نشریه تحقیقاتی فنی-مهندسی استقلال ، دانشگاه صنعتی اصفهان، شماره ۷، تابستان ۶۸

# آنالیز دینامیکی رفتار متقابل آب و سازه‌های دریائی

حسین میرمحمدصادقی* - امیرمسعودکی نیا**


## چکیده

برای آنالیز تقریبی ارتعاش پایه‌ها در آب مدل خطی ساده‌ای از نوع اجزاء محدود ارائه می‌شود. مشخصات این مدل با مساوی قرار دادن کار نیروهای غیرخطی ارتعاش پایه در آب و کار نیروهای استهلاکی در مدل خطی نظیر بدست می‌آیند. در این مقاله مشخصات مدل خطی معادل به صورت روابط به فرم بسته ارائه شده و دقت آن مورد ارزیابی قرار می‌گیرد. نتیجه این تحقیق نشان می‌دهد که به کمک مدل پیشنهادی تاثیر آب در ارتعاش پایه را می‌توان با افزایش جرم پایه و افزایش استهلاک ارتعاشات درنظرگرفت.


## مقدمه

در دو دههٔ اخیر مطالعات و تحقیقات دامنه‌داری در مورد تحلیل دینامیکی سازه‌های دریایی انجام شده است. اغلب این مطالعات در ارتباط با شناخت و بررسی نیروهای ناشی از امواج، تعیین ضرائب هیدرودینامیکی و روشهای مناسب برای حل معادلات غیرخطی ارتعاش سازه‌های دریایی بوده است.

بیان ریاضی حرکت دوبعدی امواج سطحی برای اولین بار توسط ایری [۱] درسال ۱۸۴۵ ارائه شد. این تئوری موج به تئوری موج سینوسی یا موج ایری معروف است. درهمین رابطه استوکس [۲] مسئله را با وسعت بیشتری مورد بررسی قرار داده و تئوریهای موج را به صورت

---

* مربی دانشکده فنی وزارت نیرو

** دانشیار دانشکده عمران دانشگاه صنعتی اصفهان

غیرخطی ارائه‌کرد. این تئوریهاکه برای آبهای عمیق ونیمه‌عمیق کاربرددارندبه‌تئوریهای موج استوکس مرتبهٔ دو، سه وپنج معروف‌اند.

برای تعیین نیروی هیدرودینامیک ناشی ازامواج برموانع لاغر (مانندپایه‌های اسکله‌هاوسکوهای دریایی) موریسون و همکارانش[۳] درسال ۱۹۵۰ معادله‌ای ارائه کردندکه درآن نیرو از دوقسمت تشکیل می‌شود: قسمت اول مربوط به نیروی اینرسی وقسمت دوم مربوط به‌نیروی دراگ[1] است. این دوقسمت باضرائب تجربی به نامهای ضریب اینرسی وضریب دراگ همراه‌اند. ازآنجاکه این ضرائب نقش مهمی درمقدارنیروی حاصل ازمعادلهٔ موریسون دارندمحققین متعددی به‌بررسی وتجزیه‌وتحلیل این ضرائب پرداختندکه‌ازآن جمله، کولیگان وکارپنتر[۴] درسال ۱۹۵۸ باآزمایشهای بسیاربستگی این ضرائب رابه عددکولیگان ـ کارپنتر[2] وعددرینولدز نشان دادند. همچنین سارپکایا[۵] اثرات زبری سطح پایه، نوع امواج ونوع جریان راموردبررسی قرارداده ونتایج رابه‌صورت گرافهایی ارائه کرد. درهمین زمینه چاکرابارتی[۶] درسالهای اخیرتحقیقاتی برای تعیین ضرائب هیدرودینامیکی انجام دادواثرات انواع جریان باعدد کولیگان ـ کارپنتر وعددرینولدز وهمچنین اثرگروه پایه‌هارامورد بررسی قرارداد.

تحلیل دینامیکی سازه‌های دریایی استواربرپایه‌های لاغرنیز موضوع تحقیقات بسیاری ازمحققین بوده‌است. دراین ارتباط می‌توان به مطالعات پنزین وهمکارانش[۷] اشاره‌کرد. دراین مطالعات پنزین وهمکارانش عبارت غیرخطی دراگ درمعادلهٔ حرکت رابه‌وسیلهٔ روشهای آماری وتصادفی[3] به‌عبارت خطی تبدیل کردند. ازسوی دیگر، استفاده ازروشهای عددی برای حل معادلات ارتعاش پایه‌هادرآب موضوع تحقیقات انجام شده‌توسط افرادی نظیراندرسون وماتسون[۸]، استوکارد

---

1. Drag 2. Keulegan-Carpenter Number 3. Stochastic

[۹] ، لیووپنزین [۱۰] وجاین وداتا [۱۱] بوده است . برخی ازاین محققین ازروشهای آنالیزدرحوزهٔ زمان [1] و برخی دیگرازآنالیز در حوزهٔ فرکانس [2] استفاده کرده اند. درهمین رابطه ، ویلیامسون[۱۲] دستگاه یک درجهٔ آزادمعادلهٔ غیرخطی حرکت رابرای امواج خطی (سینوسی) باتبدیل معادلات حرکت به معادلات خطی معادل تنها درحالت تشدیدارتعاش پایه حل کرد.

شکل اصلی درحل معادلهٔ ارتعاش پایه ها درآب وجودعبارت غیر خطی نیروی دراگ است . راه‌حلهای متفاوتی برای حل این مسئله پیشنها دشده اندکه دراغلب آنها ازروشهای عددی حل معادلات دیفرانسیل غیرخطی استفاده می‌شود. بدین ترتیب نمی‌توان ازروشهای کلاسیک ارتعاشات سازه ها برای این منظوراستفاده کرد، مگراینکه معادلات‌غیر خطی حرکت به‌نحوی به‌صورت خطی درآورده‌شوند. هدف ازاین مقاله تحقیق دریک روش خطی کردن این معادلات است . بدین ترتیب‌که یک معادلهٔ خطی معادل برای ارتعاشات پایه درنظرگرفته می‌شودوضرائب نیروهای استهلاک دراین معادله طوری تعیین می‌شودکه‌معادلهٔ حاصل ازنظررفتارمشابه معادلهٔ غیرخطی اولیه باشد. مزیت چنین مدلی نسبت به مدلهای موجوداین است که به‌کمک آن می‌توان مسئله‌ارتعاش پایه های محصوردرآب راباسادگی وبا بکارگیری گامهای [3] سازه‌حل کرد و یک تصور مهندسی ازاثرمتقابل آب وسازه های دریایی درذهن مجسم کرد.

## نیروهای هیدرودینامیک ناشی ازامواج

ذرات آب دراثرتشکیل موج دارای سرعت ، شتاب وتغییرمکان درجهات مختلف اند. وجودموانع باعث تغییردرسرعت ، شتاب ، تغییر مکان وجهت حرکت ذرات ودرنتیجه سبب ایجادنیروبرموانع می‌شود. طبق

---

1. Time Domain  2. Frequency Domain  3. Modes

تحقیقات موریسون و همکارانش [۳] درمواردی که نسبت قطرمقطع پایه به طول موج از ۰/۱ کمتراست وجودپایه تاثیری برمیدان امواج نمی‌گذارد. دراین صورت نیروی هیدرودینامیکی وارد از سوی امواج برپایه‌های استوانه‌ای ازرابطهٔ زیربدست می‌آید [۳] :

$$F = 0.5\rho DC_d \dot{u}_w|\dot{u}_w| + 0.25\ \rho\pi D^2\ c_m \ddot{u}w \qquad (۱)$$

که درآن $D$ قطرمقطع پایه ، $\rho$ جرم‌واحدحجم آب ، $C_m$ ضریب اینرسی ، $C_d$ ضریب دراگ ، $\dot{u}_w$ سرعت ذرات آب درجریان پایدار و $\ddot{u}_w$ شتاب یکنواخت ذرات آب است .

