

## واکنش دینا میکی شمعه‌های منفرد تحت اثر بارهای جانبی و زلزله

امیر مسعود کی‌نیا \*

### چکیده

در این مقاله اثر متقابل خاک و شمعه‌های منفرد در یک لایه خاک ویسکوالاستیک و همگن تحت ارتعاشات جانبی مورد مطالعه قرار می‌گیرد. مدل تحلیلی مورد استفاده در این تحقیق مبتنی بر تئوری تیر بر بستر ارتجاعی و مفهوم مدل عکس‌العمل دینا میکی زمین است. برای این منظور مدل عکس‌العمل دینا میکی زمین برای ارتعاشات هارمونیک دائمی با استفاده از یک مدل اجزاء محدود معروف به مرز عبور دهنده به صورت یک کمیت مختلط بدست آمده و عبارات تقریبی وساده‌ای برای محاسبه آن در محدوده پائین و بالای فرکانس ارائه میشوند. با استفاده از این روابط تقریبی، سختیهای دینا میکی افقی و چرخشی شمعه‌های منفرد با اتکاء انتهای به صورت عبارات بسته بدست می‌آیند و وقت آنها در مقایسه با نتایج تئوریک نشان داده میشوند. همچنین تعمیم مدل فوق برای مطالعه واکنش شمعه‌ها تحت اثر زلزله با استفاده از تکنیک زیرسازه ارائه میشود و روابط لازم برای محاسبه تغییر مکان و چرخش راس شمعه بدست می‌آیند.

### مقدمه

آنالیز شمعه‌ها تحت بارهای قائم و افقی از موضوعات تحقیقاتی پرسابقه در مهندسی پی است. در گذشته، مطالعه در این زمینه تنها معطوف به آنالیز استاتیکی بوده است و در این راستا مطالعات تحلیلی و تجربی متنوعی نیز صورت گرفته است. غالب مطالعات تحلیلی مبتنی بر مفهوم

\* استادیار دانشکده عمران، دانشگاه صنعتی اصفهان

تیربربستر ارتجاعی یا مدل وینکلر<sup>۱</sup> بوده است، که در آن وجود خاک دور شمع به کمک فنرهای گسترده مدل میشود [۲۰، ۲۱، ۲۲، ۲۳، ۲۴، ۲۵، ۲۶]. برای استفاده عملی از این روش نیاز به مقدار سختی زمین یا مدول عکس العمل زمین<sup>۲</sup> است که برای تعیین آن اندازه‌گیریهای محلی در خاکهای مختلف صورت گرفته است [۸، ۹، ۱۰]. این مطالعات تجربی نشان داده است که مدول عکس العمل زمین نه تنها به عمق بلکه به میزان تغییر مکان خاک بستگی دارد و به عبارت دیگر دارای رابطه غیرخطی با تغییر شکل است.

روش دیگری که برای آنالیز شمعیهای تحت بار جانبی بکار گرفته شده است استفاده از تئوری میندلین [۱۱] است. به کمک این تئوری تغییر مکانهای ناشی از بار متمرکز در داخل یک نیم فضا<sup>۳</sup> (محیط نیمه بی نهایت) بدست آمده و با استفاده از روشهای از نوع المانهای مرزی در آنالیز شمع بکار میرود [۱۲، ۱۳].

پیدایش صنعت انرژی هسته‌ای و نیاز به طراحی و ساخت رآکتورهای بزرگ و اهمیت بررسی رفتار دقیق آنها در شرایط زلزله از یک سو و پیشرفت صنعت استخراج نفت از دریا و لزوم احداث سازه‌های دریائی استوار بر شمعها، که تحت اثر ارتعاشات حاصل از امواج زلزله قرار دارند، از سوی دیگر محققین را متوجه لزوم بررسی رفتار دینامیکی شمعها کرد. این موضوع در محدوده دانش جدیدی به نام اثر متقابل خاک و سازه<sup>۴</sup> است. از آنجا که اولین نتایجی که از چنین مطالعاتی بدست آمده بود پدیده‌های جدیدی را در رفتار سازه آشکار میکرد تحقیق در مطالعه جنبه‌های دینامیکی رفتار پی‌های شمعی در سالهای اخیر بشدت گسترش یافت.

پنزیل و همکارانش [۱۴] و تاجیمی [۱۵] از جمله اولین محققینی بوده‌اند که واکنش شمعها را تحت اثر زلزله مورد بررسی قرار داده‌اند. مطالعات تاجیمی مبتنی بر حل معادلات انتشار موج در یک لایه خاک واقع بر بستر صلب است. با این روش او موفق شد برای تغییر مکان شمع روابط

- 
- |                  |                                 |
|------------------|---------------------------------|
| 1. Winkler Model | 2. Modulus of Subgrade Reaction |
| 3. Half-Space    | 4. Soil - Structure Interaction |

تحلیلی به فرم بسته بدست آورد. از سوی دیگر، پنزین از یک روش اجزاء محدود برای تحلیل مجموعه سیستم‌سازه - شمع - خاک استفاده کرد. با این روش پنزین توانست اثرات غیرخطی و هیستریک رفتار خاک را در مدل خود منعکس کند. اگرچه این روش امکان یک آنالیز غیرخطی را فراهم می‌کند مشکلات و عدم قطعیتها در تعیین پارامترهای لازم، کاربرد آن را برای مقاصد مهندسی محدود می‌کند.

