

## دینامیک و کنترل حرکت سیستم‌های روباتیک دارای پایه متحرک

سید علی اکبر موسویان\* و علیرضا میرانی\*\*

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

(دریافت مقاله: ۸۳/۲/۶ - دریافت نسخه نهایی: ۸۴/۷/۱۹)

چکیده - سیستم‌های روباتیک با پایه متحرک از یک محمل<sup>۱</sup> و یک یا چند بازوی روباتیک تشکیل می‌شوند، که در موقعیتهای مشخصی بر روی پایه نصب می‌شوند. در این مقاله پس از بررسی سینماتیک حرکت پایه چهارچرخ و بازو، یک روش سیستماتیک برای دستیابی به معادلات دینامیک این گونه روباتها با در نظر گرفتن قیود غیرهولونومیک پایه ارایه می‌شود. در این روش، مدل جامع دینامیک سیستم از طریق حذف ضرایب لاگرانژ با استفاده از تکنیک مکمل متعامد طبیعی<sup>۲</sup>، برحسب متغیرهای کنترل شونده (فضای عملکردی) بیان می‌شود. به منظور تشریح روش استخراج چنین مدلی، یک مجموعه متشکل از یک پایه چهارچرخ (با ساختار متعارف اتوموبیل) و یک بازوی روباتیک با پنج درجه آزادی در نظر گرفته می‌شود. انجام محاسبات استخراج مدل جامع دینامیکی به صورتی فشرده و قابل بهره برداری در انجام امور طراحی و شبیه‌سازیهای کنترلی، با نگارش برنامه محاسباتی نمادین<sup>۳</sup> در نرم افزار میل<sup>۴</sup> صورت گرفته است. صحت این برنامه مدلسازی با مقایسه نتایج آن با معادلات مبسوط حاصل از انجام کلیه مراحل محاسباتی توسط یک برنامه ساده ثانویه به تأیید می‌رسد. طراحی مسیر حرکت در حوزه زمان برای مختصات تعمیم یافته پایه و بازو به طور جداگانه صورت می‌گیرد. مسیر حرکت برای پایه که به علت وجود قیود غیرهولونومیک دارای حساسیت خاصی است، در قالب دو شیوه حرکتی بررسی می‌شود. سپس با جایگزینی مدل جامع برحسب متغیرهای فضای کاری به فضای مفصلی، امکان کنترل دقیق متغیرها حاصل شده و با تعریف متغیرهای حالت و تبدیل سیستم به معادلات رسته یک، مقدمات لازم برای طراحی سیستم کنترلی فراهم می‌شود. برای طراحی چنین سیستمی که با نگارش برنامه شبیه‌سازی در فضای نرم افزاری متلب<sup>۵</sup> همراه است، از دو الگوریتم کنترلی مبتنی بر مدل<sup>۶</sup> (MBA) و ژاکوبین ترانهاده<sup>۷</sup> (TJ) استفاده می‌شود. بر این اساس، با شبیه‌سازی شرایط کاری و عوامل خارجی مؤثر از قبیل تغییر پارامترهای سیستم، اغتشاشات محیط و نویز در اندازه‌گیری به بررسی و مطالعه رفتار روبات در شرایط بسیار نزدیک به واقعیت پرداخته می‌شود. نتایج به دست آمده نشان می‌دهد که الگوریتم کنترلی TJ به عنوان یک الگوریتم ناوابسته به مدل و دارای حجم محاسباتی بسیار محدود به عنوان یک کنترلر مناسب می‌تواند حتی در چنین سیستم‌های نسبتاً پیچیده‌ای مورد استفاده قرار گیرد، که به نوبه خود کار بر روی بهبود ساختار این الگوریتم را انگیزه می‌بخشد.

واژگان کلیدی: روبات متحرک، مدل‌سازی دینامیکی، قیود غیر هولونومیک، کنترل حرکت

# Dynamics and Motion Control of Wheeled Robotic Systems

S. A. A. Moosavian and A. Mirani

Department of Mechanical Engineering, K. N. Toosi Univ. of Technology

**Abstract:** Mobile robotic systems, which include a mobile platform with one or more manipulators, mounted at specific locations on the mobile base, are of great interest in a number of applications. In this paper, after thorough kinematic studies on the platform and manipulator motions, a systematic methodology will be presented to obtain the dynamic equations for such systems without violating the base nonholonomic constraints. Combining the kinematic model with the initial dynamic equations and eliminating Lagrange multiplier with natural orthogonal complement technique lead to the comprehensive dynamic model. The variables of this model include the path of a reference point of the base and the position and orientation of the end-effector. The proposed approach will be applied on a car-like platform and a manipulator with 5 degrees-of-freedom. The calculations for deriving such a model will be implemented by a program in Maple which can be used for control design and simulation purposes. The validity of the methodology is demonstrated using a second model and comparing the elements of these two models with each other. With trajectory generation for platform and manipulator generalized coordinates separately, set points for control system design will be provided. Motion generation for the platform, which due to the nonholonomic constraint has more sensitivity, will be dealt with by two motion modes. Inverting the model in terms of joint space variables, strict control of the work space variables is accomplished. Introducing state space variables and inverting the system into first order equations, the necessary preliminaries for control system design will be provided. Based on two simulation programs in Matlab, two controllers are designed with model-based algorithm (MBA) and Transposed Jacobian (TJ) control. Simulating different external conditions such as parameter perturbation, disturbances and noise, the robotic system behavior in the vicinity of real conditions will be examined. The results obtained show the merits of the TJ algorithm in controlling highly nonlinear and complex systems with multiple degrees-of-freedom (DOF), without requiring a priori knowledge of plant dynamics, and with reduced computational burden which motivates further work on this algorithm.

**Keywords:** Mobile robots, Dynamic modeling, Non holonomic constraints, Motion control.

## فهرست علائم

U	انرژی پتانسیل مجموعه	آرایه ضرایب قید حرکت پایه به شکل دیفرانسیلی	$A(q)$
$V^*(q, \dot{q})$	آرایه شامل جمله‌های وابسته به سرعت در مدل دینامیکی مستقل	پهنای پایه متحرک	b
$\bar{V}_1, \bar{V}_2$	آرایه شامل جمله‌های وابسته به سرعت در مدل دینامیکی در فضای متغیرهای کنترلی	آرایه خطای بین مقادیر مطلوب و واقعی	$e, \dot{e}$
$V_{C_i}$	بردار سرعت مطلق مرکز جرم میله i ام	مختصات تعمیم یافته، و نرخ زمانی آن	$E(q)$
$\hat{V}$	آرایه فوق که در سیستم کنترلی مورد استفاده قرار می‌گیرد	ماتریس تبدیل بین گشتاورهای عملگرها و نیروهای تعمیم یافته سیستم	F
$y_F, x_F$	مختصات اینرسی نقطه مرجع حرکت پایه (F)	نقطه وسط اکسل جلو و محل اتصال بازوی رباتیک به پایه	ICR
$\dot{y}_F, \dot{x}_F$	نرخ زمانی مختصات اینرسی نقطه مرجع حرکت پایه (F)	مرکز آنی دوران	$\hat{J}$
$Y$	آرایه خروجی سیستم کنترلی	ماتریس ژاکوبین کل مجموعه که در سیستم کنترلی مورد استفاده قرار می‌گیرد	$J_e$
$\beta$	زاویه فرمان	ماتریس ژاکوبین مربوط به اثر حرکت مفاصل روی حرکت انتقالی مجری نهایی	l
$\beta_2$ و $\beta_1$	زاویه امتداد چرخهای جلو	فاصله بین محور چرخهای جلو و عقب پایه متحرک	$l_G$
$\gamma$	زاویه شعاع حامل نقطه مرجع مجری نهایی نسبت به صفحه افقی	فاصله بین محور چرخهای جلو و مرکز جرم G	$L(q, \dot{q})$
$\theta_i$ و $\dot{\theta}_i$	زاویه دوران مفصل i-ام بازوی رباتیک و نرخ زمانی آن	لاگرانژین سیستم	$L_1, \dots, L_2$
		طول میله‌های بازوی رباتیک	

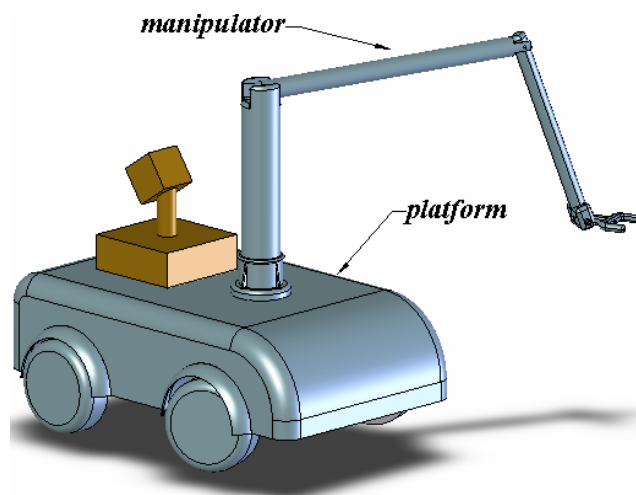
$M^*(q)$	ماتریس اینرسی (ویا جرمی) سیستم در مدل دینامیکی مستقل	$T_0, T_i, T_0$	انرژی جنبشی پایه متحرک، میله $i$ ام و مجموعه (به ترتیب)
$\bar{M}$	ماتریس اینرسی (و یا جرمی) سیستم در فضای متغیرهای کنترل شونده	$\theta_{i,2}$	زاویه نهایی دوران مفصل $i$ -ام
$\hat{M}$	ماتریس اینرسی که در سیستم کنترلی مورد استفاده قرار می‌گیرد	$\theta_{xe}$	زاویه دوران تقدیم <sup>۸</sup> مجری نهایی
$\ddot{q}, \dot{q}, q$	آرایه مختصات تعمیم یافته کل سیستم و نرخهای زمانی آن	$\theta_{ze}$	زاویه دوران رقص <sup>۹</sup> مجری نهایی
$\dot{q}_i$ و $\ddot{q}_i$	آرایه مختصات تعمیم یافته کل سیستم پس از حذف $\dot{\phi}$ و نرخهای زمانی آن	$\phi$ و $\dot{\phi}$	زاویه دوران پایه متحرک و نرخ زمانی آن
$S(q)$	ماتریس تبدیل بین آرایه سرعتهای مستقل و وابسته (مقید) سیستم	$\omega$	تندی زاویه‌ای چرخ مجازی در نقطه $F$
		$\tau^*$	آرایه گشتاوهاي کنترلی عملگرها
		$\tau$	آرایه گشتاوهاي اعمالی
		$\tau_\beta$	گشتاور فرمان چرخ مجازی
		$\tau_\omega$	گشتاور حرکت چرخ مجازی
		$\tau_{dist}$	گشتاور / نیروی خارجی اغتشاشی
		$\tau_j$	گشتاور عملگر مفصل $j$ -ام بازوی روباتیک

## ۱- مقدمه

سیستمهای روباتیک با پایه متحرک، شکل (۱)، دارای کاربردهای متعددی شامل بهره برداری در معادن، جنگلداری، عملیات فضایی، کتابداری، انبارداری، کشاورزی، اطفای آتش و کاربردهای نظامی اند. در سیستمهای فضایی که در آن بازوهای عامل بر روی یک پایه متحرک با پرواز آزاد (فضاپیما) نصب شده باشند، سیستم فاقد قیود سینماتیکی است [۱]. دینامیک و کنترل این سیستمها در انجام مأموریتهای فضایی با توجه به تعامل نسبتاً پیچیده بین فضاپیما و بازوهای روباتیک دارای ویژگیهای جالبی است که به تفصیل مورد بحث و بررسی قرار گرفته است [۲-۴]. در کاربردهای زمینی این سیستمها معمولاً با قیود غیر هولونومیک مقیدند. این قیود، به نوبه خود قابلیت تحرک<sup>۱۰</sup> سیستم را به نحوی کاملاً متفاوت نسبت به سیستمهای نامقید و یا با قیود هولونومیک تغییر می‌دهند. به عبارت دیگر، مثلاً در حرکت داخل صفحه می‌توان به هر هدف دلخواه از حیث موقعیت و وضعیت دورانی رسید در حالی که سرعتهای تعمیم یافته<sup>۱۱</sup> محدود می‌شوند، [۵].

