

## مقاله پژوهشی

# بهبود انتقال حرارت جابه‌جایی آزاد نانوسیال دوفازی آب اکسید آلومینیوم به‌همراه تولید حرارت داخلی با استفاده از شبیه‌سازی لیتیس بولتزمن دوبعدی

احمدرضا رحمتی\* و احسان کاشی

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه کاشان، کاشان

(دریافت مقاله: ۱۳۹۸/۵/۱۲ - دریافت نسخه نهایی: ۱۳۹۹/۸/۲)

**چکیده** - در مقاله حاضر، یک مدل شبکه بولتزمن دوفازی با در نظر گرفتن نیروهای بین ذرات نانوسیال در نظر گرفته شده است. با در نظر گرفتن نانوسیال آب-اکسید آلومینیوم در یک محفظه به‌همراه تولید حرارت داخلی، انتقال حرارت جابه‌جایی آزاد مورد بررسی قرار گرفته است. برای فهمیدن مکانیزم بهبود انتقال حرارت در نانوسیالات در مقیاس ذرات، از روش شبکه بولتزمن به‌دلیل مزیت‌های منحصر به‌فردی که این روش دارد، استفاده شده است. با در نظر گرفتن یک مدل دوجزئی شبکه بولتزمن، بهبود انتقال حرارت نانوسیالات با در نظر گرفتن نیروهای موجود بین ذرات نانو و سیال پایه، بررسی شده است. تأثیر نیروهای بین ذرات، درصد حجمی نانوذرات (۰/۰۵-۰) و عدد رایلی داخلی و خارجی (۱۰<sup>۳</sup>-۱۰<sup>۶</sup>) در انتقال حرارت نانوسیال و پخش ذرات درون هندسه مورد نظر، بررسی شده است. نتایج نشان می‌دهد که عدد ناسلت متوسط با افزایش درصد حجمی نانوذرات و عدد رایلی افزایش پیدا می‌کند. اضافه شدن تولید حرارت داخلی به سیال پایه یا نانوذرات به‌صورت جدا بررسی و مقایسه شده‌اند. مشخص شد که در نظر گرفتن تولید حرارت داخلی در سیال پایه باعث تغییر بیشتری در میدان دما و در نظر گرفتن آن در نانوذرات باعث تغییر بیشتر در میدان جریان می‌شود.

واژه‌های کلیدی: نانوسیال آب-اکسید آلومینیوم، بهبود انتقال حرارت جابه‌جایی آزاد، تولید حرارت داخلی، شبیه‌سازی دوبعدی شبکه بولتزمن دوفازی.

## Heat Transfer Enhancement of Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>-H<sub>2</sub>O Nanofluid Free Convection in Two-Phase Flow with Internal Heat Generation Using Two Dimensional Lattice Boltzmann Method

A. R. Rahmati\* and E. Kashi

Department of Mechanical Engineering, University of Kashan, Kashan, Iran.

**Abstract:** A two-phase lattice Boltzmann model considering the interaction forces of nanofluid has been developed in this paper. It is applied to investigate the flow and natural convection heat transfer of Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>-H<sub>2</sub>O nanofluid in an enclosure containing internal heat generation. To understand the heat transfer enhancement mechanism of the nanofluid flow from the

\*: مسئول مکاتبات، پست الکترونیکی: ar\_rahmati@kashanu.ac.ir

particle level, the lattice Boltzmann method is used because of its mesoscopic feature and numerical advantages. By using a two-component lattice Boltzmann model, the heat transfer enhancement of the nanofluid is analyzed through incorporating the different forces acting on the nanoparticles and the base fluid. The effects of interaction forces, nanoparticle volume fractions (0.0-0.05), and internal and external Rayleigh numbers ( $10^3$ - $10^6$ ) on the nanoparticle distributions and heat transfer characteristics are investigated. The average Nusselt number increases with the increase of nanoparticle volume fraction and Rayleigh number. We also compared and analyzed adding internal heat generation on the nanoparticles and the base fluid separately, and it was found that by considering heat generation on the base fluid, it mostly affects the temperature field, and by considering that on nanoparticles, it mostly affects the stream field.

**Keywords:** Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>-H<sub>2</sub>O Nanofluid, Free convection heat transfer enhancement, Internal heat generation, Two-phase two dimensional simulation of lattice boltzmann method.

### فهرست علائم

ضریب وزنی	w	شعاع نانوذرات (m)	a
مختصات با بعد (m)	x,y	ضریب وزنی	B
مختصات بی بعد	X,Y	گرمای ویژه در فشار ثابت (J/kg.K)	c <sub>p</sub>
علائم یونانی		سرعت میکروسکوپی ذرات (m.s <sup>-1</sup> )	c
لزجت دینامیک (N.m/ s)	μ	سرعت صوت (m.s <sup>-1</sup> )	c <sub>s</sub>
چگالی (kg/m <sup>3</sup> )	ρ	تابع توزیع	f
کسر حجمی نانوذرات	φ	تابع توزیع تعادلی	f <sup>eq</sup>
ضریب تخفیف (s)	τ	نیروی خارجی (N)	F
ضریب انبساط حرارتی (K <sup>-1</sup> )	β	شتاب جاذبه (m.s <sup>-2</sup> )	g
لزجت سینماتیکی (m <sup>2</sup> .s <sup>-1</sup> )	ν	تابع توزیع دما	g
ضریب پخش حرارتی (m <sup>2</sup> .s <sup>-1</sup> )	α	تابع توزیع تعادلی دما	g <sup>eq</sup>
زیرنویس‌ها		تابع تصادفی گوس	G <sub>i</sub>
میانگین	avg	ضریب انتقال حرارت محلی (W/m <sup>2</sup> .K)	h
بروانی	B	ضریب هدایت حرارتی (W/m.K)	k
سرد	c	ثابت بولتزمن (J/K)	k <sub>B</sub>
پسا	D	طول هندسه (m)	L
خارجی	E	عدد ناسلت	Nu
سیال پایه	f	تعداد ذرات	N
گرم	h	فشار (Pa)	P
شناوری	H	عدد پرانتل، $Pr = \frac{\nu}{\alpha}$	Pr
داخلی	I	عدد رایلی، $Ra = \frac{g\beta\Delta T l_y^3}{\alpha\nu}$	Ra
نانوذره	p	بردار مکان (m)	r
نانوسیال	nf	زمان (s)	t
بالانویس‌ها		دما (K)	T
تعداد ذرات	σ	مولفه‌های سرعت در جهت‌های x و y (m s <sup>-1</sup> )	u,v
حالت تعادلی	eq	حجم شبکه	V

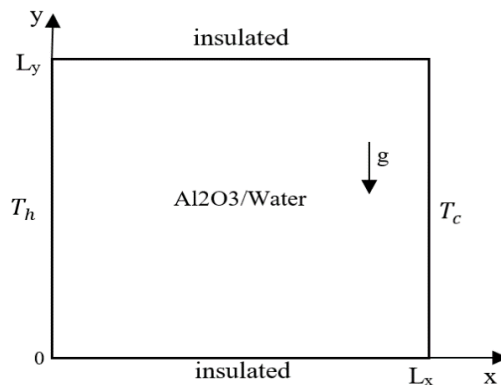
## ۱- مقدمه

به دلیل کمبود انرژی وجود مبدل‌های حرارتی با بازده بالا بسیار ضروری است. به این منظور سیالات معمول مانند آب، اتیلن، روغن و غیره قادر به رسیدن به این بازده بالا در موارد مختلفی مانند خنک‌کاری ابرساناها، خنک‌کاری قطعات پرمصرف الکترونیکی، کنترل دمای سفینه‌های فضایی و غیره را ندارد. به دلیل این کاربردهای انتقال حرارت، استفاده از نانوسیال مورد توجه قرار گرفته است. به دلیل این که نانوسیال با اضافه کردن نانوذرات به سیال پایه به وجود می‌آید و ضریب هدایت حرارتی بالایی نیز دارد، در موارد زیادی مانند خنک‌کاری میکرولوله‌های گرمایی مورد استفاده قرار می‌گیرند [۱]. تحقیقات زیادی روی ضریب هدایت حرارتی [۲ و ۳]، لزجت [۴] و ویژگی‌های ناپایا [۵ و ۶] انجام شده است.

جریان و انتقال حرارت جابه‌جایی آزاد نانوسیالات به صورت گسترده‌ای مورد مطالعه قرار گرفته است. جدای از مطالعات تجربی انجام شده [۷ و ۸]، به دلیل صرفه‌جویی در زمان و هزینه، روش‌های عددی نیز روش‌های مهمی برای بررسی نانوسیالات به حساب می‌آیند. روش‌های رایج زیادی مانند مدل دوفازی ترکیبی [۹]، روش اویلر-لاگرانژ [۱۰] و روش‌های تقریبی [۱۱] برای بررسی نانوسیالات استفاده شده است. اضافه بر این روش‌های معمول، روش شبکه بولتزن<sup>۳</sup> به عنوان یک روش جدید برای بررسی نانوسیالات شناخته شده است. شیخ الاسلامی و همکاران انتقال حرارت جابه‌جایی آزاد در نانوسیالات آب-اکسید آلومینوم و آب-مس را با دو روش شبکه بولتزن و حجم محدود بررسی کرده‌اند [۱۲-۱۴]. همچنین اثر نیروی مغناطیس بر انتقال حرارت جابه‌جایی آزاد و انتقال حرارت جابه‌جایی اجباری در نانوسیالات و سیالات مغناطیسی به صورت گسترده‌ای توسط شیخ الاسلامی و همکاران بررسی شده است [۱۵-۱۹]. با توجه به روش شبکه بولتزن چندجزئی<sup>۴</sup> که توسط چن و دولن در سال ۱۹۹۵ ارائه شده است [۲۰]، ژوان و همکاران در سال ۲۰۰۵ روشی را ارائه کردند که به وسیله آن می‌توان با استفاده از روش شبکه بولتزن

