

## تحلیل اجزای محدود فرایند شکل دهی داغ با استفاده از مدل پیش بینی تنش جریان

حسن مسلمی نائینی\*، مهدی معرفت\* و مهدی سلطانیپور\*\*

بخش مهندسی مکانیک، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه تربیت مدرس

گروه صنایع مکانیک - سازمان صنایع هوافضا

(دریافت مقاله ۸۰/۱۲/۷ - دریافت نسخه نهایی ۸۱/۸/۲۹)

چکیده - در فرایند شکل دهی داغ، قطعه کار تحت تغییر شکل پلاستیک در دماهای بالا قرار گرفته و ریزساختار قطعه کار به دنبال تغییر شکل پلاستیک تغییر می کند. این تغییرات بر روی خواص مکانیکی قطعه کار تاثیر می گذارد. به منظور بهینه کردن این فرایندها، تغییر شکل پلاستیک قطعه کار و تغییرات ریزساختار باید مورد بررسی قرار گیرند. از آنجایی که در دماهای بالا معمولاً فلزات نسبت به نرخ شکل دهی حساس اند، تحلیل فرایندهای شکل دهی داغ مستلزم استفاده از یک مدل ترمو-ویسکوپلاستیک است. در این مقاله، با کوپل مدل پیش بینی تنش جریان تدوین شده و تحلیل اجزای محدود ترمو-ویسکو پلاستیک فرایند پرچکاری داغ، توزیع دما، نرخ کرنش، تنش جریان و هندسه قطعه کار در هر مرحله زمانی قابل محاسبه است. در هر مرحله زمانی، نرخ کرنش و دما در هر المان با استفاده از روش اجزای محدود به دست می آید. از این مقادیر و تاریخچه تغییر شکل، تغییرات ریزساختار و تنش جریان قابل محاسبه اند.

واژگان کلیدی: فرایند شکل دهی داغ، تحلیل اجزای محدود، تنش جریان، ریزساختار فرایند پرچکاری داغ

## FE- based Analysis of Hot Forming Process Using the Flow Stress Prediction Model

H. Moslemi Naeini, M. Maerefat and M. Soltanpour

Department of Mechanical Engineering, Faculty of Engineering, Tarbiat Modares University,  
Mechanical Industry Group, Aerospace Industrial Organization

**Abstract:** *In hot forming process, the workpiece undergoes plastic deformation at high temperature and the microstructure of the workpiece changes according to the plastic deformation. These changes affect the mechanical properties of workpiece. In order to optimize this process, both the plastic deformation of workpiece and its microstructural changes should be taken into consideration. Since material behaviors at elevated temperatures are usually rate-sensitive, the analysis of the hot forming processes requires a thermo-viscoplastic model. In this paper, by coupling the flow stress prediction model developed with finite element analysis of thermo-viscoplastic of the hot upsetting process, temperature, strain rate, flow stress distributions and geometry of the workpiece at each time step can be calculated. At each time step, the strain rate and temperature at each element are obtained. From these values and the history of deformation, the changes in microstructure and flow stress can be determined.*

**Keywords:** *Hot forming, Process, Finite element analysis, Flow stress, Microstructure, Hot upsetting process*

\*\* کارشناسی ارشد

\* استادیار

$T_e$ دمای سطح	$P$ و $c$ و $b$ و $a$ ثابتهای ماده
$T_w$ دمای قطعه کار	$A$ حجم زیرساختار
$T_d$ دمای قالب	$B$ ماتریس نرخ کرنش
$T$ بردار دمای گره‌ها	$d$ اندازه دانه
$\dot{T}$ بردار نرخ دما	$d_r$ اندازه دانه‌های تبلور مجدد شده
$u_i$ میدانهای سرعت مجاز	$F_i$ ترکشهای سطحی
$X$ کسر حجم زیرساختار تبلور مجدد شده	$G$ نرخ تبلور مجدد دینامیکی
$Z$ عدد زرنه‌لن	$h_{lub}$ ضریب انتقال گرمایی همرفت روانساز
<b>فهرست علائم یونانی</b>	$k$ ثابت پنالتی
$\varepsilon$ ضریب انتشار	$k_1$ ضریب هدایت گرمایی
$\varepsilon_c$ کرنش بحرانی	$K_c$ ماتریس رسانایی
$\dot{\varepsilon}$ نرخ کرنش مؤثر	$q_\alpha$ تابع شکل المان
$\dot{\varepsilon}_v$ نرخ کرنش حجمی	$Q$ انرژی اکتیواسیون
$\Delta\gamma$ تغییرات چگالی نابجایی	$Q$ بردار شار گرمایی
$\gamma$ چگالی نابجایی در واحد سطح	$\dot{r}$ نرخ تولید گرما
$\sigma$ ثابت استفان-بولتزمن	$R$ ثابت جهانی گازها
$\bar{\sigma}$ تنش جریان یا تنش مؤثر	$T$ دما
	$T_s$ دمای محیط

## ۱- مقدمه

مراحل مختلف شکل‌دهی رخ می‌دهند، نظیر: بازیابی استاتیکی، تبلور مجدد استاتیکی، تبلور مجدد پس‌دینامیکی و رشد دانه. از آنجایی که در دماهای بالا معمولاً رفتار فلزات با تغییر نرخ شکل‌دهی تغییر می‌کند، تحلیل این فرایندها مستلزم استفاده از یک مدل ترمو-ویسکوپلاستیک است. با توجه به اهمیت محاسبه دما و پیچیدگی محاسبه گرمای تولید شده در اثر تغییر شکل، دو روش کلی برای تحلیل این فرایندها وجود دارد. در روش نخست، محاسبه توزیع دما به طور مستقل از مسئله تغییر شکل مورد بررسی قرار می‌گیرد. شیوه کار به این صورت است که ابتدا، میدان سرعت جریان فلز را با استفاده از روشهای آزمایشگاهی یا روشهای تحلیلی به دست آورده و سپس با استفاده از این میدان، گرمای تولید شده در اثر تغییر شکل

هنگامی که فرایندهای شکل‌دهی در دماهای بالا صورت می‌گیرد، ریزساختار قطعه در محدوده وسیعی تغییر می‌کند و این تغییرات منجر به تغییر خواص مکانیکی از جمله تنش جریان در نقاط مختلف قطعه کار می‌شود. به همین دلیل برای شبیه‌سازی این فرایندها لازم است تا پیش‌بینی دقیقی از تغییرات ریزساختار و مقدار تنش جریان داشته باشیم. عوامل مؤثر در تغییرات ریزساختار به دو دسته تقسیم می‌شوند. عواملی که در حین تغییر شکل پلاستیک رخ می‌دهند نظیر کار سختی، بازیابی دینامیکی و تبلور مجدد دینامیکی که به آنها عوامل دینامیکی می‌گویند و عوامل استاتیکی که پس از تغییر شکل پلاستیک رخ می‌دهند، و یا در فرایندهای شکل‌دهی چند مرحله‌ای در بین

فازها ارائه کرده‌اند. ترکیب این مدل با مدل یاناگیموتو (تحلیل ریز ساختار در فاز آستنیت)، تحلیل پیوسته رشد ریزساختار در کلیه فرایندهای شکل دهی داغ مانند آهن‌گری داغ، نورد داغ و اکستروژن داغ را امکانپذیر می‌کند.

