

# تحلیل عددی اعوجاج در فیلترهای حوزه- لگاریتمی بر اساس تکنیک موازنه هارمونیکی

ابراهیم فرشیدی\* و سید مسعود سیدی\*\*

دانشکده مهندسی برق، دانشگاه شهید چمران اهواز

دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، دانشگاه صنعتی اصفهان

(دریافت مقاله: ۸۶/۳/۱۳- دریافت نسخه نهایی: ۸۷/۵/۲۸)

**چکیده** - در این مقاله با به کارگیری تکنیک موازنه هارمونیکی یک ابزار طراحی جدید برای تحلیل رفتار غیرخطی فیلترهای حوزه-لگاریتمی ارائه می‌شود. در روشهای پیشنهادی قبلی با استفاده از مدل خطی سیگنال کوچک مدار و با به کارگیری بسط سریهای توانی، از جملات دوم و سوم سری برای تحلیل اعوجاج استفاده شده است. با توجه به اینکه فیلترهای حوزه- لگاریتمی بر خلاف فیلترهای خطی معمولی دارای رفتار سیگنال بزرگ هستند، این روشها قادر به توصیف دقیق میزان اعوجاج در این فیلترها نیستند. روش پیشنهادی حاضر که بر اساس تحلیل در حوزه فرکانس است دارای محدودیت در رفتار سیگنال بزرگ نبوده و در مقایسه با روشهای پیشنهادی دیگر می‌تواند میزان اعوجاج فیلترهای حوزه- لگاریتمی را با دقت زیادتر، در تعداد هارمونیکیهای بیشتر و برای مدارهای با پیچیدگی بالاتر ارزیابی کند.

واژگان کلیدی: موازنه هارمونیکی، فیلتر، حوزه- لگاریتمی، تحلیل اعوجاج، مجموع اعوجاجهای هارمونیکی، مدارات فشر- گستر

## Numerical Distortion Analysis of Log-Domain Filters Based on Harmonic Balance Technique

E. Farshidi and S. M. Sayedi

Department of Electrical Engineering, Shahid Chamran University of Ahvaz, Ahvaz  
Department of Electrical and Computer Engineering, Isfahan University of Technology, Isfahan

**Abstract:** In this paper, the harmonic balance technique is used to develop a new computer-aided design method for analyzing nonlinear behavior of log domain filters. Drawing upon the small signal linear model of circuits and power series expansion, previous methods commonly used the second and third terms of the series to analyze distortion. Contrary to conventional linear filters, log-domain filters have large signal behavior and, hence, fail to evaluate their distortions accurately. Compared with the

\*\* - استادیار

\* - دانشجوی دکتری

techniques proposed elsewhere, the method proposed in this work, which is based on frequency domain analysis, is not limited by the large signal behavior of log domain filters, and is thus capable of evaluating distortions of log-domain filters more accurately, in a greater number of harmonics, and for circuits with higher complexity levels.

**Keywords:** Harmonic balance, Filter, Log domain, Distortion analysis, Total harmonic distortion, Companding circuits.

## فهرست علائم

اندیس هارمونیکهای فرکانسی K تعداد کل هارمونیکها	$l, k$	خازن بار	$C_L$
اندیس حلقه/گرهها	$m$	خازن پارازیتی کلکتور	$C_{sub}$
اندیس مدولاسیون	$m_I$	خازن پارازیتی بیس-امیتر	$C_\pi$
اندیس متغیرها	$n$	عبارت مربوط به حلقه/گرهها	$E$
تعداد ترانزیستورها	$N$	تابع نگاشت ولتاژ به جریان ترانزیستور در حوزه زمان	$f$
مقاومت پارازیتی امیتر	$r_e$	تابع نگاشت ولتاژ به جریان ترانزیستور در حوزه فرکانس	$F$
پریود سیگنال	$T$	پاسخ ضربه فیلتر با حذف عناصر غیر خطی در حوزه زمان	$h(t)$
مجموع اعوجاجهای هارمونیکی	THD	پاسخ ضربه فیلتر در حوزه فرکانس	$H$
پتانسیل دمایی	$U_T$	اندیس نمونه‌های زمانی	$i$
ولتاژ بیس-امیتر	$V_{be}$	جریان اشباع ترانزیستور	$I_0$
ولتاژ تغذیه	$V_{cc}, V_{dd}$	جریان بایاس	$I_{bias}$
فاکتور منابع جریان وابسته	$W$	جریان بایاس ورودی	$I_{in-DC}$
سیگنال در حوزه زمان	$x(t)$	جریان ورودی در حوزه زمان	$I_{in}$
طیف فرکانسی پیوسته سیگنال	$X(j\omega)$	جریان ورودی در حوزه فرکانس	$I_{in}$
طیف فرکانسی گسسته سیگنال	$\bar{X}$	منابع جریان وابسته غیرخطی در حوزه زمان	$i_{NL}$
طیف گسسته فرکانسی سیگنال در مرتبه $z$ -ام	$\bar{X}^{(j)}$	منابع جریان وابسته غیرخطی در حوزه فرکانس	$I_{NL}$
تکرار الگوریتم پیشنهادی	$X^R(k)$	جریان خروجی در حوزه زمان	$i_{out}$
بخش حقیقی ضرایب سری فوریه سیگنال	$X^I(k)$	جریان خروجی در حوزه فرکانس	$I_{out}$
بخش موهومی ضرایب سری فوریه سیگنال	$\beta$	سیگنالهای منابع جریان نابسته در حوزه زمان	$i_S$
ضریب تقویت جریان	$\tilde{\gamma}$	سیگنالهای منابع جریان نابسته در حوزه فرکانس	$I_S$
اپراتور تبدیل فوریه گسسته	$\mathfrak{R}$	ماتریس ژاکوبین	$J$
مجموعه اعداد حقیقی	$\mathfrak{R}$	اپراتور موهومی	$j$
فرکانس سیگنال	$\omega$		
فرکانس سیگنال ورودی آزمون	$\omega_0$		

روند رو به رشد استفاده از مدارات الکترونیکی قابل حمل که عمدتاً با باتری کار می‌کنند توجه محققان را به سمت مدارات فشر-گستر، که دارای قابلیت کار در ولتاژ تغذیه و توان مصرفی بسیار پایین بوده و دارای گستره دینامیکی وسیع می‌باشند، جلب کرده است [۱-۴]. هر سیستم فشر-گستر در حالت ساده شامل یک پردازنده غیرخطی، یک طبقه فشرده ساز در مسیر سیگنال ورودی و یک طبقه گسترش دهنده در مسیر سیگنال خروجی است. در فیلترهای حوزه-لگاریتمی که براساس تکنیک فشر-گستر کار می‌کنند، ابتدا سیگنالهای ورودی که معمولاً از نوع جریان‌اند با یک نداشت غیر خطی به سیگنالهای فشرده از نوع ولتاژ تبدیل می‌شوند. سپس پردازش این سیگنالها به صورت غیر خطی درحوزه ولتاژ انجام شده و در انتها سیگنال ولتاژ حاصل که به صورت فشرده است به سیگنال جریان غیر فشرده تبدیل می‌شود. بنابراین با وجود آنکه پردازش درونی غیر خطی است رابطه ورودی-خروجی جریانه‌ها خطی خواهد بود. ترانزیستورهای BJT و نیز ترانزیستورهای MOS که در ناحیه وارونگی ضعیف<sup>۱</sup> کار می‌کنند با توجه به اینکه دارای رابطه جریان-ولتاژ نمایی‌اند انتخاب مناسبی برای مدارات حوزه-لگاریتمی هستند.

فیلترهای حوزه-لگاریتمی برای اولین بار با استفاده از نتایج اصول فشر-گستر توسط آدامز در سال ۱۹۷۹ ارائه شد [۵]. او با جایگزینی یک دیود بایاس شده به جای مقاومت در یک فیلتر RC مرتبه اول به یک فیلتر قابل تنظیم دست یافت. در این ساختار رابطه بین ولتاژهای ورودی و خروجی خطی باقی نمی‌ماند ولی با به‌کارگیری رابطه لگاریتمی جریان-ولتاژ دیودها در ورودی و خروجی، رابطه بین جریانهای ورودی و خروجی به صورت رابطه یک فیلتر مرتبه اول خطی بیان می‌شود. فیلترهای حوزه-لگاریتمی در سال ۱۹۹۳ توسط فری فرمولبندی شد [۶]. او به جای جایگزینی و اصلاح مدار فیلترهای موجود، ابتدا فیلتر را در فضای حالت بیان کرد و سپس با به‌کارگیری نگاشت لگاریتمی، فضای حالت را به

روابطی غیرخطی تبدیل کرد. در پایان هر یک از جمله‌های غیرخطی به دست آمده، با سلولهایی که متشکل از ترکیبی از ترانزیستورها بودند، پیاده سازی شدند. به‌کارگیری روشهای سیگنال کوچک معمولی برای تحلیل رفتار غیر خطی این مدارها، که به صورت غیر خطی در حوزه لگاریتمی نگاشت شده و به صورت سیگنال بزرگ کار می‌کنند، باعث ارزیابی نادرست میزان اعوجاج می‌شود. در تعدادی از کارهای انجام شده قبلی [۷-۱۰] تأثیر پارامترهای غیر ایدئال ترانزیستورها در اعوجاج موجود در فیلترهای حوزه-لگاریتمی BJT بررسی شده است. در این کارها تأثیر خازنهای پارازیتی در نظر گرفته نشده است. در روش پیشنهادی دیگر تحلیل رفتار غیرخطی فیلترهای حوزه-لگاریتمی BJT براساس نظریه سریهای ولترا انجام گرفته است [۱۱]. این روش نیز دارای اشکالاتی است، از جمله اینکه روابط لازم برای محاسبه میزان اعوجاج، با افزایش تعداد ترانزیستورها در فیلتر، بسیار زیاد و پیچیده می‌شود [۱۱] و نیز اختلاف میان نتایج ریاضی و شبیه سازی در فرکانسهای بالا قابل توجه بوده و با افزایش اندیس مدولاسیون<sup>۲</sup> این اختلاف افزایش می‌یابد. عامل اصلی این اختلاف استفاده از تقریب سریهای توانی برای خطی کردن روابط غیرخطی است. در کاری دیگر و برای فیلترهای حوزه-لگاریتمی FGMS، تحلیل اعوجاج براساس ناهمسانی<sup>۳</sup> خازنهای ورودی ترانزیستورها که مهمترین عامل ایجاد اعوجاج در این نوع فیلترها هستند انجام شده است [۱۲]. در این روش تحلیل از تقریب سری تیلور با فرض کوچک بودن اندیس مدولاسیون استفاده شده است.

