آنالیز دینامیکی سازه‌های سه بعدی ایزوله‌شده غیرمتقارن

محمدمهدی سعادت پور*

چکیده

پاسخ دینامیکی اکثر سازه‌های حقیقی تحت اثر حرکت قوی زلزله علاوه بر مولفه‌های خطی دارای مولفه‌های پیچشی نیز می باشد که با مولفه‌های خطی کوپله است . برای تضعیف پاسخ این گروه سازه‌ها، می توان از یک سیستم ایزولاتور ارتعاشی مناسب استفاده کرد . در این مقاله یک روش برای آنالیز دینامیکی این دسته از سازه‌های ایزوله‌شده ، مبتنی بر استفاده از یک سازه جایگزین (معادل)، ارائه‌شده است . در مطالعه انجام شده ، اثرات هریک از مشخصه‌های سازه اصلی و ایزولاتورها بر روی مشخصه‌های معادل تعیین گردید . به منظور تائید نتایج استخراج شده، هر دو سازه اصلی ایزوله‌شده و سیستم جایگزین به‌طور جداگانه تحت اثر حرکت زلزله ال سنترو آنالیز گردیدند و جوابهای کاملا" منطبق بدست آمد .

مقدمه

در تحقیقات مهندسی زلزله که تا حدود دو دهه قبل صورت می گرفت ، اصل اتصال کامل ساختمان به پی ، به سبک سنتی و مرسوم ، همواره مراعات می شد . آنچه از این تحقیقات در جهت دسترسی به یک طراحی نسبتا" موفق حاصل شد ، رضایتبخش بوده ، اما اجرای آن همواره متضمن مخارج اضافی و دقت در ساخت می باشد . در حدود دو دهه قبل کوششهائی در جهت ابداع اجزاء جذب کننده انرژی در سازه‌های ساختمانی به شکل اجزاء

* استادیار دانشکده مهندسی عمران ـ دانشگاه صنعتی اصفهان

غیراصلی صورت گرفت و به دنبال آن شکلهای متنوع و بعضاً پیچیده‌ای برای نصب در نقاط خاصی از سازه‌ها پیشنهاد شد تا از این طریق پاسخ دینامیکی سازه‌ها کاهش یابد. استفاده گسترده از این اجزاء بدلیل مشکلات اجرائی و هزینه‌های نسبتاً بالا میسر نگردیده [۱] و [۲]، متعاقباً فکر مسدود کردن راه انتقال انرژی زلزله به سازه‌های ساختمانی از طریق نصب ایزولاتورهای ارتعاشی در زیر آنها و انتقال فرکانسها از ناحیه‌ای به ناحیه دیگر در روی طیف پاسخ، شکل گرفت. البته ایده استفاده از ایزولاتورهای ارتعاشی به منظور تغییر فرکانسهای سازه اصلی در راستای کاهش اثر زلزله، قبلاً نیز به عناوین مختلف مورد توجه قرار گرفته بود [۳]، لیکن فقط در سالهای اخیر این فکر عرصه خودنمائی پیدا کرد به طوری که در آمریکا، به عنوان کشوری با سوابق تحقیقاتی گسترده مهندسی زلزله، اولین ساختمان ایزوله شده در سال ۱۹۸۶ در یک منطقه زلزله‌خیز طراحی و ساخته شد [۴]. حسن این ایده در سهولت کاربرد آن برای ساختمانهای کوچک شهری و روستائی ایران و امکان رواج آن می باشد [۵].

ایزولاتورهای ارتعاشی در صورتی که به نحو مناسبی طراحی و نصب شوند می توانند در ساختمانهای سه بعدی با عدم تطابق مرکز جرم و مرکز صلبیت، منشاء کاهش اثرات کوپله حرکت خطی - پیچشی گردند [۶] و [۷]. هرگاه الگوی سختی ایزولاتورها متناسب با الگوی سختی سازه اصلی باشد، فرکانسهای ارتعاشی سازه به یک میزان کاهش یافته و از شدت پاسخ در هر مود ارتعاشی به یک نسبت کاسته می شود، اما از هر نظر دیگر مشابهت کاملی بین سازه اصلی و سازه ایزوله شده وجود دارد که در مطالعه حاضر به توضیح آن خواهیم پرداخت.

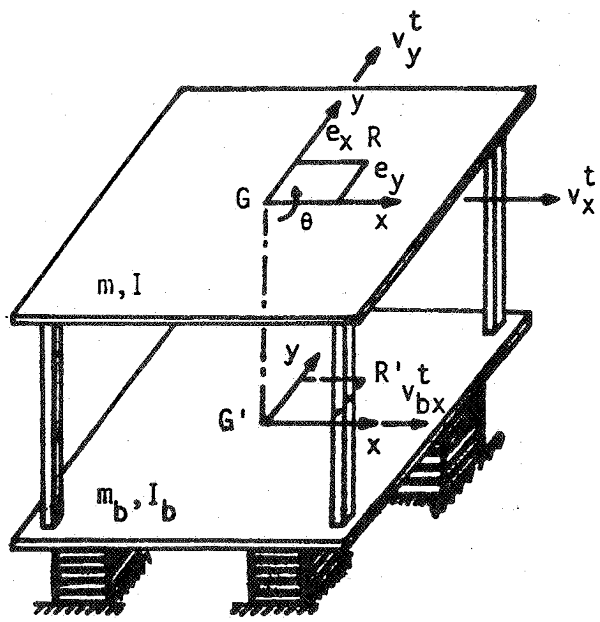
جهت مطالعه ساختمانهای ایزوله شده برای بارهای دینامیکی می توان از روش مبتنی بر مطالعه یک مدل ساده جانشین به نام سازه معادل بهره برد. به این طریق می توان به سهولت از روشهای متداول و برنامه‌های موجود کامپیوتری برای تحلیل دینامیکی سازه ایزوله شده

با همان تعداد درجات آزادی اولیه قبل از ایزوله‌شدن استفاده کرد [۸] .
در این مقاله برای سازه‌های ایزوله‌شده متناسب شامل اثر کوپله خطی ـ پیچشی از روش مزبور استفاده خواهد شد تا با تعریف سازه معادل دسترسی به فرکانس معادل مستقیما " میسر گردد . واضح است که نتایج بدست آمده برای حرکت غیرکوپله نیز کاربرد دارند . استخراج فرکانس معادل ، استفاده از طیف پاسخ زلزله را تسهیل می کند . نکته دیگر اینکه درصورت اتکاء یک سازه برایزولاتورهای ارتعاشی، علاوه برضریب استهلاک ذاتی سازه ، ضریب استهلاک ناشی از تعبیه ایزولاتورها نیز به آن تحمیل می شود و این ضرایب در قالب ضریب استهلاک معادل توأما " قابل بیان هستند . به این ترتیب با تعیین فرکانس معادل ، ضریب استهلاک معادل و تابع زلزله ورودی معادل ، مقدمات لازم برای مطالعه رفتار دینامیکی سازه اصلی برمبنای استفاده از سازه معادل با پایه ثابت فراهم می‌شود .

