شبیه سازی اندرکنش جریان و اکوستیک در موتور موشکهای سوخت جامد

مهدی گل‌افشانی* و حجت قاسمی**

دانشکدهٔ مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف

پژوهشکده مهندسی جهاد - تهران

(دریافت مقاله: ۷۸/۳/۵ - دریافت نسخهٔ نهایی: ۷۹/۸/۱۴)

چکیده - *نوسانات فشار در موتور موشکهای سوخت جامد از چندین منبع سرچشمه می‌گیرد. یکی از این منابع وجود میدان جریان نوسانی است. وجود لایه‌های برشی آزاد در نقاط مختلف موتور سبب ایجاد گردابه و انتشار آن می‌شود. لبهٔ انتهایی سوخت و لبهٔ بفل در موتورهای چندتکه، نمونه‌هایی از چنین نقاطی‌اند. این گردابه‌ها از محل تولید خود حرکت کرده و به دیواره‌های میدان برخورد می‌کنند. در اثر این برخورد انرژی جنبشی موجود در آنها به فشار تبدیل و امواج اکوستیکی تشکیل می‌شوند. این امواج در میدان موتور منتشر شده و موجب نوسانات اکوستیکی می‌شوند. با تغییر تدریجی هندسهٔ داخلی موتور به سبب سوخته شدن پیشرانه، فرکانس و دامنهٔ نوسانات فشار تغییر می‌کند. در این مقاله اندرکنش بین میدان جریان و میدان اکوستیکی در یک موتور سوخت جامد به صورت عددی بررسی شده است. استفاده از تابع شار رو[1] در یک شبکهٔ بی‌سازمان برای حل معادله‌های جریان تراکم‌پذیر لزج نشان داده است که با تغییر تدریجی هندسهٔ داخلی موتور در طی زمان، مشخصات نوسانات فشار به شدت تغییر می‌کند. در این مطالعه از شش هندسهٔ متفاوت برای شبیه‌سازی هندسهٔ داخلی موتور در زمانهای مختلف سوزش و آرایشهای مختلف گرین استفاده شده است. روش به‌کار برده شده شدت و فرکانس امواج فشاری را به خوبی پیش‌بینی کرده و نشان داده است که پرش فرکانس نوسانات فشار از هماهنگ دوم مد طولی به هماهنگ اول با تغییر هندسهٔ داخلی موتور رخ می‌دهد.*

Acoustic-Mean Flow Interaction in Solid Propellant Rocket Motors

M. Golafshani and H. Ghassemi

Department of Mechanical Engineering, Sharif University of Technology

Jahad Engineering Research Center

ABSTRACT- *There are several sources for pressure oscillations in solid propellant rocket motors. Oscillatory flow field is one of them. Free shear layers in motor flow field cause vortex shedding. End edges of propellant grains and baffle edge in two-segmented motors are samples of such zones. These vortices move from their forming points and strike the field walls. The kinetic energy of vortices change to pressure, forming acoustical pressure oscillations. Acoustical characteristics of pressure oscillations such as frequency and*

---

*- استادیار **- دکترای مهندسی مکانیک

amplitude change with the gradual change in the internal geometry of the motor. In this paper, the interaction between mean flow and acoustic field in a solid propellant rocket motor is studied numerically. Roe's flux function in an unstructured grid strategy for solving compressible viscous flow equations shows large changes in frequency of pressure oscillations in motor. Six different motor geometries are used for simulation of motor internal geometry at different burning times and grain configurations. Using this methodology, the frequency and intensity of pressure waves are well predicted. It is also shown that frequency jump from second longitudinal mode to the first is formed as a result of changes in the internal geometry.

۱- مقدمه

برای اولین بار فلاندرو و جاکوبس[۲] [۱] پیشنهاد کردند که تولید و پخش گردابه، می‌توانند مکانیزم تحریک مدهای اکوستیکی محفظهٔ احتراق باشند. این موضوع از شکل هندسی موتورهای بزرگ، که غالباً دو تکه‌اند، استنباط شده است. این ایده توسط کیولیک[۳] [۲] به طور تجربی آزمایش و نشان داده شده است که تحت شرایط ویژه‌ای، پخش گردابه در میدان می‌تواند موجب تحریک امواج اکوستیکی شود. این تائید تجربی سبب شد تا محققان زیادی که در زمینهٔ انواع دیگر موتورهای موشک، از جمله موتورهای سوخت مایع و رم‌جت کار می‌کردند، بررسی گسترده‌ای را در ارتباط با پخش گردابه در میدان شروع کنند. به عنوان مثال، شبیه سازی گردابهٔ بزرگ جریان تراکم‌پذیر در محفظهٔ احتراق یک رم‌جت، که در [۳] انجام شده، نمونه‌ای از این سری مطالعات است. در این تحقیق، مکانیزمهای تداخل گردابه - اکوستیک مورد بررسی بوده تا به کمک آن روشی برای شبیه‌سازی آزادسازی نوسانی انرژی احتراق فراهم شده و از این طریق ناپایداری احتراق مورد مطالعه واقع شود. در این راستا آزمایشهای بسیار پرهزینه‌ای روی نمونه‌های واقعی موتور سوخت جامد بزرگ انجام گرفته است [۴].

مسئلهٔ تولید گردابه در موتور موشکهای سوخت جامد توسط کورتا[۴] [۵] مورد بررسی عددی قرار گرفته است. در این پژوهش، مسئلهٔ تولید و پخش گردابه در محفظه‌ای شبیه به محفظهٔ احتراق موتورهای سوخت جامد دو تکه، از طریق حل معادلات ناویر-استوکس به روش صریح مک کورمک[۵] بررسی شده است. اثر لزجت سیال، از طریق تغییر آن به سه مقدار مختلف، مورد بررسی قرار گرفته و همچنین اثر صاف یا تیز بودن لبهٔ داخلی قطعات موتور نیز بررسی شده است. از این تحقیق نتیجه شده است که با افزایش لزجت، دامنهٔ ناپایداری کاهش می‌یابد. همچنین نشان داده شده است که الگوی تولید گردابه، و در نتیجه، فرکانس آن با تغییر لزجت تغییر فاحشی داشته است. علاوه بر این، نشان داده شده که لبه‌های تیز در هندسهٔ داخلی موتور، موجب تشکیل گردابه در ابتدای قسمت دوم موتور شده و ناپایداری زودتر و با دامنهٔ بیشتری نسبت به لبه‌های صاف اتفاق می‌افتد. در تحقیقات مرجع [۶] به مسئلهٔ تداخل اکوستیک و جریان متوسط در کنار تولید و پخش گردابه در یک نوع خاص از موتور موشک سوخت جامد پرداخته شده است. در نتایج این مرجع نشان داده شده که تولید و پخش گردابه منجر به تحریک هارمونی دوم مد طولی نوسانات فشار محفظه شده است.

تولید و پخش گردابه می‌تواند با اکوستیک محفظهٔ موتور اندرکنش کرده و موجب نوسانات فشار شود. به دلیل طرح چند تکهٔ موتور موشکهای سوخت جامد، لایه‌های برشی ناشی از ناپیوستگی سطوح داخلی شکل گرفته و می‌توانند منجر به تولید و پخش گردابه شوند. برخورد این گردابه‌ها به سطوح مناسبی که در مسیر حرکت آنها وجود دارد، راهی است که انرژی همراه گردابه‌ها به میدان اکوستیک منتقل شود. اندرکنش بین گردابه‌ها و سطوح مذکور موجب نیروهای نوسانی روی سطوح می‌شود. در موتور موشک سوخت جامد، سطحی که گردابه‌ها به آن برخورد می‌کنند، دیوارهٔ بخش همگرای نازل است. انرژی که در این برخورد منتقل می‌شود به فاصلهٔ بین نقطهٔ شکل‌گیری گردابه‌ها و دیوارهٔ نازل بستگی دارد [۶]. حضور دائمی لایه‌های برشی نقش تقویت کننده‌ای در حفظ این مکانیزم دارد. بقای تولید گردابه و نقش منعکس کنندهٔ سطح نازل می‌توانند حالت تشدید را با مدهای اکوستیکی محفظهٔ موتور به وجود آورند. در موتور موشک تولید و پخش گردابه پریودیک است. زیرا همگیری قوی‌ای بین جریان برشی ناپایدار و مدهای اکوستیک محفظه ایجاد می‌شود.

از آنجایی که تولید و پخش گردابه در موتور موشک سوخت جامد ناشی از شکل هندسی میدان، و در نتیجه شکل گرین و آرایش آنها در موتور است، تحقیقات تجربی قابل ملاحظه‌ای برای پی بردن به اثر شکل هندسی گرین بر ناپایداری اکوستیکی احتراق انجام شده است [۷]. بررسی نتایج این تحقیقات تصویر سیاه و سفیدی از اثر شکل هندسی موتور بر ماهیت اکوستیکی میدان به دست می‌دهد. به طوری که می‌توان فقط حضور یا عدم حضور ناپایداری اکوستیکی را پیش‌بینی کرد و دیگر مشخصات آن، مانند شدت دامنه و فرکانس نوسانات قابل پیش‌بینی نیستند. برای این منظور بایستی مکانیزم یا مکانیزمهای همگیری جریان متوسط و اکوستیک شناخته شوند. تایید تجربی اثر شکل هندسی بر ناپایداری اکوستیکی و تایید عددی همگیری بین جریان متوسط و نوسانات اکوستیکی توسط مرجع [۶]، موجب شده‌اند تا اندرکنش بین جریان متوسط و نوسانات فشار با دقت بیشتر و جزییات گسترده‌تر، در نمونه‌ای از موتورهای موشک سوخت جامد بررسی شود.

در این مقاله، برای پی بردن به جزییات ویژگیهای اکوستیکی نوسانات جریان درون موتور، از یک مدل ساده و دوبعدی یک موتور سوخت جامد یک تکه استفاده شده است. در قالب شش هندسهٔ متفاوت از این موتور، دو دسته مسئله طراحی شده است. در این دسته از این مسایل فرض شده است که سطح سوخت به طور ناگهانی تمام شده و با حالت تیزی در تماس با بدنهٔ موتور است. در این حالت علاوه بر سطح طولی سوخت، سطح سوزش دیگری که شعاعی بوده، ایجاد می‌شود. سه هندسهٔ مترتب به این دسته از مسایل، که مربوط به سه زمان مختلف سوزش در موتور است، برای مطالعه انتخاب شده‌اند. در یکی از این سه مورد نیز اثر عایق بودن سطح شعاعی سوزش نیز مطالعه شده است. در دستهٔ دیگری از این مسایل فرض شده است که سطح انتهایی سوخت به تدریج و با زاویه ۴۵ درجه به بدنهٔ موتور متصل می‌شود. برای این دسته از مسایل نیز سه هندسهٔ متفاوت، منطبق بر سه زمان مختلف سوزش در موتور، در نظر گرفته شده است.

معادله‌های حاکم بر جریان گاز داخل میدان این موتورها، یعنی معادله‌های ناویر - استوکس، در یک شبکهٔ بی‌سازمان، با استفاده از یک روش صریح و به کمک تابع شار رو حل شدند. برای افزایش دقت مکانی جوابها، از روشهای ویژهٔ محاسبهٔ شار با دقت بالا استفاده شده است. محاسبهٔ شار با دقت بالا بدون در نظر گرفتن مسئلهٔ یکنوایی موجب جوابهای غیرفیزیکی می‌شود. این مشکل با طراحی محدودگرهای یکنوا برطرف شده است. نتایج حاصل از این مطالعه نشان می‌دهند که پتانسیل نوسانات اکوستیکی در اغلب موتورهای مورد مطالعه وجود دارد. همچنین نشان داده شده که فرکانس این نوسانات منطبق بر فرکانس نوسانات اکوستیکی فشار محفظهٔ موتور در مد طولی است. این فرکانس در هندسه‌های مختلف، متفاوت است. دامنهٔ نوسانات فشار نیز، که نمایانگر شدت نوسانات است، با تغییر هندسهٔ موتور تغییر می‌کند. صرف نظر از جزییات، این مطالعه نشان می‌دهد که هندسهٔ موتور نه تنها می‌تواند به عنوان هستهٔ اولیه موجب ناپایداری اکوستیکی در موتور شود، بلکه موجب تغییر فرکانس نوسانات در طی عملکرد ناپایدار موتور نیز می‌شود.

