرایی با ضریب توانی hz=۱ برای دادههای لگنرمال با ضریب پراکندگی ۵ درصد در t =۰/۰۰۲ s.



شکل ۱۷– نمودار فراوانی برای جابهجایی محوری در نقطه میانی سطح زیر اثر بار در سازه استوانهای بدون میرایی با ضریب توانی nz=۱ برای دادههای یکنواخت با ضریب پراکندگی ۵ درصد در s x ۰۰/۰= ۲.

بدون میرایی با ضریب توانی n<sub>z</sub>=۱ نشان داده شده است. با مقایسه این نمودارها میتوان نتیجه گرفت که نوع تابع توزیع خواص مکانیکی، تأثیر قابلتوجهی بر توزیع نتایج دارد.

شکل (۱۸) تغییر واریانس جابهجایی محوری را در نقطه میانی سطح زیر اثر بار در دامنه زمان برای توزیع نرمال با ضریبهای پراکندگی مختلف در سازه استوانهای بدون میرایی با

ضریب توانی n<sub>z</sub>=۱ نشان میدهد. در این شکل، واریانس در هر مرحله زمانی از تحلیل دینامیکی محاسبه شده است. میتوان مشاهده کرد، با افزایش ضریب پراکندگی خواص مواد، واریانس نتایج برای مقادیر کوچک ضریب پراکندگی افزایش مییابد.

در شکل (۱۹)، تاریخچه زمانی حداکثر، حداقل و قطعی جابهجاییهای محوری در نقطه میانی سطح زیر اثر بار در



شکل ۱۸– تغییر واریانس جابهجایی محوری در دامنه زمان در نقطه میانی سطح زیر اثر بار برای توزیع نرمال با ضریبهای پراکندگی مختلف در سازه استوانهای بدون میرایی با ضریب توانی nz=۱.



شکل ۱۹– حداکثر، حداقل و میانگین جابهجایی محوری در نقطه میانی سطح زیر اثر بار در توزیع نرمال برای ضریب پراکندگی ۵ درصد در سازه استوانهای بدون میرایی با ضریب توانی nz=۱.

توزیع نرمال با ضریب پراکندگی ۵٪ در سازه استوانهای بدون میرایی با ضریب توانی n<sub>z</sub>=۱ ارائه شده است.

**۶- نتیجهگیری** در این پژوهش، تحلیل دینامیکی احتمالاندیشانه سازه

استوانهای چندلایه با طول محدود ساخته شده از مواد متخلخل کاملاً اشباع با استفاده از روش بدون شبکه پتروف-گلرکین محلی (MLPG) و شبیه سازی مونت کارلو انجام شده است. برای حل روابط دیفرانسیلی حاکم بر محیط متخلخل اشباع در سیستم مختصات استوانه ای از روش MLPG احتمالاتی بر

یکنواخت برای ضریبهای پراکندگی مختلف با نتایج قطعی مقایسه شده است. بر اساس نتایج حاصل از تحلیل احتمالاتی در همه توزیعها، حداکثر مقادیر جابهجایی عمودی با افزایش مقدار ضریب پراکندگی افزایش می یابد. علاوه بر این، با افزایش ضریب پراکندگی خواص مکانیکی، واریانس نتایج برای مقادیر کوچک ضریب پراکندگی افزایش مییابد. نمودار فراوانی برای جابهجایی عمودی در نقطه میانی سطح برای توزیع نرمال نمایش داده شده است. از اینرو، تحلیل احتمالاتی محیطهای متخلخل که دارای عدمقطعیت ذاتی در خواص مکانیکی خود هستند، ممکن است برای اهداف طراحی امری اجتنابناپذیر ىاشد.

اساس روش درونيابي نقطه شعاعي (RPIM) با تابع پايه شعاعی (RBF) استفاده شده است. برخی از خصوصیات مکانیکی از جمله ضریب برشی، پارامتر اتصال و چگالی بخش جامد برای سازه استوانهای چندلایه متخلخل با عدمقطعیت درنظر گرفته شده است. برای مدلسازی احتمالاتی این یارامترها از تابعهای چگالی احتمال نرمال، لگنرمال و یکنواخت با ضرایب پراکندگی مختلف از ۰ تا ۲۰ درصد استفاده شده است. اثر تعداد شبیهسازیها در همگرایی نتایج در شبيهسازي مونتكارلو براي مقادير ميانگين و واريانس جابهجایی مورد بررسی قرار گرفته است. تاریخچههای زمانی حداکثر جابهجایی عمودی در نقطه