با استفاده از تئوری تیر بر بستر ارتجاعی، نوواک [۱۶] موفق شد سختی‌های دینا میکی قائم، افقی و چرخشی<sup>۲</sup>، شمعه‌های منفرد با اتکاء انتهائی<sup>۳</sup> را بدست آورد. در مدل بکا زرفته توسط نوواک مدول عکس‌العمل زمین یک کمیت مختلط<sup>۴</sup> است که جزء حقیقی آن معرف سختی و جزء موهومی آن معرف استهلاک تشعشی<sup>۵</sup> یا هندسی است. استهلاک هندسی نشان دهنده تشعشع انرژی از طریق امواج ساطع شده در اثر ارتعاش شمع است. مدول مختلط عکس‌العمل زمین نیز برای ارتعاش یک شمع در محیط بی نهایت بدست آمده‌اند [۱۷]، یعنی با این فرض که حرکت خاک در اثر ارتعاش شمع متشکل از امواج استوانه‌ای است که بطور افقی منتشر میشوند. با استفاده از همین روش نوواک و ابوالعلا [۱۸، ۱۹] ماتریس سختی دینا میکی یک جزء از شمع را بدست آورده و با سوار کردن ماتریس سختی هر لایه واکنش دینا میکی یک شمع را در محیط‌های لایه‌ای خاک مورد مطالعه قرار دادند. لازم به تذکر است که با توجه به ماهیت مدول‌های مختلط عکس‌العمل زمین، این نتایج برای محدوده فرکانسهای کوچک (کوچکتر از فرکانسهای اصلی لایه) مناسب نیستند ولی با افزایش فرکانس دقت آنها نیز بهبود می‌یابد.

روشهای تحلیلی و تئوریک مبتنی بر مکا نیک محیط‌های پیوسته نیز توسط محققین متعددی بکار برده شده است، که از آن جمله میتوان به کارهای انجام شده توسط نوگامی و نوواک [۲۰، ۲۱] اشاره کرد. در این مطالعات نوگامی و نوواک ابتداءً با حل معادله موج برای یک لایه

- 
1. Swaying
  2. Rocking
  3. End Bearing Piles
  4. Complex
  5. Radiation Damping

ویسکوالاستیک گامهای انتشار موج را در لایه بدست آوردند و سپس با استفاده از آنها نیروهای وارد بر شمع را در هر گام محاسبه کرده و سرانجام واکنش شمع را در اثر این نیروها تعیین کردند. برای محیطهای نیمه بی نهایت (نیم فضا) نیز در سالهای اخیر نتایج جدیدی براساس حل معادلات موج به وسیله تکنیکهای تبدیل انتگرال وحل عددی معادلات حاصل بدست آمده اند [۲۲، ۲۳].

به موازات این روشهای تحوریک روشهای استفاده از مدل‌های اجزاء محدود نیز برای مطالعه اثر متقابل شمع و خاک بکار گرفته شده است. در این ارتباط میتوان به تحقیقات انجام گرفته توسط کوهلمیر [۲۴]، بلینی و همکارانش [۲۵] و کی نیا و کاوسل [۲۶] اشاره کرد. مزیت این روشها بر روشهای کاملاً تحلیلی این است که به وسیله آنها میتوان رفتار شمعها را در محیطهای غیر همگن نیز مورد مطالعه قرار داد. در اینجا لازم است مختصراً توضیح داده شود که سختی هسینا دینا میکی کمیتهای وابسته به فرکانس اند. علاوه بر این، چون در محیطهای ویسکوالاستیک، استهلاك از نوع هیسترتیک است در آنالیز دینا میکی شمعها (یا به طور کلی پی‌ها) مناسب تر است از نیروی هارمونیک  $p = p_0 e^{i\omega t}$  استفاده شود ( $p_0$  حداکثر نیرو،  $\omega$  فرکانس ارتعاش و  $i = \sqrt{-1}$  است). اگر واکنش دائمی در اثر چنین نیروی به صورت  $u = u_0 e^{i\omega t}$  باشد در این صورت نسبت  $K = p_0 / u_0$  که یک کمیت مختلط است سختی دینا میکی نظیر تغییر مکان  $u$  است. امروزه غالب نتایجی که در ارتباط با سختی پی‌ها ارائه میشود به صورت سختی دینا میکی مختلط، یعنی کمیتی به صورت  $K = k + ic$  است که در آن قسمت حقیقی مفهوم سختی و قسمت موهومی مفهوم استهلاك را دارد.

هدف از این مقاله مطالعه رفتار دینا میکی شمعهای منفرد تحت اثر بار جانبی و تحت اثر زلزله در یک محیط ویسکوالاستیک است. در این مقاله با استفاده از روش اجزاء محدود روابط ساده‌ای برای تعیین سختی

## 1. Modes

دینا میکی شمعه‌ها تحت با رجا نبی ونیز واکنش شمعه‌ها تحت اثر زلزله ارائه میشود. مزیت این روش بر روشهای مبتنی بر مکانیک محیطهای پیوسته و اجزاء محدود، گذشته از سادگی آن، امکان استفاده از نتایج آزمایشهای صحرایی برای تعیین مدول عکس العمل زمین برای انواع خاکهاست.