۲- معادله‌های حاکم

معادله‌های حاکم، شکل تراکم‌پذیر دوبعدی و با تقارن محوری معادله‌های بقای جرم، اندازه حرکت، و انرژی هستند. شکل این معادله‌ها به صورت زیر است:

$$\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial t}+\frac{\partial(\mathbf{f}^{i}-\mathbf{f}^{v})}{\partial x}+\frac{\partial(\mathbf{g}^{i}-\mathbf{g}^{v})}{\partial y}=\mathbf{H} \qquad (۱)$$

که در آن

$$\mathbf{Q}=y^{cyl}\begin{Bmatrix}\rho\\ \rho u\\ \rho v\\ \rho E\end{Bmatrix},\quad \mathbf{f}^{i}=y^{cyl}\begin{Bmatrix}\rho u\\ \rho u^{2}+p\\ \rho uv\\ u(\rho E+p)\end{Bmatrix},$$

$$\mathbf{g}^{i}=y^{cyl}\begin{Bmatrix}\rho v\\ \rho uv\\ \rho v^{2}+p\\ v(\rho E+p)\end{Bmatrix},\quad \mathbf{f}^{v}=y^{cyl}\begin{Bmatrix}0\\ \tau_{xx}\\ \tau_{xy}\\ -q_{x}+u\tau_{xx}+v\tau_{xy}\end{Bmatrix}$$

$$\mathbf{g}^{v}=y^{cyl}\begin{Bmatrix}0\\ \tau_{xy}\\ \tau_{yy}\\ -q_{x}+u\tau_{xy}+v\tau_{yy}\end{Bmatrix}$$

$$H = y^{cyl}\begin{Bmatrix} 0 \\ \rho g_x \\ \rho g_{xy} \\ \rho\left(u g_x + v g_y\right) \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ cyl\left(p - \tau_{\theta\theta}\right) \\ 0 \end{Bmatrix}$$

با

$$\tau_{xx} = (\lambda + 2\mu)\frac{\partial u}{\partial x} + \lambda\left(\frac{\partial v}{\partial y} + cyl\frac{v}{y}\right),$$

$$\tau_{yy} = (\lambda + 2\mu)\frac{\partial v}{\partial y} + \lambda\left(\frac{\partial u}{\partial x} + cyl\frac{v}{y}\right),$$

$$\tau_{xy} = \lambda\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right), \quad \tau_{\theta\theta} = (\lambda + 2\mu)\frac{v}{y} + \lambda\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right),$$

$$q_x = -k\frac{\partial T}{\partial x} \quad , \quad q_y = -k\frac{\partial T}{\partial y}$$

فشار نیز از طریق معادلهٔ زیر به دیگر متغیرهای میدان مرتبط می‌شود

$$p = (\gamma - 1)\left[\rho E - 0.5\rho\left(u^2 + v^2\right)\right] \qquad (۲)$$

برای مختصات دوبعدی دکارتی، cyl=0 و برای دستگاه مختصات استوانه‌ای با تقارن محوری، cyl=1 قرار داده می‌شود. در دستگاه مختصات استوانه‌ای مختصهٔ x در جهت محور استوانه و مختصهٔ y در جهت شعاع در نظر گرفته می‌شود. ρ جرم حجمی گاز و E انرژی کلی بر واحد جرم است. ارتباط دمای T با فشار و جرم حجمی از طریق معادلهٔ حالت گاز کامل، به صورت

$$p = \rho RT \qquad (۳)$$

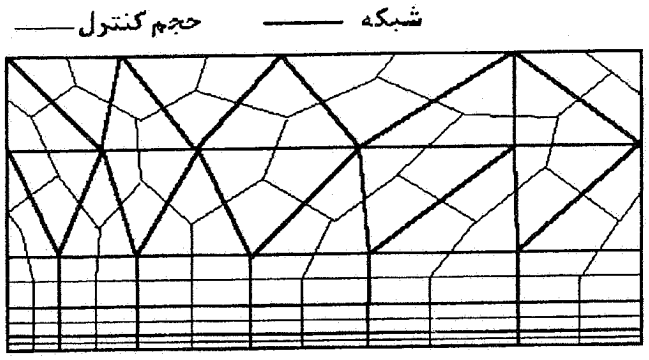
برقرار می‌شود. μ ضریب لزجت دینامیکی است و ضریب دوم لزجت، λ با فرض استوکس برابر با $-2\mu/3$ در نظر گرفته شده است. ضریب هدایت گرمایی k را می‌توان از طریق عدد پرانتل، $Pr = Cp\mu/k$، با معلوم بودن لزجت دینامیکی تعیین کرد. نهایتاً g_x و g_y، به ترتیب، مولفه‌های شتاب جاذبه در جهات x و y هستند.

۳- روش حل

برای گسسته سازی معادله‌های حاکم از روشهای حجم محدود در شبکهٔ بی‌سازمان استفاده شده و برای محاسبهٔ شار غیرلزج تقریب "رو" به کار برده شده است. شبکهٔ بی‌سازمان براساس مثلث‌بندی، یا اجزای چهارگوش بنا شده و از روشهای مبتنی بر گره سلولها استفاده شده است. برای حصول جوابهای دقیق، از روشهای مرتبه بالایی که دارای خاصیت یکنوایی در بازسازی خطی جواب داخل سلولهای محاسباتی‌اند، بهره جسته شده است. برای محاسبهٔ شار لزج نیز از روشهای شبیه تفاضل مرکزی استفاده شده است.

۳-۱- انتخاب شبکه‌بندی و حجم کنترل

برای تبدیل ناحیه مورد نظر به زیرناحیه‌های مطلوب، از روشهای شبکه‌بندی بی‌سازمان استفاده شده است. شکل معمولاً پیچیدهٔ میدان، عمده‌ترین دلیل برای انتخاب شبکه‌بندی بی‌سازمان در مقابل شبکه‌بندی باسازمان است. بر این اساس، ابتدا ناحیه حل به عناصر کوچکی تقسیم می‌شوند و سپس، بسته به روند حل، سلولهای محاسباتی یا حجم کنترلهای مورد استفاده، ایجاد می‌شود. در اینجا باید به تنوع شبکه بندی بی‌سازمان اشاره داشت. در پژوهش حاضر، این امکان وجود دارد که بتوان از شبکه‌بندی مثلثی، چهارگوش و یا ترکیبی از این دو استفاده کرد. این تنوع از تنوع شکلهای هندسی میدان حل ناشی می‌شود. در شکل (۱) نمونه‌ای از شبکه‌بندی مختلط سه گوش - چهارگوش نشان داده شده است. انتخاب حجم کنترل در شبکه بندی موجود نیز از تنوع زیادی برخوردار است. بر این اساس روشهای حل نیز متفاوت‌اند. به طور کلی، روشهای حجم محدود، یا روشهای مبتنی بر مرکز سلول[۶] و یا مبتنی بر گره سلول‌اند[۷]. در روشهای مرکز سلول، حجم کنترل مورد مطالعهٔ همان عناصر شبکه‌اند. به عنوان مثال، در شبکه‌بندی سه‌گوش، حجم کنترل نیز همان سه‌گوش است و متغیرهای میدان برای مراکز سلول و شارها نیز برای اضلاع مثلهای شبکه محاسبه می‌شوند. در روشهای مبتنی بر گره، متغیرهای میدان برای نقاط شبکه محاسبه می‌شوند و حجم کنترل مورد استفاده شکلی متفاوت با شکل شبکه‌بندی دارد. در شبکه‌بندی شکل (۱) حجمهای کنترل یا سلولهای محاسباتی، از به هم پیوستن مراکز چهارگوشها یا سه‌گوشهای شبکه ایجاد می‌شوند. طوری که اطراف هر گره، یک حجم کنترل تشکیل می‌شود. برای اجزای چهارگوش، حجم کنترل نیز چهارگوش است. برای شبکه‌بندی سه گوش، حجم کنترل تشکیل شده به این روش مثلثی نبوده و دارای شکل هندسی منظمی نیستند. به شبکهٔ جدیدی که براساس شبکهٔ قبلی و از اتصال مراکز



شکل ۱- شبکهٔ ترکیبی سه‌گوش - چهارگوش و حجم کنترلهای مناسب

اجزای این شبکه به دست می‌آید شبکهٔ همزاد گفته می‌شود. در پژوهش حاضر، شبکهٔ همزاد از اتصال میانهٔ عناصر شبکه که در یک راس و ضلع مشترک‌اند، بنا شده‌اند. عوامل دخیل در انتخاب شبکهٔ همزاد متنوع هستند. مطلب بیشتری در این زمینه را می‌توان در مرجع [۸] یافت.

۳-۲- روشهای ضمنی و صریح

اهمیت هر یک از روشهای ضمنی و صریح در انتخاب اندازه قدم زمانی است. در روشهای کاملاً ضمنی، محدودیت کمتری روی اندازهٔ قدم زمانی برای پایدار ماندن روش حل وجود دارد. این در حالی است که روشهای صریح محدود به اندازهٔ قدمهای زمانی مجاز و کوچکتری هستند. بنابراین تعداد قدمهای زمانی لازم برای حصول جواب حالت دائم در روشهای ضمنی بسیار کمتر از روشهای صریح است. برای مسائلی که حل دقیق زمانی مدنظر است بایستی از قدمهای زمانی کوچک استفاده کرد. این امر مستقل از پایداری و یا ناپایداری روشهای حل است. در پژوهش حاضر، مسئلهٔ مورد مطالعه، مسئلهٔ غیردائمی است و حل زمانی مسئله مورد نظر است. بنابراین انتخاب روشهای ضمنی یا صریح در چنین مسایلی تابع اندازهٔ قدم زمانی مورد نیاز و راحتی به کارگیری این روشهاست. چون اعمال روشهای صریح بسیار ساده‌تر از روشهای ضمنی بوده و نیازی به حل دستگاه معادله‌های همزمان ندارد از روشهای صریح استفاده شده است.

۳-۳- بیان حجم محدود معادله‌های حاکم

در بیان حجم محدود معادله‌ها، ابتدا فضای فیزیکی به سلولهای محاسباتی کوچکی موسوم به حجم کنترل تقسیم شده و سپس برای هر سلول، معادله‌های حاکم انتگرال‌گیری می‌شوند. با انتگرال‌گیری از دستهٔ معادله‌های (۱) روی حجم کنترل مشخص، معادله از شکل دیفرانسیلی در آمده و شکل معادلهٔ انتگرالی را به خود می‌گیرد. بعد از انتگرال‌گیری از این معادله‌ها و چند عملیات جبری، شکل نهایی دسته معادله‌های (۱) را می‌توان به صورت

$$\forall \frac{d\mathbf{Q}}{dt} + \sum_{j \in J_0} \left(\mathbf{F}^i - \mathbf{F}^v\right)_j \Delta S_j = \forall (\mathbf{H})_j \qquad (۴)$$

نمایش داد که در آن $\mathbf{F}$ بردار شار در وجوه سطح کنترل، $\mathbf{Q}$ و $\mathbf{H}$، به ترتیب، مقادیر متوسط بردارهای حالت و چشمه در هر حجم کنترل هستند. $\forall$ حجم سلول محاسباتی، ΔS طول هر یک از اضلاع تشکیل‌دهندهٔ حجم کنترل محاسباتی است. علامت جمع نیز روی تمامی این اضلاع عمل می‌کند.

محاسبهٔ شار از وجوه سطح کنترل، مسئلهٔ اصلی روشهای عددی حل معادله‌های حاکم بر دینامیک سیالات را تشکیل می‌دهد. وجود تفاوت فاحش بین شارهای لزج $\mathbf{F}^v$ و غیر لزج $\mathbf{F}^i$، موجب تفاوت بین روشهای محاسبهٔ آنهاست. شار غیرلزج، همان طور که در معادلهٔ (۱) نشان داده شده است، حاوی عبارتهای غیرخطی است. این در حالی است که شار لزج از عبارتهای خطی تشکیل شده است. به همین منظور نیز روشهای محاسبهٔ این شارها در بخشهای جداگانه ارائه شده است.

۳-۴- محاسبهٔ شار غیرلزج

در شکل جبری معادله‌های حاکم که در معادلهٔ (۴) ارائه شده، بردار شار غیرلزج $\mathbf{F}^i$ که از وجوه سطح کنترل سلولهای محاسباتی می‌گذرند معرفی شده است. شکل این بردار به صورت

$$\mathbf{F}^i = \begin{Bmatrix} \rho u_\perp \\ \rho u_\perp u + p n_x \\ \rho u_\perp v + p n_y \\ \rho u_\perp H \end{Bmatrix} \qquad (۵)$$

$$u_\perp = u n_x + v n_y$$

$$H = E + \frac{p}{\rho}$$

است که در آن، n_x و n_y مولفه‌های بردار یکهٔ عمود بر سطح کنترل مورد محاسبه، $u_\perp$ مولفهٔ عمود بر سطح کنترل بردار سرعت، و H انتالپی کل است. شار عبوری از هر وجه، به بردار حالت طرفین وجه وابسته خواهد بود.

برای محاسبهٔ شار غیرلزج روشهای متنوعی ابداع شده‌اند و هر یک از آنها دارای مزایا و معایب ویژه‌اند، زیرا هر یک از آنها بر مبنای اهداف و الگوی خاصی طراحی می‌شوند. انتخاب روشهای مورد نظر از میان این روشها نیز به اهداف این پژوهش بستگی دارد. از این رو، از میان روشهای متعدد، تعداد کمی از آنها قابل استفاده‌اند. به طور مختصر، روشهای مورد استفاده باید از اضمحلال عددی یا لزجت عددی کمی برخوردار باشند. زیرا هدف از این پژوهش، مطالعه جریانهایی است که در آن امواج آکوستیکی حضور دارند. بنابراین، وجود لزجت عددی زیاد موجب سرکوب یا حذف این امواج می‌شود. همچنین در موتور موشک سوخت جامد، به دلیل طرح هندسهٔ داخل آن، ممکن است که در جریان گاز گردابه تولید و پخش شود. این مکانیزم به طور شدیدی به عدد رینولدز یا لزجت سیال وابسته است. برای مشاهدهٔ این پدیده استفاده از روشهایی که دارای لزجت عددی زیادند مناسب نیست. علاوه بر کم بودن لزجت عددی، روشهای محاسبهٔ شار، نباید در شکل امواج و یا ماهیت آنها تغییری ایجاد کنند. خاصیت پخش عددی، خاصیتی است که موجب تغییر شکل موج و یا ایجاد نوسانهای ناخواسته و غیرواقعی در میدان می‌شود. خاصیت سومی که بایستی روشهای تعیین شار غیرلزج از آن برخوردار باشند، دقت مکانی زیاد است. این روشها، یا بایستی خودبه‌خود از دقت قابل قبول برخوردار بوده و یا قابلیت تبدیل به روشهای دقیقتر را دارا باشند. به عنوان آخرین خاصیت روشهای تعیین شار، امکان به کارگیری آنها در شبکه‌های بی‌سازمان است.

یکی از روشهای رایج در این گونه مسائل، روش مک‌کورمک مرتبهٔ دوم است که توسط محققان برای محاسبهٔ میدان نوسانی درون موتور موشک به کار برده شده است [۳ و ۶]. بنابر گزارش این محققان، روش مک‌کورمک در حل مسائل مورد نظر قابلیتهای خوبی از خود نشان داده است. اما نکته‌ای که باید در نظر داشت، استفاده از شبکهٔ باسازمان در مسایل فوق و کارهای مشابه با آن است. به دلیل شکل بی‌سازمان شبکه‌بندی میدان، اعمال این روش بسیار مشکل به نظر می‌رسد. علاوه بر روش مک‌کورمک، روشهای دقیق دیگری نیز وجود دارند که در شبکهٔ باسازمان بسیار موفق به نظر می‌رسند. از این روشها می‌توان، روش تفاضل مرکزی بدون نوسان که در [۹] به کار برده شده را نام برد. متاسفانه این روش نیز قابلیت اعمال بر شبکه‌های بی‌سازمان را ندارد.