مؤلف مقاله حاضر و همکارانش [۵] در تحقیقات قبلی خود که در ادامه کار یاناگیموتو ست، تاثیر کار سختی، بازیابی دینامیکی و تبلور مجدد دینامیکی را بر تنش جریان مورد بررسی قرار داده‌اند. اما در این مدل، جداسازی زیرساختارها بر مبنای کرنش انجام شده تا بدون نیاز به هیچ گونه ساده‌سازی و با زمان اجرای مناسب تاثیرات تبلور مجدد پیاپی زیرساختارها منظور شود.

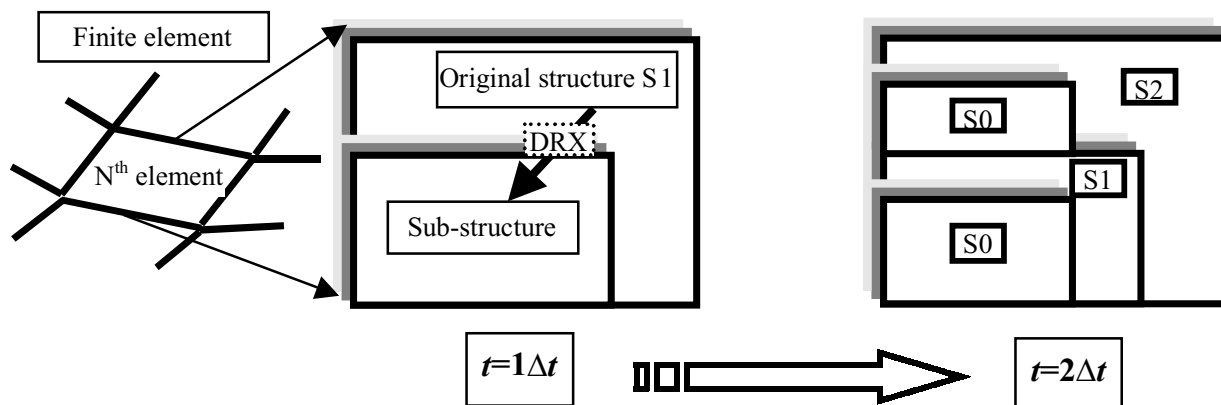
در این مقاله، با ترکیب کردن مدل پیش‌بینی تنش جریان و مدل اجزای محدود برای تحلیل ترمو-ویسکو پلاستیک پرچکاری داغ، توزیع دما، نرخ کرنش، تنش جریان و همچنین نحوه تغییر شکل قطعه کار محاسبه می‌شود. در هر مرحله زمانی، نرخ کرنش و دما در هر المان با استفاده از روش اجزای محدود به دست می‌آید. با استفاده از این مقادیر و تاریخچه تغییر شکل، تغییرات ریزساختار و تنش جریان قابل محاسبه است. این مقادیر برای حل تغییر شکل در مرحله بعد در اختیار مدل اجزای محدود قرار می‌گیرد.

## ۲- مدل پیش‌بینی تنش جریان

تغییر شکل پلاستیک در فلزات را می‌توان ناشی از حرکت نابجایی‌ها دانست. در دماهای بالا عامل مقاومت در برابر تغییر شکل، مقاومت مربوط به تغییرات نابجایی‌ها و فعل و انفعال بین آنهاست که از آن به تنش داخلی تعبیر می‌شود. به این ترتیب با افزایش میزان نابجایی، مقدار مقاومت در برابر تغییر شکل یا تنش داخلی افزایش می‌یابد. مقدار تنش جریان با جذر چگالی نابجایی در واحد سطح  $\gamma$  متناسب است. بنابراین در دمای بالا رابطه بین تنش جریان و چگالی نابجایی بصورت معادله (۱) ارائه می‌شود که در آن  $a$  ثابت ماده است و با روابط تجربی ارائه می‌شود [۳].

پلاستیک محاسبه می‌شود. در روش دوم که دقت آن به مراتب از روش اول بیشتر است، گرمای تولید شده و منتقل شده در هر مرحله زمانی با توجه به میدان سرعت محاسبه شده در مرحله قبلی یا همان مرحله توسط روش اجزای محدود یا تفاضل محدود مورد محاسبه قرار می‌گیرد و با توجه به توزیع جدید دما در قطعه کار میدان سرعت نیز در آن مرحله محاسبه می‌شود. برای بیان رابطه بین تنش جریان و کرنش معادل از معادلات تجربی و یا از روشهایی نظیر مدل‌سازی تغییرات ریزساختار در اثر پدیده تبلور مجدد و سایر پدیده‌های ذکر شده، استفاده می‌شود. یادا و همکارانش [۱] مطالعات تجربی و آزمایشگاهی در این زمینه را با شبیه سازی شکل دهی چند مرحله‌ای با نرخ کرنش بالا آغاز کرده و معادلات تجربی مربوط به تغییرات ریزساختار را برای فولادهای کم کربن ارائه دادند. مشکل عمده معادلات تجربی محدودیت آنهاست. یعنی برای هر فولاد تحت شرایط خاص، باید معادله‌ای استخراج کرد و این کار با توجه به تعدد عوامل فیزیکی برای حالت‌های مختلف و ترکیب شیمیایی خاص فولاد مورد نظر، کار مشکلی است. کارهاوسن و همکارانش [۲] یک مدل ریاضی برای بررسی تغییرات ریزساختار ارائه کردند. آنها توسط این مدل، تغییرات ریزساختار را در نورد داغ و آهن‌گری داغ پیش‌بینی کردند. عیب این مدل در تعدد زیرساختارهای<sup>۱</sup> ایجاد شده و در نتیجه ایجاد مشکلات محاسباتی بود، و برای پیش‌بینی تغییرات ریزساختار به حافظه زیادی نیاز داشت.

