

## مدلی استوکستیک برای بهینه سازی برنامه ریزی و مدیریت آبهای زیرزمینی

احمد ابریشم چی\* - عباس افشار\*\*

### چکیده

برنامه ریزی و مدیریت بهره برداری بهینه از منابع آبهای زیرزمینی با توجه به ویژگیهای منابع آب زیرزمینی نظیر غیر یکنواختی خصوصیات و عدم قطعیت ها، کار پیچیده ای است. در این مقاله یک مدل بهینه سازی استوکستیک با پارامتر گسترده به منظور برنامه ریزی و بهره برداری منابع آبهای زیرزمینی ارائه شده است. در این مدل از روش کرنل گسترده برای شبیه سازی جریان آب زیرزمینی و محاسبه سطح ایستایی استفاده می شود. مدل مزبور مدلی ماهیانه با افق برنامه ریزی برابر یک سال و دارای تابع هدف و قیود احتمالی خطی است و با استفاده از روش قاعده تصمیم گیری خطی فرمول بندی می شود. با حل این مدل، میزان بهره برداری بهینه از آبهای زیرزمینی همراه با قاعده بهره برداری تعیین می شود. سه خصوصیت بهینه سازی، استوکستیک، و پارامتر گسترده که به صورت یکجا در این مدل جمع شده، ویژگی عمده و متمایز کننده آن از سایر مدل های موجود است. این مدل را می توان به راحتی به

---

\* استادیار دانشکده مهندسی عمران - دانشگاه صنعتی اصفهان

\*\* دانشیار دانشکده مهندسی عمران - دانشگاه علم و صنعت ایران

وسیله هر الگوریتم برنامه‌ریزی خطی حل کرد. برای نشان دادن نحوه کاربرد مدل، مسئله‌ای نیمه واقعی حل شده و نتایج آن از طریق شبیه‌سازی ارزیابی و بحث شده است.

#### مقدمه

برنامه‌ریزی و مدیریت بهره‌برداری بهینه از منابع آبهای زیرزمینی که تنها منبع آب مطمئن در اکثر نقاط جهان به ویژه مناطق خشک و نیمه‌خشک به شمار می‌رود، امری ضروری است. هدف اصلی برنامه‌ریزی منابع آبهای زیرزمینی، فرمولبندی سیاست بهره‌برداری بهینه از این منابع از نظر محل، زمان و میزان پمپاژ آب از سفره آب زیرزمینی و یا تغذیه مصنوعی آن است. در اتخاذ این گونه سیاستها، باید به عواملی نظیر سطح ایستابی مطلوب، خطرات ضایع شدن کیفیت آب (مثلاً به علت پیشروی آب دریا یا نفوذ آب با کیفیت نامطلوب از سفره‌های مجاور)، حقوق آب، و هزینه‌ها توجه شود. به بیان دیگر، اتخاذ بهترین تصمیمات بر طبق معیارها و محدودیتهای مشخص، مسئله برنامه‌ریزی و مدیریت را تشکیل می‌دهد. اساساً متدولوژی برنامه‌ریزی و مدیریت را می‌توان به "شبیه‌سازی"<sup>۱</sup> و "بهینه‌سازی مستقیم"<sup>۲</sup> دسته‌بندی کرد.

شبیه‌سازی جریان آب زیرزمینی عمدتاً وسیله‌ای برای پیش‌بینی عکس‌العمل سفره آب زیرزمینی تحت سیاستهای مختلف بهره‌برداری است. این کار با حل مدل‌های ریاضی جریان آب زیرزمینی که با فرمولبندی معادله "بوزینسکی"<sup>۳</sup> به صورت "تفاضلهای محدود"<sup>۴</sup> ((۱، ۲ و ۳)) و یا "اجزای محدود"<sup>۵</sup> [۴] نوشته می‌شوند، صورت می‌گیرد. شبیه‌سازی روش ساده‌ای است، ولی برای اهداف برنامه‌ریزی و مدیریت وقت‌گیر و توانفرساست و جواب بهینه مسئله را تضمین نمی‌کند. ایلنگاسکر<sup>۶</sup> و همکاران با استفاده از روش کرنل گسسته<sup>۷</sup> تکنیکی برای شبیه‌سازی جریان

1. Simulation

2. Direct Optimization

3. Boussinesq

4. Finite Differences

5. Finite Elements

6. T.H. Illangasekare

7. Discrete Kernel

آبهای زیرزمینی ابداع کرده‌اند. این تکنیک در مقایسه با روش متداول شبیه‌سازی (تفاضلهای محدود و اجزای محدود) برای مطالعات شبیه‌سازی با هدف بهره‌برداری و مدیریت که در آن گزینه‌های زیادی از سیاست بهره‌برداری باید شبیه‌سازی و ارزیابی شود، بسیار جذاب و از نظر اقتصادی مقرون به صرفه است (۵ و ۶).

بهینه‌سازی مستقیم دارای نوعی الگوریتم است که به طور خودکار بهینه‌سازی می‌کند. مدل‌های بهینه‌سازی مستقیم برنامه‌ریزی و مدیریت آبهای زیرزمینی برحسب این که سیستم موردنظر با چه جزئیات مدل‌سازی می‌شود، به دو نوع " پارامتر متمرکز"<sup>۱</sup> و " پارامتر گسترده"<sup>۲</sup> تقسیم می‌شود. مدل نوع اول عمدتاً به سیاست بهره‌برداری آب زیرزمینی در بُعد زمان مربوط می‌شود و از نظر محاسباتی ساده است (۷ تا ۱۱). این نوع مدل با در نظر گرفتن سفره آب زیرزمینی به صورت یک سیستم متمرکز و با اغماض از غیریکنواختی مشخصات ( پارامترها) آن، به دنبال تعیین سیاست بهره‌برداری بهینه است. در صورتی که تصمیمات مدیریتی هر دو جنبه زمانی و مکانی تخصیص آب و رفتار سیستم سفره آب زیرزمینی را مدنظر داشته باشد، باید از مدل پارامتر گسترده استفاده کرد.