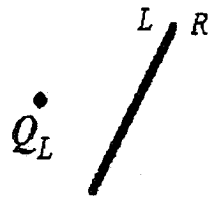
دستهٔ دیگر روشهای تعیین شار غیرلزج، روشهای بادسو با شکافت شار هستند. این روشها، براساس جهت انتشار امواج اکوستیکی بنا گذاشته شده‌اند. در نتیجه، در هر نقطه بردار شار به بردارهای شار چپ و شار راست تجزیه می‌شود. بنابراین برای محاسبهٔ شار عبوری از یک وجه، می‌توان از مجموع شارهای چپ و راست طرفین وجه استفاده کرد. این روشها، عموماً از دقت کمی برخوردارند، ولی قابلیت افزایش دقت آنها وجود دارد. این روشها، در شبکهٔ بی‌سازمان نیز مانند شبکهٔ باسازمان عمل می‌کنند و محدودیت آنها در به کارگیری روشهای دقیق است. قابلیت این دسته از روشها در مسائل مربوط به تداخل اکوستیک و جریان متوسط با به کارگیری روشهای با دقت زیاد، افزایش می‌یابد. از این رو، روش تابع شار رو در محاسبهٔ شار غیرلزج مورد استفاده قرار گرفته است.

۳-۴-۱- تابع شار رو

محاسبهٔ شار به کمک تابع شار رو، نیازمند حل مسئلهٔ ریمان یک‌بعدی در جهت عمود بر سطح کنترل است. این روش بر مبنای تبدیل معادله‌ها از متغیرهای بقایی به متغیرهای موج قرار دارد. براساس ژاکوبی معادله‌ها برحسب متغیرهای موج، امواج در جهتهای مختلف یک وجه از سطح کنترل تفکیک شده و برای تعیین شار از هر جهتی، از متغیرهای موجود در راستای همان جهت استفاده می‌شود. جزییات بیشتر این روش را می‌توان در [۱۰] یافت. برای محاسبهٔ شار روی هر وجه از سطح کنترل از معادلهٔ زیر استفاده می‌شود:

$$\mathbf{F}^{i,(Roe)} = \mathbf{F}^i(\mathbf{Q}_L, \mathbf{Q}_R) = \frac{1}{2}(\mathbf{F}^i_L + \mathbf{F}^i_R) - \frac{1}{2}\left|\frac{\partial \mathbf{F}^i}{\partial \mathbf{Q}}\right|_{LR}(\mathbf{Q}_R - \mathbf{Q}_L) \qquad (۶)$$

در این معادله، زیرنویسهای R و L، به ترتیب، به کمیتهای سمت راست و چپ یک وجه اشاره دارند. این نامگذاری در شکل زیر نشان داده شده است.



$\mathbf{F}^i_L$ و $\mathbf{F}^i_R$ بردارهای شار معرفی شده توسط معادلهٔ (۵)، به ترتیب، برحسب بردار حالت چپ و راست هستند. $\frac{\partial \mathbf{F}^i}{\partial \mathbf{Q}}$ ماتریس ژاکوبی شار بوده و $\left|\frac{\partial \mathbf{F}^i}{\partial \mathbf{Q}}\right|$ ماتریسی است که مقادیر ویژهٔ آن برابر با قدرمطلق مقادیر ویژهٔ ماتریس اصلی است. زیرنویس LR به محل محاسبهٔ این ماتریس اشاره دارد. در روش تفاضل رو، بردار حالت مورد نیاز برای محاسبهٔ این ماتریس، دارای خصوصیات ویژه‌ای است [۱۰]. این بردار حالت از مقادیر متوسط به خصوصی تشکیل یافته که به مقادیر متوسط رو موسوم‌اند.

شار معرفی شده در معادلهٔ (۶) به شکل کلی روشهای بادسوست. این معادله بیان می‌کند که شار محاسبه شده بر اساس تفاضل مرکزی و اضافه کردن اضمحلال عددی ویژه‌ای قرار دارد. شکل دیگری از این معادله را می‌توان براساس بیان عبارت اضمحلال عددی برحسب متغیرهای موج ارائه کرد. جزییات این نحوهٔ نمایش تابع شار رو را می‌توان در مرجع [۱۰] یافت.

در بیان معادلهٔ شار، چه به صورت معادلهٔ (۶) و چه برحسب متغیرهای موج، مقادیر متوسط رو به شکل زیر به دست می‌آیند:

$$w=\frac{\sqrt{\rho_L}}{\sqrt{\rho_L}+\sqrt{\rho_R}}$$

$$\hat{\rho}=\sqrt{\rho_L\rho_R}=\left(\frac{1}{\rho_L}w+\frac{1}{\rho_R}(1-w)\right)^{-1}$$

$$\hat{u}=u_L w+u_R(1-w)$$

$$\hat{v}=v_L w+v_R(1-w)$$

$$\hat{H}_0=H_{0L}w+H_{0R}(1-w)$$

$$\hat{c}=\sqrt{(\gamma-1)\left(\hat{H}_0-\frac{1}{2}\left(\hat{u}^2+\hat{v}^2\right)\right)} \qquad (۷)$$

دیگر کمیتهای مورد نیاز به شکل متوسط رو، به شیوهٔ بالا محاسبه می‌شوند.

۳-۵- محاسبهٔ شار با دقت زیاد

جواب به دست آمده از حل معادلهٔ (۴)، به صورت مقدار متوسط بردار حالت در هر سلول محاسباتی است. در رابطه‌ای که برای محاسبهٔ بردار شار توسط معادلهٔ (۶) ارائه شده، از مقدار متوسط بردار حالت در طرفین وجوه مشترک بین سلولها استفاده شده است. این بدان معناست که فاصلهٔ مراکز سلولها از یکدیگر نقشی در تعیین بردار شار ندارند. در روشهای دقیقتر، تعیین شار براساس مقادیر بردار حالت که درست در طرفین وجه مشترک سلولها محاسبه می‌شوند، قرار دارد. برای این کار، بر مبنای توزیع ثابت بردار حالت در هر سلول، توزیع دیگری از آن بازسازی می‌شود. این مقادیر بازسازی شده در محاسبهٔ بردار شار مورد استفاده قرار می‌گیرند.

در بناسازی روشهای با دقت مرتبهٔ بالاتر فرض توزیع حالت به صورت مقدار ثابت در هر سلول با توزیع خطی حالت در هر سلول جایگزین می‌شود. برای این منظور با استفاده از مقادیر ثابت جواب در سلولهای گوناگون، توزیع خطی جواب بازسازی می‌شود. معمولاً بازسازیهای مطلوب طوری رفتار می‌کنند که نقاط بیشینه یا کمینهٔ غیرواقعی تولید نشود. به کمک این مقادیر بازسازی شده، جواب جدیدی به صورت مقدار متوسط در هر سلول به دست می‌آید. با تکرار این فرایند در هر قدم زمانی، محاسبهٔ شار و در نهایت جواب، با دقت بیشتری نسبت به استفاده از توزیع ثابت حالت در هر سلول به دست می‌آید.

۳-۵-۱- بازسازی خطی

در شکل (۲-الف) بخشی از یک شبکهٔ محاسباتی نشان داده شده است. در این شکل سلول محاسباتی A به عنوان سلولی در نظر گرفته می‌شود که قرار است بازسازی جواب در آن انجام شود. شکل تابع بازسازی خطی به صورت

$$Q(x,y)=Q(x_0,y_0)+\vec{\nabla}Q.\Delta\vec{r} \qquad (۸)$$

است که در آن Q خاصیت مورد بازسازی، $\vec{\nabla}Q$ گرادیان این خاصیت داخل سلول مورد نظر، (x_0,y_0) مختصات نقطه‌ای مشخص درون سلول، ترجیحاً مرکز آن یا گرهٔ شبکه، و $\Delta\vec{r}$ نیز بردار مکان نقطه (x,y) درون سلول نسبت به نقطهٔ (x_0,y_0) است. این تابع مقدار Q را در داخل سلول محاسباتی مورد نظر، به صورت خطی حول نقطهٔ

(x_0,y_0) بازسازی می‌کند. آنچه که لازم است تا این بازسازی مورد قبول باشد این است که

$$Q(x_0,y_0)=\frac{1}{\text{area}}\int_A Q(x,y)dA \qquad (۹)$$

چنانچه از هر گونه گرادیان ثابت در سلول استفاده شده باشد و (x_0,y_0) مرکز هندسی سلول باشد این شرط خود به خود برقرار می‌شود. بردار گرادیان نمایانگر بهترین تخمین از گرادیان جواب در داخل سلول است که به کمک اطلاعات اطراف سلول محاسباتی به دست می‌آید. در ادامه، روشهای محاسبهٔ این گرادیان ارائه شده است.

شکل تابع بازسازی معرفی شده در معادلهٔ (۸) به همراه محدودگر مناسب به صورت

$$Q(x,y)=Q(x_0,y_0)+\Phi_A\vec{\nabla}Q.\Delta\vec{r} \qquad (۱۰)$$

است. هدف اصلی، یافتن بزرگترین مقدار Φ_A است طوری که اصل یکنوایی جواب حاصله از بازسازی خطی رعایت شود و جوابهای به دست آمده فراتر از مقادیر بیشینه و کمینهٔ گره‌های مجاور گره A نباشد [۸ و ۱۱]. برای این منظور، ابتدا کمترین و بیشترین مقدار Q از بین مقادیر گره A و گره‌های مجاور آن، B، C، D،...، به ترتیب، به صورت

$$Q_A^{min}=\min\left(Q_A,Q_{neighbors}\right)$$

$$Q_A^{max}=\max\left(Q_A,Q_{neighbors}\right) \qquad (۱۱)$$

به دست می‌آید، آن‌گاه لازم است تا مقدار Q بازسازی شده بین دو مقدار بالا واقع شود، یعنی

$$Q_A^{min}<Q(x,y)<Q_A^{max} \qquad (۱۲)$$

با توجه به ثابت بودن گرادیان Q در داخل سلول، بیشترین یا کمترین مقدار Q(x,y) در گوشه‌های سلول محاسباتی، یعنی گره‌های مرکزی b، c، d،...، اتفاق می‌افتد و این خاصیت خوبی برای محاسبهٔ Φ_A است. برای هر گوشه از سلول محاسباتی A که در شکل (۲-الف) نشان داده شده، مقدار بازسازی شدهٔ Q تعیین می‌شود: $j=a,b,c,...,g$ و $Q_j=Q(x_j,y_j)$. بر این اساس محدودگر Φ_A، به شکل زیر، طوری تعیین می‌شود که شرط (۱۲) ارضا شود:

$$\Phi_A=\begin{cases}\min\left(1,\dfrac{Q_A^{max}-Q_A}{Q_j-Q_A}\right) & j=a,b,c,...,g \ \text{ if } \ Q_j-Q_A>0\\ \min\left(1,\dfrac{Q_A^{min}-Q_A}{Q_j-Q_A}\right) & j=a,b,c,...,g \ \text{ if } \ Q_j-Q_A<0\\ 1 & j=a,b,c,...,g \ \text{ if } \ Q_j-Q_A=0\end{cases} \qquad (۱۳)$$

به این ترتیب خاصیت Q برحسب Q_A و گرادیان آن، $\vec{\nabla}Q_A$، در داخل سلول محاسباتی A به صورت

$$Q=Q_A+\Phi_A\vec{\nabla}Q_A.\Delta\vec{r} \qquad (۱۴)$$

قابل محاسبه است.

۳-۵-۲- تعیین گرادیان

برای محاسبهٔ گرادیان یک خاصیت درون سلول، روشهای متعددی معرفی و به کار برده شده‌اند [۸، ۱۲ و ۱۳]. یکی از این روشها بر مبنای قضیهٔ گرین - گوس قرار دارد که در این پژوهش مورد استفاده قرار گرفته است. این روش براساس رابطهٔ دقیق زیر قرار دارد:

$$\int_\Omega \vec{\nabla}Q\,dA=\oint_{\partial\Omega} Q\,\vec{n}\,dS \qquad (۱۵\text{-الف})$$

که در آن $\vec{n}$ بردار عمود بر مسیر و Ω ناحیهٔ انتگرال‌گیری است که درون آن گرادیان Q تعیین می‌شود. با فرض آنکه $\vec{\nabla}Q$ درون Ω ثابت باشد، با محاسبهٔ انتگرال مسیر بالا می‌توان آن را به صورت زیر محاسبه کرد:

$$\vec{\nabla}Q_A=\frac{1}{\text{area}}\oint_{\partial\Omega} Q\,\vec{n}\,dS \qquad (۱۵\text{-ب})$$

برای انتخاب مسیر و تابع انتگرال روی آن بایستی دو قید زیر ارضا شوند [۱۱]. نخست آنکه اگر Q به طور خطی تغییر کند آن‌گاه $\vec{\nabla}Q_A$ به طور دقیق محاسبه شود. دوم آنکه برای هر گونه از شبکه‌بندی $\vec{\nabla}Q_A$ قابل محاسبه باشد. شرط اول بخشی از اصول طراحی روشهای دقیق در حل معادله‌های جابه‌جایی خطی است. شرط دوم نیز به الگوریتم انتخاب مسیر و روابط انتگرال‌گیری جامعیت

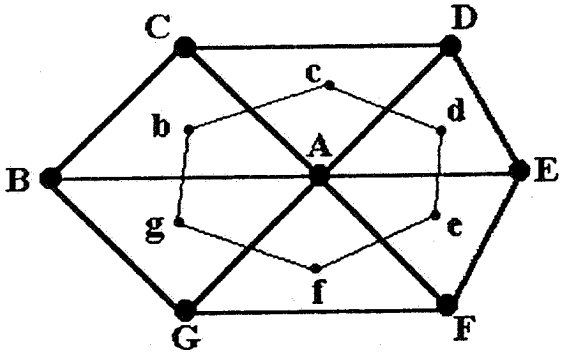
می‌بخشد.