برای برطرف کردن این مشکل، یاناگیموتو و همکارانش [۳] یک فرمول بندی نمودی جدید برای پیش‌بینی تنش جریان و تغییرات ریز ساختار در شکل دهی داغ ارائه کردند. در این مدل، با توجه به اینکه معمولاً تعداد سیکل‌های تبلور مجدد در شکل دهی داغ کمتر از ده سیکل متوالی است، زیرساختارهایی که سیکل‌های تبلور مجدد یکسانی را پشت سر گذاشته‌اند در حافظه مشترکی ذخیره می‌شوند. به این ترتیب تعداد زیرساختارها به نحو چشمگیری کاهش می‌یابد. اخیراً، لیو و همکارانش [۴]، مدلی برای پیش‌بینی رشد ریزساختار در تبدیل



شکل ۱- نحوه جداسازی زیرساختارها

عاری از کرنش بوده و دانه‌های آن کوچکتر است. به همین دلیل تشکیل این زیرساختار موجب کاهش تنش جریان می‌شود. بدیهی است این زیرساختار نیز در ادامه فرایند چنانچه کرنش آن از کرنش بحرانی بیشتر شود دچار تبلور مجدد خواهد شد و به این ترتیب در هر مرحله زمانی از هر یک از زیرساختارها دو زیرساختار جدید قابل تولید است. در مدل ارائه شده توسط کارهاوسن هر یک از این زیرساختارها بطور مستقل در نظر گرفته می‌شوند و مقادیر کرنش و چگالی نابجایی هر یک از زیرساختارها بطور مستقل ذخیره می‌شود. به این ترتیب تعداد ماکزیمم زیرساختارها در مرحله  $n$ م برابر با  $2n$  خواهد بود. در مدل حاضر بدون ساده‌سازی و با استفاده از جداسازی زیرساختارها بر اساس مقدار کرنش هر یک از زیرساختارها ضمن کاهش حافظه و زمان اجرای مورد نیاز، تغییرات زیر ساختارها مورد بررسی قرار گرفته است. نحوه جداسازی زیرساختارها در این مدل در شکل (۱) نشان داده شده است. همان گونه که ذکر شد در این مدل کلیه زیرساختارهایی که دارای کرنش یکسان هستند در یک حافظه مشترک ذخیره می‌شوند. به عنوان مثال تمام زیرساختارهایی که تازه تبلور مجدد شده‌اند در  $A_{E,i,0}$  ذخیره می‌شوند. اندیس اول نشان دهنده شماره المان، اندیس دوم بیانگر مرحله زمانی و اندیس سوم نمایانگر مقدار کرنش زیرساختار است. روشن است که این زیرساختار در مرحله بعد چنانچه در آن تبلور

$$\bar{\sigma} = a\sqrt{\gamma} \quad (1)$$

با شروع تغییر شکل پلاستیک میزان نابجایی‌ها شروع به افزایش می‌کند و هر نابجایی، نابجایی جدیدی تولید می‌کند. به این ترتیب میزان نابجایی افزوده شده در اثر کار سختی با میزان تغییر شکل پلاستیک یا میزان کرنش متناسب است. از طرفی نرخ کاهش چگالی نابجایی در اثر بازیابی دینامیکی در هر لحظه با میزان چگالی نابجایی در همان لحظه متناسب است. بنابراین تغییرات چگالی نابجایی در هر مرحله زمانی به دلیل کار سختی و بازیابی دینامیکی توسط معادله (۲) بیان می‌شود [۳].

$$\Delta\gamma = (c\dot{\epsilon} - b\gamma)\Delta t \quad (2)$$

که در آن،  $b$  و  $c$  ثابت ماده‌اند و با روابط تجربی ارائه می‌شوند.  $\Delta\gamma$  تغییرات چگالی نابجایی در فاصله زمانی  $\Delta t$  را نشان می‌دهد. با افزایش میزان کرنش، پس از آنکه میزان کرنش از کرنش بحرانی  $\epsilon_c$ ، تجاوز کرد، پدیده تبلور مجدد دینامیکی آغاز می‌شود. مقدار کرنش بحرانی برای یک فولاد معمولاً تابع دما و نرخ کرنش است و توسط معادلات تجربی ارائه می‌شود. معمولاً تأثیر دما و نرخ کرنش توأمأً توسط پارامتر  $Z$  یا عدد زرهلمن<sup>۲</sup> بیان می‌شود. پس از شروع تبلور مجدد دینامیکی، ریزساختار جدیدی شکل می‌گیرد که مشخصات آن از ساختار اصلی کاملاً متمایز است. زیرساختار تازه تبلور مجدد شده

المان با کرنش بحرانی مقایسه شده و در صورتی که بیشتر از کرنش بحرانی باشند، مقدار حجمی که دچار تبلور مجدد شده، محاسبه می‌شود. در مرحله بعد تغییرات چگالی نابجایی برای هر زیرساختار محاسبه شده و میانگین چگالی نابجایی در آن المان به دست می‌آید. با استفاده از میانگین چگالی نابجایی، مقدار تنش جریان محاسبه می‌شود. پس از اجرای برنامه برای تمام المانها، مقادیر تنش جریان محاسبه شده برای گام بعدی به مدل ترمو-ویسکو پلاستیک ارائه می‌شود و این روند تا پایان ادامه می‌یابد. ثابتهای مورد استفاده در مدل ریزساختار برای فولاد کم کربن توسط معادلات تجربی زیر محاسبه شده است [۶].

$$\bar{\sigma} = 1.65 \times 10^{-3} \sqrt{\gamma} \quad (7)$$

$$c = 0.85 \times 10^{11} \left( 1 + \frac{1}{\sqrt{d}} \right) \quad (8)$$

$$b = 9850 \dot{\varepsilon}^{0.0685} \exp\left(\frac{-8000}{T}\right) \quad (9)$$

$$\varepsilon_c = 4.76 \times 10^{-4} \exp\left(\frac{8000}{T}\right) \quad (10)$$

$$\varepsilon_{0.5} = 1.144 \times 10^{-3} d^{0.28} \dot{\varepsilon}^{0.05} \exp\left(\frac{6420}{T}\right) \quad (11)$$

$$P = 2 \quad (12)$$

$$G = \frac{0.693}{\varepsilon_{0.5}^P} \quad (13)$$

$$Z = \dot{\varepsilon} \exp\left(\frac{Q}{RT}\right) \quad (14)$$

$$d_r = 22600Z^{-0.27} \quad (15)$$

که در این معادلات،  $\bar{\sigma}$  تنش جریان بر حسب (Mpa)،  $\gamma$  چگالی نابجایی بر حسب ( $\text{cm}^{-2}$ )،  $d$  اندازه دانه بر حسب ( $\mu\text{m}$ )،  $\dot{\varepsilon}$  نرخ کرنش بر حسب ( $\text{s}^{-1}$ ) و  $T$  دما بر حسب درجه