مدل سینماتیکی روباتهای چرخدار برای دسته‌ای از چرخها، بر اساس قیود مربوطه مورد بررسی قرار گرفته است، [۶-۷]. در این بررسیها، به طور کلی چرخها به دو گروه تقسیم و بر اساس

عدم لغزش نقطه تماس چرخ با زمین قیود سینماتیکی شکل داده می‌شود، به طوری که می‌توان گفت که بر اساس دو معیار مختلف پنج ساختار متفاوت برای روباتهای چرخدار حاصل می‌شود. هر کدام از این پنج نوع دارای ترکیبات متنوعی از چرخها در ساختار پایه خود هستند. با بهره گیری از معادلات نیوتنی و مدلسازی لغزش در چرخها با استفاده از مدل اصطکاک کولمب برای یک روبات چهار چرخ قیود مربوطه در نظر گرفته شده است [۸]. مدلسازی یک روبات با پایه چهارچرخ بزرگ که چرخها دو به دو دارای قابلیت دوران متفاوت اند، با در نظر گرفتن پایه با دوچرخ معادل و قیودی برای سرعت و شتاب سیستم، با استفاده از دیدگاه نیوتنی صورت گرفته است [۹]. در روشی دیگر با در نظر گرفتن متغیرهای کنترلی پایه و بازو به صورت یکپارچه، مدل دینامیکی برای روباتهای با پایه متعارف اتوموبیل<sup>۱۲</sup> و دیفرانسیلی<sup>۱۳</sup> به دست آمده و در کنترل سیستم به کار برده شده است [۵ و ۱۰]. طراحی مسیر حرکت در روباتهای متحرک شامل طراحی مسیر حرکت پایه و بازوست که این امر می‌تواند به طور جداگانه انجام شود. در برخی از کاربردها این امر به صورت یکپارچه و همزمان و بر مبنای بهینه سازی یک تابع هدف<sup>۱۴</sup> خاص در یک مسئله کنترل بهینه انجام می‌شود، زیرا روبات



شکل ۱- یک سیستم روباتیک متحرک چرخدار

مذکور، ابتدا سیستمی با مشخصات معین که از یک پایه چهارچرخ و یک بازوی روباتیک با پنج درجه آزادی تشکیل یافته است، معرفی می‌شود. پس از بررسی روابط سینماتیک مجموعه و نیز قیود مربوطه، برای به کارگیری روش لاگرانژ به محاسبه انرژیهای جنبشی و پتانسیل می‌پردازیم. با حذف ضریب لاگرانژ از معادلات با استفاده از روش مکمل متعامد طبیعی و تلفیق مدل سینماتیکی با مدل حاصله به ارائه مدل جامع دینامیکی پرداخته و سرانجام بررسی صحت روند اجرای مدلسازی از طریق تولید مدل ثانویه و مقایسه آن با سیستم معرفی شده، ارایه می‌شود. مدل جامع با معادلاتی مستقل و فشرده برای کاربرد در امور طراحی و انتخاب عملگرها و همچنین طراحی سیستم کنترلی بر اساس الگوریتمهای مبتنی بر مدل و نیز در شبیه‌سازیهای کنترلی بسیار مفید خواهد بود. سپس با طراحی مسیر حرکت در بستر زمان و استفاده از آن به عنوان مقادیر مرجع، طراحی سیستم کنترلی با استفاده از دو الگوریتم MBA و TJ انجام می‌شود. استراتژی طراحی مسیر حرکت به این صورت است که روبات ابتدا پایه خود را به سمت نقطه هدف حرکت داده و در فاصله مشخصی از آن قرار می‌گیرد، سپس بازو از حالت استقرار<sup>۱۷</sup> به موقعیت خواسته شده کاربر حرکت می‌کند. با شبیه‌سازی شرایط کاری و عوامل مؤثر از قبیل تغییر پارامترها<sup>۱۸</sup>، اغتشاش محیطی<sup>۱۹</sup> و نویز، رفتار روبات در

می‌تواند در موقعیتهای بیشماری به نقطه هدف دست یابد و انتخاب یک موقعیت بهینه مد نظر است. روبات متحرک در این دیدگاه به عنوان یک سیستم افزونه<sup>۱۵</sup> در نظر گرفته می‌شود و به منظور دستیابی به موقعیت بهینه می‌بایست حداکثر استفاده از این افزونگی به عمل آید و علاوه بر انجام کار مورد نظر کاربر می‌توان خواسته‌های بیشتری را از سیستم مطالبه کرد. انتخاب تابع هدف دارای تنوع گوناگونی است. به عنوان مثال ماکزیمم‌سازی قابلیت دستکاو<sup>۱۶</sup> به عنوان تابع هدف در نظر گرفته شده است [۱۱]. همچنین خطای مربوط به موقعیت پایه و بازو و همچنین سرعت حرکت عملگرهای سیستم به عنوان تابع هدف در نظر گرفته شده و آنرا مینیمم ساخته‌اند [۱۲-۱۳]. مینیمم ساختن طول مسیر طی شده توسط پایه و بازو [۱۴]، بهینه‌سازی مهارت دینامیکی [۱۵]، نیز مد نظر قرار گرفته است. لازم به ذکر است که دینامیک و کنترل روباتهای متحرک چرخ‌دار که دارای چند بازوی عامل برای جا به جایی یک جسم باشند، اخیراً با استفاده از الگوریتم کنترلی امپدانس چندگانه مورد بررسی قرار گرفته است [۱۶].

در این مقاله، روشی برای دستیابی به معادلات دینامیک با در نظر گرفتن قیود ناهولونومیک پایه ارایه می‌شود، به طوری که مدل جامع دینامیک سیستم برحسب متغیرهای کنترل شونده (فضای عملکردی) بیان می‌شود. به منظور استخراج مدل جامع

شرایط نزدیک به واقعیت مورد مطالعه و بررسی قرار می‌گیرد.

## ۲- تعریف مشخصات سیستم

در این قسمت، به منظور تشریح روش استخراج مدل جامع دینامیکی، ابتدا یک روبات چرخدار متشکل از یک پایه چهار چرخ (با ساختار متعارف اتوموبیل) و یک بازوی پنج درجه آزادی با مفاصل لولایی مطابق شکل (۲)، که در نقطه F (وسط اکسل جلو و محل اتصال بازو به پایه) بر روی پایه نصب است، در نظر گرفته می‌شود. همچنین فرض می‌شود که در خلال حرکت چرخها تغییر شکل نداده و همواره عمود بر سطح زمین حول اکسل افقی خود دوران می‌کنند، شکل (۳). همان طور که مشاهده می‌شود امتداد چرخهای محرک جلو با استفاده از یک سیستم جلوبندی با زاویه فرمان  $\beta$  تغییرپذیرند، در حالی که چرخهای عقب به صورت هرزگرد و زاویه آنها در امتداد محور طولی ثابت است. مشخصات هندسی و جرمی سیستم را مطابق جدول (۱) انتخاب می‌کنیم.

میزان دوران چرخهای جلو حول محور افقی خود که متناسب با انحنای مسیر برای طرفین متفاوت است، توسط سیستم دفرانسیل تأمین می‌شود. فرض می‌شود که تماس بین چرخها و سطح زمین از نوع غلتش خالص (بدون هیچ گونه لغزشی) بوده و تماس نقطه‌ای برقرار است. همان طور که در شکل (۳) مشاهده می‌شود حرکت پایه در هر لحظه شامل دوران حول یک مرکز آنی دوران (ICR) است برای پیشروی سیستم از یک موتور استفاده می‌شود که این موتور با گشتاور  $\tau_0$  توان خود را به چرخهای جلو منتقل می‌کند. از سوی دیگر دوران محور متصل به میل فرمان نیز که موجب دوران متناسب امتداد چرخهای جلو می‌شود ( $\beta_1$  و  $\beta_2$ ) که بدین منظور از موتور دیگری با گشتاور  $\tau_\beta$  استفاده می‌شود. در بازوی روباتیک نیز پنج موتور موجب دوران مفاصل می‌شوند که گشتاور آنها با  $\tau_1$  و  $\tau_2$  و  $\tau_3$  و  $\tau_4$  و  $\tau_5$  بیان می‌شود.

پارامترهای هندسی بازوی روباتیک در شکل (۲)، و پارامترهای پایه در شکل (۳) نشان داده شده است. همان طور که مشاهده می‌شود موقعیت پایه روبات به طور کلی با سه متغیر

مشخص می‌شود. این متغیرها شامل مختصات یک نقطه مرجع (F) بر روی پایه و زاویه دوران پایه نسبت به محور x هستند که به ترتیب با  $x_F$  و  $y_F$  و  $\varphi$  نمایش داده می‌شوند. در بازوی روباتیک نیز، زاویه دوران مفاصل ( $\theta_1$  و  $\theta_2$  و  $\theta_3$  و  $\theta_4$  و  $\theta_5$ ) به عنوان مختصات تعمیم یافته انتخاب می‌شوند.

## ۳- بررسی روابط سینماتیک

با توضیحات فوق، آرایه مختصات تعمیم یافته کل سیستم به صورت زیر انتخاب می‌شود:

$$q = [x_F, y_F, \varphi, \theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5]^T \quad (1)$$

ماتریس ژاکوبین مربوط به اثر حرکت مفاصل روی حرکت انتقالی مجری نهایی،  $J_e$ ، به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\dot{X}_e = J_e \dot{q}_e \quad (2-الف)$$

که در آن:

$$\dot{q}_e = [\dot{\theta}_1 \quad \dot{\theta}_2 \quad \dot{\theta}_3 \quad \dot{\theta}_4 \quad \dot{\theta}_5]^T \quad (2-ب)$$

$$\dot{X}_e = [\dot{x}_{e/F} \quad \dot{y}_{e/F} \quad \dot{z}_{e/F}]^T$$

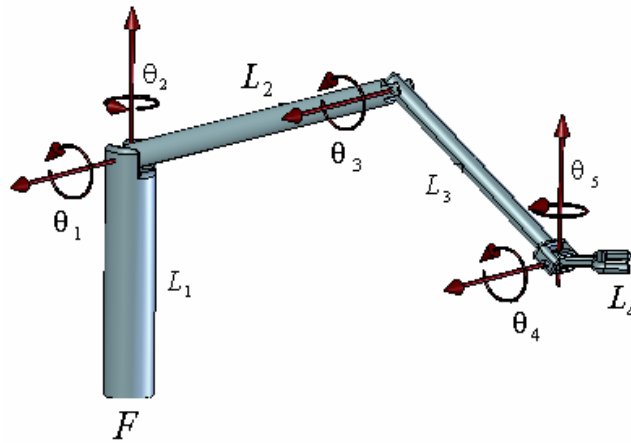
اندیس e نشانگر مجری نهایی<sup>۲۰</sup> است و بردار  $\dot{X}_e$  نشانگر سرعت نقطه مرجع مجری نهایی (در واقع مبدأ دستگاه متصل به آن) نسبت به دستگاه متصل به پایه در نقطه F (دستگاه  $x_0y_0z_0$ ) است. سرعت این نقطه نسبت به دستگاه اینرسی به صورت زیر است:

$$V_e = V_F + \dot{X}_e + \dot{\varphi} \hat{k} \times \rho_e \quad (3)$$

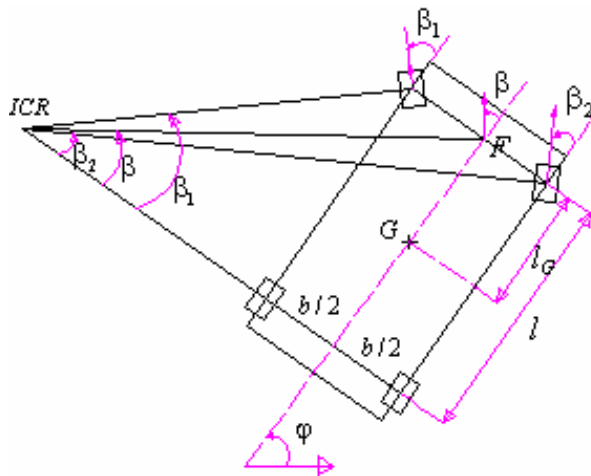
که در این رابطه  $V_e$  سرعت مطلق مجری نهایی،  $V_F$  سرعت مطلق نقطه F و  $\rho_e$  بردار مکان نقطه مرجع مجری نهایی در دستگاه  $x_0y_0z_0$  است.