روش‌های عددی در مهندسی، سال ۴۰، شماره ۲، زمستان ۱۴۰۰

نانوسیالات را به صورت دو فازی مورد مطالعه قرار داد [۲۱]. در این مدل، نیروهای بین نانوذرات و سیال پایه و همچنین چند نیروی خارجی دیگر در نظر گرفته شده است. نتایج مطالعات بعدی در شبیه‌سازی انتقال حرارت نانوسیالات نشان می‌دهد که این روش می‌تواند به خوبی انتقال حرارت و جریان را در نانوسیالات شبیه‌سازی کند. ژائو و همکاران در سال ۲۰۱۲ به بررسی انتقال حرارت جابه‌جایی طبیعی در یک محفظه بسته با روش شبکه بولتزن به صورت دوفازی پرداختند [۲۲]. مطالعه آنها بر طیف محدوده از اعداد رایلی<sup>۵</sup> (۱۰۳-۲×۱۰۴) انجام شد. در این مطالعه آنها به مقایسه انتقال حرارت نانوسیال و آب پرداختند. نتایج آنها نشان می‌دهد که عدد رایلی بحرانی در نانوسیالات پایین‌تر از سیالات معمول است. ملیکی و همکاران در سال ۲۰۱۶ به بررسی حرکت براونی نانوذرات در انتقال حرارت جابه‌جایی طبیعی در یک محفظه مربعی تحت اثر نیروی مغناطیسی، با استفاده از روش شبکه بولتزن پرداختند [۲۳]. نتایج آنها نشان می‌دهد که حرکت براونی ذرات تأثیر قابل توجهی بر افزایش عدد ناسلت<sup>۶</sup> و نرخ انتقال حرارت دارد. همچنین در این تحقیق، تأثیر عدد هارتمن<sup>۷</sup> بر انتقال حرارت نانوسیال در اعداد رایلی و درصد حجمی نانوذرات مختلف نیز بررسی شده است و نتایج نشان می‌دهد که با افزایش عدد هارتمن، عدد ناسلت کاهش می‌یابد. کی و همکاران در سال ۲۰۱۶ به مطالعه عددی جریان و انتقال حرارت جابه‌جایی آزاد در نانوسیال با در نظر گرفتن فلز مایع به عنوان سیال پایه و نانوذره‌های مختلف با روش شبکه بولتزن به صورت دو فازی در یک محفظه پرداختند [۲۴]. مقادیر مختلف قطر نانوذره‌ها، نسبت طول‌های محفظه، درصد حجمی نانوذره‌ها و اعداد رایلی مختلف را بررسی کردند. در این مطالعه نیروهای درگ<sup>۸</sup>، بویانسی<sup>۹</sup>، براونی<sup>۱۰</sup> و واندروالس<sup>۱۱</sup> که از جمله مهمترین نیروهای بین مولکولی هستند، در نظر گرفته شده است. آنها دریافتند که نیروی براونی بیشترین و نیروی واندروالس کمترین تأثیر را در انتقال حرارت دارد. همچنین عدد ناسلت با افزایش نسبت طول محفظه، عدد رایلی و درصد حجمی نانوذره‌ها



شکل ۱- نمای شماتیک هندسه و شرایط مرزی

گرفتند. نتایج آنها نشان می‌دهد که افزایش نیروی بویانسی باعث پخش بهتر نانوذرات در محفظه می‌شود. همچنین مشخص شد که افزایش بیشتر فاصله بین منابع حرارتی درون محفظه، باعث افزایش بیشتر انتقال حرارت می‌شود.

در این تحقیق اثر پارامترهای مختلف از جمله تغییر عدد رایلی، قطر نانوذرات، نسبت اندازه محفظه و درصد حجمی نانوذرات بررسی شده است. همچنین بررسی تولید حرارت داخلی که در این مطالعه با پارامتری به‌عنوان عدد رایلی داخلی معرفی و مشخص شده است، از جمله کارهایی است که این تحقیق را نسبت به تحقیقات گذشته شاخص‌تر می‌کند.

## ۲- بیان مساله

در این تحقیق بررسی جریان و انتقال حرارت نانوسیال درون محفظه مطابق شکل (۱) در نظر است. دیواره‌های افقی عایق هستند. دیوار عمودی سمت چپ در دمای ثابت  $T_h$  و دیواره عمودی سمت راست در دمای ثابت  $T_c$  ( $T_h > T_c$ ) قرار دارد. محفظه از نانوسیال آب-اکسید آلومینیوم پر شده است. خواص ترموفیزیکی آب و نانوذرات در جدول (۱) ارائه شده است.

## ۳- معادلات حاکم

در روش شبکه بولتزمان ذکر شده توسط ژوان و همکاران برای نانوسیالات، سیال پایه و نانوذرات به‌صورت دو جزء مجزا در نظر گرفته شده است [۲۱]. فرمول‌های این روش در این

افزایش پیدا می‌کند. گاروسی و همکاران در سال ۲۰۱۷ به بررسی انتقال حرارت جابه‌جایی ترکیبی در یک محفظه مربعی با موانع مختلف با استفاده از روش دو فازی پرداختند [۲۵]. در این مطالعه، از آب به‌عنوان سیال پایه و ذرات مس، اکسید آلومینیوم و تیتانیوم در قطرهای مختلف به‌عنوان نانوذره استفاده شده است. برای حل این مساله از روش حجم محدود و الگوریتم سیمپل<sup>۱۲</sup> استفاده شده است. همچنین این مطالعه برای اعداد رایلی ۱۰۴ تا ۱۰۷ و اعداد ریچاردسن<sup>۱۳</sup> ۰/۱ تا ۱۰۲ انجام شده است. نتایج آنها در همه اعداد رایلی نشان می‌دهد که با افزایش میزان غلظت نانوذرات، ابتدا عدد ناسلت افزایش می‌یابد و سپس دوباره کاهش می‌یابد. شیخ‌الاسلامی و همکاران در سال ۲۰۱۸ به بررسی عددی انتقال حرارت جابه‌جایی اجباری نانوسیال درون یک محفظه مربعی که از بیرون تحت تأثیر یک نیروی مغناطیسی قرار داشت، با روش شبکه بولتزمان پرداختند [۲۶]. در این مطالعه از نانوسیال آب-اکسید مس استفاده شده و همچنین اثر حرکت براونی نیز در نظر گرفته شده است. نتایج آنها نشان می‌دهد که میزان انتقال حرارت از محفظه با افزایش عدد هارتمن، کاهش می‌یابد. همچنین آنها رابطه جدیدی برای محاسبه ناسلت ارائه داده‌اند. باندر و همکاران در سال ۲۰۱۸ با استفاده از روش اختلاف محدود به بررسی انتقال حرارت جابه‌جایی آزاد نانوسیال در یک محفظه مثلثی به‌صورت دو فازی پرداختند [۲۷]. در این مطالعه آنها اثر نیروهای براونی و ترموفورسیس<sup>۱۴</sup> را نیز در نظر

جدول ۱- خواص ترموفیزیکی آب و نانوذرات [۲۵]

خواص	آب	نانوذرات اکسید آلومینوم
$\rho$ (kg/m <sup>۳</sup> )	۹۹۷/۱	۳۹۷۰
$C_p$ (J/kg.K)	۴۱۷۹	۷۶۵
$k$ (W/m.K)	۰/۶۱۳	۴۰
$\mu \times 10^{-۴}$ (Pa.s)	۸/۵۴	-

برای حل معادله دما، می‌توان از تابع توزیع  $g$  استفاده کرد. معادله بولتزمن برای تابع توزیع  $g$  به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$g_i^\sigma(\mathbf{r} + \mathbf{c}_i \Delta t, t + \Delta t) - g_i^\sigma(\mathbf{r}, t) = -\frac{1}{\tau_T^\sigma} [g_i^\sigma(\mathbf{r}, t) - g_i^{eq,\sigma}(\mathbf{r}, t)] + \frac{\dot{Q} \Delta t w_i}{\rho^\sigma C_p^\sigma} \quad (۶)$$

که  $\tau_T^\sigma$  زمان ضریب تخفیف برخورد برای دما است. همچنین  $g_i^{eq,\sigma}$  به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$g_i^{eq,\sigma} = w_i T^\sigma \left[ 1 + \frac{\mathbf{c}_i \cdot \mathbf{u}^\sigma}{c_s^2} + \frac{1}{2} \left( \frac{\mathbf{c}_i \cdot \mathbf{u}^\sigma}{c_s^2} \right)^2 - \frac{1}{2} \frac{(\mathbf{u}^\sigma)^2}{c_s^2} \right] \quad (۷)$$

دما، چگالی و سرعت ماکروسکوپی با توجه به کمیت‌های به دست آمده از روابط روش شبکه بولتزمن به صورت زیر به دست می‌آیند:

$$T^\sigma = \sum_{i=0}^{\Lambda} g_i^\sigma \quad (۸)$$

$$\rho^\sigma = \sum_{i=0}^{\Lambda} f_i^\sigma \quad (۹)$$

$$\mathbf{u}^\sigma = \frac{1}{\rho^\sigma} \sum_{i=0}^{\Lambda} f_i^\sigma \mathbf{c}_i \quad (۱۰)$$

با توجه به نیروهای داخلی بین ذرات، بردار سرعت نانوذرات و سیال پایه برای هر فاز نیز به صورت زیر تغییر می‌کند:

$$\mathbf{u}_{pnew} = \mathbf{u}_p + \frac{\mathbf{F}_p \Delta t}{2\rho_p} \quad (۱۱)$$

$$\mathbf{u}_{fnew} = \mathbf{u}_f + \frac{\mathbf{F}_f \Delta t}{2\rho_f} \quad (۱۲)$$

که زیرنویس  $p$  به معنای نانوذرات و زیرنویس  $f$  برای سیال پایه استفاده شده‌اند.