میانی سطح زیر اثر بار با توزیعهای نرمال، لگنرمال و

method

واژەنامە

مراجع

to

1. smooth particle hydrodynamics

kernel

1. Gingold, R. A., and Monaghan, J. J., "Smoothed Particle Hydrodynamics: Theory and Application to

Non-Spherical Stars", Monthly Notices of the Royal

Particle Methods Based on Lagrangian Kernels",

Computer Methods in Applied Mechanics and

International Journal for Numerical Methods in

Methods for Structural Dynamics", International

Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol.

Method for Arbitrary Meshes", Computer and

Example of It's Implementation and Illustration of

It's Performance", International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 47, pp.

Astronomical Society, Vol. 181, pp. 375-389, 1977.

2. Rabczuk, T., Belytschko, T., and Xiao, S. P., "Stable

3. Dilts, G. A., "Moving Least Squares Particle Hydrodynamics: Consistency and Stability",

4. Liu, W. K., Jun, S., Li, S., Jonathan, A., and Belytschko, T., "Reproducing Kernel Particle

5. Liszka, T., and Orkisz, J., "The Finite Difference

6. Strouboulis, T., Copps, K., and Babu, I., "An

Engineering, Vol. 193, pp. 1035-1063, 2004.

Engineering, Vol. 44, pp. 1115-1155, 2000.

38, pp. 1655–1679, 1995.

1401–1417, 2000.

Structures, Vol. 5, pp. 45-58, 1980.

particle

- 4. finite point method
- 5. element free Galerkin
- 6. local Kriging method
- 3. finite difference method

method (PKPM)

2. reproducing

- 7. natural neighbor interpolation
- 9. multiquadric

8. meshless local Petrov-Galerkin

- 7. Onate, E., Idelsohn, S., Zienkiewicz, O. C., and Taylor R. L., "A Finite Point Method in Computational Mechanics, Application Convective Transport and Fluid Flow", International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 39, pp. 3839-3866, 1996.
  - 8. Onate, E., Idelsohn, S., Zienkiewicz, O. C., Taylor R.L., and Sacco, C., "A Stabilized Finite Point Method for Analysis of Fluid Mechanics Problems", Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 139, pp. 315-346, 1996.
  - 9. Belystchko, T., Liu, Y. Y., and Gu, L., "Element-Free Galerkin Methods", International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 37, pp. 229-256, 1994.
  - 10. Lam, K. Y., Wang, Q. X., and Li, H., "A Novel Meshless Approach - Local Kriging (LoKriging) Two-Dimensional Method with Structural Analysis", Computational Mechanics, Vol. 33, pp. 1475-1480, 2004.
  - 11. Gu, Y. T., and Liu, G. R., "A Local Point Interpolation Method for Static and Dynamic Analysis of Thin Beams", Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 190, pp. 5515-5528, 2001.

