بررسی عددی ساختار جریان چگالی در یک کانال دو بعدی

بهار فیروزآبادی*، بیژن فرهانیه** و منوچهر راد**

دانشکدهٔ مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف

(دریافت مقاله: ۱۳۷۷/۷/۲۰ - دریافت نسخهٔنهایی: ۱۳۷۸/۷/۲۶)

چکیده - در این مقاله حرکت جریان چگالی محلول آب - نمک در زیر آب شیرین و روی سطح شیبدار، به صورت عددی بررسی شده است. معادله‌های بقای جرم، اندازهٔ حرکت برای مؤلفه‌های سرعت از نوع تراکم ناپذیر، و معادلهٔ غلظت در دو حالت لایه ای و مغشوش در جهات کارتزین ثابت روی شبکهٔ متمرکز به طور همزمان به روش حجم کنترل و همبستگی فشار-سرعت (سیمپل سی) حل شده است. محلول آب - نمک با سرعت و غلظت خاص از دریچه‌ای وارد محیط سیال ساکن شده و در روی شیب کف پیشروی می‌کند. در پیشانی این جریان گردابه‌ای تشکیل شده که در ضمن پیشروی رشد می‌کند. مقایسهٔ ارتفاع جریان چگالی اندازه‌گیری شده در آزمایشگاه و ارتفاع محاسبه شده، تطابق خوبی را نشان می‌دهد. همچنین سرعت پیشروی محلول آب - نمک در آب ساکن با نتایج آزمایشگاهی تطابق دارد. در این مقاله برای مدل کردن تنشهای رینولدز در معادله‌های متوسط گیری شدهٔ جریان مغشوش، از مدل اصلاحی $k-\varepsilon$ استفاده شده است. نتایج حل مغشوش جریان چگالی نیز با نتایج تجربی مقایسه شده است. به کمک حل معادله‌ها، اثرات شیب کف، تغییر دبی و غلظت ورودی به صورت اعداد بدون بعد ریچاردسون (و یا عدد فرود چگالی) و عدد رینولدز در ساختار جریان بررسی شده است. نتایج نشان می‌دهد که با حل معادله‌ها می‌توان توزیع غلظت و سرعت جریان را به دست آورد که در درک پدیده‌های فیزیکی حاکم بر این جریان می‌تواند بسیار مؤثر باشد.

Numerical Investigation of the Structure of Density Currents in a two Dimensional Channel

B. Firoozabadi, B. Farhanieh and M. Rad

Department of Mechanical Engineering, Sharif University of Technology

ABSTRACT- *Motion of salt-water density currents released on sloping bed and under still bodies of fresh water are numerically investigated. The laminar, turbulent equations of mass, momentum and diffusion are solved at the same time in the fixed Cartesian directions on a non-staggered grid using finite volume scheme. The velocity-pressure coupling is handled by SIMPLEC method. The modified* $k-\varepsilon$ *model is used to account for the influence of the Reynolds stresses in the timed-averaged momentum equations in turbulent*

---

*- دانشجوی دکترا **- دانشیار

فهرست علائم

C	غلظت $C=(\rho-\rho_w)/(\rho_s-\rho_w)$	$p_\circ$	فشار سطح آزاد	y	سرعت در جهت عمود بر جریان
C_μ, C_2, C_1	ثابتهای معادله‌های k-ε	P_k	نرخ تولید انرژی جنبشی اغتشاش	ε	نرخ اتلاف انرژی اغتشاش
Fr	عدد فرود چگالی $Fr=u/\sqrt{g'h\cos\theta}$	R_e	عدد رینولدز $Re=uh/\nu$	λ	ضریب نفوذ مولکولی
g	شتاب ثقل	Ri	عدد ریچاردسون $Ri=g'h\cos\theta/u^2$	ν	لزجت سینماتیکی
g′	شتاب ثقل کاهش یافته $g'=g(\rho-\rho_w)/\rho_w$	Sc	عدد اشمیت اغتشاش	ν_t	لزجت گردابه‌ای
H	ارتفاع آب ساکن	U_i	مؤلفه‌های سرعت	ρ	چگالی شاره چگال
h	ارتفاع شاره چگال	u	سرعت در جهت محور x	ρ_w	چگالی آب
k	انرژی جنبشی اغتشاش	v	سرعت در جهت محور x	ρ_s	چگالی نمک
p	فشار	x	سرعت در جهت جریان	θ	شیب کف
				σ_ε و σ_k	ثابتهای معادلهٔ k-ε

flow. Salt solution with uniform velocity and concentration is released through a sluice gate into a lighter ambient fluid and moves forward downslope. At the front of this flow, a vortex forms and grows while moving downstream. Comparison of the computed height of density current with the exprimental data shows a good agreement between them. In this paper, the effects of variation of concentration and flow rates in the form of Richardson or densimetric Frude and Reynolds numbers are investigated for different slopes. Concentration and velocity profiles are obtained and show a complex flow pattern which provide a physical understanding of governing phenomena.

۱- مقدمه

سیال طبقه‌ای به دلیل اختلاف دما، مواد محلول و یا ذرات نامحلول در سیال به وجود آمده و باعث ایجاد گرادیان چگالی نسبت به عمق می‌شود. گرادیان چگالی افقی نیروی رانش ایجاد می‌کند و سیال سنگینتر را به حرکت در می‌آورد. چنین جریانهایی در مصب رودخانه‌ها، مخازن سدها، کف دریاها و اقیانوسها و یا در اتمسفر دیده می‌شوند. این جریانها که جریانهای ثقلی و یا چگالی نامیده می‌شوند، می‌توانند رسوبگذار و یا شویندهٔ بستر در کف دریا و مخازن باشند. رسوب مواد ریز در مخازن سدها و یا سواحل کم عمق علاوه بر اینکه تبعات اقتصادی سوء چون کاهش حجم مخزن دارد، اکولوژی محیط را نیز برهم زده و باعث تخریب محیط زندگی ماهیان و پلانکتونهای کف دریاها و رودخانه‌ها می شود. از یک‌طرف لایروبی این گونه محیطها گران بوده و از طرف دیگر به دلیل آلودگی محیط زیست، انتقال مواد لایروبی شده مسئله ساز است.

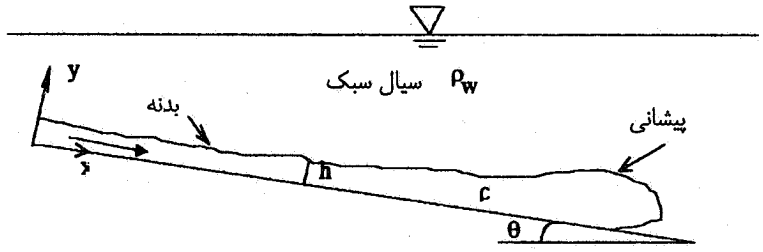
حرکت سیال طبقه‌ای در مقایسه با سیال همگن از ویژگیهای خاصی برخوردار است. این ویژگی قویا به شکل گرادیان چگالی بستگی دارد. به طوری که حرکت سیال طبقه‌ای می‌تواند باعث ایجاد امواج داخلی، ناپایداری و اغتشاش زود هنگام شده و یا تحت شرایطی سبب پایداری شود. در حالت سیال دو لایه، اگر اختلاف چگالی و فصل مشترک دور از مرزها باشد، پیوسته در فصل مشترک برش ایجاد شده و تولید اغتشاش در محدودهٔ فصل مشترک صورت می‌گیرد. اگر همین سیال روی شیب تند حرکت کند، در ناحیه نزدیک جدار نیز اغتشاش شدیدی ایجاد می‌شود. در حالت دیگر اگر سیال زیرین سنگینتر از سیال رویی باشد و روی مرز افقی و یا سطح شیبدار با شیب کم حرکت کند، این حالت بسیار پایدار است. اگر لایه زیرین چگالی بیشتر داشته و گرادیان آن به سمت مرز افزایش یابد، پایداری نسبت به سیال هموژن بیشتر است. همچنین گرادیان چگالی می‌تواند سیال ساکن را از حالت تعادل خارج و یا هر نوع اغتشاشی را در آن به امواج مختلف تبدیل کند. از طرف دیگر اختلاف چگالی می‌تواند منجر به ایجاد نیروی رانش شده و سیال سنگینتر را روی سطح افقی و یا شیبدار در زیر سیال سبکتر به حرکت در آورد.