مجدد ایجاد نشود به  $A_{E,i+1,1}$  تغییر می‌کند. مقدار کرنش هر زیرساختار  $\bar{\varepsilon}_{E,i,j}$ ، با توجه به نرخ کرنش اعمال شده بر آن در هر مرحله از معادله (۳) قابل محاسبه است.

$$\bar{\varepsilon}_{E,i,j} = (\dot{\varepsilon} \Delta t) + \bar{\varepsilon}_{E,i-1,j-1} \quad (3)$$

با توجه به مقدار کرنش در هر زیرساختار، مقدار حجمی که دچار تبلور مجدد دینامیکی شده قابل محاسبه است. مقدار کسر حجم جدا شده از هر یک از زیرساختارها در هر مرحله با استفاده از معادله آورامی<sup>۳</sup> به دست می‌آید [۳].

$$X = A_{E,i,j} \left( 1 - \exp\left(-G(\bar{\varepsilon}_{E,i,j} - \varepsilon_c)^P\right) \right) \quad (4)$$

$G$  بیان کننده نرخ تبلور مجدد دینامیکی و  $P$  ثابت ماده است. چنانچه کرنش یک زیرساختار از کرنش بحرانی بیشتر باشد زیرساختار مربوطه به دو بخش تقسیم می‌شود بخش نخست زیرساختار جدیدی است که مقدار کرنش آن صفر است و حجم آن از معادله (۴) محاسبه می‌شود. این مقدار به مقدار حجم ناشی از تبلور مجدد سایر زیرساختارها اضافه می‌شود. بنابراین حجم زیرساختار  $A_{E,i+1,0}$  در مرحله  $i+1$  از معادله زیر به دست می‌آید.

$$A_{E,i+1,0} = \sum_{j=0}^n A_{E,i,j} \left( 1 - \exp\left(-G(\bar{\varepsilon}_{E,i,j} - \varepsilon_c)^P\right) \right) \quad (5)$$

بخش دوم حجم باقیمانده است که کرنش آن افزایش می‌یابد. حجم این بخش از معادله زیر به دست می‌آید.

$$A_{E,i+1,j+1} = A_{E,i,j} \left( \exp\left(-G(\bar{\varepsilon}_{E,i,j} - \varepsilon_c)^P\right) \right) \quad (6)$$

برای محاسبه میزان چگالی نابجایی هریک از زیرساختارها، مقدار تغییرات چگالی آن که از معادله (۲) محاسبه می‌شود به مقدار قبلی چگالی نابجایی آنها اضافه می‌شود. روشن است که برای زیرساختارهای جدید مقدار چگالی نابجایی برابر با صفر منظور می‌شود.

در هر مرحله زمانی، مقادیر  $\dot{\varepsilon}$  و  $T$  و  $\Delta t$  برای هریک از المانها از مدل ترمو-ویسکو پلاستیک به مدل پیش بینی تنش جریان داده می‌شود. سپس مقدار کرنش کلیه زیرساختارهای این

$$\mathbf{N} = \{q_1, q_2, q_3, q_4\}^T \quad (19)$$

$$\mathbf{M}_{ij} = \mathbf{N}_{i,j} \quad (20)$$

معادله (۱۸) را می توان به شکل معادله (۲۱) ارائه کرد.

$$C_p \dot{T} + K_C T = Q \quad (21)$$

که در آن  $C_p$  ماتریس ظرفیت گرمایی،  $K_C$  ماتریس رسانایی،  $Q$  بردار شار گرمایی،  $T$  بردار دمای گره ها و  $\dot{T}$  بردار نرخ دماست. بردار  $Q$  خود دارای مؤلفه های مختلفی است و توسط معادله (۲۲) محاسبه می شود.

$$Q = \int_V \mathbf{K}(\overline{\sigma \dot{\epsilon}}) N dV + \int_{S_t} \sigma \epsilon (T_e^4 - T_s^4) N dS + \int_{S_t} h (T_e - T_s) N dS + \int_{S_c} h_{lub} (T_d - T_w) N dS \quad (22)$$

جمله اول از معادله (۲۲) نشان دهنده گرمای تولید شده در اثر تغییر شکل پلاستیک در داخل منطقه تغییر شکل است. قسمت دوم بیانگر بخشی از گرما است که در اثر تشعشع از المان به محیط منتقل می شود، که در آن  $\sigma$  بیانگر ثابت استفان-بولتزمن،  $\epsilon$  ضریب انتشار و  $T_e$  و  $T_s$  به ترتیب بیانگر دمای محیط و دمای سطح می باشند. قسمت سوم گرمایی منتقل شده از سطح به محیط در اثر همرفت را بیان می کند. بخش چهارم نشان دهنده گرمای منتقل شده از قطعه کار به قالب است که در سطح تماس با قالب منتقل می شود و  $T_d$ ،  $T_w$  به ترتیب دمای قطعه کار و قالب را نشان می دهند و  $h_{lub}$  ضریب انتقال گرمایی همرفت روانساز است.

#### ۴- مدل اجزای محدود برای تحلیل تغییر شکل

بر مبنای اصول حساب تغییرات، در تحلیل اجزای محدود تغییر شکل، از میان میدانهای سرعت مجاز  $u_i$ ، میدان سرعت قابل قبول باید علاوه بر ارضای شرایط سازگاری، تراکم ناپذیری و شرایط مرزی سرعت، در معادله (۲۳) نیز صدق کند [۷].

$$\delta \pi = \int_V \overline{\sigma \delta \dot{\epsilon}} dV - \int_{S_f} F_i \delta u_i dS = 0 \quad (23)$$

استقلال، سال ۲۲، شماره ۱، شهریور ۱۳۸۲

کلوبین،  $Z$  عدد زهرلمن و  $d_p$  اندازه دانه های تبلور مجدد شده،  $Q$  انرژی اکتیواسیون و مقدار آن برابر با  $266 \text{ kJ/mol}$  و  $R$  ثابت جهانی گازهاست و اندازه دانه های ساختار اصلی برابر با  $79/2 \mu\text{m}$  است.

