

بررسی تجربی جریان مافوق صوت حول یک بدنه مدور طویل

محمد رضا حیدری^{*}، محمد رضا سلطانی^{**}، محمد طبیعی رهنی^{**} و محمد فراهانی^{***}
دانشکده مهندسی هوا فضا، دانشگاه صنعتی شریف
پژوهشکده مهندسی جهاد کشاورزی

(دریافت مقاله: ۸۴/۳/۲۸ - دریافت نسخه نهایی: ۸۴/۱/۱۶)

چکیده - در این تحقیق، آزمایشات مختلف برای اندازه‌گیری توزیع فشار روی یک بدنه استوانه‌ای طویل با دماغه اجایو، در جریان مافوق صوت در مجموعهٔ توفیل باد سه‌منظوره دانشگاه امام حسین (ع)، انجام شده‌است. میدان جریان اطراف این مدل به کمک شیلیرین^۱ مشاهده و توزیع فشار کل در زوایای حمله مختلف اندازه‌گیری و مورد بررسی قرار گرفته است. زاویه موج ضربه‌ای به دست آمده از تصویرهای آشکارسازی با نتایج نظری تطابق نزدیکی را نشان می‌دهد. در هر زاویه حمله، فشار استاتیک روی بدنه و فشار کل اطراف آن در نقاط مختلف اندازه‌گیری شده‌است. نتایج نشان می‌دهند که توزیع فشار محیطی در موقعیت‌های طولی مختلف روی دماغه و نزدیک به آن متأثر از زاویه حمله است، ولی در بخش استوانه‌ای حساسیت کمتری نسبت به زاویه حمله و نیز موقعیت زاویه‌ای گردآگرد یک طول معین دارد. همچنین، توزیع فشار کل اطراف بدنه نسبت به زاویه حمله تغییر می‌کند و ضخامت لایه مرزی روی مدل با پیشروی در راستای جریان بیشتر می‌شود. در قسمت ابتداء و میانی بدنه، با افزایش زاویه حمله تا شش درجه، ضخامت لایه مرزی افزایش می‌یابد، اما در بخش انتهای بدنه، ابتدا ضخامت این لایه افزایش و سپس کاهش می‌یابد. پروفیلهای لایه مرزی در کلیه موقعیت‌های اندازه‌گیری شده نشانگر آشفته بودن جریان است.

واژگان کلیدی: جریان مافوق صوت، توزیع فشار، بدنه مدور طویل، لایه مرزی سه‌بعدی

Experimental Investigations of Supersonic Flow around a Long Axisymmetric Body

M. R. Heidari, M. R. Soltani, M. Taeibi-Rahni, and M. Farahani

Department of Aerospace Engineering, Sharif University of Technology
Agricultural Jihad Engineering Research Center

Abstract: A series of supersonic wind tunnel tests on an ogive-cylinder body were performed to investigate the pressure distribution, the boundary layer profiles, and the flow visualization at various angles of attack. All tests were conducted in the trisonic wind tunnel of the Imam Hossein University. The theoretical shock angle at different model positions compared well with those we obtained via Schilerian results. The static surface pressure results show that the circumferential pressure at different nose sections vary significantly with angle of attack. However, minor changes in the circumferential pressure signatures along

*** - کارشناس ارشد

** - دانشیار

* - دانشجوی دکترا

the cylindrical part of the body were observed. The total pressure measurements in the radial direction, perpendicular to the incoming flow, vary significantly both radially and longitudinally (along body length). The boundary layer thickness increases along the body. At the beginnig and at the middle part of the cylindrical portion of the body, the boundary layer thickness increases uniformly with increasing angle of attack. However, this situation differs near the end of the body. Our measurements indicated a turbulent boundary layer along the model, which is probably due to the high turbulence level in the tunnel test section.

Keywords: Supersonic flow field, Pressure distribution, Long axisymmetric body, Three-dimentional boundary layer

فهرست علامت

فاصله طولی از نوک دماغه در راستای محور تقارن	x	ضریب نیروی پسای مقطعی	C_{d_c}
زاویه حمله	α	قطر بخش استوانه‌ای مدل	d
زاویه سرش جانبی	β	نسبت طول کل به قطر بخش استوانه‌ای مدل	L/d
ضخامت لایه ممتد	δ^*	فشار استاتیک قبل از شوک عمودی	P_1
زاویه محیطی	θ	عدد رینولدز بحرانی	Re_c

روی بدنه‌های طویل، آزمایشات مختلفی، شامل اندازه‌گیری

توزیع فشار استاتیکی روی سطح جسم، اندازه‌گیری فشار کل در مجاور بدنه و آشکارسازی میدان جریان انجام شده است. برای این منظور، یک مدل اجایو- استوانه با $L/d=15$ انتخاب شده است. آزمایشات اندازه‌گیری توزیع فشار استاتیک روی بدنه‌های مشابه، با نسبت طول به قطر کمتر، به طور گسترده در خارج از کشور انجام شده و نتایج برخی از آنها موجود است. به هر حال، جستجوی نتایج اندازه‌گیری لایه مرزی، حاصلی جز دستیابی به یک سری نتایج آزمایش پروازی، تنها برای یک نقطه روی بدنه، نداشت [۳].

از دیگر اهداف این آزمایشات تهیه و ارائه بانک اطلاعاتی به محققان برای اعتباردهی به مطالعات CFD^۳ بوده است، به طوری که این مدل می‌تواند یکی از نمونه‌های آزمایش^۳ برای بررسی نتایج عددی مشابه با مرجع [۴] باشد. نتایج دیگر این آزمایشات، بررسی دقت روش‌های نظری و یا نیمه‌تجربی است که در کدهای سریع از آنها برای محاسبه توزیع فشار روی بدنه استفاده می‌شود. همچنین، اطلاعات به دست آمده، در پیش‌بینی محدوده گذر لایه مرزی آرام به آشفته قابل استفاده است.

۱- مقدمه

یکی از پارامترهای تعیین کننده طول بدنه موشكها، حجم تجهیزات و سیستمهای آن است. بدیهی است که افزایش این حجم باعث افزایش طول بدنه و نتیجتاً نسبت L/d آن می‌شود [۱]. بررسی رفتار و کیفیت جریان روی بدنه‌های طویل (نسبت طول به قطر زیاد) برای تحلیل ضرایب آبرودینامیکی موشكها بلند از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. جدا از مشکلات سازه‌ای، بحث جدایش جریان و رشد لایه مرزی در طول این گونه بدنه‌ها قابل توجه بوده و باید مورد بررسی دقیق قرار گیرد. جدایش جریان در بخش انتهایی بدنه منجر به تغییر عملکرد سطوح کنترلی عقب خواهد شد. به علاوه، موشكها نیاز دارند که در محدوده وسیعی از عدد ماخ (مادون تا مافق صوت) پرواز کنند که در کلیه این سرعتها لایه مرزی و رشد آن روی بدنه و سطوح مختلف متفاوت خواهد بود. لذا، نرخ رشد لایه مرزی و جدایش آن نقش مهمی در کارایی موشكها و انجام ماموریت آنها ایفا می‌کند [۲]. یک راه مطمئن برای تعیین نرخ رشد ضخامت و پیش‌بینی رفتار جدایش لایه مرزی اندازه‌گیری تجربی آن است. در این پژوهش برای مطالعه کیفیت جریان

ریک^۷ (شاخه لوله‌های پیتوت)، توزیع عدد ماخ در چندین موقعیت طولی در زوایای حمله مختلف اندازه‌گیری شده است. برای مطالعه رفتار جریان، آشکارسازی به روش شیلیرین انجام گرفته و شکل شوک مایل و لایه مرزی روی دماغه و نقاط مختلف مدل در زوایای حمله ۲-۶ درجه در عدد ماخ ۱/۶ نمایان شده است. با توجه به اینکه موشکهای با بدنه بلند معمولاً مانورپذیری پایینی دارند، محدوده پروازی آنها بیشتر در زوایای حمله کوچک است. لذا، در این تحقیق، اندازه‌گیریها در زوایای حمله پائین انجام گرفته است.

۲- تجهیزات آزمایش

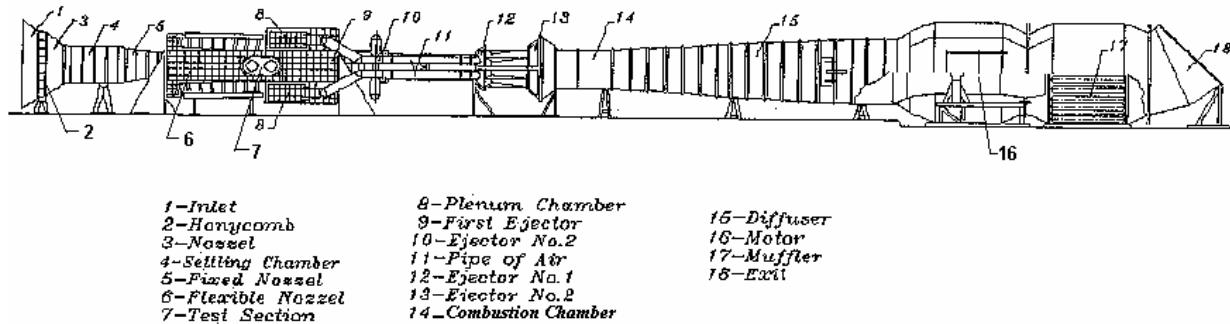
کلیه آزمایشات در تونل باد سه منظوره مرکز تحقیقات آبرودینامیک قدر دانشگاه امام حسین (ع) انجام گرفته است. امکانات جانبی استفاده شده نیز عبارت‌اند از: تجهیزات آشکارسازی جریان، برد A/D، ریک، سیستم تراورسینگ، پمپ خلاء، مانومتر، ترانسالدیوسرها فشار، برد مولتی پلکس^۸ و یک دستگاه رایانه برای اخذ، ثبت و پردازش اطلاعات.

۲-۱- تونل باد

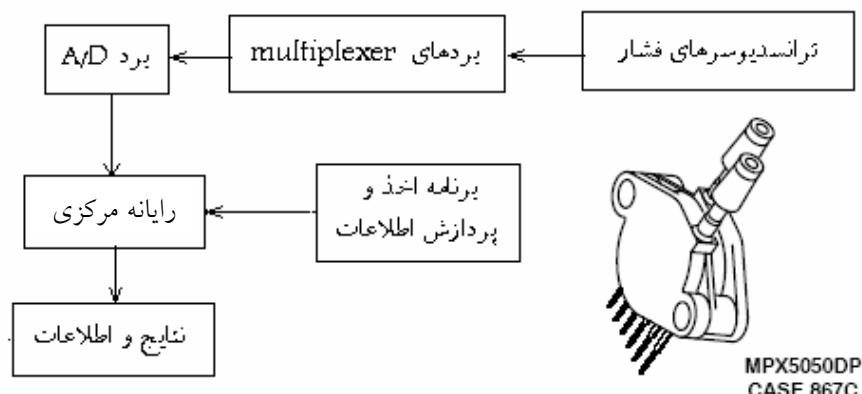
تونل باد دانشگاه امام حسین (ع) دارای ابعاد محفظه آزمایش ۱۰/۶ × ۰/۶ × ۰/۲ متر مکعب، محدوده عدد ماخ ۰/۴ تا ۲/۴ و اعداد رینولدز 1×10^6 تا 9×10^6 بر متر است. این تونل مدار باز و مکشی به کمک یک موتور توربوفن می‌تواند جریانی یکنواخت و طولانی مدت را در مقطع کاری آن در سه رژیم مختلف جریان ایجاد کند. در حال حاضر، تونل مذکور مجهز به تعدادی بالا سه، پنج و شش مؤلفه استاتیکی و دینامیکی، مکانیزم تغییر زاویه حمله و زاویه سرش جانی، تجهیزات آشکارساز جریان و سیستم دینامیکی، ترانسالدیوسرهای فشار و غیره است. در شکل (۱) شماتیک این تونل و اجزای آن به همراه سیستم اخذ اطلاعات نشان داده شده است.