- 12. Liu, G. R., and Gu, Y. T., "A Local Radial Point Interpolation Method (LRPIM) for Free Vibration Analyses of 2-D Solids", *Journal of Sound and vibration*, Vol. 246, pp. 29–46, 2001.
- 13. Yongchang, C., and Hehua, Z., "A Meshless Local Natural Neighbour Interpolation Method for Stress Analysis of Solids", *Engineering Analysis with Boundary Elements*, Vol. 28, No. 1, pp. 607-613, 2004.
- Atluri, S. N., and Zhu, T., "A New Meshless Local Petrov–Galerkin (MLPG) Approach in Computational Mechanics", *Computational Mechanics*, Vol. 22, pp. 117–127, 1998.
- Atluri, S. N., and Zhu, T., "The Meshless Local Petrov–Galerkin (MLPG) Approach for Solving Problems in Elasto-Statics", *Computational Mechanics*, Vol. 25, pp. 169–179, 2000.
- 16. Atluri, S. N., and Shen, S., "The Meshless Local Petrov–Galerkin (MLPG) Method: A Simple and Less-Ccostly Alternative to The Finite Element and Boundary Element Methods", *Computer Modeling in Engineering and Sciences*, Vol. 3, pp. 11–51, 2002.
- Lin, H., and Atluri, S. N., "The Meshless Local Petrov-Galerkin (MLPG) Method for Convection-Diffusion Problems", *Computer Modeling in Engineering and Sciences*, Vol. 21, pp 45-60, 2000.
- 18. Kim, H. G., and Atluri, S. N., "Arbitrary Placement of Secondary Nodes, And Error Control, in the Meshless Local Petrov–Galerkin Method", *Computer Modeling in Engineering and Sciences*, Vol. 3, pp. 11-32, 2000.
- Ching, H. K., and Barta, R.C., "Determination of Crack Tip Fields in Linear Elastostatics by Meshless Local Petrov–Galerkin Method", *Computer Modeling in Engineering and Sciences*, Vol. 2, pp. 273-290, 2001.
- 20. Lin, H., and Atluri, S. N., "The Meshless Local Petrov–Galerkin (MLPG) Method for Solving Incompressive Navier-Stokers Equations", *Computer Modeling in Engineering and Sciences*, Vol. 2, pp. 117-142, 2001.
- 21. Cho, J. Y., Kim, H. G., and Atluri, S. N., "Analysis of Shear Flexible Beams, Using the Meshless Local Petrov–Galerkin Method Based on Locking-Free Formulation", *Computational Engineering and Science*, Vol. 23, pp. 1404–1409, 2001.
- 22. Gu, Y. T., and Liu, G. R., "A Meshless Local Petrov–Galerkin (MLPG) Formulation for Static and Free Vibration Analyses of Thin Plates", *Computational Engineering and Science*, Vol. 4, pp. 463–476, 2001.
- 23. Long, S. Y., and Atluri, S.N., "A Meshless Local Petrov-Galerkin Method for Solving the Bending Problem of a Thin Plate", *Computational Engineering and Science*, Vol. 26, pp. 104–119, 2002.

- 24. Sladek, J., Stanak, P., Han, Z. D., Sladek, V., and Atluri, S. N., "Applications of the MLPG Method in Engineering & Sciences: A Review", *Computer Modeling in Engineering & Sciences*, Vol. 92, pp. 423–475, 2013.
- 25. Ferreira, A. J. M., Batra, R. C., Roque, C. M. C., Qian, L. F., and Jorge, R. M. N., "Natural Frequencies of Functionally Graded Plates by a Meshless Method", *Composite Structures*, Vol. 75, pp. 593–600, 2006.
- 26. Zhu, P., and Liew, K. M., "Free Vibration Analysis of Moderately Thick Functionally Graded Plates by Local Kriging Meshless Method", *Composite Structures*, Vol. 93, pp. 2925–2944, 2011.
- 27. Rezaei Mojdehi, A., Darvizeh, A., Basti, A., and Rajabi, H., "Three Dimensional Static and Dynamic Analysis of Thick Functionally Graded Plates by the Meshless Local Petrov-Galerkin (MLPG) Method", *Engineering Analysis with Boundary Elements*, Vol. 35, pp. 1168–80, 2011.
- 28. Zhao, X., and Liew, K. M., "Free Vibration Analysis of Functionally Graded Conical Shell Panels by a Meshless Method", *Composite Structures*, Vol. 93, pp. 649–664, 2011.
- 29. Moussavinezhad, S. M., Shahabian, F., and Hosseini, S. M., "Two-dimensional Elastic Wave Propagation Analysis in Finite Length FG Thick Hollow Cylinders with 2D Nonlinear Grading Patterns Using MLPG Method", *Computer Modeling in Engineering & Sciences*, Vol. 91, pp. 177–204, 2013.
- 30. Ghayoumizadeh, H., Shahabian, F., and Hosseini, S. M., "Elastic Wave Propagation in a Functionally Graded Nanocomposite Reinforced by Carbon Nanotubes Employing Meshless Local Integral Equations (LIEs)", *Engineering Analysis with Boundary Elements*, Vol. 37, pp. 1524–31, 2013.
- Selvadurai, A. P., "Mechanics of Poroelastic Media", Springer Science & Business Media, Vol. 35, No. 1, 2013.
- 32. Schanz, M., "Poroelastodynamics: Linear Models, Analytical Solutions, and Numerical Methods", *Applied Mechanics Reviews*, Vol. 62, No. 3, pp. 30-83, 2009.
- Terzaghi, K., "Erdbaumechanik Auf Bodenphysikalischer Grundlage", *Leipzig, Franz* Deuticke, 1925.
- Biot, M. A., "General Theory of Three-Dimensional Consolidation", *Journal of Applied Physics*, Vol. 12, pp. 155–164, 1941.
- Aifantis, E. C., "On the Problem of Diffusion in Solids", *Acta Mechanica*, Vol. 37, pp. 265–296, 1980.
- Vardoulakis, I., and Beskos, D. E., "Dynamic Behavior of Nearly Saturated Porous Media", *Mechanics of Materials*, Vol. 5, pp. 87-108, 1986.
- 37. Schanz, M., and Cheng, A. H. D., "Transient Wave

Propagation in A One-Dimensional Poroelastic Column", *Acta Mechanica*, Vol. 145, pp. 1–18, 2000.