مدل‌های پارامتر گسترده را می‌توان به وسیله "روش درون‌گذاری"<sup>۳</sup> و یا "روش کرنل گسسته" (یا روش ماتریس عکس‌العمل)<sup>۴</sup> فرمولبندی کرد. روش درون‌گذاری، معادله جریان آب زیرزمینی را مستقیماً در بدنه مدل بهینه‌سازی به عنوان قیود مدل وارد می‌کند. روش ماتریس عکس‌العمل از مفهوم "تابع تأثیر"<sup>۵</sup> و تئوری سیستم خطی استفاده می‌کند (۹ و ۱۲ تا ۱۷). کاربرد این دو روش در مدیریت آبهای زیرزمینی توسط گرلیک بررسی شده است [۱۸].

برنامه‌ریزی و مدیریت آبهای زیرزمینی عموماً در شرایط و فضایی که "عدم قطعیت"<sup>۶</sup> وجود دارد صورت می‌گیرد. عدم قطعیت در برنامه‌ریزی و مدیریت آبهای زیرزمینی را می‌توان به "عدم

1. Lumped - Parameter

2. Distributed - Parameter

3. Embedding Technique

4. Response- Matrix

5. Influence Function

6. Uncertainties

قطعیت ذاتی" و "عدم قطعیت اطلاعاتی" دسته‌بندی کرد. عدم قطعیت ذاتی که ناشی از متغیر بودن پاره‌ای از خصوصیات یا فرایندهای طبیعی است، غیرقابل اجتناب است. عدم قطعیت اطلاعاتی از فقدان کمی و یا کیفی اطلاعات مربوط به سیستم سفره‌آب زیرزمینی و سایر عوامل نظیر هزینه‌ها و درآمدهای پروژه، طراحی مهندسی، و نحوه بهره‌برداری سیستم ناشی می‌شود (۱۹ تا ۲۲)).  
 بهرحال وجود عدم قطعیت توان ما را در پیش‌بینی رفتار حتمی سیستم تحت سیاستهای مختلف بهره‌برداری محدود می‌سازد.

برای برخورد با اثرات عدم قطعیت در جریان آب زیرزمینی روشهای گوناگونی وجود دارد [۸ و ۱۹ و ۲۲ تا ۲۵]. این روشها را می‌توان به دو گروه اصلی "تحلیل توزیع کامل"<sup>۱</sup> و "تحلیل گشتاور اول و دوم"<sup>۲</sup> تقسیم کرد. مهمترین روشهای تحلیل توزیع کامل، روشهای "توزیع اشتقاقی"<sup>۳</sup> و "شبیه‌سازی مونت کارلو"<sup>۴</sup> است.

در این مقاله مدلی ماهیانه با "افق برنامه‌ریزی"<sup>۵</sup> برابر یک سال برای برنامه‌ریزی و بهره‌برداری بهینه از منابع آبهای زیرزمینی پیشنهاد شده است. از ویژگیهای مهم این مدل، بهینه‌سازی مستقیم، استوکستیک بودن مدل به خاطر وجود عدم قطعیت، و بالاخره در نظر گرفتن سفره‌آب زیرزمینی به صورت سیستمی با پارامترهای گسترده است. مدل مزبور باتوجه به محدودیتهای و معیارهای اقتصادی، کیفیت آب، حقوق آب و ... می‌تواند در مسائل متنوع برنامه‌ریزی و مدیریت بهره‌برداری منابع آبهای زیرزمینی جهت تأمین آب کشاورزی، شهری و صنعتی کاربرد داشته باشد. در بخش بعدی این مقاله، فرمولبندی عمومی مدل صورت گرفته و سپس یک مسئله نیمه‌واقعی جهت روشن شدن نحوه کاربرد مدل حل شده است. در پایان، نتایج حاصل از حل مسئله نمونه در یک دوره ۳۰ ساله شبیه‌سازی و نتایج آن مورد بحث و ارزیابی قرار گرفته است.

1. Full Distribution Analysis

2. First and Second Moment Analysis

3. Derived Distribution

4. Monte Carlo Simulation

5. Planning Horizon

## فرمولبندی عمومی مدل

برای فرمولبندی مدل سفره آب زیرزمینی، ابتدا سفره آب زیرزمینی به تعدادی سلول یا جزء محاسباتی تقسیم می‌شود. از آن جا که اصولاً هدف از برنامه‌ریزی و توسعه منابع آب، حداکثر بهره‌برداری ممکن از آن است، "تابع هدف" مدل به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\text{Max} \sum_{t=1}^{12} \sum_{\lambda=1}^M Q_{(\lambda,t)} \quad (1)$$

که در آن  $Q_{(\lambda,t)}$  میزان پمپاژ از سلول محاسباتی  $\lambda$  سفره در ماه  $t$  است. لذا محدودیت سطح ایستابی که محدودیتی شاخص به شمار می‌رود به صورت قیود زیر در مدل بیان می‌شود:

$$h_{(c,t)} \geq h_{\min(c,t)} \quad (2) \text{ برای تمام } c \text{ و } t$$

که در آن  $h_{(c,t)}$  و  $h_{\min(c,t)}$  به ترتیب سطح ایستابی محاسبه شده و حداقل سطح ایستابی مجاز در سلول  $c$  در آخر ماه  $t$  است. سطح ایستابی را می‌توان از رابطه زیر حساب کرد:

$$h_{(c,t)} = h_{(c,t-1)} - \sum_{\lambda=1}^M \delta_{c\lambda} Q_{(\lambda,t)} + \sum_{\lambda=1}^M \tau_{c\lambda} h_{(\lambda,t-1)} + \sum_{\lambda=1}^M \delta'_{c\lambda} P_{(\lambda,t)} \quad (3)$$