#### ۳- مدل اجزای محدود برای محاسبه توزیع دما

معادلات لازم برای تحلیل انتقال گرما با استفاده از معادله بقای انرژی قابل استخراج اند که به صورت معادله (۱۶) ارائه می شود [۷].

$$k_1 T_{,ii} + \dot{r} - \rho c \dot{T} = 0 \quad (16)$$

که در این معادله  $k_1 T_{,ii}$  نشان دهنده نرخ انتقال گرما،  $k_1$  بیانگر ضریب هدایت گرمایی،  $\dot{r}$  نرخ تولید گرما در داخل قطعه کار و  $\rho c \dot{T}$  نشان دهنده نرخ تغییرات انرژی داخلی است. با فرض اینکه تولید گرما در داخل منطقه تغییر شکل تنها محدود به گرمایی ایجاد شده در اثر تغییر شکل پلاستیک باشد، مقدار  $\dot{r}$  از معادله (۱۷) قابل محاسبه است.

$$\dot{r} = K \sigma_{ij} \dot{\epsilon}_{ij} \quad (17)$$

در این معادله ضریب  $K$  نشان دهنده بخشی از کار مکانیکی است که به گرما تبدیل می شود. مقدار  $K$  معمولاً حدود ۰/۹ در نظر گرفته می شود. بخش باقیمانده این انرژی صرف تغییر در چگالی نابجایی، مرزدانه ها و فاز می شود که معمولاً در طی فرایند بازپخت قابل بازیابی است.

با استفاده از المانهای چهارضلعی با توابع شکلی  $q_1$ ،  $q_2$ ،  $q_3$  و  $q_4$  شکل اجزای محدود معادله (۱۶) به صورت معادله (۱۸) بیان می شود.

$$\sum_{j=1}^m \left[ \int_{V_j} k_1 \mathbf{M} \mathbf{M}^T dV + \int_{V_j} \rho c \mathbf{N} \mathbf{N}^T dV - \int_{V_j} \mathbf{K}(\overline{\sigma \dot{\epsilon}}) N dV - \int_{S_{qj}} q_n N dS \right] = 0 \quad (18)$$

که در آن،

مؤلفه‌های نرخ کرنش به صورت زیر نوشته می شوند،

$$\dot{\varepsilon} = \begin{Bmatrix} \dot{\varepsilon}_r \\ \dot{\varepsilon}_z \\ \dot{\varepsilon}_\theta \\ \gamma_{rz} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u_r}{\partial r} \\ \frac{\partial u_z}{\partial z} \\ \frac{u_r}{r} \\ \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \end{Bmatrix} = Bv \quad (28)$$

که B ماتریس نرخ کرنش نامیده می شود. نرخ کرنش مؤثر برحسب مؤلفه های نرخ کرنش تعریف شده و به صورت ماتریسی نوشته می شود،

$$(\dot{\varepsilon})^2 = \sqrt{\frac{2}{3} \{\dot{\varepsilon}_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij}\}^{1/2}} = \dot{\varepsilon}^T D \dot{\varepsilon} = v^T P v \quad (29)$$

که  $P = B^T D B$ . نرخ کرنش حجمی  $\dot{\varepsilon}_v$  توسط معادله زیر بیان می شود،

$$\dot{\varepsilon}_v = \dot{\varepsilon}_{kk} = C^T v = C_I v_I \quad (30)$$

$$\frac{\delta \pi}{\delta v_I} = \int_V \frac{\bar{\sigma}}{\dot{\varepsilon}} P_{IJ} v_J dV + \int_V K C_J v_J C_I dV - \int_{S_F} F_j N_{ji} dS \quad (31)$$

$$\frac{\partial^2 \pi}{\partial v_I \partial v_J} = \int_V \left( \frac{1}{\dot{\varepsilon}} \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \dot{\varepsilon}} - \frac{\bar{\sigma}}{\dot{\varepsilon}^2} \right) \frac{1}{\dot{\varepsilon}} P_{IK} v_K v_M P_{MJ} dV + \int_V \frac{\bar{\sigma}}{\dot{\varepsilon}} P_{IJ} dV + \int_V K C_J C_I dV \quad (32)$$

لازم به ذکر است برای محاسبه  $\frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \dot{\varepsilon}}$  در معادله (32)، یک افزایش مجازی در میزان نرخ کرنش المان مربوطه در هر مرحله زمانی در نظر گرفته شده و با استفاده از مدل پیش‌بینی تنش جریان مقدار نمو  $\bar{\sigma}$  در ازای این افزایش محاسبه شده است و به این ترتیب مقدار  $\frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \dot{\varepsilon}}$  به شیوه عددی توسط مدل پیش‌بینی تنش جریان برای المانهای مختلف محاسبه شده است.

که در آن،  $\bar{\sigma}$  تنش مؤثر،  $\dot{\varepsilon}$  نرخ کرنش مؤثر و  $F_i$  ترکشهای سطحی است.

با استفاده از روش پنالتی، برای اعمال قید تراکم ناپذیری معادله (23) به صورت (24) ارائه می شود.

$$\delta \pi = \int_V \bar{\sigma} \delta \dot{\varepsilon} dV + k \int_V \dot{\varepsilon}_v \delta \dot{\varepsilon}_v dV - \int_{S_F} F_i \delta u_i dS = 0 \quad (24)$$

که در آن، ثابت پنالتی k یک عدد مثبت بسیار بزرگ انتخاب می شود. با فرض میدان سرعت  $v^T = \{v_1, v_2, \dots, v_N\}$  که در آن N برابر حاصلضرب تعداد گره‌ها در درجات آزادی هر گره است، معادله (24) بر حسب سرعت گره‌ها و تغییرات آنها به صورت یک مجموعه معادلات جبری (معادلات سختی) ارائه می شود.