برای محاسبهٔ گرادیان Q روی یک گره دو راه ساده وجود دارد که هر دوی آنها دو شرط بالا را ارضا می‌کنند. در شکل (۲-الف) سلول محاسباتی A با گرهٔ مرکزی A نشان داده شده است. یک انتخاب برای محاسبهٔ انتگرال مسیر (۱۵)، ناحیهٔ بزرگتری است که توسط المانهای مشترک در گرهٔ A ایجاد می‌شود. مسیر انتگرال‌گیری مسیری است که از گره‌های B، C، D... تشکیل شده است. Q نیز روی هر یک از اضلاع تشکیل‌دهندهٔ این مسیر، به صورت متوسط دو مقدار انتهایی آن محاسبه می‌شود. از آنجایی که در روشهای گره‌ای متغیرهای میدان در گره‌ها ذخیره و محاسبه می‌شوند، نیازی به محاسبهٔ Q روی گره‌ها نیست. راه دیگر محاسبهٔ گرادیان Q روی یک گره، انتخاب حجم کنترل محاسباتی به عنوان ناحیهٔ انتگرال‌گیری است. این ناحیه همان طور که در شکل (۲-الف) نشان داده شده، از اتصال مراکز هندسی عناصر شبکه که در گرهٔ A مشترک‌اند، تشکیل شده است. مسیر انتگرال‌گیری مسیری است که از گره‌های مرکزی b، c، d... تشکیل شده است. مانند روش قبل، Q نیز روی هر یک از اضلاع تشکیل دهندهٔ این مسیر، به صورت متوسط دو مقدار انتهایی آن محاسبه می‌شود. در این روش باید Q را در مراکز هر سلول شبکه، b، c، d... محاسبه کرد. برای این منظور کافی است متوسط Q در رئوس هر سلول را حساب کرد. هر چند که نتایج حاصله از این دو روش نسبتاً یکسان است، ولی در پژوهش حاضر از روش اول استفاده شده است.

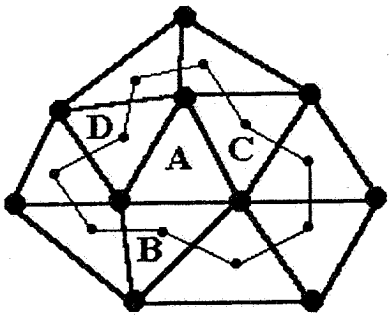
در محاسبهٔ شار لزج وضعیتی پیش می‌آید که در آن ناچار باید از گرادیان خاصیت داخل سلول شبکه استفاده کرد. به همین منظور نیز نحوهٔ انتخاب مسیر و متغیر انتگرال‌گیری برای محاسبهٔ گرادیان داخل سلول شبکه ($\vec{\nabla}Q$ روی مرکز سلول) ارائه می‌شود. برای محاسبهٔ گرادیان Q روی یک سلول از شبکه سه راه وجود دارد. در شکل (۲-ب) سلول (مثلث) شبکهٔ A با سه سلول دیگر B، C و D همسایه است. راه اول برای محاسبهٔ انتگرال مسیر (۱۵)، استفاده از خود سلول A به عنوان ناحیه انتگرال است. در این صورت مسیر انتگرال‌گیری محیط سلول است Q نیز روی هر یک از اضلاع این سلول به صورت متوسط دو مقدار انتهایی آن محاسبه می‌شود. از آنجایی که انتهای هر ضلع به یک گره میدان متصل است، نیازی به محاسبهٔ Q نیست. راه دوم انتخاب مسیر، اتصال مراکز سه سلول همسایهٔ سلول A، یعنی سلولهای B، C و D است. در این صورت، ناحیه انتگرال‌گیری به شکل مثلثی خواهد بود که بخشی از سلول A را در بر می‌گیرد. Q روی هر یک از اضلاع این سلول به صورت متوسط دو مقدار انتهایی آن محاسبه می‌شود. از آنجایی که انتهای هر ضلع به مرکز یک سلول شبکه متصل است، بایستی Q متوسط آن سلول را مورد استفاده قرار داد. راه دیگر محاسبهٔ گرادیان Q در یک سلول شبکه، استفاده از ناحیه تشکیل یافته از اتصال مراکز همهٔ سلولهایی است که با هر یک از رئوس سلول A مشترک‌اند. چندضلعی که به این روش تولید شود، به طور کامل سلول A را در بر می‌گیرد. برای محاسبهٔ انتگرال (۱۵) بایستی از مقادیر متوسط Q در مراکز سلولهای مشترک بهره جست و برای مقدار Q در هر ضلع از این مسیر، از متوسط Q در دو انتهای آن ضلع استفاده کرد. از سه راه بالا، راه دوم از اعتبار کمتری برخوردار است. استفاده از روشهای اول و سوم تفاوت محسوسی در جواب ایجاد نمی‌کنند. با توجه به سهولت محاسبات، روش اول بر روش سوم برتری دارد و در کار حاضر نیز مورد استفاده واقع شده است.

۳-۶- محاسبهٔ شار لزج

اساسیترین کار در محاسبهٔ شارهای لزج، تعیین مشتقهای مرتبهٔ اول خواص در وجوه تشکیل‌دهندهٔ حجم کنترل است. یک راه ساده، محاسبهٔ این مشتقها در تمام سلولهای محاسباتی براساس رابطهٔ گرین -گوس، معادلهٔ (۱۵)، است که به دنبال آن با یک تقریب ساده مشتقهای مورد نظر روی یک وجه از متوسط‌گیری حسابی مشتقهای درون سلولهایی که در آن وجه مشترک‌اند، به دست خواهند آمد. با توجه به شکل (۳-الف)، مشتق روی وجه E با ترکیبی از مشتقهای محاسبه شده درون حجم کنترلهای CV1 و CV2 به دست می‌آید. راه دیگر، استفاده از ترکیب مشتقهای محاسبه شده درون سلولهای شبکه و مشتقهای محاسبه شده روی گره‌های شبکه است. به این ترتیب که، از مشتقهای درون سلولها برای محاسبهٔ مؤلفهٔ عمود بر وجه مشتق، و از مشتقهای روی گره‌های شبکه برای محاسبهٔ مؤلفهٔ موازی با وجه مشتق استفاده می‌شود. با توجه به شکل (۳-ب)، به کمک مشتقهای معلوم درون سلولهای شبکه C1 و C2، مؤلفهٔ عمود بر وجه E مشتقها به دست می‌آید. آن گاه برای محاسبهٔ مؤلفهٔ موازی با وجه E مشتقها، از مقادیر مشتقها

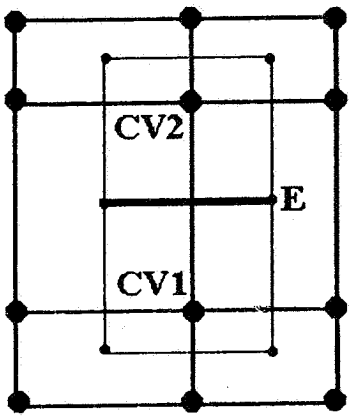


الف- محاسبهٔ گرادیان روی گرهٔ شبکه

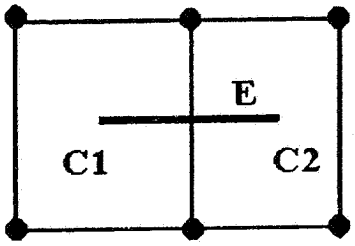


ب- محاسبهٔ گرادیان داخل یک سلول شبکه

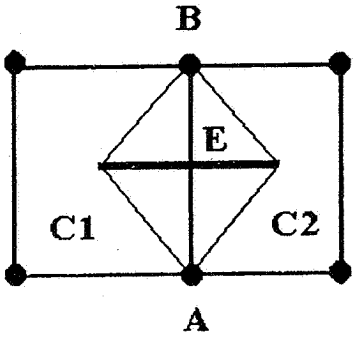
شکل ۲- نواحی مورد نیاز برای محاسبهٔ گرادیان



الف



ب



ج

شکل ۳- درونیابی شار لزج

روی گره‌های A و B استفاده می‌شود. مشتقهای گره و سلول را می‌توان با استفاده از رابطهٔ گرین - گوس محاسبه کرد. این روش دارای دقت از مرتبهٔ دوم است ولی نیازمند محاسبهٔ دو مشتق دیگر است.

یک راه دیگر برای محاسبهٔ مشتقها روی وجوه تشکیل‌دهندهٔ حجم کنترل، محاسبهٔ مستقیم آنهاست. به این ترتیب که با تشکیل یک حجم کنترل مناسب اطراف هر وجه، با استفاده از رابطهٔ گرین-گوس مشتقهای لازم درون آن محاسبه شوند. برای تشکیل حجم کنترل اطراف یک وجه راههای زیادی وجود دارد. یکی از راههای بسیار ساده برای این منظور در شکل (۳-ج) نشان داده شده است. حجم کنترل منتخب در این روش از اتصال گره‌های دو طرف وجه E به دو انتهای آن تشکیل می‌شود. با معلوم بودن متغیرها روی چهار گوشهٔ این حجم کنترل، محاسبهٔ مشتق آنها میسر می‌شود. متغیرهای میدان روی گره‌های A و B ذخیره شده‌اند و مقدار متغیرها درون (مرکز) سلولهای شبکه C1 و C2 نیز به راحتی قابل محاسبه‌اند.

عبارتهای ظاهر شده در برابر شار لزج معادلهٔ (۱) به صورت ترکیبی از مشتقهای مرتبهٔ اول و متغیرهای اولیه میدان هستند. بنابراین، با معلوم بودن این متغیرها و مشتقهای آنها روی وجوه تشکیل‌دهندهٔ حجم کنترل، محاسبهٔ بردار شار لزج سرراست خواهد بود. چیزی که باید به آن توجه کرد، این است که علی رغم تفاوتهای زیاد در روشهای محاسبهٔ این مشتقها، نتایج حاصله چندان تفاوتی را نشان نمی‌دهند. این موضوع با حل مسئلهٔ لایه مرزی روی صفحهٔ تخت و مقایسهٔ نتایج با حل معروف بلازیوس تحقیق شده است. به طور کلی، روشهای متعارف محاسبهٔ مشتقهای لزجتی در شبکه‌های بی‌سازمان نتایج نسبتاً مشابهی را به دست می‌دهد [۱۳].

۴- بررسی نتایج

پدیدهٔ اندرکنش جریان و اکوستیک در یک نوع موتور با شش

هندسهٔ داخلی متفاوت بررسی شده است. این شش هندسه منطبق بر دو طرح مختلف گرین سوخت است. از هر طرح سه حالت که نشان‌دهندهٔ هندسه داخلی موتور در زمانهای مختلف سوزش سوخت است انتخاب شده است. طرح این موتور بسیار شبیه موتورهای بوستردار است که سوخت بوستر آن تمام شده است. در اینجا سؤال مطرح می‌شود که نقش پسروی سطح سوزش سوخت جامد در موتور چیست؟ آیا اساساً پسروی سوخت نقش قابل توجهی در نتایج حاصله دارد؟ با یک تحلیل ابعادی ساده می‌توان نتیجه گرفت که اثر پسروی سطح سوخت نقش چندانی در ماهیت فیزیکی مسئله ندارد. به عنوان مثال، زمان لازم برای ۱۰۰ نوسان با فرکانس ۱۰۰۰ هرتز برابر با ۰/۱ ثانیه است. از طرفی نرخ سوزش سوختهای رایج در حدود ۱۰ میلی‌متر در ثانیه است. بنابراین، سطح سوخت در زمان ۰/۱ ثانیه فقط ۱ میلی‌متر عقب نشینی می‌کند. بدیهی است که این مقدار تغییر در هندسهٔ موتور بسیار ناچیز است.

در این مسئله از اثرات آشفتگی صرف نظر شده است. زیرا با توجه به دمای زیاد محصولات احتراق (بیش از ۳۰۰۰ درجهٔ سانتیگراد) ویسکوزیتهٔ گازهای حاصل از احتراق زیاد است (3.6e-4 در سیستم متریک). اثر آشفتگی در مقابل مقدار زیاد ویسکوزیتهٔ گازهای حاصل از احتراق قابل صرف نظر کردن است. علاوه بر این، نقش نوسانات کم دامنه و فرکانس بالای ناشی از آشفتگی در مقابل امواج پردامنه و کم‌فرکانس اکوستیک ناچیز است.

۴-۱- معرفی مسئله

در شکل (۴) حالتهای مختلف مورد مطالعه، در مختصات دوبعدی دکارتی نشان داده شده است. در این شکلها، D قطر موتور، H ضخامت سوخت باقیمانده در موتور، L1 و L2 نیز به ترتیب، طول قسمت باقیماندهٔ سوخت و طول محفظهٔ خالی از سوخت است. نقاط ۱، ۲، و ۳ نمایانگر نقاطی هستند که در آنها فشار موتور استخراج شده است. از شش هندسهٔ نشان داده شده در این شکل، سه وضعیت اول آن هر یک دارای دو حالت هستند. سطح جانبی گرین سوخت را می‌توان عایق یا در حال سوزش در نظر گرفت. چنانچه این سطح در حال سوزش فرض شود، آن گاه محصولات حاصل از احتراق سوخت از آن خارج شده و به کل جریان گاز درون موتور می‌پیوندند. در غیر این صورت این سطح، عایق فرض شده و جرمی از آن خارج نمی‌شود. در سه حالت (د) تا (و) شکل (۴)، سطح جانبی در حال سوزش فرض شده است. در همهٔ شش هندسه نشان داده شده در شکل (۴)، عقب نشینی سطح سوزش در جهتهای شعاع و محور در نظر گرفته شده و هندسه‌های مختلف براساس این اصل به دست آمده است. خواص فیزیکی گازهای حاصل از احتراق، که در محاسبات از آنها استفاده شده، در جدول (۱) نشان داده شده است.