در طبیعت هر گاه اختلاف چگالی عمودی بین قسمتهای سیال به وجود آید، جریان چگالی اتفاق می‌افتد. به محض ایجاد این

اختلاف، لایه‌ها بدون اختلاط داخلی شروع به حرکت کرده و لایه چگالتر نزدیک به کف حرکت می‌کند [۱]. جریانهای ثقلی ممکن است در ناحیه مرز کف[۱] و یا بالای سطح[۲] و یا در ناحیه میانی[۳] سیال ساکن داخل شوند. سیالات معمولاً قابل امتزاج بوده و اختلاط آنها رل مهمی در دینامیک جریان بازی می‌کند. این جریانها در وضعیتهای مختلف طبیعت ایجاد می‌شوند و یا ممکن است ساخته دست بشر باشند. در اتمسفر، رعد و برق و نسیم دریا جریانهای ثقلی، هوای متراکم و نسبتاً سرد هستند. بهمن که ذرات برف حاوی هواست از دیگر جریانهای ثقلی است که در طبیعت به وقوع می‌پیوندد. همچنین گدازه‌های ناشی از مواد مذاب که در فوران آتشفشانها جاری می‌شوند، جریان ثقلی یا چگالی است. حرکت گاز در داخل یک معدن از موارد دیگری است که می‌توان به آن اشاره کرد[۲]. در اقیانوسها جریانهای ثقلی به صورت جریانهای گل آلودند[۴] که در آنها اختلاف چگالی از گل و لای معلق ایجاد شده و نیروی رانش به وجود می‌آید [۳]. همچنین خطوط حاوی کف در سطح اقیانوس نشان دهندهٔ زبانهٔ یک جریان ثقلی است که متناوباً توسط فرایند جذر و مد آورده می‌شود. این امر همچنین ممکن است بررفتار جریان ثقلی اثر گذارده به طوری که زبانهٔ رودخانه در سطح و زبانهٔ آب شور در کف مصب ایجاد شود [۴]. در کف اقیانوسها حرکت گل و لای از جریانهای ثقلی است که وقوع آن قطعی شده است. در حرکت رودخانه‌ها به سمت مخازن سد، جریان چگالی گل آلود ایجاد می‌شود. در این جریان ذرات درشت تر در ناحیه دلتا سقوط کرده و جریان حاوی ذرات ریز به راه خود ادامه می‌دهند. لذا جریان چگالی از مواد رسوبی بسیار ریز تشکیل شده که غلظتی حدود $1-3 kg/m^3$ دارند. به محض ورود سیلاب به مخزن سد یا دریاچه و یا دریا جریان چگالی حرکت خود را شروع می‌کند. اگر شیب کف زیاد باشد (بالاتر از ۰/۰۰۱) جریان حرکت خود را ادامه داده و گاهی به ساختمان سد می‌رسد. در این حالت، جریان چگالی می‌تواند از طریق دریچه‌های تحتانی تخلیه شود.

جریان چگالی تاکنون به روشهای گوناگونی بررسی شده است. دینامیک پیشانی و یا دماغه جریان چگالی که در زیر سیال ساکن و عمیقی حرکت می‌کند، اولین بار توسط فون کارمن [۴] و به کمک معادلهٔ برنولی تجزیه و تحلیل شد و کمی بعد بنجامین [۵] آن را اصلاح کرد. ترنر [۶] نیز عمده جریانهای متأثر از چگالی را در کتاب خود ذکر کرده است. وی برای بررسی از حل تحلیلی سود جسته و علاوه براستفاده از روشهای معمول در کانالهای باز، از روشهای معمول در مکانیک سیالات و حل جریان لایه ای نیز استفاده کرده است.

پاره‌ای از محققان به حل عددی معادله‌ها اهتمام ورزیده‌اند. این حلها به دو گونه دیفرانسیلی و انتگرالی بوده است. حل انتگرالی جریان چگالی عمدتاً توسط آکیاما و دیگران [۷-۹] در حالتهای مختلف و برای جریان حاوی ذرات انجام شده است. این پژوهشگران توانسته‌اند معادله‌های جریان حاوی ذرات را با فرض توزیع سرعت جت در حالت مغشوش حل کنند. برای حل انتگرالی معادله‌های آکیاما آنها را از روی مرز کف تا لبهٔ فصل مشترک انتگرال گرفته و ضخامت رسوب را ۵٪ ارتفاع جریان چگالی فرض کرده است. بدین ترتیب با دانستن شرایط مرزی در کف و فرض پاره‌ای از شرایط در فصل مشترک توانسته است عمق، فلاکس شناوری[۵]، عدد ریچاردسون و سرعت متوسط بدون بعد جریان چگالی را در جهت جریان محاسبه کند. اگرچه نتایج حاصل از حل انتگرالی وی با نتایج تجربی مقایسه نشده، اما نشان داده شده که عدد ریچاردسون کلی در جهت جریان پس از طول کوتاهی از ابتدای کانال به مقدار ثابتی می‌رسد. این نتایج، با فرض ترنر [۶] که معادله‌ها را در حالت تثبیت شده (عدم تغییر عدد ریچاردسون در جهت جریان) حل کرده است، همخوانی دارد. حل دیفرانسیلی معادله‌های جریان چگالی در حالتهای خاصی انجام شده است. بونه کاز و دیگران [۱۰] معادله‌های جریان چگالی حاوی ذرات را به صورت معادله‌های آبهای کم عمق[۶] در دو حالت و به صورت غیر ماندگار و جریان یک بعدی و با فرض سرعت و غلظت یکنواخت در هر مقطع و روی سطح مسطح حل کرده‌اند. این حل در دو حالت جریان یک لایه (حالتی که ارتفاع جریان چگالی در مقایسه با آب صاف محیط قابل مقایسه نبوده و بسیار کمتر از آن است) و حالت دو لایه انجام شده است. در حل این معادله‌ها از فرضهایی چون عدم تداخل آب محیط و کوچک بودن اثرات لزجت استفاده شده است. بونه کاز معادله‌ها را به روش لاکس-وندراف دو مرحله‌ای [۱۰] حل کرده و نتایج حاصله با نتایج تجربی تطابق خوبی از نظر و شکل پیشانی جریان چگالی دارد. همچنین پارکر و دیگران [۱۱] سه معادلهٔ بقای جرم، بقای ذرات و بقای اندازه حرکت را با معادلهٔ ورود مواد از کف جمع کرده و چهار معادله را در حالت دو بعدی و به صورت عددی حل کرده‌اند. استیسی



شکل ۱- شمایی از جریان چگالی

و بوئن [۱۲] نیز معادله‌های جریان حاوی ذرات را در حالت غیر دائم، مغشوش و یک بعدی با حذف عبارتهای اینرسی حل کرده و اثر سقوط ذرات را در توزیع سرعت و میزان تداخل در فصل مشترک به‌دست آورده‌اند. استرکا و اندرسون [۱۳] روشهای متعددی که برای حل جریان چگالی مغشوش وجود دارد را مقایسه کرده‌اند. آنها این روشها را در مرکز بین المللی ابر رایانه‌ها تحت شرایط یکسان به محک زده‌اند. اگرچه این مقاله توانسته است نقاط قوت و ضعف روشهای مختلف حل جریان چگالی غیر دائم را نشان دهد، اما در حل معادله‌های جریان چگالی ناشی از مواد محلول کاربردی ندارد.

در این مقاله معادله‌های حاکم بر جریان چگالی محلول آب-نمک در دو حالت لایه‌ای و مغشوش، دو بعدی و بدون فرض خاصی برای ساده سازی معادله‌ها، با استفاده از روش سیمپل سی[۷] حل شده است. برای اطمینان از نتایج، علاوه بر محک برنامه رایانه‌ای در جریان حفره[۸]، با نتایج آزمایشگاهی جریان چگالی آب - نمک نیز مقایسه شده است.

۲- معادله‌های حاکم

شکل (۱) شماتیک جریان چگالی را نشان می‌دهد. غلظت محلول آب - نمک چنان کم است که می‌توان تقریب بوزینسک[۹] را به کار برد. معادله‌های جریان لایه‌ای با استفاده از این تقریب، به صورت زیر است

$$\frac{\partial U_i}{\partial x_i} = 0 \qquad (۱)$$

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} + U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} = -(1/\rho)\frac{\partial P}{\partial x_i} + g_i' + \frac{\partial}{\partial x_j}(\nu \frac{\partial U_i}{\partial x_j}) \qquad (۲)$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} + U_j \frac{\partial C}{\partial x_j} = \varepsilon \nabla^2 C \qquad (۳)$$

این معادله‌ها به ترتیب بقای جرم، اندازهٔ حرکت و غلظت‌اند. در این معادله‌ها جملهٔ فشار چنین تعریف می‌شود

$$\frac{P}{\rho_w} = \frac{P_0}{\rho_w} + g'(H - h) + \rho g(H - y)/\rho_w \qquad (۴)$$

جریان چگالی در حرکت خود به دلیل ایجاد درون آمیختگی[۱۰] در فصل مشترک، سیال ساکن بالای خود را به داخل کشیده و این اختلاط علاوه بر ایجاد گرادیان چگالی باعث تغییر ارتفاع نیز می‌شود. جملهٔ فشار در این معادله‌ها نیز به دلیل همین تغییر ارتفاع و چگالی در عمق ظاهر شده و لذا باعث می‌شود که حتی در حضور سطح آزاد نیز نتوان گرادیان آن را از معادله‌ها حذف کرد. چنانکه دیده می‌شود این معادله‌ها برای حالت تراکم‌ناپذیر بوده و برای حل آنها باید از روشهای نیمه ضمنی و یا تراکم پذیری مجازی که مخصوص حل معادله‌ها تراکم‌ناپذیر است، استفاده کرد.