در این مقاله یک روش جدید تحلیل رفتار غیر خطی برای فیلترهای حوزه-لگاریتمی ارائه می‌شود [۱۳]. این روش که مبتنی بر به‌کارگیری تکنیک موازنه هارمونیک [۱۴-۱۹] است دارای پیچیدگی کمتری نسبت به روشهای قبلی بوده و در آن اختلاف میان نتایج به دست آمده و نتایج شبیه سازی شده بسیار کمتر از مقادیر نظیر در روشهای قبلی است. پیاده سازی روش پیشنهادی با استفاده از نرم افزار متلب انجام شده که به راحتی

$$\mathfrak{S}^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & \cos \omega_0 t_1 & \sin \omega_0 t_1 & \cdots & \cos(K-1)\omega_0 t_1 & \sin(K-1)\omega_0 t_1 \\ 1 & \cos \omega_0 t_2 & \sin \omega_0 t_2 & \cdots & \cos(K-1)\omega_0 t_2 & \sin(K-1)\omega_0 t_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 1 & \cos \omega_0 t_{2K-1} & \sin \omega_0 t_{2K-1} & \cdots & \cos(K-1)\omega_0 t_{2K-1} & \sin(K-1)\omega_0 t_{2K-1} \end{bmatrix} \quad (3)$$

معادله (۲) می‌تواند به‌طور خلاصه و به‌صورت زیر نوشته شود:

$$\bar{x} = \mathfrak{S}^{-1} \cdot \bar{X} \quad (4)$$

که در آن  $\bar{x}$  بردار سیگنال در حوزه زمان گسسته برای  $2K-1$  نمونه زمانی است که با فواصل مساوی در یک پریود انتخاب شده‌اند:

$$\bar{x} = [x(t_1) \quad x(t_2) \quad \cdots \quad x(t_{2K-1})]^T \quad (5)$$

و  $\bar{X}$  بردار سیگنال در حوزه فرکانس گسسته برای  $K$  هارمونیک است که همگی مضرب صحیحی از فرکانس سیگنال ورودی آزمون‌اند:

$$\bar{X} = [X^R(0) \quad X^R(1) \quad X^I(1) \quad \cdots \quad X^R(K-1) \quad X^I(K-1)]^T \quad (6)$$

با تعریف  $\mathfrak{S}$  به‌عنوان اپراتور تبدیل فوریه گسسته مستقیم از معادله (۴) نتیجه می‌شود:

$$\bar{X} = \mathfrak{S} \cdot \bar{x} \quad (7)$$

از آنجا که در حالت فرکانس ورودی صفر (حالت DC) بخش موهومی سیگنال  $X^I(0)$  برابر با صفر است، سطر مربوط به آن در معادله (۶) حذف شده است.

### ۳- موازنه هارمونیک

روش تحلیل فازوری<sup>۷</sup> به‌طور وسیع در حل حالت دائمی معادلات دیفرانسیل خطی استفاده شده است. در این روش، سیگنال ورودی به‌صورت سینوسی در نظر گرفته شده و با تبدیل عملگرهای مشتق، انتگرال و کانولوشن در معادلات خطی مدار، معادلات جدیدی در حوزه فرکانس به‌دست می‌آیند که حل این معادلات عموماً ساده‌تر از حل معادلات دیفرانسیل اولیه است. در این تحلیل به‌دلیل خطی بودن مدار کلیه سیگنالها دارای فرکانسی برابر با فرکانس ورودی خواهند بود. روش

قابل تبدیل به برنامه‌های رایانه‌ای دیگر از جمله C است. از آنجایی که در ابزار طراحی خطی موجود مانند اسپایس، برای ارزیابی اعوجاج از سریهای ولترا استفاده شده است (دستور [DISTO] [۲۰])، روش تحلیلی پیشنهادی می‌تواند به عنوان یک ابزار طراحی غیر خطی قدرتمند در طراحی فیلترهای حوزه- لگاریتمی به‌کار گرفته شود.

در بخش (۲) اصول اساسی تبدیل فوریه گسسته در چارچوب بحث حاضر ارائه شده است. در بخش (۳) تکنیک موازنه هارمونیک بحث می‌شود و در بخشهای (۴) و (۵) این تکنیک برای تحلیل دو نمونه فیلترحوزه- لگاریتمی به‌کار گرفته می‌شود. ارزیابی نتایج تحلیل در بخش (۶) و نتیجه‌گیری در بخش (۷) ارائه شده است.

### ۲- تبدیل فوریه گسسته

سیگنال  $x(t)$  با پریود  $T$  می‌تواند با بسط سری فوریه برای  $K$  هارمونیک<sup>۴</sup> به شکل زیر بیان شود:

$$x(t) = X^R(0) + \sum_{k=1}^{K-1} (X^R(k) \cos k\omega_0 t + X^I(k) \sin k\omega_0 t) \quad (1)$$

که در آن  $\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$  فرکانس ورودی آزمون سیگنال و  $X^R(k), X^I(k) \in \mathfrak{R}$  ضرایب سری فوریه‌اند.

با به‌کارگیری (۱)، رابطه بین  $2K-1$  نمونه زمانی از یک پریود سیگنال و  $K$  هارمونیک از طیف فرکانسی<sup>۵</sup> آن می‌تواند با تبدیل فوریه گسسته<sup>۶</sup> (DFT) و یا معکوس آن (IDFT) بیان شود:

$$\begin{bmatrix} X^R(0) \\ X^R(1) \\ X^I(1) \\ \vdots \\ X^R(K-1) \\ X^I(K-1) \end{bmatrix} = \mathfrak{S}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} x(t_1) \\ x(t_2) \\ \vdots \\ x(t_{2K-1}) \end{bmatrix} \quad (2)$$

که در آن  $\mathfrak{S}^{-1}$  نمایانگر اپراتور تبدیل فوریه گسسته معکوس است:

موازنه هارمونیک مشابه با روش تحلیل فازوری، در حل معادلات مربوط به مدارهای غیر خطی به کار می‌رود. در این مدارها با توجه به غیر خطی بودن معادلات، سیگنالهای مدار لزوماً به صورت سینوسی خالص نیستند و می‌توانند ترکیبی خطی از سیگنالهای مختلفی باشند که به صورت هارمونیک به هم وابسته اند. به عبارت دیگر سیگنالها با بسط فوریه و توسط ضرایب بسط آن سیگنال در چندین هارمونیک نمایش داده می‌شوند، معادلات (۱) تا (۶).

با به کارگیری تحلیل گره و حلقه، رفتار هر فیلتر با  $N$  گره/حلقه را می‌توان با  $N$  رابطه دیفرانسیلی به شکل زیر بیان کرد [۱۱]:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} h(t-\tau)x(\tau)d\tau + i_S(t) + i_{NL}(x(t)) = 0 \quad (۸)$$

که در آن  $x(t)$  بردار متغیرها شامل ولتاژهای داخلی (معمولا ولتاژ بیس-امیتر ترانزیستورهای BJT یا ولتاژ گیت-سورس ترانزیستورهای MOS) و نیز جریان خروجی سیستم،  $i_S(t)$  بردار سیگنالهای منابع جریان وابسته<sup>۸</sup>،  $i_{NL}(t)$  بردار منابع جریان وابسته غیرخطی<sup>۹</sup> و  $h(t)$  پاسخ ضربه ماتریسی فیلتر با حذف عناصر غیرخطی است.

با توجه به این که  $h(t)$  خطی و  $x(t)$  پریودیک و پایدار است، عبارات سمت چپ معادلات (۸) در حوزه فرکانس با  $N$  عبارت  $E_1(j\omega), \dots, E_2(j\omega), \dots, E_N(j\omega)$  قابل بیان اند:

$$\begin{bmatrix} E_1(j\omega) \\ E_2(j\omega) \\ \vdots \\ E_m(j\omega) \\ \vdots \\ E_N(j\omega) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} & \dots & H_{1n} & \dots & H_{1N} \\ H_{21} & H_{22} & \dots & H_{2n} & \dots & H_{2N} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \dots & \vdots \\ H_{m1} & H_{m2} & \dots & H_{mn} & \dots & H_{mN} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \dots & \vdots \\ H_{N1} & H_{N2} & \dots & H_{Nn} & \dots & H_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1(j\omega) \\ X_2(j\omega) \\ \vdots \\ X_n(j\omega) \\ \vdots \\ X_N(j\omega) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} I_{S,1} \\ I_{S,2} \\ \vdots \\ I_{S,m} \\ \vdots \\ I_{S,N} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} I_{NL,1} \\ I_{NL,2} \\ \vdots \\ I_m \\ \vdots \\ I_{NL,N} \end{bmatrix} \quad (۹)$$

که در آن  $X_n, I_{S,m}, I_{NL,m}$  تبدیل فوریه به ترتیب عنصر  $n$ -ام

بردار  $x(t)$ ، عنصر  $m$ -ام بردار  $i_S(t)$  و عنصر  $m$ -ام بردار  $i_{NL}(t)$ ؛ عنصر ماتریس بخش خطی فیلتر در حوزه فرکانس که وابسته به پارامترهای مدار است،  $m$  نمایانگر اندیس حلقه/گره‌ها و  $n$  نمایانگر اندیس متغیرهاست. با استفاده از معادلات (۸) و (۹) می‌توان معادله برداری زیر را نوشت:

$$E = H \cdot X + I_S + I_{NL}(X) = 0 \quad (۱۰)$$

در حالت خاص و در صورت عدم وجود جریانهای غیر خطی ( $I_{NL} = 0$ )، می‌توان با به کارگیری روش تحلیل فازوری این معادله را حل کرد. ولی در حالت کلی با توجه به ماهیت غیر خطی آن، معادله فاقد یک راه حل مشخص پیوسته است. به منظور یافتن یک راه حل عددی عمومی، طیف فرکانسی سیگنال و نیز معادله (۱۰) به صورت گسسته در  $K$  هارمونیک بیان می‌شوند. از آنجایی که یافتن طیف فرکانسی گسسته شده  $X$ ،  $(\bar{X})$ ، به مفهوم یافتن  $K$  هارمونیک این طیف است که همگی در طرفین معادله (۱۰) صدق می‌کنند، به این روش موازنه هارمونیک گفته می‌شود.

