

# انتقال حرارت به طریقه جابه جایی اجباری برای سیالات غیر نیوتنی در لوله‌ها

سید غلامرضا اعتماد\*

دانشکده مهندسی شیمی، دانشگاه صنعتی اصفهان

(دریافت مقاله: ۱۳۷۵/۱۰/۱۸ - دریافت نسخه نهایی: ۱۳۷۶/۸/۱۹)

چکیده - در این تحقیق از روش اجزای محدود گالرکین<sup>۱</sup> برای حل معادله‌های دیفرانسیل پاره‌ای سه بعدی پیوستگی، اندازه حرکت و انرژی برای جریان آرام سیالات نیوتنی و غیر نیوتنی مدل پاورلا<sup>۲</sup> در داخل لوله افقی استفاده شده است. معادله‌های حاکم بر اساس متغیرهای خاصی بی بعد شده و سپس بر اساس استفاده از جزء مناسب برای میدان جریان به معادله‌های جبری تبدیل می‌شوند که برای تسریع همگرایی از طریق ترکیبی از روشهای تکرار ثابت<sup>۳</sup> و نیوتن رافسون<sup>۴</sup> حل می‌شوند. از دمای ثابت در دیواره<sup>۵</sup> و همچنین شار گرمایی ثابت در دیواره<sup>۶</sup> به عنوان شرایط مرزی گرمایی استفاده شده است. ضریب اصطکاک ظاهری<sup>۷</sup> و افت فشار اضافی<sup>۸</sup> و همچنین عدد ناسلت<sup>۹</sup> برای محدوده وسیعی از اندیس پاورلا<sup>۱۰</sup> محاسبه شده است. اثر شرایط مرزی گرمایی و عدد پرانتل<sup>۱۱</sup> بر روی عدد ناسلت از موارد دیگری است که در این مقاله مورد بحث قرار گرفته اند.

## Forced Convection Heat Transfer of Non-Newtonian Fluids Through Circular Ducts

S. Gh. Etemad

Department of Chemical Engineering, Isfahan University of Technology

**ABSTRACT-** *The Galerkin finite element method is used to solve the three dimensional continuity, momentum and energy equations for laminar Newtonian and power-law model non-Newtonian flow through horizontal circular tube. The governing equations are non-dimensionalized with respect to specific variables and converted into algebraic equations using appropriate elements. To accelerate convergence a combination strategy of fixed iteration and Newton-Raphson methods are employed. Uniform wall temperature as well as constant wall heat flux are used as thermal boundary conditions. Apparent friction factor and incremental pressure drop and also Nusselt number are obtained for a wide range of power-law indices. The effects of thermal boundary conditions and Prandtl number on heat transfer characteristics are presented and discussed.*

\* استادیار

## فهرست علائم

سرعت افقی بی بعد در حالت توسعه یافته	$U_f$	اندیس پاورلا	$n$	مساحت مقطع	$A_c$
سرعت بیشینه بی بعد	$U_{max}$	مسافت عمودی بی بعد	$N$	توسط معادله (۱۰) تعریف می شود	$C$
سرعت در جهت $y$	$v$	عددناسلت توسعه یافته برای شرط مرزی $H$	$Nu_H$	ظرفیت گرمایی	$C_p$
سرعت بی بعد در جهت $y$	$V$	عددناسلت محلی برای شرط مرزی $H$	$Nu_{H,x}$	توسط معادله (۱۰) تعریف می شود	$D$
سرعت در جهت $Z$	$w$	عددناسلت توسعه یافته برای شرط مرزی $T$	$Nu_T$	قطر لوله	$D_h$
سرعت بی بعد در جهت $Z$	$W$	عددناسلت محلی برای شرط مرزی $T$	$Nu_{T,x}$	توسط معادله (۱۰) تعریف می شود	$E$
مسافت افقی	$x$	عددناسلت محلی	$Nu_x$	ضریب اصطکاک فینینگ	$f$
مسافت افقی بی بعد $(\frac{x}{D_h})$	$X$	فشار	$p$	ضریب اصطکاک ظاهری	$f_{app}$
فاصله بی بعد بین دو نقطه افقی	$\Delta x$	فشار بی بعد	$P$	توسط معادله (۱۰) تعریف می شود	$F$
مسافت افقی بی بعد (معادله ۱۴)	$x^+$	افت فشار افقی	$\Delta p$	شتاب ثقل	$g$
مسافت افقی بی بعد (معادله ۱۵)	$x^*$	افت فشار افقی بی بعد در ناحیه ورودی	$\Delta P'$	توسط معادله (۱۰) تعریف می شود	$G$
مسافت در جهت $y$	$y$	عددپکلت $(\frac{\rho C_p u_e D_h}{K})$	$Pe$	ضریب انتقال گرما محلی	$h_x$
مسافت بی بعد در جهت $y$	$Y$	عدد پراتل (معادله ۱۱)	$Pr$	توسط معادله (۱۰) تعریف می شود	$H$
مسافت در جهت $Z$	$z$	شار گرمایی دیواره	$q$	ضریب هدایت گرمایی	$K$
مسافت بی بعد در جهت $Z$	$Z$	شار گرمایی بی بعد برای شرط مرزی گرمایی $(\frac{qD_h}{k(T_w - T_e)})T$	$Q_x$	ضریب پایداری	$k$
تانسور شدت تغییر شکل در مختصات کارتزین $(\Delta_{ij} = \frac{\delta v_i}{\delta x_j} + \frac{\delta v_j}{\delta x_i})$	$\Delta$	مختصات شعاعی	$r$	افت فشار اضافی (معادله های ۱۸ و ۱۹)	$K(x)$
دمای بی بعد	$\theta$	مختصات شعاعی بی بعد	$r'$	افت فشار اضافی توسعه یافته (معادله ۲۰)	$K(\infty)$
دمای متوسط بی بعد در نقطه $x$	$\theta_{b,x}$	عدد رینولدز (معادله ۱۱)	$Re$	طول ورودی هیدرودینامیکی	$l$
توسط معادله (۱۰) تعریف می شود	$\Pi$	دما	$T$	طول ورودی هیدرودینامیکی بی بعد $(\frac{l}{D_h})$	$L$
چگالی سیال	$\rho$	سرعت افقی	$u$	طول ورودی هیدرودینامیکی بی بعد $(\frac{L}{Re})$	$L^+$
تنش برشی در دیواره	$\tau_w$	سرعت ورودی در جهت $x$	$u_e$		
		سرعت افقی بی بعد	$U$		

## ۱- مقدمه

مبدلهای گرمایی، جریان سیال معمولاً آرام است. در صورت کوتاه بودن این مبدلهای بیشتر افت فشار وانتقال گرما در قسمت ابتدایی لوله که در آن جریان وگرما توسعه یافته نیست صورت می گیرد. بدین دلیل قسمت ابتدایی لوله که در آن جریان وگرما به طور همزمان در حال توسعه یافتن هستند از اهمیت زیادی برخوردار است. دونوع شرط مرزی گرمایی معمولاً در حل مسائل انتقال گرما با جابه جایی اجباری در داخل کانالها به کار گرفته می شود که عبارت اند از: دمای ثابت در دیواره که با  $T$  نشان داده می شود و شار گرمایی