قسمت بررسی می‌شود. لازم به ذکر است که در این مطالعه، از مدل نه سرعتی یا به اصطلاح D2Q9 استفاده می‌شود. معادله بولتزمن برای دو فاز مجزا و با در نظر گرفتن نیروهای خارجی و داخلی بین ذرات به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$f_i^\sigma(\mathbf{r} + \mathbf{c}_i \Delta t, t + \Delta t) - f_i^\sigma(\mathbf{r}, t) = -\frac{1}{\tau_f^\sigma} [f_i^\sigma(\mathbf{r}, t) - f_i^{eq,\sigma}(\mathbf{r}, t)] + \frac{2\tau_f^\sigma - 1}{2\tau_f^\sigma} \cdot \frac{F_i^\sigma \mathbf{c}_i}{B_i} + F_i^\sigma \quad (۱)$$

که  $\tau_f^\sigma$  ضریب تخفیف برخورد برای جریان است. علامت  $\sigma$  نشان‌دهنده تعداد ذرات است.  $F_i^\sigma$  بیانگر کل نیروهای بین ذرات و  $F_i^{\prime\sigma}$  بیانگر نیروی خارجی در جهت شبکه است. توجه شود که  $F_i^{\prime\sigma}$  فقط برای محاسبه انتقال حرارت جابه‌جایی آزاد استفاده می‌شود و به صورت زیر به دست می‌آید:

$$F_i^{\prime\sigma} = \mathbf{G} \cdot \frac{(\mathbf{c}_i \cdot \mathbf{u}^\sigma)}{\rho} f_i^{eq,\sigma} \quad (۲)$$

$$\mathbf{G} = -\beta(T_{nf} - T_e) \mathbf{g} \quad (۳)$$

که بردار شتاب گرانش،  $\beta$  ضریب انبساط حرارتی،  $T_{nf}$  دمای نانوسیال و  $T_e$  مقدار میانگین دمای دیوار گرم و دیوار سرد است.

در رابطه (۱)،  $B_i$  ضریب وزنی است و مقدار آن برابر است با:

$$B_i = \begin{cases} 0 & (i=0) \\ \frac{1}{3} & (i=1, \dots, 4) \\ \frac{1}{12} & (i=5, \dots, 8) \end{cases} \quad (۴)$$

همچنین  $f_i^{eq,\sigma}$  به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$f_i^{eq,\sigma} = w_i \rho^\sigma \left[ 1 + \frac{\mathbf{c}_i \cdot \mathbf{u}^\sigma}{c_s^2} + \frac{1}{2} \left( \frac{\mathbf{c}_i \cdot \mathbf{u}^\sigma}{c_s^2} \right)^2 - \frac{1}{2} \frac{(\mathbf{u}^\sigma)^2}{c_s^2} \right] \quad (۵)$$

نشان‌دهنده تأثیر برخورد ذرات دو فاز به همدیگر است. در حالت کلی، این نیرو از تابع توزیع گوس تبعیت می‌کند. در این قسمت فقط به ذکر فرمول عددی این نیرو اکتفا شده است. این نیروی به صورت زیر به دست می‌آید [۲۸]:

$$F_B = G_i \sqrt{\frac{C}{\Delta t}} = G_i \sqrt{\frac{12\pi\mu_f a k_B T}{\Delta t}} \quad (18)$$

که  $G_i$  تابع رندوم گوس است که دارای مقدار میانگین صفر و واریانس واحد است.

نیروهای دیگری مانند نیروی پتانسیل بین ذرات نیز وجود دارند اما طبق تحقیقات به عمل آمده، نیروهای دیگر مقدار ناچیزی داشته و تأثیر خاصی در جریان و یا انتقال حرارت ندارند [۲۹-۳۳].

مقدار نیروی کل ذرات به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\mathbf{F}_{total,p} = \frac{N(\mathbf{F}_H + \mathbf{F}_D + \mathbf{F}_B)}{V} \quad (19)$$

که  $V$  حجم شبکه و  $N$  تعداد ذرات در شبکه مورد نظر است و از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$N = \frac{\rho^\sigma V}{m^\sigma} \quad (20)$$

که  $m^\sigma$  جرم یک نانوذره است. از طرف دیگر، کل نیرویی که به ذرات سیال پایه وارد می‌شود، از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\mathbf{F}_{total,f} = \frac{-N(\mathbf{F}_D + \mathbf{F}_B)}{V} \quad (21)$$

### ۳-۲- کمیت‌ها در حالت بدون بعد

برای بی‌بعدسازی معادلات حاکم و شرایط مرزی از پارامترهای زیر استفاده شده است.

$$X = \frac{x}{l_x}, \quad Y = \frac{y}{l_y}, \quad U^\sigma = \frac{u^\sigma l_x}{\alpha^\sigma}, \quad (22)$$

$$V^\sigma = \frac{V^\sigma l_y}{\alpha^\sigma}, \quad \theta = \frac{T - T_c}{T_h - T_c}$$

$$Ma = \frac{u^\sigma}{c_s}, \quad Pr = \frac{\nu}{\alpha}$$

$$Ra_E = \frac{g\beta^\sigma l_y^3 \Delta T}{\alpha^\sigma \nu^\sigma}, \quad Ra_1 = \frac{g\beta^\sigma l_y^5 \dot{Q}}{\alpha^\sigma \nu^\sigma k^\sigma}$$

بعد از انتقال حرارت بین نانوذرات و سیال پایه، دمای حالت ماکروسکوپی برای هر فاز به صورت زیر تغییر می‌کند:

$$T_{new}^\sigma = T^\sigma + \tau_T \frac{dT^\sigma}{dt} \quad (13)$$

ضریب لزجت دینامیکی و ضریب پخش حرارت در روش شبکه بولتزمن و برای هر دو فاز به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\nu^\sigma = \frac{1}{3}(\tau_f^\sigma - \tau^\sigma/5) \quad (14)$$

$$\alpha^\sigma = \frac{1}{3}(\tau_T^\sigma - \tau^\sigma/5) \quad (15)$$

### ۳-۱- نیروهای بین ذرات

برای حل معادله (۱)، بایستی نیروهای بین ذرات نانو و سیال پایه محاسبه شوند. چندین نیرو بین ذرات وجود دارد از جمله نیروی براونی، نیروی شناوری، نیروی پسا و غیره. در این قسمت این نیروها و فرمول‌های آنها معرفی شده است.

#### ۳-۱-۱- نیروی شناوری

نیروی شناوری که با  $\mathbf{F}_H$  نمایش داده می‌شود، به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\mathbf{F}_H = -\frac{4\pi a^3}{3} g \Delta \rho \quad (16)$$

که  $a$  شعاع نانوذره و  $\Delta \rho$  اختلاف چگالی بین نانوذرات و سیال پایه است.

#### ۳-۱-۲- نیروی پسا

نیروی پسا یا درگ که با  $\mathbf{F}_D$  نمایش داده می‌شود، به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\mathbf{F}_D = -6\pi a \mu \Delta u \quad (17)$$

که  $\Delta u$  تغییرات سرعت بین نانوذرات و سیال پایه است. توجه شود که این نیرو باید برای دو جهت  $x$  و  $y$  تعیین شود.

#### ۳-۱-۳- نیروی براونی

نیروی براونی به دلیل نوسانات دمایی به وجود می‌آید. این نیرو

تعداد گام‌های زمانی مورد نیاز شبکه ( $iter_{LB}$ ) محاسبه می‌شود.

$$\delta_x = \frac{L_{ph}}{m_{LB}} \quad (27)$$

$$\delta_t = \frac{t_{ph}}{iter_{LB}} \quad (28)$$

پس از محاسبه این دو متغیر، می‌توان با استفاده از روابط (29) تا (32) متغیرهای دیگر مانند سرعت، لزجت سینماتیکی، نیروی حجمی و گرادیان فشار ( $\Delta p$ ) را با تحلیل ابعادی از فیزیک به شبکه منتقل کرد.

$$u_{LB} = \frac{\delta_t}{\delta_x} u_{ph} \quad (29)$$

$$LB = \frac{\delta_t}{\delta_x} \rho_{ph} \quad (30)$$

$$F_{LB} = \frac{\delta_t}{\delta_x} \frac{1}{\rho_{ph}} \frac{\Delta p_{ph}}{\Delta x_{ph}} = \frac{\delta_t}{\delta_x} F_{ph} \quad (31)$$

$$\Delta p_{LB} = \left( \frac{\delta_t}{\delta_x} \right)^2 \frac{\Delta p_{ph}}{\rho_{ph}} \quad (32)$$

$iter_{LB}$  و  $t_{ph}$ ،  $m_{LB}$  توسط کاربر انتخاب می‌شوند. البته باید دقت کرد، در مسائل فیزیکی که زمان انتشار در مقایسه با زمان جابه‌جایی بسیار کوچک است، کم بودن تعداد گام‌های زمانی نمی‌تواند روند همگرایی جریان را به‌طور کامل توصیف کند و زیاد شدن این عدد زمان محاسبات را به‌شدت افزایش می‌دهد. اصولاً برای مسائل حالت پایدار، روش شبکه بولتزن دارای همگرایی بسیار آرامی است.

#### ۴- شرایط مرزی

##### ۴-۱- شرط مرزی کمانه کردن

شرط مرزی کمانه کردن برای مدل کردن شرط مرزی جامد ساکن یا متحرک و شرط عدم لغزش یا جریان روی موانع مورد استفاده قرار می‌گیرد. این روش کاملاً ساده است. به این صورت که ذرات ورودی از سمت مرز جامد به‌سمت دامنه جریان برگشت داده می‌شوند. در این تحقیق روی تمامی دیوارها از این شرط مرزی استفاده می‌شود.

که  $Ra_i$  معرف عدد رایلی داخلی و  $Ra_E$  نمایانگر عدد رایلی خارجی است.