همانطورکه دراین رابطه مشاهده می‌شودنیروازجمع دوجمله تشکیل شده‌است : اولین جمله بیان کننده نیروی دراگ ومتناسب با مجذور سرعت ذرات آب ودومین جمله متناسب با شتاب ذرات آب وبیان کنندهٔ نیروی اینرسی است .

رابطهٔ (۱) برای عضواستوانه‌ای شکل درحالت سکون کاربرد دارد. امادرحالتی که پایه خودداری حرکت باشدبایدازسرعت وشتاب نسبی درمحاسبهٔ نیرواستفاده شود، بنابراین :

$$F = 0.5\rho DC_d(\dot{u}_w - \dot{u})\ \dot{u}_w - \dot{u}\ + 0.25\ \rho\pi D^2 C_m \ddot{u}_w - 0.25\rho\pi D^2\ (C_m - 1)\ \ddot{u} \qquad (۲)$$

که درآن $\dot{u}$ و $\ddot{u}$ به ترتیب سرعت وشتاب مطلق پایه‌است . سومین جمله طرف راست رابطهٔ فوق نیزمعرف نیروی اینرسی ناشی ازحرکت پایه است ( ماننداینکه پایه درداخل آب ساکن ارتعاش کند ). علامت منفی ناشی ازاین واقعیت است که نیروی اینرسی سیال درجهت شتاب دادن به پایه وعکس جهت نیروهای دراگ واینرسی ناشی ازحرکت امواج در اطراف پایه عمل می‌کند.

درمعادلهٔ موریسون اثرات لزجت ، زبری سطح پایه ، نوع جریان واثرگروه پایه‌ها ، که‌حتی بعضی تاکنون دقیقا "مشخص نشده اند

توسط ضرائب اینرسی ودراگ درنظرگرفته می‌شوند. لذا تعیین این ضرائب با توجه به مشخصات سیال وپایه یکی ازمشکل ترین ومهمترین مسائل درمحاسبهٔ نیروتوسط معادله فوق است.

ازسوی دیگر، برای استفاده ازمعادلهٔ موریسون بایدبتوان توسط یک تئوری موج مناسب، سرعت وشتاب $\dot{u}_w$ و $\ddot{u}_w$ ذرات آب را بدست آورد. ازاین رودراینجا مختصرا "به پدیدهٔ امواج نیزاشاره می‌شود.

امواج ممکن است دراثرترددکشتی ها، انفجاروعوامل طبیعی نظیرزلزله، جزرومدویا بادپدیدآیند. امواج ناشی ازباد به وسیلهٔ انتقال انرژی حرکت هوا به سطح آب بوجودمی‌آیند، لذا دراین مورد مشخصات موج تابع سرعت باد است. ولی بایدتوجه داشت که فقط پس از آنکه باد با سرعت مشخص برای مدت معینی بوزدموجی تشکیل می‌شودکه دارای مشخصات مربوط به این سرعت باد خواهدبود.

پارامترهای معرف یک موج را می‌توان با توجه به شکل (۱) به صورت زیربیان کرد:

L = طول موج، یعنی فاصلهٔ بین دونقطهٔ اوج یا قعرمتوالی.

H = ارتفاع موج، یعنی فاصلهٔ بین اوج وقعرمتوالی.

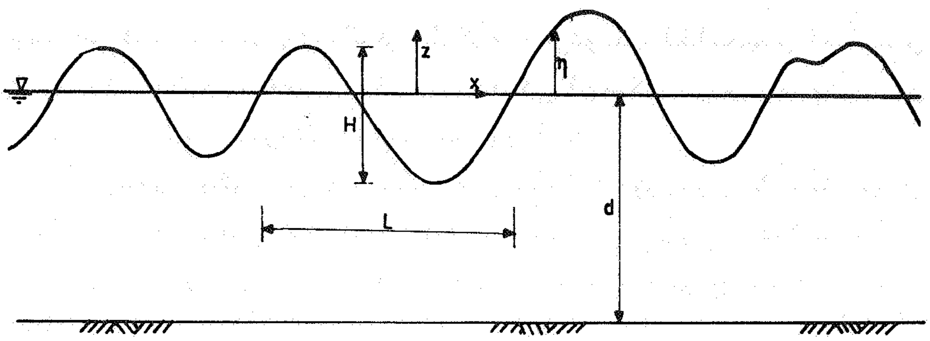
C = L/T ، سرعت موج.

T = پریودموج، یعنی فاصلهٔ زمانی گذشتن دواوج متوالی‌ازیک نقطه.

ω = فرکانس موج.

d = عمق آب درحالت سکون.

همانطورکه درشکل صفحهٔ بعدمشاهده می‌شودکمیتهای مستقل موج H، L، d ویا H، T و d هستند. بنابراین اگراین کمیتها برای هر منطقه تعیین شوندمعادله حرکت ذرات آب را می‌توان توسط تئوریهای مختلف موج بدست آورد. درحالت طبیعی امواج تغییرات زیادی در ارتفاع، طول وپریوددارندما درمحاسبات معمولا "مقادیرمناسبی برای هرمنطقه انتخاب می‌شوند.




شکل (۱) ـ کمیتهای معرف موج

برای تعیین سرعت وشتاب ذرات آب ($\dot{u}_w$ و $\ddot{u}_w$) دراین مقاله ازتئوری موج خطی (یاتئوری موج ایری)[۱] استفاده شده است. با استفاده ازاین تئوری مقدار دامنهٔ حرکت ذرات به صورت زیرنوشته می‌شود:

$$\eta = \frac{H}{2}\cos(kx - \omega t) \qquad (۳)$$

همچنین، به‌کمک این تئوری سرعت وشتاب افقی ذرات آب درنقطه‌ای به‌فاصلهٔ z ازسطح آب باروابط زیرتعیین می‌شوند:

$$\dot{u}_w = \omega\frac{H}{2}\,\frac{\cosh[k(z+d)]}{\sinh(kd)}\cos(kx-\omega t) \qquad (۴)$$

$$\ddot{u}_w = \omega^2\frac{H}{2}\,\frac{\cosh[k(z+d)]}{\sinh(kd)}\sin(kx-\omega t) \qquad (۵)$$