فرایندهای گرمایی سیالات ویسکوز غیر نیوتنی در صنایع مختلف از جمله صنایع شیمیایی، پتروشیمی، پلیمر و غذایی و ... مورد استفاده قرار میگیرند. در این صنایع مبدلهای گرمایی از وسایل کلیدی بوده و برای طراحی درست و بهینه کردن ابعاد آنها داشتن اطلاعات کافی از افت فشار و شدت انتقال گرما برای سیالات در داخل کانالهای مختلف ضروری است. باتوجه به ویسکوزیته بالای این سیالات و کوچک بودن قطر لوله های مورد استفاده در

ارائه کردند. در مورد سیالات غیر نیوتنی مک کیلپ [۷] مساله را برای اندیس پاورلای متفاوت و اعداد پرانتل گوناگون با استفاده از حل لایه مرزی برای شرایط مرزی گرمایی T و H مورد تجربه و تحلیل قرار داد. لین [۸] ولین وشاه [۹] از روش تفاضل محدود برای حل معادله‌های اندازه حرکت و انرژی در محدوده ابتدایی لوله استفاده کردند. تحقیقات بالا در مورد سیالات غیر نیوتنی فقط اعداد پاورلا و اعداد پرانتل خاصی را شامل می‌شود. در مورد حرکت و انتقال گرمای سیالات نیوتنی و غیر نیوتنی در داخل کانالهای غیر مدور نیز می‌توان به مقاله‌های اعتماد وهمکاران [۱۰-۱۲] و اعتماد و موجودمدار [۱۳ و ۱۴] اشاره کرد.

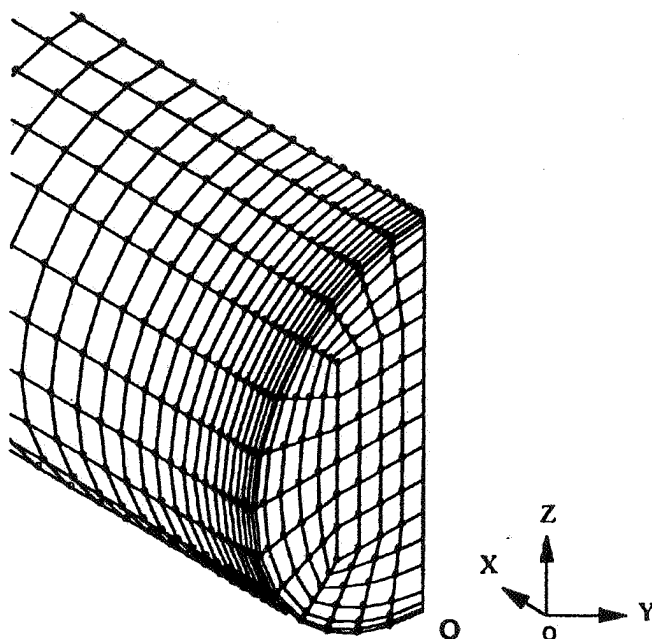
مطالعه منابع موجود بیانگر وجود اطلاعات اندکی در ارتباط با افت فشار و اعداد ناسلت سیالات غیر نیوتنی مدل پاورلا در قسمت ابتدایی لوله برای شرایط مرزی گرمایی T و H است. تحقیق حاضر برای پر کردن این خلاء و ایجاد اطلاعات لازم در این رابطه و بحث در مورد دلایل فیزیکی آنها انجام شده است. در این مقاله اثرات اندیس پاورلا روی میدان جریان و گرما و اثرات شرایط مرزی گرمایی و عدد پرانتل روی انتقال گرما مورد بررسی قرار گرفته‌اند.

## ۲- بخش نظری

میدان جریان مورد استفاده در این تحقیق در شکل (۱) مشخص شده است. با توجه به تقارن کانال نسبت به صفحه مرکزی معادله‌ها فقط برای نصف لوله حل شده‌اند. سیال با سرعت و دمای یکنواخت وارد لوله شده و دیواره لوله در دمای ثابت یا در شار گرمایی ثابت نگهداشته می‌شود. مدل پاورلا برای سیالات غیر نیوتنی در حالت کلی خود به شکل زیر نوشته می‌شود:

$$\tau = k \left| \frac{1}{r} \Delta r \right|^{\frac{n-1}{2}} \Delta \quad (1)$$

که در آن  $\Delta$  تانسور شدت تغییر شکل<sup>۱۶</sup> و  $n$  اندیس پاورلا و  $k$  ضریب پایداری<sup>۱۷</sup> است. در صورتی که  $n$  کوچکتر از یک باشد سیال شبه پلاستیک<sup>۱۸</sup> و در حالت مساوی یک نیوتنی و بزرگتر از یک دایلاتانت<sup>۱۹</sup> نامیده می‌شود. معادله‌های پیوستگی، اندازه حرکت و انرژی با فرض جریان آرام، پایدار، خواص فیزیکی ثابت و جزئی



شکل ۱- جزء بندی میدان جریان

ثابت در دیواره که با H مشخص می‌شود.

به دلیل کاربرد زیاد لوله‌های مدور در صنایع، جریان و انتقال گرمای سیالات نیوتنی در داخل لوله‌ها توسط محققان بسیاری مورد بررسی قرار گرفته است. کیز [۱] با استفاده از روش عددی تفاضل محدود<sup>۱۲</sup>، حرکت و انتقال گرمای سیالات نیوتنی را در داخل لوله در قسمت توسعه یافتن همزمان جریان و گرما<sup>۱۳</sup> مورد مطالعه قرار داد. هر دو شرط مرزی T و H برای عدد پرانتل ۰/۷ توسط وی به کار گرفته شد. همچنین هورنیک [۲] از طریق خطی سازی معادله اندازه حرکت برای شرایط مرزی T و H و اعداد پرانتل ۰/۷ و ۰/۲ با به کارگیری روش تفاضل محدود مسئله را حل کرد. جنسن [۳] از طریق تفاضل محدود بر مبنای حجم کنترل برای شرط مرزی T و عدد پرانتل بادامنه ۰/۰۱ تا ۵۰ مسئله را مورد بررسی قرار داد. وی از شبکه‌های بسیار ریز برای حل معادله‌های حاکم استفاده کرد. پاگلیارین [۴] از طریق حل عددی باروش اجزای محدود عدد ناسلت محلی را برای محدوده وسیعی از عدد پرانتل (۰/۱ تا ۱۰۰) و عدد پکلت<sup>۱۴</sup> (۵ تا ۵۰۰) محاسبه کرد. شام و جنسن [۵] از طریق تفاضل محدود بر مبنای حجم کنترل<sup>۱۵</sup> و همچنین گوین [۶] از طریق تفاضل محدود بر مبنای سری تیلور برای شرایط مرزی T و H معادله‌های حاکم را حل و اعداد ناسلت محلی را در طول کانال