برای محاسبه توزیع فشار روی بدنه‌های مشابه با مدل مورد آزمایش، نظریه‌های گوناگونی مانند تقریب اختشاش کوچک و یا نظری انساط شوک مرتبه دو^۹ در جریان مافوق صوت وجود دارد. عمدۀ این نظریه‌ها فقط در زوایای حمله خیلی پایین جوابهای قابل قبولی ارائه می‌دهند، ولی با ازدیاد زاویه حمله، خطای این روشهای افزایش می‌یابد^[۵]. ضعف روشهای نظری در محاسبه توزیع فشار در بخش لیوارد^{۱۰} (پشت به جریان) بدنه، به دلیل جدایش جریان در این ناحیه است. اساس کار این روشهای بر مبنای نادیده گرفتن لایه مرزی در امتداد محورهای طولی و عرضی است، به طوری که در زاویه حمله غیرصفر، مولفه سرعت در راستای عمود بر محور بدنه (سرعت عرضی) محاسبه می‌شود. با فرض آرام یا آشفته بودن جریان، ضربی تحت عنوان ضربی نیروی پسای مقطعی، C_d ، از روش مهندسی تعیین شده و به کمک آن نیروی عمودی و محل مرکز فشار محاسبه می‌شود. دقت این روش کاملاً وابسته به دقت محاسبه C_d است و این ضربی در دو نوع لایه مرزی آرام و آشفته بسیار متفاوت است. هرچند که دقت این روشهای برای محاسبه نیروی عمودی و محل مرکز فشار نسبتاً مناسب است، اما وقتی جدایش جریان وجود دارد، این روشهای قادر به محاسبه توزیع فشار در بخش لیوارد بدنه نیستند. در اکثر روشهای نظری C_d محلی تنها تابعی از Re است و برای محاسبه دقیق آن باید ابتدا نقطۀ انتقال^{۱۱} لایه مرزی را مشخص کرد تا بتوان برای نواحی قبل و بعد از این نقطه، مقدار مناسب آن را محاسبه کرد [۶]. این نقطه، پس از اندازه‌گیری ضخامت لایه مرزی در سراسر طول بدنه، قابل تشخیص خواهد بود.

در این تحقیق، در چند ناحیه از مدل لایه مرزی و فشار استاتیکی روی بدنه در زوایای حمله مختلف در عدد ماخ ۱/۶ اندازه‌گیری شده است. این نوع آزمایشات برای اولین بار در کشور در تونل باد سه منظوره دانشگاه امام حسین (ع) انجام شده است. توزیع فشار استاتیکی روی بدنه از طریق تعیینه سوراخهایی روی سطح مدل به دست آمده و با اندازه‌گیری فشار کل از سطح مدل تا فاصله نسبتاً دور از آن به کمک یک



الف-شماییک مجموعه تونل باد و اجزای آن



ب-تصویر یک سنسور فشار به همراه نمودار جریانی سیستم اخذ اطلاعات

شکل ۱- سیستم اخذ اطلاعات و شماییک تونل باد چند منظوره دانشگاه امام حسین (ع)

صفحة عمود بر محور طولی مدل و در بازه حرکتی ۱۵۰ میلی متر حرکت دهد. کنترل و حرکت ریک به کمک یک برنامه رایانه‌ای انجام می‌شود. این سیستم روی آلفا مکانیزم نصب و ثابت شده و لذا زاویه حمله ریک و مدل یکسان است. با این طرح، لوله‌های پیتوت موازی سطح مدل قرار گرفته و سرعت جریان موازی سطح را اندازه می‌گیرند. شکل (۳)، مجموعه مونتاژ شده این سیستم را با کلیه جزئیات به همراه مدل مستقر شده روی پایه آلفا مکانیزم نشان می‌دهد.

۲-۲- مدل

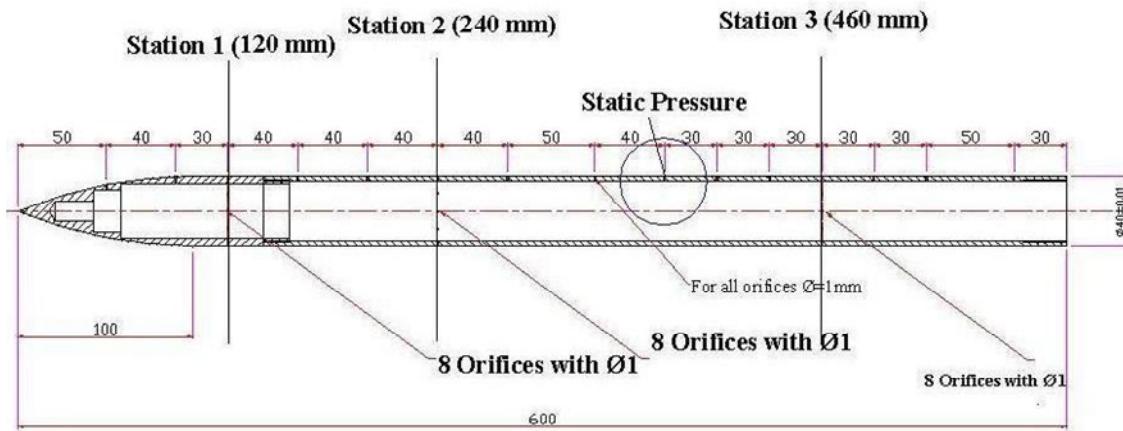
مدل مورد استفاده، یک بدنه اجایو-سیلندر مدور با $L/d=15$ و $L/d=2.5$ است که شماییک آن در شکل (۲) نشان داده شده است. در این شکل، ابعاد مدل و محل قرار گرفتن سوراخهای فشار نیز مشخص شده است. روی مدل ۱۵ سوراخ فشار استاتیک در امتداد طولی و ۲۱ سوراخ در سه موقعیت محیطی برای اندازه گیری فشار استاتیک ایجاد شده است. در هر ایستگاه محیطی نیز ۷ سوراخ قرار گرفته است، شکل (۲).

۴-۲- ریک

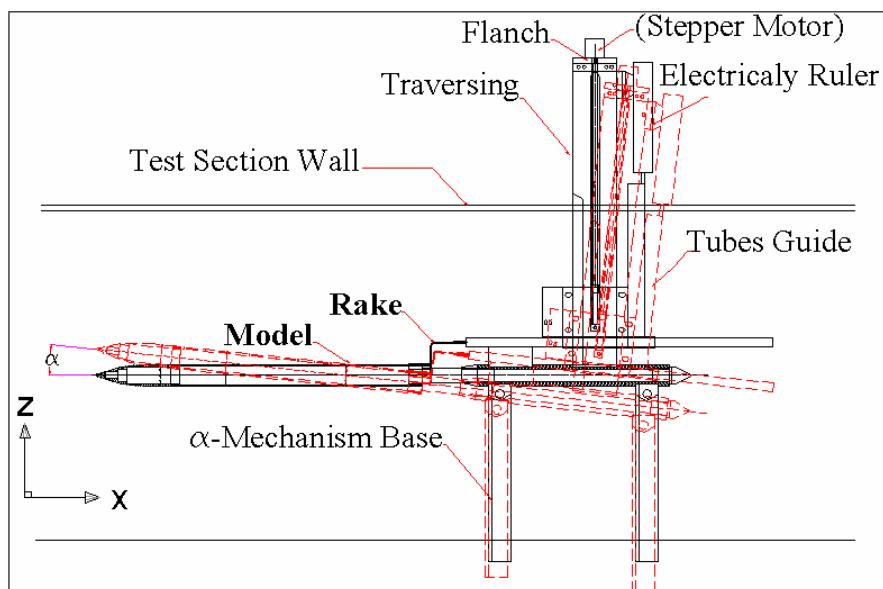
شکل (۴) تصاویر سه‌نمای ریک مورد استفاده در این آزمایشات را نشان می‌دهد. این وسیله به صورتی ظریف طراحی و ساخته شده تا با سطح کوچک خود در مقابل جریان،

۳-۲- سیستم تراورسینگ^۹

این سیستم که برای انجام آزمایشات این تحقیق طراحی و ساخته شده، می‌تواند یک سری لوله پیتوت را داخل مقطع آزمایش با گام حرکتی بسیار پایین (حدود ۰/۰۳ میلی‌متر) در



شکل ۲- شماتیک مدل و محلهای اندازه‌گیری فشار استاتیک



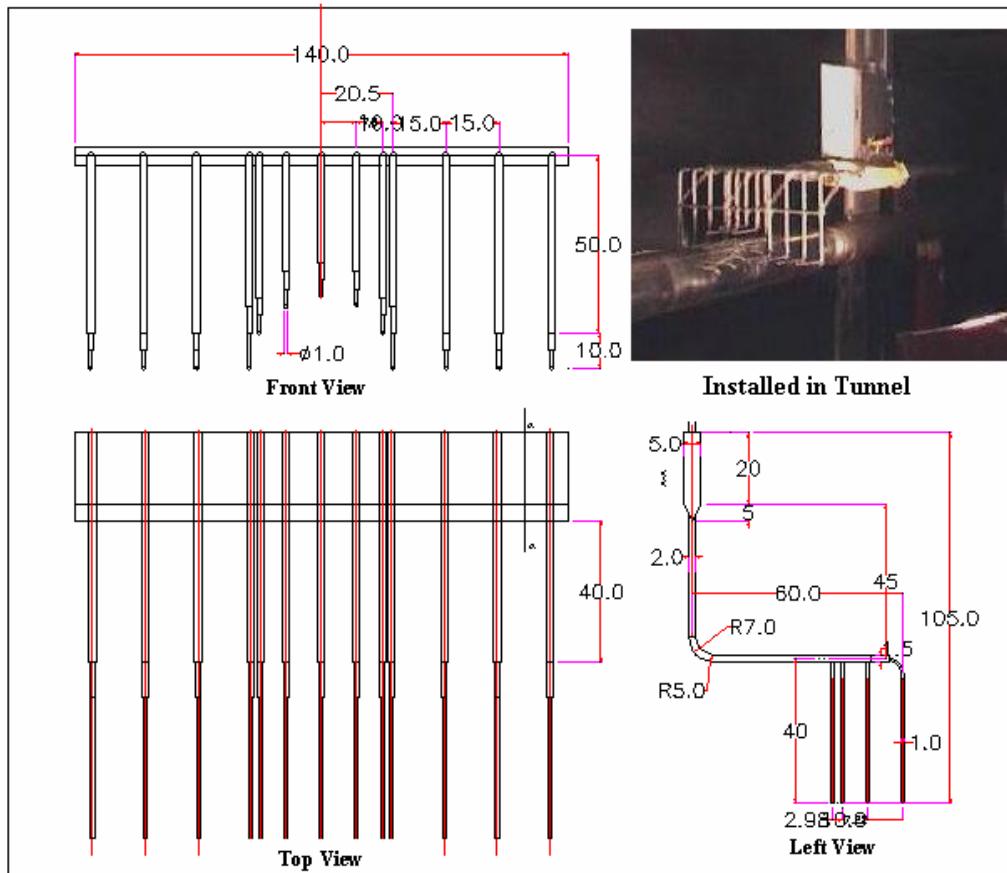
شکل ۳- شماتیک مونتاژ شده سیستم تراورسینگ، مدل، ریک و آلفا مکانیزم و نحوه قرار گرفتن مدل در زاویه حمله

آزمایش (مدل، تراورسینگ و ریک) توسط نگارندگان طراحی و ساخته شده است.