### مدول عکس العمل زمین برای ارتعاشات جانی

هدف از این مقاله تعیین واکنش شمعه‌ها با استفاده از مفهوم مدول عکس العمل زمین است. بنا بر این لازم است ابتدا مقدار این کمیت تعیین شود. برای این منظور با استفاده از روش کاوسل [۲۷] در فرموله کردن یک مرز عبور دهنده برای مسائل آنالیز با تقارن محوری در دینامیک خاک، یک برنامه کامپیوتری توسط نگارنده تدوین شد [۲۶]. در اینجا مناسب است قبل از ارائه نتایج حاصل از این برنامه اشاره مختصری به مدل فوق بشود. مشخصه مهم مدلهای اجزاء محدود برای مسائل اثر متقابل خاک و سازه نحوه منظور کردن تشعشع امواج حاصل از ارتعاش پی به محیط خارج است. چنانچه از مدلهای متداول اجزاء محدود استفاده شود لازم است مرزهای مدل در فاصله دوری از پی گرفته شوند تا امواج صادر شده از پی در انعکاس و برگشت از این مرزها در اثر استهلاک داخلی خاک مستهلک شده و اثری بر رفتار پی نگذارند. این مسئله سبب افزایش حجم حافظه مورد نیاز و نیز کاهش دقت جوابها میشود. برای اجتناب از این مشکلات ابزار تحلیلی مناسبی به صورت یک ماتریس مرزی ابداع شده است که به کمک آن میتوان مرزهای اجزاء محدود را در فاصله بسیار کمی از پی قرارداد. خاصیت این ماتریس مرزی این است که امواج صادر شده از پی به بیرون از محیط را جذب کرده و آنها را برگشت نمیدهد. این ماتریس مرزی در واقع رابطه‌ای است بین نیروها و تغییر مکانها در گره‌های این مرز و طبیعتاً "کمیتی است تابع فرکانس. در یک مسئله اجزاء محدود ایین ماتریس مرزی مستقیماً "به ماتریس سختی محیط افزوده میشود (برای

#### 1. Transmitting Boundary

## استقلال

جزئیات کامل محاسبه این ماتریس مرزی به مرجع شماره ۲۷ مراجعه شود).

با استفاده از برنامه فوق یک نیروی جانبی یکنواخت به بزرگی واحد در ارتفاع مرز عبور دهنده اعمال شد و مقدار متوسط تغییر مکان گره‌های این مرز بدست آمد و سپس با معکوس کردن آن مدول عکس العمل مختلط لایه خاک به صورت  $k_x + ic_x$  برای فرکانسهای مختلف ارتعاش محاسبه شد. بر اساس نتایج حاصل، مدول عکس العمل مختلط خاک را میتوان با روابط تقریبی ذیل تعریف کرد:

برای فرکانسهای بزرگتر از  $\omega_s$ :

$$k_x + ic_x = 3.5G + i(10 \frac{\omega R}{C_s})G \quad (1)$$

برای فرکانسهای کوچکتر از  $\omega_s$ :

$$k_x + ic_x = 3.5G + i(7\beta)G \quad (2)$$

که در آنها  $\omega_s = 2\pi C_s / (4h)$  فرکانس اصلی امواج برشی در لایه خاک،  $C_s$ ،  $h$ ،  $G$ ،  $\beta$  به ترتیب ارتفاع، سرعت امواج برشی، مدول برشی و نسبت استهلاک هیسترتیک لایه خاک،  $R$  شعاع شمع و  $\omega$  فرکانس ارتعاش است.

این نتایج نشان میدهد که قسمت حقیقی مدول مختلط خاک مقداری تقریباً ثابت دارد. قسمت موهومی مدول عکس العمل خاک، از سوی دیگر، در فرکانسهای کوچکتر از  $\omega_s$  تقریباً ثابت بوده و معارف استهلاک هیسترتیک است و در فرکانسهای بزرگتر از  $\omega_s$  تقریباً به طور خطی افزایش می‌یابد و معارف استهلاک تشعشعی یا هندسی است. (علت ظهور این پدیده در قسمت موهومی عکس العمل خاک این واقعیت است که در فرکانسهای کوچکتر از  $\omega_s$  امواج ایجاد شده در اثر ارتعاش شمع امکان خروج از محیط را پیدا نکرده و در محیط محصور میشوند و در نتیجه تنها منبع اتلاف انرژی در دستگانه استهلاک هیسترتیک خاک است، در حالی که در فرکانسهای بزرگتر از  $\omega_s$  امواج برشی از محیط به خارج صادر میشوند و سبب اتلاف انرژی قابل

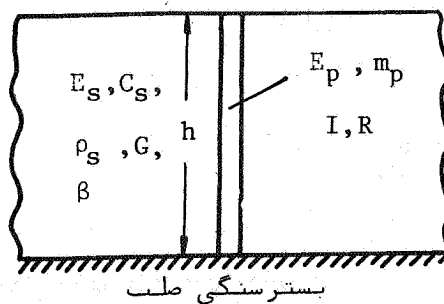
ملاحظه‌ای از دستگامه میشوند). نتایج فوق با نتایج بدست آمده توسط بارانو [۲۸] یا نوواک [۱۷] در فرکانسهای بزرگتر از  $\omega$  مشابه است ولی در فرکانسهای کوچکتر از  $\omega$  نتایج بدست آمده توسط این دو محقق صحیح نیستند زیرا همانطور که قبلاً "نیز اشاره شد این نتایج بر اساس یک محیط بی نهایت، و نه یک محیط محدود مثل یک لایه خاک روی بستر طیب، بدست آمده‌اند.