در جریان مغشوش، علاوه بر معادله‌های بقای جرم و اندازهٔ حرکت، معادله‌های انرژی جنبشی اغتشاش و نرخ اتلاف انرژی اغتشاش به همراه معادلهٔ غلظت و همزمان حل می‌شوند

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} + U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} = -(1/\rho)\frac{\partial P}{\partial x_i} + g_i' + \frac{\partial}{\partial x_j}(\nu + \nu_t \frac{\partial U_i}{\partial x_j}) \qquad (۵)$$

$$\frac{\partial k}{\partial t} + U_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j}((\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k})\frac{\partial k}{\partial x_j}) + P_k - \varepsilon \qquad (۶)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + U_j \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j}((\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon})\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j}) + C_1 \frac{\varepsilon}{k} P_k - C_2 \varepsilon^2/k \qquad (۷)$$

معادله‌های (۵)، (۶) و (۷) به ترتیب عبارت اند از اندازهٔ حرکت، انرژی جنبشی و نرخ اتلاف انرژی. عبارت آخر معادلهٔ (۵) براثر مدل کردن تنشهای رینولدز ظاهر شده است. در این حالت لزجت

گردابه‌ای به صورت $\nu_t = C_\mu k^2/\varepsilon$ ارزیابی می‌شود. جملهٔ P_k در معادله‌های بالا که ناشی از گرادیانهای سرعت است به صورت زیر تعریف می‌شود

$$p_k = \nu_t \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i}\right) \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \qquad (۸)$$

مقادیر ثابتهای بالا چنین فرض شده‌اند [۱۴]

C_μ	C_1	C_2	σ_k	σ_ε
۰/۰۹	۱/۴۴	۱/۹۲	۱/۰	۱/۳

به دلیل ضعف مدل k-ε برای پیش بینی ناحیه نزدیک جدار در این مقاله طبق مدلهای اغتشاش با اعداد رینولدز پایین [۱۵]، ثابتهای ذکر شده در جدول بالا به صورت زیر اصلاح شده‌اند

$$f_\mu = \exp\left(-3/5/\left(1 + \frac{R_t}{50}\right)^2\right) \qquad (۹)$$

$$f_2 = 1 - 0/3 \exp\left(-R_t\right)^2 \qquad (۱۰)$$

که

$$R_t = \frac{k^2}{\varepsilon\nu} \qquad (۱۱)$$

و لذا:

$$C_\mu = C_\mu \times f_\mu,\ C_2 = C_2 \times f_2$$

معادلهٔ غلظت در حالت جریان مغشوش به صورت زیر تعریف می‌شود

$$U_j \frac{\partial C}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\lambda + \varepsilon_s \frac{\partial C}{\partial x_j}\right) \qquad (۱۲)$$

ضریب نفوذ اغتشاش را می‌توان برحسب عدد اشمیت اغتشاش چنین نوشت

$$\varepsilon_s = \frac{\nu_t}{S_c} \qquad (۱۳)$$

مشابه عدد پرانتل اغتشاش، عدد اشمیت اغتشاش نیز که ناشی از تأثیرات شناوری است در اینجا مقدار واحد فرض می‌شود [۱۴].

۳- شرایط مرزی

شرایط مرزی در ورود معلوم است. محلول آب - نمک با غلظت و سرعت یکنواخت از دریچه‌ای به ارتفاع H۰۱ و در زیر آب ساکن وارد می‌شود. دبی ورودی، سرعت و غلظت اولیه در جدول(۲) داده شده است. در مرز کف به دلیل حرکت سیال روی جدار سرعتها صفر بوده، اما تغییرات غلظت ثابت فرض می‌شود. در انتهای کانال جریان کاملاً توسعه یافته فرض شده است. به علت ارتفاع زیاد آب محیط، مرز بالا به صورت تقارن در نظر گرفته شده است.

۴- روش حل

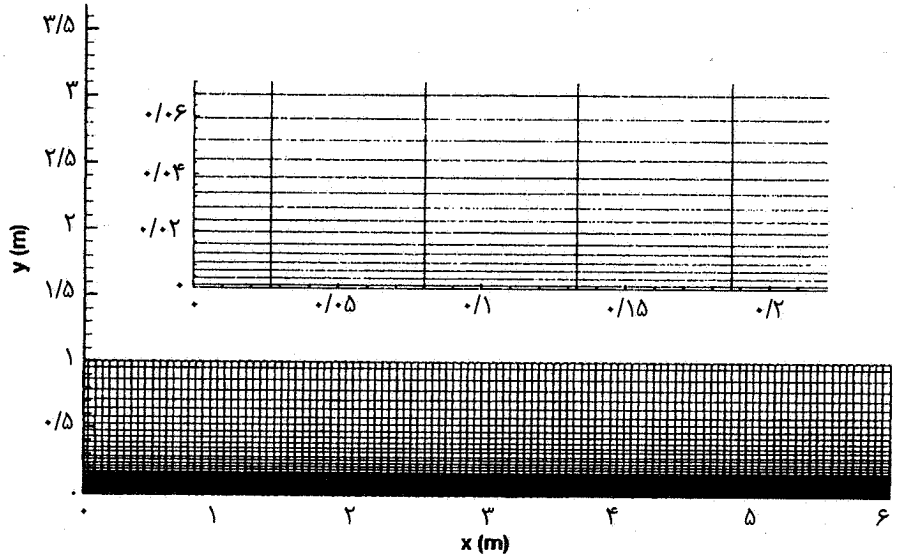
در این مقاله برای حل معادله‌ها از روش محور مختصات منطبق بر مرزها استفاده شده است. برای به دست آوردن مؤلفه‌های سرعت U_i و غلظت، معادله‌های اندازهٔ حرکت و انتشار در دستگاه مختصات کارتزینی در یک شبکهٔ متمرکز[11] حل می‌شوند. این بدین معناست که تمام متغیرها در مرکز حجم کنترل ذخیره شده‌اند. مؤلفه‌های سرعت روی وجوه حجم کنترل، توسط روش میانیابی ری و چاو گسسته [۱۶] محاسبه می‌شوند و سپس توسط روش سیمپل سی[۱۷] همبستگی فشار - سرعت مدل می‌شود. فلاکسهای جابه‌جایی با روش هیبرید[12] [۱۶] گسسته شده است. برای حل معادله‌های جبری از الگوریتم ماتریس سه قطری[13] استفاده شده است. اطلاعات و جزئیات بیشتر را می‌توان در مرجع فرهانیه و ساندن [۱۸] دید.

حل معادله‌های گسسته به روش تکرار بوده و هرگاه جمع مطلق خطاها نسبت به فلاکسها ورودی برای تمام متغیرها از مرتبهٔ 10^{-4} باشد، محاسبات در یک گام زمانی خاتمه می‌یابد. برای دستیابی به همگرایی، در روش تکرار از ضریب مادون رهایی[14] مساوی ۰/۵ برای کلیه متغیرها استفاده شده است. در گامهای زمانی اولیه حدوداً ۳۰۰۰ تا ۵۰۰۰ تکرار بسته به سرعت و شیب، برای دستیابی به همگرایی میدانهای سرعت لازم است. میدان غلظت اگرچه به صورت تکرار حل می‌شود، اما بسیار سریعتر همگرا می‌شود.

به دلیل پیشروی جبهه و یا پیشانی جریان، نقاط شبکه در جهت جریان یکنواخت انتخاب شده، اما در جهت عمود بر آن شبکه غیریکنواخت که در نزدیک مرز کف تراکم بیشتری دارد انتخاب شده است. برای تولید شبکه در این جهت از قاعدهٔ توانی استفاده

جدول ۱- تأثیر تعداد شبکه بر پیشروی جریان چگالی

تعداد شبکه	عدد رینولدز ورودی	موقعیت پیشانی در جهت x سانتیمتر در زمان ۳۰۰ ثانیه	موقعیت پیشانی در جهت y سانتیمتر در زمان ۳۰۰ ثانیه
۴۲×۱۷۲	۲۵۷/۰۸	۱۳۰/۴	۳۱/۴
۴۲×۱۵۲	۲۵۷/۰۸	۱۲۷/۲	۳۲/۶
۴۲×۱۳۲	۲۵۷/۰۸	۱۲۴/۳	۳۳/۶
۳۲×۱۳۲	۲۵۷/۰۸	۱۴۳/۵	۳۲/۵