بودن اتلاف گرمایی در حالت بی بعد به صورت زیر نوشته می شوند:

$$C = \gamma \left(\frac{\Pi}{\gamma}\right)^{\frac{n-1}{\gamma}} \frac{\delta U}{\delta X}, D = \left(\frac{\Pi}{\gamma}\right)^{\frac{n-1}{\gamma}} \left(\frac{\delta U}{\delta Y} + \frac{\delta V}{\delta X}\right)$$

$$E = \left(\frac{\Pi}{\gamma}\right)^{\frac{n-1}{\gamma}} \left(\frac{\delta U}{\delta Z} + \frac{\delta W}{\delta X}\right), F = \gamma \left(\frac{\Pi}{\gamma}\right)^{\frac{n-1}{\gamma}} \frac{\delta V}{\delta Y}$$

$$G = \left(\frac{\Pi}{\gamma}\right)^{\frac{n-1}{\gamma}} \left(\frac{\delta V}{\delta Z} + \frac{\delta W}{\delta Y}\right), H = \gamma \left(\frac{\Pi}{\gamma}\right)^{\frac{n-1}{\gamma}} \frac{\delta W}{\delta Z}$$

$$\frac{\Pi}{\gamma} = \left\{ \gamma \left[ \left(\frac{\delta U}{\delta X}\right)^2 + \left(\frac{\delta V}{\delta Y}\right)^2 + \left(\frac{\delta W}{\delta Z}\right)^2 \right] + \left(\frac{\delta U}{\delta Y} + \frac{\delta V}{\delta X}\right)^2 + \left(\frac{\delta W}{\delta Y} + \frac{\delta V}{\delta Z}\right)^2 + \left(\frac{\delta U}{\delta Z} + \frac{\delta W}{\delta X}\right)^2 \right\} \quad (10)$$

$$Re = \frac{\rho u_e^{\gamma-n} D_h^n}{k}, Pr = \frac{k C_p \left(\frac{u_e}{D_h}\right)^{n-1}}{K}, Pe = Re.Pr \quad (11)$$

برای شرط مرزی گرمایی ثابت در دیواره (T):

$$\theta = \frac{T - T_w}{T_e - T_w} \quad (12)$$

برای شرط مرزی شار گرمایی ثابت در دیواره (H):

$$\theta = \frac{T - T_e}{\frac{D_h}{q} \frac{k}{k}} \quad (13)$$

در حل معادله‌های بالا و تحلیل نتایج به دست آمده از گروه‌های بی بعد زیر استفاده شده است:

الف - برای جریان در حال توسعه مسافت بی بعد در جهت حرکت سیال ( $x^+$ ) به صورت زیر تعریف می شود:

$$x^+ = \frac{x}{D_h Re} \quad (14)$$

ب - در صورتی که بررسی گرما مورد نظر باشد از عدد بی بعد زیر ( $x^*$ ) به عنوان مسافت بی بعد استفاده می شود.

$$x^* = \frac{x}{D_h Re Pr} = \frac{x^+}{Pr} \quad (15)$$

ج - طول ورودی هیدرودینامیکی  $z^0$  (1) عبارت است از طولی از

معادله پیوستگی:

$$\frac{\delta U}{\delta X} + \frac{\delta V}{\delta Y} + \frac{\delta W}{\delta Z} = 0 \quad (2)$$

معادله اندازه حرکت در جهت x:

$$U \frac{\delta U}{\delta X} + V \frac{\delta U}{\delta Y} + W \frac{\delta U}{\delta Z} = -\frac{\delta P}{\delta X} + \frac{1}{Re} \left( \frac{\delta C}{\delta X} + \frac{\delta D}{\delta Y} + \frac{\delta E}{\delta Z} \right) \quad (3)$$

معادله اندازه حرکت در جهت y:

$$U \frac{\delta V}{\delta X} + V \frac{\delta V}{\delta Y} + W \frac{\delta V}{\delta Z} = -\frac{\delta P}{\delta Y} + \frac{1}{Re} \left( \frac{\delta F}{\delta Y} + \frac{\delta D}{\delta X} + \frac{\delta G}{\delta Z} \right) \quad (4)$$

معادله اندازه حرکت در جهت z:

$$U \frac{\delta W}{\delta X} + V \frac{\delta W}{\delta Y} + W \frac{\delta W}{\delta Z} = -\frac{\delta P}{\delta Z} + \frac{1}{Re} \left( \frac{\delta H}{\delta Z} + \frac{\delta G}{\delta Y} + \frac{\delta E}{\delta X} \right) \quad (5)$$

معادله انرژی:

$$U \frac{\delta \theta}{\delta X} + V \frac{\delta \theta}{\delta Y} + W \frac{\delta \theta}{\delta Z} = -\frac{1}{Pe} \left( \frac{\delta^2 \theta}{\delta X^2} + \frac{\delta^2 \theta}{\delta Y^2} + \frac{\delta^2 \theta}{\delta Z^2} \right) \quad (6)$$

در معادله‌های بالا متغیرهای بی بعد عبارت انداز:

$$U = \frac{u}{u_e}, V = \frac{v}{u_e}, W = \frac{w}{u_e} \quad (7)$$

$$X = \frac{x}{D_h}, Y = \frac{y}{D_h}, Z = \frac{z}{D_h} \quad (8)$$

$$P = \frac{p - \rho g z}{\rho u_e^{\gamma}} \quad (9)$$

ز - عددناسلت محلی به صورت زیر تعریف می شود:

$$Nu_x = \frac{h_x D_h}{K} \quad (22)$$

برای شرط مرزی دمای ثابت در دیواره (T):

$$Nu_x = \frac{(\frac{\delta\theta}{\delta N})_{w,m}}{\theta_{b,x}} \quad (23)$$

برای شرط مرزی شار گرمایی ثابت در دیواره (H):

$$Nu_x = \frac{(\frac{\delta\theta}{\delta N})_{w,m}}{\theta_{w,m} - \theta_{b,x}} \quad (24)$$

در معادله های بالا  $N$  بردار عمود بر سطح کانال است. در این مسئله به علت طول زیاد کانال ( $x^+ = 0.4$  و  $x^* = 0.04$ ) و همچنین بالا بودن عدد پکلست (۵۰۰ - ۵۰۰۰) می توان فرض کرد که در انتهای کانال جریان سیال و گرما توسعه یافته است. معادله های برای شرایط مرزی  $T$  و  $H$ ، با استفاده از نرم افزار FIDAP که براساس استفاده از روش اجزای محدود گالرکین استوار است حل شدند. روش اجزای محدود گالرکین در منابع زینکوویچ [۱۵] و پیتمن [۱۶] به خوبی توضیح داده شده است. میدان جریان توسط ۶۱ و ۱۱ و ۱۹ جزء شش وجهی به ترتیب در جهات  $x$  و  $y$  و  $z$  جزء بندی شده (شکل ۱) و برای فشار از روش پنالتی<sup>۲۳</sup> با پارامتر پنالتی  $10^{-9}$  استفاده شد. به علت تغییرات سرعت و دمای زیاد در ناحیه ورودی و همچنین در نزدیکی دیوار، اجزای بسیار کوچک در این نواحی به کار گرفته شدند. برای حل معادله های جبری به دست آمده از روش ترکیبی استفاده شد که با روش تکرار ثابت شروع و پس از چند تکرار به روش نیوتن رافسون تغییر داده می شود. این مسئله سبب صرفه جویی زیادی در وقت محاسباتی کامپیوتر می شود. پایداری عددی مسئله توسط به کارگیری روش پتروگالرکین<sup>۲۴</sup> تصحیح شد. از متغیرهای وابسته و بردارهای باقیمانده به عنوان معیاری برای همگرایی استفاده شد. همگرایی زمانی حاصل می شود که اختلاف نسبی بین متغیرهای وابسته دو تکرار متوالی و همچنین بردار باقیمانده از یک مقدار مشخصی کمتر باشد. در این مطالعه این مقدار  $10^{-5}$  انتخاب شد.