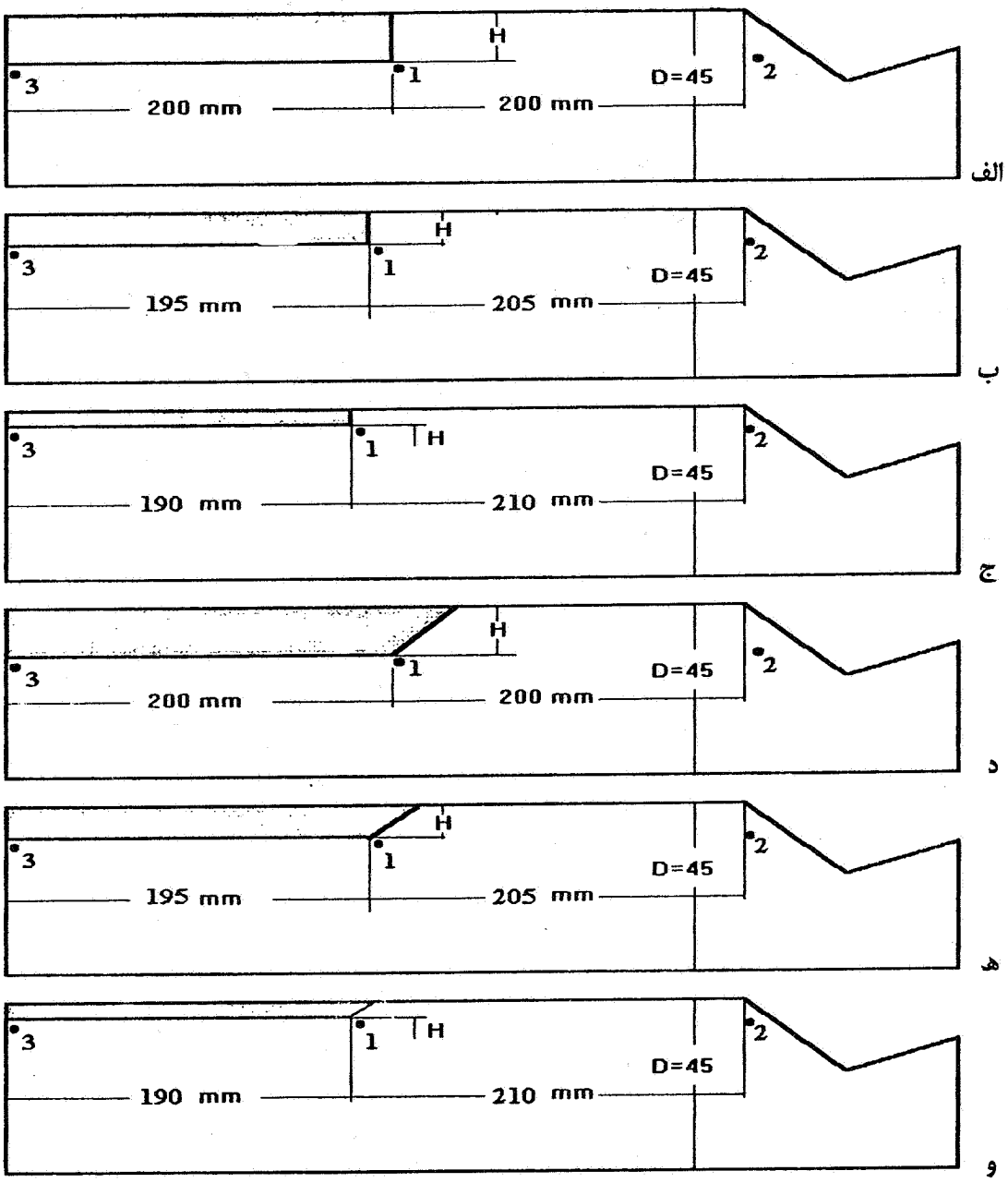
۴-۲- شرایط اولیه و مرزی

شرایط اولیه برای شروع محاسبات، شرایط اتمسفر در نظر گرفته شده است. با شروع محاسبات و گذشت زمان، و ورود گازهای حاصل از احتراق سوخت جامد، فشار محفظهٔ موتور افزایش یافته و به مقدار متعادلی می‌رسد که قطر گلوگاه نازل موتور و نرخ آزادسازی جرم ناشی از سوختن سوخت تعیین می‌کنند. از آنجایی که روند بازسازی جواب در محاسبهٔ شار غیرلزج عمدهٔ زمان محاسبات را به خود اختصاص می‌دهد، این قسمت از محاسبات بدون استفاده از این روند انجام می‌شود. این جواب به دلیل پایین بودن مرتبهٔ دقت محاسبهٔ شار (زیاد بودن لزجت عددی) حاوی نوسانات قابل توجهی نیست و در اغلب نقاط داخل موتور، بردار حالت ثابت است. این جواب نسبتاً دائمی به عنوان حالت یا شرایط اولیه برای ادامهٔ محاسبات با دقت بالا مورد استفاده قرار می‌گیرد.

برای تسریع بیشتر در حصول جواب حالت دائمی بدون نوسان، از چندین شبکهٔ محاسباتی نیز استفاده شده است. به این ترتیب که ابتدا جواب حالت دائمی در شبکهٔ بسیار درشت به دست آمده و با انتقال این جواب به شبکه‌ای که ابعاد اجزای آن یک مرتبه کوچکتر از شبکهٔ قبلی است، جواب در این شبکه نیز به دست آورده می‌شود. با تکرار این عمل برای چندین شبکهٔ ریزتر، جواب حالت دائمی در شبکهٔ مورد نظر به دست می‌آید. در این حالت نیز جواب نسبتاً دائمی به دست آمده به عنوان شرایط اولیه برای محاسبهٔ میدان نوسانی در شبکهٔ نهایی مورد استفاده قرار می‌گیرد. در شبکه‌بندی با تعداد عناصر کم، استفاده از این روند هیچ گونه مزیتی ندارد، ولی با افزایش تعداد عناصر شبکهٔ نهایی، استفاده از آن مقرون به صرفه است.

جدول ۱- خواص ترموفیزیکی محصولات احتراق سوخت (سیستم متریک)

R	μ	k	Pr	γ	ρ_s	T_{flame}	$\dot{r}$
۲۹۹/۵	36E-5	۰/۱۰	۱	۱/۱۴	۱۶۳۳	۳۳۹۷	13E-3



شکل ۴- شش هندسهٔ متفاوت برای یک موتور

در محاسبات انجام شده از چهار نوع شرط مرزی برای دیواره‌های میدان استفاده شده است. در خط تقارن موتور شرط مرزی متقارن به‌کار برده شده است و برای دیواره‌های جامد موتور، شامل سر موتور، ناحیهٔ ورودی به نازل، و بدنهٔ نازل شرط مرزی دیوارهٔ جامد بدون لغزش استفاده شده است. برای سطح سوزش سوخت، شرط مرزی دیواره با پاشش جرم و انرژی و بدون لغزش در نظر گرفته شده است. خواص به‌کار برده شده در این نوع مرز در جدول (۱) ارائه شده است. برای دهنهٔ خروجی نازل نیز شرط

خروج جریان به کار برده شده است. شرط مرزی روی دیوارهٔ جانبی (پیشانی) سوخت جامد، بسته به عایق بودن یا نبودن، دیوار بدون لغزش بدون یا با پاشش جرم و انرژی به کار برده شده است.

۴-۳- بررسی نتایج

برجسته‌ترین نتیجهٔ این مطالعه تغییر فرکانس نوسانات براساس تغییر هندسه و وضعیت سطح جانبی است. به عنوان نمونه، برای وضعیت نشان داده شده در شکل (۴-الف)، فرکانس متوسط نوسانات فشار در حالتی که سطح جانبی سوخت عایق شده باشد، برابر با ۱۵۶۲ هرتز است. این فرکانس نزدیک فرکانس طبیعی نوسانات طولی در موتور است. در همین هندسه و در حالتی که سطح جانبی سوخت در حال سوزش باشد، فرکانس متوسط نوسانات فشار برابر با ۲۳۱۰ است. این فرکانس نزدیک فرکانس طبیعی نوسانات طولی در محفظهٔ ثانویه موتور است. این محفظه شامل بخشی از موتور است که حاوی هیچ گونه سوختی نیست. همچنین این فرکانس بسیار نزدیک به هماهنگ دوم فرکانس طبیعی کل موتور است. علت این پدیده نیز اثری است که ورود جرم از سطح جانبی سوخت به محفظهٔ موتور روی نوسانات جریان می‌گذارد. این موضوع با تغییر ضخامت سوخت، H، تایید شده است. چنانچه نسبت ضخامت سوخت به قطر موتور از مقدار ۰/۳۳۳ (مقدار اولیه) به مقادیر کمتر تغییر داده شود، اثر ورود جرم از سطح جانبی نیز کم‌رنگتر خواهد شد. با تغییر نسبت H/D از ۰/۳۳۳ به ۰/۲۲۲ فرکانس نوسانات از ۲۳۱۰ به ۱۳۳۹ هرتز تغییر می‌یابد. با تغییر H/D به ۰/۱۱۱ نوسانات فشار بسیار کم دامنه شده و فرکانس آن نیز در حدود فرکانس اولیه نوسانات است.

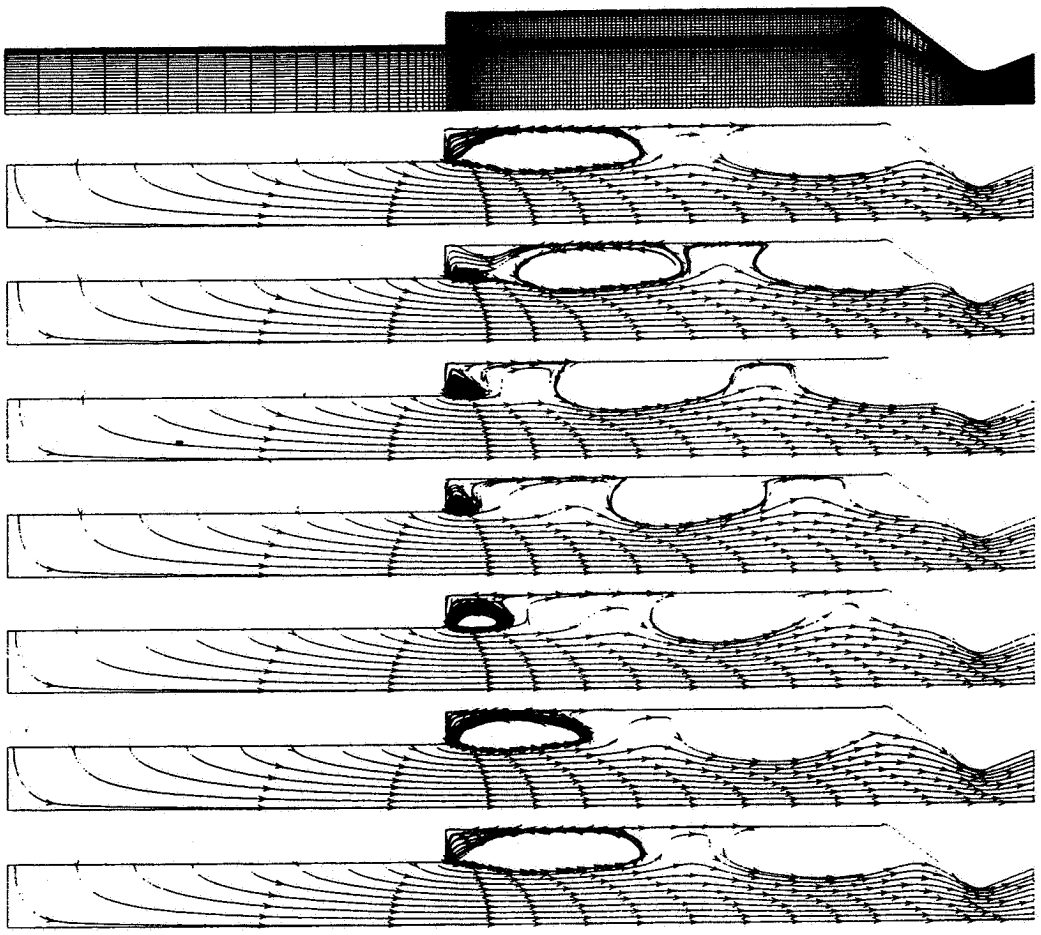
در جدول (۲) وضعیت هندسی و نتایج برجسته در هر حالت نشان داده شده است. در این جدول f فرکانس نوسانات فشار در نقطهٔ ۲، Δp دامنهٔ نوسانات فشار در نقطهٔ ۲، و $\bar{p}$ فشار متوسط موتور در نقطهٔ ۳ است. در شکل (۵) نمایی از رفتار موتور با هندسه نشان داده شده در شکل (۴-الف) در وضعیتی که سطح جانبی عایق است، ارائه شده است. در این شکل شبکه‌بندی میدان و خطوط جریان در زمانهایی به فاصلهٔ ۱/۶ دورهٔ تناوب نوسانات فشار نشان داده شده است. مشاهده می‌شود که، به طور همزمان دو گردابه که در لبهٔ سطح سوزش سوخت شکل می‌گیرند در موتور حرکت می‌کنند و بعد از برخورد با دیوارهٔ همگرای نازل از بین می‌روند. هستهٔ اولیه این گردابه‌ها، لبهٔ انتهایی سوخت است. از این شکل مشاهده می‌شود که گردابهٔ اول از این نقطه جدا شده و به سمت قسمت انتهایی موتور حرکت می‌کند. بعد از اینکه این گردابه جدا شد، گردابهٔ بعدی تشکیل می‌شود و به این ترتیب همزمان چندگردابه در موتور، در حال انتشار وجود دارد. در شکل (۶) نوسانات فشار در نقاط مختلف موتور نشان داده شده است. این نقاط در شکلهای (۴) نشان داده‌اند. به طور خلاصه، نقطهٔ ۱ در مجاورت لبهٔ سوخت، نقطهٔ ۲ در راستای نقطهٔ ۱ و در نزدیکی نازل و نقطهٔ ۳ در راستای دو نقطهٔ دیگر و در ابتدای موتور واقع شده‌اند. در شکل (۶-د) فرکانس متوسط نوسانات که از FFT نمودار فشار در نقطهٔ ۲ به دست آمده، نشان داده شده است. خلاصهٔ نتایج این حالت در جدول (۲) تحت عنوان حالت (۱) گنجانیده شده است.