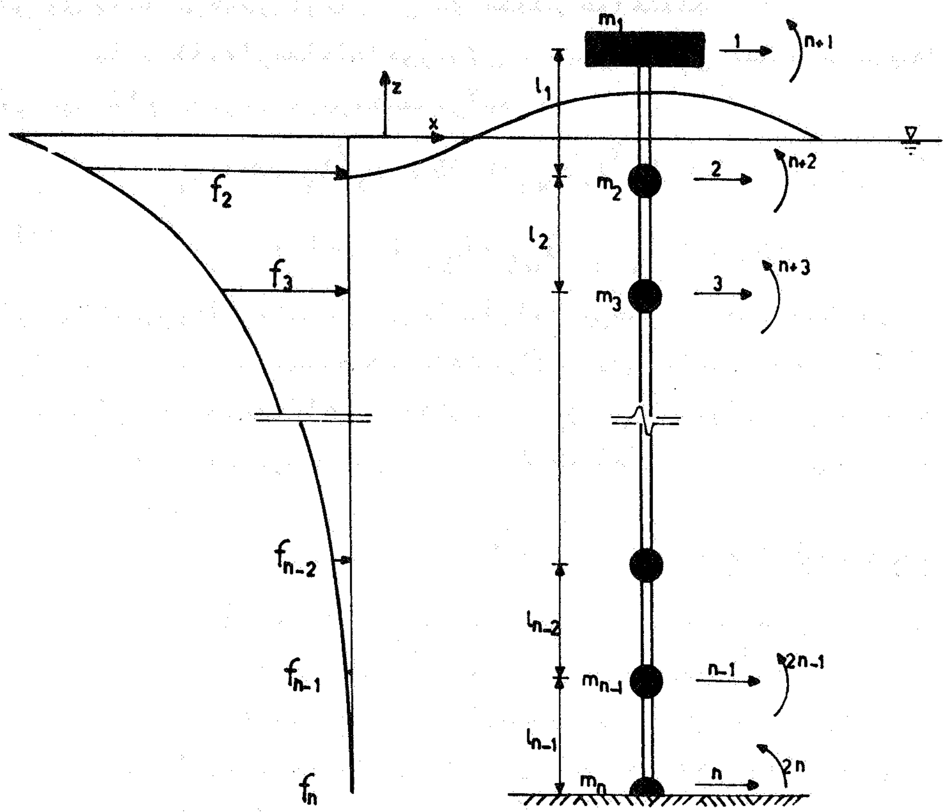
که درآنها $k = 2\pi/L$ عددموج[1] نام دارد.

### معادلات حرکت پایه

پایهٔ استوانه‌ای که می‌تواند معرف پایهٔ یک اسکله یا سکوی دریایی

---

1. Wave Number




شکل (۲) ـ مدل اجزاء محدودبا جرمهای متمرکز

باشدمطابق شکل (۲) با جرمهای متمرکز[1] مدل شده‌ودرجات آزادی برای هرکره ( محل جرم‌متمرکز ) به‌صورت انتقالی وچرخشی درنظرگرفته می‌شود. این درجات به‌ترتیبی شماره‌گذاری می‌شوندکه دردرجهٔ آزادی شمارهٔ 1 + n به‌ترتیب مربوط به تغییرمکان وچرخش بالای پایه‌و درجات آزادی شمارهٔ n و 2n نیزبه‌ترتیب مربوط به تغییرمکان وچرخش پایین پایه‌باشند. اثرات خاک ( یعنی سختی و استهلاک فونداسیون)

1. Lumped Mass

برروی پایه درهمین درجات آزادی منعکس خواهند شد.

با استفاده از معادلهٔ موریسون ، نیروی افقی متناظر با درجهٔ آزادی iام به ترتیب زیربدست می‌آید :

$$f_i(z_i,t_i)=0.25\,\rho\pi D_i^{\,2} l_i \ddot{u}_{wi}-0.25\,\rho\pi D_i^{\,2} l_i (cm-1)\ddot{u}_i$$
$$+0.5\,\rho\, D_i l_i c_d \left|\,\dot{u}_{wi}-\dot{u}_i\right|(\dot{u}_{wi}-\dot{u}_i) \qquad (۶)$$

ازآنجاکه نیروهای متناظربا درجات آزادی چرخشی ( یعنی لنگرها ) برابرصفرندمناسب است که به وسیلهٔ متراکم‌کردن[1] ماتریس سختی تعداد درجات آزادی به نصف کاهش داده‌شود. بدین ترتیب برای مدل با n درجه آزادی انتقالی ( شکل ۲ ) دستگاه معادلهٔ حرکت را می‌توان به صورت زیرنوشت :

$$\underset{\sim}{m}\ddot{\underset{\sim}{u}} + \underset{\sim}{C}\dot{\underset{\sim}{u}} + \underset{\sim}{K}\underset{\sim}{u} = \underset{\sim}{F} \qquad (۷)$$

که درآن $\underset{\sim}{u}$ ، $\dot{\underset{\sim}{u}}$ و $\ddot{\underset{\sim}{u}}$ به ترتیب بردارهای تغییرمکان، سرعت وشتاب مطلق گره‌های پایه ، $\underset{\sim}{m}$ ماتریس قطری جرم ، $\underset{\sim}{C}$ ماتریس استهلاک و $\underset{\sim}{K}$ ماتریس سختی متراکم شده‌است . $\underset{\sim}{F}$ نیزبردارنیروهای خارجی ناشی ازامواج است که اجزاءآن با توجه به شکل (۲) به وسیلهٔ معادلهٔ (۶) بدست‌می‌آید. با استفاده ازرابطهٔ زیربرای تغییرمکان نسبی

$$u_r = u - u_w \qquad (۸)$$

وروابط مشابه‌برای سرعت وشتاب نسبی و باقراردادن معادلهٔ (۶)در معادلهٔ ماتریسی زیرحاصل می‌شود :

$$(\underset{\sim}{m}_a+\underset{\sim}{m})\,\ddot{\underset{\sim}{u}}_r + \underset{\sim}{C}\dot{\underset{\sim}{u}}_r + \underset{\sim}{K}\underset{\sim}{u}_r + \underset{\sim}{G}\,\{\text{diag.}\,|\,\dot{u}_r|\}\,\dot{u}_r$$
$$= (\underset{\sim}{m}_a + \underset{\sim}{m} - \underset{\sim}{m}')\,\ddot{\underset{\sim}{u}}_w + \underset{\sim}{C}\dot{\underset{\sim}{u}}_w + \underset{\sim}{K}\underset{\sim}{u}_w \qquad (۹)$$

که درآن $\underset{\sim}{m}'$ ، $\underset{\sim}{m}_a$ و $\underset{\sim}{G}$ ماتریسهای قطری‌اند که اجزاءآنها عبارتنداز :

---

1. Condensation

$$m'_{ii} = 0.25\rho\pi D_i^2 l_i \qquad (۱۰)$$

$$m_{aii} = 0.25\rho\pi D_i^2 l_i \ (C_m - 1) \qquad (۱۱)$$

$$G_{ii} = 0.25\ \rho\ D_i l_i C_d \qquad (۱۲)$$

ماتریس $\underset{\sim}{m}_a$ که دررابطهٔ (۹) مستقیما "به ماتریس جرم پایه اضافه شده است اصطلاحا "ماتریس جرم افزوده[1] نام دارد.