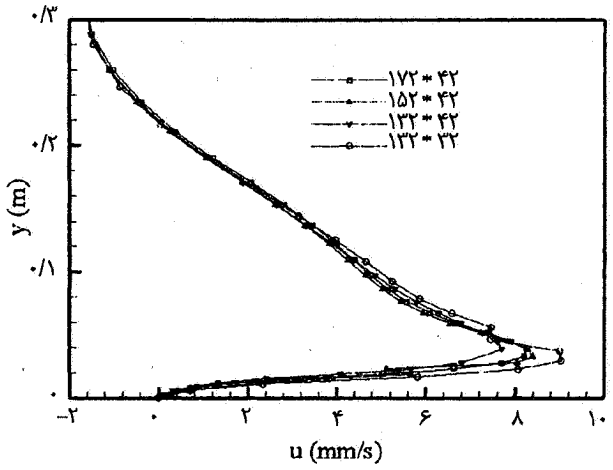


شکل ۲- شبکهٔ محاسباتی

شده‌است. یک گره در مرکز هر حجم کنترل قرار گرفته، اما حجم کنترلهای مجاور مرزها حاوی دو گره‌اند. شکل (۲) نشان دهندهٔ شبکهٔ محاسباتی استفاده شده است. به دلیل عدم دسترسی به نتایج تجربی در این حالت خاص، علاوه بر محک برنامهٔ رایانه‌ای با جریان روی حفره، تأثیر تعداد شبکه روی نتایج نیز محاسبه شده است. در این آزمایش تأثیر ابعاد شبکه در یک عدد رینولدز ورودی به دست آمده و نتایج در جدول (۱) خلاصه شده است. از این جدول دیده می‌شود که پیشروی جبههٔ جریان با توجه به طول هر سلول شبکه تقریباً یکسان است. معیار دیگری که برای صحت اندازهٔ شبکه در این محاسبات دیده می‌شود، نسبت طول به عرض هر سلول است. این نسبت در میزان همگرایی نیز تأثیر بسزایی دارد، به طوری که جمع مطلق خطای معادلهٔ اندازهٔ حرکت در جهت عمود نسبت به فلاکس ورودی در شبکه ۳۲×۱۳۲ در تعداد تکرار یکسان از سایر اندازه‌های ذکر شده در جدول بزرگتر است. توزیع سرعت در محل گرداب در تعداد شبکه‌های مختلف در شکل (۳) رسم شده است. از این شکل نیز دیده می‌شود که سرعت در محل گرداب تطابق بسیار خوبی را با یکدیگر داراست.

۵- نتایج

در ابتدا برای اثبات صحت عملکرد برنامهٔ رایانه‌ای، نتایج جریان درون یک حفره با نتایج تجربی مقایسه شده است. حفره به صورت مربعی به ضلع واحد در نظر گرفته شده و عدد رینولدز ورودی ($Re = UL/\nu$) نیز برابر ۱۰۰ فرض شده و لذا به دلیل پایین بودن عدد رینولدز، اثرات آشفتگی قابل اغماض بوده و جریان آرام در نظر



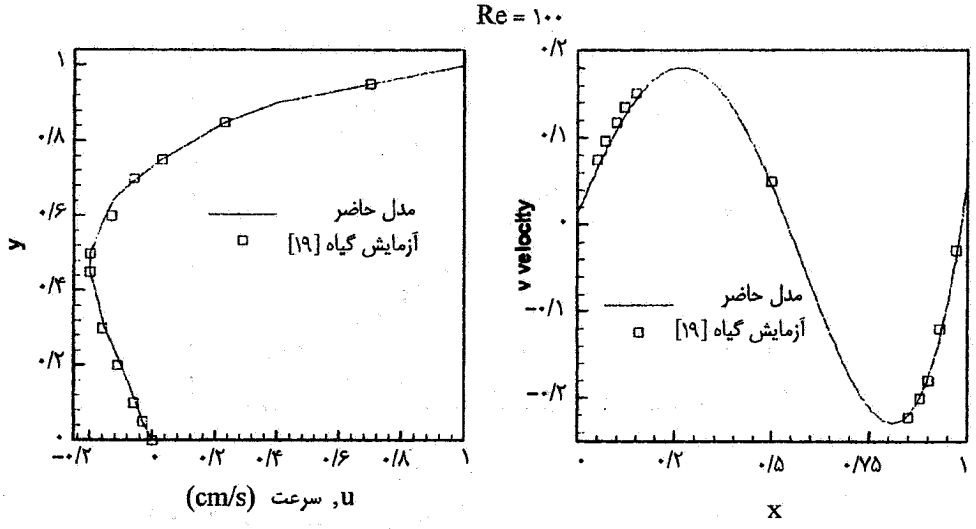
شکل ۳- توزیع سرعت در محل گرداب نسبت به اندازه شبکه‌های مختلف

جدول ۲- حالتهای مختلف تحلیل جریان چگالی

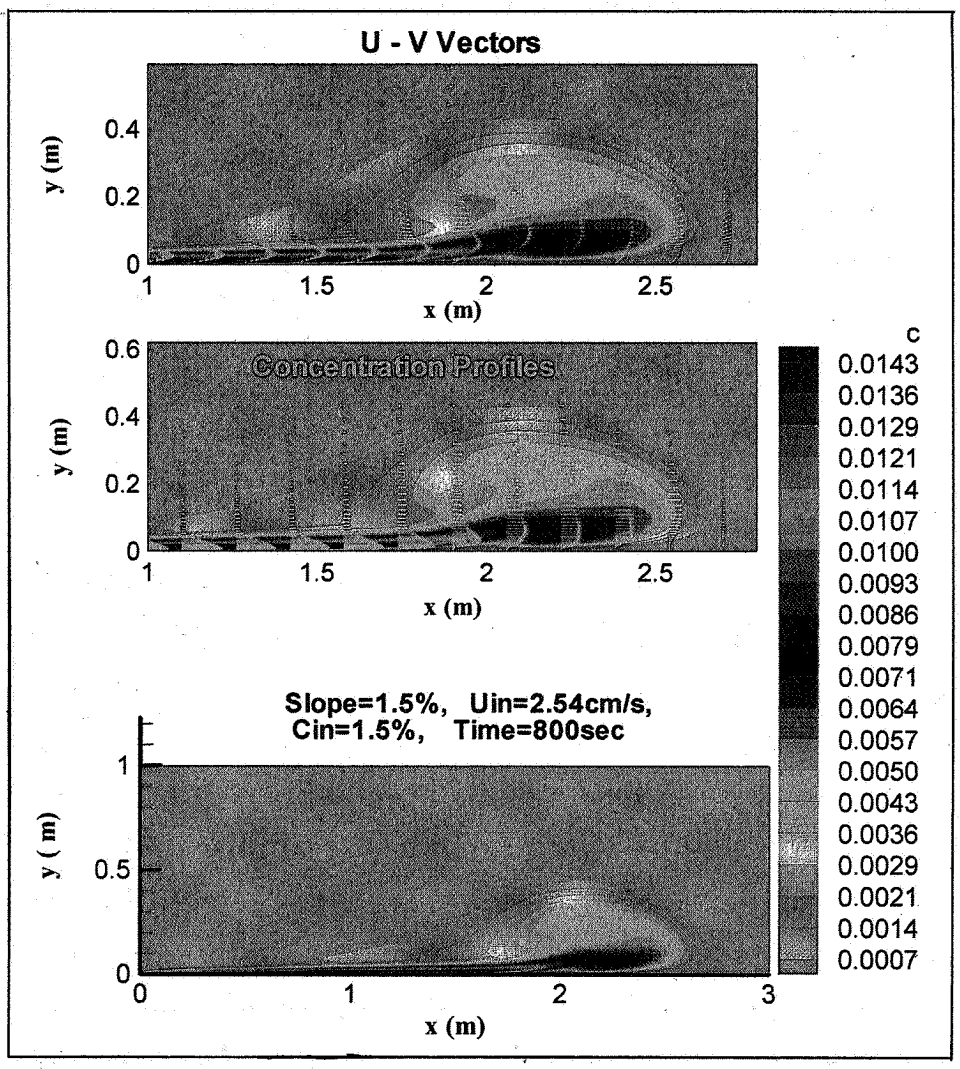
شمارهٔ اجرا	شیب کف	دبی ورودی (lit/min)	سرعت ورودی (cm/s)	غلظت ورودی	عدد رینولدز شاره ورودی	عدد فرود شاره ورودی
۱	٪۰/۰	۲۵	۴/۳	٪۲/۰	۴۳۶	۰/۳۸۶
۲	٪۱/۵	۱۵/۲۵	۲/۵۴۱	٪۱/۵	۲۵۷/۰۸	۰/۸۳۴
۳	٪۱/۵	۱۵/۲۵	۲/۵۴۱	٪۳/۸۸	۲۶۰/۹	۰/۵۱۹
۴[۲۲]	٪۸/۰	۱۹/۸	۱۱/۰	٪۲/۵	۳۳۴۰	۱/۷۲۵
۵[۹]	٪۱۰/۰	۲۰/۵۲	۶/۸۴	٪۱/۰	۳۴۳۸	۰/۸۷۷
۶[۹]	٪۱۴/۰	۱۳/۱	۶/۳	٪۱/۲	۳۵۳۸	۰/۶۸۴

گرفته شده است. نتایج حاصل در شکل (۴) دیده می‌شود که با نتایج تجربی مقایسه شده است. همان گونه که از شکل مشاهده می‌شود، تطابق خوبی بین نتایج حاصله و نتایج تجربی گیا [۱۹] وجود دارد.

