

## شبیه سازی جریان متلاطم روی دسته لوله‌ها با استفاده از مدل ترکیبی ادیهای بزرگ و موازی سازی معادلات کاملاً همبسته ناویر- استوکز

منصور طالبی\*، ابراهیم شیرانی\*\* و محمود اشرفی زاده\*\*\*  
دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی اصفهان

(دریافت مقاله: ۸۳/۱۲/۲۵ - دریافت نسخه نهایی: ۸۵/۲/۳)

**چکیده** - در کار حاضر جریان متلاطم غیر دائم عبوری از روی دسته لوله‌ها با استفاده از روش ادیهای بزرگ و موازی سازی معادلات کاملاً همبسته ناویر- استوکز در شبکه غیر متعامد شبیه سازی شده است. در روش ادیهای بزرگ برای مدل کردن رفتار ادیهای کوچک، از یک مدلی ترکیبی استفاده شده است. در این مدل علاوه بر اثرات اتلافی ادی و بیسکوزیته اثرات متقابل ادیهای ریز و درشت روی همدیگر نیز در نظر گرفته شده است. معادلات کاملاً همبسته ناویر- استوکز با استفاده از روش چند بلوکی موازی سازی شده‌اند. بدین صورت که دامنه حل به چند زیر دامنه تقسیم شده و با توجه به اصل توزیع یکنواخت بار محاسباتی بین پردازنده‌ها، توسط مجموعه‌ای از رایانه‌ها به صورت موازی حل شده است. معادلات حاکم بر روی هندسه غیر متعامد و شبکه هم مکان با روش مرتبه دو برای زمان و مکان گسسته سازی شده است. برای حل مشکل عدم کوپل بودن فشار و سرعتها از روش میان یابی ممنتم استفاده شده است. با این روش مشکل شطرنجی شدن فشار برطرف می‌شود. نتایج نشان می‌دهد که راندمان موازی سازی بسیار بالاست. برای جریان حول پنج ردیف لوله خطوط جریان و دیگر مشخصه‌های جریان به دست آمده است. نتایج به دست آمده تطابق خوبی با نتایج تجربی دارد. مقایسه نتایج حاصل از مدل اسمگورینسکی و مدل ترکیبی با نتایج تجربی نشان می‌دهد که مدل ترکیبی دقت بیشتری دارد و در پیشبینی مشخصه‌های جریان و تغییرات نیروهای لیفت و درگ روی استوانه‌ها بهتر از مدل اسمگورینسکی است.

**واژگان کلیدی:** جریان متلاطم - مدل‌سازی ادیهای بزرگ - دسته لوله‌ها - برنامه نویسی موازی - شبکه چند بلوکی.

# Mixed Large-Eddy Simulation Model for Turbulent Flows across Tube Bundles Using Parallel Coupled Multiblock NS Solver

M. Talebi, E. Shirani, and M. Ashrafizadeh

Department of Mechanical Engineering, Isfahan University of Technology

**Abstract:** In this study, turbulent flow around a tube bundle in non-orthogonal grid is simulated using the Large Eddy Simulation (LES) technique and parallelization of fully coupled Navier – Stokes (NS) equations. To model the small eddies, the Smagorinsky and a mixed model was used. This model represents the effect of dissipation and the grid-scale and subgrid-scale interactions. The fully coupled NS equations with the multiblock method was parallelized. Parallelization of the computer code was accomplished by splitting the calculation domain into several subdomains and using different processors in such a way that the computational work was equally distributed among processors. The discretized governing equations are second order in time and in space and the pressure is calculated by Momentum Interpolation Method (MIM) to prevent the checkerboard problem. The results are obtained for the turbulent flow over five parallel tube rows. The computational efficiency, flow patterns, and flow properties are also determined. The results showed high parallelization efficiency and high speed up for the computer code. The flow characteristics were determined and compared with experimental results which showed good agreement. Also, the results showed that the mixed model is better than the Smagorinsky model for evaluation of flow characteristics and lift and drag forces on tubes.

**Keywords:** Turbulent flow, Large eddy simulation, Tube bundle, Parallel programming, Multiblock grid

## فهرست علائم

ضریب افزایش سرعت	$S_u$	جمله باردینا	$B_{ij}$
زمان	$t$	ثابت اسمگورینسکی	$C_S$
سرعت برشی	$u^*$	تنشهای عرضی	$C_{ij}$
مولفه های سرعت	$u_i, u_j$	ضریب نیروی لیفت	$C_L$
سرعت فیلتر شده	$\bar{u}$	ضریب نیروی درگ	$C_D$
سرعت نوسانی	$u'$	ضریب باردینا	$C_B$
بردار سرعت	$\vec{V}$	المان حجم	$dV$
مولفه های مکان	$x, y$	المان سطح	$ds$
فاصله بدون بعد از دیوار	$y^+$	تابع فیلتر	$G$
<b>علائم یونانی</b>		طول اشلهای کوچک	$l$
راندمان موازی سازی	$\eta$	تنش لئونارد	$L_{ij}$
ویسکوزیته متلاطم	$\nu_t$	بردار عمود بر سطح	$\vec{n}$
تنش برشی دیواره	$\tau_w$	فشار	$p$
عرض فیلتر	$\Delta$	فشار فیلتر شده	$\bar{p}$
تنش برشی	$\tau_{ij}$	جمله چشمه	$Q_i^*$
ویسکوزیته	$\nu$	تنشهای رینولدز	$R_{ij}$
دانسیته	$\rho$	تسور تغییر شکل	$\vec{S}_{ij}$