سختی دینا میکی شمعه‌های منفرد تحت ارتعاشات جانبی

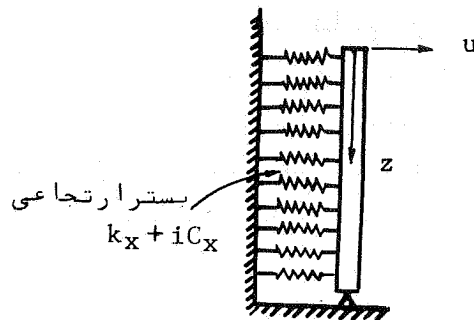
شکل (۱) یک شمعه با اتکاء انتهای رادریک لایه خاک و یسکو الاستیک

و همگن نشان میدهد. در شکل (۲) همین شمعه به صورت یک تیر بر بستر ارتجاعی با مدول عکس العمل مختلط  $K_x = k_x + ic_x$  مدول شده است. اگر  $R, I, E_p, \rho_p$  به ترتیب شعاع، ممان اینرسی مقطع، مدول الاستیسته، جرم واحد حجم و جرم واحد طول شمعه باشند و تغییر مکان جانبی شمعه با  $u$  نمایش داده شود، معادله دیفرانسیل ارتعاش یکالمان از شمعه عبارت است از:

$$E_p I \frac{\partial^4 u}{\partial z^4} + K_x u = -m_p \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (۳)$$



شکل ۱ - شمعه با اتکاء انتهای در لایه خاک



شکل ۲ - مدل برای مطالعه ارتعاشات جانبی

با فرض یک حرکت هارمونیک به صورت :

$$u(z, t) = \bar{u}(z) e^{i\omega t} \quad (4)$$

و قرار دادن این رابطه در معادله (۳) نتیجه ذیل حاصل میشود :

$$E_p I \frac{d^4 \bar{u}}{dz^4} + [(k_x - m_p \omega^2) + ic_x] \bar{u} = 0 \quad (5)$$

جواب عمومی معادله فوق عبارت است از :

$$\begin{aligned} \bar{u}(z) = & e^{\alpha z} (A_1 \cos \alpha z + A_2 \sin \alpha z) \\ & + e^{-\alpha z} (A_3 \cos \alpha z + A_4 \sin \alpha z) \end{aligned} \quad (6)$$

که در آن :

$$\alpha = \frac{\sqrt[4]{(k_x - m_p \omega^2) + ic_x}}{\sqrt[4]{4E_p I}} \quad (7)$$

برای بدست آوردن ماتریس سختی دینامیکی شمع، که در واقع رابطه بین نیروی برشی و لنگر خمشی در راس شمع با تغییر مکان افقی و چرخش شمع در همین نقطه ( $z = 0$ ) است، کافی است با اعمال تغییر مکان واحد یا چرخش واحد در راس شمع، نیروی برشی و لنگر خمشی نظیر که همان اعضا



ما تریس سختی میباشند را محاسبه کرد. در این ارتباط باید توجه داشت که شرایط مرزی نظیر انتهای شمع، با فرض مفصلی عمل کردن آنها، عبارت است از:

$$\begin{aligned} \bar{u}(z=h) &= 0 \\ \bar{u}''(z=h) &= 0 \end{aligned} \quad (8)$$

این محاسبات نتایج ذیل را برای ما تریس سختی دینا میکی شمع بدست میدهد:

$$\underline{K} = \begin{bmatrix} K_{xx} & K_{x\phi} \\ K_{\phi x} & K_{\phi\phi} \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$K_{xx} = 4 E_p I \alpha^3 \frac{\cosh 2\alpha h + \cos 2\alpha h}{\sinh 2\alpha h - \sin 2\alpha h} \quad (10)$$

$$K_{x\phi} = K_{\phi x} = -2 E_p I \alpha^2 \frac{\sinh 2\alpha h + \sin 2\alpha h}{\sinh 2\alpha h - \sin 2\alpha h} \quad (11)$$

$$K_{\phi\phi} = 2 E_p I \alpha \frac{\cosh 2\alpha h - \cos 2\alpha h}{\sinh 2\alpha h - \sin 2\alpha h} \quad (12)$$