حال توجه خود را به پایه معطوف می‌کنیم. به منظور عدم لغزش در چرخها، مرکز آنی دوران<sup>۲۱</sup> ICR در امتداد اکسل عقب و چرخهای جلو دارای دوران متفاوت (در مسیرهای منحنی) است. اگر یک چرخ مجازی در نقطه F در نظر بگیریم، تنیدی زاویه‌ای  $\omega$  به دنبال اعمال گشتاور موتور پیش برنده در این چرخ ایجاد می‌شود. همچنین زاویه امتداد این چرخ مجازی برابر  $\beta$  است که در شکل (۳) نشان داده شده است. بنابراین:

$$v_F = r \cdot \omega \quad (4)$$



شکل ۲- بازوی روباتیک پنج درجه و پارامترهای مربوطه



شکل ۳- پایه چهار چرخ و پارامترهای مربوط به آن

$$\theta_{ze} = \theta_2 + \theta_3 + \theta_4$$

$$\theta_{xe} = \theta_1 + \theta_5 + \varphi$$

$J_1$  ماتریس ژاکوبین کل مجموعه است که تابع مختصات تعمیم یافته و پارامترهای هندسی سیستم است [۱۷]. از آنجا که مطابق فرض چرخها فاقد لغزش اند، که فرضی کاملاً قابل قبول در سرعتهای کم است، امتداد سرعت نقطه میانی اکسل عقب همواره عمود بر اکسل باقی می ماند. بنابراین یک قید در سیستم به صورت زیر به دست می آید:

$$\dot{x}_F \cdot \sin(\varphi) - \dot{y}_F \cdot \cos(\varphi) + l \cdot \dot{\varphi} = 0 \quad (۷)$$

معادله اخیر یک قید ناهولونومیک است (یعنی انتگرال پذیر نیست). این قید به شکل دیفرانسیلی<sup>۲۲</sup> به صورت زیر تبدیل می شود:

که در آن اندازه سرعت نقطه  $F$  و شعاع چرخ مذکور است. مؤلفه های سرعت نقطه  $F$  در دستگاه اینرسی به صورت زیر هستند:

$$\begin{aligned} \dot{x}_F &= v_F \cos(\varphi + \beta) \\ \dot{y}_F &= v_F \sin(\varphi + \beta) \end{aligned} \quad (۵)$$

$$\dot{\varphi} = \frac{1}{l} v_F \sin(\beta)$$

با تلفیق سرعت نقطه  $F$  و معادله (۳) می توان به مدل سینماتیکی سیستم به صورت زیر رسید:

$$\dot{X} = J_1 \cdot v \quad (۶-الف)$$

که در آن:

$$\begin{aligned} \dot{X} &= [\dot{x}_F \quad \dot{y}_F \quad \dot{x}_e \quad \dot{y}_e \quad \dot{z}_e \quad \dot{\theta}_{ze} \quad \dot{\theta}_{xe}]^T \\ v &= [\omega \cdot \cos(\beta) \quad \omega \cdot \sin(\beta) \quad \dot{\theta}_1 \quad \dot{\theta}_2 \quad \dot{\theta}_3 \quad \dot{\theta}_4 \quad \dot{\theta}_5]^T \end{aligned} \quad (۶-ب)$$

$$T = \sum_{i=0}^5 T_i \quad (13)$$

همچنین انرژی پتانسیل میله ها به صورت زیر است:

$$U = \sum_{i=1}^5 m_i g \cdot \rho_i \quad (14)$$

که در آن  $g$  بردار شتاب جاذبه است. به علت حرکت پایه روی سطح افقی،  $U$  مختص بازو بوده و پایه فاقد انرژی پتانسیل است. برای به دست آوردن معادلات دینامیکی حرکت سیستم از روش لاگرانژ استفاده می کنیم. لاگرانژین سیستم به صورت زیر به دست می آید:

$$L(q, \dot{q}) = T - U \quad (15)$$

معادلات لاگرانژ برای یک سیستم مقید با یک قید ناهولونومیک به صورت زیر است:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = p_i + \lambda a_i \quad i = 1, \dots, 8 \quad (16)$$

در این معادله  $p_i$  نیروی تعمیم یافته،  $a_i$  عنصر  $i$ -ام از آرایه  $A(q)$  و  $\lambda$  ضریب لاگرانژ<sup>۲۴</sup> است [۱۹].

برای تعیین نیروهای تعمیم یافته مربوط به پایه، گشتاور جلوبرنده سیستم را با یک نیرو که در نقطه تماس چرخ مجازی با زمین و در جهت حرکت وارد می شود مدل می کنیم. همچنین گشتاور  $\tau_\beta$  را نیز با یک نیروی عمود بر چرخ مجازی که در انتهای شعاعی و عمود بر صفحه چرخ و در جهت دوران آن حول محور قائم اعمال می شود، مدل می کنیم شکل (۴).

نیروهای تعمیم یافته بازو نیز برابر با گشتاورهای اعمالی در مفاصل است. در نهایت، نیروهای تعمیم یافته مربوط به سیستم از معادله زیر محاسبه می شود:

$$p_i = \sum_{j=1}^p (F_j \cdot \frac{\partial r_j}{\partial q_i}) + \sum (\tau_j \frac{\partial \theta_j}{\partial q_i}) \quad (17)$$

که در آن  $r_j$  بردار مکان نقطه اثر اعمال نیروی  $F_j$  و  $\theta_j$  زاویه دوران مفصل  $j$ -ام یعنی محل اعمال گشتاور  $\tau_j$  است. با استفاده از معادله بالا می توان نگاهی در نظر گرفت که فضای گشتاورهای تولیدی را به فضای نیروهای تعمیم یافته بنگارد. این نداشت توسط ماتریس  $E(q)$  بیان می شود:

$$P = E(q) \tau \quad (18)$$

$$A(q) \dot{q} = 0 \quad (8)$$

معادله فوق بیانگر آن است که:

$$\dot{q} \in \text{Nullspace}(A(q))$$

توجه داریم که هر  $\dot{q}$  را می توان بر حسب یک ترکیب خطی از بردارهای مبنای<sup>۲۳</sup> این فضای پوچی نوشت. با انتخاب ضرایب ترکیب خطی برابر با عناصر بردار سرعت  $v$  خواهیم داشت:

$$\dot{q} = S(q) v \quad (9)$$

بدین ترتیب ستونهای ماتریس  $S(q)$  شامل هفت بردار مذکور است که هر یک متعلق به فضای پوچی  $A(q)$  هستند و در نتیجه خواهیم داشت:

$$A S = 0 \quad (10)$$

اینک با اتمام بررسی معادلات سینماتیک مجموعه و قید مربوطه، با به کارگیری روش لاگرانژ به استخراج معادلات دینامیک می پردازیم.

#### ۴- مدل جامع دینامیک

ابتدا سرعت مطلق مرکز جرم تک تک اجزای بازوی روباتیک را به دست می آوریم. بدین منظور به هر میله در محل مرکز جرم آن یک دستگاه مختصات متصل می کنیم. سرعت مطلق مرکز جرم هر میله به صورت زیر است:

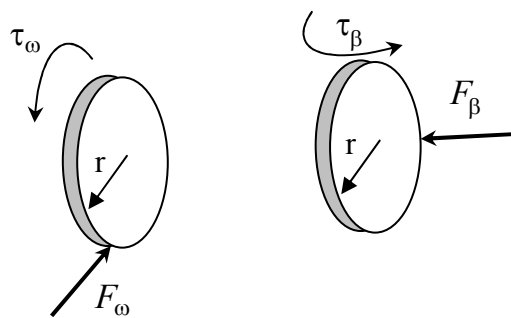
$$V_{c_i} = V_{c_i/F} + V_F + \dot{\phi} \hat{k} \times \rho_i \quad (11)$$

که در آن  $\rho_i$  بردار مکان مرکز جرم میله  $i$  ام در دستگاه  $x_0, y_0, z_0$  و  $V_{c_i/F}$  سرعت آن در این دستگاه است که از روش ژاکوبین به دست می آید، [۱۸].

بنابراین انرژی جنبشی میله  $i$  ام چنین به دست می آید:

$$T_i = \frac{1}{2} m_i V_{c_i}^T V_{c_i} + \frac{1}{2} {}^i \omega_i^T I_i {}^i \omega_i \quad (12)$$

$m_i$  جرم میله  $i$  ام و  $I_i$  تانسور ممان اینرسی نسبت به دستگاه متصل به میله  $i$  ام در مرکز جرم و  ${}^i \omega_i$  سرعت زاویه ای مطلق میله  $i$  ام است که در دستگاه متصل به آن میله بیان شده است که از روش ژاکوبین به دست می آید [۱۸]. با جمع انرژی جنبشی کل میله ها و پایه  $(T_0)$ ، انرژی جنبشی کل سیستم  $T$  به دست می آید:



شکل ۴- چرخ مجازی و نیروهای مربوط به آن

$$\begin{aligned} \bar{M} &= S^T \cdot M \cdot S \cdot J_1^{-1} \\ \bar{V}_1 &= S^T \cdot M \cdot \frac{d}{dt} [S \cdot J_1^{-1}] \\ \bar{V}_2 &= S^T \cdot V \end{aligned} \quad (21\text{-ب})$$

مدل جامع دینامیکی فوق از اهمیت کاربردی در بررسیهای کنترلی برخوردار است که گشتاورهای عملگرها (ورودی) را با متغیرهای کنترل شونده مرتبط می‌سازد. انجام محاسبات استخراج مدل جامع دینامیکی به دست آمده با نگارش برنامه کاملی در نرم افزار مپل صورت گرفته است، تا به صورتی فشرده و قابل بهره برداری در انجام امور طراحی و شبیه‌سازیهای کنترلی، دینامیک سیستم را ارائه کند.

### ۵- بررسی صحت اجرای روند مدل‌سازی

به منظور اطمینان از صحت انجام مراحل فوق در برنامه مدل‌سازی، با تدوین یک برنامه ساده دیگر و اجرای هر دو برنامه در فضای نرم افزار مپل، پس از تعیین مقادیر پارامترهای هندسی و جرمی سیستم، به مقایسه نتایج می‌پردازیم. اساس استخراج مدل دینامیکی در برنامه دوم، تعیین انرژی جنبشی سیستم و انجام کلیه محاسبات پیاده‌سازی روش لاگرانژ در فضای نرم افزار مپل است. بدین ترتیب، مدل دینامیکی حاصله از این برنامه ساده، بسیار حجیم بوده و برای بهره‌برداری بعدی در شبیه‌سازی و کنترل مبتنی بر مدل سیستم مناسب نیست، لکن برای حصول اطمینان از صحت نتایج برنامه مدل‌سازی اصلی قابل استفاده است. در هر حال، در هر دو برنامه از روش لاگرانژ برای بررسی دینامیک مجموعه استفاده می‌شود.

$$\begin{aligned} P &= [p_x \ p_y \ p_\phi \ p_{\theta_1} \ p_{\theta_2} \ p_{\theta_3} \ p_{\theta_4} \ p_{\theta_5}]^T \\ \tau &= [\tau_\omega \ \tau_\beta \ \tau_1 \ \tau_2 \ \tau_3 \ \tau_4 \ \tau_5]^T \end{aligned}$$

پس از انجام محاسبات لازم و مشتق‌گیریهای مربوطه و جایگزینی در معادلات ۱۶ خواهیم داشت:

$$M(q) \ddot{q} + V(q, \dot{q}) = E(q) \tau + A^T(q) \lambda \quad (19)$$

که در آن  $M(q)$  ماتریس اینرسی (ویا جرمی)  $8 \times 8$ ،  $V(q, \dot{q})$  آرایه  $8 \times 1$  شامل جمله‌های وابسته به سرعت است. حال اگر معادله ۹ را وارد معادلات فوق کرده و سپس بر اساس تکنیک مکمل متعامد طبیعی طرفین معادله حاصل را در  $S^T$  پیش ضرب کنیم، [۲۰]، با توجه به معادله ۱۰ مدل کاهش یافته‌ای به صورت زیر به دست می‌آید:

$$M^* \dot{v} + V^* = \tau^* \quad (20\text{-الف})$$

که در آن:

$$\begin{aligned} M_{7 \times 7}^* &= S^T \cdot M \cdot S \\ V_{7 \times 1}^* &= S^T \cdot (M \cdot \dot{S} \cdot v + V) \\ \tau^* &= E^* \cdot \tau = S^T \cdot E \cdot \tau \end{aligned} \quad (20\text{-ب})$$

توجه داریم که از طریق حذف لاگرانژ با استفاده از روش NOC، به مدل کاهش یافته سیستم با حداقل تعداد معادلات (هفت معادله) دست یافته ایم. این معادلات را می‌توان با تلفیق مدل سینماتیکی به فضای مربوط به متغیرهای کنترل شونده منتقل کرد. بدین منظور با توجه به معادله (۶) به دست می‌آید:

$$\bar{M} \ddot{X} + \bar{V}_1 \dot{X} + \bar{V}_2 = \tau^* \quad (21\text{-الف})$$

که در آن:



مشخصات هندسی و جرمی سیستم قبلاً در جدول (۱) آمده است.