۵-۲- ترانسدیوسرهای فشار^{۱۰}

ترانسدیوسرهای فشار استفاده شده در این تحقیق از نوع MPX5050 و MPX5100 اند. این حس کننده ها به صورت جمع کننده و تفاضلی عمل می کنند و در محدوده ۱۰۰۰ و ۵۰۰ میلی بار با دقت ± 0.1 درصد کار می کنند. زمان پاسخگویی این

کمترین اغتشاش را ایجاد کند. طراحی ریک به گونه ای است که در نقطه صفر کاملا روی مدل می نشیند و با توجه به قطر لوله های پیتوت (حدود ۱ میلی متر) می توان داده برداری را از فاصله ۰/۵ میلی متری سطح مدل شروع کرده و با حرکت با گام دلخواه، پروفیل سرعت داخل لایه مرزی را اندازه گیری کرد. ریک مورد استفاده شامل ۷ لوله پیتوت روی یک نیم دایره به قطر ۴ سانتیمتر و ۶ لوله در صفحه موازی محور طولی بدن است. لازم به ذکر است که کلیه مکانیزم های استفاده شده در این



شکل ۴- نقشه سه نمای ریک به همراه تصویر آن داخل تونل باد

۷-۲- سیستم شیلیرین

برای آشکارسازی جریان از سیستم شیلیرین استفاده شده است. این سیستم که توسط متخصصان مرکز تحقیقات آبودینامیک قدر طراحی و ساخته شده، متشکل از یک پروژکتور مولد نور متمرکز موازی، دو آینه مقعر به قطر ۳۰ سانتیمتر و یک دوربین فیلمبرداری با سرعت ۲۴ عکس در ثانیه است. برای آشنایی بیشتر با خصوصیات مدل، تونل باد، تجهیزات به کار گرفته شده و نحوه محاسبه خطاهای موجود در این گونه آزمایشات، به مرجع [۷] مراجعه شود.

۳- مراحل انجام آزمایش

در این تحقیق، آزمایشات مختلفی در تونل باد سه منظوره دانشگاه امام حسین (ع) در عدد ماخ ۱/۶ انجام شد. در اولین

ترانسدیوسرها به تغییرات فشار معادل ۱ میلی ثانیه بوده و خروجی آنها بین ۰/۵ تا ۴/۵ ولت است. تمام ترانسدیوسرها به کمک یک پمپ خلاء و یک مانومتر تک لوله‌ای دقیق قبل از انجام آزمایشات کالیبره شده‌اند.

۶-۲- سیستم اخذ و پردازش اطلاعات و رایانه

در این تحقیق، از یک برد PCL-818-HG و یک دستگاه رایانه برای اخذ، ثبت و پردازش اطلاعات استفاده شده است. نرمافزار مورد استفاده قادر است همزمان با فرمان حرکت ریک از برد A/D، اطلاعات داده‌برداری را با فرکانس‌های قابل کنترل به طور همزمان اخذ و ثبت کند. شکل (۱-ب) نمودار جریانی سیستم اخذ و پردازش اطلاعات را به همراه تصویر یک حسکننده فشار نشان می‌دهد.

دارد [۸]. در شکل (۵) نتایج آشکارسازی جریان روی دماغه مدل مورد آزمایش در زاویه حمله صفر نشان داده شده است. در این شکل، شوک مایل متقارن (مخروطی) و زاویه آن نسبت به بدنه کاملاً مشخص است. به دلیل شعاع انحنای دماغه، شوک خمیده روی دماغه^{۱۲} در فاصله‌ای معین و جدا از بدنه قرار گرفته است. در این ناحیه، جریان پشت شوک کاملاً چرخشی بوده و حل آن نسبتاً مشکل است. به کمک نرم‌افزار CAD زاویه شوک مایل حدوداً ۴۹ درجه اندازه‌گیری شد که با نتایج نظری (۴۸°/۲) همخوانی بسیار خوبی دارد. اختلاف کوچک موجود می‌تواند مربوط به خطای ساخت دماغه، زاویه نوک آن، شکل اجایو دماغه و یا روش اندازه‌گیری زاویه باشد. این نتایج نظری از جدول شوک مخروطی استخراج شده که به طور طبیعی با نتایج شوک روی دماغه‌های اجایو کمی تفاوت دارد. لایه مرزی نازک روی دماغه نیز در این تصویر قابل رویت است.

در شکل (۶) تصویر شیلیرین در زاویه حمله ۶ درجه نشان داده شده است. عدم تقارن منحنی شوک در این شکل به دلیل وجود زاویه حمله مدل و بروز اختلاف زاویه شوک در بالا و پایین دماغه است که موجب کاهش قدرت شوک در قسمت بالایی مدل و افزایش نسبی سرعت می‌شود. بالعکس، در بخش ویندوارد^{۱۳} (ناحیه رو به جریان) مدل، قدرت شوک زیادتر شده که باعث کاهش سرعت جریان می‌شود. اختلاف سرعت بین قسمتهای بالایی و زیرین مدل نیز باعث ایجاد یک جریان عرضی^{۱۴} و نتیجتاً تولید نیروی برا می‌شود. در صورتی که زاویه حمله از حد معینی بزرگتر شود، جریان از سطح فوقانی مدل جدا شده و دو گردابه به وجود می‌آورد که اغلب اوقات نامتقارن بوده و باعث ایجاد ممان چرخشی می‌شود.

شکل (۷) خطوط همتراز عدد ماخ، به دست‌آمده از حل عددی برای مدل مورد آزمایش را نشان می‌دهد که در آن زاویه شوک دماغه، تغییرات عدد ماخ بعد از شوک و امواج انبساطی در ابتدای بدنه مشخص شده است. کلیه نتایج عددی این تحقیق از اجرای نرم‌افزار MBLNS که قادر به شبیه‌سازی عددی جریان موفق صوت آشفته روی هندسه‌های تقارن محوری با

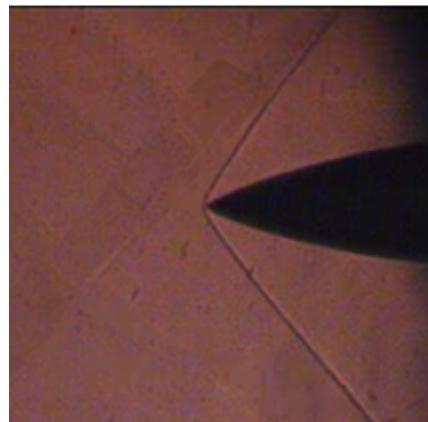
مرحله، مدل در زاویه حمله -۲، ۰، ۲، ۴ و ۶ درجه آزمون شد و توزیع فشار در ۳۶ نقطه روی مدل به کمک سیستم اخذ داده‌ها اندازه‌گیری و ذخیره شد. در مرحله بعد، با نصب ریک و شیلنگهای متصل به آن در سه موقعیت طولی و زوایای حمله فوق الذکر، فشار کل در اطراف مدل اندازه‌گیری و نتایج ذخیره شد. در هر زاویه حمله و در هر سه موقعیت طولی، داده‌برداری دقیقاً از روی بدنه شروع و به طور متوسط در ۱۱ نقطه به فاصله‌های اندازه‌گیری با توجه به محل طولی حرکت ریک به نقطه‌های اندازه‌گیری با ذخیره اطلاعات فشار، موقعیت محل ریک به خاطر تفاوت در شکل لایه مرزی متفاوت بود. لذا، حرکت ریک و تعیین محل دقیق آن توسط نرم‌افزار داده‌برداری کترول شد و همزمان با ذخیره اطلاعات فشار، موقعیت محل ریک نیز ثبت شد. برای مشخص کردن فاصله دقیق ریک از سطح بدنه از یک پتانسیومتر^{۱۱} خطی بسیار دقیق (با دقت ۰/۰۰۱ میلیمتر) استفاده شد (دامنه اندازه‌گیری این پتانسیومتر ۱۵۰ میلیمتر بود). لوله‌های ریک بسیار نازک‌اند و صلابت آنها کم است. بنابراین، موقعیت و مقدار اندازه‌گیری شده منتبه به محل واقعی نوک لوله‌های ریک دارای خطای اندازه کی است که برابر با ±۰/۵ میلیمتر براورده شده است.

۴- بحث و ارائه نتایج

نتایج این تحقیق در سه بخش: آشکارسازی جریان، توزیع فشار روی مدل و اندازه‌گیری لایه مرزی ارائه می‌شود. این نتایج حاصل چندین سری آزمایش است که در یکی از این آزمایشات، آشفته بودن جریان تونل برای کلیه حالات مورد ارزیابی و تائید قرار گرفته است.