عدد ناسلت موضعی  $Nu(y)$  بصورت زیر بیان می‌شود:

$$Nu(y) = - \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right) \frac{l_x}{T_H - T_L} \quad (23)$$

همچنین عدد ناسلت متوسط  $Nu_{avg}$  نیز به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$Nu_{avg} = \int_0^1 Nu(y) dy \quad (24)$$

#### ۳-۳- ارتباط بین سیستم گسسته شبکه بولتزن با سیستم

##### فیزیکی

همواره این سوال وجود دارد که برای شبیه‌سازی فیزیک واقعی مسئله چگونه باید کمیت‌ها را انتخاب کرد. تبدیل واحدهای فیزیکی به متغیرهای شبکه معمولاً از دو مرحله تشکیل می‌شود. مرحله اول، بی‌بعدسازی متغیرهای فیزیک مساله به کمک اعداد مشخصه سیستم است. در مرحله بعد سیستم گسسته‌ای با متغیرهایی در واحد شبکه تعریف می‌شود به‌گونه‌ای که اعداد بی‌بعد در هر دو سیستم اصلی و شبیه‌سازی شده یکی باشند. به‌عنوان نمونه در روابط (25) و (26) نحوه ارتباط پارامترها با دو عدد بی‌بعد رینولدز ( $Re$ ) و پرانتل ( $Pr$ ) ارائه شده است. برای بررسی جریان‌هایی با پدیده انتقال حرارت، از برابری عدد پرانتل استفاده می‌شود و از طرفی حل معادلات ناویر-استوکس به عدد رینولدز بستگی دارد.

$$Re_{ph} = \frac{L_{ph} u_{ph}}{\nu_{ph}} = \frac{m_{LB} u_{LB}}{\nu_{LB}} = Re_{LB} \quad (25)$$

$$Pr_{ph} = \frac{\nu_{ph}}{\alpha_{Tph}} = \frac{\nu_{LB}}{\alpha_{TLB}} = Pr_{LB} \quad (26)$$

که در آن زیرنویس  $ph$  و  $LB$  به ترتیب نشان‌دهنده متغیرهای فیزیکی و متغیرهای شبکه هستند.  $\alpha_T$  ضریب نفوذ گرمایی است و گام مکانی ( $\delta_x$ ) با تقسیم طول مشخصه ( $L_{ph}$ ) بر تعداد سلول‌های شبکه ( $m_{LB}$ ) در رابطه (27) به دست می‌آید. گام زمانی ( $\delta_t$ ) در رابطه (28) با تقسیم زمان مرجع ( $t_{ph}$ ) بر

جدول ۲- استقلال از مش برای حالت  $Ra = 10^6$  و  $\phi = 3\%$

تعداد نقاط شبکه	عدد ناسلت متوسط
۲۰۰×۲۰۰	۸/۸۹۳
۳۰۰×۳۰۰	۹/۳۹۳
۴۰۰×۴۰۰	۹/۸۰۳
۴۵۰×۴۵۰	۹/۸۰۶

جدول ۳- مقایسه عدد ناسلت متوسط با داده‌های مطالعه از تپ و ابوندا [۳۴]

Ra	$\phi$	مطالعه حاضر	از تپ و ابوندا [۳۴]	درصد اختلاف
۱۰۰۰	۰/۰۵	۱/۱۲۸	۱/۱۱۷	۰/۹۷
	۰/۱۵	۱/۴۰۱	۱/۴۱۵	۱/۰۰
۱۰۰۰۰	۰/۰۵	۲/۱۲۷	۲/۰۸۳	۲/۰۷
	۰/۱۵	۲/۱۴۲	۲/۱۹۲	۲/۲۸
۱۰۰۰۰۰	۰/۰۵	۴/۱۵۶	۴/۱۸۵	۲/۰۸
	۰/۱۵	۴/۲۹۶	۴/۴۶۱	۳/۶۹

شبکه شود، مقادیر عدد ناسلت متوسط کل محاسبه و در جدول (۲) مقایسه شده‌اند. در این بررسی، از شبکه‌هایی با تعداد نقاط مختلف برای عدد رایلی خارجی  $10^6$  و کسر حجمی ۳٪ استفاده شده است. با توجه به مقادیر عدد ناسلت متوسط کل، شبکه با تعداد نقاط  $400 \times 400$  مناسب است.

به منظور اعتبارسنجی نتایج برنامه کامپیوتری تهیه شده، یک شبیه‌سازی عددی برای شرایط ارائه شده در مرجع [۳۴] انجام و نتایج حاصل از آن با نتایج ارائه شده در مرجع اشاره شده مقایسه می‌شود. این مساله در یک محفظه مستطیلی شکل و با شرایط مرزی مشخص (دو ضلع افقی، عایق هستند و دو ضلع عمودی در دمای ثابت سرد و گرم) برای نانوسیال آب-اکسید آلومینیوم، در اعداد رایلی مختلف انجام شده است.

این مقایسه در جدول (۳) ارائه شده است. چنانچه مشاهده می‌شود، با توجه به اختلاف ناچیز مقادیر عدد ناسلت متوسط حاصل از برنامه کامپیوتری و مراجع مختلف، می‌توان از صحت نتایج مدل‌سازی‌ها اطمینان حاصل کرد.

#### ۲-۴- شرط مرزی عایق

زمانی که یک مرز از هندسه مورد نظر ما عایق است بیان‌گر این نکته است که هیچ انتقال حرارتی در جهت عمود بر آن سطح وجود ندارد و طبق قانون هدایت فوریه گرادیان دما در جهت عمود بر سطح صفر می‌شود. در این تحقیق روی دیوارهای بالایی و پایینی از این شرط مرزی استفاده می‌شود.

#### ۳-۴- شرط مرزی دما ثابت

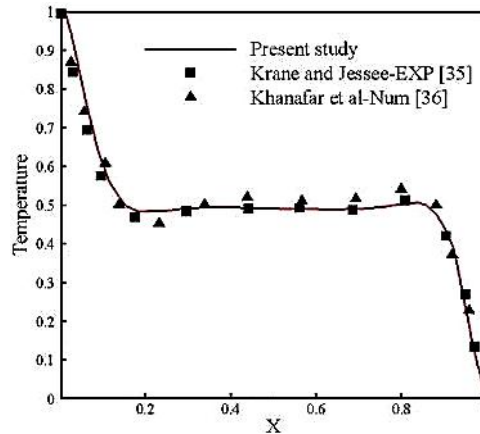
در حالتی که دیواره‌ای دارای دمای ثابت باشد از این شرط مرزی جهت محاسبه توابع توزیع استفاده می‌شود. در این تحقیق روی دیوارهای سمت چپ و راست از این شرط مرزی استفاده می‌شود.

#### ۵- بررسی انتخاب شبکه مناسب و صحت عملکرد

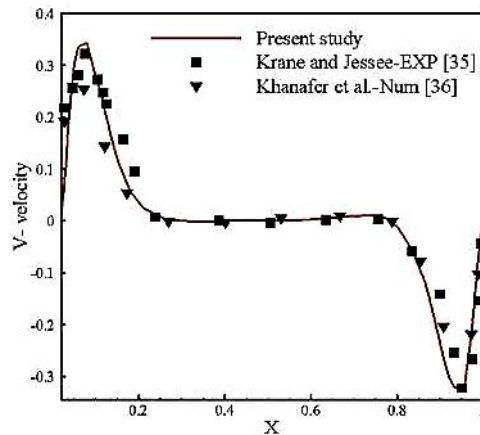
##### برنامه محاسباتی

به منظور یافتن شبکه‌ای مناسب که منجر به استقلال نتایج از





شکل ۲- مقایسه تغییرات موضعی دما برحسب X در مرکز محفظه در مطالعه حاضر و کار تجربی [۳۵] و عددی [۳۶]



شکل ۳- مقایسه تغییرات موضعی مولفه عمودی بردار سرعت برحسب X در مرکز محفظه در مطالعه حاضر و کار تجربی [۳۵] و عددی [۳۶]

نانوسیال با کسر حجمی ۳٪ نشان داده شده است. همان‌طور که با مقایسه خطوط دو عدد رایلی برای هر دو حالت با و بدون نانوذرات مشخص است، افزایش عدد رایلی باعث افزایش سرعت عمودی در محفظه می‌شود. همچنین مشخص است که در حالت استفاده از نانوسیال، سرعت عمودی در محفظه مقداری بیشتر است. این افزایش سرعت باعث افزایش ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی می‌شود و در نتیجه باعث افزایش عدد ناسلت نیز خواهد شد.

۲-۶- بررسی اثر تغییر عدد رایلی بر مولفه عمودی سرعت

بر حسب X

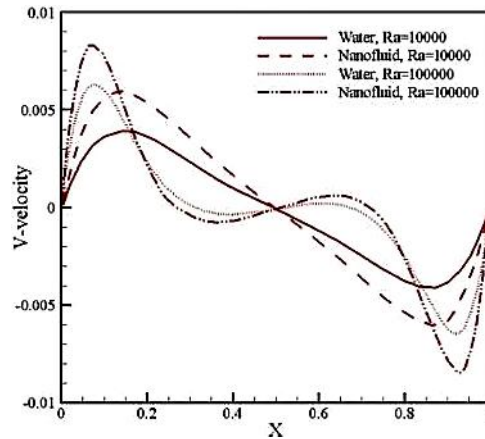
در شکل (۵) تغییرات دما در مقطع میانی برای دو حالت آب

از نتایج دو مطالعه دیگر برای بررسی خطوط دما و سرعت در محفظه و مقایسه آنها با نتایج کار حاضر استفاده شده است. این مقایسه در شکل‌های (۲) و (۳) آورده شده است. مشاهده می‌شود که نتایج حاصل از کد کامپیوتری بسیار نزدیک به نتایج حاصل از کار تجربی [۳۵] و عددی [۳۶] ذکر شده است و با این مقایسه نیز می‌توان از صحت عملکرد برنامه کامپیوتری حاضر اطمینان داشت.