با استفاده از تئوری موج خطی ( روابط ۳ تا ۵ )، معادلهٔ حرکت پایه به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\begin{aligned} &\underset{\sim}{M}\ddot{\underset{\sim}{u}}_r + \underset{\sim}{C}\dot{\underset{\sim}{u}}_r + \underset{\sim}{K}\underset{\sim}{u}_r + \underset{\sim}{G}\{\text{diag.}\,|\dot{\underset{\sim}{u}}_r|\}\dot{\underset{\sim}{u}}_r \\ &= \underset{\sim}{M}'\ddot{\underset{\sim}{u}}_w + \underset{\sim}{C}\dot{\underset{\sim}{u}}_w + \underset{\sim}{K}\underset{\sim}{u}_w = \underset{\sim}{A}\sin(kx-\omega t) + \underset{\sim}{B}\cos(kx-\omega t) \end{aligned} \qquad (۱۳)$$

که در آن $\underset{\sim}{M} = \underset{\sim}{m} + \underset{\sim}{m}_a$ ، $\underset{\sim}{M}' = \underset{\sim}{m} + \underset{\sim}{m}_a - \underset{\sim}{m}'$ (ماتریس جرم افزوده) ، $\underset{\sim}{A} = (\omega^2\underset{\sim}{M}' - \underset{\sim}{K})\underset{\sim}{a}$ و $\underset{\sim}{B} = \omega\underset{\sim}{C}\underset{\sim}{a}$ است و اجزاء بردار $\underset{\sim}{a}$ به صورت

$$a_i = \frac{H}{2}\ \frac{\cosh[k(z_i + d)]}{\sinh(kd)}$$

است.

درحل معادلهٔ (۱۳) به روش تحلیلی مشکل اساسی وجود جمله غیرخطی $\underset{\sim}{G}\{\text{diag.}\,|u_r|\}|u_r|$ است. حال اگر فرض شود که معادلهٔ غیرخطی فوق از نظر رفتاری مشابه معادلهٔ دیفرانسیل خطی زیر باشد

$$\underset{\sim}{M}\ddot{\underset{\sim}{u}}_r + \underset{\sim}{C}'\dot{\underset{\sim}{u}}_r + \underset{\sim}{K}\underset{\sim}{u}_r = \underset{\sim}{A}\sin(kx-\omega t) + \underset{\sim}{B}\cos(kx-\omega t) \qquad (۱۴)$$

با مساوی قرار دادن کار انجام شده توسط بردار نیروهای استهلاکی در این معادلات ( روابط ۱۳ و ۱۴ ) در یک پریود موج می‌توان ماتریس استهلاک معادل C را در معادلهٔ خطی (۱۴) بدست آورد. بنابراین

$$W_c = \int_0^T d\underset{\sim}{u}_r^T\,\underset{\sim}{C}'\dot{\underset{\sim}{u}}_r = \int_0^T d\dot{\underset{\sim}{u}}_r^T\,(\underset{\sim}{C} + \underset{\sim}{G}\{\text{diag.}|\dot{u}_r|\})\,\dot{u}_r \qquad (۱۵)$$

---

1. Added Mass Matrix

چنانچه جواب پایدار [۱] معادلات (۱۴) به صورت زیر نوشته شود

$$\underset{\sim}{u}_r = \underset{\sim}{\lambda} \sin(kx - \omega t) + \underset{\sim}{\lambda}' \cos(kx - \omega t) \qquad (16)$$

می‌توان نشان داد که رابطهٔ (۱۵) به صورت زیر ساده خواهد شد [۱۳] :

$$\begin{aligned} W_c &= \pi\omega(\underset{\sim}{\lambda}^T \underset{\sim}{C}' \underset{\sim}{\lambda} + \underset{\sim}{\lambda}'^T \underset{\sim}{C}' \underset{\sim}{\lambda}') \\ &= \pi\omega(\underset{\sim}{\lambda}^T \underset{\sim}{L} \underset{\sim}{\lambda} + \underset{\sim}{\lambda}'^T \underset{\sim}{L} \underset{\sim}{\lambda}') + \pi\omega(\underset{\sim}{\lambda}^T \underset{\sim}{C} \underset{\sim}{\lambda} + \underset{\sim}{\lambda}'^T \underset{\sim}{C} \underset{\sim}{\lambda}') \end{aligned} \qquad (17)$$

که در آن $\underset{\sim}{L}$ ماتریس قطری با اجزاء زیر است :

$$L_{ii} = \frac{8\omega}{3\pi} G_{ii} (\lambda_i^2 + \lambda_i'^2)^{\frac{1}{2}} \qquad (18)$$

حال با قرار دادن رابطهٔ (۱۶) و مشتقات آن در رابطهٔ (۱۴) می‌توان بردارهای $\underset{\sim}{\lambda}$ و $\underset{\sim}{\lambda}'$ را بدست آورده و در رابطهٔ (۱۷) جایگزین کرد. این محاسبات معادلهٔ ماتریسی غیرخطی زیر را نتیجه می‌دهد [۱۳] :

$$\begin{aligned} &\underset{\sim}{\lambda}^T (\underset{\sim}{C}' - \underset{\sim}{C} - \underset{\sim}{L}) - \omega^2 \underset{\sim}{C}'^T (\underset{\sim}{K} - \omega^2 \underset{\sim}{M})^T (\underset{\sim}{C}' - \underset{\sim}{C} - \underset{\sim}{L})(\underset{\sim}{K} - \omega^2 \underset{\sim}{M}) \underset{\sim}{C}' \\ &+ \underset{\sim}{B}^T (\underset{\sim}{K} - \omega^2 \underset{\sim}{M})^T (\underset{\sim}{C}' - \underset{\sim}{C} - \underset{\sim}{L})(\underset{\sim}{K} - \omega^2 \underset{\sim}{M}) \underset{\sim}{B} = \underset{\sim}{0} \end{aligned} \qquad (19)$$

جواب این معادله عبارت است از [۱۳] :

$$\underset{\sim}{C}' = \underset{\sim}{C} + \underset{\sim}{L} \qquad (20)$$

این نتیجه به تنهائی برای خطی کردن معادلات ارتعاش پایه در آب کافی است. با این وجود برای مقاصد مهندسی مناسب است این نتیجه در ارتباط با روش اجتماع گامها [۲] نیز مطرح شده و به صورت ساده‌تری درآید. برای این منظور بردار $\underset{\sim}{u}_r$ را می‌توان با استفاده از گام شکلهای [۳] سازهٔ اصلی (پایه) به صورت زیر بیان کرد

$$\underset{\sim}{u}_r = \sum_{i=1}^{n} q_i(t)\, \underset{\sim}{\phi}_i \qquad (21)$$

---

1. Steady - State 2. Mode Superposition 3. Mode Shapes

که درآن $\underset{\sim}{\phi}_i$ بردار گام شکل i ام و $q_i(t)$ مختصات طبیعی گام i ام است. با بکاربردن رابطهٔ فوق دررابطهٔ (۱۴) و استفاده از خاصیت تعامد گامها ونیز استفاده از روابط سرعت وشتاب مطابق تئوری موج خطی و قبول این فرض ساده‌کننده که شکل گامهای سازه درآب تفاوت چندانی با شکل گامهای سازه اصلی ندارد درمعادله گام i ام به شکل زیرنوشته می‌شود :

$$\ddot{q}_i + 2\xi'_i \omega_{ni} \dot{q}_i + \omega^2_{ni} q_i = A_i \sin(kx - \omega t) + B_i \cos(kx - \omega t) \quad (۲۲)$$

که درآن

$$A_i = \frac{\underset{\sim}{\phi}_i^T (\omega^2 \underset{\sim}{M}' - \underset{\sim}{K}) \underset{\sim}{a}}{\underset{\sim}{\phi}_i^T \underset{\sim}{M} \underset{\sim}{\phi}_i} \quad (۲۳)$$

$$B_i = \frac{\underset{\sim}{\phi}_i^T \underset{\sim}{M} \underset{\sim}{a}}{\underset{\sim}{\phi}_i^T \underset{\sim}{M} \underset{\sim}{\phi}_i} 2\xi_i \omega_{ni} \omega \quad (۲۴)$$

و $\underset{\sim}{a}$ بردار ضرائب حرکت موج خطی است که اجزاء آن به صورت زیر می‌باشد :

$$a_i = \frac{H}{2} \frac{\cosh k(z_i + d)}{\sinh(kd)} \quad (۲۵)$$

همچنین $\omega_{ni}$ فرکانس طبیعی و $\xi_i$ نسبت استهلاک گام i ام سازه و $\xi'_i$ نسبت استهلاک معادل درگام i ام مجموعهٔ سازه وآب است .