لوله که در آن سرعت بیشینه سیال به ۹۹ درصد مقدار سرعت در حالت توسعه یافته می رسد. این پارامتر به صورت زیر بی بعد می شود:

$$L = \frac{1}{D_h}, L^+ = \frac{L}{Re} \quad (16)$$

د - ضریب اصطکاک فنینگ<sup>۲۱</sup> ( $f$ ) عبارت است از نسبت تنش برش محلی دیوار به انرژی جنبشی سیال در واحد حجم. برای جریان توسعه یافته:

$$f = \frac{\tau_w}{\frac{1}{2}\rho u_e^2} = \frac{\Delta p}{\frac{1}{2}\rho u_e^2} \cdot \frac{1}{4\Delta X} \quad (17)$$

در معادله (۱۷)  $p$  فشار متوسط در سطح مقطع است. در ناحیه ورودی لوله  $f$  معمولاً "ضریب اصطکاک ظاهری ( $f_{app}$ ) نامیده می شود که براساس افت فشار کل از ابتدای کانال ( $X=0$ ) تا محل مشخصی مثل  $X$  تعریف می شود.

ه- در ناحیه ورودی هیدرودینامیکی افت فشار معمولاً "ترکیبی از دو جزء است:

۱- افت فشار براساس جریان توسعه یافته

۲- افت فشار اضافی به خاطر تغییر نیمرخ سرعت

بخش دوم افت فشار، افت فشار اضافی ( $k(x)$ ) نامیده می شود:

$$\Delta P' = \frac{\Delta p}{\frac{1}{2}\rho u_e^2} = f(4X) + K(x) \quad (18)$$

$$\Delta P' = (f \cdot Re)(4x^+) + K(x) = (f_{app} Re)(4x^+) \quad (19)$$

در ناحیه توسعه یافته،  $K(x)$  با  $K(\infty)$  نشان داده می شود. رابطه بین  $K(\infty)$  و  $f \cdot Re$  می توان به صورت زیر مشخص کرد:

$$\Delta P' = (f \cdot Re)(4x^+) + K(\infty) \quad (20)$$

و - دمای بی بعد متوسط<sup>۲۲</sup> محلی در هر سطح مقطع به صورت زیر محاسبه می شود:

$$\theta_{b,x} = \frac{\int_{Ac} U\theta dAc}{\int_{Ac} U dAc} \quad (21)$$

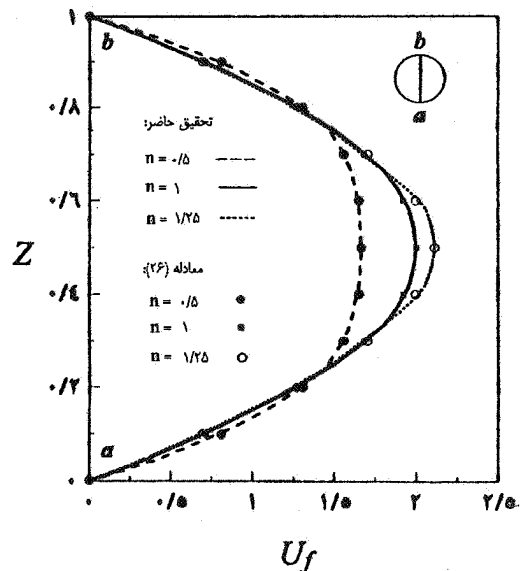
محققان تا سال ۱۹۸۹ از دقت بالایی برخوردار بوده است. در این شکل نتایج لاول [۱۸] نیز که با استفاده از روش تفاضل محدود برمبنای حجم کنترل به دست آمده است دیده می‌شوند که با نتایج تحقیق حاضر تطبیق خوبی دارند.

جدول ۱ مشخصات جریان وانتقال گرما سیالات نیوتنی و غیر نیوتنی مدل پاورلا را در حالت توسعه یافته نشان می‌دهد. در این جدول از نتایج تحلیلی برد و همکاران [۱۹] که برمبنای روش جداسازی متغیرها به دست آمده است برای مقایسه استفاده شده است. برای حالت توسعه یابندگی همزمان جریان وانتقال گرما برای سیالات نیوتنی نتایج تحقیق حاضر برای شرط مرزی گرمایی  $H$  با نتایج گوین [۶] و مک کیلوپ [۷] و برای شرط مرزی گرمایی  $T$  با نتایج جنسن [۳] و هورنیک [۲] مقایسه شده است (شکل ۴-الف). برای سیالات غیر نیوتنی نیز مقایسه بین نتایج این تحقیق با نتایج مک کیلوپ [۷] برای  $n=0.5$  در (شکل ۴-ب) نمایش داده شده است. این مقایسه‌ها بیانگر تطبیق و نزدیکی خوب نتایج حاضر با اطلاعات موجود در منابع است.

### ۳-۱ اثر اندیس پاورلا

#### ۳-۱-۱ جریان سیال

شکل (۵-الف و ب) نیمرخ سرعت بی بعد را در  $x^+ = 0.002$  و در حالت توسعه یافته برای اندیسهای پاورلا متفاوت نشان می‌دهد. در نزدیکی دیواره در صورت تساوی شدت برشی و اندیس پایداری، ویسکوزیته ظاهری برای سیالات شبه پلاستیک کمتر از سیالات دایلاتانت است. در ناحیه ورودی کانال به علل اثرات ویسکوز و همچنین مقدار زیاد شدت برشی در نزدیکی دیواره، سرعت سیالات شبه پلاستیک در نزدیکی دیواره کانال بیشتر از سیالات دایلاتانت است. قانون بقای جرم ایجاب می‌کند که سرعت سیال شبه پلاستیک در نزدیکی مرکز لوله کمتر باشد. در فواصل دورتر از ابتدای لوله اثرات ویسکوز به مناطق مرکزی لوله نفوذ می‌کند و تاثیر اندیس پاورلا روی نیمرخ سرعت کاهش می‌یابد. سرعت بی بعد بیشینه ( $U_{max}$ ) و همچنین  $f_{app}Re$  و  $K(x)$  برای اندیس پاورلاهای متفاوت در شکل (۶-الف و ب) نشان داده شده‌اند. جدول ۱ نیز حاوی مشخصات جریان و گرمای سیال در حالت توسعه یافته



شکل ۲- مقایسه سرعت‌های توسعه یافته صفحه مرکزی بین نتایج تحقیق حاضر و روش تحلیلی (معادله ۲۵)

### ۳- نتایج و بحث

برای اطمینان از درستی جوابها، نتایج عددی به دست آمده با اطلاعات تحلیلی و تجربی و عددی موجود در منابع مختلف مورد مقایسه قرار گرفت. برای سیال مدل پاورلا توزیع سرعت توسعه یافته ( $U_f$ ) و همچنین حاصلضرب ضریب اصطکاک و عدد بی بعد رینولدز ( $f.Re$ ) در حالت توسعه یافته از معادله‌های زیر محاسبه می‌شوند:

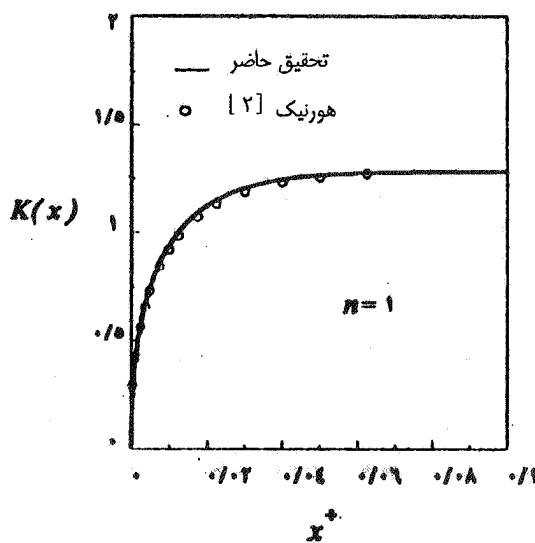
$$U_f = \frac{\gamma n + 1}{n + 1} \left[ 1 - \left| (\gamma r' - 1)^{\frac{n+1}{n}} \right| \right] \quad (25)$$

$$f.Re = \gamma^{n+1} \left( \frac{\gamma n + 1}{n} \right)^n \quad (26)$$

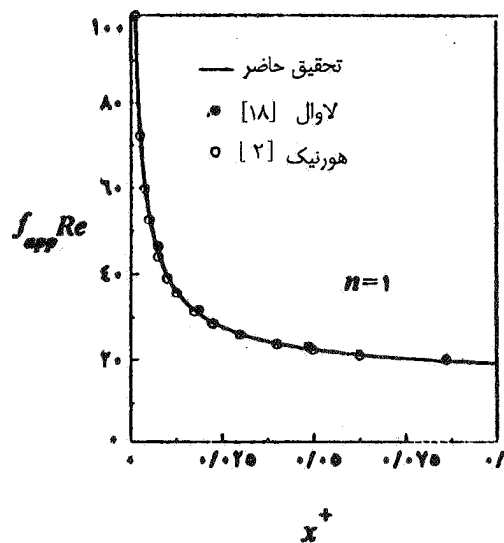
در معادله (۲۵)  $r' = \frac{r}{D_h}$  است. نیمرخ سرعت توسعه یافته برای مقادیر متفاوت اندیس پاورلا که از این تحقیق حاصل شده‌اند با مقادیر به دست آمده از معادله (۲۵) به خوبی تطبیق می‌کند (شکل ۲). نتایج محاسبه شده برای ضریب اصطکاک و افت فشار اضافی برای سیال نیوتنی با داده‌های هورنیک [۲] که از طریق حل عددی با روش تفاضل محدود به دست آمده است مقایسه شده که در شکل (۳-الف و ب) نشان داده شده‌اند. براساس ادعای شاه و بهاتی [۱۷] نتایج هورنیک [۲] در بین نتایج

جدول ۱- مقایسه مشخصات جریان و گرما بین تحقیق حاضر و سایر اطلاعات موجود در منابع

اندیس	مراجع	$L^+$	$K(\infty)$	$f.Re$	$U_{max}$	$Nu_T$	$NU_H$
$n=0/5$	معادله های (۲۵) و (۲۶)	-	-	۶/۳۲۵	۱/۶۶۷	-	-
	برد و همکاران [۱۹]	-	-	-	-	۳/۹۴۹	۴/۷۴۶
	تحقیق حاضر	۰/۰۹۸	۰/۶۳۲	۶/۳۲۱	۱/۶۶۵	۳/۹۵۰	۴/۷۴۴
$n=1$	معادله های (۲۵) و (۲۶)	-	-	۱۶/۰۰	۲/۰۰	-	-
	برد و همکاران [۱۹]	-	-	-	-	۳/۶۵۷	۴/۳۶۴
	تحقیق حاضر	۰/۰۵۴	۱/۲۶۸	۱۵/۹۹۵	۱/۹۹۶	۳/۶۵۹	۴/۳۶۳
$n=1/25$	معادله های (۲۵) و (۲۶)	-	-	۲۵/۲۳۸	۲/۱۱۱	-	-
	برد و همکاران [۲۰]	-	-	-	-	-	۴/۲۷۵
	تحقیق حاضر	۰/۰۳۷	۱/۷۰۱	۲۵/۲۳۱	۲/۱۰۸	۳/۵۹۰	۴/۲۷۲



(ب)

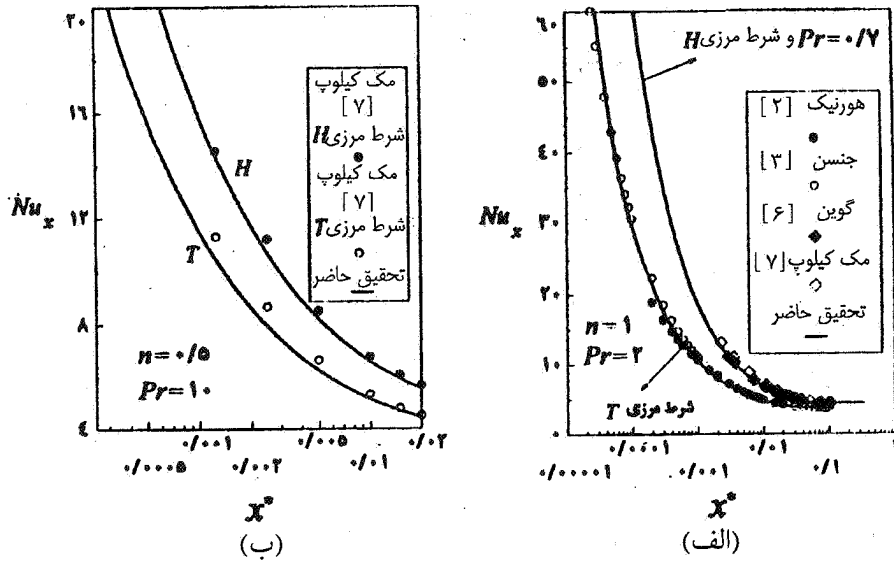


(الف)

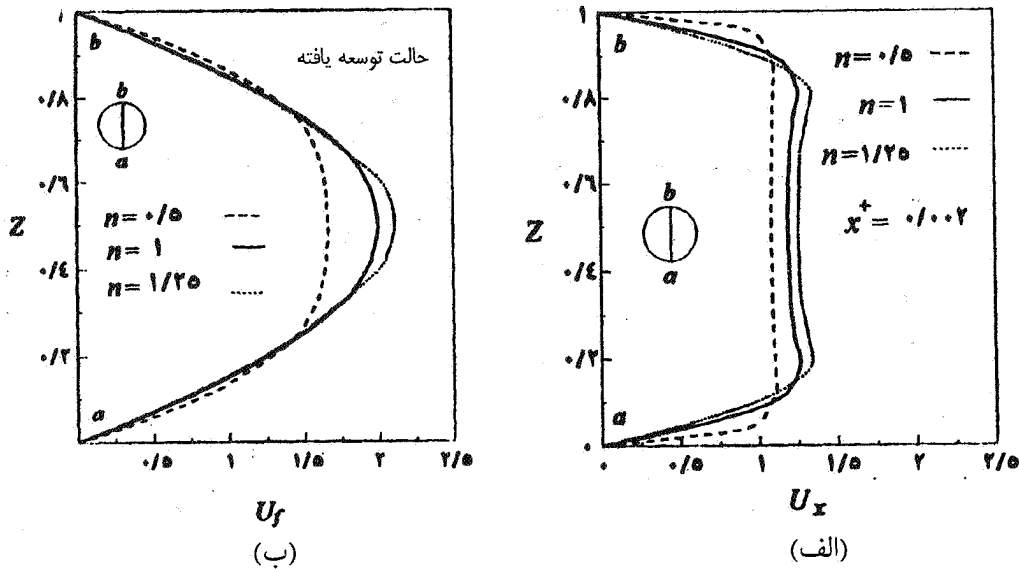
شکل ۳- مقایسه بین نتایج تحقیق حاضر و سایر اطلاعات موجود در منابع