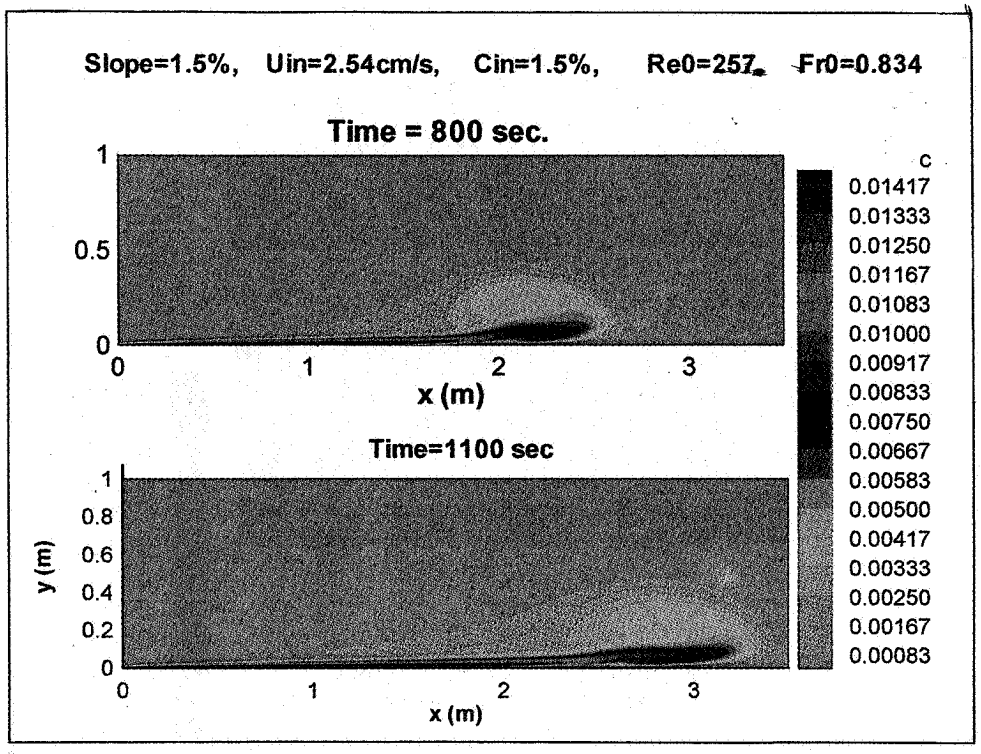
حالتهای مختلف تحلیل جریان چگالی در جدول شماره (۲) آمده است. در انتخاب این حالتها سعی شده تا علاوه بر تغییرات سرعت و غلظت ورودی و شیب کف بتوان تغییرات عدد فرود چگالی[15] و عدد رینولدز ورودی را نیز بررسی کرد. عدد رینولدز بحرانی در جریان چگالی دقیقاً مشخص نبوده و تنها ذکر شده که مقدار آن از مرتبه ۱۰۰۰ است [۶]. همچنین این جریان دارای ناپایداری و اغتشاشهای موضعی به ویژه در ناحیه ورودی و اطراف پیشانی است، لذا اظهار نظر دربارهٔ عدد رینولدز بحرانی بدون انجام آزمایشهای دقیق میسر نیست. اجرای شماره (۳) در این جدول حالتی است که در آزمایشگاه آزمایش شده و ارتفاع جریان چگالی و سرعت پیشروی آن در دست است. شکل (۵) نشان دهندهٔ خطوط تراز غلظت و بردارهای سرعت در اجرای شماره (۳) پس از گذشت زمان ۸۰۰ ثانیه است. دیده می‌شود که در اطراف پیشانی گردابه‌ای تشکیل شده و باعث ایجاد گرادیان غلظت و سرعت شدید در این ناحیه می‌شود. در فصل مشترک شاره چگال و آب صاف قبل از پیشانی و در بدنه جریان چگالی، تداخل آب صاف در جریان وجود دارد. علت این اختلاط در فصل مشترک را می‌توان در وجود جابه‌جایی و نفوذ عمودی جریان[16] و نیز وجود برش در فصل مشترک دانست. ارتفاعی که این تداخل در آن صورت می‌گیرد و یا به عبارت دیگر، ضخامت فصل مشترک بستگی به میزان سرعت، غلظت و شیب کف دارد. هرچه شیب کف، غلظت و سرعت بیشتر باشد، میزان این تداخل کمتر است. شکل (۶) پیشروی جریان چگالی در شیب ٪۱/۵ و غلظت ورودی ٪۱/۵ (اجرای شمارهٔ ۳) را



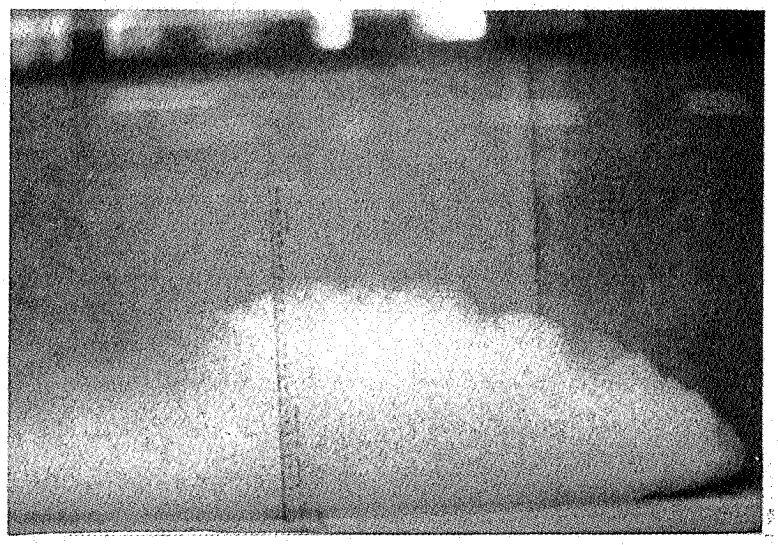
شکل ۴- مقایسهٔ نتایج تجربی جریان درون حفره و حل توسط برنامهٔ رایانه‌ای حاضر، u، v مؤلفه‌های سرعت در درون حفره در جهت جریان (x) و عمود برآن (y) هستند