در رابطه پیشنهادی فوق،  $t$  معرف دوره زمانی (ماه)،  $c$  و  $\lambda$  معرف سلول محاسباتی سفره و  $M$  تعداد کل سلولهای محاسباتی است.  $P_{(\lambda,t)}$  معرف تغذیه سفره مانند بارش در سلول  $\lambda$  در ماه  $t$  و  $\delta_{c\lambda}$  و  $\delta'_{c\lambda}$  به ترتیب ضرایب کرنل گسسته مربوط به پمپاژ و تغذیه سفره است. ضرایب مزبور به عنوان اثر یک واحد پمپاژ (یا تغذیه) در سلول  $\lambda$  در هر دوره زمانی بر روی سطح ایستابی سلول  $c$  در انتهای همان دوره زمانی تعریف می‌شود. در مفهوم ضرایب کرنل گسسته، فرض بر این است که سطح ایستابی

اولیه در حالت تعادل باشد. طبق رابطه فوق، سطح ایستابی ماهیانه در طول دوره برنامه‌ریزی با افق یک ساله نمی‌تواند در حالت تعادل باشد. لذا ضریب  $\tau_{\text{in}}$  در رابطه فوق به کار رفته است. این ضریب معرف اثر حالت اولیه غیرتعادل در سلول  $\lambda$  بر روی سطح ایستابی سلول  $c$  است. مدل‌های عددی براساس روش تفاضلهای محدود ([۲۶ و ۲۷]) و نیز اجزای محدود [۲۸] برای تولید ضرایب کرنل گسسته تدوین شده است. ضرایب  $\tau_{\text{in}}$  را می‌توان براساس مقدار ضرایب کرنل گسسته و مقدار ضریب قابلیت انتقال سفره و شرایط مرزی سفره حساب کرد.

با توجه به طبیعت استوکستیک بارش به عنوان عامل تغذیه سفره، سطح ایستابی و یا مقدار پمپاژاز سفره استوکستیک است. بدین ترتیب مدل موردنظر، مدلی استوکستیک با "قیود احتمالی"<sup>۱</sup> خواهد بود.

در مدل ارائه شده در این مقاله، ایده قاعده خطی تصمیم لاکز<sup>۲</sup> که برای برنامه‌ریزی و مدیریت بهره‌برداری سد پیشنهاد شده، بکار گرفته شده است [۲۹]. برای نوشتن این قاعده به عنوان قاعده و دستورالعمل بهره‌برداری از سفره آب زیرزمینی، رابطه‌ای خطی بین میزان پمپاژ از سفره و سطح ایستابی سفره به صورت زیر در نظر گرفته شده است:

$$Q_{(\lambda,t)} = \left[ \frac{\tau_{c\lambda}}{\delta_{c\lambda}} + \frac{I_{\lambda c}}{\delta_{c\lambda}} \right] h_{(\lambda,t-1)} - B_{(\lambda,t)} + \left( \frac{\partial' c\lambda}{\delta_{c\lambda}} \right) P_{(\lambda,t)} \quad (۴) \quad \text{برای تمام } \lambda, c \text{ و } t$$

$$I_{\lambda c} = 1 \quad \text{برای } c = \lambda$$

$$I_{\lambda c} = 0 \quad \text{برای دیگر مقادیر } c \text{ و } \lambda$$

ضرایب  $B_{(\lambda,t)}$  در رابطه فوق، پارامترهای تصمیم‌اند که قطعی بوده و مقدار آنها باید از حل مدل به دست آید. با قرار دادن عبارت سمت راست رابطه (۴) به جای  $Q_{(\lambda,t)}$  در رابطه (۳)، رابطه زیر به دست می‌آید.

$$h_{(c,t)} = \sum_{\lambda=1}^M \delta_{c\lambda} B_{(\lambda,t)} \quad (5) \text{ برای تمام } c \text{ و } t \text{ ها}$$

رابطه فوق نشان می دهد که سطح ایستایی سفره، متغیر قطعی است. قاعده بهره برداری از سفره آب زیرزمینی، رابطه (۳)، نشان می دهد که با توجه به استوکستیک بودن متغیر بارش، میزان پمپاژ از سفره نیز متغیری استوکستیک خواهد بود. لذا قیود احتمالی به صورت زیر وارد مدل می شود:

$$Pr \left[ Q_{(\lambda,t)} \geq W_{(\lambda,t)} \right] \geq \alpha \quad (6) \text{ برای تمام } \lambda \text{ و } t \text{ ها}$$

معنای قیود احتمالی فوق این است که میزان پمپاژ  $Q$  باید با احتمالی برابر یا بیشتر از  $\alpha$  درصد از دبی برنامه ریزی شده  $W$  بیشتر باشد. در برنامه ریزی آب، به میزان  $W$  برای مصارف مختلفی مانند کشاورزی، شهری و صنعتی تعهد می شود و برآن اساس میزان توسعه فعالیت های مزبور برنامه ریزی می شود. لذا  $W$  به عنوان یکی از پارامترها یا "متغیرهای طرح" <sup>۱</sup> به شمار می آید. اکنون با استفاده از روابط فوق، مدل را به صورت زیر بازنویسی می کنیم.

$$\text{Max} \sum_{t=1}^{12} \sum_{\lambda=1}^M W_{(\lambda,t)} \quad (7)$$

$$h_{(c,t)} = h_{(c,t-1)} - \sum_{\lambda=1}^M \delta_{c\lambda} Q_{(\lambda,t)} + \sum_{\lambda=1}^M \tau_{c\lambda} h_{(\lambda,t-1)} + \sum_{\lambda=1}^M \delta'_{c\lambda} P_{(\lambda,t)} \quad (8)$$