روش موازنه هارمونیک قبلاً برای تحلیل اثرات غیر خطی مدارات ریز موج در حوزه فرکانس استفاده شده است [۱۴-۱۹]. در این مقاله با اصلاح و تبدیلات لازم از روش فوق در تحلیل رفتار غیر خطی فیلترهای حوزه-لگاریتمی استفاده می‌شود. به این منظور برای به کارگیری تکنیک موازنه هارمونیک مراحل زیر انجام می‌شوند:

- در گام اول معادله برداری (۱۰) و نیز بردار طیف فرکانسی متغیرها ( $X$ ) به  $K$  هارمونیک گسسته تبدیل می‌شوند:

$$\bar{E} = \bar{H} \cdot \bar{X} + \bar{I}_S + \bar{I}_{NL}(\bar{X}) = 0 \quad (۱۱)$$

در این معادله:

**الف)**  $\bar{X} \in \mathfrak{R}^{N(2K-1)}$  بردار طیف فرکانسی گسسته متغیرها شامل ولتاژهای داخلی و نیز جریان خروجی سیستم برای  $K$  هارمونیک است و به صورت زیر نمایش داده می‌شود:

$$\bar{X} = \left[ \bar{X}_n(k) \right]^T \quad n \in \{1, 2, \dots, N\} \quad (۱۲)$$

$$\overline{I_S} = [\overline{I_{S,m}}(k)]^T \quad m \in \{1, 2, \dots, N\} \quad (18)$$

$$\overline{I_{S,m}}(k) = [I_{S,m}^R(0) \quad I_{S,m}^R(1) \quad I_{S,m}^R(1) \quad \dots \quad I_{S,m}^R(K-1) \quad I_{S,m}^R(K-1)] \quad (19)$$

به طور معمول مقدار این منابع جریان نابسته در کلیه هارمونیکها به جز هارمونیک DC ( $k=0$ ) و فرکانس ورودی آزمون ( $k=1$ ) صفر است.

(د)  $\overline{I_{NL}}(\overline{X}) \in \mathcal{R}^{N(2K-1)}$  بردار طیف فرکانسی گسسته منابع جریان غیرخطی که شامل ضرایب فوریه آن جریانها در  $K$  هارمونیک بوده و به صورت زیر نمایش داده می شود:

$$\overline{I_{NL}}(\overline{X}) = [\overline{I_{NL,m}}(k)]^T \quad m \in \{1, 2, \dots, N\} \quad (20)$$

$$\overline{I_{NL,m}}(k) = [I_{NL,m}^R(0) \quad I_{NL,m}^R(1) \quad I_{NL,m}^R(1) \quad \dots \quad I_{NL,m}^R(K-1) \quad I_{NL,m}^R(K-1)] \quad (21)$$

- در گام دوم مقادیر طیف فرکانسی به شرح زیر محاسبه می شوند:

با توجه به اینکه جریان هر ترانزیستور در حالت پیوسته و در حوزه زمان با تابع  $f(x_n)$  به سیگنال ولتاژ داخلی ترانزیستور  $x_n$  وابسته است (در فیلترهای حوزه- لگاریتمی این تابع نمایشی است)، برای محاسبه جریان درحوزه فرکانس گسسته  $(\overline{F}(\overline{X}_n))$ ، ابتدا طیف فرکانسی بردار سیگنال  $\overline{X}_n$  توسط اپراتور  $\mathfrak{F}^{-1}$  به بردار سیگنال  $\overline{x}_n$  در حوزه زمان گسسته با  $2K-1$  نمونه زمانی تبدیل می شود، سپس مقادیر تابع  $f(x_n)$  در حوزه زمان گسسته محاسبه شده  $(\overline{f}(\overline{x}_n))$  و بعد از آن به کمک اپراتور  $\mathfrak{F}$  مقادیر  $\overline{F}(\overline{X}_n)$  درحوزه فرکانس محاسبه می شود:

$$\overline{F}(\overline{X}_n) = \mathfrak{F} \cdot \overline{f}(\mathfrak{F}^{-1} \cdot \overline{X}_n) \quad (22)$$

از طرف دیگر هر منبع جریان غیرخطی  $I_{NL,m}$  در معادله (10)، در حوزه فرکانس پیوسته خود معادل مجموعی از جریانهای کلکتور ترانزیستورهای BJT و یا جریانهای درین ترانزیستورهای MOSFET،  $(F(X_n))$  است که در فاکتورهای وابسته به پارامترهای مدار ( $W_{mn}$ ) ضرب شده اند:

$$\overline{X}_n(k) = [X_n^R(0) \quad X_n^R(1) \quad X_n^I(1) \quad \dots \quad X_n^R(K-1) \quad X_n^I(K-1)] \quad (13)$$

برای انتقال هر ولتاژ/جریان از حوزه فرکانس به حوزه زمان و بالعکس به ترتیب از معادلات (4) و (7) استفاده می شود.

(ب)  $\overline{H} \in \mathcal{R}^{N(2K-1) \times N(2K-1)}$  ماتریس پاسخ ضربه بخش خطی فیلتر در حوزه فرکانس گسسته برای  $K$  هارمونیک بوده و به صورت زیر نمایش داده می شود:

$$\overline{H} = [\overline{H_{mn}}] \quad m, n \in \{1, 2, \dots, N\} \quad (14)$$

$$\overline{H_{mn}} = [\overline{H_{mn}}(k, l)] \quad k, l \in \{0, 1, 2, \dots, K-1\} \quad (15)$$

در این معادلات  $m$  نمایانگر اندیس حلقه/گره های مدار،  $n$  نمایانگر اندیس متغیرها و  $k, l$  بیانگر اندیس هارمونیکهای فرکانسی هستند، همچنین:

$$\overline{H_{mn}}(k, l) = \begin{bmatrix} H_{mn}^R(k, l) & -H_{mn}^I(k, l) \\ H_{mn}^I(k, l) & H_{mn}^R(k, l) \end{bmatrix} \quad (\text{در شرایط } k=l \neq 0)$$

(16-الف)

$$\overline{H_{mn}}(k, l) = [H_{mn}^R(k, l)] \quad (\text{در شرایط } k=l=0)$$

(16-ب)

$$\overline{H_{mn}}(k, l) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{در شرایط } k \neq l)$$

(16-ج)

که در آن  $H_{mn}^I(k, l)$  و  $H_{mn}^R(k, l)$  نمایانگر بخش حقیقی و موهومی ضرایب پاسخ ضربه در هارمونیک  $k$ -ام بوده و با جایگزینی  $\omega = k\omega_0$  ( $k \in \{0, 1, 2, \dots, K-1\}$ ) در ضرایب پاسخ ضربه پیوسته بخش خطی فیلتر  $H_{mn}(j\omega)$  به صورت زیر به دست می آیند ( $\omega_0$  فرکانس سیگنال ورودی آزمون و  $j = \sqrt{-1}$  است):

$$H_{mn}^R(k, l) + jH_{mn}^I(k, l) = H_{mn}(jk\omega_0) \quad (\text{در شرایط } k=l)$$

(17-الف)

$$H_{mn}^R(k, l) + jH_{mn}^I(k, l) = 0 \quad (\text{در شرایط } k \neq l)$$

(17-ب)

(ج)  $\overline{I_S} \in \mathcal{R}^{N(2K-1)}$  بردار طیف فرکانسی منابع جریان نابسته که شامل ضرایب فوریه آن جریانها در  $K$  هارمونیک بوده و به صورت زیر نمایش داده می شود:

$$W_{mn}^R(k, l) + jW_{mn}^I(k, l) \quad (k=1 \text{ در شرایط } (30\text{-الف})) \\ = W_{mn}(jk\omega_0)$$

$$W_{mn}^R(k, l) + jW_{mn}^I(k, l) = 0 \quad (k \neq 1 \text{ در شرایط } (30\text{-ب}))$$

با محاسبه پارامترهای فوق مقدار بردار  $\overline{I_{NL}}(\overline{X})$  به دست خواهد آمد.

- در گام سوم به منظور یافتن بردار  $\overline{X}$ ، از معادله نیوتن-رافسون به صورت تکرارهای متوالی در حل معادله (۱۱) به صورت زیر استفاده می شود:

$$\overline{X}^{(j+1)} = \overline{X}^{(j)} - \left\{ J(\overline{X}^{(j)}) \right\}^{-1} \cdot \overline{E}(\overline{X}^{(j)}) \quad (31)$$

که در آن  $J(\overline{X}^{(j)})$  ماتریس ژاکوبین در مرتبه  $j$ -ام تکرار است ( $j \in \{0, 1, 2, \dots\}$ ). در گام سوم هدف محاسبه این ماتریس خواهد بود.