سیستم درنظرگرفته‌شده

سیستم موردنظر در شکل ۱ نشان داده‌شده است . این سیستم سازه متشکل از یک سازه اصلی سه‌درجه آزادی با دو مولفه حرکت انتقالی و یک مولفه پیچشی بوده که مرکز صلبیت آن با R و مرکز جرم آن با G مشخص گردیده است . علاوه برآن ، اتکاء سازه اصلی توسط یک کف بتنی پایه یا شبکه صلب برروی یک مجموعه ایزولاتورهای ارتعاشی (با سختی تقریبا" نامحدود محوری وسختی برشی محدود) انجام می شود . سازه اصلی دارای سه‌درجه آزادی بوده و یا نمایشی از یک سازه چندطبقه با شرایط مشابه طبقات برروی ایزولاتورهای ارتعاشی می باشد که در مودهای اولیه ارتعاشی خودتحریک می شود . درمطالعه انجام شده فرض شده است که مراکز جرم پایه و سازه اصلی دریک امتداد قائم و مراکز سختی سازه و سیستم ایزولاتورهای ارتعاشی نیز برروی یک محور قائم قرار گرفته باشند . واضح است که هیچ کدام از این فرضها محدودیتی ببار نمی آورد . به عبارتی تا مین این‌ها درشرایطی که نقاط G و R از قبل تعیین شده باشند به سهولت

وبدون هیچ زحمتی با طراحی مناسب محل ایزولاتورها وشکل پایه‌صلب امکان پذیراست .



شکل ۱ : سازه‌با درجات آزادی خطی وپیچشی کوپله‌برروی ایزولاتورهای متناسب

دستگاه‌محورهای مختصات xyz راطوری اختیارمی کنیم که‌محورهای x و y موازی محورهای اصلی سازه‌بوده‌ومبداء o بر G منطبق باشد . محور z محورپیچشی سازه‌تلقی شده ، مختصات مرکزصلبیت با e_x و e_y نشان داده‌می شود .

معادلات حرکت

سیستم سازه‌اصلی به‌همراه‌پایه‌های انعطاف‌پذیرآن کلا" دارای

۶ درجه آزادی بوده که برای حل کلاسیک آن لازم است ماتریسهای خواص تعریف شوند؛ هرچند هدف این نیست که از این طریق حل مساله حاصل شود، بلکه به دنبال راه حلی برمبنای استفاده از همان سه درجه آزادی اولیه برای تعریف بردار جابجائی هستیم . برای این منظور هرگاه جرم سازه اصلی و جرم پایه را به طور جداگانه در نظر بگیریم معادلات تعادل آنها چنین خواهد بود :

$$\underline{m}\ddot{\underline{v}}^{t} + \underline{c}\dot{\underline{v}} + \underline{k}\underline{v} = 0 \qquad \text{(۱- الف)}$$

$$\underline{m}_b\ddot{\underline{v}}_b^{t} + \underline{c}_b\dot{\underline{v}}_b + \underline{k}_b\underline{v}_b - \underline{c}\dot{\underline{v}} - \underline{k}\underline{v} = 0 \qquad \text{(۱- ب)}$$

که در این معادلات $\underline{m}$ و $\underline{c}$ و $\underline{k}$ به ترتیب ماتریس‌های جرم ، استهلاک و سختی بوده ، $\underline{v}$ بردار جابجائی می باشد و بالانویس t برای " کل " و زیرنویس b برای " پایه " بکار رفته است . ماتریس‌های خواص در ضمیمه الف تعریف شده اند و بردارهای جابجائی هرکدام از ترتیب زیر تبعیت می کنند :

$$v = [v_x \qquad r v_\theta \qquad v_y]^T$$

روابط زیر بین بردارهای جابجائی معادلات (۱) برقرار است :

$$v^{t} = \underline{v}_b^{t} + \underline{v} \qquad \text{(۲)}$$

$$\underline{v}_b^{t} = \underline{v}_g + \underline{v}_b$$

که درآن $\underline{v}_g$ بردار جابجائی زمین شامل سه مولفه حرکت می باشد. روابط مشابهی برای سرعت وشتاب وجوددارد. با درنظرگرفتن مشتق دوم زمانی روابط (۳) وکاربردآنها درمعادلات تعادل (۱) خواهیم داشت :

$$\underline{m}\ddot{\underline{v}}+\underline{c}\dot{\underline{v}}+\underline{k}\underline{v} = -\underline{m}\ddot{\underline{v}}_b-\underline{m}\ddot{\underline{v}}_g \qquad \text{(۴- الف)}$$

$$\underline{M}\ddot{\underline{v}}_b+\underline{c}_b\dot{\underline{v}}_b+\underline{k}_b\underline{v}_b= -\underline{m}\ddot{\underline{v}}-\underline{M}\ddot{\underline{v}}_g \qquad \text{(۴- ب)}$$

که درآن $\underline{M}=\underline{m}+\underline{m}_b$ ، $\underline{M}=\frac{1}{\alpha}\underline{m}$ و $\alpha=\frac{m}{m+m_b}$ می باشد.

برای حل معادلات حرکت (۴) ابتداازتبدیل های زیرکه درحقیقت تبدیل ازدستگاه مختصات هندسی به دستگاه نرمال است استفاده می شود :

$$\underline{v} = \underline{\Phi}\underline{y} \qquad \text{(۵- الف)}$$

$$\underline{v}_b= \underline{\Phi}_b\underline{y}_b \qquad \text{(۵- ب)}$$

که $\underline{y}$ بردارمختصات نرمال سازه باپایه ثابت ، $\underline{y}_b$ بردارمختصات نرمال پایه درشرایط صلب بودن سازه و Φ و $\underline{\Phi}_b$ ماتریس های مودشکل مربوطه می باشند. ازآنجاکه k و $\underline{k}_b$ دوماتریس متناسب فرض شده اند ، به سادگی بااستفاده ازمعادلات مشخصه می توان نتیجه گرفت :

$$\underline{\Phi}_b = \sqrt{\alpha}\,\underline{\Phi} \qquad \text{(۶- الف)}$$

$$\underline{\Omega}_b^2 = \alpha\,\gamma\,\underline{\Omega}^2 \qquad \text{(۶- ب)}$$

که‌درآن ۲ ضریب تناسب الگوی سختی بوده ، به‌صورت زیرتعریف می‌شود:

$$\underline{k}_b = \gamma \underline{k} \qquad (۷)$$

با درنظرگرفتن روابط (۵) ونرمالیزه‌کردن $\underline{\Phi}$ نسبت به m وفرض قابل قطری شدن ماتریس‌های استهلاک ، معادلات (۴) چنین می شوند :

$$\ddot{\underline{y}}+2\underline{D}\underline{\Omega}\dot{\underline{y}}+\underline{\Omega}^2\underline{y} = -\sqrt{\alpha}\,\ddot{\underline{y}}_b-\underline{L}\,\ddot{\underline{v}}_g \qquad (۸-الف)$$

$$\ddot{\underline{y}}_b+2\underline{D}_b\,\underline{\Omega}_b\,\dot{\underline{y}}_b+\underline{\Omega}_b^2\,\underline{y}_b = \sqrt{\alpha}\,\ddot{\underline{y}}-\frac{1}{\sqrt{\alpha}}\underline{L}\,\ddot{\underline{v}}_g \qquad (۸-ب)$$