۱-۱- آشکارسازی جریان

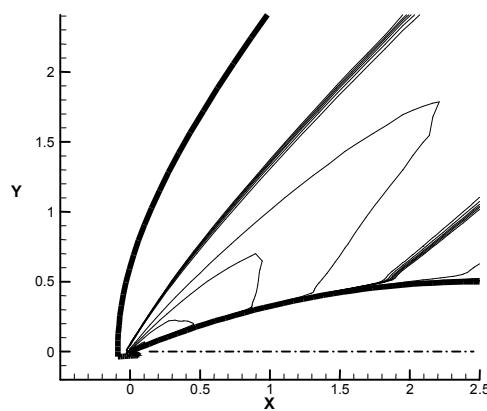
در این تحقیق، برای آشکارسازی جریان حول مدل از سیستم شیلیرین استفاده شده است. این روش وابسته به تغییرات شاخص انکساری هوا به دلیل تغییر چگالی است و برای سرعتهای بالا که تغییرات چگالی شدیدتر است، کاربرد فراوان



شکل ۵- آشکارسازی میدان جریان نوک دماغه در زاویه حمله صفر درجه



شکل ۶- آشکارسازی میدان جریان نوک دماغه در زاویه حمله ۶ درجه



شکل ۷- خطوط همتراز چگالی حول دماغه (حاصل از نتایج حل عددی) در زاویه حمله صفر درجه

تجربی کاملاً متقارن نیست. این عدم تقارن می‌تواند به خاطر زاویه جریان تونل یا خطای ساخت مدل، ناشی از تراشکاری با دستگاه معمولی باشد. همچنین، بلندبودن مدل روی خطای نصب طوری تاثیر می‌گذارد که با کوچکترین خطا یک نیروی جانبی ایجاد و باعث انحراف و افزایش زاویه β جریان می‌شود. لازم به ذکر است که کیفیت جریان در مقطع کاری این تونل در اعداد ماخ مختلف قبلاً اندازه‌گیری شده و نتایج حاصله حاکی از انحراف اندک جریان در مقطع کاری است [۱۰]. نتایج توزیع فشار در ایستگاه دوم ($d/x = 6$) نیز مشابه ایستگاه اول است، شکل (۹-ب).

در شکل (۱۰) توزیع فشار طولی در زوایای حمله $\theta = 2^\circ$ تا 6° درجه رسم شده است. به دلیل متقارن بودن مدل می‌توان فرض کرد که داده‌های زاویه حمله $\theta = 2^\circ$ - درجه در $d/x = 0$ معادل با شرایط زاویه حمله 2° درجه در $180^\circ = \theta = 0^\circ$ است، شکل (۱۰-الف). سوراخهای فشار تعییه شده در موقعیت $d/x = 0$, با افزایش زاویه حمله در سمت لیوارد بدنے قرار می‌گیرند و بنابراین فشار استاتیکی ناشی از آنها کاهش می‌یابد. مقدار این کاهش تنها روی دماغه قابل توجه بوده و در بخش استوانهای بدنی (مخصوصاً در حوالی انتهای مدل) کمتر می‌شود. این پدیده مؤید این مطلب است که در زوایای حمله غیرصفر، دماغه مدل در بدنی‌های تقارن محوری قسمت اعظم نیروی برا را تولید می‌کند [۶]. از آنجا که ضریب فشار روی بخش استوانهای در زوایای حمله کوچک، کم تاثیر از زاویه حمله بوده و بسیار نزدیک به صفر است، نیروی عمودی حاصل از آن قابل توجه نبوده و این پدیده باعث نزدیک شدن مرکز فشار بدنی به سوی دماغه در زوایای حمله می‌شود. در انتهای بدنی، فشار استاتیک برای هر دو زاویه حمله اندکی افزایش یافته‌است، شکل (۱۰-الف). در زوایای حمله 2° و 2° - درجه نیز توزیع فشار محیطی در ایستگاههای مختلف مشابه با نتایج زاویه حمله صفر، شکلهای (۹-الف و ب) است که در این مقاله آورده نشده است.

در شکل (۱۰-ب) توزیع طولی ضریب فشار برای دو زاویه

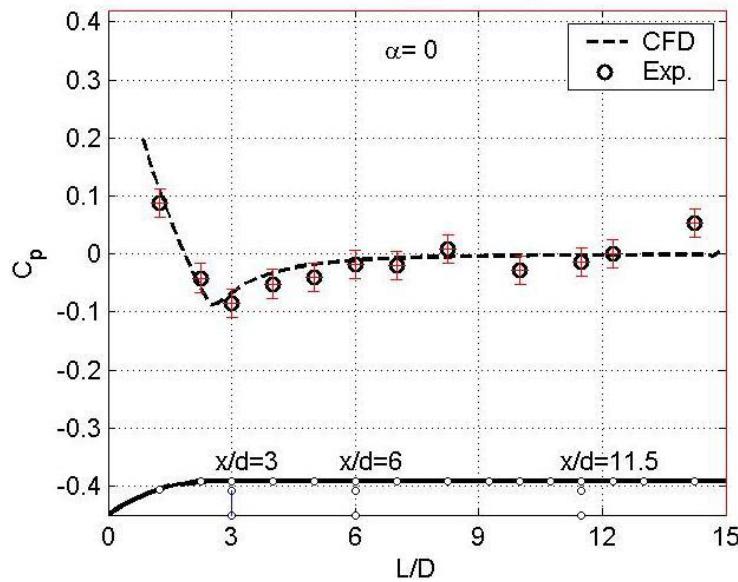
استفاده از معادلات لایه‌نازک ناویر- استوکس و شبکه‌های چند بلوکی است، به دست آمده‌اند [۹].

۲-۴- توزیع فشار روی مدل

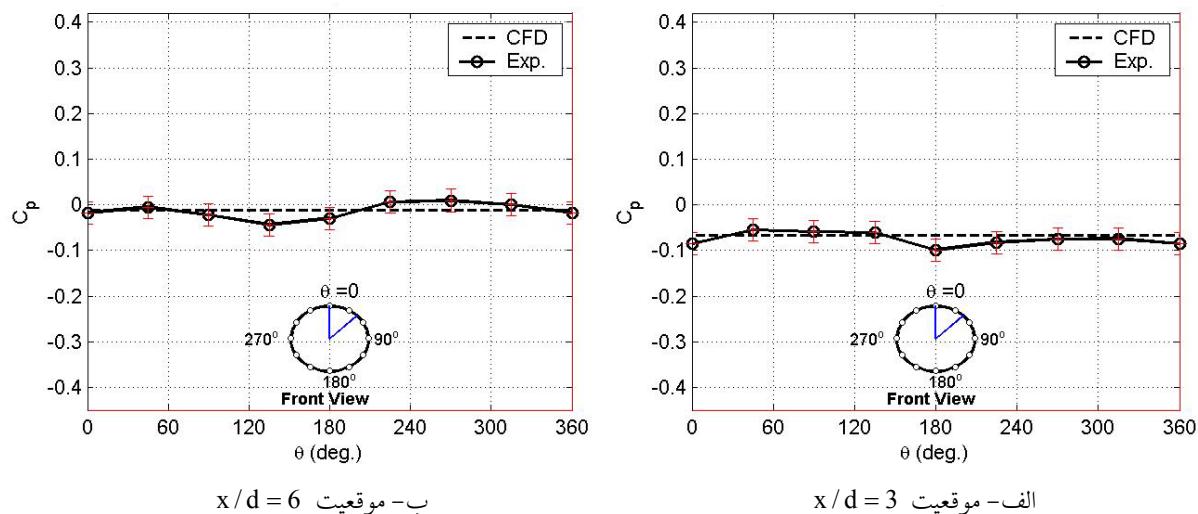
در زوایای حمله کوچک، توزیع فشار استاتیکی وابستگی کمتری به عدد رینولدز دارد. به عبارت دیگر، شدت تاثیر عدد رینولدز روی توزیع فشار وابسته به مشخصه‌های جدایش لایه مرزی است [۶]. از آنجا که تغییرات زاویه حمله در این تحقیق در محدوده زوایای حمله کوچک است، توزیع فشار استاتیکی محیطی در سمت لیوارد مدل نشانگر عدم جدایش لایه مرزی است. بنابراین، تنها به بررسی اثرات زاویه حمله روی توزیع فشار پرداخته شده است.

در شکل (۸) نتایج تجربی و عددی توزیع فشار استاتیک روی بدنی در جهت جریان و در زاویه حمله صفر نشان داده شده است. قسمت پایین این شکل، موقعیت سوراخهای فشار استاتیک روی بدنی مدل را مشخص می‌کند. در کلیه نمودارهای توزیع فشار، میله خطای 15° با محاسبه کلیه خطاهای موجود در اندازه‌گیری و ساخت رسم شده است. همان‌گونه که دیده می‌شود نتایج تجربی و عددی از $d/x = 0$ تا $d/x = 12$ تطابق نسبتاً خوبی با یکدیگر دارند. اختلاف مشاهده شده در انتهای مدل ($d/x > 12$) احتمالاً به دلیل جدایش جریان، یا برخورد امواج ضربه‌ای ناشی از دیواره‌های تونل (به دلیل ناصافی سطح دیواره)، یا انعکاس موج ضربه‌ای جلو دماغه بر روی سطح مدل (پس از برخورد به دیواره)، یا اثرات دنباله مدل بر لایه مرزی و نتیجتاً افزایش فشار در انتهای مدل و یا ترکیبی از آنهاست. لازم به یادآوری است که در جریان زیرصوت روی صفحه تحت، فشار استاتیکی در انتهای صفحه به دلیل اثر دنباله افزایش می‌یابد [۷].

در شکلهای (۹-الف و ب) توزیع محیطی فشار استاتیک در $d/x = 3$ و $d/x = 6$ رسم و با نتایج حل عددی مقایسه شده است. در ایستگاه اول ($d/x = 3$) نتایج حل عددی با نتایج تجربی همخوانی نسبتاً خوبی دارد، ولی توزیع فشار



شکل ۸- مقایسه نتایج تجربی و عددی توزیع فشار روی بدنه

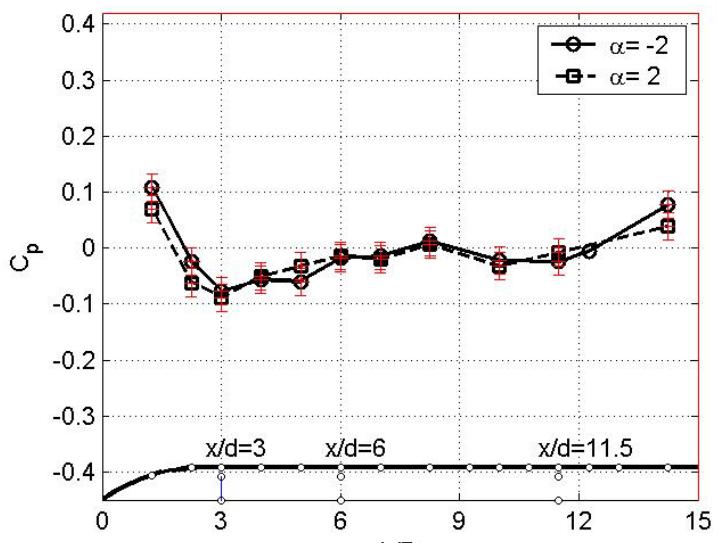


شکل ۹- مقایسه نتایج تجربی و عددی توزیع فشار محیطی در زاویه حمله صفر درجه

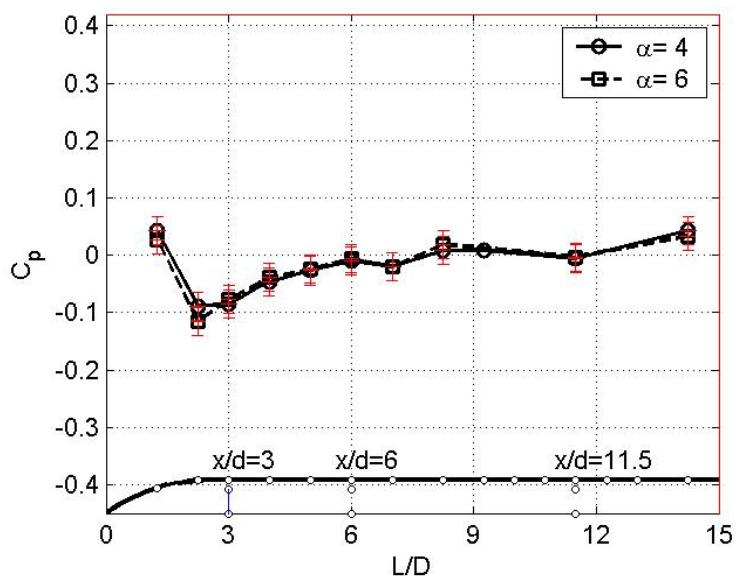
فشار استاتیک در طول بدنه استوانه‌ای شکل تغییر محسوسی نکرده است، شکل‌های (۱۰-الف و ب).