مقایسه اختلاف نتایج ماتریس اینرسی به دست آمده از دو روند استخراج معادلات از برنامه اصلی  $M_1(q)$  و ثانوی  $M_2(q)$ ، در جدول (۲) درج شده است. همان طور که مشاهده می شود، با در نظر گرفتن خطای ناشی از گرد کردن ارقام، اختلاف نتایج در واقع صفر است. اختلاف نتایج آرایه جمله های وابسته به سرعت نیز مشابه همین مقادیر بوده است. این نتایج، بیانگر صحت روند اجرای محاسبات برنامه مدلسازی در آرائه مدل جامع دینامیک سیستم به صورتی فشرده بوده است.

در قسمت بعد به طراحی مسیر حرکت در بستر زمان برای منغیرهای مورد نظر در کنترل سیستم می پردازیم.

## ۶- طراحی مسیر حرکت

سیستم روباتیک متحرک به ویژه زمانی سودمند است که کار در خواست شده از روبات به گونه ای باشد که خارج از فضای کاری روبات واقع شود. طراحی مسیر حرکت در روباتهای متحرک شامل طراحی مسیر حرکت پایه و بازوست که این امر در این مقاله به طور جداگانه انجام می شود. استراتژی طراحی مسیر حرکت بر اساس اطلاعات تعداد مشخصی نقطه هدف مربوط به موقعیت مجری نهایی به این صورت است که با فرض خارج بودن این نقاط از فضای کاری روبات، پایه از یک موقعیت اولیه (نقطه ۱) با اطلاعات معلوم به سمت هدف (نقطه ۲) شروع به حرکت کرده و در نزدیکی نقطه ۲ متوقف می شود. بازو تا لحظه توقف در حالت استقرار باقی می ماند. پس از توقف نقطه  $F$ ، مجری نهایی توسط سه میله اول خود به موقعیت<sup>۲۵</sup> مورد نظر کاربر و با دو میله آخر به وضعیت<sup>۲۶</sup> خواسته شده دست می یابد. این روند در مورد نقاط شروع و پایان (دو نقطه ۱ و ۲) بیان می شود ولی قابل تعمیم به تعدادی نقطه میانی نیز است. در ادامه، ابتدا طراحی مسیر حرکت پایه و سپس بازوی روباتیک مورد بررسی قرار می گیرد.

## ۷- طراحی مسیر حرکت پایه

در مورد تعیین فاصله مناسب توقف نقطه  $F$  در نزدیکی نقطه ۲ باید بازوی روبات به گونه ای مسقر شود که توانایی ادامه حرکت را به نحو مناسبی داشته باشد. بدین منظور فاصله توقف نقطه  $F$  تا موقعیت مجری نهایی را به گونه ای تنظیم می کنیم که این نقطه در مرکز ناحیه هاشور خورده قرار گیرد، شکل (۵). بدیهی است که شعاع دایره مرکزی که در شکل با خط چین نشان داده شده است برابر  $L_2$  است. به منظور انتخاب یک نقطه یگانه برای موقعیت مجری نهایی از روی دایره خط چین، نقطه  $F$  را بر روی خط راست متصل کننده نقطه شروع حرکت  $F$  به موقعیت مجری نهایی قرار می دهیم. دو شیوه حرکتی مختلف را برای حرکت نقطه  $F$  می توان در نظر گرفت به طوری که هر دو شیوه به نوعی قید ناهولونومیک پایه را در روش طراحی خود در نظر می گیرند. در شیوه اول حرکت نقطه  $F$  بر روی خط راست و در شیوه دوم حرکت پایه بر روی مسیر منحنی انجام می شود. در ادامه ابتدا شیوه اول و سپس شیوه دوم بررسی می شود.

### ۷-۱- شیوه اول مسیر حرکت پایه

در این روش همچنان که بیشتر ذکر شد حرکت نقطه  $F$  بر روی یک خط راست است که موجب طی مسیر با کوتاهترین طول و کاهش مصرف انرژی می شود. با توجه به این حرکت قید مربوطه به صورت جدایی پذیر و در نتیجه انتگرال پذیر تبدیل می شود:

$$(\sin(\varphi) - m_{\Delta} \cos(\varphi)) \dot{x}_F + l \cdot \dot{\varphi} = 0 \quad (22)$$

که در آن  $m_{\Delta}$  شیب خط است، شکل (۶). معادله اخیر قید هولونومیک است که بین مختصات وجود دارد و نه بین سرعتها و در نتیجه پایه درجه آزادی دورانی ( $\varphi$ ) خود را از دست می دهد و هم اکنون دارای دو درجه آزادی است.

بنابراین می توان مقادیر  $\varphi$  و  $y_F$  را بر حسب  $x_F$  به دست آورد. با در نظر گرفتن یک تابع زمانی چند جمله از درجه پنج و یا هر تابع زمانی پیوسته و حداقل دو بار مشتق پذیر دیگر،

جدول ۱- مشخصات هندسی و جرمی سیستم

$m_0, I_0$	$500 \text{ Kg}$ و $320 \text{ Kg.m}^2$
$m_1, \dots, m_5$	$85, 32, 8, 2, 2 \text{ Kg}$
$I_1$	$\begin{bmatrix} 26.85 & 0 & 0 \\ 0 & 0.43 & 0 \\ 0 & 0 & 26.85 \end{bmatrix} \text{ Kg.m}^2$
$I_2$	$\begin{bmatrix} 0.0406 & -744E-8 & 319E-8 \\ -744E-8 & 23.0642 & 0 \\ 319E-8 & 0 & 23.0648 \end{bmatrix} \text{ Kg.m}^2$
$I_3$	$\begin{bmatrix} 0.0035 & 0 & 0 \\ 0 & 2.46 & 0 \\ 0 & 0 & 2.46 \end{bmatrix} \text{ Kg.m}^2$
$I_4$	$\begin{bmatrix} 2.1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.00032 & 0 \\ 0 & 0 & 2.1 \end{bmatrix} \text{ Kg.m}^2$
$I_5$	$\begin{bmatrix} 0.00035 & 0 & 0 \\ 0 & 0.58 & 0 \\ 0 & 0 & 0.58 \end{bmatrix} \text{ Kg.m}^2$
$L_1, \dots, L_4$	$2, 3, 2, 0.2 \text{ m}$
$l_g, l,$	$1, 2, 0.2 \text{ m}$

جدول ۲- مقایسه اختلاف نتایج  $M(q)$  از دو برنامه مدل سازی اصلی و آزمایشی

$[M_1(q) - M_2(q)]_{8 \times 8}$							
0	0	0	$2E-8$	0	0	0	0
0	0	$E-7$	0	0	0	0	$-6E-11$
0	$E-7$	0	$-E-7$	0	0	0	0
$2E-8$	0	$-E-7$	$-E-7$	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	$-E-10$	0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	$-E-10$	0	0	0
0	$-6E-11$	0	0	0	0	0	0

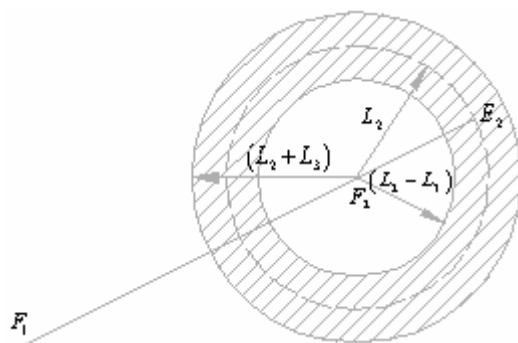
توابع زمانی برای دو مختصه دیگر به دست می آید.

زاویه دلخواه کاربر مستقر کرد و بدیهی است که حرکت از  $F_1$  به  $F_2$  بر روی مسیر منحنی خواهد بود. قید پایه را می توان به شکل دیفرانسیلی به صورت زیر بیان کرد:

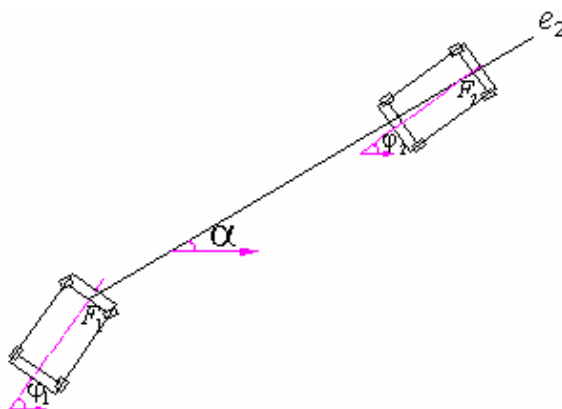
$$P.dx_F + Q.dy_F + R.d\varphi = 0 \quad (23-الف)$$

۲-۷- شیوه دوم مسیر حرکت پایه

در این شیوه حرکتی، پایه را می توان در نقطه توقف در هر



شکل ۵- تصویر فضای کاری روی سطح افق



شکل ۶- مسیر حرکت نقطه F

$$\begin{cases} P = \frac{\partial u}{\partial x_F} + v \cdot \frac{\partial w}{\partial x_F} \\ Q = \frac{\partial u}{\partial y_F} + v \cdot \frac{\partial w}{\partial y_F} \\ R = \frac{\partial u}{\partial \varphi} + v \cdot \frac{\partial w}{\partial \varphi} \end{cases} \quad (25)$$

حال نگاهی دیگری را در نظر می‌گیریم و با تلفیق دو نگاهت با یکدیگر می‌توان به سه معادله دیفرانسیل پاره ای مرتبه اول خطی رسید که از حل آنها  $(x_F, y_F, \varphi)$  بر حسب  $(u, v, w)$  به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\begin{cases} x_F = \sin(\varphi) \cdot u + \cos(\varphi) \cdot (l - v) \\ y_F = -\cos(\varphi) \cdot u + \sin(\varphi) \cdot (l - v) \\ \varphi = w \end{cases} \quad (26)$$

با در نظر گرفتن توابع زمانی مناسب برای  $(u, v, w)$  می‌توان توابع زمانی را برای  $(x_F, y_F, \varphi)$  به دست آورد:

که در آن:

$$\begin{cases} P(x_F, y_F, \varphi) = \sin(\varphi) \\ Q(x_F, y_F, \varphi) = -\cos(\varphi) \\ R(x_F, y_F, \varphi) = l \end{cases} \quad (23\text{-ب})$$

این معادله برای اهداف طراحی مسیر مناسب نیست. بنابراین نیاز به نگاهی است که بتوان در فضای دیگری به طراحی مسیر پرداخت. این نگاهت با تبدیل قید دیفرانسیلی به شکل زیر به دست می‌آید:

$$du + v \cdot dw = 0 \quad (24)$$

بررسی قید مربوطه توسط شکل اخیر بسیار ساده تر است. در این معادله  $u$  و  $v$  و  $w$  توابع انتخابی از  $x_F$  و  $y_F$  و  $\varphi$  هستند. به منظور تبدیل معادله ۲۳ به معادله ۲۴ یعنی نگاهتی که  $(u, v, w)$  را به  $(P, Q, R)$  بنگارد باید معادلات زیر برقرار باشد:

می توان به محاسبه توابع زمانی مناسب برای آنها پرداخت. این توابع زمانی را به صورت چندجمله ای از درجه پنج در نظر می گیریم. در قسمت بعد کنترل سیستم ارائه می شود.