وجود دارد که عبارت‌اند از: ناحیه ورودی و اندیس پاورلا. منطقه در حال توسعه هیدرودینامیکی  $f_{app}Re$  بالاتری نسبت به حالت توسعه یافته دارد. به‌طور مثال برای سیال با  $n = 0/5$  در  $x^+ = 0/002$  مقدار  $f_{app}Re$  حدود ۲۸۰ درصد بیشتر از  $f.Re$  در حالت توسعه یافته است. این مقدار برای  $n=1$  برابر ۴۱۰ درصد است. جریان ثانویه در منطقه ابتدایی کانال ( $x^+ = 0/002$ ) برای اندیس پاورلا مختلف در شکلهای (۷) و (۸) نمایش داده شده‌اند. همان‌طور که از این شکلهای مشخص است مقدار جریان ثانویه برای

است. به علت توزیع سرعت تخت‌تر برای سیال با اندیس پاورلا کوچکتر،  $U_{max}$  با کاهش  $n$  کاهش می‌یابد. همچنین  $n$  کوچکتر باعث  $K(x)$  و  $K(\infty)$  کوچکتر ولی  $L^+$  بزرگتری می‌شود. براساس شکل (۶) و جدول ۱ اندیس پاورلا تاثیر زیادی روی افت فشار دارد. ویسکوزیته ظاهری کوچکتر در نزدیکی دیواره، برای سیالات شبه پلاستیک و برای عدد رینولدز مساوی سبب افت فشار کمتری در مقایسه با سیالات دایلاتانت می‌شود. بنابراین دو عامل مهم در ارتباط با ضریب اصطکاک



شکل ۴- مقایسه  $Nu_x$  بین نتایج تحقیق حاضر و سایر اطلاعات موجود در منابع



شکل ۵- مقایسه نیمرخ سرعت بی بعد برای اندیس پاورلای متفاوت الف- در حال توسعه ب- توسعه یافته

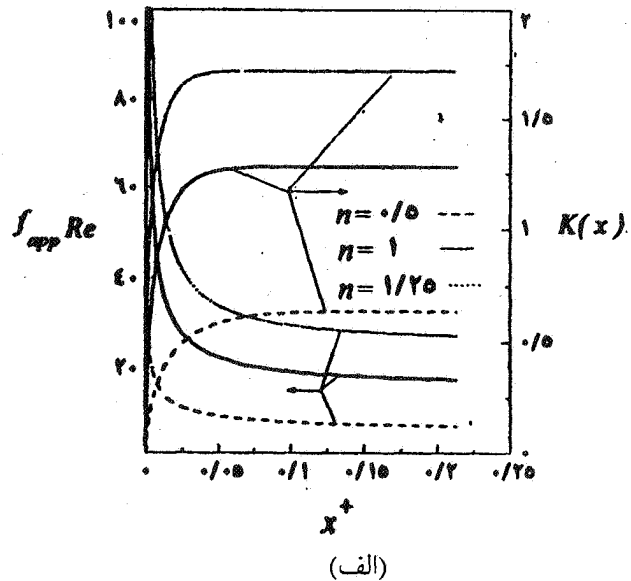
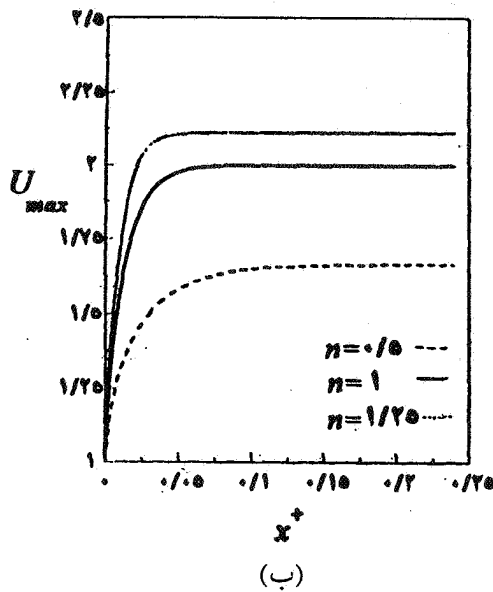
عددناسلت برای هر دو شرط مرزی  $T$  و  $H$  افزایش پیدا می‌کند. دلیل این امر اختلاف سرعت زیادتر در کنار دیواره برای سیالاتی با اندیس پاورلای کوچکتر است. به علت توسعه یابندگی، در پایین دست کانال این اختلاف در اعداد ناسلت کاهش می‌یابد. برای شرط مرزی گرمایی  $H$ ، همان طور که از شکل (۹) مشخص است،  $\theta_{b,x}$  تحت تأثیر  $\Pi$  نیست. در واقع شار گرمایی برای این شرط مرزی برای سیالات با اندیسهای پاورلای متفاوت یکسان است و بنابراین تفاوت در نیمرخ سرعت در دمای متوسط سیال

اندیس پاورلای کوچکتر در نزدیکی دیواره شدیدتر و در فواصل دورتر از دیوار لوله ضعیفتر است.

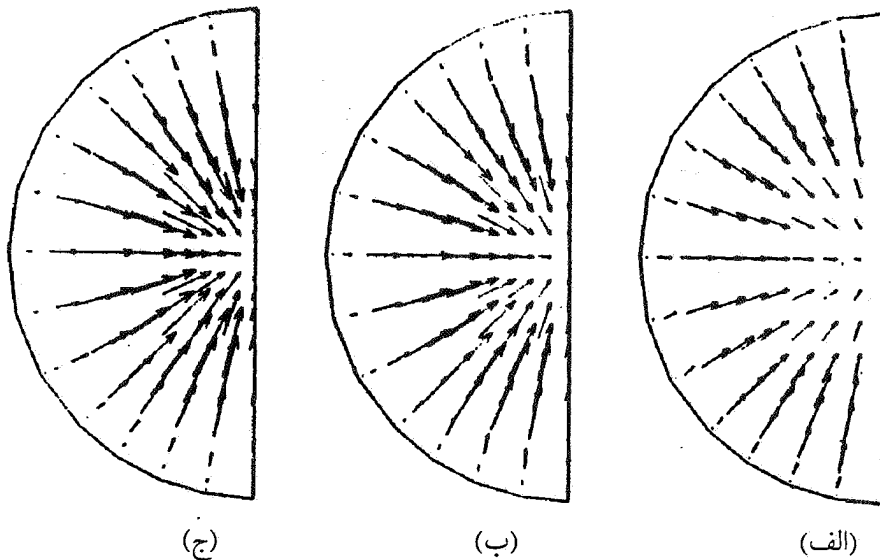
### ۳-۱-۲ انتقال گرما

عدد ناسلت محلی و همچنین دمای متوسط بی بعد محلی برای اندیسهای متفاوت پاورلا در شکل (۹-الف و ب) نشان داده شده‌اند. همان طور که قبلاً بیان شد اعداد ناسلت توسعه یافته نیز در جدول ۱ مشخص شده‌اند معمولاً با کاهش اندیس پاورلا