## ۶- نتایج

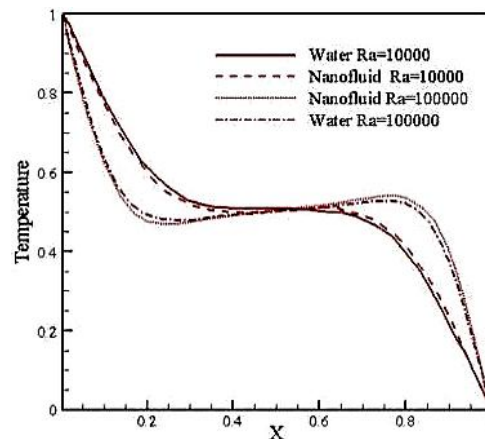
۶-۱- بررسی اثر تغییر عدد رایلی بر مولفه عمودی سرعت بر حسب X

در شکل (۴) تغییرات مولفه عمودی سرعت در مقطع میانی و در دو عدد رینولدز متفاوت و برای دو حالت آب خالص و



شکل ۴- مقایسه تغییرات موضعی مولفه عمودی سرعت برحسب X برای دو حالت آب خالص و

نانوسیال در دو عدد رایلی  $10^4$  و  $10^5$



شکل ۵- مقایسه تغییرات موضعی دما برحسب X برای دو حالت آب خالص و نانوسیال

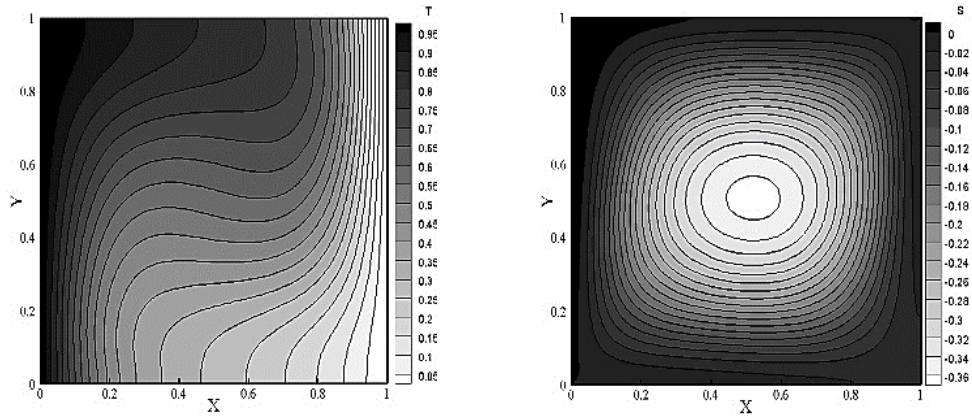
در مقطع میانی، در دو عدد رایلی  $10^4$  و  $10^5$

### ۶-۳- مقایسه میدان جریان و دما در حالت تولید حرارت داخلی در نانوذرات

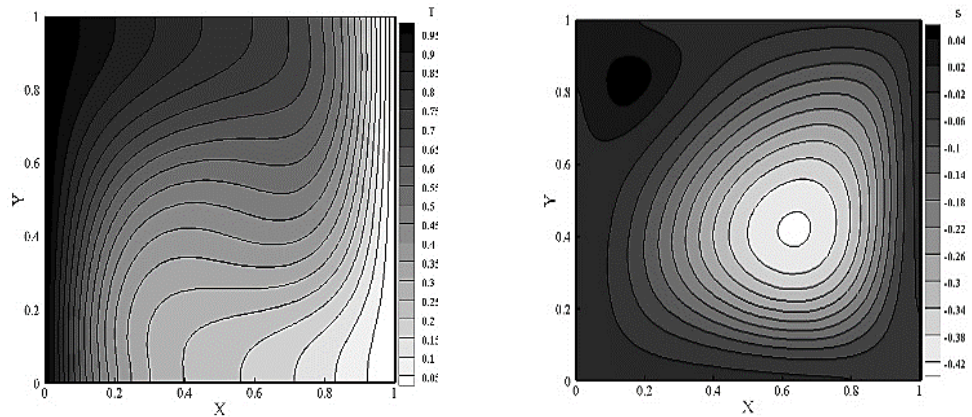
در شکل (۶) به ترتیب میدان‌های جریان و دما در  $Ra_E = 10^4$ ،  $10^4 \leq Ra_I \leq 10^6$  و برای درصد حجمی ۳٪ نانوذرات، در حالت تولید حرارت داخلی در نانوذرات نشان داده شده است.

همان طور که مشخص است، تولید حرارت داخلی در نانوذرات تغییرات زیادی را بر خطوط جریان ایجاد می‌کند. به صورتی که  $Ra_I/Ra_E \geq 10^2$  خطوط جریان تقریباً متقارن می‌شود. اما با توجه به خطوط دما، مشخص است که اضافه

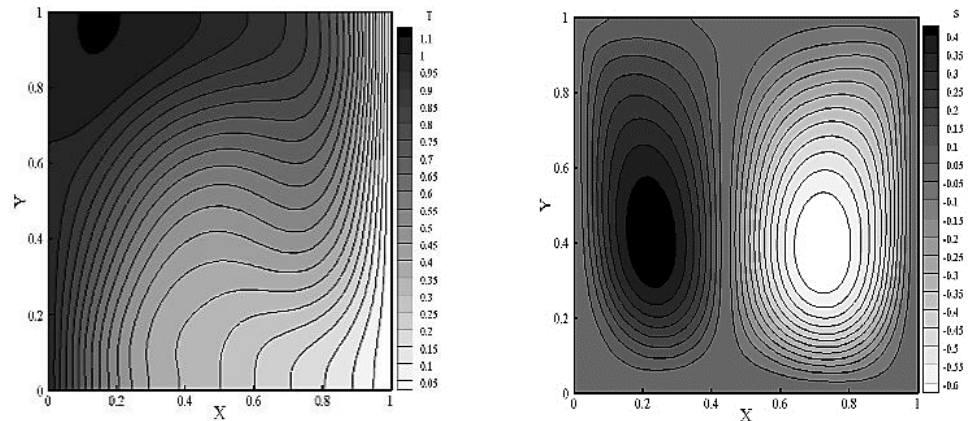
خالص و نانوسیال با کسر حجمی ۳٪ در اعداد رینولدز  $10^4$  و  $10^5$  نشان داده شده است. با مقایسه دو حالت نانوسیال و آب خالص مشخص است که در سمت چپ محفظه، حضور نانوسیال باعث کاهش دما و در سمت دیگر محفظه باعث افزایش دما می‌شود. به عبارت دیگر مشخص است که وجود نانوسیال باعث شده است که خطوط دما به دیوارها نزدیک‌تر شوند و در نتیجه ضخامت لایه مرزی دما کوچکتر می‌شود. این امر باعث بهبود انتقال حرارت جابه‌جایی و در نتیجه افزایش عدد ناسلت می‌شود (حدود یک درصد).



الف)  $Ra_1 = 10^4$



ب)  $Ra_1 = 10^5$



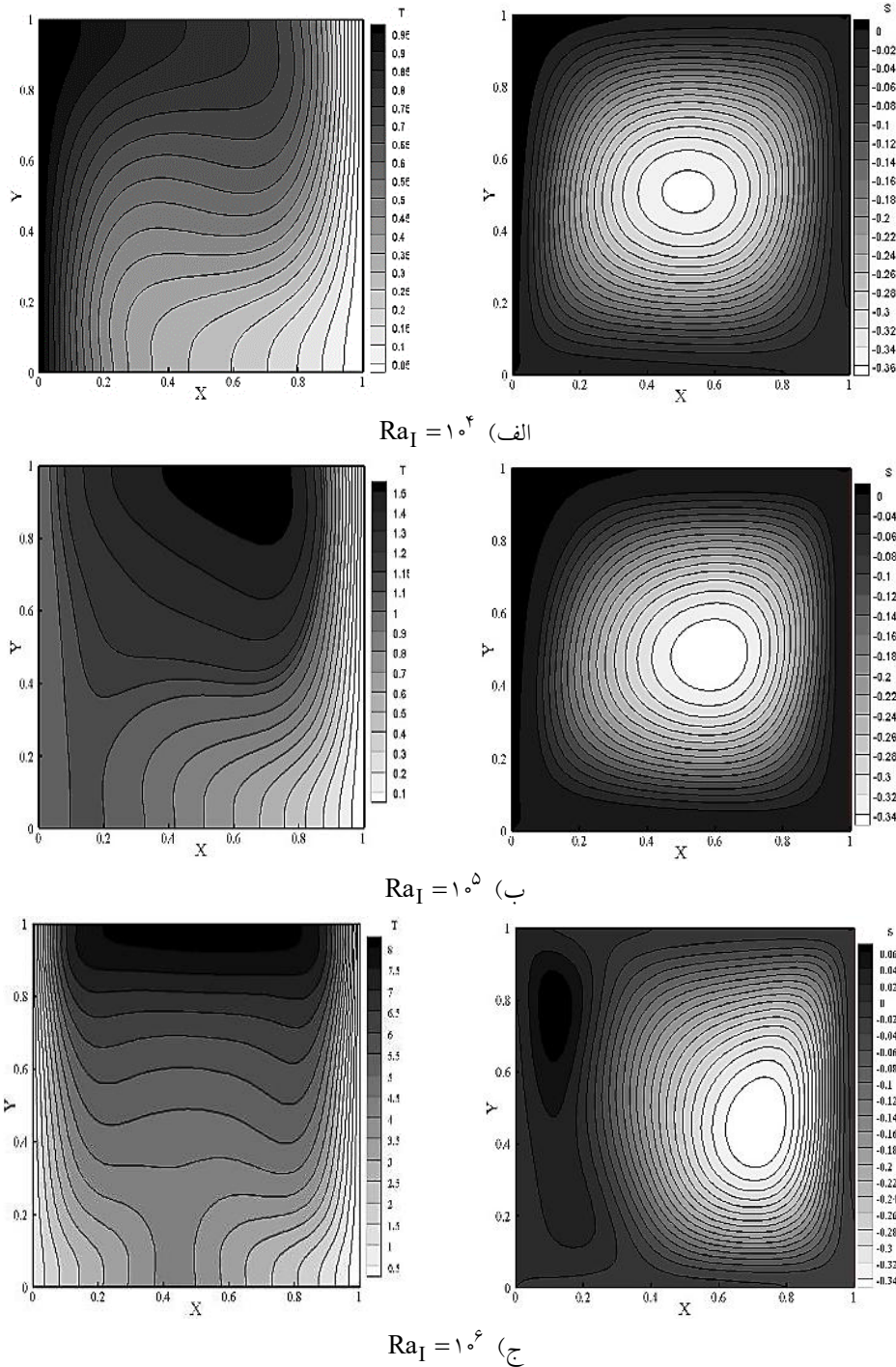
ج)  $Ra_1 = 10^6$

شکل ۶- خطوط جریان (سمت راست) و خطوط هم‌دما (سمت چپ) در حالت تولید حرارت داخلی روی نانوذرات در اعداد رایلی داخلی مختلف و  $\phi = 3\%$