ماتریس ژاکوبین برابر است با:

$$J(\overline{X}) = \frac{\partial \overline{E}}{\partial \overline{X}} = \overline{H} + \frac{\partial \overline{I_{NL}}}{\partial \overline{X}} \quad (32)$$

به عبارت دیگر داریم:

$$J(\overline{X}) = \left[ J_{mn}(\overline{X}) \right] \\ = \left[ \frac{\partial E_m}{\partial X_n} \right] = \left[ \overline{H}_{mn} + \frac{\partial \overline{I_{NL,m}}}{\partial X_n} \right] \quad m, n \in \{1, 2, \dots, N\} \quad (33)$$

به منظور یافتن جمله دوم عبارت سمت راست این معادله با مشتق گیری از معادله (۳۳) خواهیم داشت:

$$\frac{\partial \overline{I_{NL,m}}}{\partial X_n} = \sum_{m=1}^N W_{mn} \times \frac{\partial \overline{F}(\overline{X}_n)}{\partial X_n} \quad (34)$$

با توجه به معادله  $\overline{F}(\overline{X}_n) = \mathfrak{F} \cdot \overline{f}(x_n)$ ، مشتق  $\frac{\partial \overline{F}(\overline{X}_n)}{\partial X_n} / \frac{\partial \overline{F}(\overline{X}_n)}{\partial X_n}$  با استفاده از قانون زنجیره‌ای به شکل زیر

به دست می آید:

$$\frac{\partial \overline{F}(\overline{X}_n)}{\partial X_n} = \mathfrak{F} \cdot \frac{\partial \overline{f}(x_n)}{\partial x_n} \cdot \frac{\partial x_n}{\partial X_n} \quad (35)$$

همچنین از آنجایی که  $\overline{x}_n = \mathfrak{S}^{-1} \cdot \overline{X}_n$  است، عبارت  $\frac{\partial x_n}{\partial X_n}$  برابر با  $\mathfrak{S}^{-1}$  خواهد بود. بنابراین معادله (۳۵) به صورت زیر بازنویسی می شود

$$I_{NL,m} = \sum_{n=1}^N W_{mn} \times F(X_n) \quad m, n \in \{1, 2, \dots, N\} \quad (23)$$

و بنابراین بردار منابع جریان غیرخطی  $I_{NL}$  در حوزه فرکانس پیوسته به صورت برداری زیر بیان می شود:

$$I_{NL}(X) = W \cdot F(X) \quad (24)$$

این معادله برداری به صورت گسسته در  $K$  هارمونیک به صورت زیر بیان می شود:

$$\overline{I_{NL}}(\overline{X}) = \overline{W} \cdot \overline{F}(\overline{X}) \quad (25)$$

در این معادله:

**الف)**  $\overline{F}(\overline{X}) \in \mathfrak{R}^{N(2K-1)}$  بردار طیف فرکانسی جریانهای ترانزیستورها در حالت گسسته و در  $K$  هارمونیک است و به صورت زیر نمایش داده می شود:

$$\overline{F}(\overline{X}) = \left[ \overline{F}(\overline{X}_n) \right]^T \quad n \in \{1, 2, \dots, N\} \quad (26)$$

**ب)**  $\overline{W} \in \mathfrak{R}^{N(2K-1) \times N(2K-1)}$  ماتریس فاکتورها در حوزه فرکانس گسسته برای  $K$  هارمونیک بوده و به صورت زیر نمایش داده می شود:

$$\overline{W} = \left[ \overline{W}_{mn} \right] \quad m, n \in \{1, 2, \dots, N\} \quad (27)$$

$$\overline{W}_{mn} = \left[ \overline{W}_{mn}(k, l) \right] \quad k, l \in \{0, 1, 2, \dots, K-1\} \quad (28)$$

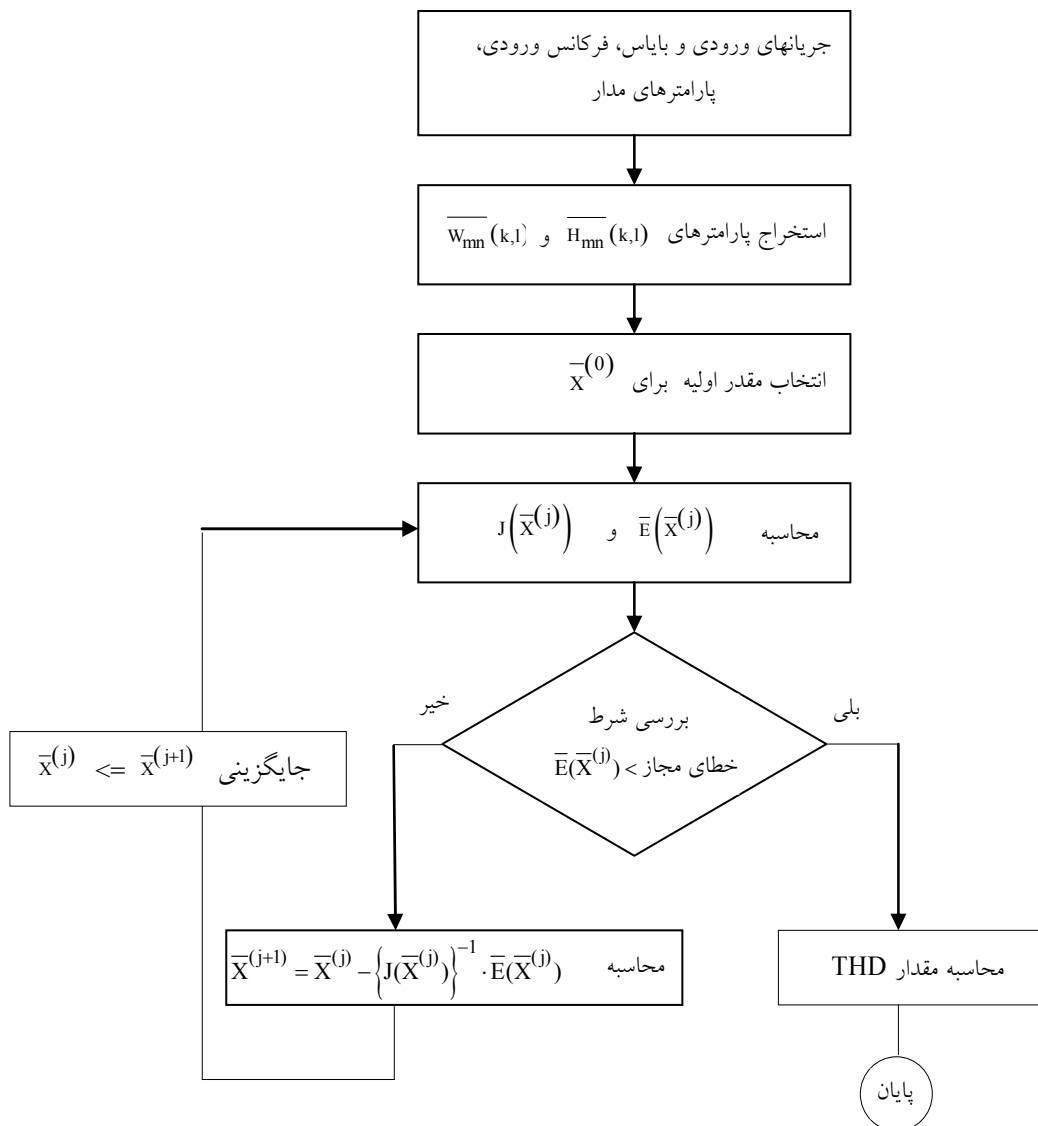
$m$  نمایانگر اندیس حلقه/گره‌های مدار،  $n$  نمایانگر اندیس متغیرها و  $k, l$  بیانگر اندیس هارمونیکهای فرکانسی هستند. همچنین:

$$\overline{W}_{mn}(k, l) \\ = \begin{bmatrix} W_{mn}^R(k, l) & -W_{mn}^I(k, l) \\ W_{mn}^I(k, l) & W_{mn}^R(k, l) \end{bmatrix} \quad (k=1 \neq 0 \text{ در شرایط } (29\text{-الف}))$$

$$\overline{W}_{mn}(k, l) = \left[ W_{mn}^R(k, l) \right] \quad (k=1=0 \text{ در شرایط } (29\text{-ب}))$$

$$\overline{W}_{mn}(k, l) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (k \neq 1 \text{ در شرایط } (29\text{-ج}))$$

که در آن  $W_{mn}^I(k, l)$  و  $W_{mn}^R(k, l)$  بخش حقیقی و موهومی فاکتورها در هارمونیک  $k$ -ام بوده و با جایگزینی  $\omega = k\omega_0$  در ضرایب پیوسته  $W_{mn}(j\omega)$  به صورت زیر به دست می آیند ( $\omega_0$  فرکانس سیگنال ورودی آزمون است):



شکل ۱- نمودار جریانی روش پیشنهادی محاسبه میزان اعوجاج

ژاکوبین در دسترس خواهد بود. لازم به ذکر است معادلات (۱۲) الی (۳۷) با استفاده از مرجع [۱۵] و پس از اصلاح و تبدیلات لازم به دست آمده‌اند. - در گام چهارم با به‌کارگیری معادله (۳۱)، بردار  $\bar{X}$  می‌تواند به‌صورت تکرار شونده و با الگوریتم نشان داده شده در شکل (۱) به دست آید. با یافتن بردار  $\bar{X}$ ، که اجزای طیف فرکانسی برای تمام هارمونیک‌های تعریف شده است، و استخراج هارمونیک‌های جریان خروجی، میزان اعوجاج محاسبه می‌شود.