در شکل (۷) نمایی از رفتار موتور با هندسهٔ نشان داده شده در شکل (۴-الف)، در وضعیتی که سطح جانبی آن در حال سوزش است، ارائه شده است. این حالت در جدول (۲) با حالت (۲) مشخص می‌شود. در این شکل نیز شبکه‌بندی میدان و خطوط جریان در فواصل زمان ۱/۶ پریود نوسانات فشار نشان داده شده است. مشاهده می‌شود که دو گردابه در موتور در حال حرکت به سمت نازل هستند. محل تشکیل این گردابه‌ها در فاصلهٔ قابل توجهی از لبهٔ انتهایی سوخت قرار دارد. وجود گرادیان شدید سرعت در حوالی این نقطه موجبات ناپایداری جریان و تشکیل گردابه را فراهم ساخته است. در شکل (۸) نوسانات فشار در نقاط مختلف این موتور نشان داده شده است. شکلهای (۸-الف) تا (۸-ج) رفتار فشار در نقاط ۱ تا ۳ را نشان می‌دهد. فرکانس نوسانات فشار در نقطهٔ دوم در شکل (۸-د) نشان داده شده است. با مقایسه دامنهٔ نوسانات فشار در اشکال مربوط به حالت اول، شکلهای (۶)، و حالت دوم، شکلهای (۸)، مشاهده می‌شود که دامنهٔ نوسانات فشار در حالت دوم کمتر از حالت اول است و این موضوع نیز از قبل قابل پیش‌بینی بوده و ناشی از اثر ورود جرم از سطح جانبی سوخت است.

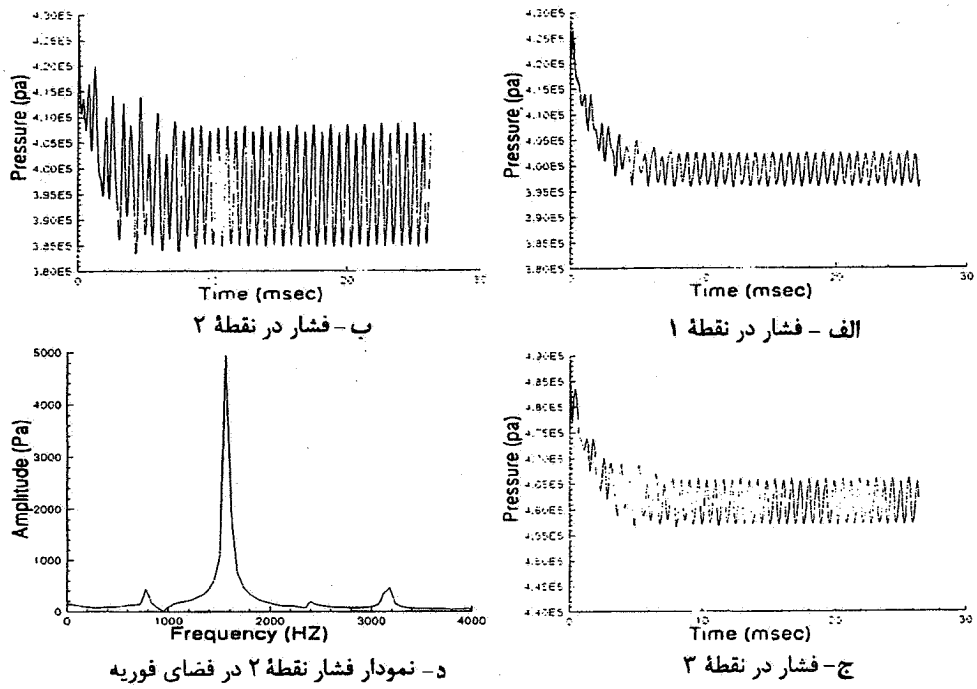
حالت (۵) جدول (۲) منطبق بر هندسهٔ نشان داده شده در شکل (۴-د) است. در این هندسه، لبهٔ انتهایی سوخت با شیب ۴۵ درجه به دیوارهٔ موتور متصل می‌شود. در شکل (۹) شبکه‌بندی میدان و خطوط درون موتور، در فواصل زمانی ۱/۶ پریود

جدول ۲- شرایط و نتایج موارد مطالعه شده برای اندرکنش جریان و اکوستیک

حالت	H/D	سطح جانبی سوخت	فرکانس متوسط (HZ)	Δp (Pa)	p̄ (bar)
۱	۰/۳۳۳	عایق	۱۵۶۲	۱۱۷۸۰	۴/۶۲
۲	۰/۳۳۳	در حال سوزش	۲۳۱۰	۸۷۳۲	۴/۹۶
۳	۰/۲۲۲	در حال سوزش	۱۳۳۴	۷۰۱۹	۴/۶۹
۴	۰/۱۱۱	در حال سوزش	۱۳۳۰	ناچیز	۴/۵۲
۵	۰/۳۳۳	در حال سوزش	۲۳۷۲	۶۵۰۷	۵/۰۹
۶	۰/۲۲۲	در حال سوزش	۱۳۳۹	۲۷۸۳	۴/۷۸
۷	۰/۱۱۱	در حال سوزش	۰	۰	۴/۵۵
۸	۰/۳۳۳	عایق	۱۵۴۰	۴۳۴۰	۴/۶۷



شکل ۵- شبکه‌بندی موتور و خطوط جریان درون آن در فواصل زمانی ۱/۶ پریود نوسانات برای حالت (۱)



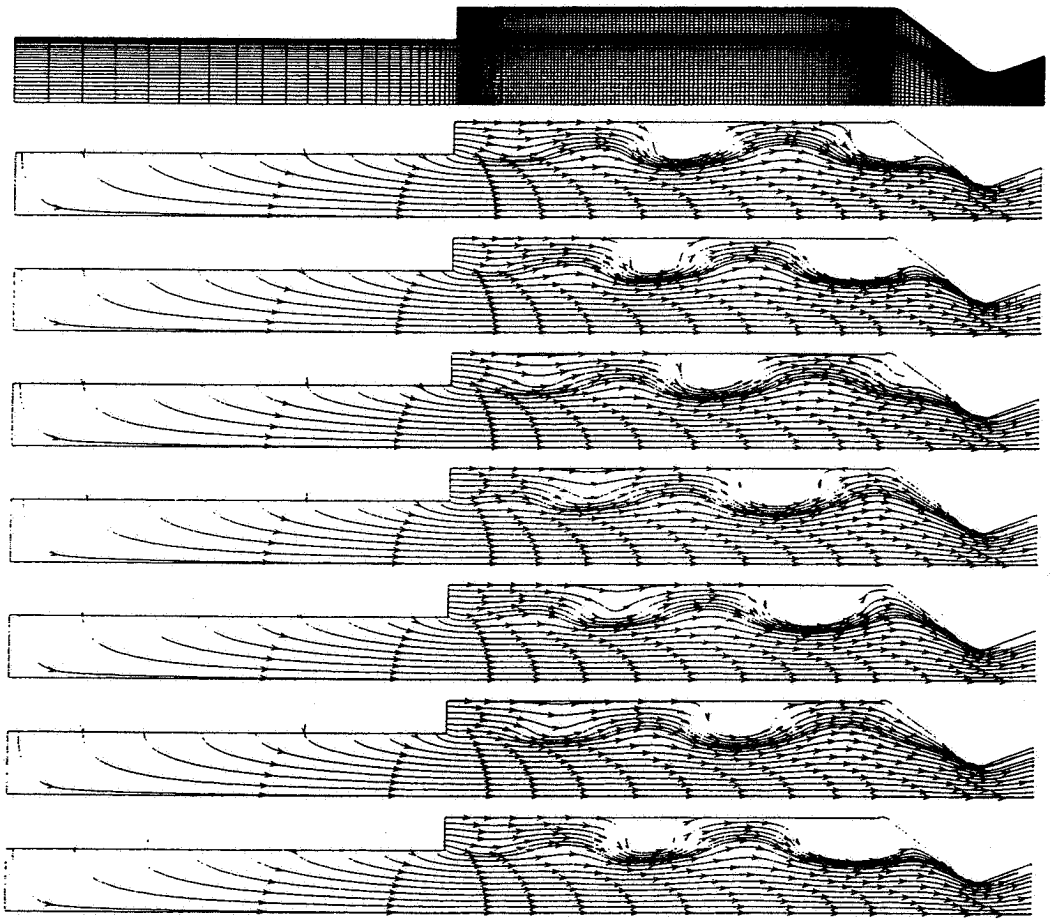
الف - فشار در نقطهٔ ۱

ب - فشار در نقطهٔ ۲

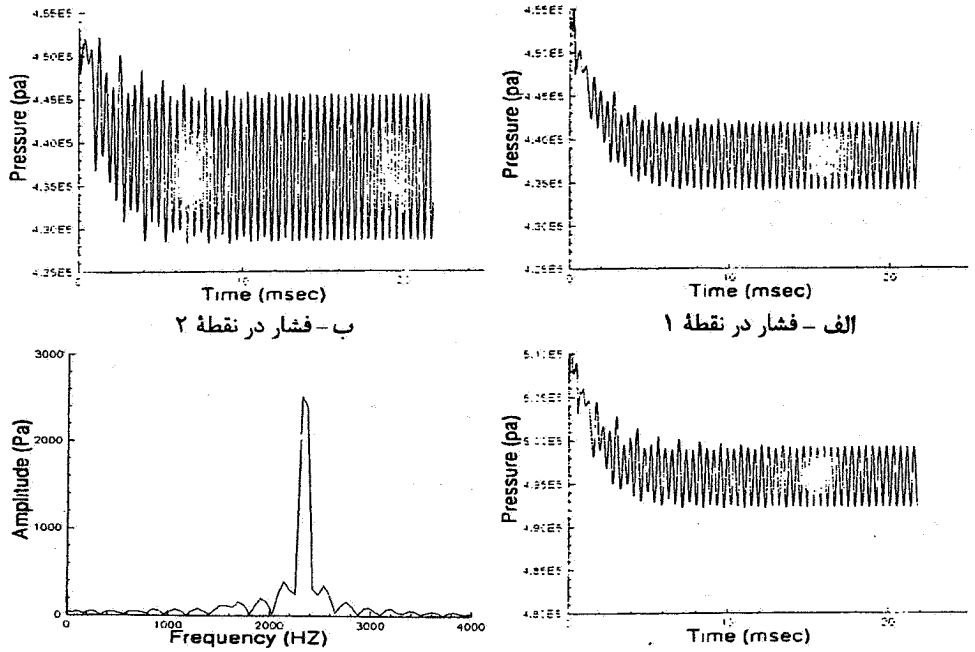
ج - فشار در نقطهٔ ۳

د - نمودار فشار نقطهٔ ۲ در فضای فوریه

شکل ۶- رفتار فشار در نقاط مختلف موتور برای حالت (۱)



شکل ۷- شبکه‌بندی موتور و خطوط جریان درون آن در فواصل زمانی ۱/۶ پریود نوسانات برای حالت (۲)