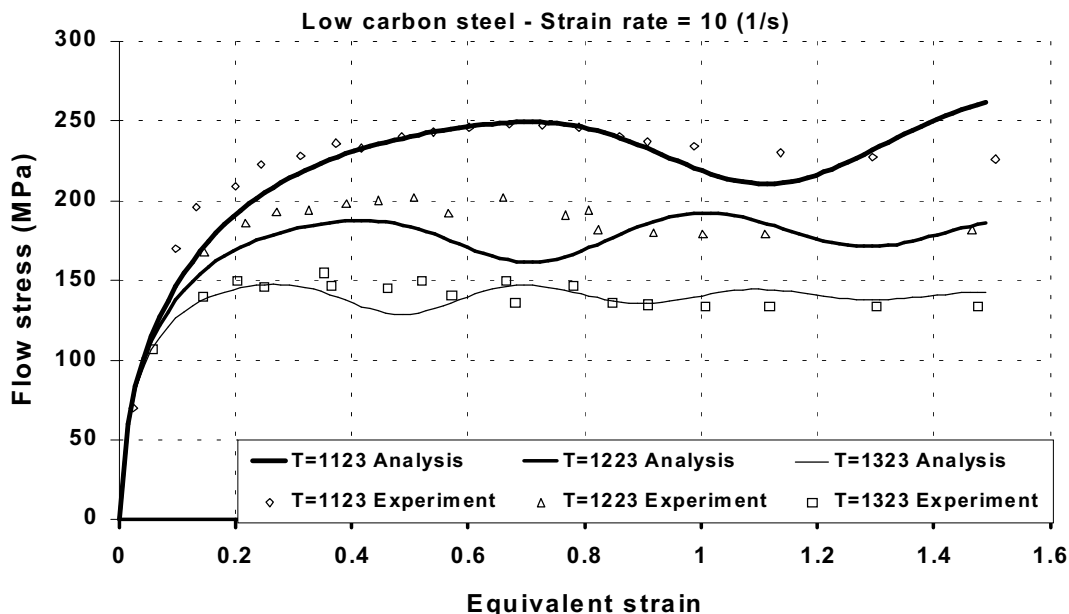
$$\frac{\partial \pi}{\partial v_I} = \sum_j \left( \frac{\partial \pi}{\partial v_I} \right)_{(j)} = 0 \quad (25)$$

که اندیس j نشان‌دهنده مقدار مورد نظر در المان jام و اندیس I بیانگر شماره گره است. در فرایندهای شکل‌دهی، معادله سختی (25) غیرخطی است و حل آنها به طور تکرار با روش نیوتن رافسون به دست می آید. با خطی سازی و استفاده از معیار همگرایی، جواب نهایی به دست می آید. با استفاده از بسط تیلور حول نقطه فرضی نزدیک به جواب  $v = v_0$  (حدس اولیه) خطی سازی آن حاصل می شود،

$$\left[ \frac{\partial \pi}{\partial v_I} \right]_{v=v_0} + \left[ \frac{\partial^2 \pi}{\partial v_I \partial v_J} \right]_{v=v_0} \Delta v_j = 0 \quad (26)$$

مقدار هر یک از روابط  $\frac{\partial \pi}{\partial v_I}$  و  $\frac{\partial^2 \pi}{\partial v_I \partial v_J}$  با توجه به معادلات (27) تا (30) برای المانهای چهارضلعی با توابع شکل  $q_1, q_2, q_3, q_4$  و تغییر شکل متقارن محوری از معادلات (31) و (32) قابل محاسبه است. توابع شکل به صورت ماتریسی مرتب می شوند،

$$N^T = \begin{bmatrix} q_1 & 0 & q_1 & 0 & q_1 & 0 & q_1 & 0 \\ 0 & q_1 & 0 & q_1 & 0 & q_1 & 0 & q_1 \end{bmatrix} \quad (27)$$



شکل ۲- مقایسه مقادیر محاسبه شده توسط مدل پیش بینی تنش جریان و مقادیر تجربی [۳]

جدول ۱ - خواص گرمایی و شرایط انتقال گرما

$473 \frac{J}{Kg \cdot K}$	ظرفیت گرمایی ویژه
$30 \frac{W}{m \cdot K}$	ضریب هدایت گرمایی
$3740 \frac{W}{m^2 \cdot K}$	ضریب انتقال گرما با قالب
$4 \frac{W}{m^2 \cdot K}$	ضریب انتقال گرما با محیط
$65^\circ C$	دمای محیط
$0/8$	قابلیت صدور $\epsilon$