۶-۴- مقایسه میدان جریان و دما در حالت تولید حرارت داخلی در سیال پایه

در شکل (۷) میدان‌های جریان و دما در  $Ra_E = 10^4$  و

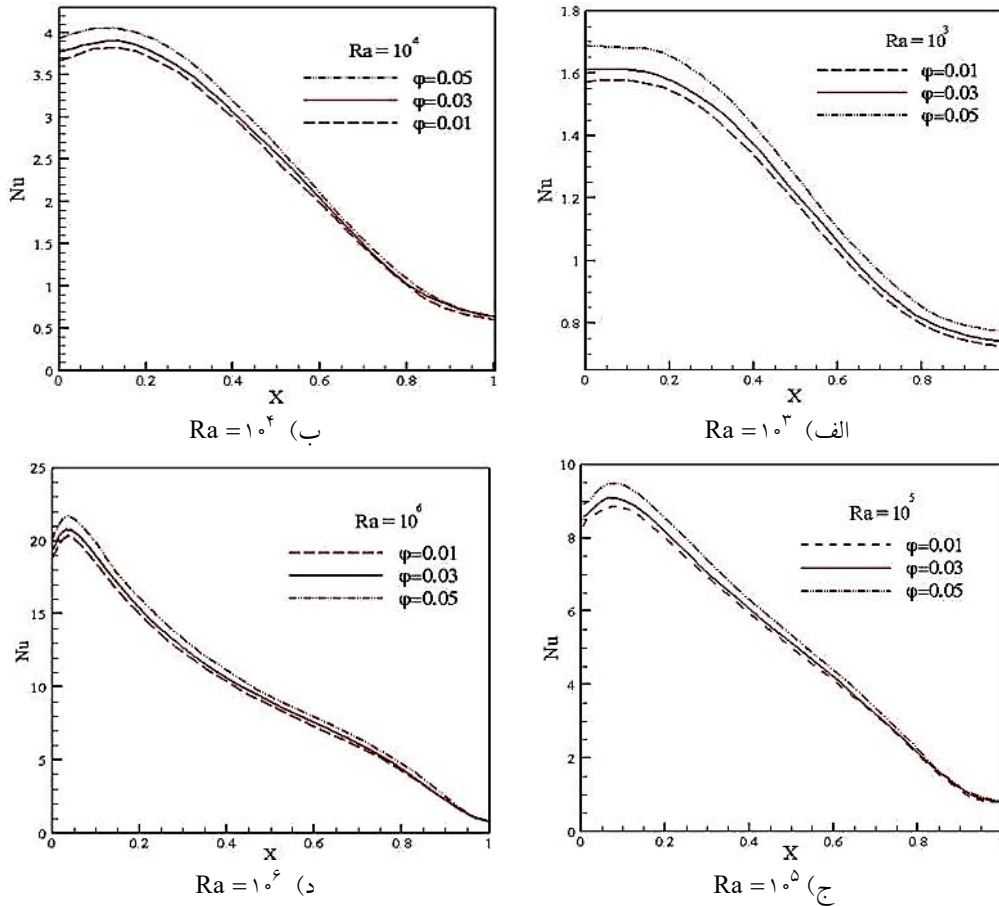
کردن تولید حرارت داخلی بر سیال پایه تأثیر کمتری روی میدان دما دارد و همان‌طور که مشخص است حتی در  $Ra_1 = 10^6$  هم مقدار افزایش دما ناچیز است.



شکل ۷- خطوط جریان (سمت راست) و خطوط هم‌دما (سمت چپ) در حالت تولید حرارت داخلی بر سیال پایه در اعداد رایلی داخلی مختلف از بالا به پایین و  $\phi = 3\%$

تولید حرارت داخلی که در سیال پایه اعمال شده است در مقایسه با حالت قبل که تولید حرارت داخلی روی نانوذرات اعمال شده بود، تأثیر کمتری بر خطوط جریان دارد. این تأثیر را

در  $10^4 \leq Ra_I \leq 10^6$  و برای درصد حجمی ۳٪ نانوذرات، در حالت تولید حرارت داخلی در سیال پایه نشان داده شده است. با توجه به خطوط جریان در این حالت، مشخص است که



شکل ۸- تغییرات موضعی عدد ناسلت برحسب X در اعداد رایلی مختلف و برحسب درصد حجمی نانوذرات روی دیوار گرم

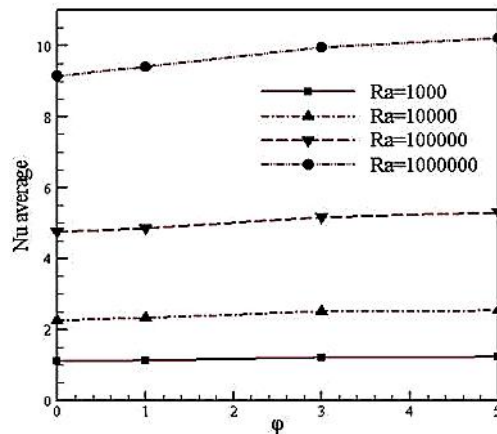
از  $Ra_I = 10^7$  استفاده شود، افزایش دما در محفظه تقریباً ده برابر حالت قبل از خود می‌شود. توجه شود که یکی از مزیت‌های استفاده از روش دوفازی این است که می‌توان کمیتی را فقط بر یکی از فازها اعمال کرد و تأثیرات آن را مشاهده کرد. همان‌طور که در این تحقیق، تولید حرارت داخلی هر بار فقط به یکی از فازها اعمال شد و مشخص بود که تفاوت‌های چشمگیری در آن به وجود می‌آید.

#### ۶-۵- مقایسه میدان جریان و دما در حالت تولید حرارت

##### داخلی در نانوذرات

در شکل (۸) تغییرات عدد ناسلت موضعی برای اعداد رایلی مختلف از  $10^3$  تا  $10^6$  برحسب درصد حجمی نانوذرات نشان داده شده است. با توجه به شکل مشخص است که در همه

می‌توان در مقدار S و همچنین تغییر خطوط مشاهده کرد. از طرف دیگر، با اعمال تولید حرارت داخلی بر سیال پایه، خطوط دما کاملاً دچار تغییر می‌شوند. همچنین مقدار افزایش دما در محفظه نیز قابل توجه است که در این حالت حدوداً هشت برابر شده است در صورتی که در حالت قبل که دقیقاً در همین اعداد رایلی بررسی شد، مقدار افزایش دما بسیار ناچیز بوده به صورتی که در  $Ra_I = 10^6$  میزان افزایش دما فقط به مقدار ۰/۱ از حالت‌های قبل بیشتر است. در این حالت، در  $Ra_I/Ra_E \geq 10^2$  خطوط هم‌دما به تقارن کامل می‌رسند. توجه شود که خطوط جریان و دمایی که به تقارن می‌رسند، با افزایش بیشتر میزان تولید حرارت داخلی، تغییری در این میدان‌ها اتفاق نمی‌افتد بلکه فقط مقدار کمیت آن بیشتر می‌شود. به‌عنوان مثال آگه در حالت تولید حرارت داخلی در سیال پایه،



شکل ۹- تغییرات عدد ناسلت متوسط در درصد حجمی‌های مختلف نانوذرات برحسب عدد رایلی

افزایش عدد رایلی، افزایش عدد ناسلت و به طبع افزایش انتقال حرارت را در پی دارد. با توجه به شکل (۹) می‌توان دریافت که در اعداد رایلی بزرگ‌تر، تأثیر میزان درصد حجمی نانوذرات بیشتر است. این افزایش به‌گونه‌ای است که در  $Ra = 1000$  تقریباً هیچ افزایشی در عدد ناسلت به‌وجود نمی‌آید. دلیل این امر این است که در اعداد رایلی کوچک، مکانیزم انتقال حرارت هدایتی غالب است و با افزایش عدد رایلی میزان انتقال حرارت جابه‌جایی آزاد بیشتر می‌شود.

#### ۶-۷- بررسی عدد ناسلت متوسط در حالت تولید حرارت

##### داخلی در نانوذرات روی دیوار گرم

در شکل (۱۰)، مقدار عدد ناسلت متوسط روی دیوار گرم در اعداد رایلی داخلی مختلف در  $10^4 = Ra_E$  و برحسب نسبت‌های حجمی مختلف نانوذرات نشان داده شده است.