برای تمام  $c$  و  $t$  ها بین ۲ تا ۱۲

$$h_{(c,1)} = h_{(c,12)} - \sum_{\lambda=1}^M \delta_{c\lambda} Q_{(\lambda,1)} + \sum_{\lambda=1}^M \tau_{c\lambda} h_{(\lambda,12)} + \sum_{\lambda=1}^M \delta'_{c\lambda} P_{(\lambda,12)} \quad (9) \text{ برای تمام } c \text{ ها}$$

$$h_{(c,t)} \geq h_{\min(c,t)} \quad (10) \text{ برای تمام } c \text{ و } t \text{ ها}$$

$$Q_{(c,t)} = \left( \frac{\tau_{cc} + 1}{\delta_{cc}} \right) h_{(c,t)} - B_{(c,t)} + \left( \frac{\delta'_{cc}}{\delta_{cc}} \right) P_{\alpha(c,t)} \quad (11) \text{ برای تمام } c \text{ و } t \text{ ها}$$

$$Q_{(c,t)} \geq W_{(c,t)} \quad (12) \text{ برای تمام } c \text{ و } t \text{ ها}$$

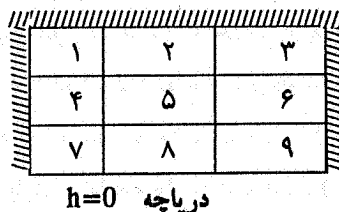
$$W_{(c,t)} \geq 0 \quad (13) \text{ برای تمام } c \text{ و } t \text{ ها}$$

رابطه (۷) تابع هدف و روابط (۱۰)، (۱۲) و (۱۳) قیود قطعی مدل هستند. توجه شود که روابط (۱۱) و (۱۲) قیود قطعی معادل قیود احتمالی در رابطه (۶) است. در رابطه (۱۱)، مقدار بارش با احتمال وقوع (برابری یا تجاوز) برابر  $\alpha$  درصد است. مقدار  $P_{\alpha}$  را می‌توان به وسیله تجزیه و تحلیل فراوانی داده‌های بارش به دست آورد. می‌توان مدل فوق را که دارای تابع هدف و قیود خطی است با استفاده از نرم‌افزارهای کامپیوتری بهینه‌سازی مانند نرم‌افزار GAMS، حل کرد ([۳۰]). لازم به تذکر است که روابط (۷) تا (۱۳) فرمولبندی عمومی مدل است و در مسائل مختلف برنامه‌ریزی و مدیریت به صورت خاص مسئله مورد نظر و منطبق بر معیارهای مختلف فنی، اقتصادی و بهره‌برداری بسط داده می‌شوند.

### مسئله نمونه

قرار است در یک منطقه ساحلی در شمال کشور آب مصرفی شهرکی با جمعیت ۲۰ هزار نفر از منابع آبهای زیرزمینی تأمین شود. سفره آب زیرزمینی منطقه مربع شکل با ابعاد ۳ کیلومتر است (شکل ۱). مرزهای سفره در سه طرف غیرقابل نفوذ و در طرف چهارم دریاچه‌ای است. سفره توسط بارش تغذیه می‌شود و در حالت طبیعی، دریاچه سفره را زهکشی می‌کند. هدف از برنامه‌ریزی و مدیریت بهره‌برداری از سفره آب زیرزمینی این منطقه، تعیین محل پمپاژ و نیز دبی پمپاژ با حداقل هزینه است به نحوی که ضمن تأمین آب شهرک، سطح ایستابی سفره به خصوص در طول دریاچه از





شکل ۱- پلان سفره آب زیرزمینی

حد معینی پائین تر نرود. ارضای این محدودیت برای جلوگیری از پیشروی آب شور دریاچه به سفره آب زیرزمینی اهمیت دارد. سفره مزبور از نظر خصوصیات هیدرودینامیکی همگن فرض شده و ضریب قابلیت انتقال آن برابر ۲۵۰۰۰ مترمربع در هفته و ضریب ذخیره برابر ۰/۱ اندازه گیری شده است. متوسط مصرف سرانه آب در شهرک برابر ۲۰۰ لیتر در روز برای هر نفر برآورد شده است. مصرف سرانه ماهیانه در جدول ۱ درج شده است.

جدول ۱- مصرف سرانه آب شهرک

ماه	فروردین	اردیبهشت	خرداد	تیر	مرداد	شهریور	مهر	آبان	آذر	دی	بهمن	اسفند
مصرف	۱۹۵	۲۱۶	۲۵۹	۳۰۲	۲۸۱	۲۲۸	۲۱۶	۱۷۳	۱۳۰	۸۶	۸۶	۱۷۳
لیتر در روز												

برای فرمولبندی مدل این مسئله، سفره آب زیرزمینی به ۹ سلول محاسباتی مربع شکل به ابعاد ۱ کیلومتر تقسیم بندی می شود (شکل ۱). در صورت غیرهمگن بودن سفره، باید ابعاد سلولها کوچکتر و لذا تعداد آنها بیشتر شود. با توجه به ضرورت جلوگیری از پیشروی آب شور دریاچه به سفره ساحلی، پمپاژ از سلولهای ۷ تا ۹ مجاز نیست. چنانچه هزینه پمپاژ آب در سلول ۵ که شهرک در آن واقع است برابر ۱ واحد هزینه در نظر گرفته شود، هزینه پمپاژ و انتقال آب از سلولهای ۱، ۲، ۳، ۴ و ۶

به ترتیب برابر ۳، ۲، ۳، ۲ و ۲ واحد هزینه است. قرار است آب مورد نیاز این شهرک با احتمال حداقل ۹۰ درصد و با حداقل هزینه تأمین شود. در جدول ۲ حداقل ارتفاع سطح ایستابی که در سلولهای مختلف سفره باید حفظ شود درج شده است (سطح آب دریاچه به عنوان سطح مبنا در نظر گرفته شده است). مقدار بارش ماهیانه این منطقه با ۹۰ درصد احتمال برابری یا تجاوز از آن براساس تجزیه و تحلیل فراوانی داده‌های بارش منطقه محاسبه شده است (جدول ۳). ضرایب کرنل گسسته  $\delta_{c\lambda}$  و  $\delta'_{c\lambda}$  و ضرایب  $\tau_{c\lambda}$  براساس مشخصات سفره توسط نرم افزار CSUFDM محاسبه شده است. نرم افزار مزبور، معادله آب زیرزمینی را براساس روش تفاضلهای محدود حل می‌کند.