شکل ۶- ضریب اصطکاک ظاهری، افت فشار اضافی و سرعت بی بعد بیشینه برای اندیس پاورلای متفاوت



شکل ۷- جریان ثانویه برای اندیس پاورلای متفاوت الف -  $n=0.5$  ب -  $n=1$  ج -  $n=1/25$

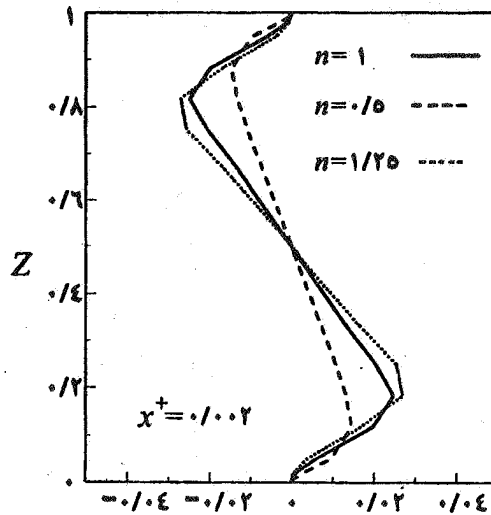
سیال در دیواره برای شرط مرزی T کمتر از شرط مرزی H است. این امر سبب می شود که عدد ناسلت T کمتر از H باشد.

### ۳-۱-۳ اثر عدد پرانتل

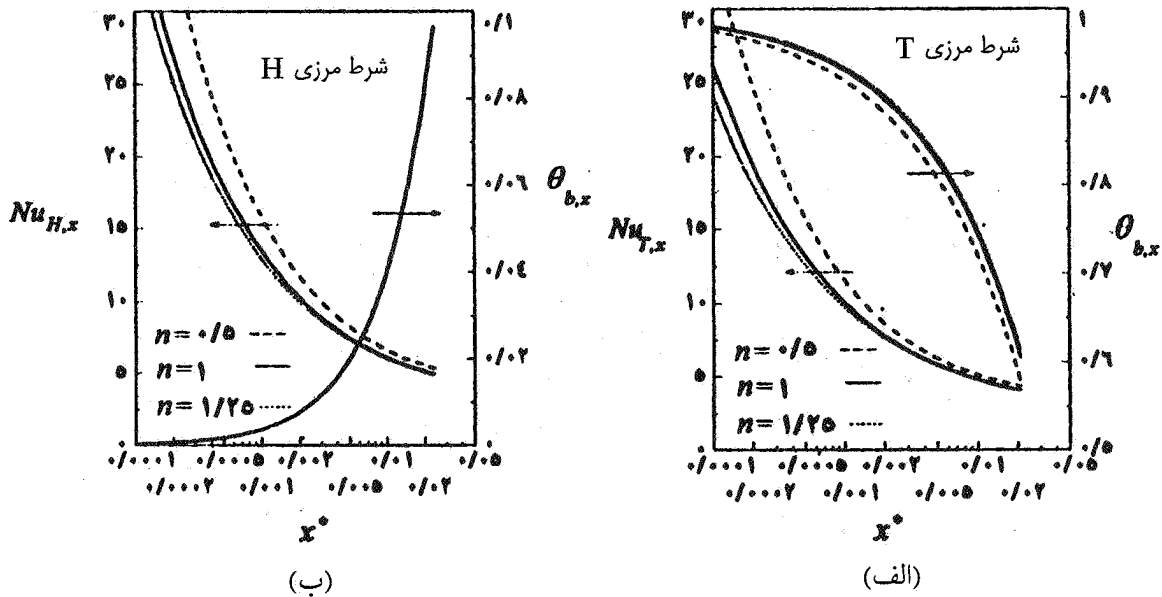
برای شرط مرزی T، عدد ناسلت محلی بستگی به انتقال گرما از دیواره ها و همچنین دمای متوسط محلی دارد. شکل (۱۰-الف و ب) شار گرمایی از دیواره، دمای متوسط بی بعد، و عدد ناسلت را برحسب X برای اعداد پرانتل متفاوت نشان می دهد. عدد پرانتل

در مقطع خاصی تأثیر گذار نخواهد بود. همان طور که اشاره شد اثر n روی اعداد ناسلت برای هر دو شرط مرزی T و H زیاد است. به طور مثال در مقطع  $x^* = 0.0002$  با کاهش اندیس پاورلا از ۱/۰ به ۰/۵ مقدار  $Nu_{T,x}$ ، ۲۸ درصد و مقدار  $Nu_{H,x}$ ، ۲۷ درصد افزایش پیدا می کند. این مقدار افزایش برای حالت توسعه یافته به ترتیب حدود ۸ درصد و ۹ درصد است.

معمولاً برای شرط مرزی گرمایی T، دمای سیال در نزدیکی دیواره به دمای خود دیواره میل می کند، بنابراین اختلاف دمای



شکل ۸- جریان ثانویه برای اندیس پاورلای متفاوت



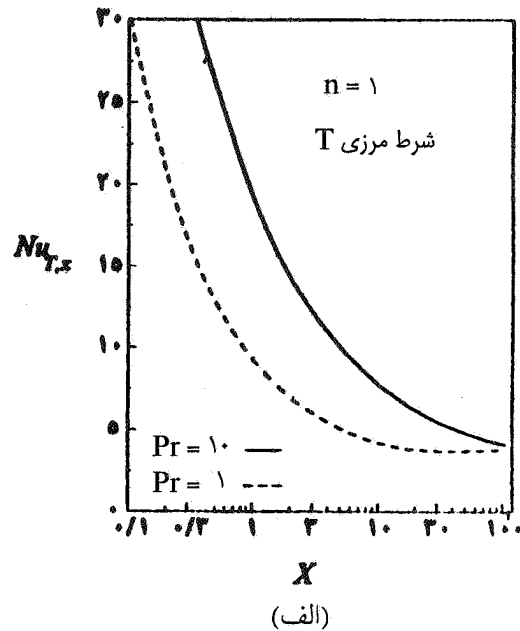
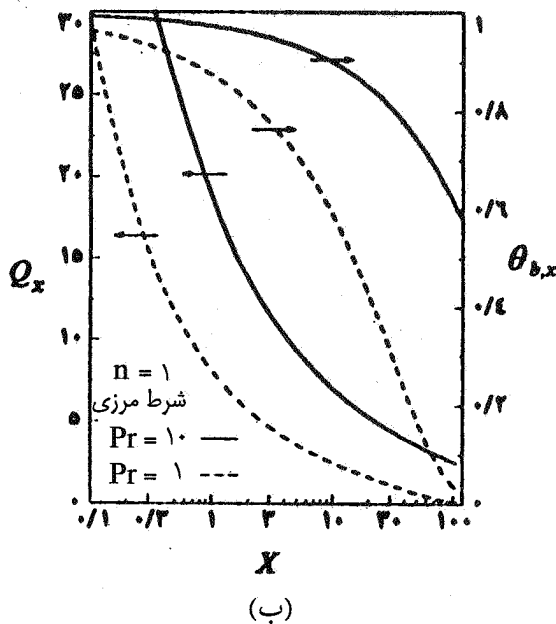
شکل ۹- عدد ناسلت برای شرایط مرزی و اندیس پاورلای متفاوت  $Pr = 10$  و  $Re = 500$

به علت توسعه گرمایی سریعتر سبب افزایش دماهای بی بعد محلی و متوسط شده و نهایتاً منجر به کاهش عدد ناسلت را می شود.