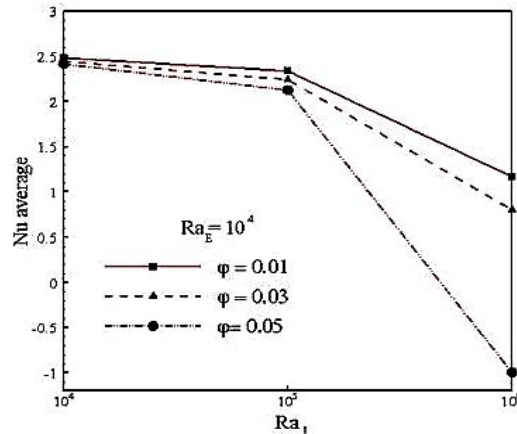
همان‌طور که از شکل (۱۰) مشخص است با افزایش عدد رایلی داخلی یا به‌عبارت دیگر تولید حرارت داخلی در نانوذرات مقدار عدد ناسلت بیشتر می‌شود. باید توجه کرد که مقدار عدد منفی در این نمودار، فقط یک علامت بوده و به معنای خارج شدن حرارت از محفظه است و به حالت کلی عدد ناسلت منفی وجود ندارد. با افزایش میزان تولید حرارت داخلی مقدار حرارت ایجاد شده در محفظه بیشتر می‌شود و به همین خاطر مقدار حرارت بیشتر از دیوار گرم به‌سمت

اعداد رایلی، با افزایش میزان درصد حجمی نانوذرات، عدد ناسلت نیز افزایش می‌یابد. این افزایش در فواصل  $X$  کوچک‌تر به‌مراتب بیشتر بوده و با افزایش  $X$  کاهش می‌یابد. با افزایش مقدار عدد رایلی، جریان‌های جابه‌جایی آزاد تقویت شده و عدد ناسلت موضعی ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد. هر چه قدر عدد رایلی بیشتر شود، قدرت گردابه چرخشی بیشتر شده و تغییرات نرخ انتقال حرارت موضعی بیشتر می‌شود. با توجه به تقارن مسئله در اعداد رایلی  $10^3$  تا  $10^5$  منحنی تغییرات عدد ناسلت موضعی روی دیوار گرم به‌هم دیگر شبیه است. در عدد رایلی  $10^6$  به‌علت برهم خوردن تقارن، تغییرات عدد ناسلت موضعی روی این دیوار کمی متفاوت است.

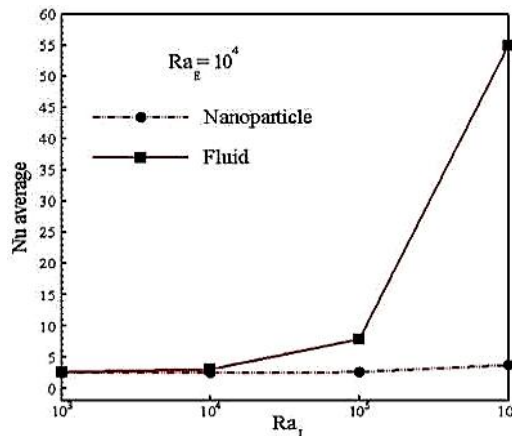
#### ۶-۶- بررسی و مقایسه عدد ناسلت متوسط و عدد ناسلت

##### موضعی روی دیوار گرم

در شکل (۹) تغییرات عدد ناسلت متوسط در اعداد رایلی مختلف و بر حسب درصد حجمی نانوذرات مقایسه شده‌اند. در این شکل نیز مشخص است که افزایش درصد حجمی نانوذرات باعث افزایش انتقال حرارت و عدد ناسلت می‌شود و که به دلیل اضافه کردن نانوذرات باعث افزایش ضریب هدایت گرمایی می‌شود. مشخص است که ضریب هدایت گرمایی تأثیر مستقیم در عدد ناسلت و میزان انتقال حرارت دارد. همچنین



شکل ۱۰- تغییرات عدد ناسلت متوسط برحسب اعداد رایلی داخلی مختلف برحسب درصد حجمی نانوذرات در حالت تولید حرارت داخلی در نانوذرات روی دیوار گرم



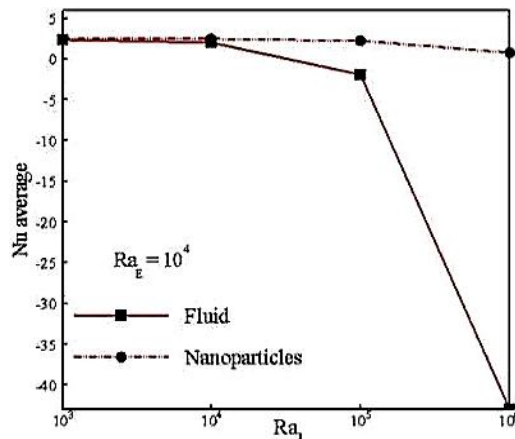
شکل ۱۱- تغییرات عدد ناسلت برحسب عدد رایلی داخلی در حالت تولید حرارت داخلی در نانوذرات و سیال پایه روی دیوار سرد

#### ۶-۸- مقایسه عدد ناسلت متوسط در دو حالت تولید حرارت

##### داخلی در نانوذرات و سیال پایه

در شکل‌های (۱۱) و (۱۲) دو حالت مختلف از تولید حرارت داخلی که شامل تولید حرارت داخلی در نانوذرات و تولید حرارت داخلی در سیال پایه است، روی دیوار سرد و گرم بررسی و مقایسه شده‌اند. مشخص است که در حالت تولید حرارت داخلی در سیال پایه، مقدار عدد ناسلت و انتقال حرارت بسیار بیشتر است. در قسمت بررسی خطوط جریان و هم‌دما برای این دو حالت مشاهده شد که تولید حرارت داخلی

بیرون انتقال می‌یابد. به دلیل اینکه تولید حرارت داخلی روی نانوذرات اعمال شده است، با افزایش میزان درصد حجمی نانوذرات، حرارت تولید نیز به طبع آن بیشتر می‌شود. این افزایش انتقال حرارت در اعداد رایلی بزرگ‌تر بیشتر قابل مشاهده است. هنگامی که  $Ra_i/Ra_E \geq 10^2$ ، با افزایش بیشتر این نسبت مقدار حرارت تولید تقریباً به همان نسبت افزایش پیدا می‌کند. یعنی اگر مقدار عدد رایلی داخلی را ده برابر کنیم، عدد ناسلت نیز تقریباً به همین میزان تغییر می‌کند.



شکل ۱۲- تغییرات عدد ناسلت بر حسب عدد رایلی داخلی در حالت تولید حرارت داخلی در نانوذرات و سیال پایه روی دیوار گرم

مورد بررسی قرار گرفته است. دیواره‌های بالا و پایین از نظر حرارتی عایق شده‌اند در حالی که دیواره‌های جانبی چپ و راست به ترتیب دارای توزیع یکنواخت دما گرم و سرد هستند. اثر کسر حجمی نانوذرات، عدد رایلی خارجی، عدد رایلی داخلی و فاز اعمال آن روی توزیع خطوط جریان، توزیع خطوط هم‌دما، عدد ناسلت محلی، عدد ناسلت میانگین مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج به دست آمده نشان می‌دهد:

۱- شبیه‌سازی انجام شده و اعتبار سنجی نشان می‌دهد که روش شبکه بولتزمن یک روش مناسب برای حل مسائل مختلف از جمله مسائل دوفازی هست.

۲- اضافه کردن تولید حرارت داخلی بر نانوذرات، باعث تغییر بسیار زیاد خطوط جریان می‌شود و تأثیر چندانی بر خطوط دما ندارد. در صورتی که اگر تولید حرارت داخلی روی سیال پایه در نظر گرفته شود دقیقاً عکس این اتفاق می‌افتد و خطوط دما دچار تغییرات بسیار زیادی می‌شوند. از مقایسه این دو حالت با همدیگر مشخص است که در یک عدد رایلی داخلی ثابت، در حالت اضافه کردن تولید حرارت داخلی بر سیال پایه، عدد ناسلت افزایش بسیار بیشتری در مقایسه با حالتی که تولید حرارت داخلی بر نانوذرات است، دارد.

۳- در  $Ra_I/Ra_E \geq 10^2$ ، در حالت وجود تولید حرارت داخلی

در سیال پایه تأثیر زیادی بر دمای محفظه دارد و تولید حرارت داخلی در نانوذرات، تأثیر ویژه‌ای بر خطوط جریان دارد. از اینجا می‌توان این طور نتیجه گرفت که عواملی که باعث افزایش دمای محفظه می‌شوند، تأثیر بیشتری نسبت به عواملی که بر خطوط جریان تأثیر می‌گذارند، بر انتقال حرارت و عدد ناسلت دارند.

لازم به ذکر است که در این شکل نیز مقدار منفی عدد ناسلت فقط نشان‌دهنده جهت انتقال حرارت است که از دیوار گرم به سمت بیرون محفظه است. یا به عبارت بهتر حرارت از سمت دیوار گرم از محفظه خارج می‌شود.

در هر دو حالت، هنگامی که مقدار عدد رایلی داخلی کمتر یا مساوی با عدد رایلی خارجی باشد، تولید حرارت داخلی تأثیری بر میزان انتقال حرارت و عدد ناسلت ندارد. این نتیجه قبلاً در هنگام بررسی خطوط جریان و هم‌دما نیز گرفته شده بود و مشخص شده بود که در این نسبت اعداد رایلی خارجی و داخلی، دما و خطوط جریان در محفظه هیچ تغییری نمی‌کند.

## ۷- نتیجه‌گیری

در این مطالعه انتقال حرارت جابه‌جایی آزاد در محفظه مربعی دو بعدی برای نانوسیال آبی اکسید آلومینیوم به کمک روش شبکه بولتزمن دوفازی و با در نظر گرفتن تولید حرارت داخلی



می‌شود. افزایش درصد حجمی نانوذرات در همه موارد باعث افزایش عدد ناسلت می‌شود. همچنین با افزایش عدد رایلی، تأثیر افزایشی درصد حجمی نانوذرات نیز بیشتر می‌شود.

در نانوذرات، خطوط جریان متقارن می‌شوند و در حالت وجود تولید حرارت داخلی در سیال پایه، خطوط دما متقارن می‌شوند.