به‌طوری که $\underline{D}$ و $\underline{D}_b$ ماتریس‌های قطری نسبت استهلاک بوده ،درشرایط توضیح داده‌شده‌تعریف می شوندو $\underline{L} = \underline{\Phi}^T\underline{m}$ می باشد . هرگاه‌معادله (۸-ب) را در $\sqrt{\alpha}$- ضرب‌کرده‌وبا معادله (۸-الف) جمع کنیم وسپس آن را به‌صورت‌نموی بنویسیم خواهیم داشت :

$$(1-\alpha)\Delta\ddot{\underline{y}}+2\underline{D}\,\underline{\Omega}\Delta\dot{\underline{y}}+\underline{\Omega}^2\Delta\underline{y} = \sqrt{\alpha}(2\underline{D}_b\underline{\Omega}_b\Delta\dot{\underline{y}}_b+\underline{\Omega}_b^2\Delta\underline{y}_b) \qquad (۹)$$

اگربا استفاده‌ازیکی ازالگوهای محاسباتی ، سمت راست معادله‌فوق را برحسب $\Delta\ddot{\underline{y}}_b$ بنویسیم (به‌ضمیمه‌به‌مراجعه‌شود) خواهیم داشت :

$$\sqrt{\alpha}(\underline{A}_b\Delta\ddot{\underline{y}}_b+\Delta\underline{R}_b^0) = (1-\alpha)\Delta\ddot{\underline{y}}+2\underline{D}\,\underline{\Omega}\,\Delta\dot{\underline{y}}+\underline{\Omega}^2\Delta\underline{y} \qquad (۱۰)$$

با جاگذاری معادله (۱۰) درفرم نموی معادله (۸ـالف) معادله‌نهائی نموی برای حل $\Delta \underline{y}$ بدست می آید :

$$[\underline{I}+\underline{A}_b^{-1}(1-\alpha)]\Delta\ddot{\underline{y}}+(\underline{I}+\underline{A}_b^{-1})2\underline{D}\underline{\Omega}\Delta\dot{\underline{y}}+(\underline{I}+\underline{A}_b^{-1})\underline{\Omega}^2\Delta\underline{y}= -\underline{L}\,\Delta\ddot{\underline{v}}_g-\sqrt{\alpha}\,\underline{A}_b^{-1}\Delta\underline{R}_b^{o} \qquad (۱۱)$$

با استفاده‌ازمعادله (۱۱) می توان نمو $\Delta\underline{y}$ ومشتقات آن را محاسبه نموده‌وسپس با قراردادن درمعادله (۱۰)، نمو $\Delta\ddot{\underline{y}}_b$ را تعیین نمودوآنگاه $\Delta\dot{\underline{y}}_b$ و $\Delta\underline{y}_b$ را محاسبه‌کرد، بنابراین :

$$\tilde{\underline{K}}\Delta\underline{y}=\Delta\underline{R} \qquad (۱۲)$$

که $\tilde{\underline{K}}$ و $\Delta\underline{R}$ برای الگوی شتاب‌خطی درضمیمه‌ب‌ارائه‌شده‌اند.

روش‌توضیح داده‌شده‌صریح وبی نیاز از یک الگوی محاسباتی‌تکراری است‌که‌بجای حل متداول برمبنای ماتریس‌های خواص ۶×۶،ازماتریس‌های خواص ۳×۳ مربوط به‌دوحالت فرضی ساده‌شده‌اولیه‌استفاده‌می شود. اکنون با بررسی حل پایدار سیستم‌موردنظر، درجستجوی‌راهی برای تعیین خواص دینامیکی آن ازجمله‌فرکانس‌ها ونسبتهای استهلاک می باشیم. برای این منظورمعادلات‌تعادل (۴) رادرحالت‌دائم درحوزه‌فرکانس به‌صورت‌زیرمی نویسیم :

$$(-\omega^2\underline{m}+i\omega\underline{c}+\underline{k})\underline{V} = +\omega^2\underline{m}\underline{V}_b-\underline{m}\ddot{\underline{V}}_g \qquad (۱۳\text{ـالف})$$

$$(-\omega^2\underline{M}+i\omega\underline{c}_b+\underline{K}_h)\underline{V}_b=\omega^2\underline{m}\underline{V}-\underline{M}\ddot{\underline{V}}_g \qquad (۱۳\text{ـب})$$

که در آن ω فرکانس، $\underline{V}$ و $\underline{V}_b$ به‌ترتیب بردارهای مختلط تبدیل فوریه $\underline{v}$ و $\underline{v}_b$ و $i = \sqrt{-1}$ است. درضمن مشابه به‌با معادلات (۵) روابط تبدیل به‌دستگاه مختصات نرمال درحوزه فرکانس را به‌صورت زیرمی نویسیم:

$$\underline{V} = \underline{\Phi}\underline{Z} \qquad \text{(۱۴- الف)}$$

$$\underline{V}_b = \underline{\Phi}_b\underline{Z}_b \qquad \text{(۱۴- ب)}$$

که در آن $\underline{Z}$ و $\underline{Z}_b$ به‌ترتیب تبدیل های فوریه $\underline{y}$ و $\underline{y}_b$ می باشند. باکاربرد این معادلات درمعادلات (۱۳) وحذف $\underline{Z}_b$ معادله زیرحاصل می شود:

$$\{(-\omega^2\underline{I}+2i\omega\underline{D}\,\underline{\Omega} + \underline{\Omega}^2)-\omega^2(2i\omega\underline{D}_b\,\underline{\Omega}_b+\underline{\Omega}_b^2)^{-1}_{\cdot}\,[-\omega^2(1-\alpha)\underline{I}+ 2i\omega\underline{D}\,\underline{\Omega} + \underline{\Omega}^2]\}\underline{Z} = -\underline{L}\ddot{\underline{V}}_g \qquad (۱۵)$$

سازه معادل

معادله (۱۵) پاسخ یک سازه پیچشی با ایزولاتورهای ارتعاشی متناسب درحوزه فرکانس را بدست می دهد. برای دستیابی به‌ویژگیهای یک سیستم معادل سه‌درجه‌آزادی، یک سازه مشابه به‌با خواص $\underline{M}$ و $\sqrt{\alpha}\underline{\Phi}$ و $\tilde{\underline{\Omega}}^2$ و $\tilde{\underline{D}}$ و $\tilde{\underline{Z}}$ درنظرگرفته ومعادلات غیرکوپله آن را به‌صورت زیر می نویسیم:

$$[(1-\frac{\omega^2}{\tilde{\omega}_i^2})+i2\tilde{\xi}_i\,\frac{\omega}{\tilde{\omega}_i}\,]\tilde{Z}_i = -\frac{1}{\tilde{\omega}_i^2}\sqrt{\alpha}\underline{\phi}_i^T\underline{M}\ddot{\tilde{\underline{V}}}_g \quad i=1,2,3 \qquad (۱۶)$$