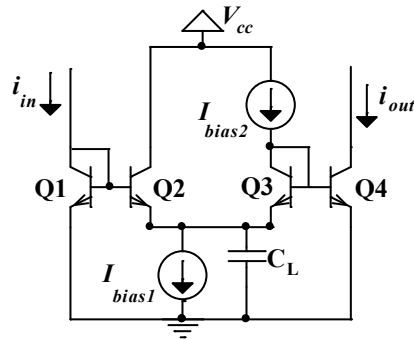
$$\frac{\partial \bar{F}(\bar{X}_n)}{\partial \bar{X}_n} = \mathfrak{J} \cdot \frac{\partial \bar{f}(x_n)}{\partial x_n} \cdot \mathfrak{J}^{-1} \quad (36)$$

از آنجایی که  $f(x_n(t))$  یک رابطه جبری است، مشتق  $\frac{\partial \bar{f}(\bar{x}_n)}{\partial x_n}$  به صورت زیر محاسبه می‌شود:

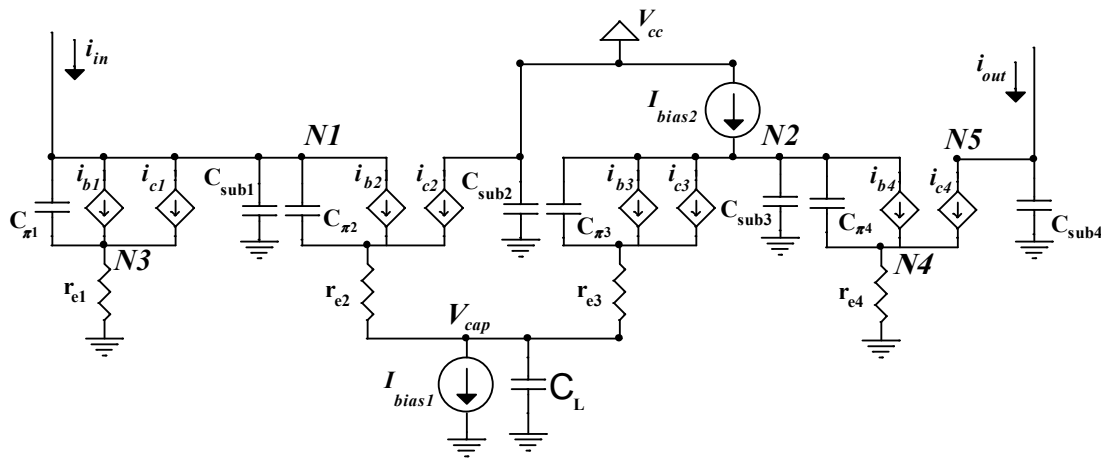
$$\frac{\partial \bar{f}(\bar{x}_n)}{\partial x_n} = \text{diag} \left\{ \frac{\partial f(x_n(t_i))}{\partial x_n(t_i)} \right\} \quad i \in \{0, 1, 2, \dots, 2K-1\} \quad (37)$$

که در آن  $i$  اندیس مربوط به نمونه‌های زمانی است. بدین وسیله تمام پارامترهای لازم برای محاسبه ماتریس





شکل ۲- یک فیلتر حوزه-لگاریتمی با استفاده از ترانزیستورهای BJT [۱۱]



شکل ۳- مدار معادل فیلتر حوزه-لگاریتمی شکل (۲)

ترانزیستور Q4 عمل عکس ترانزیستور Q1 را انجام داده و ولتاژ بیس این ترانزیستور به صورت نمایی به جریان خروجی  $i_{out}$  گسترانیده می‌شود. این عمل باعث می‌شود با وجود غیر خطی بودن روابط ولتاژهای درونی فیلتر حوزه- لگاریتمی، رابطه بین جریانهای ورودی و خروجی خطی باقی بماند [۶].

شکل (۳) مدار معادل فیلتر را نشان می‌دهد. در این مدار، مقاومت‌های پارازیتی امیتر، خازنهای پارازیتی بیس- امیتر و خازنهای پارازیتی کلکتور به ترتیب  $r_{e1}$ ،  $C_{\pi n}$  و  $C_{subn}$  در نظر گرفته شده‌اند (n می‌تواند یکی از مقادیر ۱، ۲، ۳ یا ۴ باشد). از خازنهای پارازیتی بیس- کلکتور صرف نظر شده و رابطه غیر خطی بین جریانهای کلکتور  $i_{cn}$  و ولتاژهای داخلی بیس- امیتر  $v_{ben}$  به صورت توابع نمایی در نظر گرفته شده است [۱۱].

#### ۴- تحلیل اعوجاج در فیلترهای حوزه- لگاریتمی BJT

شکل (۲) مدار یک فیلتر حوزه- لگاریتمی پایین گذر مرتبه اول با استفاده از ترانزیستور BJT را نشان می‌دهد. از خصوصیات این فیلتر سادگی مدار و قابلیت تعمیم آن به فیلترهای با مرتبه بالاتر است. در این بخش، تحلیل اعوجاج این فیلتر با استفاده از تکنیک موازنه هارمونیکی انجام می‌گیرد. به کارگیری تکنیک پیشنهادی برای این فیلتر امکان مقایسه نتایج این روش با نتایج روش ارائه شده در مرجع [۱۱] را نیز می‌سازد. عملکرد فیلتر به این شرح است: ترانزیستور Q1 جریان ورودی  $i_{in}$  را به صورت لگاریتمی در ولتاژ بیس Q2 به صورت فشرده ظاهر می‌کند. ترانزیستور Q2، خازن  $C_L$  و منبع جریان  $I_{bias1}$  فیلتر حوزه- لگاریتمی را تشکیل می‌دهند و ترانزیستور Q3 و منبع جریان  $I_{bias2}$  نقش یک انتقال دهنده سطح ولتاژ را ایفا می‌کنند.

ماتریس بلوکی بخش خطی فیلتر  $\bar{H}$  به دست می آیند. به طور نمونه در گره NI داریم:

$$\begin{aligned} H_{22}^R(k, k) &= -(k\omega_0)^2 r_{e1} C_{\pi 1} C_{sub1} \\ H_{22}^I(k, k) &= (k\omega_0)(C_{\pi 1} + C_{sub1}) \\ H_{23}^R(k, k) &= 0 \\ H_{23}^I(k, k) &= -(k\omega_0) C_{\pi 2} \end{aligned} \quad (40\text{-الف})$$

$$\begin{aligned} H_{2n}^R(k, l) &= H_{2n}^I(k, l) = 0 \\ & \quad (k \neq l \text{ یا } n \in \{1, 4, 5\} \text{ به حالت های}) \end{aligned} \quad (40\text{-ب})$$

(ج) بردار طیف فرکانسی منابع جریانهای نابسته با استفاده از معادله (۱۸) به صورت زیر بیان می شود:

$$\bar{I}_S = \begin{bmatrix} 0 & \bar{I}_{in}(k) & \bar{I}_{b1}(k) & \bar{I}_{b2}(k) & 0 \end{bmatrix}^T \quad (41)$$

با در نظر گرفتن جریان ورودی به صورت  $i_{in} = I_{in-DC}(1 + m_1 \sin \omega_0 t)$  که در آن  $I_{in-DC}$  جریان بایاس ورودی،  $m_1$  اندیس مدولاسیون و  $\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$  فرکانس جریان ورودی است، معادله زیر نتیجه می شود:

$$\bar{I}_{in}(k) = [I_{in-DC} \quad 0 \quad m_1 \cdot I_{in-DC} \quad 0 \quad 0 \quad \dots] \quad (42)$$

از آنجا که جریانهای بایاس  $I_{bias1}$  و  $I_{bias2}$  به صورت DC هستند، می توان نتیجه گرفت:

$$\bar{I}_{b1}(k) = [I_{bias1} \quad 0 \quad 0 \quad \dots] \quad (43\text{-الف})$$

$$\bar{I}_{b2}(k) = [I_{bias2} \quad 0 \quad 0 \quad \dots] \quad (43\text{-ب})$$

در گام دوم بردار طیف فرکانسی منابع جریان غیرخطی به کمک معادلات (۲۰) الی (۳۰) محاسبه می شود. به این منظور پارامترهای مورد نیاز زیر استخراج می شوند:

(الف) با توجه به معادله نمایی بین جریانهای کلکتور  $i_{cn}$  و ولتاژهای بیس-امیتر  $v_{ben}$  مقادیر  $f(x_n(t))$  محاسبه می شوند. به طور نمونه در گره NI داریم:

$$i_{c1} = I_0 \exp\left(\frac{v_{be1}}{U_T}\right) \Rightarrow f(x_2) = I_0 \exp\left(\frac{x_2(t)}{U_T}\right) \quad (44\text{-الف})$$

برای محاسبه میزان اعوجاج، ابتدا به کمک تحلیل گره و حلقه مجموعه ای از روابط، که طیف فرکانسی جریانهای ورودی  $I_{in}$  را به ولتاژهای غیرخطی داخلی (ولتاژهای بیس-امیتر  $v_{ben}$ )، جریان خارجی  $I_{out}$  و منابع جریان غیرخطی  $I_{cn}$  مربوط می سازد به دست می آید.  $I_{in}$ ،  $I_{out}$ ،  $i_{cn}$ ؛ و  $v_{ben}$  تبدیل فوریه ولتاژهای بیس-امیتر  $v_{ben}$  است.

در مدار شکل (۳) با اعمال قانون جریان کیرشهف در گره های  $N1$ ،  $N2$ ،  $N5$ ،  $N4$  و اعمال قانون ولتاژ کیرشهف در حلقه ای که از گره  $N3$  شروع و به گره  $N4$  خاتمه می یابد، پنج رابطه به دست می آید. به طور نمونه با به کارگیری قانون جریان کیرشهف در گره  $N1$ ، رابطه دوم به صورت زیر حاصل می شود:

$$\begin{aligned} & \left(-\omega^2 r_{e1} C_{\pi 1} C_{sub1} + j\omega(C_{\pi 1} + C_{sub1})\right) \cdot v_{be1} - j\omega C_{\pi 2} v_{be2} \\ & - \left(1 + j\omega r_{e1} C_{sub1}\right) \left(1 + \frac{1}{\beta}\right) I_{c1} - \frac{1}{\beta} I_{c2} + I_{IN} = 0 \end{aligned} \quad (38)$$

در این معادله  $v_{be1}$ ،  $v_{be2}$  تبدیل فوریه ولتاژهای بیس-امیتر  $v_{be1}$ ،  $v_{be2}$ ؛  $I_{c1}$ ،  $I_{c2}$  تبدیل فوریه جریانهای کلکتور  $i_{c1}$ ،  $i_{c2}$  مربوط به ترانزیستورهای  $Q1$  و  $Q2$  است.