با قراردادن جواب پایدار معادلهٔ دیفرانسیل (۲۲) دررابطهٔ (۲۱) واستفاده از رابطهٔ (۱۶) می‌توان بردارهای $\underset{\sim}{\lambda}$ و $\lambda'$ ودرنتیجه با توجه به رابطهٔ (۱۸) اجزاء ماتریس قطری $\underset{\sim}{L}$ رابدست آورد. با قراردادن این ماتریس دررابطهٔ (۲۰) وبه‌کمک عملیات جبری می‌توان رابطهٔ زیررا بدست آورد [۱۳] :

$$\underset{\sim}{\xi}' = \underset{\sim}{\xi} + \underset{\sim}{S}\,\underset{\sim}{R} \quad (۲۶)$$

که درآن بردارهای $\underset{\sim}{\xi}$ و $\underset{\sim}{\xi}'$ بردارهائی‌اند که مولفه‌های آنها (یعنی $\xi_i$ و $\xi'_i$) مقادیرنسبتهای استهلاک درگامهای سازهٔ اصلی وسازهٔ محصور در آب است . مولفه‌های بردار $\underset{\sim}{R}$ واجزاء ماتریس $\underset{\sim}{S}$ نیزبا روابط صفحه بعد

تعیین می‌شوند .

$$R_i = \left[ (1-\Omega_i^2)^2 + (2\xi'_i\,\Omega_i)^2 \right]^{-\frac{1}{2}} \qquad (۲۷)$$

$$S_{ij} = \frac{4}{3\pi}\,\frac{\Omega_i}{m_i}\,\underset{\sim}{\phi}_i^T \{\text{diag.}\,\phi_i\}\,\underset{\sim}{G}\,\underset{\sim}{\phi}_j\,\frac{\beta_j}{\omega_{nj}^2} \qquad (۲۸)$$

در این روابط $\Omega_i = \omega/\omega_{ni}$ نسبت‌فرکانس، $m_i = \underset{\sim}{\phi}_i^T M\,\underset{\sim}{\phi}_i$، $\beta_j = (A_j^2+B_i^2)^{\frac{1}{2}}$ است .

برای تعیین مقادیر $\xi'_i$ از رابطهٔ (۲۶) باید از روشهای آزمون وخطا استفاده کرد ( زیرا مقادیر $\xi'_i$ به صورت غیرخطی در هر دو طرف رابطه وجود دارند ). اما به علت قطری بودن ماتریس $\underset{\sim}{G}$ وخواص گام شکلها مقادیر غیرقطری ماتریس $\underset{\sim}{S}$ بسیار کوچکتر از مقادیر قطری‌اند ولذا با تقریب رضایت بخشی می‌توان از اجزاء غیرقطری این ماتریس صرف نظر کرد . در نتیجه بدون نیاز به حل معادلهٔ غیرخطی (۲۶) می‌توان مقادیر $\xi'_i$ها را از رابطهٔ زیر بدست آورد :

$$\frac{\beta_i}{\omega_{ni}^2}\;\frac{\underset{\sim}{\phi}_i^T\{\text{diag.}\,\phi_i\}\,\underset{\sim}{G}\,\underset{\sim}{\phi}_i}{\underset{\sim}{\phi}_i^T\,\underset{\sim}{M}\,\underset{\sim}{\phi}_i} = \frac{\pi\,3}{4}(\xi'_i-\xi_i)\;\frac{\left[(1-\Omega_i^2)^2+(2\xi_i\Omega_i)^2\right]^{\frac{1}{2}}}{\Omega_i} \qquad (۲۹)$$

با ساده‌تر کردن رابطهٔ (۲۹) رابطهٔ زیر نتیجه می‌شود :

$$\frac{|\beta_i\nu_i|}{\omega_{ni}^2} = \frac{3\pi}{4}\,(\xi'_i-\xi_i)\;\frac{\left[(1-\Omega_i^2)^2 + (2\xi'_i\,\Omega_i)^2\right]^{\frac{1}{2}}}{\Omega_i} \qquad (۳۰)$$

که در آن $\nu_i = \sum_{i=1}^{n} \Phi_{ji}\,G_{ij}/m_i$ و $\underset{\sim}{\Phi}$ ماتریس گامها (یعنی ماتریسی که ستونهای آن گامهای سازه است) می‌باشد .

مقادیر $\xi'_i$ را می‌توان با استفاده از دیاگرامهائی که بر اساس معادلهٔ فوق تنظیم می‌شوند بسادگی تعیین کرد . شکل (۳) یک نمونه از این دیاگرامها را نشان می‌دهد .

بدین ترتیب مشاهده می‌شود که وجود آب در اطراف پایه علاوه بر

اینکه به طور ظاهری جرم پایه را افزایش می‌دهد سبب افزایش نسبت استهلاک درگامهای ارتعاشی نیز می‌شود (یعنی نسبت استهلاک در هرگام به جای $\xi$ برابر $\xi'$ خواهد بود). به کمک مدل تحلیلی فوق علاوه بر آنکه با سادگی بیشتری می‌توان پایه ها در آب را تحلیل کرد تصویر روشن تری نیز می‌توان از عملکرد متقابل آب و سازه های آبی بدست آورد.

## نتایج مدل تحلیلی

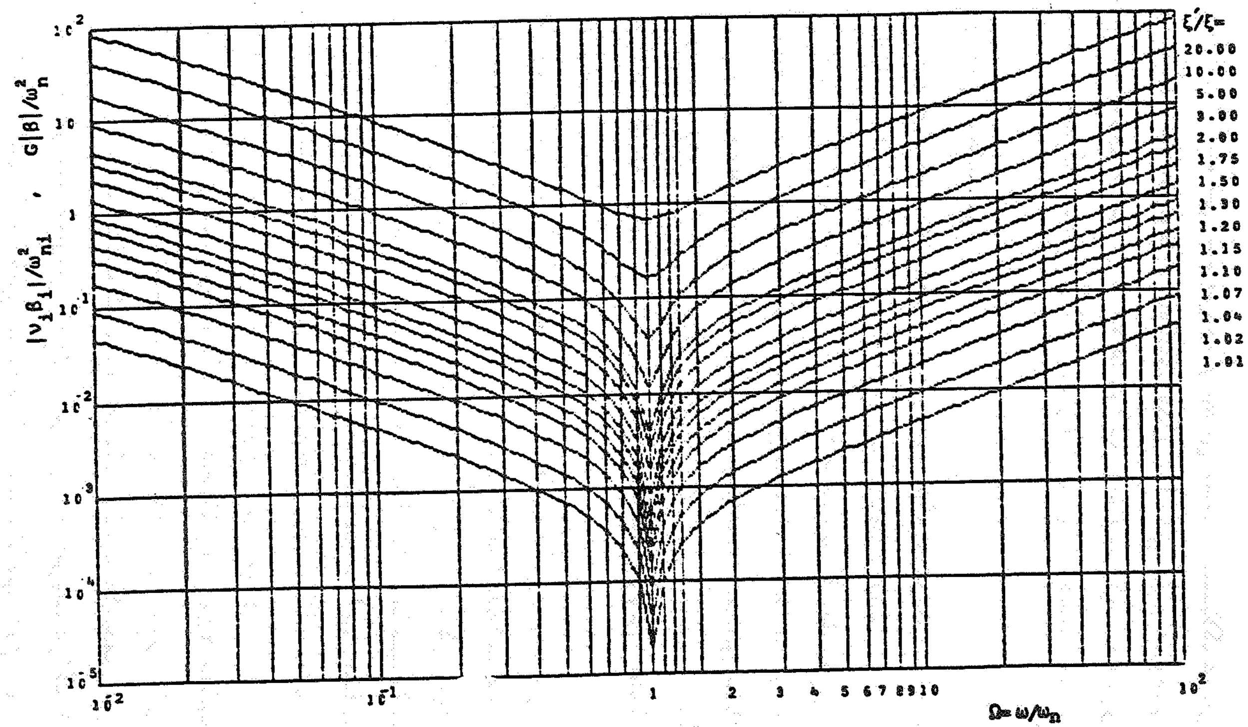
بررسی معادلهٔ (۲۶) نشان می‌دهد که ماتریس $\underset{\sim}{S}$ را بسته به دقت موردنظر می‌توان در دو حالت به شرح زیر در نظر گرفت:

حالت اول: در این حالت کلیه اجزاء ماتریس $\underset{\sim}{S}$ مطابق رابطهٔ (۲۸) در نظر گرفته می‌شود، که برای این منظور باید معادلهٔ ماتریسی (۲۶) به صورت آزمون و خطا حل شود. با حل این معادله و تعیین مقادیر $\xi'_i$ معادلهٔ (۲۲) را می‌توان براحتی توسط یک روش عددی (مثل روش شتاب ثابت) حل کرده وجواب کامل را با استفاده از روش اجتماع گامها بدست آورد.

حالت دوم: در این حالت فقط اجزاء قطری ماتریس $\underset{\sim}{S}$ در نظر گرفته می‌شوند و در نتیجه تعیین مقادیر $\xi'_i$ به کمک معادلهٔ سادهٔ (۲۹) یا (۳۰) انجام می‌گیرد (برای سهولت محاسبه می‌توان از دیاگرامهایی نظیر شکل (۳) نیز استفاده کرد). بقیه مراحل محاسبات مانند حالت اول است.

برای ارزیابی روش تحلیلی ارائه شده در این مقاله و نشان دادن کاربرد آن از یک مدل ساده برای پایه های یک اسکله تحت اثر امواج استفاده شده است. مشخصات مدل به شرح زیر است:

پایه ها از لوله های فولادی توخالی به قطر خارجی ۳۵۰ میلیمتر و ضخامت جدار ۱۲ میلیمتر ساخته شده اند. طول پایه ها ۱۵ متر، ارتفاع آب ۱۳ متر، جرمی از عرشه اسکله که توسط هر یک از پایه ها تحمل می‌شود ۴۳۲۹۰ کیلوگرم، ضریب اینرسی (Cm) برابر ۲، ضریب دراگ (Cd) برابر واحد و نسبت استهلاک داخلی پایه برای تمام گامها ۰/۰۲ و ۰/۰۵ فرض




شکل (۳)ـ تعیین نسبت استهلاک معادل $\xi'$ ، (برای $\xi = 0.02$ )

می‌شود.

قبل ازهرچیزلازم است دقت روش تحلیلی ارائه شده در این مقاله موردارزیابی قرارگیرد. برای این منظورنتایج حاصل از این روش برای اسکلهٔ فوق الذکرتحت اثرامواج باپریودهای مختلف بدست آمد وبانتایج حاصل ازیک روش عددی[۱۴] مبتنی برحل معادلهٔ غیرخطی (۱۳) مقایسه شد. نتایج این مقایسه درجدول (۱) آورده شده است. این جدول نشان می‌دهدکه روش پیشنهادی ازدقت خوبی برخورداراست و می‌تواند جایگزین مناسبی برای روش عددی ، که معمولاً"با محاسبات پرهزینه همراه است ، باشد.

جدول ۱ ــ مقایسه نتایج حاصل ازروش تحلیلی وعددی برای موجها با پریودمختلف

| پریودموج (ثانیه) | ۱ | ۲ | ۴ | ۶ | ۱۶ |
|---|---|---|---|---|---|
| نسبت فرکانس $\Omega_1 = \omega / \omega_{n1}$ | ۴/۲۶ | ۲/۱۳ | ۱/۰۶ | ۰/۷۱۳ | ۰/۲۶۶ |
| حداکثرتغییرمکان عرشه در روش تحلیلی (سانتیمتر) | $۱/۸۷ \times ۱۰^{-۳}$ | ۰/۸۱ | ۱۰/۲۴ | ۵/۳۹ | ۳/۲۸ |
| حداکثرتغییرمکان عرشه در روش عددی (سانتیمتر) | $۱/۸ \times ۱۰^{-۳}$ | ۰/۸۹ | ۱۱/۵۹ | ۵/۹۵ | ۳/۵۲ |

به منظورمقایسه نتایج مربوط به دوحالت اول ودوم وهمچنین بررسی همگرایی نتایج باافزایش درجات آزادی، اسکله موردنظربا نسبت استهلاک ۰/۰۲ درتمام گامها تحت اثرموجی باپریود ۸ ثانیه تحلیل شد، که نتایج این تحلیل درجدول (۲) خلاصه شده است.

همانطورکه این جدول نشان می‌دهدنتایج حالات اول ودوم بسیار نزدیک به هم اندودرنتیجه می‌توان برای تعیین مقادیر $\xi'_i$ بادقت خوبی

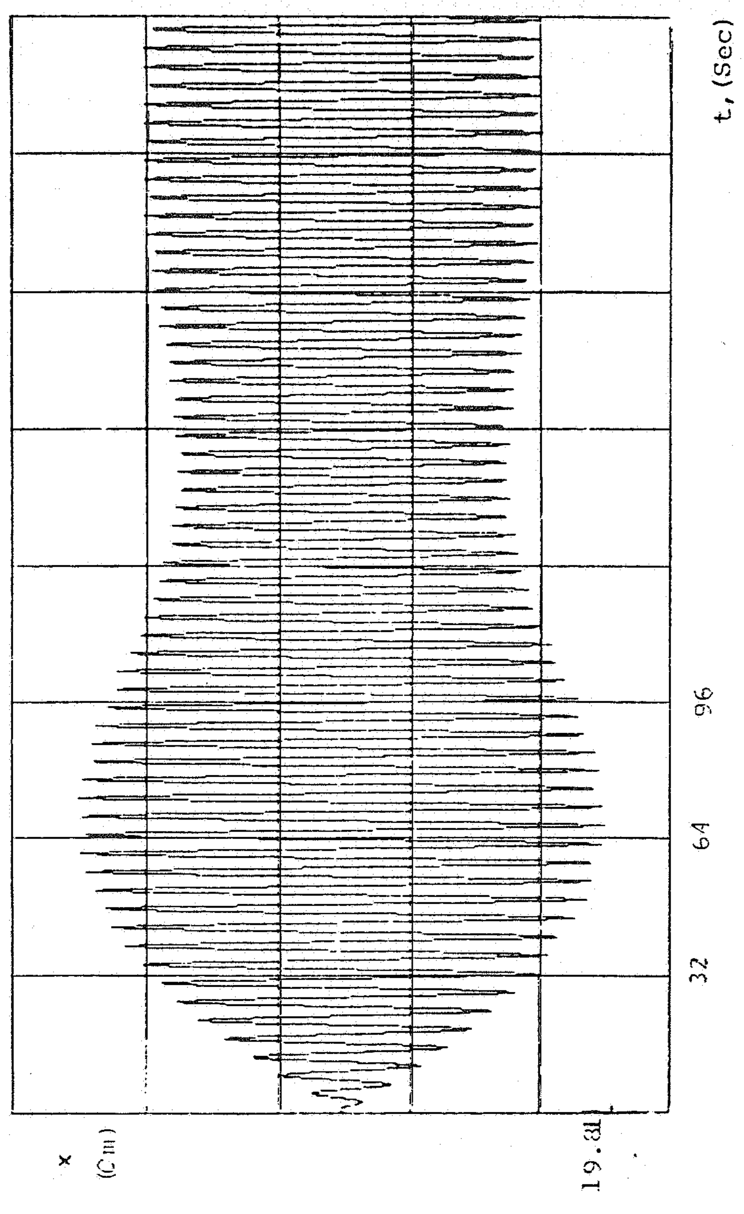
جدول ۲ ـ مقایسه نتایج حالات اول و دوم و همگرائی جوابها