که دراین معادله $\ddot{\tilde{\underline{V}}}_g$ تبدیل فوریه‌بردارشتاب معادل زمین است. هر گاه $\tilde{Z}_i = Z_i$ فرض شود دوسمت چپ وراست معادله(۱۶) به‌ترتیب باسمت‌چپ و راست معادله (۱۵) درحالت بسط داده‌شده مقایسه‌شود، خواهیم داشت:

$$1-\frac{\omega^2}{\tilde{\omega}_i^2}=1-\beta_i^2-\frac{\beta_i^2}{4\beta_i^2\xi_{bi}^2+\omega_{bi}^2/\omega_i^2}[1-(1-\alpha)\beta_i^2+ \tag{۱۷}$$

$$4\beta_i^2\ \frac{\omega_i}{\omega_{bi}}\xi_{bi}\ \xi_i]$$

$$\tilde{\xi}_i\frac{\omega}{\tilde{\omega}_i}=\beta_i\ \xi_{ii}-\frac{\beta_i^2\ \beta_i}{4\beta_i^2\ \xi_{bi}^2+\omega_{bi}^2/\omega_i^2}[((1-\alpha)\beta_i^2-1) \tag{۱۸}$$

$$\frac{\omega_i}{\omega_{bi}}\xi_{bi}+\xi_i]$$

$$-\frac{1}{\tilde{\omega}_i^2}\sqrt{\alpha}\underline{\phi}_i^T\underline{M}\ddot{\tilde{\underline{V}}}_g=-\frac{\alpha}{\omega_i^2}\underline{\phi}_i^T\underline{M}\ddot{\tilde{\underline{V}}}_g \tag{۱۹}$$

که $\beta_i=\frac{\omega}{\omega_i}$ است . بـه‌طوری که‌مشهوداست‌هم $\tilde{\omega}_i$ وهم $\tilde{\xi}_i$ تابع ω هستند ، اما تنها با اعمال شرط یکسانی پاسخ تشدیدسازه‌معادل وسازه اصلی خواهیم داشت :

$$-\tilde{\beta}_i^4[-(1-\alpha)+4\frac{\omega_i}{\omega_{bi}}\xi_{bi}\ \xi_i+4\xi_{bi}^2]-\tilde{\beta}_{bi}^2(1+\frac{\omega_{bi}^2}{\omega_i^2}-4\xi_{bi}^2) \tag{۲۰}$$

$$+\frac{\omega_{bi}^2}{\omega_i^2}=0$$

که در استهلاک صفر چنین می شود :

$$(1-\alpha)\left(\frac{\tilde{\omega}_i^2}{\omega_i^2}\right)^2-\left(1+\frac{\omega_{bi}^2}{\omega_i^2}\right)\frac{\tilde{\omega}_i^2}{\omega_i^2}+\frac{\omega_{bi}^2}{\omega_i^2}=0 \qquad (۲۱)$$

با حل معادله (۲۱) ، فرکانسهای معادل برحسب ω_{bi}^2/ω_i^2 برای $i = 1,2,3$ درحالت بدون استهلاک حاصل می شود . از آنجا که مقادیر ξ_{bi} و ξ_i در شرایط متعارف مقادیر کوچکی هستند ، لذا حاصلضرب آنها و یا مجذور هر کدام از آنها در مقایسه با واحد بسیار کوچک بوده و با صرف نظر کردن آنها در معادله (۲۰) را بطه ساده‌تر (۲۱) بدست می آید که از حل آن مقدار $\tilde{\omega}_i$ با تقریب بسیار خوبی ، درحالت غیر استهلاکی ، بدست می آید . بنا جایگزینی فرکانس معادل بدست آمده از معادله (۲۰) در معادله (۱۸) نسبت استهلاک معادل تعیین می شود :

$$\tilde{\xi}_i=\tilde{\beta}_i\,\xi_i-\frac{\tilde{\beta}_i^3}{4\,\tilde{\beta}_i^2\,\xi_{bi}^2+\omega_{bi}^2/\omega_i^2}\{[(1-\alpha)\beta_i^2-1] \qquad (۲۲)$$

$$\frac{\omega_i}{\omega_{bi}}\xi_{bi}+\xi_i\}$$

که در آن $\tilde{\beta}_i=\tilde{\omega}_i/\omega_i$ است . اگر در معادله فوق $\xi_{bi}=0$ فرض شود خواهیم داشت :

$$\tilde{\xi}_i=\tilde{\beta}_i\left(1-\tilde{\beta}_i^2\frac{\omega_i^2}{\omega_{bi}^2}\right)\xi_i+\tilde{\beta}_i^3\left(\frac{\omega_i^3}{\omega_{bi}^3}\right)[1-(1-\alpha) \qquad (۲۳)$$

$$\tilde{\beta}_i^2]\xi_{bi} \qquad i=1,2,3$$

برای تعیین تابع تحریک معادل ، معادله (۱۹) را مورد استفاده قرار می دهیم . از این روخواهیم داشت :

$$\tilde{\ddot{\underline{V}}}_g = -\sqrt{\alpha}\,\frac{\tilde{\omega}_i^2}{\omega_i^2}\,\ddot{\underline{V}}_g \qquad (۲۴)$$

ارائه‌ترسیمی معادلات استخراجی

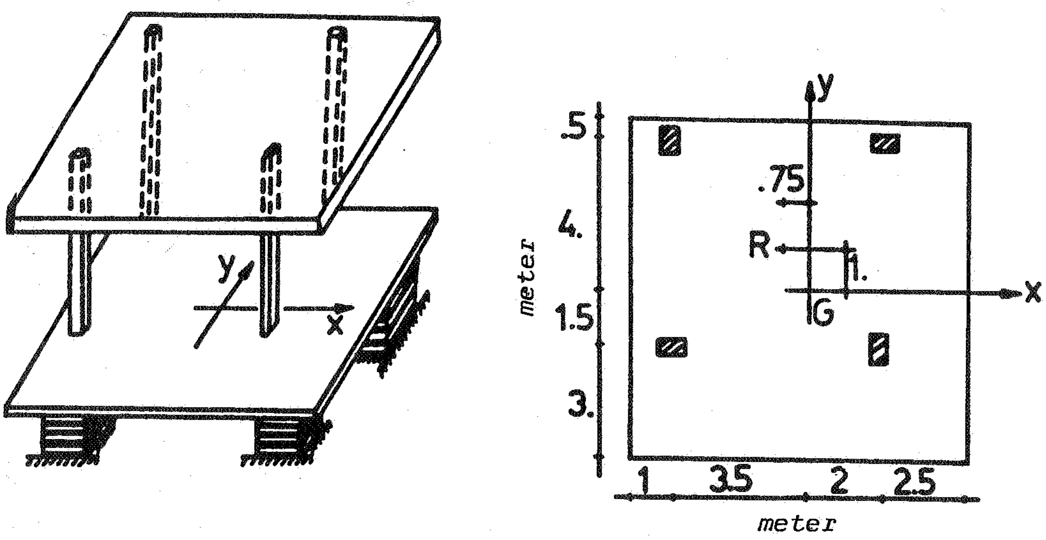
برای بررسی نتایج حاصل ازمعادله (۲۱) ووابستگی آن به‌مجذور فرکانس نرمالیزه‌پایه‌یعنی ω_{bi}^2/ω_i^2 ، این معادله‌درشکل ۲ به‌صورت ترسیمی نشان داده‌شده‌است .با انتخاب ضریب جرم α ومراجعه‌به‌این شکل ، به‌سهولت مجذورفرکانس معادل نرمالیزه به‌دست‌می‌آید .قابل ذکر است که‌دراین شرایط باکاربردمعادلات (۱۴) درمعادلات (۱۳) دامنه $\sqrt{\alpha}Z_{bi}$ برحسب Z_i به‌سادگی تعیین می شود :

$$\sqrt{\alpha}Z_{bi} = \frac{\left[1-(1-\alpha)(\tilde{\omega}^2/\omega_i^2)^2\right]}{(\omega_{bi}^2/\omega_i^2)}\,Z_i$$