جدول ۲- حداقل ارتفاع سطح ایستابی مجاز، متر

شماره سلول محاسباتی	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹
حداقل ارتفاع سطح ایستابی	-۱	-۱	-۱	۰/۱	۰/۱	۰/۱	۰/۳	۰/۳	۰/۳

جدول ۳- بارش ماهیانه با احتمال برابری یا تجاوز برابر ۹۰ درصد

ماه	فروردین	اردیبهشت	خرداد	تیر	مرداد	شهریور	مهر	آبان	آذر	دی	بهمن	اسفند
بارش میلیمتر	۱۳	۲۴	۵۱	۱۳	۵۰	۹۶	۱۱۸	۱۷۷	۴۳	۲۰	۲۹	۵۱

مدل بهینه سازی این مسئله به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\text{Min COST} \quad (14)$$

$$\text{COST} = \sum_{t=1}^{12} 3Q_{(1,t)} + 2Q_{(2,t)} + 3Q_{(3,t)} + 2Q_{(4,t)} + Q_{(5,t)} + 2Q_{(6,t)} \quad (15)$$

$$h_{(c,t)} = h_{(c,t-1)} - \sum_{\lambda=1}^9 \delta_{c\lambda} Q_{(\lambda,t)} + \sum_{\lambda=1}^9 \tau_{c\lambda} h_{(\lambda,t-1)} + \sum_{\lambda=1}^9 \delta'_{c\lambda} P_{(\lambda,t)} \quad (16)$$

برای تمام c و tها بین ۲ تا ۱۲

$$h_{(c,1)} = h_{(c,12)} - \sum_{\lambda=1}^9 \delta_{c\lambda} Q_{(\lambda,1)} + \sum_{\lambda=1}^9 T_{c\lambda} h_{(\lambda,12)} + \sum_{\lambda=1}^9 \delta'_{c\lambda} P_{(\lambda,t)} \quad (17)$$

برای تمام cها

$$h_{(c,t)} \geq -1 \quad (18) \text{ برای تمام } t \text{ و } c \text{ بین } 1 \text{ تا } 3$$

$$h_{(c,t)} \geq 0.1 \quad (19) \text{ برای تمام } t \text{ و } c \text{ بین } 4 \text{ تا } 6$$

$$h_{(c,t)} \geq 0.3 \quad (20) \text{ برای تمام } t \text{ و } c \text{ بین } 7 \text{ تا } 9$$

$$Q_{(c,t)} = \left( \frac{\tau_{cc} + 1}{\delta_{cc}} \right) h_{(c,t-1)} - B_{(c,t)} + \left( \frac{\delta'_{cc}}{\delta_{cc}} \right) P_{\alpha(c,t)} \quad (21) \text{ برای تمام } c \text{ و } t$$

$$\sum_{c=1}^6 Q_{(c,t)} = 0.00003858 R(t) Z \quad (22) \text{ برای تمام } t$$

$$Q_{(c,t)} = 0 \quad (23) \text{ برای تمام } t \text{ و } c \text{ بین } 7 \text{ تا } 9$$

رابطه (۱۴)، تابع هدف مدل این مسئله است و هدف از آن حداقل کردن مجموع هزینه است. در رابطه (۲۲)،  $Z$  جمعیت شهرک،  $R(t)$  مصرف سرانه آب در ماه  $t$  و عدد  $0.00003858$  ضریب تبدیل آحاد است. لازم به توضیح است که ضرایب  $\delta_{c\lambda}$  و  $\delta'_{c\lambda}$  برای یک واحد پمپاژ (۱۰ لیتر در ثانیه) محاسبه شده است. لذا در مدل فوق  $Q$  و  $P$  برحسب واحد پمپاژ تعریف می شود.

حل مدل فوق توسط نرم افزار GAMS، برنامه پمپاژ شامل محل و دبی پمپاژ در ماههای مختلف سال (جدول ۴)، سطح ایستابی برنامه ریزی شده (جدول ۵) و مقدار ضریب  $B$  (جدول ۶) را تعیین می کند.

#### ارزیابی مدل پیشنهادی

ارزیابی همه جانبه مدل پیشنهادی، مستلزم ارزیابی قاعده بهره برداری خطی (رابطه ۲۱) و روش

جدول ۴- برنامه پمپاژ تعیین شده توسط مدل برنامه ریزی (دبی پمپاژ برحسب لیتر در ثانیه)

سال/محاسباتی/ماه	فروردین	اردیبهشت	خرداد	تیر	مرداد	شهریور	مهر	آبان	آذر	دی	بهمن	اسفند
۲	۱۰/۴	۱۱/۵	۱۲/۹	۲۷	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰
۵	۷	۷/۸	۱۰/۳	۰	۲۵/۱	۲۱/۲	۱۹/۳	۱۴/۳	۱۱/۶	۷/۷	۷/۷	۱۵/۴