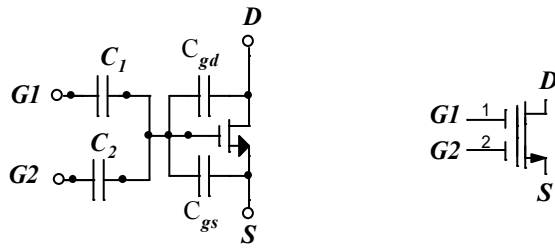
به منظور به کارگیری روش موازنه هارمونیکي بخش (۳)، مراحل زیر به کار گرفته می شوند:

در گام اول، این روابط به حوزه فرکانسی گسسته با  $K$  هارمونیک منتقل شده و پارامترهای زیر از آنها استخراج می شود:

(الف) متغیرهای  $X_1$ ،  $X_2$ ،  $X_3$ ،  $X_4$  و  $X_5$  به ترتیب برای طیفهای فرکانسی  $I_{out}$ ،  $v_{be1}$ ،  $v_{be2}$ ،  $v_{be3}$  و  $v_{be4}$  در نظر گرفته می شود. بنابراین بردار طیف فرکانسی متغیرهای جریان/ولتاژ با استفاده از معادله (۱۲) به صورت زیر بیان می شود:

$$\bar{X} = \begin{bmatrix} \bar{I}_{out}(k) & \bar{v}_{be1}(k) & \bar{v}_{be2}(k) & \bar{v}_{be3}(k) & \bar{v}_{be4}(k) \end{bmatrix}^T \quad (39)$$

(ب) همه ضرایب  $H_{mn}^R(k, l)$  و  $H_{mn}^I(k, l)$  به منظور محاسبه



(ب)

(الف)

شکل ۴- الف) سمبل و ب) مدار معادل یک ترانزیستور FG-MOS با دو گیت ورودی

$$\frac{\partial f(x_3(t))}{\partial x_3(t)} = \frac{I_0}{U_T} \exp\left(\frac{x_3(t)}{U_T}\right) \quad (۴۶-ب)$$

اکنون ماتریسهای قطری توصیف شده در معادله (۳۷) در ۲K-۱ نقطه زمانی محاسبه شده و سپس با به کارگیری معادلات (۳۳)، (۳۴) و (۳۶) ماتریس ژاکوبین محاسبه می‌شود. در گام چهارم بردار  $\bar{X}$  با به کارگیری الگوریتم نشان داده شده در شکل (۱) محاسبه و هارمونیکهای جریان خروجی استخراج می‌شوند. مجموع اعوجاجهای هارمونیک (THD) برای K هارمونیک به صورت زیر محاسبه می‌شود [۲۳]:

$$THD = \frac{\sqrt{\sum_{k=2}^K \left( (I_{out}^R(k))^2 + (I_{out}^I(k))^2 \right)}}{\sqrt{(I_{out}^R(1))^2 + (I_{out}^I(1))^2}} \quad (۴۷)$$

## ۵- تحلیل اعوجاج در فیلترهای حوزه- لگاریتمی FG-MOS

ساختار ترانزیستور FG-MOS به صورت یک ترانزیستور MOS با تعدادی گیت ورودی و به همراه یک گیت مجزا و شناور است. گیت شناور به صورت خازنی به گیتهای ورودی کوپل شده است. شکل (۴) سمبل و نیز مدار معادل یک ترانزیستور با دوگیت ورودی را نشان می‌دهد. با صرف نظر کردن از اثر خازنهای پارازیتی (با توجه به کوچک بودن مقدار این خازنها نسبت به خازنهای گیت ورودی ترانزیستور) و بار به تله افتاده در گیت شناور که با توجه به تکنولوژیهای ساخت موجود دارای مقادیر ناچیزی اند [۲۱]، جریان در این

$$i_{c2} = I_0 \exp\left(\frac{v_{be2}}{U_T}\right) \Rightarrow f(x_3) = I_0 \exp\left(\frac{x_3(t)}{U_T}\right) \quad (۴۴-ب)$$

که در آن  $I_0$  جریان اشباع وابسته به مشخصات نیمه هادی است و  $U_T$  پتانسیل دمایی است. با به کارگیری معادلات (۲۲) و (۲۶) مقادیر  $\bar{F}(\bar{X}_n)$  و  $\bar{F}(\bar{X})$  محاسبه می‌شوند.

(ب) همه ضرایب  $W_{mn}^I(k, l)$  و  $W_{mn}^R(k, l)$  به منظور محاسبه ماتریس  $\bar{W}$  به دست می‌آیند. به طور نمونه در گره NI داریم:

$$W_{22}^R(k, k) = \left(1 + \frac{1}{\beta}\right),$$

$$W_{22}^I(k, k) = (k\omega_0) r_{e1} C_{sub1} \left(1 + \frac{1}{\beta}\right),$$

$$W_{23}^R(k, k) = -\frac{1}{\beta},$$

$$W_{23}^I(k, k) = 0 \quad (۴۵-الف)$$

$$W_{2n}^R(k, l) = W_{2n}^I(k, l) = 0$$

(بقیه ضرایب مربوط به حالت‌های  $n \in \{1, 4, 5\}$  و  $k \neq l$ )

(۴۵-ب)

در گام سوم با هدف محاسبه ماتریس ژاکوبین، مشتقهای

$$\frac{\partial f(x_n(t))}{\partial x_n(t)}$$

محاسبه می‌شوند. به طور نمونه مشتق معادلات (۴۴) به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\frac{\partial f(x_2(t))}{\partial x_2(t)} = \frac{I_0}{U_T} \exp\left(\frac{x_2(t)}{U_T}\right) \quad (۴۶-الف)$$

شکل (۵) با اعمال قانون جریان کیرششف در گره‌های  $V_{out}$ ،  $V_{in}$ ،  $V_b$  و  $V_{cap}$  چهار معادله به دست می‌آید. به طور نمونه با به کارگیری قانون جریان کیرششف در گره  $V_{in}$  معادله دوم به صورت زیر حاصل می‌شود:

$$I_{dl} + I_{in} = 0 \quad (49)$$

که در آن  $I_{dl}$  تبدیل فوری جریان درین  $i_{dl}$  مربوط به ترانزیستور  $M_1$  است.

سپس بر اساس روش موازنه هارمونیک، همچون مدار قبل مراحل بیان شده در بخش (۳) به کار گرفته می‌شود:

در گام اول معادلات به دست آمده بالا به حوزه فرکانسی گسسته با  $K$  هارمونیک منتقل شده و سپس پارامترهای زیر از معادلات فوق استخراج می‌شود:

**الف)** با در نظر گرفتن متغیرهای  $X_1$ ،  $X_2$ ،  $X_3$  و  $X_4$  برای طیفهای فرکانسی  $I_{out}$ ،  $V_b$ ،  $V_{in}$  و  $V_{out}$  بردار طیف فرکانسی متغیرهای جریان/ولتاژ به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\bar{X} = [\bar{I}_{out}(k) \quad \bar{V}_{in}(k) \quad \bar{V}_b(k) \quad \bar{V}_{out}(k)]^T \quad (50)$$

**ب)** همه ضرایب  $H_{mn}^I(k, l)$  و  $H_{mn}^R(k, l)$  به منظور محاسبه ماتریس بخش خطی فیلتر  $\bar{H}$  به دست می‌آیند. به طور نمونه در گره  $N_1$  داریم:

$$H_{2n}^R(k, l) = H_{2n}^I(k, l) = 0 \quad n \in \{1, 2, 3, 4\} \quad (51)$$

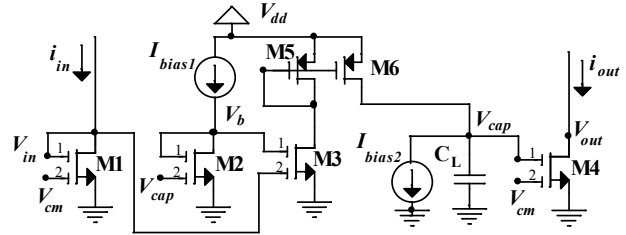
**ج)** بردار طیف فرکانسی منابع جریانهای نابسته با استفاده از معادله (۱۸) به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\bar{I}_S = [0 \quad \bar{I}_{in}(k) \quad \bar{I}_{b1}(k) \quad \bar{I}_{b2}(k)]^T \quad (52)$$

با در نظر گرفتن جریان ورودی به صورت  $i_{in} = I_{in-DC}(1 + m_1 \sin \omega_0 t)$  معادله زیر نتیجه می‌شود:

$$\bar{I}_{in}(k) = [I_{in-DC} \quad 0 \quad m_1 \cdot I_{in-DC} \quad 0 \quad 0 \quad \Lambda] \quad (53)$$

از آنجا که جریانهای بایاس  $I_{bias1}$  و  $I_{bias2}$  به صورت DC هستند، می‌توان نتیجه گرفت:



شکل ۵- یک فیلتر حوزه-لگاریتمی با استفاده از ترانزیستورهای FG-MOS

ترانزیستور در ناحیه وارونگی ضعیف به صورت زیر خواهد بود:

$$i_d = I_0 \exp\left(\frac{1}{2U_T} \left(\frac{C_1 V_1 + C_2 V_2}{C_T}\right)\right) \quad (48)$$

که در آن  $C_1$ ،  $C_2$  خازنهای ورودی و  $C_T$  مجموع خازنهای ورودی است.

شکل (۵) مدار یک فیلتر حوزه-لگاریتمی پایین گذر مرتبه اول با استفاده از ترانزیستورهای FG-MOS را نشان می‌دهد. در این مدار ترانزیستور  $M_1$  جریان ورودی  $i_{in}$  را به صورت لگاریتمی در ولتاژ گیت  $M_2$  ظاهر می‌کند. ترانزیستورهای  $M_2$ ،  $M_3$ ،  $M_4$  و  $M_5$  منابع جریان  $I_{bias1}$ ،  $I_{bias2}$  فیلتر لگاریتمی را تشکیل می‌دهند. ترانزیستور  $M_4$  عمل عکس ترانزیستور  $M_1$  را انجام داده و ولتاژ گیت فشرده شده در ورودی خازن را به صورت جریان  $i_{out}$  می‌گستراند که این باعث ایجاد رابطه خطی بین جریانهای ورودی و خروجی می‌شود [۱۲]. این فیلترها نسبت به فیلترهای BJT در فرکانسهای پایتتر کار می‌کنند و فرکانس قطع آنها عموماً کمتر از ۱ MHz است. مهمترین عامل موثر در ایجاد اعوجاج در این فیلترها ناهمسانی خازنهای ورودی ترانزیستورهاست [۱۲].