وازآنجاکه‌سیستم معادل با فرض $\tilde{Z}_i = Z_i$ تعیین مشخص‌می شود ، لذا با محاسبه $\tilde{Z}_i$ می توان $\sqrt{\alpha}.Z_{bi}$ را ازمعادله (۲) بدست‌آورد . معادله (۲۵) درشکل ۳ رسم شده‌است . نسبت استهلاک معادل با استفاده‌از معادله (۲۳) تعیین می شود . ضرایب ظاهرشده‌دراین معادله‌درشکلهای ۴ و ۵ رسم شده‌اند . با افزایش نسبت ω_{bi}^2/ω_i^2 سهم استهلاک سازه اصلی افزایش یافته‌وسهم استهلاک پایه‌کاهش می یابد .

به‌منظوربررسی نتایج حاصل ازمعرفی سیستم دینامیکی معادل وپاسخ دینامیکی آن دربرابرزلزله‌ومقایسه‌آن با پاسخ ناشی ازحل مستقیم مساله‌وبرای نمونه ،بعنوان مثال ، سازه‌شکل ۶ را با

ایزولاتورهای متناسب و چهار ستون بتنی $24\times 36\ cm^2$ درنظر می‌گیریم. برای هرستون $I = 4.15\times 10^4\ cm^4$ و $I = 9.33\times 10^4\ cm^4$ بوده و وزن سقف $W = 450\ kgf/m^2$ می‌باشد. مختصات مرکز صلبیت $e_x = -75\ cm$ و $e_y = 100\ cm$ است. همچنین ضریب نسبت سختی پایه 0.5 و ضریب نسبت جرم 0.6 و نسبت



شکل ۶ـ سازه سه‌بعدی با عدم انطباق مرکزجرم وسختی برروی ایزولاتورهای ارتعاشی

استهلاک سازه و پایه به‌ترتیب 5% و 3% منظور می‌شود. بدین ترتیب $k_x = k_y = 30\times 10^3\ kg_f/cm$ و $k_\theta = 517.5\times 10^7\ kg_f\,cm$ ونیز شعاع ژیراسیون $r = 367\ cm$ بدست می‌آید ونیز:

$$\omega_{bi}^2/\omega_i^2 = 0.5\times 0.6 = 0.3$$

خواهدشد. با مراجعه به شکل ۳

$$\tilde{\omega}_i^2/\omega_i^2 = 0.25$$

شده، شکل های ۴و ۵

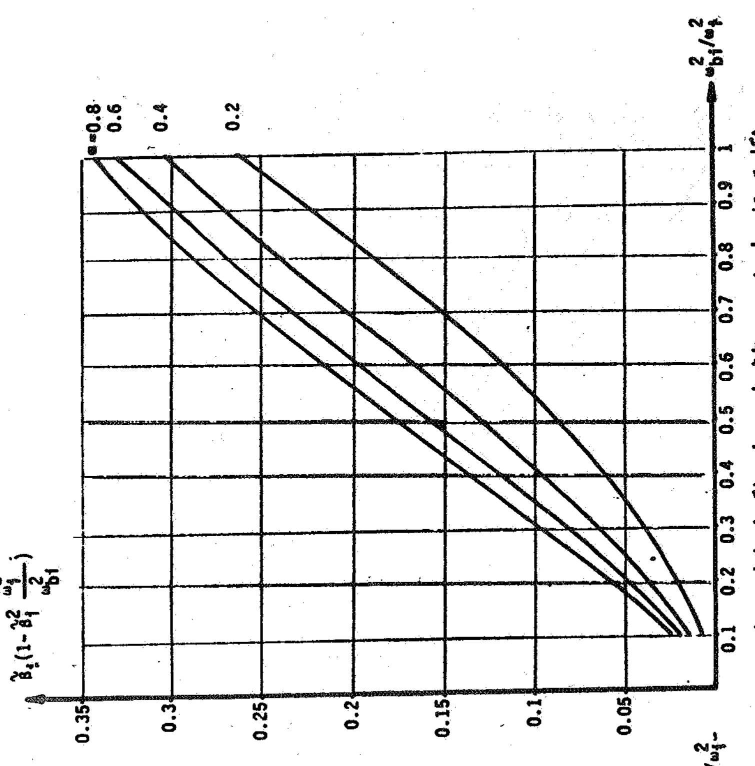
$$\tilde{\xi} = (0.0825)0.05+(0.675)0.030 = 0.025$$

را نتیجه خواهدداد. با تعیین مقادیرفوق معادله (۱۶) را برای ۱۵ ثانیه اول مولفه شرقی ـ غربی زلزله ال سنتروحل نموده وسپس مولفه v_x جابجائی را تعیین نمودیم که درشکل ۷ رسم شده است. درروی این منحنی حل مسأله بدون استفاده ازسازه معادل نیزرسم شده است که بین این دوجواب هیچ اختلافی قابل تشخیص نیست. جدول ۱ مقادیرحداکثر v_x، rv_θ و v_y را برای حل معادل وحل مستقیم نشان می دهد.

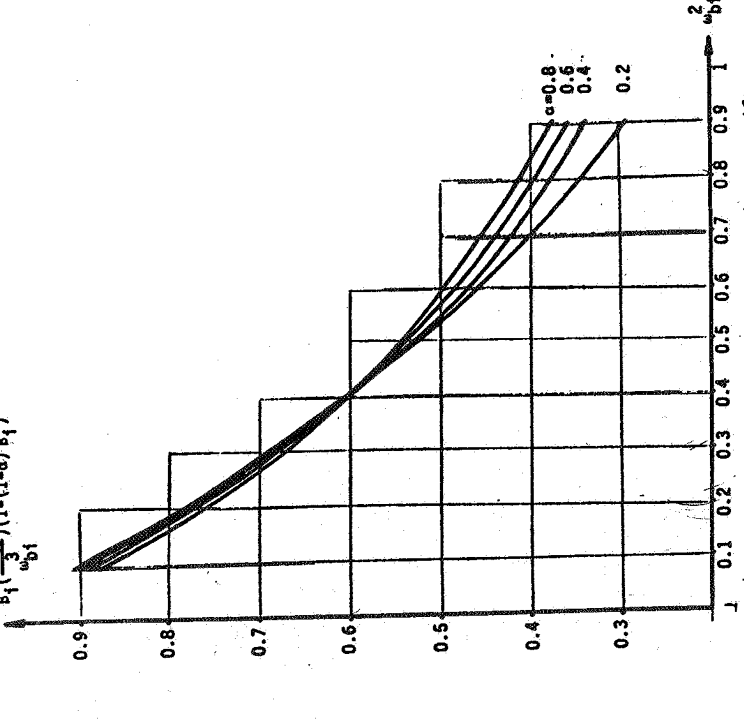
ازآنجا که سازه معادل برمبنای تساوی جابجائی نسبی دوسیستم اولیه ومعادل تعریف شده است، جوابجائیهای نسبی سازه معادل مستقیما" قابل مقایسه با جوابهای جابجائی نسبی سیستم اولیه می باشد، اما نیروها به نسبت ω_{bi}^2/ω_i^2 (که دراین مثال برابر 0.3 است) تقلیل می یابند.