۴- در همه اعداد رایلی، افزایش عدد رایلی باعث افزایش عدد ناسلت می‌شود. این امر، با دور شدن از دیواره‌ها ضعیف‌تر

## واژه‌نامه

- |   |                    |                         |
|---|--------------------|-------------------------|
| 1. superconducting cooling                  | 5. Rayleigh number | 10. Brownian force      |
| 2. viscosity                                | 6. Nusselt number  | 11. Van Der Waals force |
| 3. Lattice Boltzmann method                 | 7. Hartmann number | 12. simple algorithm    |
| 4. multi-component Lattice Boltzmann method | 8. drag            | 13. Richardson number   |
|   | 9. Buoyancy force  | 14. thermophoresis      |

## مراجع

- Rahimi-Gorji, M., Pourmehran, O., Hatami, M. and Ganji, D., "Statistical Optimization of Microchannel Heat Sink (MCHS) Geometry Cooled by Different Nanofluids Using RSM Analysis", *The European Physical Journal Plus*, Vol. 130, No. 2, p. 22, 2015.
- Wang, B.-X., Zhou, L.-P. and Peng, X.-F., "A Fractal Model for Predicting the Effective Thermal Conductivity of Liquid with Suspension of Nanoparticles", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 46, No. 14, pp. 2665-2672, 2003.
- Yang, Y., Zhang, Z. G., Grulke, E. A., Anderson, W. B. and Wu, G., "Heat Transfer Properties of Nanoparticle-in-Fluid Dispersions (Nanofluids) in Laminar Flow", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 48, No. 6, pp. 1107-1116, 2005.
- Kole, M. and Dey, T., "Effect of Aggregation on The Viscosity of Copper Oxide-Gear Oil Nanofluids", *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 50, No. 9, pp. 1741-1747, 2011.
- Rahimi-Gorji, M., Pourmehran, O., Gorji-Bandpy, M. and Ganji, D., "An Analytical Investigation on Unsteady Motion of Vertically Falling Spherical Particles in Non-Newtonian Fluid by Collocation Method", *Ain Shams Engineering Journal*, Vol. 6, No. 2, pp. 531-540, 2015.
- Pourmehran, O., Rahimi-Gorji, M., Gorji-Bandpy, M. and Ganji, D., "Analytical Investigation of Squeezing Unsteady Nanofluid Flow Between Parallel Plates by LSM and CM", *Alexandria Engineering Journal*, Vol. 54, No. 1, pp. 17-26, 2015.
- Mehrjou, B., Heris, S. Z. and Mohamadifard, K., "Experimental Study of CuO/Water Nanofluid Turbulent Convective Heat Transfer in Square Cross-Section Duct", *Experimental Heat Transfer*, Vol. 28, No. 3, pp. 282-297, 2015.
- Nazari, M., Ashouri, M., Kayhani, M. H. and Tamayol, A., "Experimental Study of Convective Heat Transfer of a Nanofluid Through a Pipe Filled with Metal Foam", *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 88, pp. 33-39, 2015.
- Corcione, M., Cianfrini, M. and Quintino, A., "Enhanced Natural Convection Heat Transfer of Nanofluids in Enclosures with Two Adjacent Walls Heated and the Two Opposite Walls Cooled", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 88, pp. 902-913, 2015.
- Bahreman, H., Abbassi, A. and Saffar-Avval, M., "Experimental and Numerical Investigation of Turbulent Nanofluid Flow in Helically Coiled Tubes Under Constant Wall Heat Flux Using Eulerian-Lagrangian Approach", *Powder Technology*, Vol. 269, pp. 93-100, 2015.
- Hatami, M., Sheikholeslami, M. and Ganji, D., "Laminar Flow and Heat Transfer of Nanofluid Between Contracting and Rotating Disks by Least Square Method", *Powder Technology*, Vol. 253, pp. 769-779, 2014.
- Sheikholeslami, M., Gorji-Bandpy, M. and Vajravelu, K., "Lattice Boltzmann Simulation of Magnetohydrodynamic Natural Convection Heat Transfer of Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>-Water Nanofluid in a Horizontal Cylindrical Enclosure with an Inner Triangular Cylinder", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 80, pp. 16-25, 2015.
- Sheikholeslami, M. and Ellahi, R., "Three Dimensional Mesoscopic Simulation of Magnetic Field Effect on Natural Convection of Nanofluid", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 89, pp. 799-808, 2015.
- Sheikholeslami, M., Gorji-Bandpy, M., Ganji, D. and

- Soleimani, S., "MHD Natural Convection in a Nanofluid Filled Inclined Enclosure with Sinusoidal Wall Using CVFEM", *Neural Computing and Applications*, Vol. 24, No. 3-4, pp. 873-882, 2014.
15. Sheikholeslami, M., Gorji-Bandpay, M. and Ganji, D., "Magnetic Field Effects on Natural Convection Around a Horizontal Circular Cylinder Inside a Square Enclosure Filled with Nanofluid", *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 39, No. 7, pp. 978-986, 2012.
  16. Sheikholeslami, M., Rashidi, M. and Ganji, D., "Effect of Non-Uniform Magnetic Field on Forced Convection Heat Transfer of Fe<sub>3</sub>O<sub>4</sub>-Water Nanofluid", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 294, pp. 299-312, 2015.
  17. Sheikholeslami, M. and Rashidi, M., "Ferrofluid Heat Transfer Treatment in the Presence of Variable Magnetic Field", *The European Physical Journal Plus*, Vol. 130, No. 6, p. 115, 2015.
  18. Sheikholeslami, M. and Rashidi, M. M., "Effect of Space Dependent Magnetic Field on Free Convection of Fe<sub>3</sub>O<sub>4</sub>-Water Nanofluid", *Journal of the Taiwan Institute of Chemical Engineers*, Vol. 56, pp. 6-15, 2015.
  19. Sheikholeslami, M. and Ganji, D., "Entropy Generation of Nanofluid in Presence of Magnetic Field using Lattice Boltzmann Method", *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, Vol. 417, pp. 273-286, 2015.
  20. Chen, S. and Doolen, G. D., "Lattice Boltzmann Method for Fluid Flows", *Annual Review of Fluid Mechanics*, Vol. 30, No. 1, pp. 329-364, 1998.
  21. Xuan, Y., Yu, K. and Li, Q., "Investigation on Flow and Heat Transfer of Nanofluids by the Thermal Lattice Boltzmann Model", *Progress in Computational Fluid Dynamics, an International Journal*, Vol. 5, No. 1-2, pp. 13-19, 2004.
  22. Guo, Y., Qin, D., Shen, S. and Bennacer, R., "Nanofluid Multi-Phase Convective Heat Transfer in Closed Domain: Simulation with Lattice Boltzmann Method", *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 39, No. 3, pp. 350-354, 2012.
  23. Mliki, B., Abbassi, M. A. and Omri, A., Zeghami, B., "Effects of Nanoparticles Brownian Motion in a Linearly/Sinusoidally Heated Cavity with MHD Natural Convection in the Presence of Uniform Heat Generation/Absorption", *Powder Technology*, Vol. 295, pp. 69-83, 2016.
  24. Qi, C., Liang, L. and Rao, Z., "Study on the Flow and Heat Transfer of Liquid Metal Based Nanofluid with Different Nanoparticle Radiuses using Two-Phase Lattice Boltzmann Method", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 94, pp. 316-326, 2016.
  25. Garoosi, F. and Talebi, F., "Numerical Analysis of Conjugate Natural and Mixed Convection Heat Transfer of Nanofluids in a Square Cavity using the Two-Phase Method", *Advanced Powder Technology*, Vol. 28, No. 7, pp. 1668-1695, 2017.
  26. Sheikholeslami, M., Hayat, T. and Alsaedi, A., "Numerical Simulation for Forced Convection Flow of MHD CuO-H<sub>2</sub>O Nanofluid Inside a Cavity by Means of LBM", *Journal of Molecular Liquids*, Vol. 249, pp. 941-948, 2018.
  27. Bondareva, N. S., Sheremet, M. A., Oztop, H. F. and Abu-Hamdeh, N., "Free Convection in an Open Triangular Cavity Filled with a Nanofluid Under the Effects of Brownian Diffusion, Thermophoresis and Local Heater", *Journal of Heat Transfer*, Vol. 140, No. 4, pp. 042502(1)-042502(12), 2018.
  28. Li, A. and Ahmadi, G., "Dispersion and Deposition of Spherical Particles From Point Sources in a Turbulent Channel Flow", *Aerosol Science and Technology*, Vol. 16, No. 4, pp. 209-226, 1992.
  29. Sheikholeslami, M., Gorji-Bandpy, M. and Ganji, D., "Investigation of Nanofluid Flow and Heat Transfer in Presence of Magnetic Field using KKL Model", *Arabian Journal for Science and Engineering*, Vol. 39, No. 6, pp. 5007-5016, 2014.
  30. Xuan, Y. and Roetzel, W., "Conceptions for Heat Transfer Correlation of Nanofluids", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 43, No. 19, pp. 3701-3707, 2000.
  31. Krieger, I. M. and Dougherty, T. J., "A Mechanism For Non - Newtonian Flow in Suspensions of Rigid Spheres", *Transactions of the Society of Rheology*, Vol. 3, No. 1, pp. 137-152, 1959.
  32. Thomas, D. G., "Transport Characteristics of Suspension: VIII. a Note on the Viscosity of Newtonian Suspensions of Uniform Spherical Particles", *Journal of Colloid Science*, Vol. 20, No. 3, pp. 267-277, 1965.
  33. Eastman, J. A., Phillpot, S., Choi, S. and Keblinski, P., "Thermal Transport in Nanofluids", *Annual Review of Materials Research*, Vol. 34, pp. 219-246, 2004.
  34. Oztop, H. F. and Abu-Nada, E., "Numerical Study of Natural Convection in Partially Heated Rectangular Enclosures Filled with Nanofluids", *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 29, No. 5, pp. 1326-1336, 2008.
  35. Krane, R., "Some Detailed Field Measurements for a Natural Convection Flow in a Vertical Square Enclosure", *Proceedings of the First ASME-JSME Thermal Engineering Joint Conference*, Vol. 1, pp. 323-329, 1983.
  36. Khanafer, K., Vafai, K. and Lightstone, M., "Buoyancy-Driven Heat Transfer Enhancement in a Two-Dimensional Enclosure Utilizing Nanofluids", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 46, No. 19, pp. 3639-3653, 2003.