در شکل (۱۱) توزیع محیطی C_p برای زوایای حمله ۴ و ۶ درجه رسم شده و روند تغییرات مشابه با زاویه‌های قبلی است، شکل (۹-الف و ب). با افزایش زاویه حمله انتظار می‌رود که مقدار ضریب فشار در زیر بدنه بیشتر شود. این موضوع در

حمله ۴ و ۶ درجه نشان داده شده است. همان طور که در این شکل‌ها مشاهده می‌شود، افزایش دو درجه‌ای زاویه حمله باعث تغییرات نسبتاً کوچکی روی C_p شده و این تغییرات در دماغه بدنه بیشتر است. در مقایسه با شکل (۱۰-الف)، افزایش زاویه حمله باعث افزایش $|C_p|$ در طول دماغه شده و این افزایش فشار نیروی برای بیشتری را ایجاد می‌کند، در حالی که توزیع



الف- زاویه حمله $\alpha = -2, 2$ درجه



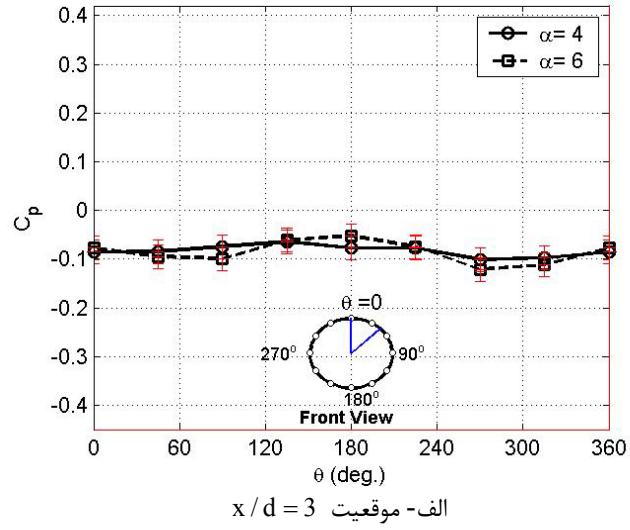
ب- زاویه حمله $\alpha = 4, 6$ درجه

شکل ۱۰- توزیع فشار طولی روی بدن

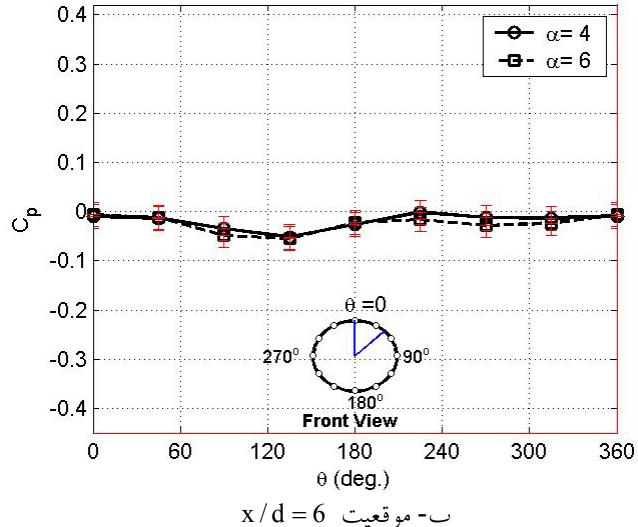
انتگرال‌گیری توزیع فشارهای محاطی نیز می‌توان ضریب نیروی عمودی محلی را محاسبه کرد.

۳-۴- اندازه‌گیری لایه مرزی
تغییرات ضخامت لایه مرزی در جهت طولی مدل در زوایای حمله مختلف نیز در این تحقیق مورد بررسی قرار گرفته است.

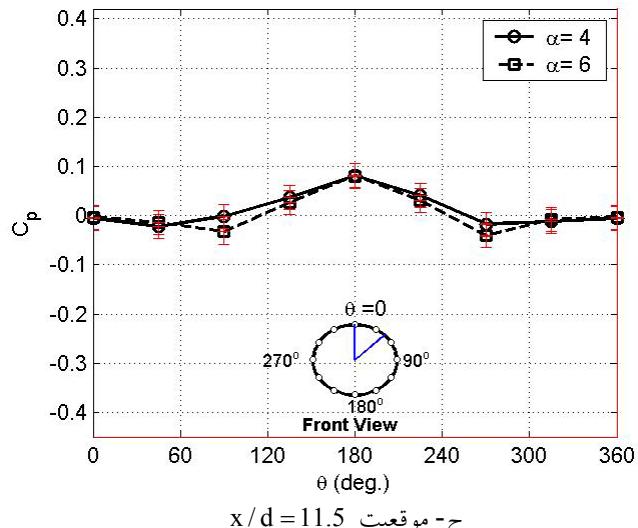
شکلهای (۱۱-الف و ج) یعنی ایستگاه اول و سوم قابل مشاهده است. با افزایش زاویه حمله، گردابهایی که قبل از درباره تشکیل آنها توضیح داده شد از ناحیه دماغه جدا شده و به سمت انتهای بدن گسترش می‌یابند. چون این گردابهای به دلیل عدم تقارن دقیق جریان و بدن نامتقارن‌اند، تقارن توزیع فشار در بخش لیوارد بدن را به هم می‌زنند، شکلهای (۱۰ و ۱۱) [۵]. با



$$x/d = 3$$



$$x/d = 6 \text{ موقعیت}$$



ج - موقعیت

شکل ۱۱- توزیع فشار محیطی روی بدن در زوایای حمله ۴ و ۶ درجه

تقارن جریان در محل اندازه‌گیری شده در زاویه حمله صفر درجه است.

شکلهای (۱۶ تا ۲۲) تنها به ارائه نتایج پراب وسط می‌پردازند، اما شکلهای (۱۸ تا ۲۲) نتایج همه لوله‌های پیتوت را به صورت خطوط همتراز نشان می‌دهند. در شکل (۱۴)، تغییرات عدد ماخ بر حسب ارتفاع در ایستگاه اول (فاصله ۱۱۰ میلیمتری از نوک دماغه) در زوایای حمله متفاوت -۲ تا ۶ درجه رسم شده است. در این شکل، ملاحظه می‌شود که با افزایش زاویه حمله ضخامت لایه مرزی افزایش می‌یابد. رشد عدد ماخ در لب لایه مرزی^۷ در این شکلها به وضوح دیده می‌شود. توجه شود که عدد ماخ در این نقطه لایه مرزی از عدد ماخ جریان آزاد نیز بیشتر شده است. این تغییر به دلیل افزایش دنبی جرمی و کاهش سرعت در لایه‌های زیرین است. به عبارت دیگر، کم شدن سرعت در بخش زیرین لایه مرزی موجب کاهش دنبی جرمی عبوری از این بخش شده و این کاهش با افزایش سرعت نزدیک لب لایه مرزی جبران می‌شود. از مقایسه شکلهای (۱۴-الف و ب) مشاهده می‌شود که با افزایش زاویه حمله، ضخامت لایه مرزی نیز بیشتر شده است.

منحنیهایی مشابه شکل (۱۴) در شکل (۱۵) برای ایستگاه دوم ($x/d = 5.75$) نشان داده شده است. در این منحنیها، ضخامت لایه مرزی نسبت به پروفیلهای ایستگاه اول به صورت قابل ملاحظه‌ای افزایش یافته است. همچنین، افزایش سرعت لبه لایه مرزی در این ایستگاه چشمگیرتر شده است، شکلهای (۱۵-الف و ب).

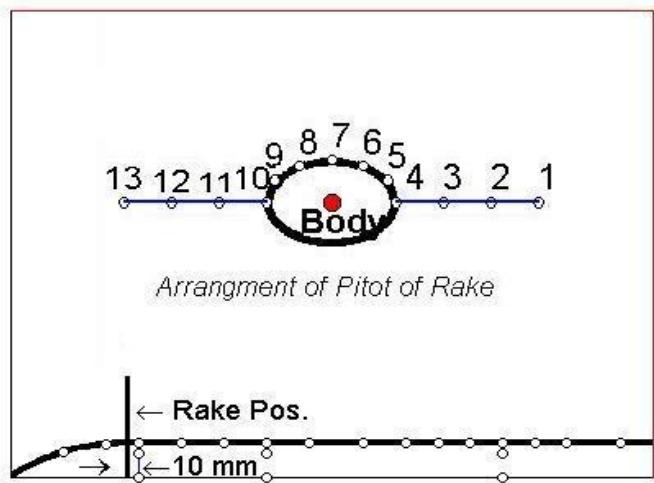
در شکل (۱۶)، نتایج اندازه‌گیری شده در ایستگاه سوم ($x/d = 11.25$) آورده شده است. توجه شود که ضخامت لایه مرزی در این ایستگاه رشد بیشتری یافته است. اما، نکته مهم در این ایستگاه آن است که با ازدیاد زاویه حمله تا دو درجه، ضخامت افزایش یافته و پس از آن کاهش می‌یابد. زیرا، با افزایش زاویه حمله، یک جفت گردابه حلقوی در نوک دماغه ایجاد و در ناحیه انتهای مدل از بخش لیوارد بدنه جدا شده و پروفیل لایه مرزی را تغییر می‌دهد [۱۳]. از طرف دیگر، با

برای این منظور، فشار کل به وسیله ریک در فواصل مختلف از سطح بدنه اندازه‌گیری شده و براساس آن توزیع عدد ماخ در هر ایستگاه محاسبه شده است. در تمام جریانهای ماقوی صوت جلوی هر لوله پیتوت یک موج ضربه‌ای عمودی پدید می‌آید. بنابراین، باید عدد ماخ محلی را با توجه به این واقعیت اصلاح و محاسبه کرد. نتایج آشکارسازی جریان روی مدل آزمایش در شکلهای (۵ و ۶) نشانگر ایجاد موج ضربه‌ای عمودی در قسمت جلوی بدنه است که در فاصله کمی از دماغه به موج مایل تبدیل می‌شود. برای محاسبه فشار کل از رابطه معروف لوله پیتوت ریلی^۸ [۱۱] استفاده شده است. برای محاسبه P_1 (فشار استاتیکی مورد نیاز رابطه لوله پیتوت ریلی)، به دلیل بالا بودن عدد رینولدز جریان تقریب لایه مرزی نازک به کار رفته است [۱۲].