## ۹- طراحی سیستم کنترلی و شبیه سازی

کنترل سیستم روباتیک مورد بحث در فضای مفصلی انجام است. به منظور جایگزینی متغیرهای فضای کاری با متغیرهای فضای مفصلی از سینماتیک مستقیم به صورت زیر استفاده می کنیم:

$$X = f(q) \Rightarrow \dot{X} = J(q) \cdot \dot{q}_1 \quad (32)$$

$$\dot{q}_1 = [\dot{x}_F \quad \dot{y}_F \quad \dot{\theta}_1 \quad \dot{\theta}_2 \quad \dot{\theta}_3 \quad \dot{\theta}_4 \quad \dot{\theta}_5]^T$$

که با توجه به قید ناهولونومیک مربوطه  $\dot{\phi}$  از مجموعه سرعتهای تعمیم یافته خارج شده است و  $J$  ماتریس ژاکوبین سیستم است. با جاگذاری به جای  $\dot{X}$  و  $\ddot{X}$  در مدل جامع دینامیکی خواهیم داشت:

$$\bar{M} \cdot J \cdot \ddot{q}_1 + \bar{V}(q, \dot{q}_1) = \tau^* \quad (33)$$

$$\bar{V}(q, \dot{q}_1) = \bar{M} \cdot \dot{J} \cdot \dot{q}_1 + \bar{V}_1 \cdot J \cdot \dot{q}_1 + \bar{V}_2$$

معادلات اخیر، مدل جامع تغییر یافته دینامیک سیستم است. اکنون می توان معادلات خطای سیستم را که اختلاف بین مقادیر مختصات تعمیم یافته واقعی و مقادیر مطلوب خود هستند، به صورت زیر تشکیل داد:

$$e = q_{1\text{desired}} - q_1 \quad (34)$$

$$\dot{e} = \dot{q}_{1\text{desired}} - \dot{q}_1$$

شبیه سازی سیستم روباتیک مورد نظر توسط نرم افزار متلب انجام شده است. در تعیین مدل جامع دینامیکی پس از به دست آوردن ماتریسهای مدل در فضای نرم افزاری میل به صورت نمادین<sup>۲۷</sup>، با تولید کدهای C، عناصر این ماتریسها به نرم افزار متلب منتقل می شود. با توجه به اینکه کلیه دستورات انتگرال گیری در نرم افزار متلب شامل یک مرحله انتگرال گیری است شکل گیری مدل در فضای حالت با کاهش رسته سیستم به یک به صورت زیر انجام می شود:

$$\begin{cases} q_1 = X_1 \\ \dot{q}_1 = X_2 \\ \phi = X_3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dot{Y} = G(Y) \\ Y = [X_1 \quad X_2 \quad X_3]^T_{15 \times 1} \end{cases} \quad (35)$$

$$\begin{cases} w = f(t) \\ u = g(w) \\ v = -g'(w) \end{cases} \quad (27)$$

F می تواند هر تابع زمانی به صورت چند جمله ای، منحنی و یا هر تابع پیوسته و یکنواخت باشد که شرایط اولیه و نهایی  $\phi$  را ارضا کند. به همین ترتیب چون فقط موقعیت و سرعت تابع  $g(w)$  موجود می کند آن را چندجمله ای از درجه سه انتخاب می کنیم. بنابراین مسیر حرکت در بستر زمان برای مختصات تعمیم یافته پایه تعیین شد.

## ۸- طراحی مسیر حرکت بازو

پس از توقف پایه، بازو باید از موقعیت مرجع به موقعیت زیر حرکت کند:

$$[x_e \quad y_e \quad z_e \quad \theta_{xe} \quad \theta_{ze}]_{\text{final}=2}$$

با توجه به اینکه سه میله اول بازو باید با خط متصل کننده شروع و پایان حرکت همراستا باشد، موقعیت نهایی زاویه  $\theta_{1,2}$  به صورت زیر به دست می آید:

$$\theta_{1,2} = \alpha - \phi_2 \quad (28)$$

و به تبع آن موقعیت نهایی  $\theta_{5,2}$  به صورت زیر محاسبه می شود:

$$\theta_{5,2} = \theta_{xe2} - \phi_2 - \theta_{1,2} \quad (29)$$

برای تعیین موقعیت نهایی  $\theta_3$  و  $\theta_2$  شکل (۷) را در نظر می گیریم. با حل سینماتیک معکوس  $\theta_{3,2}$  و  $\theta_{3,2}$  به صورت زیر به دست می آیند:

$$\begin{aligned} \cos(\theta_{3,2}) &= \frac{1}{2 \cdot L_2 \cdot L_3} \cdot (\rho^2 + (L_1 - z_{e2})^2 - L_2^2 - L_3^2) \\ \sin(\theta_{2,2} + \gamma) &= \frac{-L_3 \cdot \sin(\theta_{3,2})}{\sqrt{\rho^2 + (L_1 - z_{e2})^2}} \end{aligned} \quad (30)$$

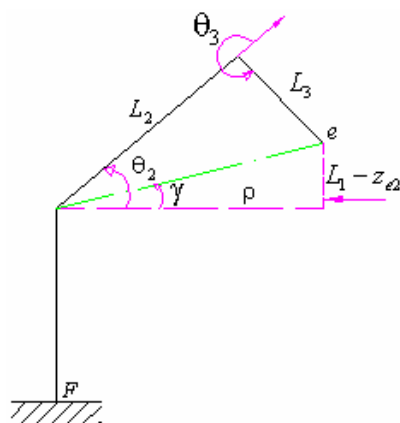
که در آن:

$$\tan(\gamma) = \frac{L_1 - z_{e2}}{\rho} \quad \text{و} \quad \rho = L_2$$

به منظور محاسبه  $\theta_{4,2}$  از معادله (۶-ب) استفاده می کنیم:

$$\theta_{4,2} = \theta_{ze2} - \theta_{2,2} - \theta_{3,2} \quad (31)$$

حال که مقادیر شروع و پایان زوایای مفاصل معلوم است



شکل ۷- تعیین  $\theta_2$  و  $\theta_3$

$$\hat{M} = \bar{M}, \quad \hat{V} = \bar{V}, \quad \hat{J} = J \quad (37)$$

اگر به جای خود روبات مدل دینامیکی آن و به جای  $\tau^*$  نیز از معادله (۳۶) قرار دهیم به معادله خطای زیر خواهیم رسید:

$$\ddot{e} + K_v \dot{e} + K_p e = 0 \quad (38)$$

با انتخاب قطری ماتریسهای  $K_v$  و  $K_p$  معادلات خطا دیکوپله شده و می توان خطای مربوط به هر یک از متغیرها را به طور مستقل به دست آورد. در صورت وجود خطای اولیه طبق این معادله بر آن غلبه خواهد شد. این روش به عنوان دقیقترین روشی بوده که مابقی روشهای کنترلی با آن مقایسه می شوند. اشکال عمده این روش، حجم بالای محاسبات است که مستلزم استفاده از سیستم سخت افزاری پیشرفته تر با قابلیت های بیشتر است که به مفهوم گران بودن پیاده سازی این نوع روش کنترلی است. اشکال دیگر آن احتمال اشتباه در محاسبه مدل دینامیکی سیستم است که این خود عامل مهمی در ایجاد خطا در سیستم کنترلی خواهد شد. در ادامه نمونه نتایج به دست آمده از این الگوریتم با در نظر گرفتن خطای اولیه نشان داده می شود که در آنها  $K_{p_i} = 64$  و  $K_{v_i} = 16$  انتخاب شده است، شکل های (۸ و ۹). خطای سایر مختصات تعمیم یافته نیز، به طور مشابه به صفر می رسد.

همان طور که مشاهده می شود، با توجه به رسیدن کلیه خطاها به صفر، به کارگیری سیستم کنترلی فوق منجر به پایداری سیستم می شود. بهره های انتخاب شده مقادیری کوچک

در یک حلقه تکرار زمانی در هر مرحله از  $\dot{Y}$  انتگرال گیری شده و متغیرهای حالت سیستم در انتهای هر گام زمانی<sup>۲۸</sup> به دست می آید.

برای اعمال قانون کنترلی، نظریه های مختلفی وجود دارد، [۲۱]. در این مقاله دو تئوری کنترلی زیر مورد بحث قرار می گیرند:

(۱) الگوریتم مبتنی بر مدل، MBA

(۲) الگوریتم ترانزاده ژاکوبین، TJ

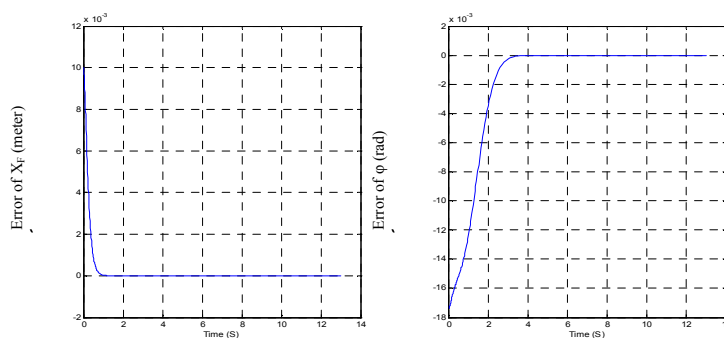
در ادامه ابتدا الگوریتم کنترلی اول و سپس الگوریتم کنترلی دوم بر سیستم اعمال و نتایج شبیه سازی مورد بحث قرار می گیرد.

## ۱۰ - قانون کنترلی مبتنی بر مدل

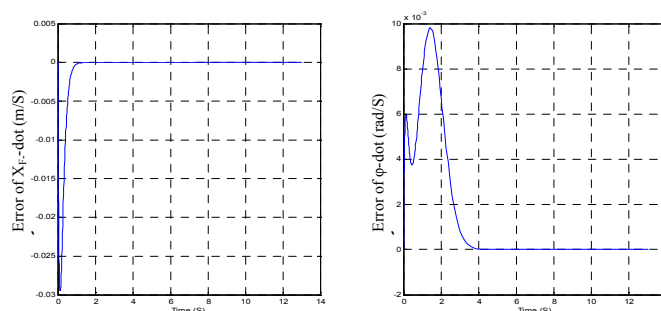
این قانون که با نام اختصاری MBA به آن اشاره خواهیم کرد بر اساس نگرش خطی سازی پسخوراند<sup>۲۹</sup> گشتاور کنترلی  $\tau^*$  را به صورت زیر ارایه می کند:

$$\tau^* = \hat{M} \hat{J} \cdot [\ddot{q}_{\text{desired}} + K_v \dot{e} + K_p e] + \hat{V}(q, \dot{q}_i) \quad (36)$$

$\hat{M}$ ،  $\hat{J}$  و  $\hat{V}$  پارامترهای مدل دینامیکی اند که توسط طراح محاسبه شده اند، طبیعی است که اندکی اختلاف بین مقادیر ایدئال فوق با مقادیر حقیقی وجود داشته باشد.  $K_p$  و  $K_v$  ضرایب ماتریسی مربوط به خطاهای سرعت و موقعیت اند. اگر طرح مدل دینامیکی به طور دقیق حساب شده باشد و به قدرت دینامیکی طرح اعتماد شود داریم:



شکل ۸- خطای بخشی از مختصات تعمیم یافته بر حسب زمان با اعمال الگوریتم کنترلی MBA



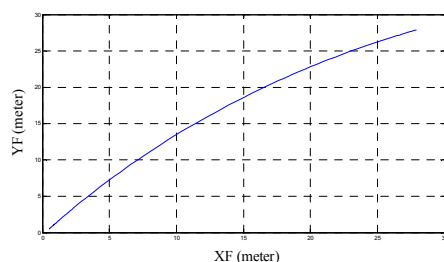
شکل ۹- خطای بخشی از سرعتهای تعمیم یافته بر حسب زمان با اعمال الگوریتم کنترلی MBA

غلطی چرخها در مدل دینامیکی برای ایجاد سرعت کند شونده دارای مقدار منفی می‌شو، شکل (۱۱).