برای بررسی دقت روش تقریبی فوق، نتایج این روش با نتایج بدست آمده توسط نوواک و نوگامی [۲۱] در اشکال (۳) و (۴) مقایسه شده است. منحنیهای ترسیم شده در این اشکال تغییرات قسمتهای حقیقی و موهومی  $K_{xx}$  و  $K_{\phi\phi}$  (یعنی سختیهای افقی و چرخشی شمع) را نسبت به سختی استاتیکی نظیر بدست میدهند. یعنی اگر سختی استاتیکی (مقدار سختی به ازاء  $\omega = 0$ ) برای حرکت افقی و چرخش به ترتیب با  $k_{xx}^0$  و  $k_{\phi\phi}^0$  نمایش داده شوند، در این صورت:

$$K_{xx} = k_{xx}^0 (k_{xx}^1 + i c_{xx}^1) \quad (13)$$

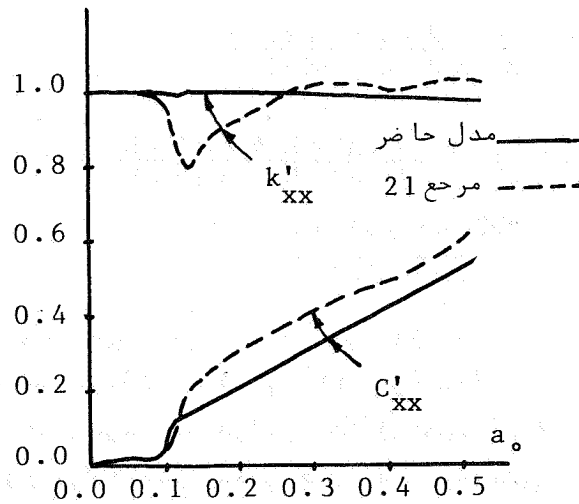
$$K_{\phi\phi} = k_{\phi\phi}^0 (k_{\phi\phi}^1 + i c_{\phi\phi}^1) \quad (14)$$

در شکل (۳) تغییرات  $k'_{xx}$  و  $c'_{xx}$  و در شکل (۴) تغییرات  $k'_{\phi\phi}$  و  $c'_{\phi\phi}$  بر-  
 حسب  $a_0 = \frac{\omega d}{C_s}$  ترسیم شده اند (d قطر شمع است). سایر پارامترهای این  
 اشکال به قرار زیرند:

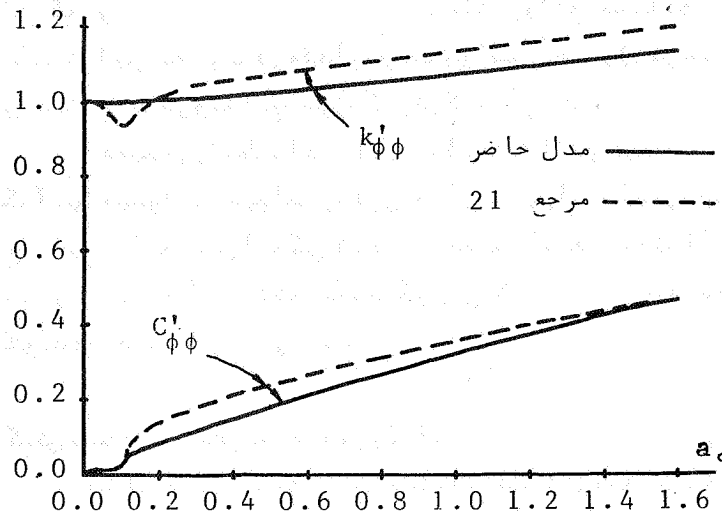
$$\frac{h}{d} = 15$$

$$\bar{\rho} = \rho_s / \rho_p = 0.6$$

$$\bar{v} = \frac{C_s}{V_p} = \frac{\sqrt{G \rho_p}}{\sqrt{E_p \rho_s}} = 0.01$$



شکل ۳- سختی دینامیکی افقی شمع منفرد



شکل ۴- سختی دینا میکی چرخشی شمع منفرد

هما نظور که در این اشکال مشاهده میشود روابط پیشنهادی (روابط ۱۰ تا ۱۲) برای سختی دینا میکی شمع برای ارتعاشات جانبی با دقت خوبی این کمیتها را بدست میدهد. قسمتی از تفاوت بین این نتایج در اثر این مسئله است که نسبت استهلاک در نتایج ارائه شده توسط نوواک و نوگامی برابر  $\beta = 0/01$  است در حالی که مقادیر مدول عکس العمل زمین (روابط ۲۰ و ۲۱) برای نسبت استهلاک  $0/05$  بدست آمده اند. نسبت استهلاک تنها بر واکنش دینا میکی در حوالی فرکانس اصلی امواج برشی در لایه  $(\omega_s)$  اثر میگذارد. هر قدر نسبت استهلاک کمتر باشد سختی دینا میکی در محدوده  $\omega_s$  نزول موضعی شدیدتری دارد. این مسئله در اشکال (۲) و (۴) بخوبی مشاهده میشود. اما لازم به تذکر است که این خاصیت موضعی تاثیر محسوسی بر واکنش دینا میکی کلی شمع ندارد. همچنین،

نتایج نوواک و نوگامی برای ضریب پواسون  $\nu = 0.5$  بدست آمده اند در حالی که روابط ۱ و ۲ مبتنی بر یک مقدار واقع بینانه  $\nu = 0.4$  میباشد و این تفاوت در مقدار ضریب پواسون مسئول درصد دیگری تفاوت بین نتایج حاضر و نتایج نوواک و نوگامی است.