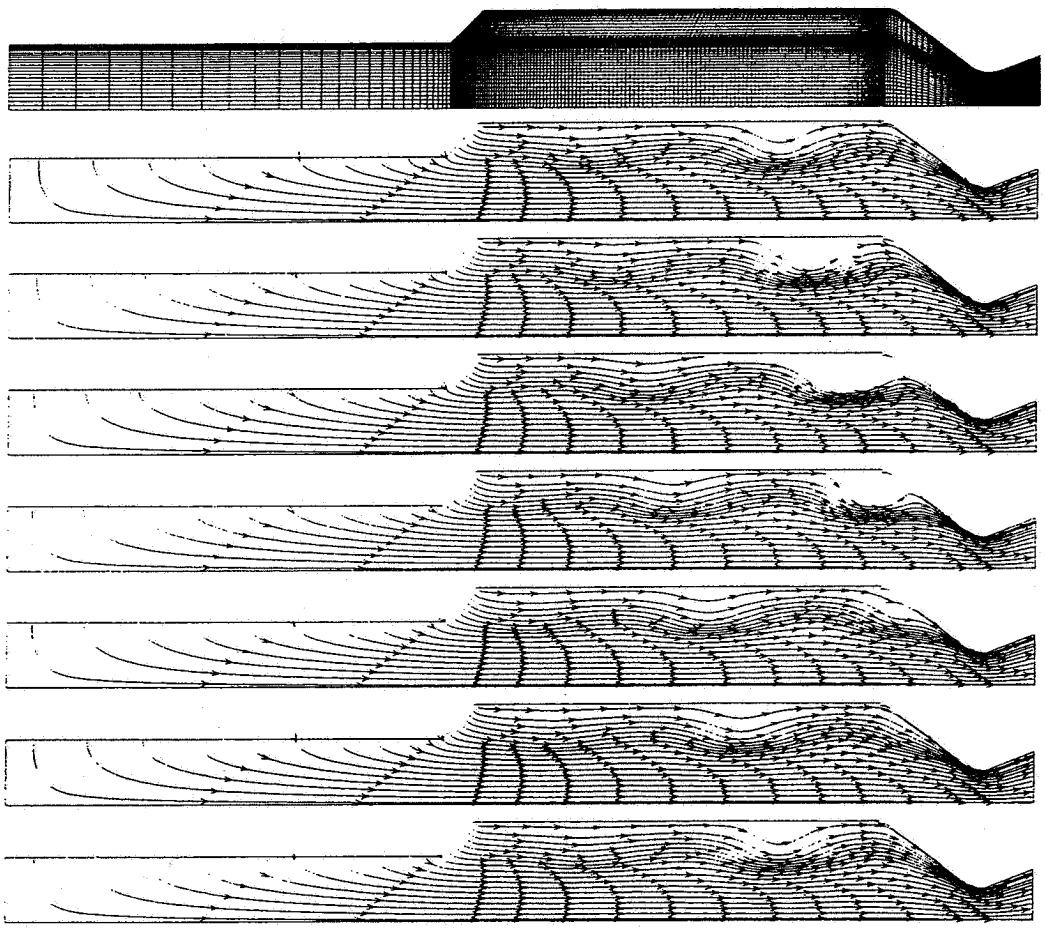
الف – فشار در نقطهٔ ۱

ب – فشار در نقطهٔ ۲

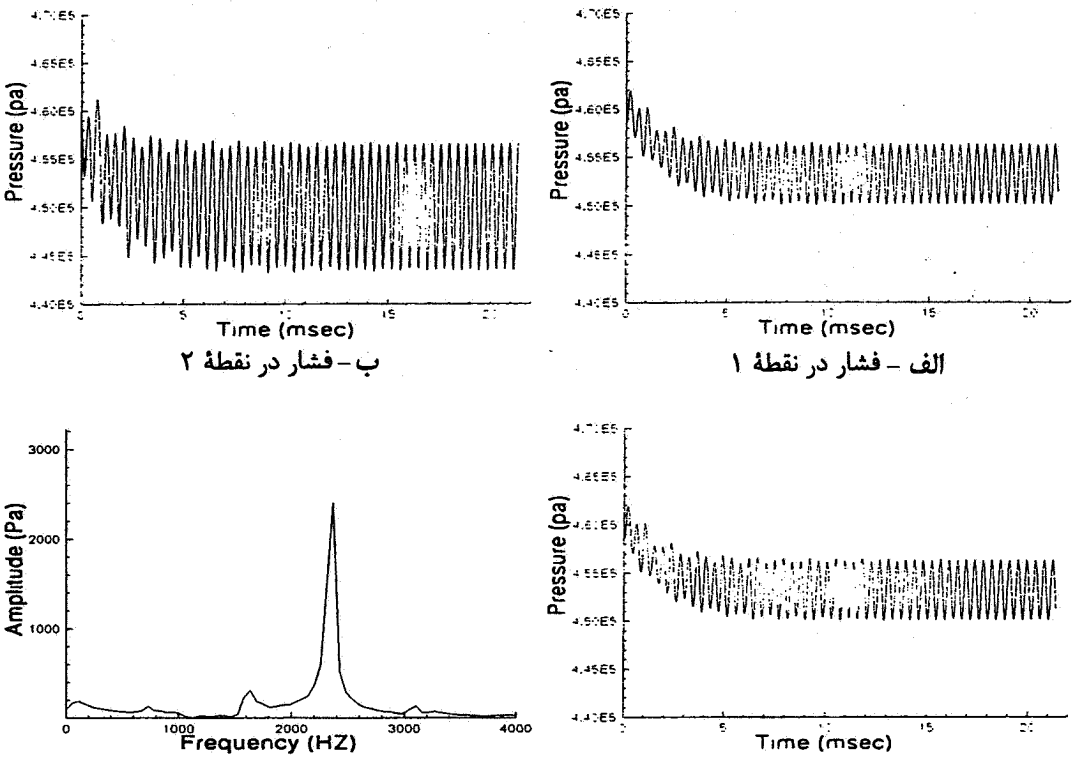
ج – فشار در نقطهٔ ۳

د – نمودار فشار نقطهٔ ۲ در فضای فوریه

شکل ۸ – رفتار فشار در نقاط مختلف موتور برای حالت (۲)



شکل ۹ – شبکه‌بندی موتور و خطوط جریان درون آن در فواصل زمانی ۱/۶ پریود نوسانات برای حالت (۵)



الف - فشار در نقطهٔ ۱

ب - فشار در نقطهٔ ۲

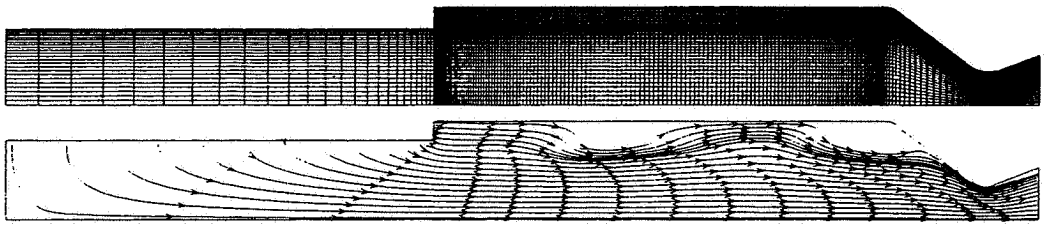
ج - فشار در نقطهٔ ۳

د - نمودار فشار نقطهٔ ۲ در فضای فوریه

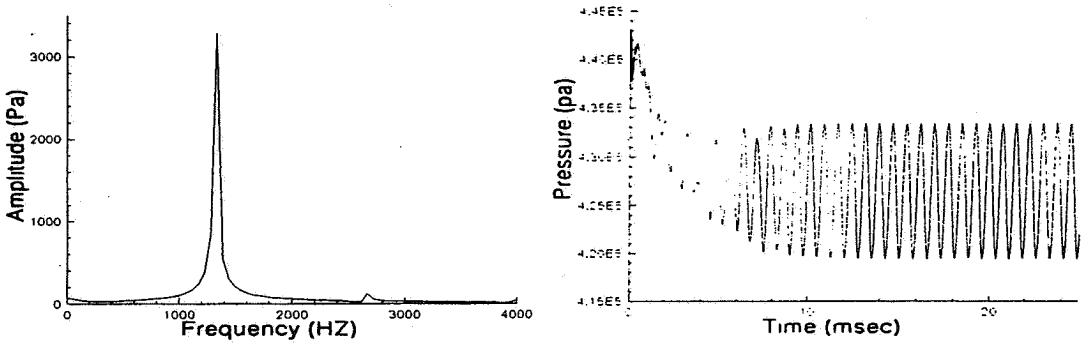
شکل ۱۰ - رفتار فشار در نقاط مختلف موتور برای حالت (۵)

نوسانات، برای این حالت دیده می‌شود. در این وضعیت نیز دو گردابه به طور همزمان در موتور وجود دارد ولی نقطهٔ تشکیل گردابه در اواسط طول محفظهٔ دوم است. در شکل (۱۰) رفتار فشار درون این موتور نشان داده شده است. ملاحظه می‌شود که فرکانس نوسانات در این موتور به فرکانس نوسانات در حالت (۲) نزدیک است. این رفتار نیز، بنابر دلایل گفته شده، کاملاً قابل انتظار است. در این موتور H/D برابر با ۰/۳۳۳ است، بنابراین جریان ورودی از سطح جانبی سوخت انرژی کافی برای ایجاد نوسانات با این فرکانس را داراست ولی دامنهٔ این نوسانات کمتر از حالت (۲) است. این حالت توسط کورتا [۶] نیز مطالعه شده است. در نتایج منتشره توسط این محقق، فرکانس نوسانات در حوالی فرکانس به دست آمده در پژوهش حاضر است. این فرکانس در حدود ۲۵۰۰ هرتز بوده که قابل مقایسه با فرکانس به دست آمده در این پژوهش، یعنی در حدود ۲۳۷۰ هرتز است. دامنهٔ نوسانات فشار در نتایج مرجع [۶] حوالی 1000 pa، ولی در کار حاضر حوالی 6500 pa است. به نظر می‌رسد که این تفاوت عمده در دامنهٔ نوسانات فشار به دقت روشهای حل بر می‌گردد. همچنین وجود تفاوت در هندسهٔ موتورهای مورد مطالعه را نباید از نظر دور داشت. فشار متوسط موتور در هر دو تحقیق به یکدیگر نزدیک است. متأسفانه مطالعات مندرج در مرجع [۶] دربارهٔ موتورهای یک تکه محدود به یک هندسه است و اثر تغییرات هندسه بر ماهیت نوسانات فشار، گزارش نشده است.

با کاهش H/D از ۰/۳۳۳ تا ۰/۲۲۲ که حالت (۳) در جدول (۲) را تشکیل می‌دهد، تغییری در ماهیت نوسانات فشار ایجاد می‌شود. این وضعیت در شکل (۴-ب) نشان داده شده است. با کاستن از ضخامت سوخت و ارتفاع پله ایجاد شده در جریان گاز درون موتور، ورود جرم از سطح جانبی قدرت کافی برای تغییر ماهیت نوسانی فشار را ندارد و نوسانات کماکان در حد حالت (۱) باقی می‌مانند. در شکل (۱۱) شبکه‌بندی و نمونه‌ای از طرح جریان درون موتور ارائه شده است. در این حالت نیز دو گردابه در موتور تشکیل می‌شود. در شکل (۱۲) رفتار فشار در نقطهٔ ۲ موتور و فرکانس متوسط این نوسانات نشان داده شده است. با مراجعه به جدول (۲) می‌توان



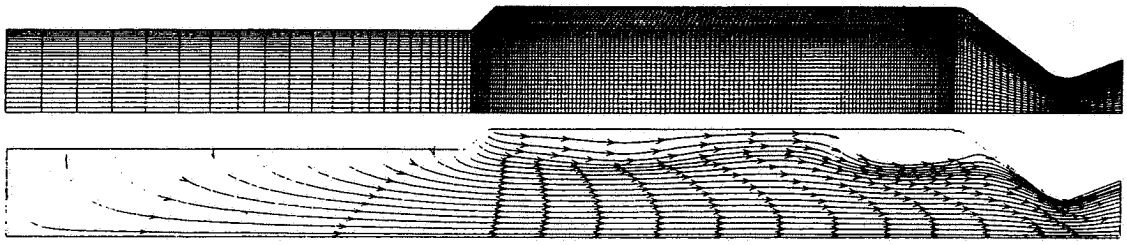
شکل ۱۱- شبکه‌بندی موتور و خطوط جریان درون آن در یک زمان برای حالت (۳)



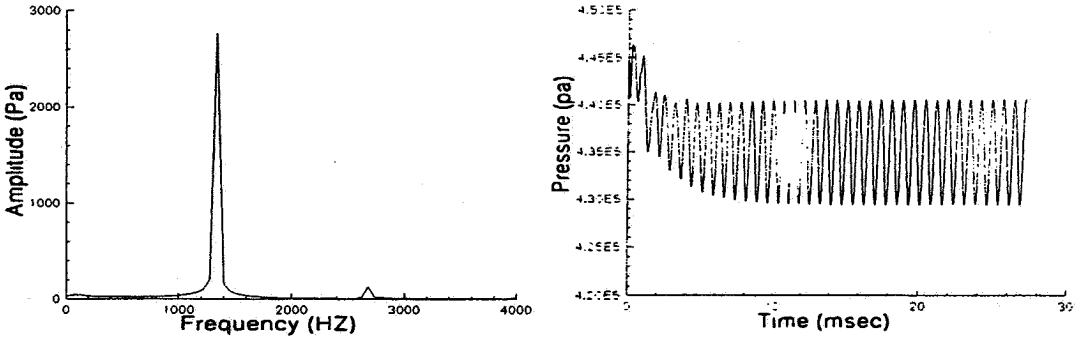
ب- نمودار فشار نقطهٔ ۲ در فضای فوریه

الف - فشار در نقطهٔ ۲

شکل ۱۲- رفتار فشار در نقاط مختلف موتور برای حالت (۳)



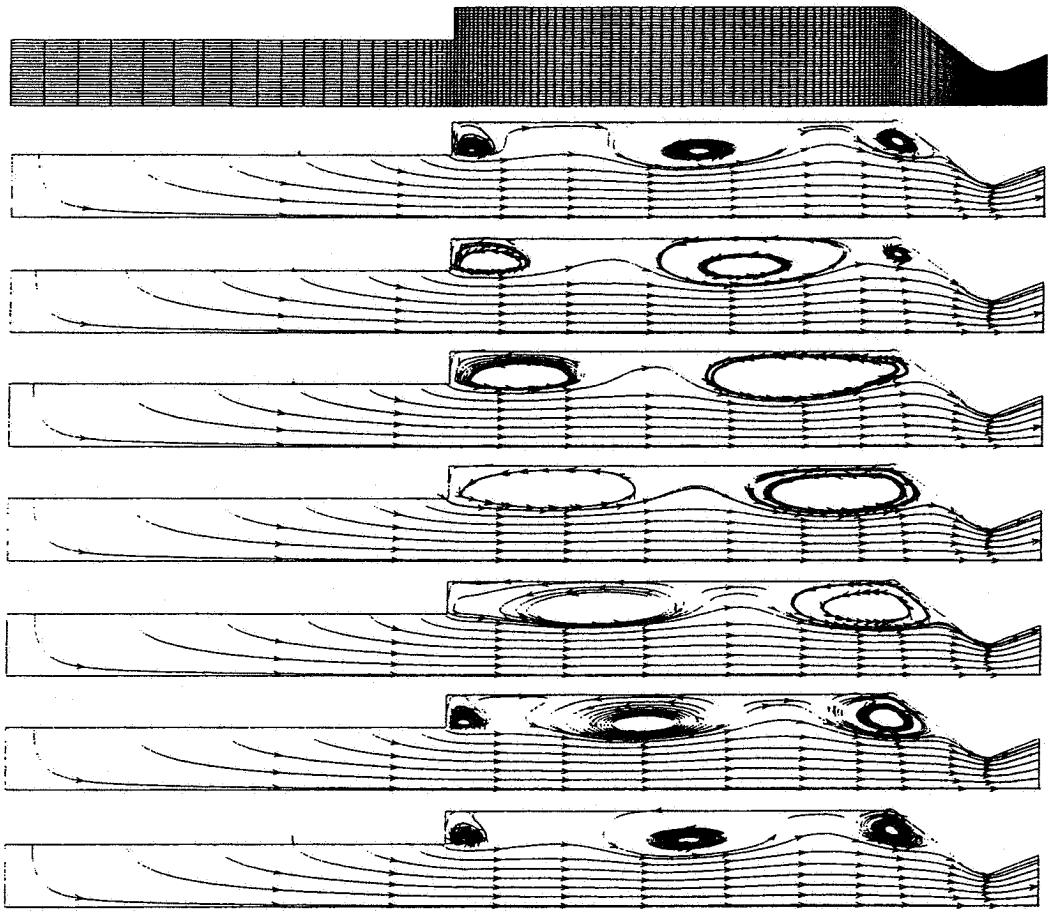
شکل ۱۳- شبکه‌بندی موتور و خطوط جریان درون آن در یک زمان برای حالت (۶)