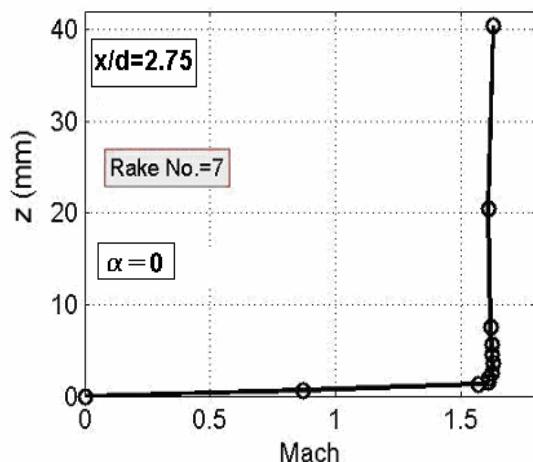
همان طور که اشاره شد لوله‌های پیتوت هم راستای مدل هستند. بنابراین، در هر زاویه حمله، آنها نیز با جریان آزاد همان زاویه را می‌گیرند. اختلاف وضعیت و خطای اندازه‌گیری این لوله‌ها تا زاویه حمله ۷ درجه قابل اغماض است، ولی برای زوایای بزرگتر باید نتایج را اصلاح کرد [۸].

در شکل (۱۲) کیفیت چیدمان و شماره‌گذاری لوله‌های پیتوت ریک نشان داده شده است. همان طور که در این شکل دیده می‌شود، پраб وسط لوله پیتوت شماره (۷) بهترین اندازه‌گیر لایه مرزی روی بدنه است، زیرا حرکت این لوله در تمامی زوایای حمله دقیقاً در راستای عمود بر محور مدل است. بنابراین، فشار و نتیجتاً سرعت اندازه‌گیری شده توسط این لوله معرف توزیع سرعت درون لایه مرزی در همان ایستگاه است. اما، جایه جایی سایر لوله‌ها شعاعی نبوده و سرعت اندازه‌گیری شده نشانگر تغییرات دقیق سرعت در لایه مرزی نیست و نیاز به اصلاحات دارد.

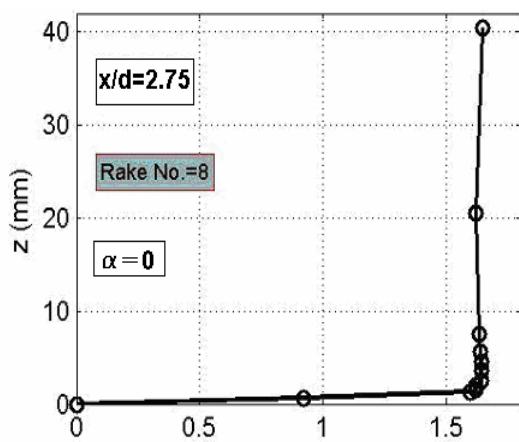
در شکل (۱۳)، پروفیل لایه مرزی اندازه‌گیری شده توسط سه پраб وسطی ریک (لوله‌های پیتوت ۶ و ۷ و ۸) در زاویه حمله صفر نشان داده شده است. تغییرات سرعت به دست آمده از لوله‌های ۶ و ۸ کاملاً یکسان‌اند که نشانگر



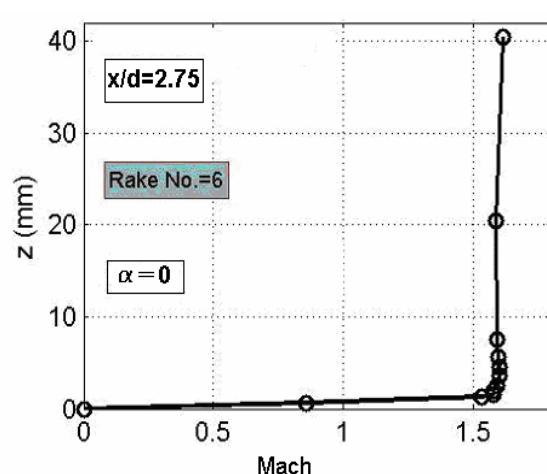
شکل ۱۲- ترتیب چیدمانی شاخه ریک



الف- پیتوت شماره ۷

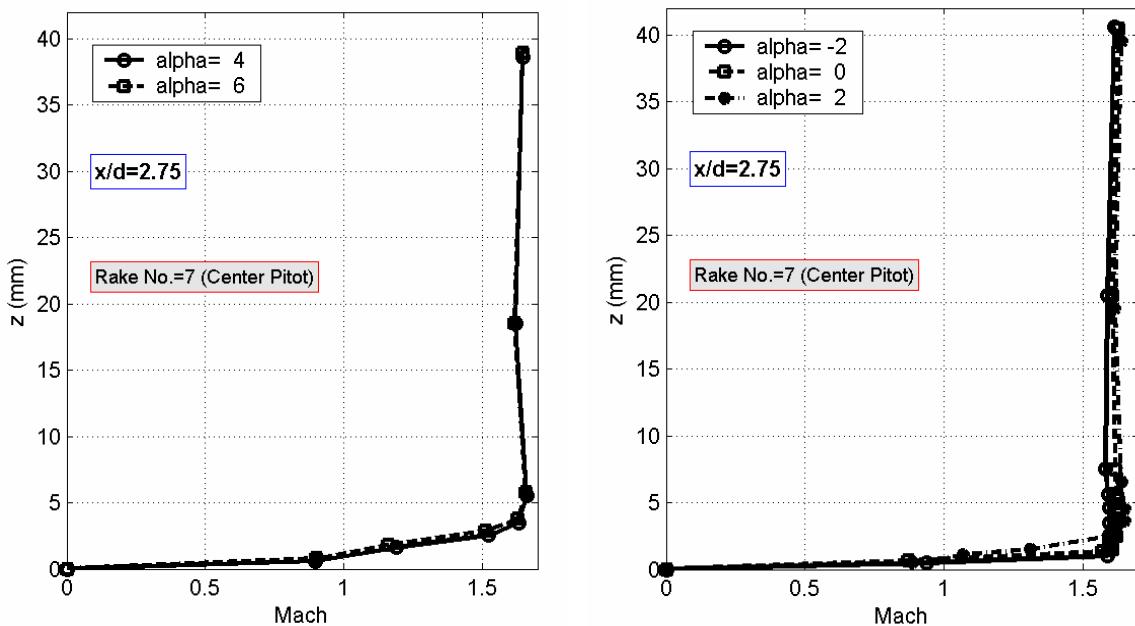


ج- پیتوت شماره ۸

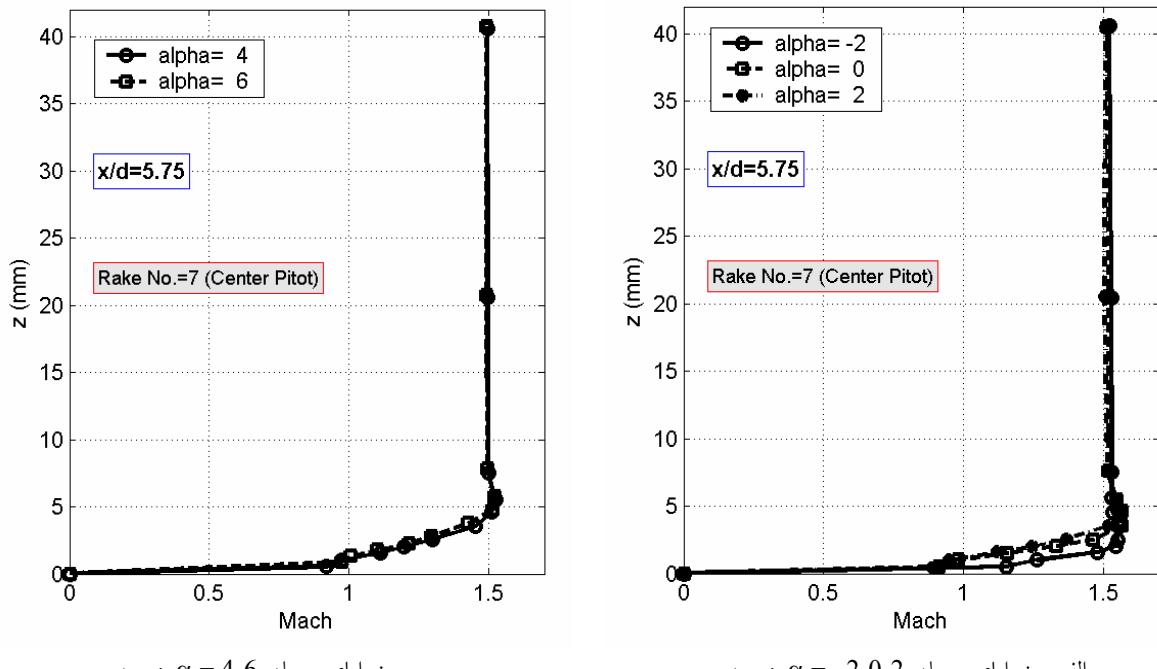


ب- پیتوت شماره ۶

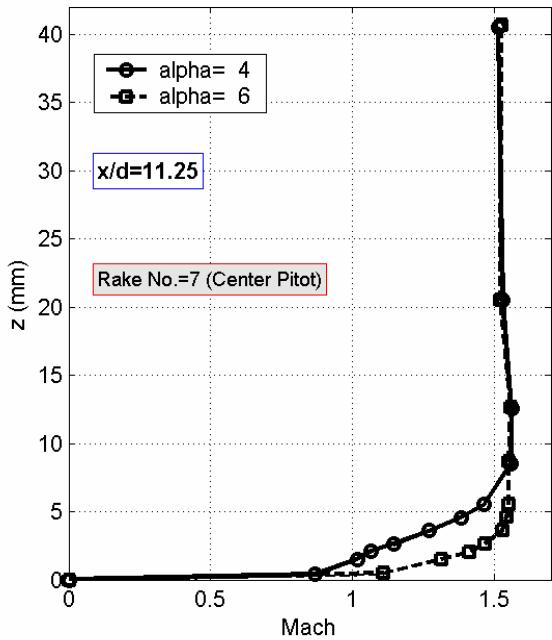
شکل ۱۳- پروفیل لایه مرزی در زاویه حمله صفر درجه