جدول ۱ ـ مقادیرحداکثرجابجائیها برای سازه معادل وسازه حقیقی

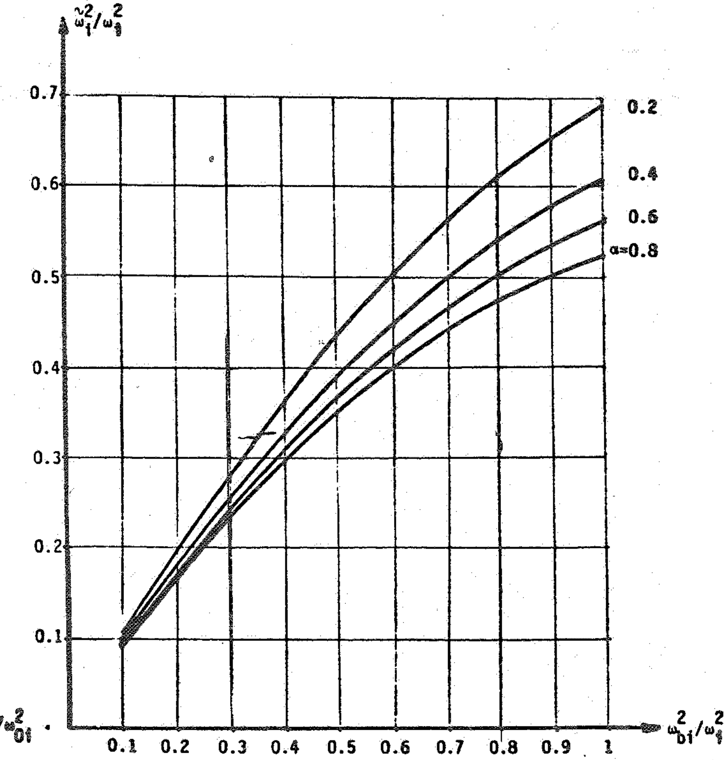
روش حل	$v_{x\,max}$	$rv_{\theta\,max}$	$v_{y\,max}$
معادل	10.148	-5.88	-6.7
مستقیم	10.926	-6.348	-6.9



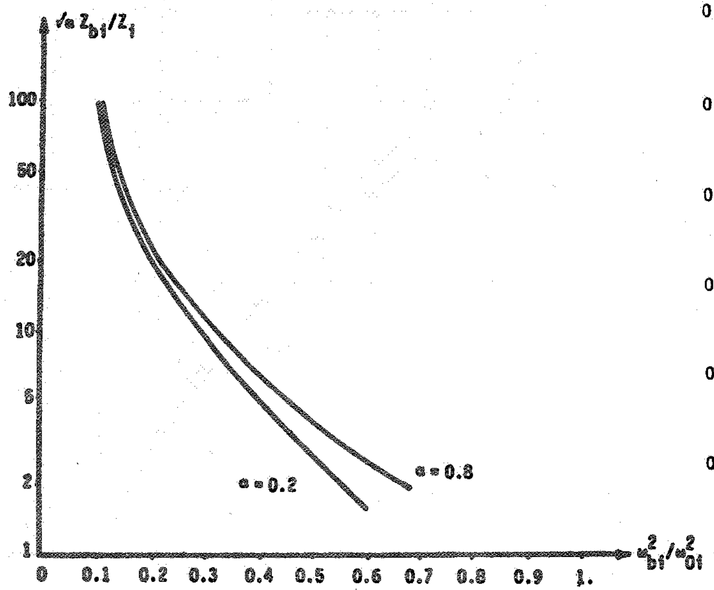
شکل ۴ تغییرات ضریب متناظر با نسبت استهلاک سازه اصلی درعبارت استهلاک سیستم سازه‌پایه برحسب فرکانس نرمالیزه پایه به ازای مقادیر مختلف نسبت جرم



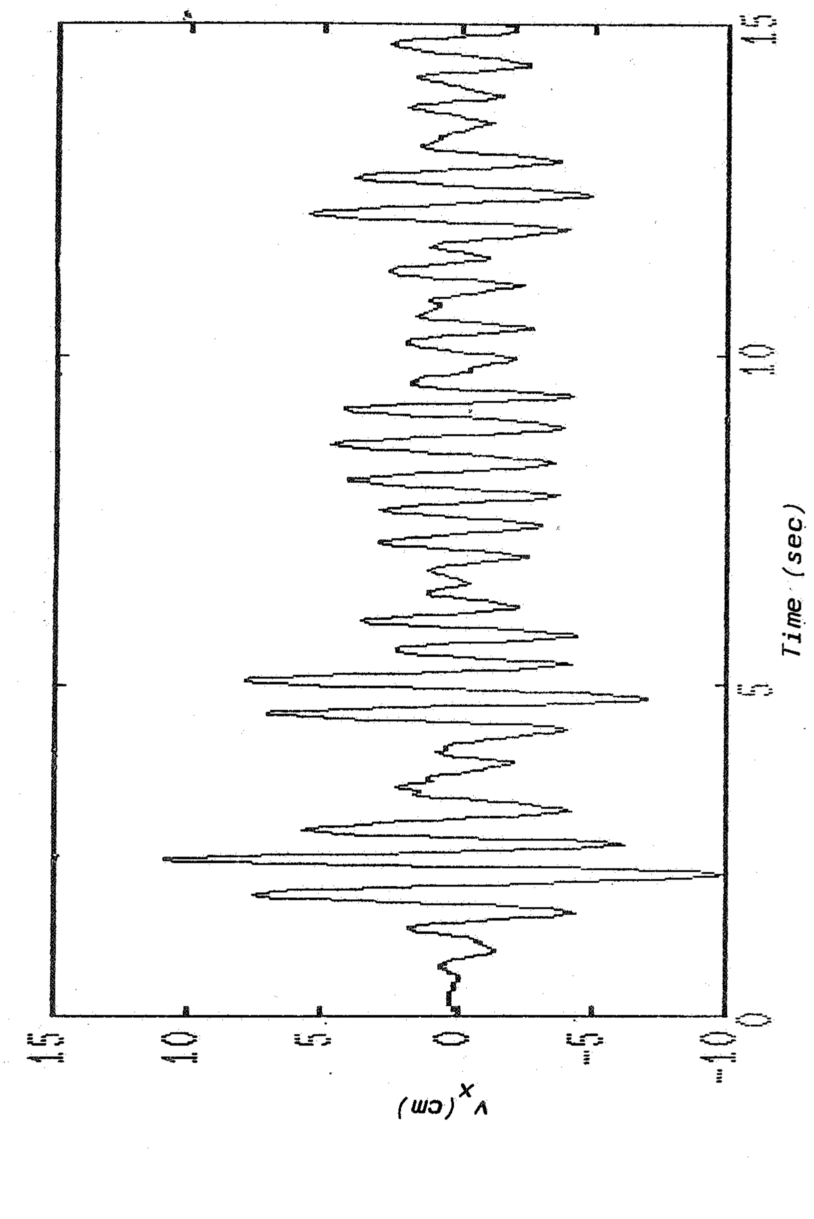
شکل ۵ تغییرات ضریب متناظر با نسبت استهلاک سیستم پایه درعبارت استهلاک سیستم سازه‌پایه برحسب فرکانس نرمالیزه پایه به ازای مقادیر مختلف نسبت جرم