اهمیت روابط ساده<sup>۱۰</sup> تا (۱۲) از دو جهت است. اولاً به کمک آنها میتوان به سهولت و بدون نیاز به ابزار تحلیلی پیچیده روابط لازم برای آنالیز دینامیکی شمعها را بدست آورد، ثانیاً به کمک آنها میتوان صحت روشهای تئوریک دیگری را که برای محاسبه سختیها ارائه میشوند مورد بررسی قرار داد.

#### واکنش شمعهای منفرد تحت اثر زلزله

به طور کلی، برای انجام یک آنالیز اثر متقابل خاک و سازه علاوه بر سختیهای دینامیکی شمع باید حرکت راس شمع را نیز بدون حضور سازه بدست آورد. به چنین تحلیلی اصطلاحاً "اثر متقابل سینماتیکی" گفته میشود. نتیجه<sup>۲</sup> چنین تحلیلی تعیین توابع انتقالی<sup>۲</sup> حرکات راس شمع در اثر یک حرکت هارمونیک است. با استفاده از نتایج مربوط به سختیهای دینامیکی و توابع انتقالی، برای آنالیز کامل سازه (مستقر بر شمعها) با توجه به مسئله اثر متقابل خاک و سازه، کافی است سازه روی فنرها<sup>۳</sup> که سختی آنها برابر سختی شمع است قرار داده شده، مجموع آنها تحت اثر حرکات بدست آمده از اثر متقابل سینماتیکی تحلیل شود. در مقاله حاضر فرض میشود که حرکات ناشی از زلزله در محیط آزاد<sup>۳</sup> (یعنی قبل از قرار دادن شمع) یک تغییر مکان افقی هارمونیک با دامنه<sup>۴</sup> واحد در سطح زمین باشد. به علاوه فرض میشود که این حرکات در اثر امواج برشی افقی که از بستر سنگی به بالا منتشر میشوند ایجاد شده باشند. با توجه به آنچه در بالا اشاره شد، هدف از اثر متقابل سینماتیکی تعیین تغییر مکان افقی

1. Kinematic Interaction
2. Transfer Functions
3. Free-Field

و چرخش راس شمع در اثر چنین امواجی است. برای این منظور میتوان از قضیه<sup>۱</sup> زیرسازه<sup>۱</sup> استفاده کرد. مطابق این قضیه، واکنش شمع در شکل (۲) را تحت اثر امواج برشی میتوان با اعمال نیروهای خاصی به شمع بدست آورد. معادلات دیفرانسیل یک المان شمع با مشخصات شکل (۱) را میتوان با استفاده از این قضیه به صورت ذیل نوشت:

$$E_p I \frac{\partial^4 u}{\partial z^4} + K_x u + m_p \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = K_x u^* - P^* \quad (15)$$

در این معادله  $u^*$  تغییر مکان محیط آزاد است که با حل معادله<sup>۲</sup> یک بعدی تشدید ارتعاش در خاک به صورت ذیل بدست می آید:

$$u^*(z, t) = u_0^* e^{i\omega t} \cos \frac{\omega}{C_s} z \quad (16)$$

که در آن  $u_0^*$  تغییر مکان دائمی در سطح زمین ( $z=0$ ) است که مقدار آن برابر با حد فرض میشود. نیروی  $P^*$  در معادله<sup>۳</sup> (۱۵) برای این اساس بدست می آید که معادله<sup>۴</sup> (۱۵) شرایط محیط آزاد را در وقتی خاک جایگزین شمع میشود بوجود آورد. بنا بر این میتوان نوشت:

$$P^* = - \left( E_s I \frac{\partial^4 u^*}{\partial z^4} + \pi R^2 \rho_s \frac{\partial^2 u^*}{\partial t^2} \right) \quad (17)$$

که در آن  $E_s$  و  $\rho_s$  به ترتیب جرم واحد حجم و مدول الاستیسته<sup>۵</sup> خاک است. چنانچه  $u(z, t)$  و  $u^*(z, t)$  به صورت ذیل بیان شوند:

$$u(z, t) = \bar{u}(z) e^{i\omega t} \quad (18)$$

$$u^*(z, t) = \cos \omega \frac{\sqrt{\rho}}{\sqrt{G(1+2i\beta)}} z e^{i\omega t} = \cos \xi z e^{i\omega t} \quad (19)$$

و روابط (۱۷)، (۱۸) و (۱۹) در معادله<sup>۶</sup> (۱۵) قرار داده شوند معادله ذیل نتیجه میشود:

## 1. Substructure Theorem . 2. One-Dimensional Amplification

$$\frac{d^4 \bar{u}}{dz^4} + \left( \frac{K_x - m_p \omega^2}{E_p I} \right) \bar{u} = \frac{K_x - \pi R^2 \rho_s \omega^2 + E_s I \xi^4}{E_p I} \cos \xi z \quad (20)$$

جواب عمومی این معادله را میتوان به صورت زیر نوشت :

$$\bar{u}(z) = A_1 e^{\alpha z} \cos \alpha z + A_2 e^{\alpha z} \sin \alpha z + A_3 e^{-\alpha z} \cos \alpha z + A_4 e^{-\alpha z} \sin \alpha z + \frac{K_x - \pi R^2 \rho_s \omega^2 + E_s I \xi^4}{E_p I (4\sigma^4 + \xi^4)} \cos \xi z \quad (21)$$

که در آن  $\alpha$  بارابطه (۷) تعریف میشود.