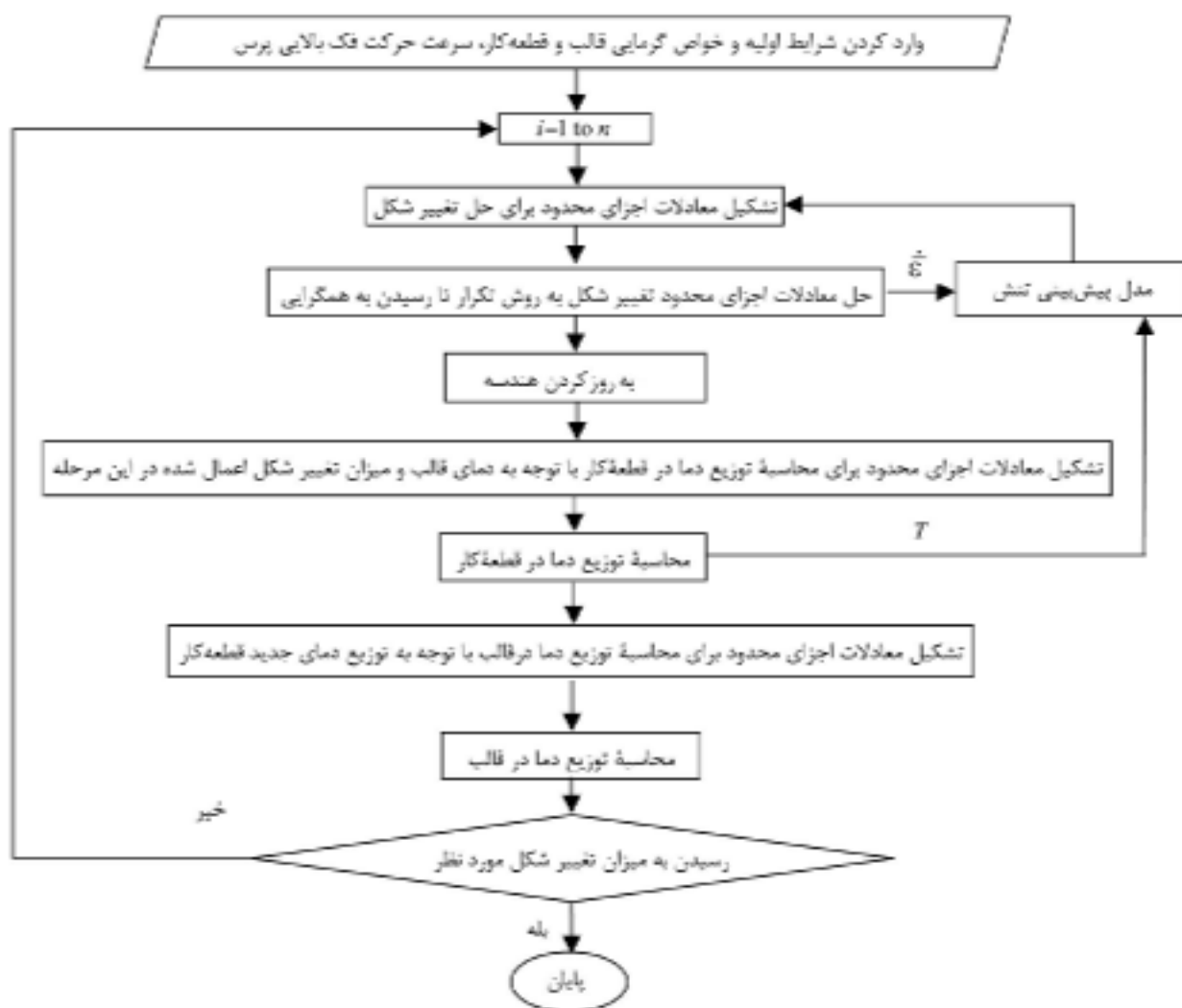
## ۵- بحث روی نتایج

ابتدا به منظور بررسی صحت مدل پیش بینی تنش جریان ارائه شده، برنامه مورد نظر برای فولاد کم کربن اجرا شده است. البته در این تحلیل مدل ریزساختار به تنهایی مورد بررسی قرار گرفته است و مقادیر دما و نرخ کرنش در طول فرایند، ثابت فرض شده است. ثابتهای مورد استفاده در مدل ریزساختار برای فولاد کم کربن توسط معادلات تجربی مرجع [۶] محاسبه شده است. در شکل (۲) مقادیر تنش جریان به دست آمده توسط تحلیل عددی و مقادیر تجربی گزارش شده [۳]، بر حسب کرنش معادل در دماها و نرخ کرنشهای مختلف ارائه شده است. همان گونه که مشاهده می شود تطابق نسبتاً خوبی بین نتایج تحلیل صورت گرفته و داده های تجربی وجود دارد

نمودار جریان برنامه نوشته شده برای تحلیل ترمو - ویسکوپلاستیک در شکل (۳) آمده است. قطعه کار، استوانه ای به شعاع ۳۰ mm و به ارتفاع ۶۰ mm از جنس فولاد کم کربن است که با توجه به تقارن، ربع آن در مدل اجزای محدود مورد بررسی قرار گرفته است. خواص گرمایی و شرایط انتقال

گرمایی در جدول (۱) ارائه شده است. سرعت قالب بالایی برابر با ۵ mm/s و ضریب اصطکاک برشی برابر ۰/۵ است. در تحلیل دمای قطعه کار انتقال گرما به قالب، تشعشع و جابه جایی با محیط و گرمای تولید شده در اثر تغییر شکل در نظر گرفته شده است. ولی برای قالب، انتقال گرما به قطعه کار و جابه جایی و تشعشع در مدل اجزای محدود مورد بررسی قرار گرفته است. تحلیل در ۶۰ مرحله زمانی که زمان هر یک از مراحل ۰/۰۴ ثانیه است، صورت گرفته است. در شکل (۴) شکل قطعه کار و توزیع دما در نیمه فرایند و به ازای ۲۰٪ کاهش نشان داده شده است همان گونه که مشاهده می شود بیشترین

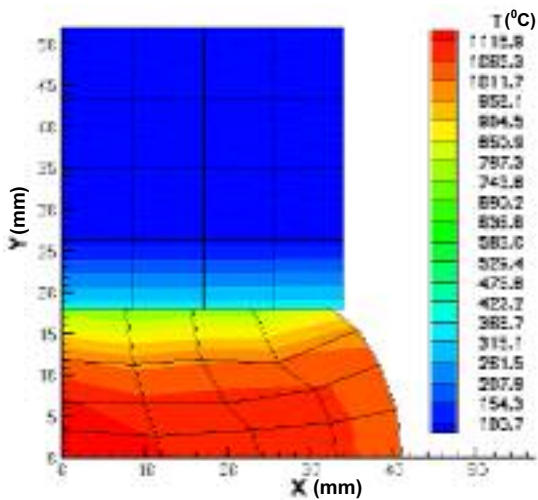




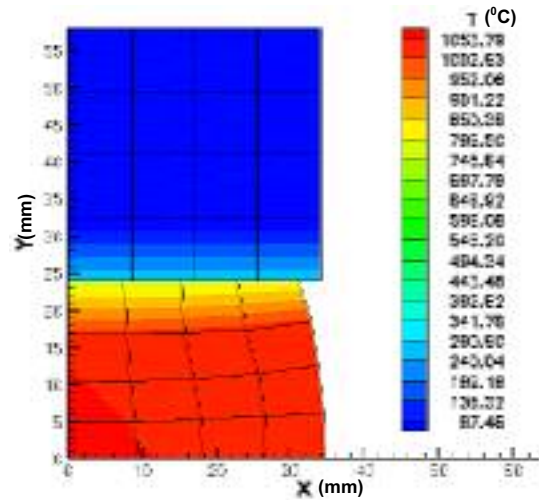
شکل ۳- نمودار جریان برنامه رایانه‌ای تدوین شده برای تحلیل ترمو-ویسکوپلاستیک

دما شاهد افزایش تنش جریان هستیم. همچنین این کاهش دما باعث افزایش میزان کرنش بحرانی می‌شود و از آنجایی که میزان تغییر شکل این المان در قیاس با سایر المانها کمتر است نقش نرم‌کنندگی<sup>۵</sup> پدیده تبلور مجدد در این المان مشاهده نمی‌شود. با حرکت به سمت مغز قطعه کار در المان سیزدهم که در مرکز قطعه کار قرار دارد و دمای آن از سایر المانها بیشتر است شاهد افت شدید تنش جریان با افزایش کرنش هستیم که به دلیل افزایش دما و تبلور مجدد دینامیکی ایجاد شده است. همچنین رفتار نوسانی منحنی تنش جریان-کرنش مؤثر که در دماهای بالا و نرخ کرنشهای پایین رخ می‌دهد به خوبی در این