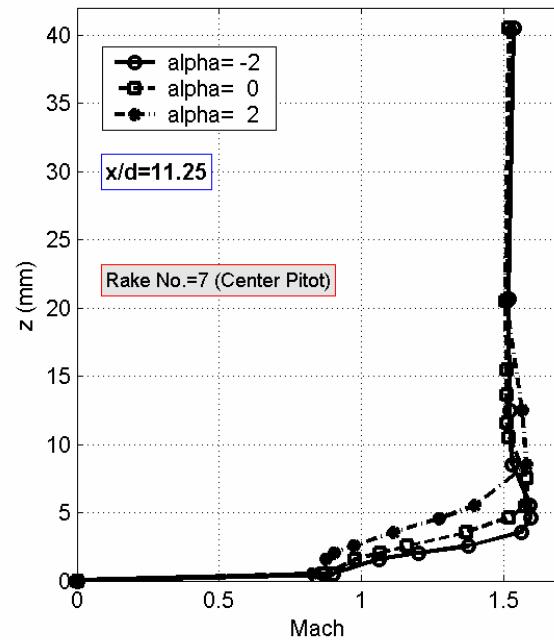
شکل ۱۴- پروفیل لایه مرزی در ایستگاه اول



شکل ۱۵- پروفیل لایه مرزی در ایستگاه دوم



ب- زوایای حمله $\alpha = 4, 6$ درجه



الف- زوایای حمله $\alpha = -2, 0, 2$ درجه

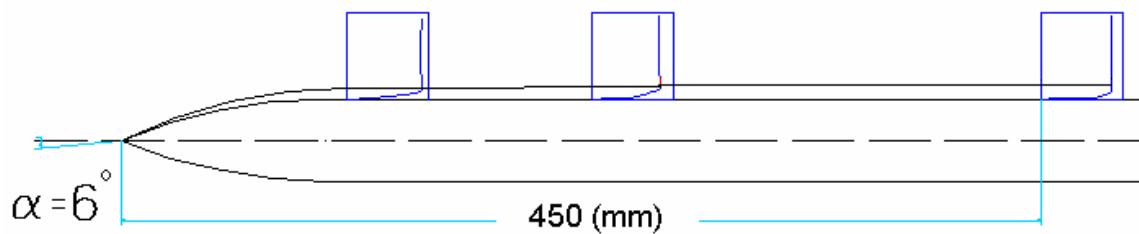
شکل ۱۶- پروفیل لایه مرزی در ایستگاه سوم

کوچک جایه جایی قابل ملاحظه‌ای در محل انتقال (با تغییر زوایه حمله) به وجود نمی‌آید، ولی پیش‌بینی می‌شود که با افزایش زوایه حمله در سمت لیوارد، نقطه انتقال به دماغه نزدیکتر و در سمت ویندوارد (رو به جریان) از دماغه دورتر شود [۱۴].

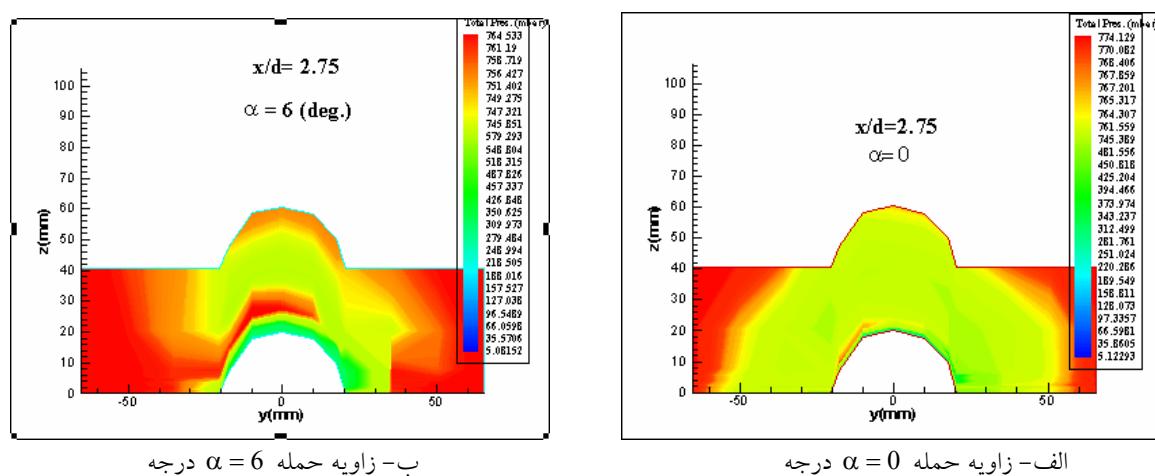
در شکل (۱۸) خطوط همتراز فشار (پشت شوک عمودی)، اندازه‌گیری شده از ۱۳ لوله پیوت، به ترتیب در زوایه حمله صفر و ۶ درجه در ایستگاه اول ($x/d = 2.75$) نشان داده شده است. ضخامت لایه مرزی در زوایه حمله صفر، به دلیل کوچک بودن، به وضوح قابل روئیت نبوده، ولی در زوایه ۶ درجه به وضوح مشخص شده است. همان طور که مشاهده می‌شود، عدم تقارن جریان پیرامون مدل در زوایه حمله ۶ درجه نسبت به صفر درجه بیشتر است. این عدم تقارن احتمالاً به دلیل اندکی عدم تقارن مدل (ناشی از عدم دقیقت ساخت) و یا انحراف زوایه جریان داخل مقطع کاری است که قبلاً نیز در باره آن بحث شد [۱۰].

افزایش زوایه حمله سرعت لبه لایه مرزی تدریجی کم می‌شود. احتمالاً این امر به سبب رشد ضخامت لایه مومنتم، δ ، و نتیجتاً عبور دبی جرمی مورد نیاز است.

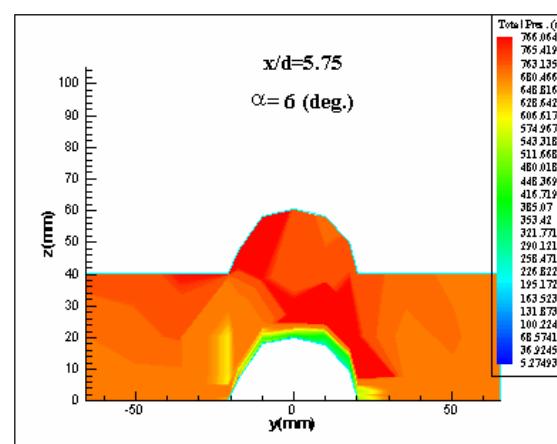
در شکل (۱۷) منحنیهای لایه مرزی روی مدل (در هر سه ایستگاه در زوایه حمله ۶ درجه) به کمک نرم افزار CAD استخراج شده است. با فرض ضخامت لایه مرزی صفر در نوک دماغه، از این چهار نقطه یک منحنی گذرانده شده که نشانگر رشد لایه مرزی از نوک دماغه تا $x/d = 11.25$ است. بررسی منحنیها و روند رشد ضخامت لایه مرزی می‌توان دریافت که جریان در تمام زوایای حمله و نقاط اندازه‌گیری شده آشفته است و انتقال جریان از آرام به آشفته تقریباً قبل از اولین ایستگاه، در فاصله‌ای کمتر از ۱۱۰ میلیمتر از نوک دماغه، رخ داده است. برای پیدا کردن محل دقیق این انتقال لازم است که جریان را از نوک دماغه تا $x = 110$ mm به طور کامل آشکارسازی کرد که در این صورت، اثرات زوایه حمله روی محل انتقال نیز مشهود می‌شود. هر چند که در زوایای حمله



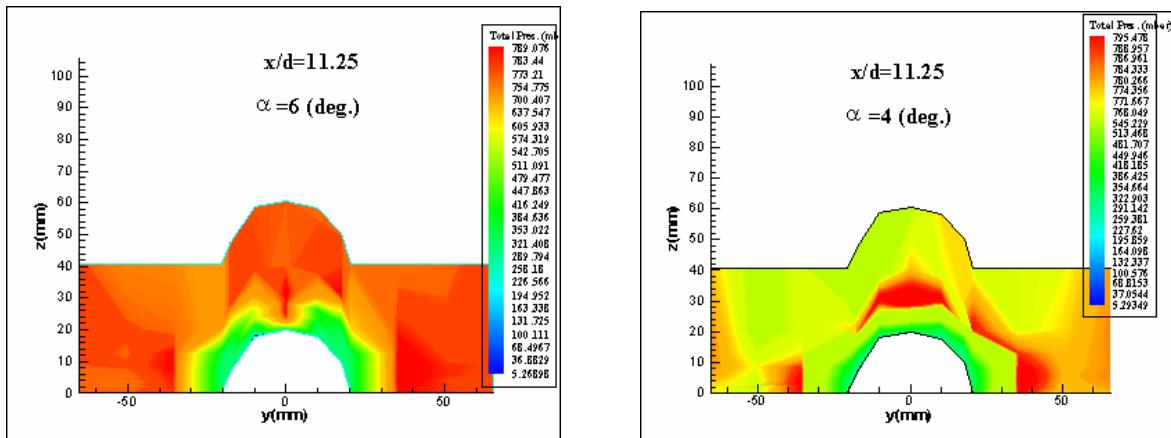
شکل ۱۷- منحنی تغییرات لایه مرزی در طول بدنه در زاویه حمله ۶ درجه



شکل ۱۸- خطوط همتراز فشار کل (پشت موج ضربه‌ای) اطراف بدنه در $\frac{x}{d} = 2.75$



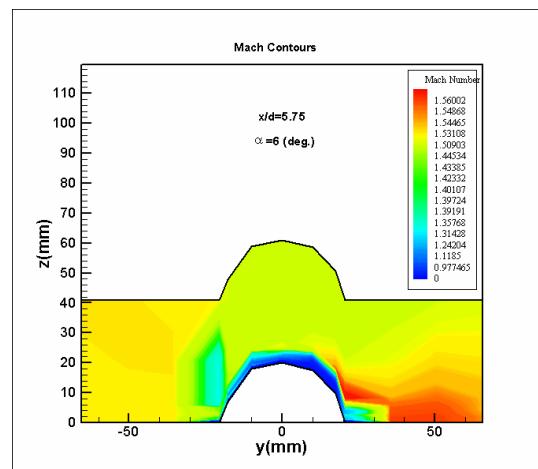
شکل ۱۹- خطوط همتراز فشار کل (پشت موج ضربه‌ای) اطراف بدنه در زاویه حمله ۶ درجه و در $\frac{x}{d} = 5.75$



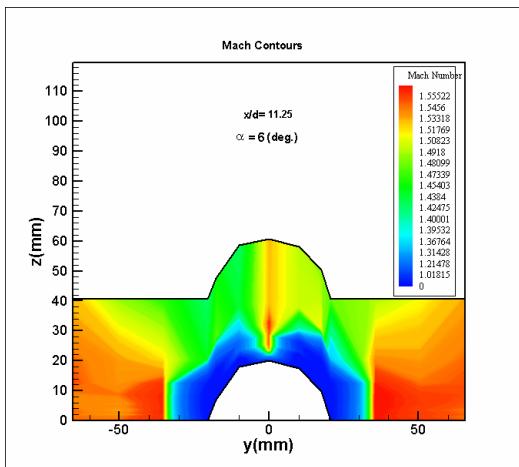
ب - زاویه حمله $\alpha = 6$ درجه

الف - زاویه حمله $\alpha = 4$ درجه

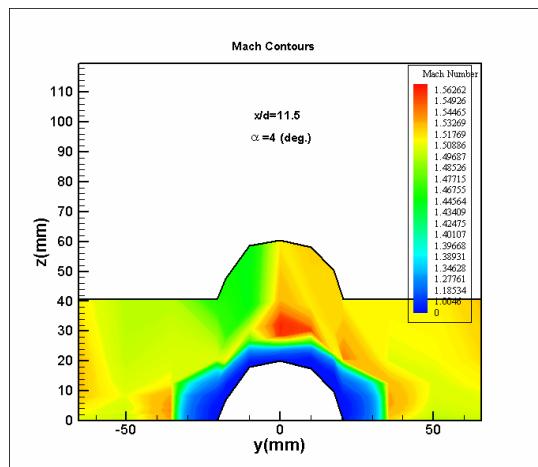
شکل ۲۰ - خطوط همتراز فشار کل (پشت موج ضربه‌ای) اطراف بدنه در $\frac{x}{d} = 11.25$