شکل ۲ تغییرات مجذور فرکانس نرمالیزه معادل برحسب مجذور فرکانس نرمالیزه پایه به ازای مقادیر مختلف نسبت جرم (α)



شکل ۳ تغییرات نسبت دامنه جابجائی پایه به دامنه جابجائی طبقه برحسب مجذور فرکانس نرمالیزه پایه به ازای مقادیر مختلف نسبت جرم



شکل ۷ — حل جا بجائی نسبی v_x به‌کمک سازه معادل وسیستم اصلی
(دوحل کاملا" منطبق بریکدیگرند)

نتیجه‌گیری

از مطالعه دینامیکی انجام شده بر روی سازه‌های سه بعدی ایزوله شده با سیستم ایزولاتورهائی که الگوی سختی آن متناسب با الگوی سختی سازه اصلی باشد، می‌توان دریافت که استخراج نتایج با کاربرد یک سیستم معادل به جای سیستم حقیقی (که به مراتب مفصلتر و آنالیز آن پرهزینه‌تر است) امکان‌پذیر می‌باشد. خواص دینامیکی این سیستم معادل از یکسان قرار دادن پاسخهای سازه معادل و سازه حقیقی در شرایط تشدید به دست می‌آید. این خواص بستگی به خواص دینامیکی هر دو سیستم اصلی و پایه دارد. آنالیز پاسخ زلزله یک سازه سه بعدی ایزوله شده به دو طریق مستقیم و با استفاده از سازه معادل، نتایج یکسانی را حاصل نموده و انتظار می‌رود چنین نتایجی در هر حالت و یا هر زلزله ورودی دیگر نیز به همین خوبی صادق باشد.

ضمائم

الف ـ ماتریس‌های خواص ماده

هرگاه شکل ۱ را درنظربگیریم ماتریس‌های خواص مورداستفاده‌در معادلات (۱) چنین تعریف می شوند :

(الف ـ ۱)

$$\underline{K} = \begin{bmatrix} k_x & -k_x\frac{e_y}{r} & 0 \\ -k_x\frac{e_y}{r} & k_\theta/r^2 & k_y\frac{e_x}{r} \\ 0 & k_y\frac{e_x}{r} & k_y \end{bmatrix} \qquad \underline{k}_b = \begin{bmatrix} k_x^b & -k_x^b\frac{e_y}{r} & 0 \\ -k_x^b\frac{e_y}{r} & k_\theta^b/r^2 & k_y^b\frac{e_x}{r} \\ 0 & k_y^b\frac{e_x}{r} & k_y^b \end{bmatrix}$$

(الف ـ ۲)

$$\underline{c} = \begin{bmatrix} c_x & c_{x\theta} & 0 \\ c_{\theta x} & c_\theta & c_{\theta y} \\ 0 & c_{y\theta} & c_y \end{bmatrix} \qquad \underline{c}_b = \begin{bmatrix} c_x^b & c_{x\theta}^b & 0 \\ c_{\theta x}^b & c_\theta^b & c_{\theta y}^b \\ 0 & c_{y\theta}^b & c_y^b \end{bmatrix}$$

(الف ـ ۳)

$$\underline{m} = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & m \end{bmatrix} = m\underline{I} \qquad \underline{m}_b = \begin{bmatrix} m_b & 0 & 0 \\ 0 & m_b & 0 \\ 0 & 0 & m_b \end{bmatrix} = m_b\underline{I}$$

برای اینکه درتحلیل دینامیکی ازیک فرم مطلوب معادلات بهره برده باشیم وابعاد تماما م اجزاء یک ماتریس یکسان باشد، به جای درجه آزادی θ از $r\theta$ وبه جای گشتاور T از T/r که درآن r شعاع ژیراسیون است، استفاده شده است. درضمن اگرتعداد اجزاء قائم سازه اصلی n وتعداد ایزولاتورها N باشد داریم :

$$k_x = \sum_{i=1}^{n} k_{ix} , \quad k_y = \sum_{i=1}^{n} k_{iy} , \qquad \text{(الف ـ ۴)}$$

$$k_\theta = \sum_{i=1}^{n} (k_{ix} y_i^2 + k_{iy} x_i^2 + k_{i\theta})$$

$$k_x^b = \sum_{i=1}^{N} k_{ix}^b , \quad k_y^b = \sum_{i=1}^{N} k_{iy}^b , \qquad \text{(الف ـ}$$

$$k_\theta^b = \sum_{i=1}^{N} (k_{ix}^2 \, y_i^{b^2} + k_{iy}^b \, x_i^{b^2} + k_{i\theta}^b)$$

ب ـ تعیین نموسرعت وجابجائی برحسب نموشتاب

هرگاه نموجابجائی ، سرعت وشتاب بمختصات نرمال $\underline{y}_b$ را به‌ترتیب با $\Delta\underline{y}_b$، $\Delta\dot{\underline{y}}_b$ و $\Delta\ddot{\underline{y}}_b$ نشان داده واز الگوی شتاب خطی برای تبدیل این نمونه‌ها استفاده کنیم خواهیم داشت :

$$\Delta\dot{\underline{y}}_b = \ddot{\underline{y}}_b(t)\Delta t + \Delta\ddot{\underline{y}}_b \frac{\Delta t}{2} \tag{ب ـ ۱}$$

$$\Delta\underline{y}_b = \dot{\underline{y}}_b(t)\Delta t + \ddot{\underline{y}}_b \frac{\Delta t^2}{2} + \Delta\ddot{\underline{y}}_b \frac{\Delta t^2}{6} \tag{ب ـ ۲}$$

بنابراین

$$2\underline{D}_b\underline{\Omega}_b\Delta\dot{\underline{y}}_b + \underline{\Omega}_b^2\,\Delta\underline{y}_b = \underline{\Omega}_b^2\,\Delta t\,\dot{\underline{y}}_b + (2\underline{D}_b\underline{\Omega}_b\Delta t + \underline{\Omega}_b^2\frac{\Delta t^2}{2})\ddot{\underline{y}}_b$$

$$(+2\underline{D}_b\underline{\Omega}_b\frac{\Delta t}{2} + \underline{\Omega}_b^2\frac{\Delta t^2}{6})\Delta\ddot{\underline{y}}_b$$

یا

$$2\underline{D}_b\underline{\Omega}_b\Delta\dot{\underline{y}}_b + \underline{\Omega}_b^2\,\Delta\underline{y}_b = \underline{A}_b\,\Delta\ddot{\underline{y}}_b + \Delta\underline{R}_b^0 \tag{ب ـ ۳}$$

به‌طوری که

$$\underline{A}_b = \underline{D}_b\ \underline{\Omega}_b\Delta t + \frac{1}{6}\,\underline{\Omega}_b^2\Delta t^2 \tag{ب ـ ۴}$$