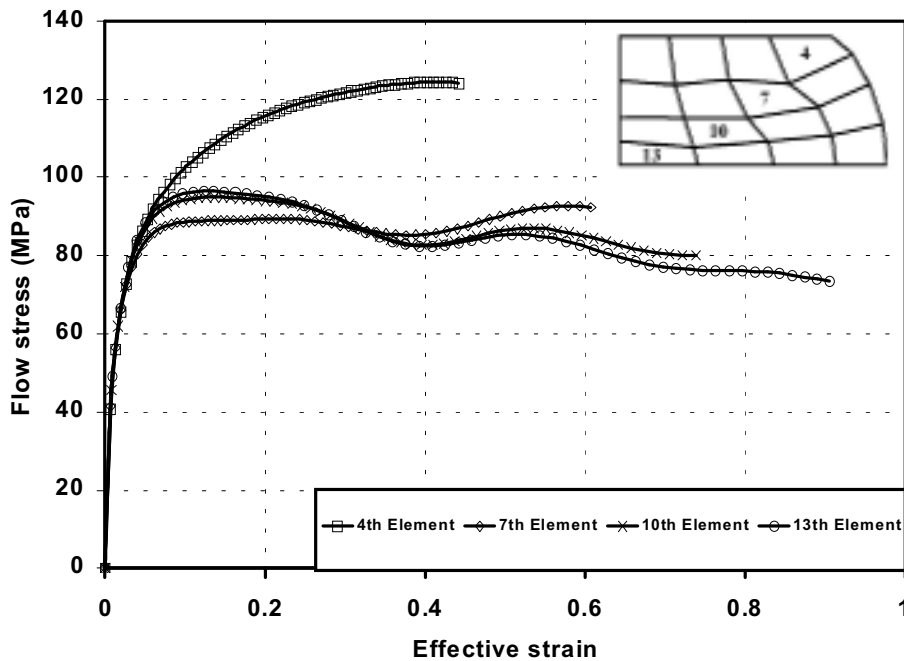
کاهش دما در مرز قالب و قطعه کار رخ داده است که دما تا حدود  $770^{\circ}\text{C}$  کاهش یافته است. همچنین در مغز قطعه کار از آنجایی که انتقال گرما به کندی صورت می‌گیرد و به دلیل گرمای تولید شده در اثر تغییر شکل شاهد افزایش دما تا  $1100^{\circ}\text{C}$  می‌باشیم. این روند تا پایان فرایند ادامه می‌یابد به نحوی که در انتهای فرایند و به ازای  $40\%$  کاهش همان گونه که در شکل (۵) نشان داده شده است دما در مغز قطعه کار تا  $1170^{\circ}\text{C}$  افزایش می‌یابد. در شکل (۶) منحنی تغییرات تنش جریان بر حسب کرنش مؤثر برای المانهای روی قطر رسم شده است. مطابق شکل در المان چهارم به دلیل کاهش قابل توجه



شکل ۵- شکل هندسی و توزیع دما (۴۰٪ کاهش)



شکل ۶- شکل هندسی و توزیع دما (۲۰٪ کاهش)



شکل ۷- تغییرات تنش جریان در المانهای قطری

زیرساختارهای ایجاد شده نیاز به حافظه و زمان اجرای زیاد ندارد و در عین حال نتایج آن با نتایج تجربی تطابق خوبی دارد. به دلیل توام بودن حل گرمایی و حل تغییر شکل، محاسبه توزیع دما در داخل قطعه کار با دقت بالایی صورت گرفته است. از آنجایی که مدل ارائه شده قابلیت اعمال اثر پدیده تبلور مجدد دینامیکی را نیز دارد، محاسبه نیروی لازم برای انجام

المان قابل مشاهده است.

## ۶- نتیجه گیری

در این مقاله، تحلیل ترمو-ویسکوپلاستیک فرایند پرچکاری داغ با استفاده از مدل جدید پیش‌بینی تنش جریان ارائه شده است. این مدل به دلیل نحوه تقسیم‌بندی

اضافه کردن مدل مشابهی که تأثیرات عوامل استاتیکی مؤثر بر تغییرات ریزساختار را شبیه‌سازی می‌کند می‌توان خواص محصول نهایی را نیز پیش‌بینی کرد.

فرایند نیز با دقت بالاتری صورت می‌پذیرد. استفاده از این مدل در تحلیل سایر فرایندهای شکل‌دهی داغ می‌تواند روش جامعی برای تحلیل اجزای محدود این فرایندها ارائه کند. همچنین با

## واژه نامه

- |                   |              |              |
|-------------------|--------------|--------------|
| 1. Sub-structure  | 3. Avrami    | 5. Softening |
| 2. Zener-Hollomon | 4. Annealing |              |

## مراجع

1. Yada, H., Matsuzo, N., Nakajima, K., Watanabe, K., and Tokita, H., "Strength and Structural Changes under High Strain-rate Hot Deformation of C Steels," Transactions ISIJ, Vol. 23, pp. 100-108, 1983.
2. Karhausen, K., and Kopp, R., "Model for Integrated Process and Microstructure Simulation in Hot Forming," Steel Research, Vol. 63-6, pp. 247-256, 1992.
3. Yanagimoto, J., Karhausen, K., Brand, A.J., and Kopp, R., "Incremental Formulation for the Prediction of Microstructural Change in Hot Forming," Transaction of the ASME, Journal of Manufacturing Science and Engineering, Vol. 120, pp. 316-322, 1998.
4. Liu, J., Yanagida, A., Sugiyama, S., and Yanagimoto, J., "The Analysis of Phase Transformation for the Prediction of Microstructure Change after Hot Forming" ISIJ International, Vol. 41, No. 12, pp. 1510-1516, 2001.
5. مسلمی نائینی، ح.، معرفت، م.، و سلطانی‌پور، م.، یک مدل جدید جهت پیش‌بینی تنش سیلان در فرایندهای شکل‌دهی گرم، مجموعه مقاله‌های پنجمین کنگره سالانه انجمن مهندسين متالورژی ایران. ص ۸۱۳-۸۲۱، آبان ۱۳۸۰.
6. Yada, H., and Senuma, T., "Resistance to Hot Deformation of Steels," Journal of JSTP, Vol. 27-300, pp. 34-44, 1986.
7. Kobayashi, S., Oh, S.I., and Altan, T., Metal Forming and the Finite Element Method, Oxford University Press, 1989.