الف - زاویه حمله $\alpha = 6$ درجه و $\frac{x}{d} = 5.75$

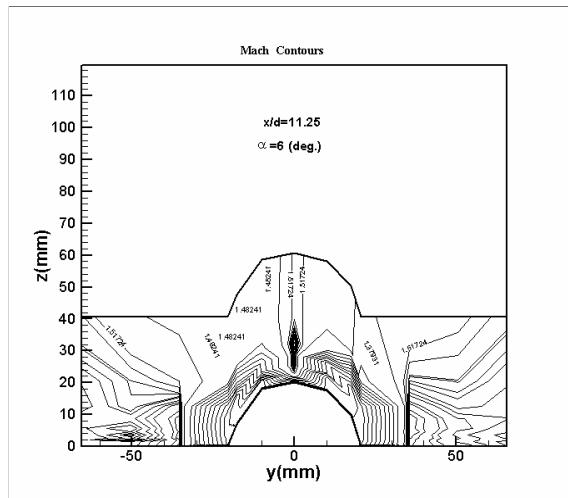


ج - زاویه حمله $\alpha = 6$ درجه و $\frac{x}{d} = 11.25$



ب - زاویه حمله $\alpha = 4$ درجه و $\frac{x}{d} = 11.25$

شکل ۲۱ - خطوط همتراز عدد ماخ اطراف بدنه



شکل ۲۲- خطوط همتراز عدد ماخ اطراف بدنه در زاویه حمله ۶ و در $\frac{x}{d} = 11.25$

ایستگاه سوم و زوایای حمله ۴ و ۶ درجه نشان می دهد. در شکل (۲۱-ب) نیز مانند شکل (۲۰)، در بالای گردابهای روی بدنی یک ناحیه پرسرعت (با فشار کل بالا) دیده می شود. همچنین، در زاویه حمله ۶ درجه، یک ناحیه باریک پرسرعت پین، دو گردابه حلقوی تشكیل شده است.

در شکل (۲۲)، خطوط همتراز سرعت، معادل با خطوط همتراز فشار شکل (۲۱)، رسم شده که نشان می‌دهد جریان پیرامون بدن از تقارن نسبتاً خوبی برخوردار است. در این شکل، مسیر گردابه‌های تشکیل شده روی بدن بهتر دیده می‌شود. تشکیل این گردابه‌ها تأثیر قابل توجهی روی نیرو و گشتاورهای آیرودینامیکی بدن و سطوح کنترل داشته و در روشهای مهندسی اثر آنها را معادل با اثر زاویه حمله محسوب می‌کنند [۱۵].

۵- نتیجہ گیری

در این تحقیق، جریان مافوق صوت آشفته با عدد ماخ ۱/۶ روی یک بدنه مدور طویل در زوایای حمله ۲-۶ درجه مورد بررسی قرار گرفت و با آشکارسازی جریان به روش شیلیرین، شکل و زاویه شوک دماغه در زوایای حمله مختلف اندازه‌گیری و با نتایج نظری مقایسه شد. از طرف دیگر، لایه

در شکل (۱۹)، مشابه بالا، خطوط همتراز برای ایستگاه دوم در زاویه حمله ۶ درجه رسم شده است. توجه شود که به دلیل افزایش d/x ، ضخامت لایه مرزی بیشتر شده است. همچنین، عدم تقارن جریان در این شکل در نزدیکی مدل به مراتب بیشتر از شکل (۱۸) است که دلیل آن افزایش عدم تقارن گردابه های حلقوی در این ایستگاه (علاوه بر دلایل مذکور) است.

شکل (۲۰)، خطوط همتراز فشار در زاویه حمله 4° و 6° درجه را برای ایستگاه سوم نشان می‌دهد. تقارن جریان در هر دو زاویه اندکی بهبود یافته است. ملاحظه می‌شود که تشکیل گردابه‌های حلقوی روی بدنه در زاویه حمله 4° درجه شروع و در زاویه 6° درجه کامل می‌شود، شکل (۲۰-ب). البته، به دلیل تعداد نسبتاً کم نقاط داده‌برداری و فاصله زیاد شاخه‌های ریک از یکدیگر، گردابه‌ها کاملاً دایروی نیستند. همچنین، در شکل (۲۰-ب) عدم تقارن گردابه‌ها دیده می‌شود که مجدداً مؤید مباحث قبلی است.

در شکل (۲۱-الف)، خطوط همتراز عدد ماخ در ایستگاه دوم و زاویه حمله ۶ درجه نشان داده شده است. این شکل نیز مشابه شکل (۱۹) نامتقارن است و به نظر می‌رسد که لایه مرزی سمت راست جریان اندکی ضخیمتر از لایه مرزی سمت چپ است. شکلهای (۲۱-ب و ج) خطوط همتراز عدد ماخ را در

در بخشی از ابتدای دماغه نشان می‌دهد که در این قسمت جریان آرام است. بنابراین، می‌توان حدس زد که انتقال لایه مرزی در انتهای دماغه، جایی که گرادیان فشار مثبت می‌شود، اتفاق افتاده است.

تشکر و قدردانی

نگارندگان از کلیه دست‌اندرکاران مرکز آبرودینامیک قدر دانشگاه امام حسین (ع) به دلیل تلاش‌های فراوان و همکاری مجلدانه در انجام این آزمایشات و نیز از حمایت و مساعدت بی‌دریغ معاونت آموزش، پژوهش و فناوری سازمان صنایع هوا فضا و نهایتاً از دانشگاه صنعتی شریف و معاونت تحقیقات صنایع شهید باقری به دلیل پشتیبانی‌های مالی این تحقیق صمیمانه سپاسگزاری و تشکر می‌کنند.

مرزی و میدان جریان بعد از شوک نیز توسط آشکارساز نمایش داده شد. همچنین، توزیع فشار استاتیکی روی سطح مدل در ۳۶ نقطه در زوایای حمله ۲-۶ درجه، با گام ۲ درجه، اندازه گیری شده است. نتایج تحقیق نشانگر تاثیر کم زاویه حمله و زاویه ۰ (محیطی)، در محدوده زاویه حمله مورد آزمایش، روی ضریب فشار در طول بخش استوانه‌ای بدنه است. اما توزیع فشار در روی دماغه مدل مناسب با زاویه حمله تغییری محسوس می‌کند.

لایه مرزی جریان در سه ایستگاه طولی متفاوت و در زوایای حمله فوق‌الذکر، اندازه گیری شد و پروفیل لایه مرزی و خطوط همتراز فشار کل و عدد ماخ پیرامون مدل به دست آمد. نتایج نشان می‌دهد که با افزایش زاویه حمله و پیشروی در طول بدنه، ضخامت لایه مرزی افزایش می‌یابد. در زاویه حمله ۶ درجه، گردابه‌های روی بدنه در انتهای مدل دیده می‌شود. منحنی‌های تغییرات سرعت در لایه مرزی مؤید آشفته بودن جریان در هر سه ایستگاه اندازه گیری است. آشکارسازی جریان

واژه نامه

1- Schilerian	7- Rake	13-windward
2- computational fluid dynamic	8- multi-pelexer	14-cross flow
3- test case	9- traversing	15-error bar
4- SOSE (second order shock expansion)	10-transducer	16-Rayleigh pitot tube
5- leeward	11-potentiometer	17-boundary layer edge
6- transition	12-curved shock	

مراجع

1. Fleeman, E.L., *Tactical Missile Design*, AIAA, 2001.
2. Cebeci, T., "Three Dimensional Boundary Layer on Missiles," *Tactical Missile Aerodynamics*, Vol. 104, pp. 723-777, 1986.
3. Loposer, J.D., "Average Skin Friction Coefficients from Boundary Layer Measurements on an Ogive-Cylinder Body in Flight at Supersonic Speeds," NACA-RM L52K28a, 1953.
4. سلطانی، م. ر، فاضلی، ح، فرهانیه، ب، و داوری، ع، "مطالعه تجربی رفتار آبرودینامیک دو بالک تاشو،" نشریه علمی-پژوهشی استقلال، سال ۲۱، شماره ۱، ۱۳۸۱.
5. Moore, F.G., "Approximation Methods for Weapon Aerodynamics," AIAA, Vol. 186, 2000.
6. Perkins, E.W., and Jorgensen, L.H., "Comparison of Experimental and Theoretical Normal-Force Distributions (Including Reynolds Number Effects) on Ogive-Cylinder Body at Mach Number 1.98," NACA-TN 3716, 1975.
7. برزآبادی فراهانی، م، "مطالعه تجربی میدان جریان مأ فوق صوت حول یک بدنه مدور طویل،" دانشکده مهندسی هوا فضا، دانشگاه صنعتی شریف، رساله کارشناسی ارشد، ۱۳۸۲.

8. Pope, A., *High Speed Wind Tunnel Testing*, John Wiley and Sons Inc., 1966.
۹. حیدری، م.، عظیمی، ع.، و طبیعی رهنی، م.، "شبیه‌سازی جریان موفق صوت آشفته حول اجسام مدور به انضمام ناحیه پشت با استفاده از شبکه چندبلوکی و مرز بلوکی غیرانطباقی،" نشریه علمی-پژوهشی مکانیک و هوافضا، جلد ۱، شماره ۱، مرداد ۱۳۸۴.
۱۰. مصدری، م.، "بررسی کیفیت جریان در مقطع کاری تونل باد دانشگاه امام حسین (ع)،" پایان‌نامه کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی شریف، ۱۳۸۱.
11. Anderson, J.D., *Fundamentals of Aerodynamics*, McGraw-Hill, 2nd Ed., Singapore, 1991.
12. White, F.M., *Viscous Fluid Flow*, McGraw-Hill, 2nd Ed., Singapore, 1991.
13. Soltani, M.R., Taiebi-Rahni M., Heidari, M.R., and Farahani, M., "Flow Measurements Around a Long Axisymmetric Body with Varying Cross Section," AIAA Paper 2005-50.
14. Carros, R.J., "Effect of Mach Number on Boundary-Layer Transition in The Presence of Pressure Rise and Surface Roughness on an Ogive-Cylinder Body with Cold Wall Conditions," NACA RM A56B15, 1956.
15. Mendenhall, M.R., and Perkins, S.C., "Vortex Cloud Model for Body Vortex Shedding and Tracking," *Tactical Missile Design*, Vol. 104, pp. 519-571, 1986.