#### ۴- نتیجه گیری

معادله های اندازه حرکت و انرژی برای حرکت سیال نیوتنی و غیر نیوتنی مدل پاورلا در داخل لوله در حالت های توسعه یافته و توسعه یابندگی همزمان جریان و گرما باروش عددی اجزای محدود گالریکین حل شدند. نتایج بیانگر اثر زیاد اندیس پاورلا روی میدان جریان

کوچکتر باعث تسریع در توسعه گرمایی می شود که این خود سبب کاهش دمای متوسط بی بعد و شار گرمایی از دیواره می شود. رقابت بین این دو عامل کاهش عدد ناسلت را برای عدد پرانتل کوچکتر در ناحیه ورودی به دنبال خواهد داشت. در ناحیه توسعه یافته مقدار عدد ناسلت مستقل از عدد پرانتل به عدد خاصی میل می کند. شکل (۱۱- الف و ب) اثر عدد پرانتل را روی دماهای بی بعد محلی و متوسط و همچنین عدد ناسلت برای شرط مرزی H بر حسب تابعی از X نشان می دهد. عدد پرانتل کوچکتر در مقطع مشخصی از کانال



شکل ۱۰- مشخصات گرمایی برحسب  $X$  برای شرط مرزی  $T$  و اعداد پراتل متفاوت  $Re = 500$

و برای هر دو شرط مرزی  $T$  و  $H$  کاهش  $n$  سبب افزایش عددناسلت می شود. اثر عدد پراتل نیز روی عددناسلت برای هر دو شرط مرزی  $T$  و  $H$  زیاد بوده و کاهش عدد پراتل کاهش عددناسلت را برای هر دو حالت به همراه خواهد داشت.

و انتقال گرماست. کاهش اندیس پاورلا سبب کاهش افت فشار اضافی، سرعت بیشینه و همچنین حاصلضرب ضریب اصطکاک و عدد رینولدز می شود. اثر اندیس پاورلا روی طول ورودی هیدرودینامیکی نیز محسوس بوده و کاهش آن سبب افزایش این طول می شود. اندیس پاورلا اثر چشمگیری نیز روی انتقال گرما دارد

واژه نامه:

- |                              |  |                                    |
|------------------------------|--|------------------------------------|
| 1. Galerkin finite element   | 11. Prandtl number                                   | 19. dilatant                       |
| 2. power law model           | 12. finite difference                                | 20. hydrodynamic entrance length   |
| 3. fixed iteration           | 13. simultaneously developing flow and heat transfer | 21. Fanning friction factor        |
| 4. Newton Raphson            | 14. Peclet number                                    | 22. dimensionless bulk temperature |
| 5. constant wall temperature | 15. control volume based finite difference           | 23. penalty method                 |
| 6. constant wall heat flux   | 16. rate of deformation tensor                       | 24. Petrov-Galerkin                |
| 7. apparent friction factor  | 17. consistency index                                |                                    |
| 8. incremental pressure drop | 18. pseudoplastic                                    |                                    |
| 9. Nusselt number            |  |                                    |
| 10. power law index          |  |                                    |

مراجع

1. Kays, W. M., "Numerical Solutions for Laminar Flow Heat Transfer in Circular Tubes," *Trans ASME*, Vol. 77, pp. 1265-1274, 1955.
2. Hornbeck, R. W., "An All-Numerical Methods for Heat Transfer in the Inlet of a Tube," American Society of Mechanical Engineering, Paper 65-WA/HT-39, 1965.
3. Jensen, M. K., "Simultaneously Developing Flow in an Isothermal Circular Duct," *International communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 16, pp. 811-820, 1989.
4. Pagliarini, G., "Steady Laminar Heat Transfer in the

- Entry Region of Circular Tubes with Axial Diffusion of Heat and Momentum," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 32, pp. 1037-1052, 1989.
5. Shome, B., and Jensen, M. K., "Correlations for Simultaneously Developing Laminar Flow and Heat Transfer in a Circular Tube," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 36, pp. 2710-2713, 1993.
  6. Nguyen, T. V., "Incremental Heat Transfer Number in the Entry Region of Circular Tube," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 36, pp. 3659-3662, 1993.
  7. Mckillop, A. A., "Heat Transfer for Laminar Flow on Non-Newtonian Fluids in Entrance Region of a Tube," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 7, pp. 853-862, 1964.
  8. Lin, T., "Numerical Solutions of Heat Transfer to Yield Power Law Fluids in the Entrance Region," M.S. Thesis, University of Wisconsin, Milwaukee, 1977.
  9. Lin, T., and Shah, V. L., "Numerical Solution of Heat Transfer to Yield Power Law Fluids Flowing in the Entrance Region," *Proceeding of the Sixth International Heat Transfer Conference*, Vol. 5, pp. 317-321, 1978.
  10. Etemad, S. Gh., Mujumdar, A. S., and Huang, B., "Viscous Dissipation Effects in Entrance Region Heat Transfer for a Power Law Fluid Flowing Between Parallel Plates," *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 15, No. 2, pp. 122-132, 1994.
  11. Etemad, S. Gh., Mujumdar, A. S., and Huang, B., "Laminar Forced Convection Heat Transfer of a Non-Newtonian Fluid in the Entrance Region of a Square Duct with Different Boundary Conditions," *Proceeding of 10th International Heat Transfer Conference*, Vol. 4, pp. 231-236, 1994.
  12. Etemad, S. Gh., Mujumdar, A. S., and Nassef, R., "Simultaneously Developing Flow and Heat Transfer of Non-Newtonian Fluid in Equilateral Triangular Duct," *Applied Mathematical Modelling*, Vol. 20, pp. 898-908, 1996.
  13. Etemad, S. Gh., and Mujumdar, A. S., "The Effect of Aspect Ratio and Rounded Corners on the Laminar Forced Convection Heat Transfer of a Non-Newtonian Fluid in the Entrance Region of Rectangular Duct," *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 21, No. 2, pp. 283-296, 1994.
  14. Etemad, S. Gh., and Mujumdar, A. S., "Effects of Variable Viscosity and Viscous Dissipation on Laminar Convection Heat Transfer of a Power Law Fluid in the Entrance Region of a Semi-Circular Duct," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 38, No. 2, pp. 2725-2531, 1995.
  15. Zienkiewicz, O. C., *Finite Element Method*, McGraw-Hill, New York, 1977.
  16. Pittman, J. F., *Finite Elements for Field Problems*, Hanser Publishers, New York, 1989.
  17. Shah, R. K., and Bhatti, M. S., *Laminar Convection Heat Transfer in Ducts, Handbook of Single-Phase Convective Heat Transfer* Edited by Kakac, S., Shah, R. K., and Aung, W., John Wiley & Sons, pp. 3.1-3.137, 1987.
  18. Lawal, A., "Laminar Flow and Heat Transfer to Variable Property Power-Law Fluids in Arbitrary Cross-Sectional Ducts," Ph.D. Thesis, McGill University, Montreal, Quebec, Canada, 1985.
  19. Bird, R. B., Armstrong, R. C., and Hassager, O., *Dynamics of Polymeric Liquids*, Vol. 1, John Wiley & Sons, New York, 1977.