جدول ۵- ارتفاع سطح ایستایی برنامه ریزی شده، متر

سال/ماه	فروردین	اردیبهشت	خرداد	تیر	مرداد	شهریور	مهر	آبان	آذر	دی	بهمن	اسفند
۱	۰/۸۶	۰/۴۸	۱/۲۳	۰/۶۴	۱/۲۷	۲/۶۰	۳/۶۱	۵/۳۱	۳/۰۰	۱/۵۸	۱/۲۴	۱/۵۹
۲	۰/۳۱	-۰/۰۱	۰/۵۱	-۰/۴۹	۰/۹۱	۲/۱۰	۲/۹۴	۴/۳۷	۲/۴۲	۱/۲۶	۱/۰۰	۱/۲۸
۳	۰/۸۶	۰/۴۸	۱/۲۳	۰/۶۴	۱/۲۷	۲/۵۹	۳/۵۹	۵/۲۹	۳/۰۰	۱/۵۸	۱/۲۴	۱/۵۹
۴	۰/۶۱	۰/۴۲	۱/۰۳	۰/۵۵	۱/۰۰	۲/۰۳	۲/۷۹	۴/۱۴	۲/۱۳	۱/۰۶	۰/۸۷	۱/۱۹
۵	۰/۲۶	۰/۱۱	۰/۵۳	۰/۳۷	۰/۱۲	۱/۰۷	۱/۷۶	۳/۰۱	۱/۴۰	۰/۶۳	۰/۵۰	۰/۵۵
۶	۰/۶۱	۰/۴۱	۱/۰۲	۰/۵۵	۱/۰۰	۲/۰۲	۲/۷۸	۴/۱۲	۲/۱۳	۱/۰۶	۰/۸۷	۱/۱۹
۷	۰/۳۹	۰/۳۷	۰/۸۵	۰/۳۷	۰/۸۳	۱/۶۴	۲/۱۴	۳/۱۶	۱/۳۱	۰/۶۰	۰/۵۹	۰/۹۰
۸	۰/۳۰	۰/۳۰	۰/۷۰	۰/۳۰	۰/۶۶	۱/۳۴	۱/۷۶	۲/۶۳	۱/۰۶	۰/۴۸	۰/۷۳	۰/۷۳
۹	۰/۳۹	۰/۳۷	۰/۸۵	۰/۳۷	۰/۸۳	۱/۶۳	۲/۱۳	۳/۱۵	۱/۳۱	۰/۶۰	۰/۵۹	۰/۹۰

جدول ۶- مقدار ضریب  $B_{(A,t)}$ 

t/l	فروردین	اردیبهشت	خرداد	تیر	مرداد	شهریور	مهر	آبان	آذر	دی	بهمن	اسفند
۱	۱/۳	۱/۳	۲/۲	۱/۱	۲/۲	۴/۳	۵/۸	۸/۵	۴/۴	۲/۳	۱/۹	۲/۵
۲	۰	-۰/۱	۰/۶	-۲	۱/۷	۴	۵/۳	۷/۸	۳/۴	۱/۷	۱/۶	۲/۳
۳	۱/۳	۱/۳	۲/۲	۱/۱	۲/۲	۴/۳	۵/۸	۸/۵	۴/۴	۲/۳	۱/۹	۲/۵
۴	۱	۱/۱	۲/۱	۰/۹	۲/۱	۴	۵/۲	۷/۷	۳/۳	۱/۶	۱/۵	۲/۳
۵	۰	۰/۲	۰/۹	۰/۷	-۰/۵	۱/۵	۲/۸	۵/۶	۱/۴	۰/۴	۰/۵	۰/۵
۶	۱	۱/۱	۲/۱	۰/۹	۲/۱	۴	۵/۲	۷/۷	۳/۳	۱/۶	۱/۵	۲/۳
۷	۰/۸	۱	۲	۰/۸	۲	۳/۸	۴/۹	۷/۲	۲/۵	۱/۱	۱/۳	۲/۱
۸	۰/۷	۱	۲	۰/۷	۱/۹	۳/۷	۴/۷	۷	۲/۲	۱	۱/۲	۲
۹	۰/۸	۱	۲	۰/۸	۲	۳/۸	۴/۹	۷/۲	۲/۵	۱/۱	۱/۳	۲/۱

شبیه‌سازی جریان آب زیرزمینی برای محاسبه سطح ایستابی (روابط ۱۶ و ۱۷) است. بدین منظور روابط (۲۱) و (۱۶) و (۱۷) به‌طور هم‌زمان و با استفاده از مقادیر معلوم ضرایب B و داده‌های ۳۰ ساله بارش منطقه حل شده است. نتایج این شبیه‌سازی نشان می‌دهد که بیش از ۹۳ درصد اوقات (احتمال ۹۳ درصد) دبی قابل پمپاژ از مقادیر برنامه‌ریزی و تعهد شده آن (جدول ۴) بیشتر است. نتایج این شبیه‌سازی همچنین نشان می‌دهد که ارتفاع سطح ایستابی شبیه‌سازی شده در همه موارد (۱۰۰ درصد) از سطح ایستابی برنامه ریزی شده و نیز از حداقل سطح ایستابی مجاز بیشتر است (جدول ۷). این شبیه‌سازی که جهت ارزیابی قاعده بهره‌برداری از سفره (رابطه ۲۱) انجام شد، نشان داد که قاعده بهره‌برداری مورد نظر قادر به تأمین آب برنامه‌ریزی و تعهد شده در مدل برنامه‌ریزی است.

برای ارزیابی روش شبیه‌سازی معادله جریان آب زیرزمینی (روابط ۱۶) و (۱۷)، نتایج روش مزبور را باید با نتایج حاصل از روشی دقیق‌تر مانند روشهای عددی حل معادله دیفرانسیل جریان آب زیرزمینی مقایسه کرد. بدین منظور، سفره آب زیرزمینی با مشخصات داده شده در مسئله با استفاده از نرم‌افزار CSUFDM که مبتنی بر روش تفاضلهای محدود است، شبیه‌سازی شده است. داده‌های (ورودیها) این مدل بارش ماهیانه منطقه و دبی پمپاژ محاسبه شده توسط قاعده بهره‌برداری (رابطه ۲۱) است. خروجی این مدل را ارتفاع سطح ایستابی شبیه‌سازی شده در سلولهای مختلف سفره در طول ۳۰ سال تشکیل می‌دهد. بررسی این نتایج نشان می‌دهد که حداقل ارتفاع سطح ایستابی شبیه‌سازی شده از حداقل سطح ایستابی مجاز بیشتر است (جدول ۷ و شکل ۲). بدین ترتیب قابلیت بالای روش محاسبه سطح ایستابی بکار رفته در مدل پیشنهادی روشن می‌شود.