| درجه آزادی ( = تعداد المانها + ۱) | ۳ | ۴ | ۵ | ۶ |
|---|---|---|---|---|
| فرکانس طبیعی گام اول $\omega_{n1}$ | ۱/۴۷۸ | ۱/۴۷۵ | ۱/۴۷۳ | ۱/۴۷۱ |
| نسبت فرکانس در گام اول $\Omega_1 = \omega_1 / \omega_{n1}$ | ۰/۵۳۱ | ۰/۵۳۲ | ۰/۵۳۳ | ۰/۵۳۴ |
| حداکثر تغییر مکان عرشه برای حالت اول (سانتیمتر) | ۲/۴۳۴ | ۳/۵۸ | ۳/۸۵ | ۴/۰۳ |
| حداکثر تغییر مکان عرشه برای حالت دوم (سانتیمتر) | ۲/۴۳۳ | ۳/۵۱ | ۳/۸۱ | ۳/۹۹ |

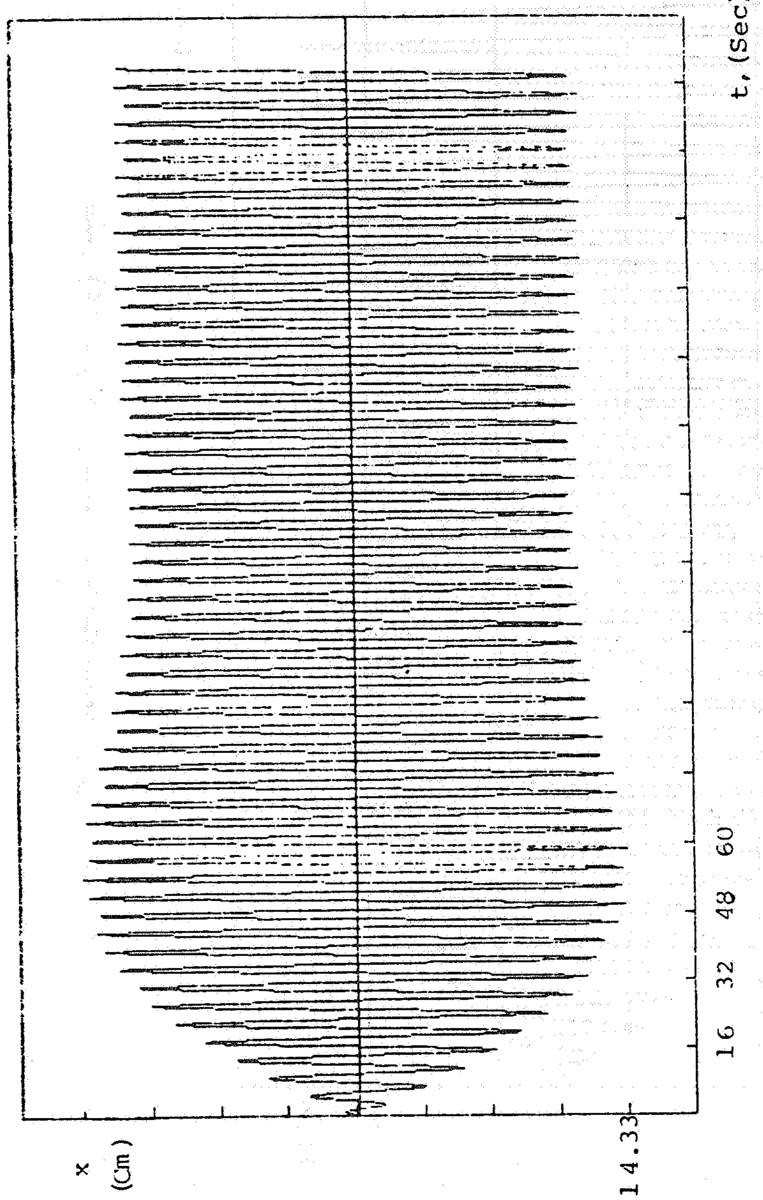
ازروابط ساده (۲۹) یا (۳۰) استفاده کرد و نیازی به حل معادله ماتریسی غیرخطی (۲۶) برای این منظور نیست. همچنین نتایج حاصل از این روش، با افزایش تعداد درجات آزادی، همگرایی نسبتاً "سریعی دارد که این موضوع درکاهش هزینه محاسبات، بخصوص در سیستمهای بزرگ، اهمیت قابل ملاحظه ای دارد.

موضوع قابل توجه دررفتار متقابل آب و سازه های آبی پدیده تشدید در ارتعاشات سازه است. جدول (۱) نشان می‌دهد که هرقدر نسبت فرکانس موج به فرکانس طبیعی پایه کوچکتر باشد واکنش پایه خفیف تر و با افزایش این نسبت واکنش پایه نیز شدیدتر می‌شود به طوری که در حالتی که این نسبت به ۱/۰ برسد حداکثر واکنش حاصل می‌شود و با افزایش این نسبت چنانچه بزرگتر از ۱/۰ گردد باز واکنش پایه کمتر می‌گردد. بنابراین در طرح سازه های آبی باید توجه خاصی به پریود موج طرح و اجتناب از حالت تشدید داشت.