با استفاده از رابطه (۲۱) و شرایط مرزی مربوط به راس و انتهای شمع میتوان ثابتهای  $A_1$  تا  $A_4$  را بدست آورد و تغییر مکان و چرخش راس شمع را با استفاده از رابطه (۲۱) محاسبه کرد. به علت مفصل بودن این نتایج، در اینجا زارائه روابط به فرم بسته صرف نظر میشود.

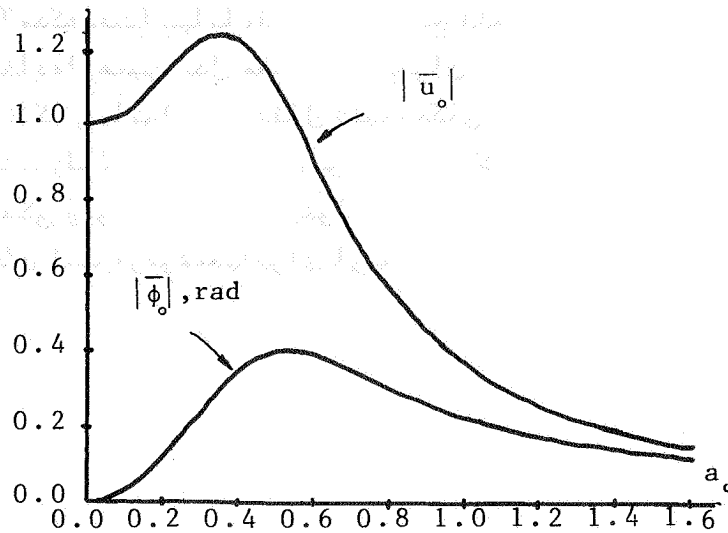
شکل (۵) قدر مطلق توابع انتقال، یعنی تغییر مکان افقی  $|\bar{u}_0|$  و چرخش  $|\bar{\phi}_0|$  در راس شمع را بر حسب فرکانس برای پارامترهای زیر نشان میدهد:

$$\bar{\rho} = 0.7, \quad \frac{h}{d} = 30$$

$$\bar{v} = \frac{c_s}{v_p} = \frac{1}{30}, \quad \beta = 0.05$$

$$d = 1^m, \quad \rho_p = 2500 \text{ kg/m}^3$$

نتایج نشان داده شده در شکل (۵) از نظر صورت کلی مشابه نتایج بدست آمده توسط بلینی و همکارانش [۲۵] است. اصولاً برای تمام شمعه‌ها توابع انتقال صورت کلی فوق را دارند. بدین ترتیب که شمعه سبب فیلتر شدن و حذف فرکانسهای بزرگ و تشدید فرکانسهای کوچک و متوسط میشود. هر قدر خاک سخت تر باشد محدوده فرکانسهای که حرکت زلزله در



شکل ۵- قدر مطلق توابع انتقال برای تغییر مکان  
و چرخش راس شمع تحت اثر زلزله

آن محدوده تشدید میشود و افزایش می‌یابد و برعکس در خاکهای نرم فرکانسهای کوچکتری فیلتر و حذف میشوند. این مسئله در آنالیز دینامیکی سازه‌های استوار بر شمع و تشدید و واکنش آنها نقش مهمی دارد و باید بدقت مورد توجه قرار گیرد.

#### خلاصه و نتیجه‌گیری

با استفاده از یک مدل اجزاء محدود، مدول عکس العمل زمین برای ارتعاشات جانبی شمعیهای مدفون در یک لایه خاک ویسکوالاستیک به صورت یک رابطه تقریبی ساده بدست آمد. با استفاده از این نتیجه روابط ساده‌ای برای سختیهای دینامیکی شمعیهای منفرد با اتکاء انتهای سی

## استقلال

بدست آمد که دقت آنها با مقایسه با نتایج تئوریک نشان داده شد. همچنین با استفاده از همین مدل معادلات لازم برای تعیین اثر متقابل سینماتیکی شمع و خاک (یا توابع انتقال تغییر مکان و چرخش راس شمع) برای تحریکات زلزله به صورت امواج برشی افقی ارائه شد. به کمک این سختیهای دینامیکی و توابع انتقال میتوان اثر متقابل خاک و سازه را برای سازه های استوار بر شمعها برای ارتعاشات جانبی مورد مطالعه قرارداد.



مراجع:

1. Borms, B. B., "Lateral Resistance of Piles in Cohesive Soils," Journal of the Soil Mechanics and Foundation Division, ASCE, vol. 90, No. SM2, proc. paper 3825, March 1964, PP. 27-63.
2. Borms, B. B., "Lateral Resistance of Piles in Cohesionless Soils," Journal of the Soil Mechanics and Foundation Division, ASCE, vol. 90, No. SM3, paper 3909, May 1964, PP. 123-156.
3. Davisson, M. T., and Gill, H. L., "Laterally Loaded Piles in a Layered Soil System," Journal of the Soil Mechanics and Foundation Division, ASCE, vol. 89, No. SM3, paper 3509, May 1963, PP. 63-94.
4. Hetenyi, M., Beams on Elastic Foundation, University of Michigan Press, Ann Arbor, 1946.
5. Matlock, H. and Reese, L. C., "Generalized Solution for Laterally Loaded Piles," Journal of the Soil Mechanics and Foundation Division, ASCE, vol. 86, No. SM5, Oct. 1960, PP. 63-91.
6. McClelland, B., and Focht, J. A. Jr., "Soil Modulus for Laterally Loaded Piles," Transactions, ASCE, vol. 123, 1958, PP. 1049-1063.