مقایسه ردیف "ب" با ردیف "الف" جدول ۷، نشان می‌دهد که ارتفاع سطح ایستابی برنامه‌ریزی شده در سلولهای ۱، ۳، ۴ و ۶ خیلی بیشتر از حداقل سطح ایستابی مجاز است. به عبارت دیگر از حجم سفره در این نقاط استفاده کامل نمی‌شود. علت این امر، محدودیت حداقل سطح ایستابی در سلولهای ۷، ۸ و ۹ و کوچک بودن سیستم سفره در مسئله نمونه است به طوری که سطح ایستابی در سلولهای مزبور به علت نزدیکی با دیگر سلولها، به میزان زیادی تحت تأثیر پمپاژ از سلولهای دیگر است. با بزرگتر شدن وسعت سفره و نیز با کاهش ضریب قابلیت انتقال سفره، پدیده مزبور تعدیل

جدول ۷- نتایج ارزیابی مدل پیشنهادی

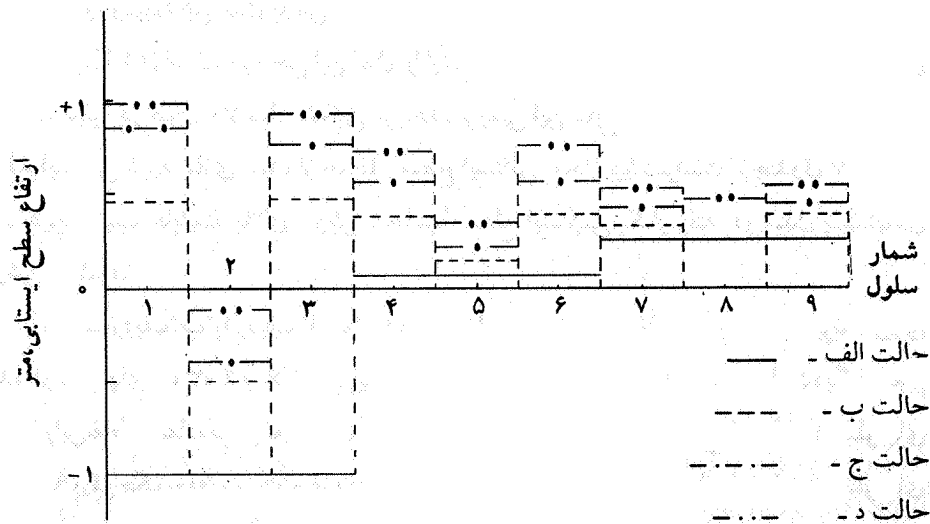
سلول	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹
الف	-۱	-۱	-۱	۰/۱	۰/۱	۰/۱	۰/۳	۰/۳	۰/۳
ب	۰/۴۸	-۰/۴۹	۰/۴۸	۰/۴۲	۰/۱۱	۰/۴۱	۰/۳۷	۰/۳	۰/۳۷
ج	۰/۸۵	-۰/۴۶	۰/۷۸	۰/۶۱	۰/۲۴	۰/۶۱	۰/۳۹	۰/۳	۰/۳۸
د	۰/۹۸	-۰/۱۱	۰/۹۱	۰/۷۵	۰/۳۶	۰/۷۹	۰/۴۷	۰/۴۳	۰/۴۸

الف - حداقل ارتفاع سطح ایستایی مجاز، متر

ب - ارتفاع سطح ایستایی برنامه‌ریزی شده (توسط مدل پیشنهادی)، متر

ج - حداقل ارتفاع سطح ایستایی شبیه‌سازی شده توسط مدل پیشنهادی، متر

د - حداقل ارتفاع سطح ایستایی شبیه‌سازی شده توسط مدل تفاضلی، محدوده CSUFDM، متر



شکل ۲- نتایج ارزیابی مدل پیشنهادی

می‌شود. مقایسه ردیف‌های "ج" و "د" با ردیف "ب"، نشان می‌دهد که ارتفاع سطح ایستابی شبیه‌سازی شده (به طور نسبی) خیلی بیشتر از ارتفاع سطح ایستابی برنامه‌ریزی شده است. علت این امر، محافظه کار بودن روش قاعده خطی تصمیم است که در این مدل بکار رفته است. علت محافظه کار بودن روش قاعده خطی تصمیم این است که این روش براساس شرایط بحرانی (احتمال  $\alpha$  در رابطه (۶)) برنامه‌ریزی می‌کند.

### نتیجه‌گیری

در این مقاله، مدلی بهینه‌سازی استوکستیک با پارامتر پخش به عنوان وسیله‌ای جهت برنامه‌ریزی و مدیریت بهره‌برداری بهینه از منابع آبهای زیرزمینی پیشنهاد شده است. مدل مزبور برای شبیه‌سازی جریان آب زیرزمینی و محاسبه سطح ایستابی، روش کرنل گسسته را بکار می‌گیرد. لازم به تأکید است که این روش در شرایطی از نظر دقت قابل کاربرد است که فرض خطی بودن عکس‌العمل سیستم سفره آب زیرزمینی صادق باشد. این فرض در مورد اکثر سفره‌های آب زیرزمینی آزاد که تغییرات سطح ایستابی در مقایسه با ضخامت سفره نسبتاً کم است، قابل توجیه است. شبیه‌سازی نتایج حل مدل برای یک مسئله نمونه نیمه واقعی نشان داد که مدل پیشنهادی می‌تواند به عنوان وسیله مناسبی جهت برنامه‌ریزی و بهره‌برداری بهینه از منابع آبهای زیرزمینی در فضای مواجه با عدم قطعیت مطرح باشد. حل این مدل بهینه‌سازی با توجه به خطی بودن تابع هدف و قيود مدل و نیز وجود نرم‌افزارهای قوی بهینه‌سازی آسان و سریع است.