برای محاسبه میزان اعوجاج ابتدا به کمک تحلیل گره و حلقه مجموعه‌ای از روابط که طیف فرکانسی جریانهای ورودی  $I_{in}$  را به ولتاژهای غیرخطی داخلی (ولتاژهای گیت-سورس  $V_{gsn}$ )، جریان خارجی  $I_{out}$  و منابع جریان غیرخطی  $I_{dn}$  مربوط می‌سازد، به دست می‌آید.  $I_{in}$ ،  $I_{out}$ ،  $I_{dn}$  به ترتیب تبدیل فوری جریانهای  $i_{in}$ ،  $i_{out}$  و  $i_{dn}$ ؛ و  $V_{gsn}$  تبدیل فوری ولتاژهای گیت-سورس  $v_{gsn}$  می‌باشد. در مدار

## ۶- ارزیابی عملکرد روش تحلیل پیشنهادی

به منظور ارزیابی عملکرد روش پیشنهادی، مدار فیلتر شکل (۲) با فرکانس قطع ۱۲۲ MHz مورد تحلیل قرار گرفت.  $V_{cc} = 3V$ ،  $C_L = 5 pF$ ،  $I_{in-DC} = 100 \mu A$ ،  $I_{bias1} = 2 I_{bias2} = 100 \mu A$  و برای همه ترانزیستورها  $\beta = 100$ ،  $r_E = 2 \Omega$ ،  $C_\pi = C_{sub} = 150 fF$  در نظر گرفته شد. در پیاده سازی الگوریتم از نرم افزار متلب و برای بررسی صحت و نیز مقایسه نتایج از نرم افزار اچ اسپایس استفاده شد. برای نتایج اچ اسپایس ابتدا تحلیل گذرا انجام گرفت و سپس اعوجاج سیگنال خروجی با به کارگیری FFT در ۴۰۹۶ نقطه بر روی ۱۵ پریود آخر به دست آمد. شکل (۶) مقادیر محاسبه شده اعوجاج توسط تحلیل پیشنهادی و نیز مقادیر مربوط به نتایج شبیه سازی اچ اسپایس را نشان می دهد. همچنین شکل (۷) مقادیر محاسبه شده اعوجاج به روش تحلیلی سریهای ولترا [۱۱] و نیز مقادیر مربوط به نتایج شبیه سازی اچ اسپایس را نشان می دهد که در آن برای مقادیر تحلیلی از نرم افزار مپل استفاده شده است. مقایسه میزان اختلاف بین مقادیر محاسباتی و شبیه سازی شده در این دو شکل کارایی روش تحلیلی پیشنهادی را نشان می دهد. در شکل (۷) با افزایش اندیس مدولاسیون میزان اختلاف افزایش یافته است. این شکل برای مقادیر اندیس مدولاسیون تا ۵/۰ رسم شده است و برای مقادیر اندیس بالاتر میزان اختلاف بیشتر خواهد بود.

برای به کارگیری تحلیل پیشنهادی در فیلتر شکل (۵)، مدار با فرکانس قطع ۳۰ KHZ مورد تحلیل قرار گرفت و  $nA$ ،  $I_{in-DC} = 100 nA$ ،  $C_L = 20 pF$ ،  $V_{cm} = 1 V$ ،  $V_{dd} = 1V$ ،  $I_{bias1} = I_{bias2} = 100$ ، خازنهای گیت ورودی مساوی و فرکانس ورودی آزمون ۱ KHZ در نظر گرفته شد. شکل (۸) نتایج تحلیلی و شبیه سازی شده اعوجاج را برای اندیس مدولاسیون ۵/۰ و در ناهمسانیهای مختلف خازنهای ورودی ترانزیستورهای M1، M2، M3 و M4 نشان می دهد. مقدار ناهمسانی بر اساس تفاوت اندازه خازن گیت شماره (۱) نسبت

$$\overline{I_{b1}}(k) = [I_{bias1} \quad 0 \quad 0 \quad \Lambda] \quad (۵۴-الف)$$

$$\overline{I_{b2}}(k) = [I_{bias2} \quad 0 \quad 0 \quad \Lambda] \quad (۵۴-ب)$$

در گام دوم بردار طیف فرکانسی منابع جریان غیرخطی به کمک معادلات (۲۰) الی (۳۰) محاسبه می شود. به این منظور پارامترهای مورد نیاز زیر استخراج می شوند:

الف) با توجه به رابطه نمایی بین جریانهای درین  $i_{dn}$  و ولتاژهای گیت ورودی، مقادیر  $f(x_n(t))$  محاسبه می شوند. به طور نمونه در گره N1 داریم:

$$i_{d1} = I_0 \exp\left(\frac{v_{in} + v_{cm}}{2U_T}\right) \Rightarrow f(x_2(t)) = i_{d1} = I_0 \exp\left(\frac{x_2(t) + v_{cm}}{2U_T}\right) \quad (۵۵)$$

با به کارگیری معادلات (۲۲) و (۲۶) مقادیر  $\overline{F(X)}$  و  $\overline{F(X_n)}$  محاسبه می شوند.

ب) همه ضرایب  $W_{mn}^I(k, l)$  و  $W_{mn}^R(k, l)$  به منظور محاسبه ماتریس  $\overline{W}$  به دست می آیند. به طور نمونه در گره N1 داریم:

$$W_{22}^R(k, k) = 1, \quad W_{22}^I(k, k) = 0 \quad (۵۶-الف)$$

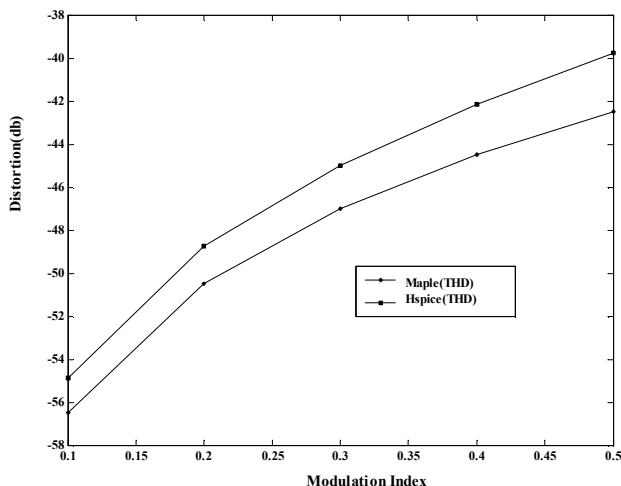
$$W_{2n}^R(k, l) = W_{2n}^I(k, l) = 0 \quad (k \neq l \text{ و } n \in \{1, 3, 4\} \text{ به حالت های}) \quad (۵۶-ب)$$

در گام سوم با هدف محاسبه ماتریس ژاکوبین، مشتقهای  $\frac{\partial f(x_n(t))}{\partial x_n(t)}$  محاسبه می شوند. به طور نمونه مشتق معادله (۵۵) به صورت زیر به دست می آید:

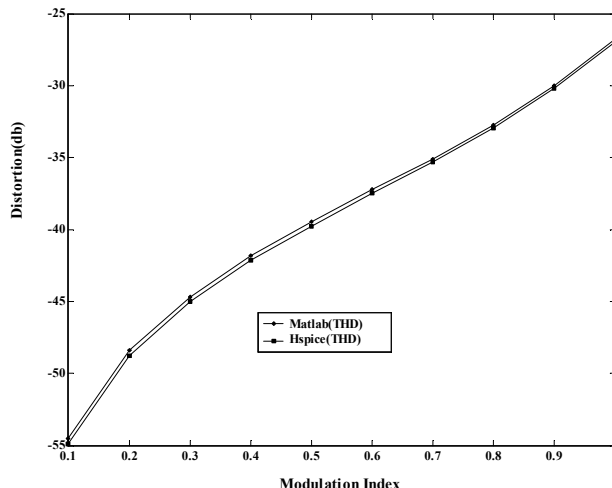
$$\frac{\partial f(x_2(t))}{\partial x_2(t)} = \frac{I_0}{2U_T} \exp\left(\frac{x_2(t) + v_{cm}}{2U_T}\right) \quad (۵۷)$$

اکنون ماتریسهای قطری توصیف شده در معادله (۳۷) در ۱-۲K نقطه زمانی محاسبه می شوند و سپس با به کارگیری معادلات (۳۳)، (۳۴) و (۳۶) ماتریس ژاکوبین محاسبه می شود.

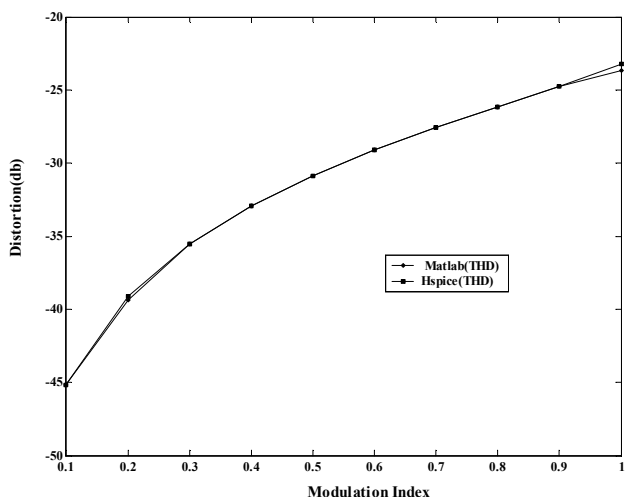
در گام چهارم بردار  $\overline{X}$  به دست آمده و با استخراج هارمونیکهای جریان خروجی، مجموع اعوجاجهای هارمونیک (THD) با کمک معادله (۴۷) محاسبه می شود.