شکل ۵- خطوط تراز غلظت پس از گذشت زمان ۸۰۰ ثانیه در غلظت ورودی و شیب کف ۱/۵٪

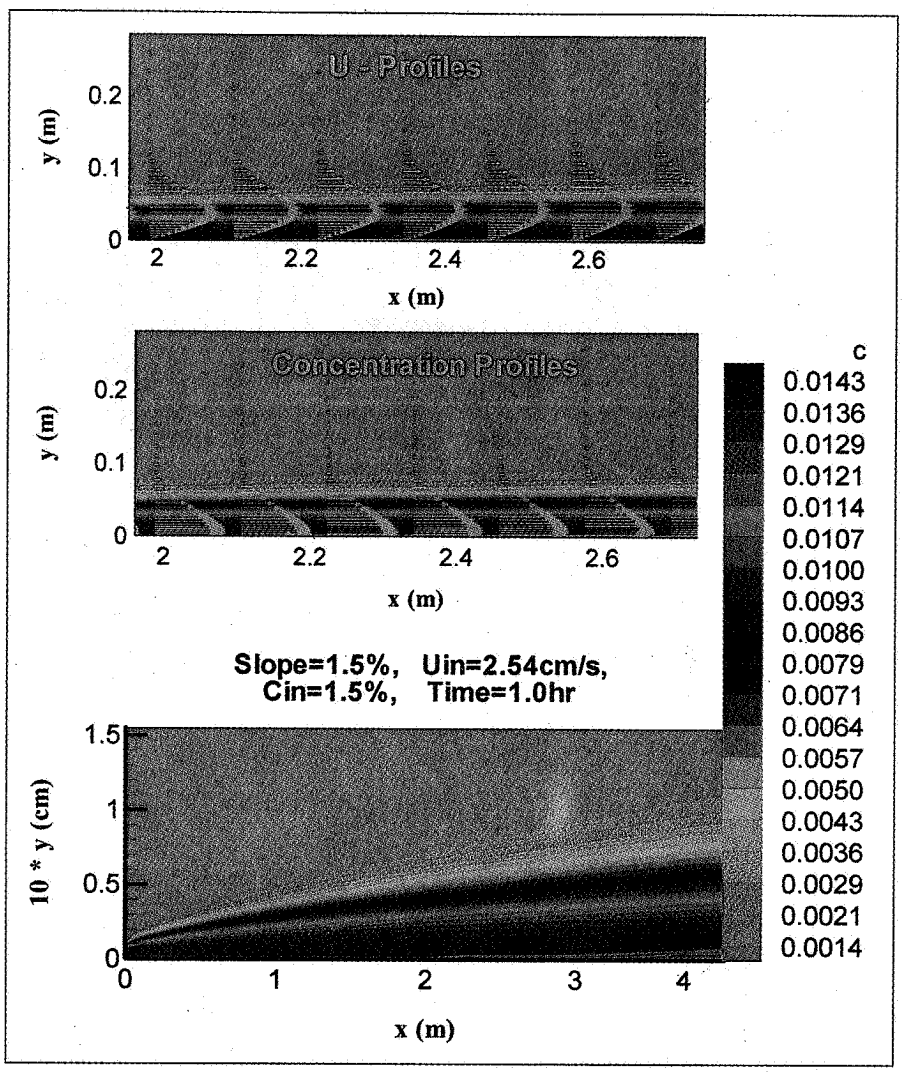


شکل ۶- خطوط تراز غلظت در پیشروی جریان چگالی با غلظت ورودی و شیب کف ۱/۵٪



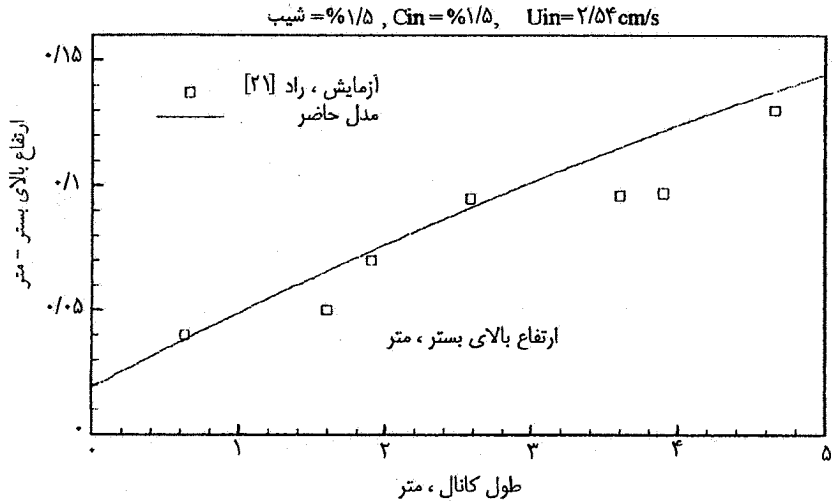
شکل ۷- پیشانی جریان چگالی در آزمایشگاه

نشان می‌دهد. دیده می‌شود که با گذشت زمان و پیشروی جریان، پیشانی رشد یافته و زبانهٔ آن از کف بلند می‌شود. ترنر [۶] این پدیده را در آزمایشهای خود مشاهده کرده است. ترنر [۶] و آکیاما [۷] ذکر می‌کنند که ارتفاع پیشانی جریان در حالتی که کف افقی باشد، دو برابر بدنه جریان پشت آن است و اگر کف شیب داشته باشد، عمق پیشانی مرتباً افزایش می‌یابد. از شکل (۶) دیده می‌شود که وجود گردابه در بالای پیشانی باعث اختلاط و نفوذ عمودی شده و گرادیان غلظت خاصی در اطراف پیشانی ایجاد می‌کند. همچنین عمق پیشانی حدوداً دو برابر عمق بدنهٔ پشت آن است. شکل (۷) پیشانی جریان چگالی را در آزمایشگاه و تحت شرایط اجرای شمارهٔ (۳)



شکل ۸- توزیع غلظت و مؤلفهٔ سرعت افقی اجرای شمارهٔ (۳) پس از گذشت یک ساعت

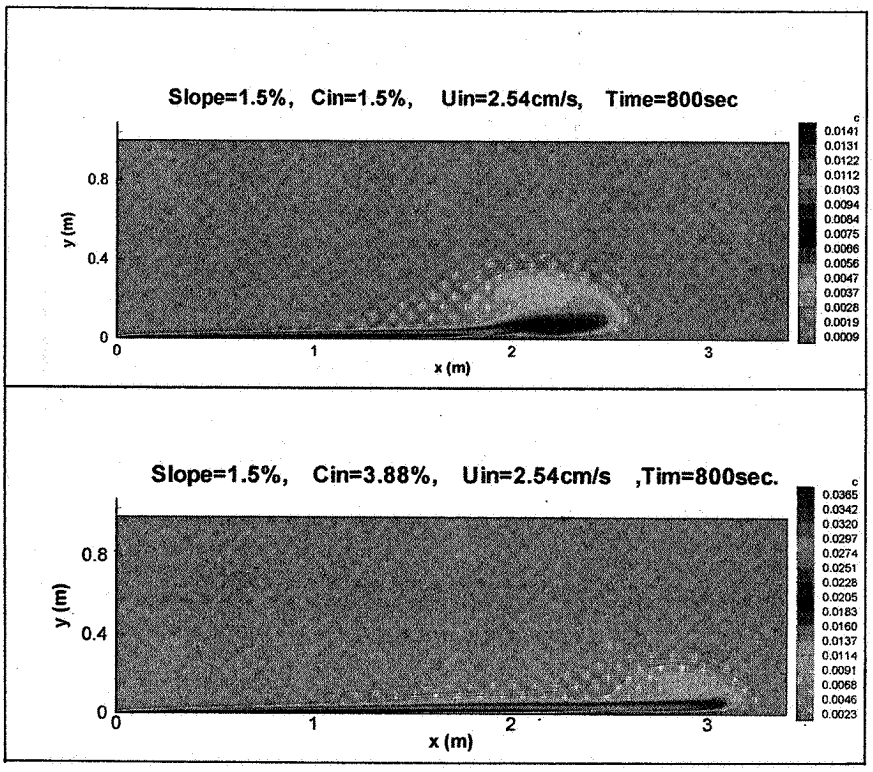
نشان می‌دهد. گردابه‌های فراوانی که در اطراف پیشانی وجود دارد، در شکل دیده می‌شود. همچنین زبانه پیشانی از کف بلند شده و عمق بدنه مشخص است. متذکر می‌شود که آنچه در آزمایشگاه به عنوان عمق جریان و یا پیشانی اندازه‌گیری می‌شود، نوری است که از فصل مشترک به چشم ما می‌رسد و مشخص نیست انعکاس نور دقیقاً در چه محدوده غلظتی صورت می‌گیرد. به همین دلیل در این قسمت تنها به انطباق شکل پیشانی در آزمایشگاه و خطوط تراز رسم شده در شکل (۶) اکتفا می‌شود. ذکر این نکته نیز لازم است که در پیشانی و اطراف آن اغتشاش و تلاطم موضعی شدیدی وجود دارد، شکل (۷)، و در نتیجه شاید حل لایه‌ای معادله‌های حرکت در این ناحیه نتواند تمام حوادث و پدیده‌های موجود در جریان را نشان دهد. شکل (۸)، اجرای شمارهٔ ۳ را پس از گذشت یکساعت (۷۲۰۰ گام زمانی) نشان می‌دهد. با گذشت زمان و پیشروی، پیشانی از فضای محاسباتی خارج می‌شود. اما به دلیل انتخاب توسعه یافتگی سرعتها در مرز خروجی، گردابهٔ اطراف پیشانی در بالا و پایین آن باقی می ماند. تغییرات سرعت و غلظت در مرز خروجی نیز مؤید وجود همین گردابه‌هاست. ترنر [۶] و راد [۲۰] در آزمایشهای خود نشان داده‌اند که جریان چگالی پس از طی مسافتی تثبیت شده[۱۷] و عدد ریچاردسون کلی $(Ri = g'h\cos(\theta)/u^2)$ آن در جهت جریان ثابت می‌ماند. لذا استفاده از فرض توسعه یافتگی سرعتها در مرز خروجی با فیزیک جریان سازگار نیست. بررسی پروفیلهای غلظت و سرعت دراین حالت نشان دهنده این است که در