## مراجع

1. Pickett, T.A. and Loungquist, C.G., " Selected Digital Computer Techniques for Groundwater Resources Evaluation, " Bulletin 55, Illinois State Water Survey, 1971.
2. Trescott, P.C., " Documentation of Finite Difference Model for Simulation 3-Dimensional Groundwater flow, " *Open File Report 75-138*, USGS, 1975.
3. Young, R.A. and Bredenhoef, J.D., " Digital Computer Simulation for Solving Management Problems of Conjunctive Groundwater and Surface Water Systems, " *Water Resources Research*, Vol. 8, No. 3, 1972.
4. Pinder, G.F. and Gray, W.G., *Finite Element Simulation in Surface and Subsurface Hydrology*, Academic Press, NY, 1977.
5. Illangasekare, T.H. and Morel-Seytoux, H.J., "Stream-Aquifer Influence Coefficients as Tools for Simulation and Management, " *Water Resources Research*, Vol. 18, No. 1, 1982.
6. Illangasekare, T.H. et al., " A Technique of Reinitialization for Efficient Simulation of Large Aquifers Using the Discrete Kernel Approach, " *Water Resources Research*, Vol. 20, No. 11, 1984.
7. Buras, N., "Conjunctive Operation of Dams and Aquifers, " *Journal of Hydraulic Division*, ASCE, Vol. 89, Hy6, pp. 111-131, 1963.
8. Burt, O.R., " Temporal Allocation of Groundwater, " *Water Resources Research*, Vol. 3, No. 1, pp. 45-56 ,1967.



9. Colarullo, S.J., Heidari, M. and Maddock, T., III, " Identification of an Optimal Groundwater Management Strategy in a Contaminated Aquifer," *Water Resources Bulletin*, AWRA, Vol. 20, No. 5, pp. 747-760, 1984.
10. Domenico, P.A., Anderson, D.V. and Case, C.M., "Optimal Groundwater Mining," *Water Resources Research*, Vol. 4, No. 2, pp. 247-255, 1968.
11. Nieswand, G.H. and Granstrom, M.L., "A Chance-Constrained Approach to the Conjunctive Use of Surface Water and Groundwater," *Water Resources Research*, Vol. 7, No. 6, 1971.
12. Gorelick, S.M., " A Model for Managing Sources of Groundwater Pollution," *Water Resources Research*, Vol. 18, No. 4, 1982.
13. Gorelick, S.M. and Remson, I., " Optimal Dynamic Management of Groundwater Pollution Sources," *Water Resources Research*, Vol. 18, No. 1, 1982.
14. Heidari, M., " Application of Linear System Theory and Linear Programming to Groundwater Management in Kansas," *Water Resources Bulletin*, AWRA, Vol. 18, No. 6, 1982.
15. Maddock, T., III, " Algebraic Technological Function for a Simulation Model," *Water Resources Research*, Vol. 8, No. 1, 1972.
16. Morel-Seytoux, H.J., " Development of a Stream-Aquifer Model Suited for Management," *Report No. 87*, Colo. State Univ., Fort Collins, 1978.
17. Willis, R., " Optimal Groundwater Resources Management Using the Response Equation Method," *Finite Elements in Water Resources*, Gray and Pinder, Eds., Pentech Press, London, 1977.
18. Gorelick, S.M., " A Review of Distributed Parameter Groundwater

- Management Methods, " *Water Resources Research*, Vol. 19, No. 2, 1983.
19. Dettinger, M.D. and Wilson, J.L., " First Order Analysis of Uncertainty in Numerical Models of Groundwater Flow, Part 1- Mathematical Development," *Water Resources Research*, Vol. 17, No. 1, 1981.
  20. Freeze, R.A., " A Stochastic Conceptual Analysis of One - Dimensional Groundwater Flow in Nonuniform Homogeneous Media, " *Water Resources Research*, Vol. 11, No. 5, 1978, pp. 725-741.
  21. Gelher, L.W., " Stochastic Analysis of Phreatic Aquifers, " *Water Resources Research*, Vol. 10, No. 3, pp. 539-545, 1974.
  22. Mizell, S.A. et al , " Stochastic Analysis of Spatial Variability in Two-Dimensional Steady Groundwater Flow Assuming Stationary and Non-Stationary Heads," *Water Resources Research*, Vol. 18, No. 4, 1982.
  23. Flores, E.Z., Gutjahr, A.L. and Gelhar, L.W., " A Stochastic Model of the Operation of a Stream - Aquifer System, " *Water Resources Research*, Vol. 14, No.1, pp. 30-38, 1978.
  24. Maddock, T., III, " The Operation of Stream-Aquifer System Under Stochastic Demand, " *Water Resources Research*, Vol. 10, No. 1, 1974.
  25. Tung, Y.K., " Groundwater Management by Chance - Constrained Models, " *Journal of Water Resources Planning and Management*, ASCE. Vol. 112, No. 1, 1986
  26. Morel-Seytoux, H.J. and Daly C.J, " A Discrete Kernel Generator for Stream-Aquifers Studies, " *Water Resources Research*, Vol. 11, No. 2, 1975.
  27. Peters, G.C. and Morel-Seytoux H.J, *Users Manual for DELPETA FORTRAN IV Discrete Kernel for Stream-Aquifer Studies*, HYDROWAR

Prog. Rep. CER78-79GCP-HJM17, 321 pp., Eng.Res. Ctr., Colo.State Univ., Fort Collins, 1977.

28. Illangasekare, T.H. and Morel-Seytoux H.H., "A Finite Element Discrete Kernel Generator for Efficient Groundwater Management", in *Proceedings of the Second International Conference on Finite Elements in Water Resources* held at Imperial College, London, July 10-14 1978, pp. 1. 195-1. 212 Pentech, London, 1978.
29. Loucks, D.P. , " Some Comments on Linear Decision Rules and Chance-Constraints, " *Water Resources Research*, vol. 6, No. 2, 1970.
30. Brooke, A. et al , *GAMS, A User's Guide*, The Scientific Press, CA., 1988.