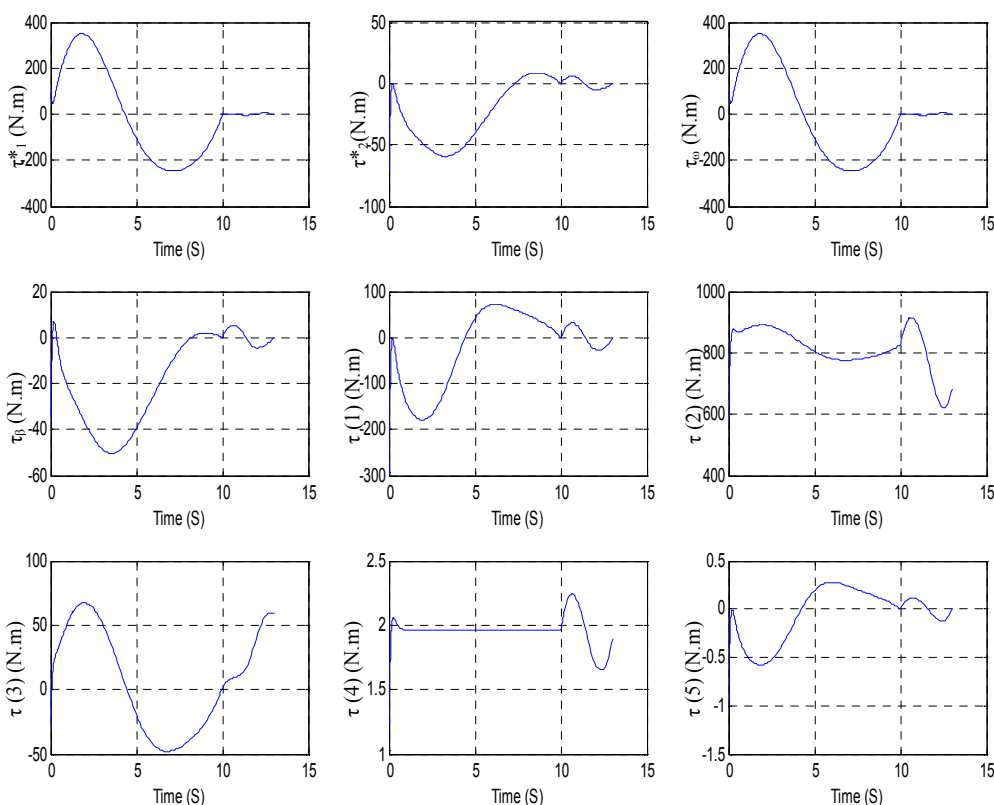
گشتاور  $\tau_{\beta}$  در مقایسه با  $\tau_{\omega}$  بسیار کوچکتر و در حدود 10% است. همچنین به منظور ساکن ماندن پایه پس از لحظه توقف در اثر اینرسی حرکتی میله اول مقداری گشتاور  $\tau_{\beta}$  مصرف می‌شود که با تعبیه سیستم ترمز مناسب می‌توان از مصرف انرژی در این حالت جلوگیری کرد. در میله اول که تحت تأثیر اینرسی ناشی از حرکت پایه و تأثیر اینرسی بر روی میله‌های دیگر واقع است، بیشترین مقدار گشتاور را در حین حرکت پایه و برای حفظ وضعیت موجود نیاز دارد و پس از توقف پایه گشتاور کمتری مصرف می‌کند. از این حیث، وضعیت میله پنجم با میله اول مشابه است و در مورد آن نیز گشتاور مصرفی قبل از توقف پایه بیشتر است. بیشترین گشتاور لازم در سیستم مربوط به میله دوم است که با توجه به طول

بوده و سرعت میل خطا به سمت صفر بالاست. برای حرکت پایه، زمانی برابر ۱۰ ثانیه و برای حرکت بازو ۳ ثانیه در نظر گرفته شده است، که موجب می‌شود مطابق نمودار شکل (۱۰)، پایه با سرعتی کم و حرکتی آرام به نقطه توقف برسد. میل خطا به صفر برای  $\phi$  کندتر از سایر مختصات تعمیم یافته است که علت آن مربوط به قید ناهولونومیک موجود است که به منزله یک عامل مقید کننده برای سرعت  $\dot{\phi}$  است. خطا در رده سرعتها نسبت به رده موقعیتهای سریعتر به سمت صفر میل می‌کند، علت آن این است که برای سرعتهای تعمیم یافته خطای اولیه ای در نظر گرفته نشده است و در ابتدا برای رساندن مختصات تعمیم یافته به مقادیر مطلوب از مقدار مطلوب خود اندکی فاصله می‌گیرند.

گشتاور  $\tau_{\omega}$  برای ایجاد سرعت تند شونده در سیستم ابتدا دارای مقدار مثبت و سپس با توجه به عدم لحاظ اصطکاک



شکل ۱۰- مسیر حرکت نقطه مرجع پایه (F)



شکل ۱۱- گشتاور اعمالی عملگرها بر حسب زمان با اعمال الگوریتم کنترلی MBA

سایر اجزا بر روی آنهاست.

به منظور در نظر گرفتن ملاحظات عملی، وجود اختلاف بین مدل کنترلی و سیستم واقعی با ایجاد تغییرات در مقادیر پارامترها در نظر گرفته می‌شود. این اختلاف ناشی از تفاوت در پارامترهای جرمی و ابعاد هندسی و همچنین خطاهای موجود در مونتاژ دستگاه است. در این صورت مدل دینامیکی منطبق بر

بلند و جرم و اینرسی زیاد آن این مقدار طبیعی به نظر می‌رسد. این میله همچنین باید جرم و اینرسی میله های بعد از خود و اینرسی ناشی از حرکت پایه را نیز به نحوی جبران کند. تولید گشتاور در سه میله آخر در مقایسه با عملگرهای دیگر سیستم بسیار کمتر و در حدود ۵ درصد است که علت آن کمتر بودن جرم و اینرسی خود این میله ها و تأثیر کمتر اینرسی حرکتی

واقعیت نبوده و خواهیم داشت:

$$\hat{M} \neq \bar{M}, \hat{V} \neq \bar{V}, \hat{J} \neq J \quad (39)$$

بدین ترتیب، در هر یک از عناصر ماتریسهای فوق به اندازه ۱۰ درصد خطا نسبت به حالت واقعی در نظر می‌گیریم. برای غلبه بر خطای حاصله از بهره‌های کنترلی<sup>۳۰</sup> متوسطی برابر با  $K_{pi} = 625$  و  $K_{vi} = 50$  استفاده شده است. با افزایش بهره‌ها باز هم می‌توان میزان خطا را کاهش و به صفر رسانید. نمونه‌ای از نتایج مربوطه در ادامه ارائه می‌شود، شکل (۱۲). خطای سایر مختصات تعمیم‌یافته نیز مشابه است.

خطای  $\theta_4$  که در اینجا نمایش داده شده است، نسبت به سایر مختصات تعمیم‌یافته از مقدار قابل توجهی برخوردار است که علت آن را باید در کیفیت تصادفی تغییرات پارامترها جستجو کرد و همین امر موجب افزایش خطا در  $\theta_{ze}$  شده است. البته همین خطا نیز با گذر زمان، به صفر می‌رسد که مطابق انتظار و بیانگر مقاوم بودن الگوریتم مبتنی بر مدل است. در مورد خطا در رده سرعتها وضعیت بهتری وجود دارد و با توجه عدم وجود خطای اولیه در آنها کلیه خطاهای مربوطه با سرعت مناسبی به صفر میل می‌کنند. گشتاورهای اعمالی در این قسمت به میزان بسیار جزئی نسبت به حالت ایدئال افزایش می‌یابد که علت آن مربوط به بزرگتر بودن بهره‌های انتخابی است.

باید در نظر داشت که میزان ۱۰ درصد نامعینی پارامترهای جرمی و هندسی در خصوص سیستمهای روباتیک که بر اساس انجام امور مهندسی و طراحی به صورت "نسبتاً" دقیقی ساخته می‌شوند، بسیار بالاتر از حد تصور بوده و نتایج به دست آمده حاکی از قابلیت اعتماد برجسته الگوریتم MBA است.

## ۱۱- تأثیر اغتشاشات محیطی

در این قسمت فرض می‌کنیم که علاوه بر  $\tau^*$  یک گشتاور/نیروی خارجی اغتشاشی نیز بر سیستم اثر می‌کند. این نیرو را می‌توان به عنوان تأثیر مدل نشده اصطکاک و سایر عوامل بیرونی بر سیستم در نظر گرفت که در روند شبیه‌سازی

با  $\tau^*$  جمع می‌شود. شکل این نیرو را به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$\tau_{dist} = a \cdot \cos(\Omega t) \cdot \dot{q}_i \quad (40)$$

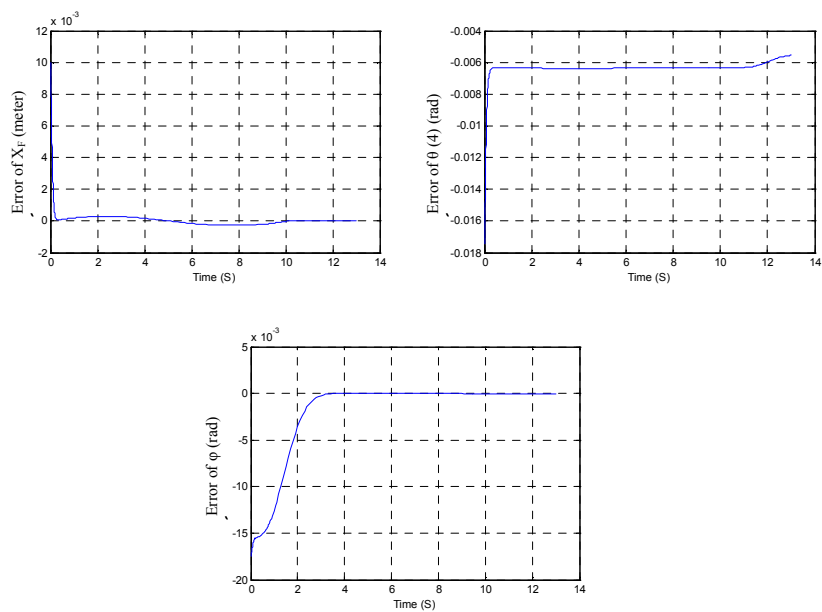
که در آن  $a$  دامنه اغتشاش،  $t$  زمان و  $\Omega$  فرکانس اغتشاش را مشخص می‌کند. همچنین توجه داریم که تغییرات آن را متناسب با سرعتهای تعمیم‌یافته سیستم در نظر گرفته‌ایم، شکل (۱۳). در نتایج شبیه‌سازی به دست آمده در این بخش همراه با خطای اولیه،  $a = 0.3$  و  $\omega = 5$  در نظر گرفته شده است. همچنین به منظور کاهش خطا از بهره‌های کنترلی متوسط  $K_{pi} = 324$  و  $K_{vi} = 36$  استفاده شده، در حالی‌که با افزایش این ضرایب باز هم می‌توان خطا را کاهش و به صفر رسانید. نمونه‌ای از نتایج مربوطه در ادامه ارائه می‌شود، شکل (۱۴).

خطاهای مربوط به سایر مختصات تعمیم‌یافته مشابه  $x_F$  است. در مورد خطاهای مربوط به  $\theta_4$  و  $\theta_5$  همچنان که مشاهده می‌شود، پس از زمان ۱۰ ثانیه مقدار آنها افزایش می‌یابد که علت آن مربوط به نوسانی‌تر بودن سرعتهای  $\dot{\theta}_4$  و  $\dot{\theta}_5$  نسبت به سایر سرعتهاست، به طوری که به همان نسبت فرکانس اغتشاش و تأثیر آنرا افزایش و خطا را نیز بیشتر می‌کند. همچنین این امر بر خطاهای  $\theta_4$  و  $\theta_5$  نیز اثر گذاشته و مقدار آنها را افزایش می‌دهد. گشتاورهای اعمالی در این قسمت نیز به علت بزرگتر بودن بهره‌ها به مقدار بسیار جزئی نسبت به حالت ایدئال افزایش می‌یابد.

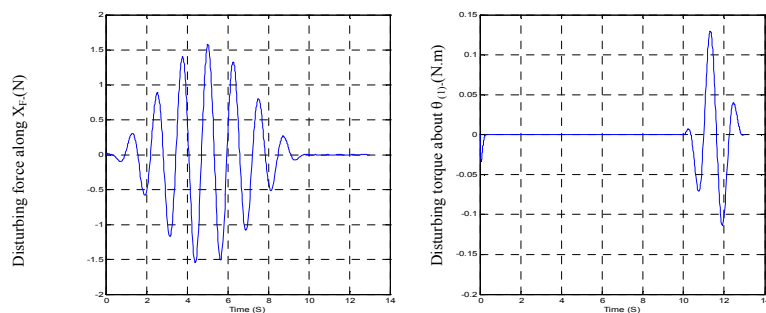
در فرکانس موجود با انتخاب دامنه‌های بزرگتر، سیستم دچار اشکال و عملیات انتگرال‌گیری بسیار کند می‌شود. در صورت کاهش فرکانس اغتشاش، خطای کلیه متغیرها کاهش چشمگیر یافته و دامنه را می‌توان تا بیش از سه برابر افزایش داد و همچنان خطاهای قابل قبولی را در سیستم مشاهده کرد.