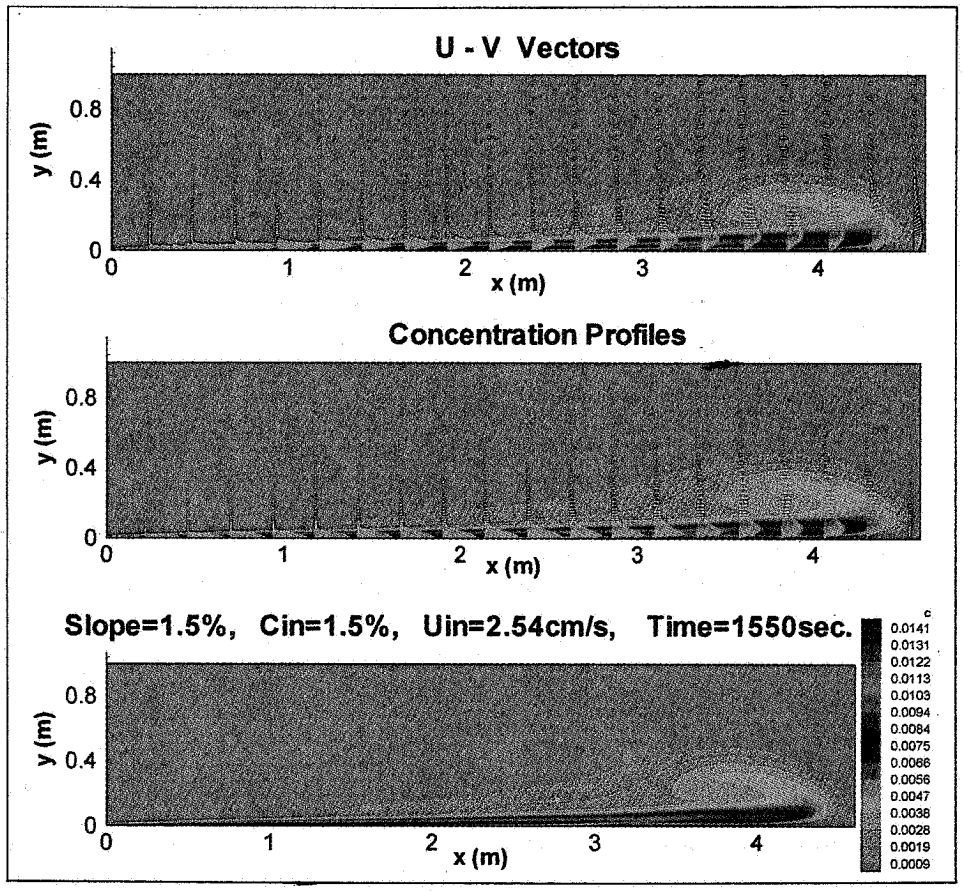
شکل ۹- مقایسهٔ عمق جریان چگالی محاسبه شده و اندازه‌گیری شده در آزمایشگاه

مرز خروجی جریان به توسعه یافتگی نمی‌رسد. در این حالت برای اینکه بتوان ایده‌ای ازارتفاع جریان داشت، فرض شده که فصل مشترک دو جریان جایی است که غلظت آن ۵٪ غلظت اولیه ورودی باشد. به این ترتیب شکل (۹) رسم شده و با نتایج آزمایشگاهی ارتفاع جریان چگالی آب - نمک مقایسه شده است [۲۱]. تطابق دو منحنی نشان می‌دهد که حل معادله‌ها از دقت کافی برخوردار بوده و می‌تواند در حد خوبی این جریان را مدل کند.

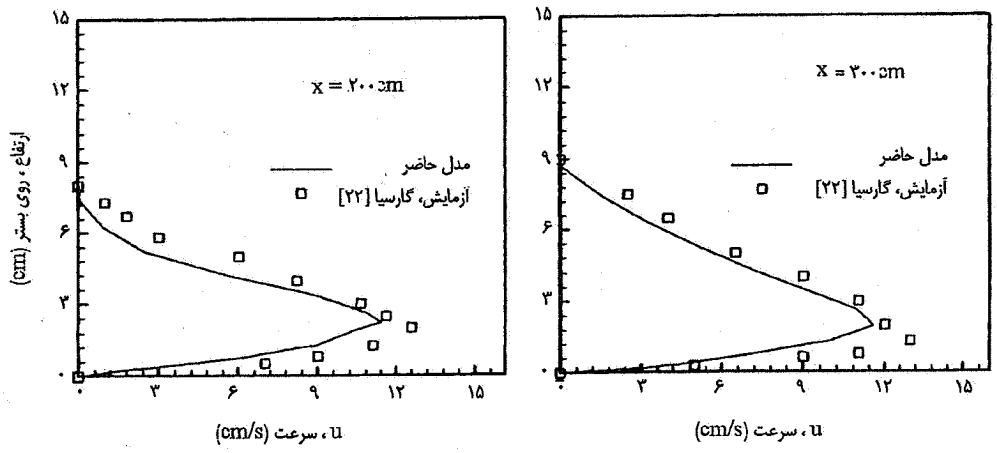
شکل (۱۰) نشان دهندهٔ افزایش پیشروی جریان چگالی به دلیل افزایش غلظت شاره ورودی است. اگرچه افزایش غلظت، اندکی به عدد رینولدز ورودی می‌افزاید، اما کاهش عدد فرود ورودی به میزان ۴۰٪ و به تبع آن افزایش عدد ریچاردسون از یکطرف باعث پایداری جریان شده و از میزان تداخل آب صاف می‌کاهد و از طرف دیگر به نیروی رانش افزوده و سرعت متوسط جریان را افزایش می‌دهد. بدین ترتیب دیده می‌شود که پایداری جریان چگالی علاوه بر وابستگی به عدد رینولدز، به عدد ریچاردسون نیز بستگی دارد و این نقش دوگانه‌ای است که علویان [۲] از آن یاد می‌کند. علویان ذکر می‌کند که بعضی از پارامترهای جریان چگالی رفتار دوگانه‌ای دارند. به عنوان مثال وقتی غلظت ورودی بیشتر شود، به دلیل افزایش نیروی رانش ناشی از $g'\sin\theta$ جریان سرعت گرفته و به همان نسبت میزان درون آمیختگی آب صاف با جریان چگالی بیشتر می‌شود. این عمل باعث افزایش ارتفاع، کاهش سرعت و کاهش غلظت می‌شود. لذا افزایش غلظت ورودی در سرتاسر مسیر باعث افزایش سرعت نمی‌شود. متذکر می‌شود که در غلظتهای زیاد در جریانهای گل آلود، به دلیل افزایش لزجت این نتیجه عکس خواهد شد. همین نتیجه را می‌توان از افزایش شیب انتظار داشت. واضح است که افزایش شیب کف به مؤلفه وزن در جهت جریان افزوده و سبب افزایش نیروی رانش می‌شود. به نظر می‌رسد که اگر جریان مافوق بحرانی[۱۸] باشد شیب زیاد حتی به ایجاد پرش هیدرولیکی داخلی[۱۹] منجر شود[۲۲]. با توجه به اینکه حد عدد فرود برای گذر از مافوق به مادون بحرانی در جریانهای طبقه‌ای به تغییرات غلظت، سرعت و پارامترهای دیگر بستگی دارد، در اینجا نمی‌توان محدوده‌ای از شیب که چنین حوادثی در آن اتفاق می‌افتد به صورت کمّی مشخص کرد. شکل (۱۱) بردارهای سرعت و غلظت را در طول کانال نشان می‌دهد. دیده می‌شود که اولاً مؤلفه سرعت افقی در داخل جریان در جهت قائم تغییرات قابل ملاحظه‌ای داشته اما مؤلفه قائم به جز ناحیه پیشانی از میزان ناچیزی برخوردار است. ثانیاً تغییرات سرعت افقی در جهت جریان نشان می‌دهد که در مرز خروجی به توسعه یافتگی نمی‌رسد. علاوه بر گردابه‌ای که در بالای پیشانی وجود دارد، در ابتدای ورود جریان به داخل کانال نیز گردابهٔ کوچکی دیده می‌شود. این ناحیه در آزمایشگاه به صورت ناپایداریهایی ظاهر می‌شود. همچنین با بلند شدن پیشانی از کف در زیر آن گردابه‌ای دیده می‌شود.



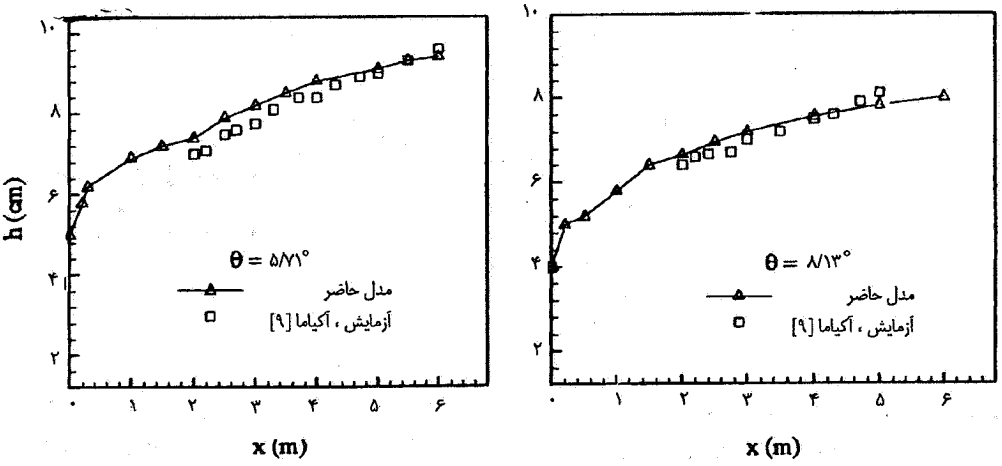
شکل ۱۰- اثر تغییرات غلظت ورودی در پیشروی جریان چگالی