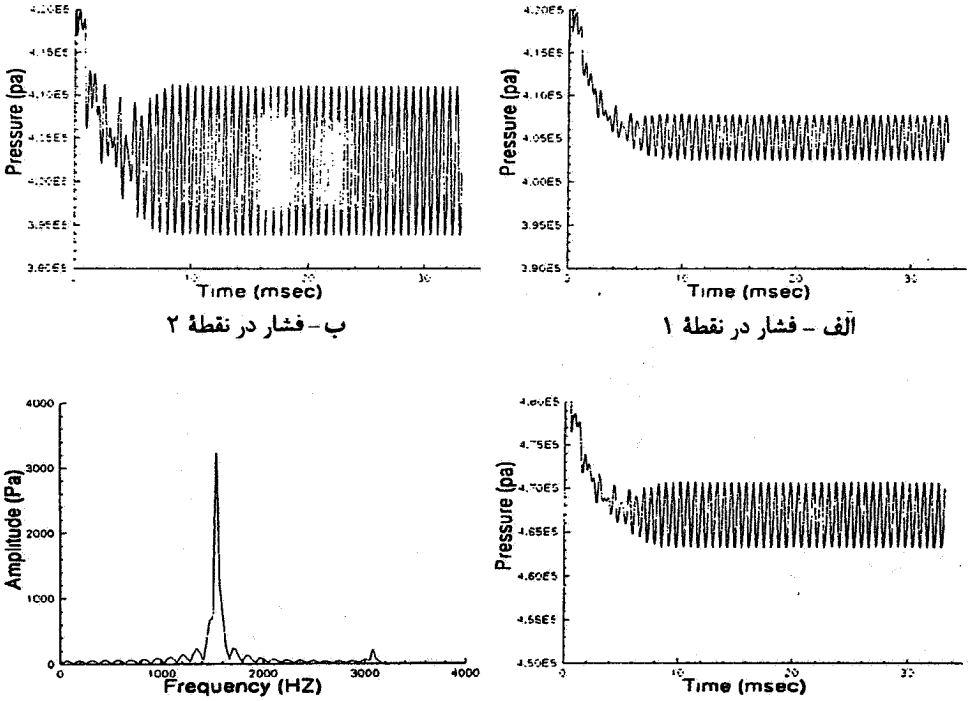
ب- نمودار فشار نقطهٔ ۲ در فضای فوریه

الف - فشار در نقطهٔ ۲

شکل ۱۴- رفتار فشار در نقاط مختلف موتور برای حالت (۶)



شکل ۱۵- شبکه‌بندی موتور و خطوط جریان درون آن در فواصل زمانی ۱/۶ پریود نوسانات برای حالت (۸)



الف - فشار در نقطهٔ ۱

ب - فشار در نقطهٔ ۲

ج- فشار در نقطهٔ ۳

د- نمودار فشار نقطهٔ ۲ در فضای فوریه

شکل ۱۶- رفتار فشار در نقاط مختلف موتور برای حالت (۸)

دریافت که دامنهٔ نوسانات فشار در این حالت از دو حالت (۱) و (۲) کمتر است و این امر برحسب مطالب گفته شده قابل پیش‌بینی است.

حالت (۴) مندرج در جدول (۲) از تغییر H/D به ۰/۱۱۱ نتیجه می‌شود که منطبق بر هندسهٔ نشان داده شده در شکل (۴-ج) است. در این حالت نوسانات بسیار کم دامنهٔ فشار وجود دارد که فرکانس آن برابر فرکانس نوسانات در حالت (۳) است. با تغییر H/D از ۰/۳۳۳ به ۰/۲۲۲، از طریق تغییر هندسه به وضعیت نشان داده شده در شکل (۳-ه)، سطح جانبی سوخت کاهش می‌یابد. این حالت منطبق بر حالت (۶) در جدول (۲) است. در شکل (۱۳) شبکه‌بندی میدان و خطوط جریان درون موتور در یک زمان خاص، نشان داده شده است. در این شکل وضعیت گردابه‌های تشکیل شده در موتور به خوبی نمایان است. در شکل (۱۴) رفتار فشار موتور در نقطهٔ ۲ و همچنین فرکانس متوسط این نوسانات نشان داده شده است. کاهش شدید فرکانس نوسانات مؤید اثر تعیین کنندهٔ هندسهٔ گرین سوخت است. دامنهٔ نوسانات فشار در این حالت از حالتهای ۱ تا ۵ جدول (۲) کمتر است. با کاهش H/D تا مقدار ۰/۱۱۱، منطبق بر هندسهٔ شکل (۳-و)، نوسانات فشار به طورکلی از بین رفته و میدان درون موتور به میدان غیرنوسانی تبدیل می‌شود. نتایج این مورد در جدول (۲) تحت حالت (۷) گنجانیده شده است.

برای اثبات استقلال جوابهای حاصله از ابعاد شبکه، نیاز است تا هر یک از مسایل بالا با شبکه‌های متفاوتی حل و جوابها با یکدیگر مقایسه شوند. باید اذعان داشت که این کار صورت گرفته و این استقلال با استفاده از شبکه‌های مورد استفاده به دست آمده است. در اینجا، به عنوان نمونه، به یک مورد از اثر تغییر شبکه اشاره می‌شود. حالت (۱) با شبکه‌بندی درشت مورد مطالعهٔ مجدد قرار گرفته و نتایج آن در جدول (۲) تحت عنوان حالت (۸) خلاصه شده است. در شکل (۱۵) شبکه‌بندی میدان و خطوط جریان در فواصل زمان ۱/۶ پریود نوسانات فشار نشان داده شده است. در شکل (۱۶) نوسانات فشار در نقاط مختلف این موتور نشان داده شده است. شکلهای (۱۶-الف) تا (۱۶-ج) رفتار فشار در نقاط ۱ تا ۳ را نشان می‌دهد. فرکانس نوسانات فشار نقطهٔ دوم در شکل (۱۶-د) نشان داده شده است. شبکه‌بندی میدان در این حالت یک مرتبه درشت‌تر از حالتهای دیگر است. الگوی گردابه‌های تشکیل شده در این حالت منطبق بر همان الگوی حالت (۱) است و فقط از دقت در نمایش گردابه‌ها کاسته شده است. رفتار فشار درون این موتور نیز کاملاً مشابه با رفتار فشار درون موتور حالت (۱) است. با مراجعه به جدول (۲) و همچنین شکل (۱۶) مشاهده می‌شود که از دامنهٔ نوسانات فشار در این حالت و در مقایسه با حالت (۱) کاسته شده است. این تفاوت ناشی از به کارگیری شبکهٔ درشت است. فرکانس نوسانات فشار که ویژگی عمدهٔ اثر اکوستیکی محفظهٔ موتور است، در این حالت تقریباً یکسان است.

در خاتمه بایستی به زمان انجام محاسبات اشاره کرد. با توجه به اینکه بیشترین مصرف زمان در محاسبهٔ جواب بازسازی شده است، برای رسیدن به جواب حالت دائم، از بازسازی استفاده نشده است. برای تسخیر یک پریود از نوسانات فشار در فرکانس منطبق بر مد اول طولی (تقریباً ۱۳۴۰ هرتز)، در حدود ۵۳۰۰ قدم زمانی مورد نیاز است. اندازهٔ متوسط هر قدم زمانی معادل 1.4e-7 ثانیه بوده است. زمان مصرفی برای هر سیکل از نوسانات بالا، روی رایانهٔ شخصی با پردازندهٔ پنتیوم ۲۰۰ مگاهرتز و برای شبکه‌ای با ۳۱۰۰ گره، در حدود ۳۴ دقیقه است. به عبارت دیگر برای هر قدم زمانی در حدود ۰/۳۸۵ ثانیه وقت صرف شده است. این میزان زیاد زمان ناشی از اندازهٔ قدم زمانی کوچک است.

۵- نتیجه‌گیری

بررسی کلی نتایج نشان می‌دهد که دامنهٔ نوسانات در مواردی که لبهٔ انتهایی سوخت با شیب ۴۵ درجه به بدنهٔ موتور متصل می‌شود، حالتهای نشان داده شده در شکلهای (۴-د) تا (۴-و)، کمتر از اتمام تیز آن (حالتهای نشان داده شده در شکلهای (۴-الف) تا (۴-ج) است. بنابراین، برای کاهش توان نوسانات جریان داخل موتور بایستی در طراحی گرین سوخت دقت لازم را مبذول داشت تا از ایجاد چنین وضعیتی اجتناب شود. از آنجایی که دامنهٔ اولیه نوسانات جریان داخل موتور تعیین‌کنندهٔ شکل‌گیری هستهٔ ناپایداری اکوستیکی در موتور است، کاهش توان نوسانات در موتورهای بوستردار (شبیه موتور مورد مطالعه) بسیار مهم است. به عبارت دیگر، تغییر تدریجی سطوح در حال سوزش چنین موتورهایی به پایداری اکوستیکی آنها کمک می‌کند. برای هندسه‌هایی که در طرح آنها پله وجود دارد (حالتهای نشان داده شده

در شکلهای (۴-الف) تا (۴-ج))، و سطح جانبی سوخت عایق شده باشد، در همهٔ موارد نوسانات فشار با فرکانس کوچکتر ظاهر شده است. چنانچه سطح جانبی سوخت عایق نشده باشد، اولاً دامنهٔ نوسانات کاهش می‌یابد و دوم آنکه امکان نوسانات فشار با فرکانس بزرگتر وجود دارد. همچنین در همهٔ حالتها، با کاهش H/D، نوسان میدان با فرکانس کوچکتر اتفاق می‌افتد.

حضور نوسانات پریودیک فشار در اغلب حالتهای مطالعه شده، گویای اهمیت اندرکنش جریان متوسط و اکوستیک، یا به عبارت دیگر، اهمیت هندسهٔ داخلی موتور است. ناپایداری اکوستیکی در موتورهای سوخت جامد نیازمند هستهٔ اولیه است. این هسته نوسانات کم‌دامنهٔ اکوستیکی را در میدان موتور پخش کرده و سطح در حال سوزش سوخت، که به این نوسانات حساس است، آن را تقویت می‌کند. نتایج به دست آمده از این مطالعه گویای این است که اندرکنش جریان متوسط و اکوستیک محفظهٔ موتور می‌تواند در شکل‌دهی هستهٔ اولیهٔ ناپایداری اکوستیکی نقش مهمی داشته باشد. همچنین تغییر فرکانس نوسانات ناپایدار موتور در طی عملکرد آن توسط همین پدیده توجیه‌پذیر می‌شود. زیرا همان طور که نتایج عددی حاضر نشان می‌دهند، با گذشت زمان و با تغییر هندسهٔ داخلی موتور فرکانس نوسانات اکوستیکی نیز تغییر می‌کند.

تشکر و قدردانی

بدین وسیله از معاونت پژوهشی دانشگاه صنعتی شریف به خاطر تأمین هزینهٔ این تحقیقات، صمیمانه تشکر و قدردانی می‌شود.

واژه نامه

1. Roe's flux function
2. Flandro and Jacobs
3. Culick
4. Kourta
5. MacKormac
6. cell-center
7. cell-vertex

مراجع

1. Flandro, G. A., and Jacobs, H. R., "Vortex Generated Sound in Cavities," *AIAA Paper* 73-1014, 1973.
2. Culick, F. E. C., and Magiawala, K., "Excitation of Acoustic Modes in a Chamber by Vortex Shedding," *J. of Sound and Vibration*, Vol. 64, No. 3, pp. 455-457, 1979.
3. Jou, W. H., and Menon, S., "Numerical Simulation of Pressure Oscillations in a Ramjet Combustor," Combustion Instability in Liquid-Fuelled Propulsion Systems, *AGARD*, CP 450, Art. 12, pp. 1-25, 1989.
4. Dotson, K. W., Koshigoe, S., and Pace, K. K., "Vortex Shedding in a Large Solid Rocket Motor Without Inhibitors at the Segment Interfaces," *J. of Propulsion and Power,* Vol. 13, No. 2, pp. 197-206, 1997.
5. Kourta, A., "Vortex Shedding in Solid Rocket Motors," *AIAA Paper* 95-0727, 1995.
6. Kourta, A., "Acoustic-Mean Flow Interaction and Vortex Shedding in Solid Rocket Motors," *Intr. J. for Numerical Methods in Fluids,* Vol. 22, pp. 449-465, 1996.
7. گل‌افشانی، م.، فرشچی، م.، و قاسمی، ح.، "بررسی اثرات تغییر هندسهٔ گرین بر پایداری احتراق موشکهای جامد سوز،" مجموعهٔ مقالات پنجمین کنفرانس دینامیک شاره‌ها، دانشگاه فردوسی مشهد، ص‌ص. ۱۸۸-۱۹۷، شهریور ۱۳۷۷.
8. Bart, T. J., "A 3-D Upwind Euler Solver for Unstructured Meshes," *AIAA Paper* 91-1548, 1991.
9. Nessyahu, H., and Tadmor, E., "Non-oscillatory Central Differencing for Hyperbolic Conservation Laws," *J. of Computational Physics,* Vol. 87, pp. 408-463, 1990.
10. Hirsch, C., *Numerical Computation of Internal and External Flows,* Vol. 2, John Wiley & Sons, 1988.
11. Bart, T. J., and Jespersen, D. C., "The Design and Application of Upwind Schemes on Unstructured Meshes," *AIAA Paper* 89-0366, 1989.
12. Bart, T. J., "Recent Developments in High Order K-Exact Recostruction on Unstructured Meshes, AIAA Paper 93-0668, 1993.