در پایان این قسمت متذکر می‌شود که با توجه به وجود نویز در اندازه‌گیریهای واقعی، برای کاهش اثر نویز بر سیستم کنترلی، معمولاً سعی می‌شود که از بهره‌های کنترلی کوچک استفاده شود. سیستم فوق نسبت به تأثیر نویز بسیار حساس بوده و دامنه نویز، خطاها را در سیستم افزایش و گشتاور

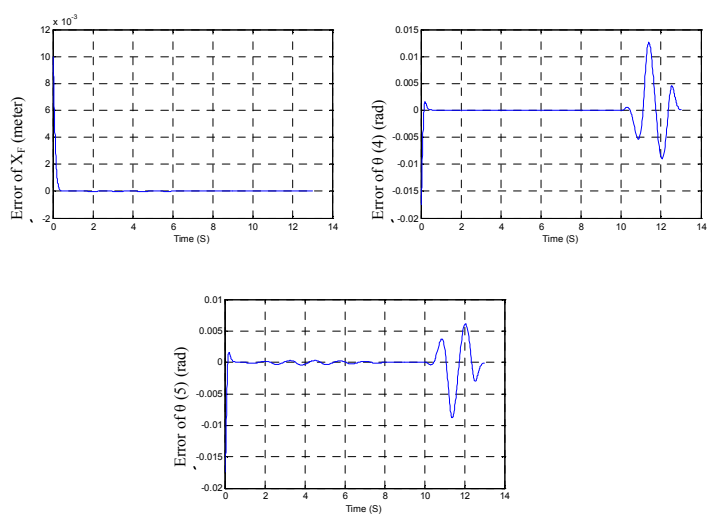




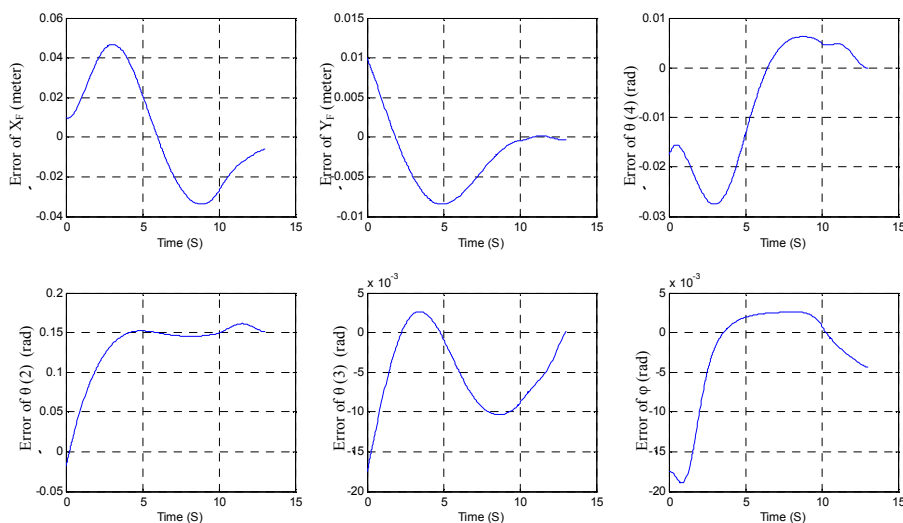
شکل ۱۲- خطای بخشی از مختصات تعمیم یافته با اعمال الگوریتم کنترلی MBA با در نظر گرفتن نامعینی پارامترهای جرمی و هندسی



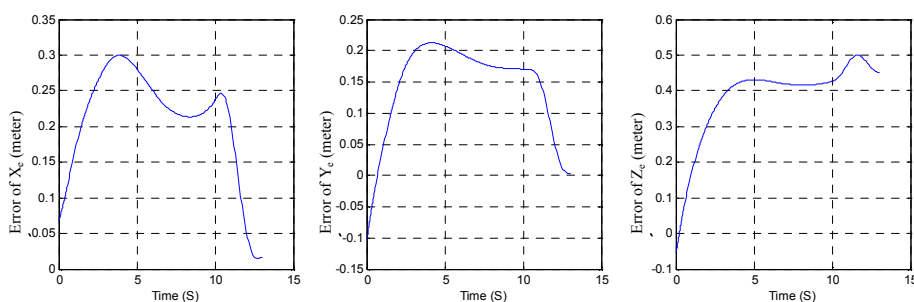
شکل ۱۳- ورودی اغتشاشی به سیستم بر حسب زمان



شکل ۱۴- خطای برخی از مختصات تعمیم یافته بر حسب زمان با اعمال الگوریتم کنترلی MBA با در نظر گرفتن اغتشاش محیطی



شکل ۱۵- خطای بخشی از مختصات تعمیم یافته و گشتاورهای برخی عملگرها با اعمال الگوریتم کنترلی TJ



شکل ۱۶- خطای موقعیت مجری نهایی با اعمال الگوریتم کنترلی TJ

ساده و به صورت زیر است [۲۱]:

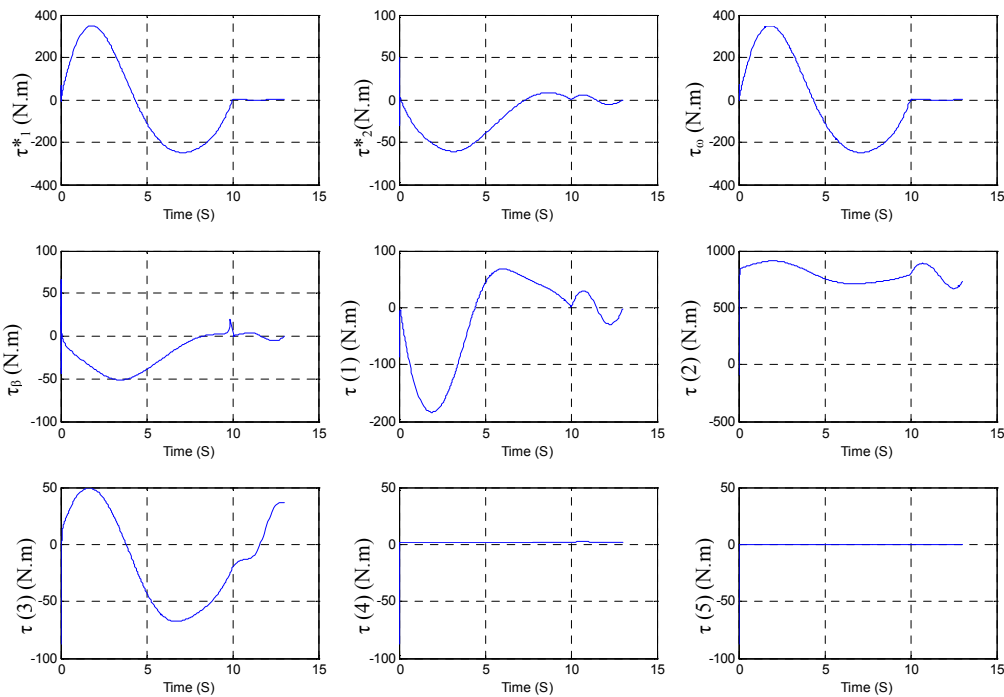
$$\tau^* = J^T (K_p \cdot e + K_v \cdot \dot{e}) \quad (41)$$

این الگوریتم به منزله فنر و دمپری است که بین موقعیت و سرعت واقعی سیستم و مقادیر مطلوب مربوطه قرار گرفته و در هر لحظه این مقادیر واقعی را به مقادیر مطلوب خود نزدیکتر می کند. از مزایای این روش، عدم وابستگی به مدل دینامیکی سیستم و نیز اندک بودن حجم محاسبات لازم است که موجب استفاده از آن در سیستمهای پیچیده دینامیکی با تعداد درجات بالاست. از سوی دیگر استفاده از این الگوریتم، مستلزم استفاده از بهره های کنترلی بزرگ است. به علاوه در این الگوریتم،

مصرفی محرکها را نسبت به حالت ایدئال بیشتر می کند. این امر را با توجه به تأثیر متقابل پایه و بازو بر روی یکدیگر و ماهیت پیچیده و بسیار غیر خطی سیستم می توان توجیه کرد. برای غلبه بر تأثیر آن نیز به ناچار باید بهره های حالت ایدئال را تا حد ممکن کاهش داد، البته این امر به نوبه خود موجب کندی پاسخ خطای سیستم می شود.

## ۱۲- قانون کنترلی ژاکوبین ترانهاده

دومین الگوریتم مورد استفاده در انتخاب کنترلر، الگوریتم TJ است. قانون کنترلی ارایه شده توسط این الگوریتم بسیار



شکل ۱۷- گشتاورهای اعمالی عملگرها در صورت استفاده از الگوریتم کنترلی TJ

ترانهاده، نمونه‌ای از نتایج بهره‌برداری از این کنترلر در سیستم پیچیده حاضر، ارائه می‌شود.

پاسخ دینامیکی این کنترلر بر حسب پیکربندی بازو تغییر خواهد کرد و پایداری پاسخ کامل با انتخاب بهره‌های کنترلی مناسب انجام می‌شود. همان‌طور که اشاره شد بهره‌های کنترلی متعددی برای این کنترلر آزمایش شده و با افزایش مقدار آنها خطای سیستم کاهش می‌یابد. نتایج نشان داده شده در شکل‌های (۱۷-۱۵)، مربوط به بهره‌های کنترلی  $K_{pi} = 5000$  و  $K_{vi} = 10000$  است.

خطای سایر عناصر مختصات تعمیم‌یافته مشابه  $\theta_1$  است. در حضور نویز، این بهره‌های بسیار بزرگ، سیستم کنترلی را با اشکال مواجه می‌سازد. هرچه مقدار بهره‌ها بزرگتر می‌شود عملکرد سیستم کنترلی بهتر و خطاها به صفر نزدیکتر می‌شوند. البته همان‌طور که اشاره شد رفع نیاز به ضرایب بهره کنترلی بزرگ (که به نوبه خود به ضعف جدی در برابر وجود نویز اندازه‌گیری در سیستم‌های واقعی می‌انجامد) در جای خود به

روش سیستماتیکی برای انتخاب بهره کنترلی وجود ندارد و استفاده از روش سعی و خطا در انتخاب بهره راهکار رایج است. نظر به مزایای برجسته این الگوریتم، بهبود ساختار آن به منظور رفع نیاز به ضرایب بهره کنترلی بزرگ (که بنوبه خود به ضعف جدی در برابر وجود نویز اندازه‌گیری در سیستم‌های واقعی می‌انجامد) در مقالات دیگری تشریح شده است [۲۲-۲۴]. الگوریتم بهبودیافته ژاکوبین ترانهاده، با بهره‌های کنترلی معمولی، عملکردی مطلوب در کنترل سیستم‌های پیچیده رباتیک ارائه می‌کند. این عملکرد، از نظر مقاوم بودن به تغییرات پارامترها، اغتشاشات محیطی و وجود نویز در اندازه‌گیریها کاملاً قابل مقایسه با الگوریتم مبتنی بر مدل MBA است. این در حالی است که بر اساس ساختار بهبودیافته این الگوریتم، بهره‌های کنترلی به‌طور سیستماتیک و بدون نیاز به سعی و خطا انتخاب می‌شوند. در هر حال، تشریح ساختار بهبودیافته این الگوریتم در این مجال نمی‌گنجد، و در اینجا صرفاً به منظور بررسی قابلیت‌های اصلی الگوریتم متداول ژاکوبین

اصلاح ساختار این الگوریتم رهنمون شده است.

### ۱۳- نتیجه گیری

خطای کلیه مختصات تعمیم یافته به جز  $\theta_2$  با سرعت خوبی به سمت صفر میل می کنند، این در حالی است که در دومین مفصل شاهد وجود خطای ماندگار هستیم. همان طور که در شکل (۱۶) مشاهده می شود، وجود چنین خطاهایی در مختصات تعمیم یافته و مفصلی، به خطاهای قابل ملاحظه در تعقیب مسیر مجری نهایی می شود، که با انتخاب بهره های کنترلی بزرگتر بهبود می یابد هر چند که به نوبه خود به ضعف جدی در برابر وجود نویز اندازه گیری در سیستم های واقعی می انجامد. در هر حال، این نتایج نشان می دهند که الگوریتم کنترلی TJ به عنوان یک الگوریتم ناوابسته به مدل و دارای حجم محاسباتی بسیار محدود به عنوان یک کنترلر مناسب می تواند حتی در چنین سیستم های نسبتاً پیچیده ای مورد استفاده قرار گیرد و بهبود ساختار آن به منظور رفع نیاز به ضرایب بهره کنترلی بزرگ در مقالات دیگری مورد بررسی قرار گرفته است.