- 38. Marek, P., Gustar, M., and Anagnos, T., "Codified Design of Steel Structures Using Monte Carlo Techniques", *Journal of Constructional Steel Research*, Vol. 52, pp. 69–82, 1999.
- 39. Disciuva, M., and Lomario, D., "A Comparison Between Monte Carlo and FORMs in Calculating The Reliability of A Composite Structure", *Composite Structures*, Vol. 59, pp. 155–62, 2003.
- Noh, H. C., and Park, T., "Monte Carlo Simulation-Compatible Stochastic Field for Application to Expansion-Based Stochastic Finite Element Method", *Computers and Structures*, Vol. 84, pp. 2363–72, 2006.
- 41. Hosseini, S. M., and Shahabian, F., "Stochastic Assessment of Thermo-Elastic Wave Propagation in Functionally Graded Materials (FGMs) with Gaussian Uncertainty in Constitutive Mechanical Properties", *Journal of Thermal Stresses*, Vol. 34, pp. 1071–1099, 2011.
- 42. Hosseini, S. M., and Shahabian, F., "Transient Analysis of Thermo-Elastic Waves in Thick Hollow Cylinders Using A Stochastic Hybrid Numerical Method, Considering Gaussian Mechanical Properties", *Applied Mathematical Model*, Vol. 35, pp. 4697–4714, 2010.
- 43. Hosseini, S. M., and Shahabian, F., "Stochastic Dynamic Analysis of a Functionally Graded Thick Hollow Cylinder with Uncertain Material Properties Subjected to Shock Loading", *Materials and Design*, Vol. 31, pp. 894–910, 2010.
- 44. Hosseini, S. M., and Shahabian, F., "Reliability of Stress Field in Al-Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> Functionally Graded Thick

Hollow Cylinder Subjected to Sudden Unloading, Considering Uncertian Mechanical Properties", *Materials and Design*, Vol. 31, pp. 3748-60, 2010.

- 45. Sheu, G. Y., "Prediction of Probabilistic Settlements Via Spectral Stochastic Meshless Local Petrov– Galerkin Method" J. *Computers and Geotechnics*, Vol. 38, pp. 407-415, 2011.
- 46. Sladek, J., Sladek, V., and Schanz, M., "A Meshless Method for Axisymmetric Problems in Continuously Nonhomogeneous Saturated Porous Media", *Computers and Geotechnics*, Vol. 62, No. 1, pp. 100-109, 2014.
- 47. Sladek, J., Sladek, V., and Schanz, M., "The MLPG Applied to Porous Materials with Variable Stiffness and Permeability", *Meccanica*, Vol. 49, No. 10, pp. 2359-2373, 2014.
- 48. Kazemi, H., Shahabian, F., and Hosseini, S. M., "Shock-Induced Stochastic Dynamic Analysis of Cylinders Made of Saturated Porous Materials Using MLPG Method: Considering Uncertainty in Mechanical Properties", *Acta Mechanica*, Vol. 228, No. 11, pp. 3961-3975, 2017.
- 49. Liu, G. R., "Meshfree Methods: Moving Beyond the Finite Element Method", *CRC Press*, 2003.
- 50. Ghadirirad, M. H., Shahabian, F., and Hosseini, S. M., "A Mesh Less Local Petrov–Galerkin Method for Nonlinear Dynamic Analyses of Hyper-Elastic FG Thick Hollow Cylinder With Rayleigh Damping", *Acta Mech*, No. 226, pp. 1497-1513, 2014.
- Detournay, E., and Cheng, A. H. D., "Fundamentals of Poroelasticity, Comprehensive Rock Engineering: Principles, Practice and Projects", *Pergamon Press*, Vol. 2, No. 5, pp. 113–171, 1993.