شکل ۱۱- بردارهای سرعت و غلظت در طول کانال



شکل ۱۲- مقایسهٔ توزیع سرعت محاسباتی با نتایج آزمایشهای گارسیا [۲۲]



شکل ۱۳- مقایسهٔ ارتفاع شاره چگال با نتایج آزمایشهای آکیاما [۹]

در حالت حل جریان مغشوش به دلیل آنکه نتایج تجربی در دسترس در حالت مانا ذکر شده‌اند، لذا معادله‌ها نیز بدون وابستگی به زمان و به صورت دائم حل شده است. شکل (۱۲) نشان دهندهٔ مقایسهٔ توزیع سرعت محاسبه شده از حل عددی با نتایج گارسیا[۲۲] است. دیده می‌شود که حداکثر سرعت محاسباتی از مقدار واقعی آن اندکی کمتر است و علت این امر را شاید بتوان در وجود لزجت عددی دانست. اما در کل دیده می‌شود که اصلاح ثابتهای معادلهٔ $k-\varepsilon$ توانسته است در حد مورد انتظار ناحیه نزدیک جدار را پیش بینی کند. ذکر این نکته حائز اهمیت است که حداکثر سرعت در فاصلهٔ ۳ سانتیمتری از جدار اتفاق می‌افتد در حالی که ارتفاع فضای محاسباتی در جریان مغشوش ۲/۵ متر است. عدد ریچاردسون ورودی $Ri_{\circ} = ۰/۲۹$ بوده و گارسیا ذکر می کند که این جریان در طول هفت متر بحرانی شده و کاهش شیب ناگهانی توانسته است پرش هیدرولیکی داخلی را ایجاد کند. شکل (۱۳) ارتفاع جریان چگالی را در مقایسه با نتایج آکیاما [۹] نشان می‌دهد. در اینجا نیز تطابق نتایج عددی با نتایج تجربی به خوبی مشاهده می‌شود. در هر دو حالت شیب کف زیاد بوده و اعداد ریچاردسون مقدار کمی را نشان می‌دهد. به این ترتیب دیده می‌شود که روش حاضر توانسته است جریانهای مافوق بحرانی و مغشوش را نیز بنمایاند.

۶- نتیجه گیری

معادله‌های حاکم بر جریان چگالی دارای پیچیدگیهای فراوانی است. حضور سطح آزاد، حضور عبارت چشمه $g'\sin\theta$، وجود

درون آمیختگی آب شیرین در فصل مشترک در جریان چگالی، وجود گردابه‌های فراوان در اطراف پیشانی و دوگانگی رفتار پارامترهای مختلف جملگی بر پیچیدگی معادله‌ها می‌افزایند. از طرف دیگر وابستگی معادله‌ها به شرایط اولیه و دقت زمانی و عدم امکان دسترسی به پدیده توسعه یافتگی سرعت، باعث نیاز به زمان اجرای بالا می‌شود. همچنین عدم امکان تطابق فضای فیزیکی و فضای محاسباتی (به دلیل وجود ناحیه‌ای کم عمق در کف کانال که در آن تغییرات و گردابانهای شدید وجود دارد)، همگی امکان حل دقیق را کاهش می‌دهند. با همه این مشکلات استفاده از روش نیمه ضمنی سیمپل سی دلالت بر موفقیت نسبی در حل معادله‌ها کرده و می‌تواند پیشانی جریان چگالی و بدنهٔ آن را کاملاً نشان دهد.

همچنین با این روش می‌توان علاوه بر محاسبه ارتفاع جریان چگالی که مورد نظر محققان هیدرولیک و ژئولوژیست است، توزیع سرعت و غلظت و فشار را در هر نقطه به دست آورد. به نظر می‌رسد حل معادله‌ها در حالت مغشوش و با استفاده از مدلهای اعداد رینولدز پایین توانسته است قابلیت این روش را در حل دوبعدی معادله‌های چگالی بنمایاند. موفقیت در حل معادله‌های جریان چگالی، می‌تواند در راهیابی به حل جریان حاوی ذرات جامد کمک کرده و با آن میزان رسوبگذاری در مخازن سدها را پیش‌بینی کرد.

واژه نامه

1. underflow
2. overflow
3. interflow
4. turbidity currents
5. buoyancy flux
6. shallow water
7. simplec
8. cavity flow
9. Boussinesq
10. entrainment
11. non-staggered
12. hybrid
13. TDMA
14. under-relaxation
15. densimetric Frude number
16. advection
17. stablished flow
18. super critical
19. internal hydraulic jump

مراجع

1. Alavian, V., "Behavior of Density Currents on an Incline," *Journal of Hydraulic Eng.*, ASCE, Vol. 112, No. 1, 1986.
2. Alavian, V., Jirka, G.H. Denton, R.A., Johnson, M.C., and Stefan, H.G., "Density Currents Entering Lakes and Reservoirs," *Journal of Hydraulic Eng.,* ASCE, Vol. 118, No. 11, 1992.
3. Simpson, J.E., "Gravity Current in the Laboratory, Atmosphere and Ocean, " *Ann. Rev. Fluid Mech.*, Vol. 14, 1982.
4. Mukhamedov, A.M., et al., "Origin and Movement of the Bottom Current in the Reservoir of Nurek Power Station and Its Effect on Silting of the Reservoir, " *International Symposium on Startified Flows, Novosibirsk,* 1972.
5. Benjamin, T.B., "Gravity Currents and Related phenomena," *Journal of Fluid Mechanics,* Vol. 31, 1986.
6. Turner, J.S., *Buoyancy Effects in Fluids*, Cambridge University Press, London, 1973.
7. Akiyama, J., and Stefan, H.G., "Turbidity Current With Erosion and Deposition," *Journal of Hydraulic Eng.,*ASCE, Vol. 111, No. 12, 1985.
8. Akiyama, J., and Stefan, H.G. "Turbidity Current Simulation in a Diverging Channel," *Water Resources Research,* Vol. 24, No. 4, 1988.
9. Akiyama, J., Ura, M., and Wang, W., "Physical-Based Numerical Model of Inclined Starting Plumes, "*Journal of Hydraulic Engineering,* Vol. 120, No. 10, 1994.
10. Bonnecaze, R.T., Huppert, H.E., and Lister, J.R., "Particle Driven Gravity Currents," *Journal of Fluid Mechanics,* Vol. 250, 1993.
11. Parker, G., Fukushima, Y., and Pantin, H.M., "Self-Accelerating Turbidity Currents," *Journal of Fluid Mechanics,* Vol. 171, 1986.
12. Stacey, M.W., and Bowen, A.J., "The Vertical Structure of Turbidity Currents and a Necessary Condition for Self-Maintenance," *Journal of Geophysical Research*, Vol. 93, No. c4, 1988.

13. Straka, J.M., and Anderson, J.R., "Numerical Solution of a Non-Linear Density Current: A Benchmark Soluation and Comparisons," *Int. Journal for Numerical Methods in Fluids,* Vol. 17, 1993.
14. Lyn, D.A., Stamou, A.I., and Rodi, W.," Density Currents and Shear-Induced Fluctuation in Sedimentation Tanks," *Journal of Hydraulic Eng.,* Vol. 118, No. 6, 1992.
15. Karimipanah, T.," Turbulent Jets in Confined Spaces-Application in Mixing Ventilation Experimental and Numerical Studies," PhD. Thesis, Royal Institute of Technology, Gavle, Sweden, 1996.
16. Davidson, L., and Farhanieh, B., "A Finite Volume Code Employing Collocated Variable Arrangement and Cartesian Velocity Components for Computation of Fluid Flow and Heat Transfer in Complex Three-Dimensional Geometries," Chalmers University of Technology, Sweden, 1991.
17. Latimer, B.R., and pollard, A., "Comparison of Pressure-Velocity Coupling Solution Algorithm," *Journal of Numerical Heat Transfer,* Vol 8, 1985.
18. Farhanieh, B., and Sunden, B., "Laminar Heat Transfer and Fluid Flow in Streamwise periodic Corrugated Square Ducts for Compact Heat Exchangers," HTD-Vol. 201, Compact Heat Exchangers for Power and Process Industries, Editors: Shah, R.K., et al., ASTM Book No. H00759, 1992.
19. Ghia, U., et al., " High Resolution for Incompressible Flow Using the Navier-Stokes Equation and A Multi Grid Method," *Journal of Computational Physics,* Vol. 48, pp. 387-411, 1982.
20. Rad, M., "The Deposition of Silt in Reservoirs by Density Current", PhD. Thesis, Imperial Coll., London University, 1976.
21. Rad, M., and Firoozabadi, B., "Confined Turbidity Current and Its Application in Reservoirs," *Int. Conference of Civil Engineering,* Sharif University of Technology, Tehran, 1997.
22. Garcia, M.H., "Depositional Turbidity Currents Laden with Poorly Sorted Sediment," *Journal of Hydraulic Engineering,* Vol. 120, No. 11, 1994.