(ب- ۵)

$$\Delta \underline{R}_b^0 = \underline{\Omega}_b^2 \Delta t\, \dot{\underline{y}}_b + (2\underline{D}_b \underline{\Omega}_b \Delta t + \underline{\Omega}_b^2 \frac{\Delta t^2}{2}) \ddot{\underline{y}}_b$$

ماتریس $\underline{A}_b$ یک ماتریس قطری است وبه‌سادگی می‌توان آن‌را معکوس‌نمود.
همچنین می‌توان نوشت :

$$\Delta \ddot{\underline{y}} = \frac{6}{\Delta t^2} \Delta \underline{y} - \frac{6}{\Delta t} \dot{\underline{y}} - 3\ddot{\underline{y}} \qquad (ب- ۶)$$

$$\Delta \dot{\underline{y}} = \frac{3}{\Delta t} \Delta \underline{y} - 3\dot{\underline{y}} - \frac{\Delta t}{2} \ddot{\underline{y}} \qquad (ب- ۷)$$

که‌درنتیجه‌پارامترهای بکاررفته‌درمعادله (۱۲) چنین خواهندبود :

$$\tilde{\underline{k}} = (\underline{I} + \underline{A}_b^{-1}) \underline{\Omega}^2 + \frac{6}{\Delta t^2} [\underline{I} + (1-\alpha) \underline{A}_b^{-1}] + \frac{3}{\Delta t} (\underline{I} + \underline{A}_b^{-1}) 2\underline{D}\underline{\Omega} \qquad (ب- ۸)$$

$$\Delta \tilde{\underline{R}} = -\underline{L}\, \Delta \ddot{\underline{v}}_g - \sqrt{\alpha}\, \underline{A}_b^{-1} \Delta \underline{R}_b + [\underline{I} + (1-\alpha) \underline{A}_b^{-1}]_{\theta} (\frac{6}{\Delta t} \dot{\underline{y}} + 3\ddot{\underline{y}}) \qquad (ب- ۹)$$

$$(\underline{I} + \underline{A}_b^{-1}) 2\underline{D}\underline{\Omega} (3\dot{\underline{y}} + \frac{\Delta t}{2} \ddot{\underline{y}})$$

علائم

$\underline{m}$, $\underline{m}_b$	ماتریسهای (قطری) جرم سازه‌اصلی با پایه ثابت وسیستم پایه با سختی نامحدود سازه‌اصلی
$\underline{c}$, $\underline{c}_b$	ماتریسهای استهلاک سازه‌اصلی وسیستم پایه
$\underline{k}$, $\underline{k}_b$	ماتریسهای سختی سازه‌اصلی وسیستم پایه
$\underline{v}^t$, $\underline{v}$	بردارهای جابجائی کل وجابجائی نسبی سازه‌اصلی
$\underline{v}_b^t$, $\underline{v}_b$	بردارهای جابجائی کل وجابجائی نسبی جرم پایه
$\underline{v}_g$	بردارجابجائی زمین
G , G'	مراکزجرم اجرام فوقانی وپایه، منطبق بریکدیگر درراستای قائم
R , R'	مراکزطلبیت سازه‌اصلی وسیستم پایه، منطبق بر یکدیگردرراستای قائم
r , r'	اشعهٔ ژیراسیون اجرام فوقانی وپایه (مساوی)
m , m_b	جرم فوقانی وجرم پایه
M	جرم کل
I , I_b	ممان‌های اینرسی اجرام فوقانی پایه
ω	فرکانس تحریک
$\underline{\Omega}^2$, $\underline{\Omega}_b^2$	ماتریسهای قطری مجذوردرفرکانس‌های طبیعی سازه‌اصلی با پایه‌ثابت وسیستم پایه با صلبیت نامحدودسازه‌اصلی
$\underline{D}$, $\underline{D}_b$	ماتریسهای استهلاک سازه‌اصلی وسیستم ایزولاتورها

ω_{bi} , ω_i	فرکانسهای مود i ام سازه اصلی وسیستم ایزولاتورها
ξ_i , ξ_{bi}	نسبتهای استهلاک مود i ام سازه اصلی وسیستم ایزولاتورها
$\tilde{\omega}_i$	فرکانس معادل برای مود i ام ارتعاشی
α	نسبت جرم
k_x, k_y, k_θ	ضرایب سختی هم راستا با محورهای x ، y وحول z برای سازه اصلی
k_x^b, k_y^b, k_θ^b	ضرایب سختی هم راستا با محورهای x ، y وحول z برای سیستم ایزولاتورها
$\underline{\Phi}$, $\underline{\Phi}_b$	ماتریسهای شکل مودها برای سازه اصلی وسیستم ایزولاتورها
x_i, y_i	مختصات ستون i ام سازه اصلی
x_i^b, y_i^b	مختصات ایزولاتور i ام سیستم پایه
$\underline{y}$, $\underline{y}_b$	بردارهای مختصات نرمال برای سازه اصلی وسیستم ایزولاتورها
$\underline{Z}$, $\underline{Z}_b$	تبدیلهای فوریه $\underline{y}$ و $\underline{y}_b$
$\underline{V}$, $\underline{V}_b$	تبدیلهای فوریه $\underline{v}$ و $\underline{v}_b$

مراجـــع

۵ـ سعادت‌پور، محمدمهدی ، ساختمانهای کوچک مصالح بنائی متکـــی برتکیه‌گاه لغزشی درمقابل زلزله ، (دردست انتشار)

1. Skinner,R.I.,Kelly,J.M.,and Heine,A.J.," Hysteretic Dampers for Earthquake Resistant Structures",Earthqu. Eng.Struc.Dyn.,3,pp287-296,1975.

2. Robinson, W.H.,and Greenbank,L.R.,"An Extrusion Energy Absorber Suitable for Protection of Structures During an Earthquake",Earthqu.Eng.Struc.Dyn.,4,pp251-259,1976.

3. Kelly,J.M.," Aseismic Base Isolation : Review and Bibliography", Soil Dyn.Earthqu.Eng.,vol.5,No.3,pp201-216, 1986.

4. Mayes,R.L.,Buckle,I.G.,and Lindsay R.J.,"Seismic Isolation-A Solution to the Earthquake Problems of the Precast Concrete Industry",PCI Journal,pp24-57,May-June 1988.

6. Pan,T.C.,and Kelly,J.M.,"Seismic Response of Torsionally Coupled Base Isolated Structures",Earthqu. Eng.Struc.Dyn. 11,pp749-770,1983.

7. Lee,D.M.,"Base Isolation for Torsion Reduction in Asymmetric Structures Under Earthquake Loading",Earthqu. Eng.Struc.Dyn.,8,pp349-359,1980.

8. Constantinou,M.C.,"A Simplified Analysis Procedure for Base-Isolated Structures on Flexible Foundation",Earthqu. Eng.Struc.Dyn.,15,pp963-9C3,1987.

9. Clough,R.W.and Penzien, J.,Dynamics of Structures,McGraw- Hill,New York,1975.

10. Wolf,J.P., Dynamic Soil-Structure Interaction ,Prentice-Hall,Inc.,1985.

11. Bathe,K-J., Finite Element Procedures in Engineering Analysis, Prentice-Hall,Inc.,1982.