7. Reese, L. C., and Matlock, H., "Nondimensional Solutions for Laterally Loaded Piles with Soil Modulus Assumed proportional to Depth," Proceedings, Eight Texas Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Austin, Texas, 1956.
8. Matlock, H., "Correlations for Design of Laterally Loaded Piles in Soft Clays," paper No. OTC 1204, Proceedings, Second Annual Offshore Technology Conference, Houston, Texas, 1970, vol 1, PP. 577-594.
9. Reese, L. C., Cox, W. R., and Koop, F. D., "Analysis of Laterally Loaded Piles in Sand," paper No. OTC 2080, Proceedings, Sixth Annual Offshore Technology Conference, Houston, Texas, 1974, vol. 2, PP. 473-483.
10. Reese, L. C., Cox, W. R., and Koop, F. D., "Field Testing and Analysis of Laterally Loaded piles in Stiff Clays," paper No. OTC 2312, Proceedings 7 th Annual Technology Conference, Houston, Texas, 1975, vol. 2, PP. 671-690.
11. Mindlin, T. D., "Forces at a point in the Interior of a Semi-Infinite Solid," Physics, 7,

May 1936, PP. 195-202.

12. Poulos, H.G., "Behavior of Laterally Loaded Piles: I- Single Piles," Journal of the Soil Mechanics and Foundation Division, ASCE, vol. 97, No. SM5, paper 8092, May 1971, PP. 711-731.
13. Poulos, H. G., and Davis, E.H., Pile Foundation Analysis and Design, John Wiley & Sons, New York, 1980.
14. Penzien, J., Scheffy, C. F., and Parmelee, R. A., "Seismic Analysis of Bridges on Long Piles," Journal of Engineering Mechanics Division, ASCE, June 1964, EM3, PP. 223-254.
15. Tajimi, H., "Dynamic Analysis of a Structure Embedded in an Elastic Stratum," Proc. of the 4th World Conference in Earthquake Engineering, Chile, 1969, PP. 53-69 (A-6).
16. Novak, M., "Dynamic Stiffnesses and Damping of Piles," Canadian Geotechnical Journal, vol.11, No. 4, 1974, PP. 574-598.
17. Novak, M., Nogami, T., and Aboul-Ella, F., "Dynamic Soil Reactions for Plane Strain Case,"

Journal of the Engineering Mechanics Division,  
ASCE, vol. 104, No. EM4, Aug. 1978.

18. Novak, M. and Aboul-Ella, F., "Impedance Functions of Piles in Layered Media," Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, vol. 104, No. EM3, June 1978, PP. 643-661.
19. Novak, M., and Aboul-Ella, F., "Stiffness and Damping of Piles in Layered Media," Proc. of the Earthquake Engineering and Soil Dynamics, ASCE Specialty conference, pasadena, California, June 19-21, 1978, PP. 704-719.
20. Nogami, T., and Novak, M., "Resistance of Soil to a Horizontally Vibrating Pile," International Journal of Earthquake Engineering and Structural Dynamics, vol. 4, No.3, Jan-Mar. 1976, PP. 277-293.
21. Novak, M. and Nogami, T., "Soil-Pile Interaction in Horizontal Vibration," International Journal of Earthquake Engineering and Structural Dynamics, vol. 5, No. 3, July-Sept. 1977, PP. 263-282.
22. Pak, R. Y. S., and Jennings, P. C., "Elastody-

- dynamic Response of Pile under Transverse Excitations," Journal of Engineering Mechanics Division, vol. 113, No. 7, July 1987, PP. 1101-1116.
23. Rajapakse, R. K. N. D., and Shah, A. H., "on the Lateral Harmonic Motion of an Elastic Bar Embedded in an Elastic Half-Sapace." International Journal of Solids and Structures, vol. 23, No. 2, PP. 287-303, 1987.
24. Kuhlemeyer, R. L., "Static and Dynamic Laterally Loaded Floating Piles," Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE, vol. 105, No. GT2, Feb. 1979, PP. 289-304.
25. Blaney, G. W., Kausel, E., and Roesset, J. M., "Dynamic Stiffness of Piles," Proceedings of the 2nd International Conference on Numerical Methods in Geomechanics, Blacksburg, Virginia, June. 1976. PP. 1001-1012.
26. Kaynia, A. M., and kausel, E., "Dynamic Stiffness and Seismic Respose of Sleeved Piles," Dept. of Civil Eng., M. I. T., Reseasch Report R80-12, May 1980.

27. Kausel, E., "Forced Vibration of Circular Foundations on layered Media," Dept. of Civil Eng., M. I. T., Research Report R74-11, Jan. 1974.
28. Baranov, V. A., "On the Calculation of Excited Vibrations of an Embedded Foundation," (in Russian), Voprosy Dynamiki Prochnosti, No. 14, Polytech. Inst. Riga, PP. 195-209.