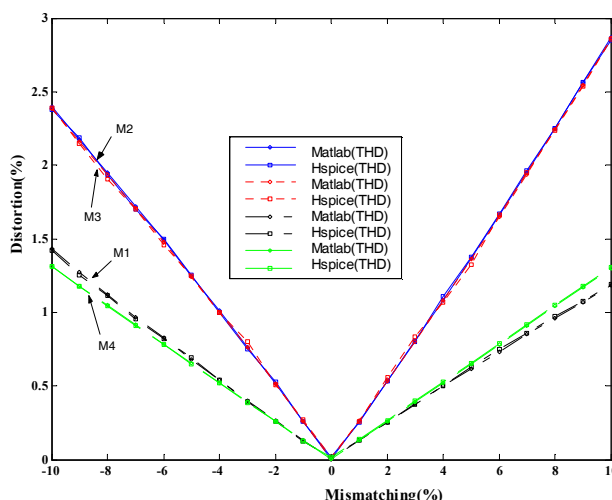
شکل ۷- مقادیر تحلیلی [بر اساس مرجع [۱۱]] و شبیه سازی شده اعوجاج برحسب اندیس مدولاسیون برای فیلتر شکل (۲)



شکل ۶- مقادیر تحلیلی [بر اساس طرح پیشنهادی] و شبیه سازی شده اعوجاج برحسب اندیس مدولاسیون برای فیلتر شکل (۲)



شکل ۹- مقادیر تحلیلی [بر اساس طرح پیشنهادی] و شبیه سازی شده اعوجاج برحسب اندیس مدولاسیون برای فیلتر شکل (۵)



شکل ۸- مقادیر تحلیلی [بر اساس طرح پیشنهادی] و شبیه سازی شده اعوجاج برحسب درصد ناهمسانی در خازنهای ورودی ترانزیستورهای M1, M2, M3 و M4 برای فیلتر شکل (۵)

نتایج به دست آمده در دو مدار فوق صحت روش پیشنهادی را نشان می دهد. در اینجا تاکید بر این نکته ضروری است که نتایج اچ اسپایس که به عنوان نتایج مرجع استفاده شده است، به طور مستقیم و با استفاده از دستور DISTO. به دست نیامده است زیرا این دستور نیز بر اساس سریهای ولترا عمل کرده و برای تحلیل اعوجاج مدارهای سیگنال بزرگ مناسب نمی باشد. در شکلهای (۶) تا

به خازن گیت شماره (۲) بیان شده است. شکل (۹) نتایج تحلیلی و شبیه سازی شده اعوجاج در اندیسهای مدولاسیونهای مختلف و برای ناهمسانی پنج درصد در خازنهای ورودی ترانزیستورها را نشان می دهد. این نتایج نیز اختلاف ناچیز بین نتایج اچ اسپایس و روش تحلیلی پیشنهادی را نشان می دهد.

## ۷- نتیجه گیری

یک الگوریتم براساس تکنیک موازنه هارمونیکی برای تحلیل اعوجاج در فیلترهای حوزه- لگاریتمی ارائه شد. مقایسه نتایج به دست آمده از این الگوریتم با نتایج شبیه سازی اچ اسپایس کارایی روش تحلیلی پیشنهادی را تأیید می کند. این الگوریتم که تحلیل اعوجاج را در حوزه فرکانس انجام می دهد می تواند به عنوان یک ابزار قوی در طراحی فیلترهای حوزه- لگاریتمی به کار رود.

(۹) نتایج اچ اسپایس ارائه شده به طور غیر مستقیم در چند مرحله بر اساس تحلیل زمانی، انتخاب بازه زمانی مناسب حالت دائمی و سپس محاسبه FFT به دست آمده است. این روند محاسبه با توجه به حجم محاسبات و نیز نحوه دستیابی به نقاط مورد نیاز حالت دائمی در نرم افزار اچ اسپایس پیش بینی نشده است [۲۰، ۱۹، ۱۵ و ۲۲]. روش پیشنهادی حاضر بر اساس تکنیک موازنه هارمونیکی به طور مستقیم به همان نتایج چند مرحله ای اچ اسپایس دست یافته است.

## واژه نامه

1. weak inversion
2. modulation index
3. mismatching
4. harmonic
5. frequency spectrum
6. Discrete Fourier Transform
7. phasor
8. independent current sources vector
9. nonlinear dependent current sources vector

## مراجع

1. Tsvividis, Y., "Externally Linear, Time-Invariant Systems and Their Application to Comanding Signal Processors," *IEEE Trans. Circuits Syst. II*, Vol. 44, pp. 65-85, Feb. 1997.
2. El-Gamal, M. N., Baki, R. A., and Dor, A. B., "30-100-MHz NPN-only Variable-Gain Class-AB Instantaneous Comanding Filters for 1.2-V Applications," *IEEE J. Solid-State Circuits*, Vol. 35, pp. 1853-1864, Dec. 2000.
3. Nakada, K. Asai, T., and Amemiya, Y., "Analog Current-Mode CMOS Implementation of Central Pattern Generator for Robot Locomotion," *Neural Networks, IJCNN'05, Proceedings of IEEE International Joint Conference*, Vol. 1, pp. 639-644, Aug. 2005.
4. Farshidi, E., and Sayedi, S. M., "A Micropower Multi Decade Dynamic Range Current-Mode true Rms-to-Dc," Accepted in *Circuits and Systems, MWSCAS'07, Proceedings of the 50<sup>th</sup> IEEE International Midwest Symposium*, Aug. 2007.
5. Adams, R. W., "Filtering in the log Domain," presented at the *63rd Audio Eng. Soc. Conf.*, New York, NY, Preprint 1470, May 1979.
6. Frey, D. R., "Log-Domain Filtering: An Approach to Current-Mode Filtering," *Proc. Inst. Elect. Eng.*, Vol. 140, pp. 406-416, Dec. 1993.
7. Leung, V. W., and Roberts, G. W. "Effects of Transistor Noidealities on High-Order Log-Domain Ladder Filter Frequency Responses," *IEEE Trans. Circuits Syst. II*, Vol. 47, pp. 373-387, May 2000.
8. Frey, "D., Distortion Compensation in Log-Domain Filters Using State-Space Techniques," *IEEE Trans. Circuits Syst. II*, Vol. 46, pp. 860-869, July 1999.
9. Drakakis, E. M., and Payne, A. J., "Approximate Process-Parameter Dependent Symbolic Calculation of Harmonic Distortion in Log-Domain: The Lossy Integrator Case-Study," in *Proc. IEEE ISCAS*, Vol. 1, pp. 609-612, May 2000.
10. Ascoli, A., Mahon, A., and Feely, O., "Nonlinear Dynamics of First- and Second-Order Log-Domain Circuits," *IEEE Trans. Circuits Syst. I: Regular Papers*, Vol. 52, no. 7, pp. 1372-1381, July 2005.
11. Beainy, C., Baki, R. A., El-Gamal, M. N., and Beainy, C., "Distortion Analysis of High-Frequency Log-Domain Filters Using Volterra Series," *IEEE Trans. Circuits Syst. II*, Vol. 50, no. 1, pp. 1-11, Jan. 2003.
12. E. Rodríguez-Villegas, A. Yúfera, and A. Rueda, "Design of FG MOS Log-Domain Filters," *Circuits and Systems, MWSCAS'03, Proceedings of the 46<sup>th</sup> IEEE International Midwest Symposium*, Vol. 1, pp. 109-112, Dec. 2003.
13. Farshidi, E., and Sayedi, S. M., "A Distortion Analysis of Log Domain Filters Based on Harmonic Balance Technique," *15<sup>th</sup> Iranian Conference on Electrical Engineering ICEE2007*, pp. 41-46, May, 2007.
14. Rizzoli, V., Matri, F. Sgallari, F., and Spalletta, G., "Harmonic-Balance Simulation of Strongly Nonlinear

- Very Large-Size Microwave Circuits by Inexact Newton Methods,” in *1996 IEEE MTT-S Int. Microwave Symp. Dig.*, San Francisco, CA, pp. 1357–1360, June 1996.
15. Kundert, K. S., and Sangiovanni-Vincentelli, A., “Simulation of Nonlinear Circuits in the Frequency Domain,” *IEEE Trans. Computer-Aided Design, CAD-5*, pp. 521–535, Oct. 1986.
  16. Maas, S. A., *Nonlinear Microwave and RF Circuits*, Second Edition, Artech House: Norwood, 2003.
  17. Carvalho, N. B., Pedro, J. C., Jang, W., and Steer, M. B., “Nonlinear RF Circuits and Systems Simulation When Driven by Several Modulated Signals,” *IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques*, Vol. 54, No. 2, pp. 572-579, Feb 2006.
  18. Zhu, L., and Christoffersen, C. E., “Transient and Steady-State Analysis of Nonlinear RF and Microwave Circuits,” *EURASIP Journal on Wireless Communications and Networking* Vol. 2006, Article ID 32097, pp. 127–138, Feb. 2006.
  19. Telichevesky, R., Kundert, K., El-Fadel, I., and White, J., “Fast simulation algorithms for RF circuits,” *Proceedings of the 1996 IEEE Custom Integrated Circuits Conference* pp. 437–444, May 1996.
  20. Steer, M. B., and Franzon, P. D., *SPICE: User's Guide and Reference*, North Carolina State University, U.S.A., Aug. 2002, Available: [http://www4.ncsu.edu/~mbs/Freeda\\_Documentation/Other\\_Freeda\\_Docs/SPICE/spice.pdf](http://www4.ncsu.edu/~mbs/Freeda_Documentation/Other_Freeda_Docs/SPICE/spice.pdf).
  21. E. Rodríguez-Villegas, and Barnes, H. “Solution to Trapped Charge in FGMOS Transistors,” *Electro. Lett.*, Vol. 39, pp. 1416–1417, Sep. 2003.
  22. Rhyne, G. W., Steer, M. B., and Bates, B. D., “Frequency Domain Nonlinear Circuit Analysis Using Generalized Power Series,” *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, Vol. 36, pp. 379-387, Feb. 1988.
  23. Razavi. B., *Design of Analog CMOS Integrated Circuits*, McGraw-Hill, 2001.