از مقایسه شکل (۱۷) با شکل (۱۱) مشاهده می شود که مقادیر  $\tau_0, \tau_\beta, \tau_1, \tau_4$  و  $\tau_5$  اندکی بیشتر از مقادیر متناظر در MBA و بالعکس مقادیر  $\tau_2$  و  $\tau_3$  اندکی کمتر از مقادیر متناظر در MBA است. باید در نظر داشت که مقادیر گشتاورهای اعمالی در الگوریتم MBA بر اساس مدل دینامیکی معین بیانگر گشتاورهای مورد نیاز برای پیمودن مسیر طراحی شده است. به عبارت دیگر، این گشتاورها معادل گشتاورهایی اند که از حل سینتیک معکوس سیستم به دست آیند. بدین ترتیب، وجود تفاوت آشکار بین پروفیل گشتاورهای شکل (۱۷) و شکل (۱۱) خود به معنی وجود خطاهای عملکردی است. به هر حال، همان طور که در شکل (۱۷) مشاهده می شود در این حالت شاهد نوسانی بودن برخی گشتاورها در محدوده کاری می باشیم که این به مفهوم الزام در انتخاب محرک های مناسب برای پاسخ به نیروها و گشتاورهای با فرکانس بالاتر و احتمالاً افزایش قیمت سخت افزاری است.

در این مقاله یک روش سیستماتیک برای دستیابی به مدل دینامیکی، طراحی مسیر حرکت و کنترل روباتهای متحرک چرخدار که بر روی آنها یک بازوی روباتیک نصب است، ارائه شد. این روش بر روی یک پایه چهارچرخ مانند اتوموبیل و بازوی پنج درجه ای که بر روی آن نصب است مورد تشریح قرار گرفت، ولی در حالت کلی بر روی هر سیستم با هر تعداد بازوی دلخواه قابل اجراست. در ابتدا به منظور دستیابی به مدل جامع دینامیک سیستم مدل سینماتیکی به منظور تصویر فضای سرعت های قابل اعمال توسط موتورها به فضای سرعت های کنترل شونده به دست آمد. سپس با بهره گیری از روش لاگرانژ معادلات دینامیکی اولیه حرکت سیستم مقید با یک قید ناهولونومیک حاصل شد. با حذف ضریب لاگرانژ از معادلات با استفاده از تکنیک مکمل متعامد طبیعی و تلفیق قید سینماتیکی با معادلات دینامیک، مدل جامع دینامیک حرکت سیستم (با تعداد معادلات حداقل و کاهش یافته) به دست آمد. انجام کلیه مراحل محاسباتی توسط نگارش برنامه در نرم افزار مپل صورت گرفت. مدل حاصله که از اهمیت کاربردی در بررسی های کنترلی برخوردار است، گشتاورهای عملگرها را با متغیرهای کنترل شونده مرتبط می سازد و می توان متغیرهای پایه و بازوی روبات را به صورت یکپارچه در یک قالب ماتریسی کلی مشاهده کرد که این امر امکان کنترل همزمان پایه و بازو را فراهم می آورد. به منظور بررسی صحت روند اجرای مدل سازی، مدل دینامیکی ثانویه ای بر اساس روش ژاکوبین به دست آمد و عناصر متشکله دو مدل با یکدیگر مقایسه و با یکسان بودن آنها از صحت برنامه مدل سازی اطمینان حاصل شد.

طراحی مسیر حرکت برای پایه و بازو به طور جداگانه و بر اساس اطلاعات تعداد مشخصی نقطه، مربوط به موقعیت کامل پایه و مجری نهایی انجام شد. روبات ابتدا با بررسی لزوم حرکت و یا عدم حرکت پایه خود، در صورتی که نقطه مورد نظر خارج از فضای کاری واقع باشد پایه را به سمت نقطه هدف حرکت داده و پس از توقف در فاصله مشخص، بازو را

کنترلی MBA و TJ بر روی سیستم اعمال و با نگارش برنامه های محاسباتی در نرم افزار متلب همراه با انتقال اطلاعات از مپل، شبیه سازی عملکرد مجموعه انجام شد. با شبیه سازی شرایط کاری و عوامل خارجی مؤثر از قبیل عدم دسترسی به مقادیر دقیق پارامترهای جرمی و هندسی، اعمال اغتشاشات محیطی و نیز وجود نویز در اندازه گیری، به مطالعه رفتار روبات در شرایط نزدیک به واقعیت پرداخته شد. نتایج به دست آمده نشان می دهد که الگوریتم کنترلی TJ به عنوان یک الگوریتم ناوابسته به مدل و دارای حجم محاسباتی بسیار کم نسبت به MBA می تواند به عنوان یک کنترلر مناسب در چنین سیستمهای نسبتاً پیچیده نیز با عملکرد قابل قبول مورد استفاده قرار گیرد. همان طور که اشاره شد نظر به چنین قابلیت های ارزشمندی، بهبود ساختار این الگوریتم در رفع نیاز به ضرایب بهره کنترلی بزرگ (که به نوبه خود به ضعف جدی در برابر وجود نویز در اندازه گیری می انجامد) در پژوهشهای دیگری انجام و نتایج آن تشریح شده است.

از موقعیت مرجع به موقعیت خواسته شده کاربر حرکت می دهد. با استفاده از اطلاعات نقطه هدف و با حل سینماتیک معکوس، مقادیر نهایی زوایای مفاصل به دست آمد و با در نظر گرفتن توابع زمانی از نوع چند جمله ای، مسیر حرکت برای بازو در بستر زمان به شیوه متعارف و معمول طراحی شد. طراحی مسیر حرکت برای پایه به علت وجود قید ناهولونومیک مربوطه با پیچیدگی بیشتری همراه بوده و دو روش مختلف مورد بررسی قرار گرفت. در روش اول با حرکت پایه بر روی یک خط مستقیم، درجه آزادی دورانی پایه حذف شد. در روش دوم که امکان استقرار پایه در هر زاویه دلخواه وجود دارد ابتدا قید مربوطه به یک شکل قابل بهره برداری در طراحی مسیر با به کارگیری چند نگاشت ریاضی، تبدیل شد. سپس مختصات تعمیم یافته پایه به صورت توابعی از متغیرهای نگاشت به دست آمد و با در نظر گرفتن توابع زمانی مناسب برای متغیرهای نگاشت، توابع زمانی برای مختصات تعمیم یافته پایه تعیین شد. در پایان، دو الگوریتم

## واژه نامه

- |   |                            |   |
|---|----------------------------|---|
| 1. platform                             | 11. generalized speeds     | 21. Instantaneous Center of Rotation, ICR |
| 2. Natural Orthogonal Complement Method | 12. car-like               | 22. pfaffian form                         |
| 3. symbolic computations                | 13. differential-drive     | 23. basis                                 |
| 4. Maple                                | 14. objective function     | 24. Lagrange multiplier                   |
| 5. Malab                                | 15. redundant              | 25. position                              |
| 6. Model-Based Algorithm                | 16. manipulability measure | 26. orientation                           |
| 7. Transposed Jacobian Algorithm 5      | 17. home configuration     | 27. symbolic                              |
| 8. yaw angle                            | 18. parameter perturbation | 28. time step                             |
| 9. pitch angle                          | 19. disturbance            | 29. feedback linearization                |
| 10. mobility                            | 20. end-effector           | 30. gains                                 |

## مراجع

1. Moosavian, S. Ali A., and Papadopoulos, E., "On the Kinematics of Multiple Manipulator Space Free-Flyers," *Journal of Robotic Systems*, Vol. 15, No 4, pp207-216, 1998.
2. Moosavian, S. Ali. A., and Rastegari, R., "Force Tracking in Multiple Impedance Control of Space Free-Flyers," *Proc. of the IEEE/RSJ Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems*, Takamatsu, Japan, 2000.
3. Moosavian, S. Ali. A., Rastegari, R., and Papadopoulos, E., "Multiple Impedance Control for Space Free-Flying Robots," *AIAA Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 28, No. 5, pp. 939-947, September 2005.
4. Moosavian, S. Ali A., and Papadopoulos, E., "Explicit Dynamics of Space Free-Flyers with Multiple Manipulators via SPACEMAPL," *Journal of Advanced Robotics*, Vol. 18, No. 2, pp 223-244, 2004.

5. Papadopoulos, E., and Poulakakis, J., "On Motion Planning of Nonholonomic Mobile Robots," *Proc. Int. Symposium of Robotics*, Montreal, Canada, pp.77-82, 2000.
6. Campion, G., Andrea-Novel, B., and Bastin, G., "Structural Properties and C of Kinematic and Dynamic Models of Wheeled Mobile Robots," *IEEE Trans. On Robotics and Automation*, Vol. 12, No. 1, pp. 47-62 1996.
7. Campion, G., Andrea-Novel, B., and Bastin, G., "Modeling and Control of Non Holonomic Wheeled Mobile Robots," *Proc. International Conference on Robotics and Automation*, pp. 1130-1135, 1991.
8. Caracciolo, L., De Luca, A., and S. Iannitti, "Trajectory Tracking Control of a Four-Wheel Differentially Driven Mobile Robot," *Proc. IEEE Int. Conf. On Robotics & Automation*, Detroit, Michigan, PP. 2632-2638, May 1999.
9. Wang, D., and Qi, F., "Trajectory Planning for a Four-Wheel Steering Vehicle," *Proc. IEEE Int. Conf. On Robotics & Automation*, Seoul, Korea, PP. 3320-3325, May 2001.
10. Papadopoulos, E., and Poulakakis, J., "Planning and Model-Based Control for Mobile Manipulators," *Proc. Of IEEE/RSJ. Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems*, Takamatsu, Japan, Oct., 30- Nov.5, 2000.
11. Yamamoto, Y., and Yun, X., "Control of Mobile Manipulators Following a Moving Surface," *Proc. IEEE Int. Conf. On Robotics & Automation*, 1993.
12. Seraji, H., "Configuration Control of Rover-Mounted Manipulators." *Proc. of IEEE, Int. Conf. on robotics and automation*, 1995.
13. Seraji, H., "Motion Control of Mobile Manipulators," *Proc. of the IEEE/RSJ Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems*, Yokohama, Japan, July 26-30, 1993.
14. Carriker, F.W., Khosla, P.K., and Krogh, B.H., "The Use of Simulated Annealing to Solve the Mobile Manipulator Path Planning Problem," *Proc. of IEEE, Int. Conf. on robotics and automation*, 1990.
15. Miksch, W., and Schroeder, D., "Performance-Functional Based Controller Design for a Mobile Manipulator," *Proc. of IEEE Int. Conf. on robotics and automation*, Nice, France, 1993.
۱۶. رستگاری، ر.، و موسویان، س.ع. ا.، "کنترل امپدانس چندگانه برای جابجایی اجسام توسط یک روبات متحرک با چرخهای غیر هولونومیک"، مجله علمی-پژوهشی دانشکده فنی دانشگاه تهران، جلد ۳۹، شماره ۱، اردیبهشت ۱۳۸۴، صفحات ۳۰-۱۵، ۱۳۸۴.
۱۷. میرانی، ع.، "طراحی مسیر حرکت و کنترل روباتهای متحرک،" پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، زمستان ۱۳۸۲.
18. Asada, H., and Slotine, J.J.E., *Robot Analysis and Control*, Wiley-Interscience Publication, New York, 1985.
19. Meirovitch, L., *Methods of Analytical Dynamics*, McGraw-Hill, 1970.
20. Saha, S. K., and Angeles, J., "Dynamics of Nonholonomic Mechanical Systems Using a Natural Orthogonal Complement," *ASME Journal of Applied Mechanics*, Vol. 58, pp. 238-244, March 1991.
21. Craig, J., *Introduction to Robotics, Mechanics and Control*, Addison Wesley, Reading, MA, 1989.
22. Moosavian, S. Ali A., and Papadopoulos, E., "Control of Free Flyers Space Robot Using Modified Transpose Jacobian Algorithm," *Proc. of the IEEE/RSJ Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems*, Grenoble, France, September 8-13, 1997.
۲۳. موسویان، س.ع. ا.، تقی‌راد ح.ر. و بهرامی‌سامانی، م.، "طراحی سیستم کنترلی روبات جوشکار **D&A-110**" دهمین کنفرانس بین‌المللی مهندسی مکانیک، تهران، ۱۳۸۱.
۲۴. موسویان، س.ع. ا.، پوررضایی خلیق، س. و محمدی‌اصل، ا.، "طراحی و ساخت یک روبات آزمایشگاهی جهت انجام بررسیهای کنترلی،" دوازدهمین کنفرانس بین‌المللی مهندسی مکانیک، تهران، اردیبهشت ۱۳۸۳.