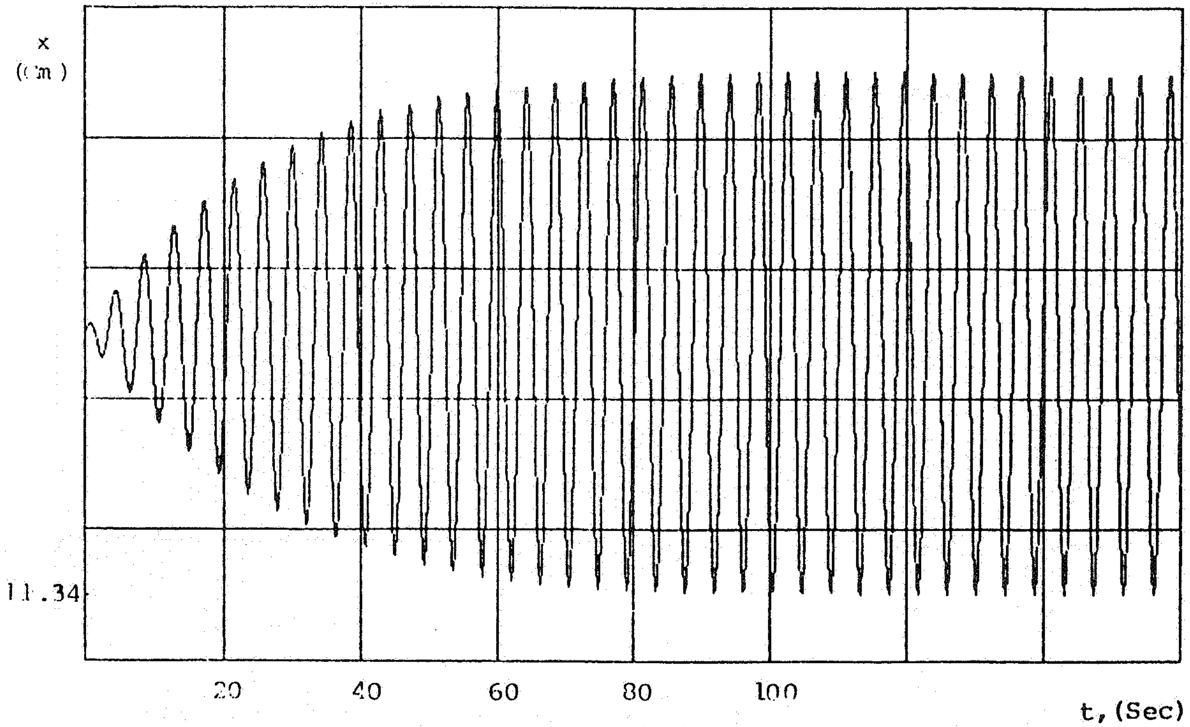
واکنش سازه‌های آبی درحالت تشدیدبا واکنش درسایرحالات تفاوت اساسی دارد ( صرف نظراز شدت واکنش ). بدین ترتیب که درحالت تشدید، واکنش دینامیکی سازه پدیدهٔ ضربان راازخودبروزمی‌دهد. با افزایش استهلاک سازه، ضمن کاهش حداکثرواکنش، ازشدت این پدیده نیزبه‌تدریج کاسته می‌شود. اشکال (۴) تا (۶) تغییرات حرکت عرشه اسکله موردنظررا درحالت تشدیدبرابرمقادیرمختلف $\xi$ ( از۰/۰۱ تا ۰/۰۳ ) نشان می‌دهد.




شکل (۴) — واکنش عرشه در حالت تشدید برای $\xi = 0.01$




شکل (۵) — واکنش عرشه درحالت تشدید برای $\xi = 0.02$




شکل (۶) – واکنش عرشه درحالت تشدید برای $\xi = 0.03$

**خلاصه و نتیجه گیری**

در این مقاله یک روش تقریبی برای خطی کردن معادلات غیرخطی ارتعاش پایه‌ها در آب ارائه شد. اساس این روش مساوی قرار دادن کار نیروهای غیرخطی در آن معادلات و کار نیروهای خطی نظیر در معادلات جایگزین بوده است. با استفاده از این روش شکل کلی معادلات خطی ارتعاش برای یک مجموعهٔ سازه ـ آب بدست آمد و با استفاده از آن معادلهٔ هرگام ارتعاشی تعیین شد. این مطالعه نشان داد وجود آب علاوه بر اینکه به طور ظاهری سبب افزایش جرم سازه می‌شود مقدار استهلاک ارتعاش را نیز افزایش می‌دهد.

مزیت مهم روش تحلیلی پیشنهاد شده در این مقاله این است که به کمک آن می‌توان مسئله ارتعاش یک سازهٔ محصور در آب را با بکارگیری گام شکل‌های سازه و با استفاده از تکنیک اجتماع گامها بسادگی حل کرد و بدین ترتیب، علاوه بر افزایش سرعت محاسبات و کاهش هزینه آن، یک برداشت فیزیکی از اثر متقابل آب و سازه‌های دریایی در ذهن بوجود آورد.

نتایج تحلیلهای مختلف نشان داد که نسبت فرکانس موج به فرکانس طبیعی سازه مهمترین نقش را در رفتار سازه‌های آبی دارد و باید در طرح اینگونه سازه‌ها بدقت مورد توجه قرار گیرد.

## مراجع


1 . Airy, C. B., " Tides and Waves, " Encyc. Metrop., Art. 192 , PP. 241-396, 1845 .

2 . Stokes , G. G., " On the Theory of Oscillatory Waves. " Trans. Camb. Phil. Soc., vol. 8 , PP. 441-455 , 1847

3 . Morison, J. R., O'Brien, M. P., Johnson, J. W., and Schaaf, S. A., " The Forces Exerted by Surface Waves on Piles," Petroleum Trans., AIME, Vol. 189. PP 149-157 , 1950 .

4 . Keulegan, G. H. and Carpenter, L. H., " Forces on Cyli- nders and Plates in an Oscillating Fluid, " National Bureau of Standards Report, No. 4821, 1956 .

5 . Sarpkaya, T., and Isaacson, M., Mechanics of wave Forces on Offshore Structures, Van Nosrand Reinhold Co., 1981 .

6 . Chakrabarti, S. K., " Hydrodynamic Coefficients for a Vertical Tube in an Array, " Marine Research, Chicago Bridge and Iron co. Plainfield, IL., 1982 .

7 . Penzien, J. " Structural Dynamics of Fixed Offohore Structures, " Proc. First Int. conf. on the Behavior of

Offshore Structures, Trondheim, Norway, vol. 1, PP. 581-592, 1976 .

8 . Anderson, L., and Mattson, B. " Analysis of offshore Structures with ADINA, " J. of computers and Structures, vol. 17, No. 5-6 PP. 737-748, 1983 .

9 . Stockard, D. M., " Effect of Pile-Soil-Water Interaction on the Dynamic Response of a seismically Excited Offshore Structure, " Offshore Tech. Conf., OTC 2672, 1976 .

10. Liou, D. N. and Penzien, J., " Seismic Analysis of an Offshore Structure Supported on Pile Foundations, " Report No. UCB/EERC 77/25, Univ. of Calif., Berkley, Nov. 1977 .

11. Jain, A. K. and Datla, T. K., " Nonlinear Dynamic Analysis of Offshore Tawers in Frequency Domain, " J. of Eng. Mech., vol. 113, No. 4, April 1987 .

12. Williamson, C. H. K., " In-Line Response of a Cylinder in Oscillatory Flow, " J. of Applied Ocean Research, vol. 7, No. 2, 1985 .

۱۳ـ میرمحمدصادقی، حسین، "آنالیزدینامیکی رفتارمتقابل آب و سازه‌های دریایی" . پایان نامه‌کارشناسی‌ارشد، دانشکده‌عمران،

دانشگاه صنعتی اصفهان ، ۱۳۶۶ .

۱۴- ملک ، امیرمسعود ،" تحلیل دینامیکی اسکله تحت اثر امواج و زلزله "، پایان نامه کارشناسی ارشد ، دانشکده عمران ،دانشگاه صنعتی اصفهان ، ۱۳۶۶ .