وقتی جریان سیال از روی دسته لوله‌ها عبور می‌کند انرژی سیال به لوله‌ها انتقال پیدا می‌کند. نیروهای وارد شده به لوله‌ها از طرف سیال یکی از مهمترین مسائلی است که در دسته لوله‌ها وجود دارد. این مسئله باعث ایجاد مشکلات فراوان در سیستم‌هایی می‌شود که شامل دسته لوله‌ها هستند. دسته لوله‌ها در تجهیزاتی مثل مبدل‌های حرارتی، مولدهای بخار، دسته میله‌های سوخت در نیروگاه‌های هسته‌ای، سیستم‌های لوله کشی زیر آب و همچنین صنایع دریایی وجود دارند.

در اکثر این تجهیزات جریان سیال متلاطم است. از مشخصه‌های جریان متلاطم نوسانات سه بعدی و غیر دائم سرعت سیال و همچنین وجود ورتیسیت در جریان است. دامنه وسیعی از ادیهای بزرگ، در حد ابعاد مسئله و ادیهای کوچک، در حد طول کولموگروف<sup>۱</sup> در میدان جریان وجود دارند [۱]. ادیهای بزرگ جرم، ممتد و انرژی را در سیال منتقل می‌کنند، و سبب ایجاد اختلالات و آشفتگی در جریان می‌شوند که خود باعث بروز پدیده‌هایی نظیر نوسان نیروهای اعمال شده به لوله‌ها می‌شود. وقتی نیروهای هیدرودینامیکی مذکور نوسان داشته باشد، می‌تواند باعث بروز ارتعاشات شدید و با دامنه زیاد در لوله‌ها شود که خرابی لوله‌ها و اتصالات آنها را در پی خواهد داشت. این خسارات اگر پیش بینی، و در جهت رفع آنها تدابیری اندیشیده نشود، می‌تواند در سیستم‌های بزرگ باعث ایجاد مشکلات زیاد و حتی توقف کامل یک سیستم نیروگاهی شوند. اهمیت این پدیده در سیستم‌های هسته‌ای بیشتر است چون در نیروگاه‌های هسته‌ای بروز این مشکل می‌تواند باعث نشت مواد رادیواکتیو در مدار جریان سیال اولیه و یا ثانویه شود که این امر علاوه بر صدمات فنی و مالی، باعث ایجاد مشکلات زیست محیطی جبران ناپذیری خواهد شد. لذا بررسی و تحلیل چنین جریان‌هایی بسیار مهم است. در مرجع [۲] مروری بر پدیده ارتعاش لوله‌ها در اثر عبور جریان در تاسیسات هسته‌ای شده است. برای اطلاعات بیشتر در مورد پدیده‌های موجود در

جریان حول دسته لوله‌ها می‌توان به کار لانگیست و همکارانش [۳] و همچنین کار روتمن و پوپ [۴] مراجعه کرد. از طرفی پیچیدگی چنین جریان‌هایی باعث می‌شود که بررسی تجربی آنها مشکل باشد. لذا حل عددی جریان حول دسته لوله‌ها با استفاده از مدل‌های جریان متلاطم مبتنی بر روش تحلیل ادیهای بزرگ<sup>۲</sup> (LES) روش خوبی برای درک بهتر مشخصه‌های جریان اطراف دسته لوله‌ها و نیروهای وارد بر آنها است. با این روش و به کارگیری روش‌های عددی مناسب و همچنین تکنیک برنامه نویسی موازی که قدرت محاسباتی را افزایش می‌دهد، می‌توان چنین مسائلی را که عمدتاً در هندسه‌های پیچیده و غیر متعامد قرار دارند، دقیقتر بررسی کرد. برای حل جریان متلاطم عموماً از روش متوسط‌گیری رینولدز<sup>۳</sup> (RANS) استفاده می‌شود. در معادلات حاصل که با روش متوسط‌گیری زمانی از معادلات ناویر-استوکز به دست می‌آید، تنش‌های رینولدز ظاهر شده، که بیشتر توسط مدل دو معادله‌ای (k-ε) مدل می‌شوند. امروزه در صنعت این مدل‌ها یک روش پر کاربرد و مناسب‌اند. گرچه این روشها در اکثر مسائل جوابهای قابل قبولی می‌دهند، ولی پدیده‌های فیزیکی هم هستند که روشهای مذکور به خوبی قادر به پوشش دادن آنها نیست، به خاطر اینکه در این روشها جریان متوسط حل می‌شود و در فرایند متوسط‌گیری زمانی مقدار زیادی از اطلاعات فیلتر می‌شود. نوسانات ایجاد شده در لوله‌ها که در اثر حرکت ادیهای جریان متلاطم ایجاد می‌شود را نمی‌توان توسط چنین معادلاتی به دست آورد. این نوع رفتارها را می‌توان توسط روشهای ادیهای بزرگ به خوبی بررسی و تحلیل نمود [۵]. بنامادوچ و لورنس [۶] در سال ۲۰۰۳ مقایسه ای بین روشهای LES، حل بدون مدل کردن معادلات ناویر استوکز (DNS) و RANS برای شبکه‌های ریز و درشت انجام دادند. به گفته آنها نتایج مدل LES می‌تواند قابل مقایسه با DNS باشد، ضمن اینکه با درشت شدن شبکه باز هم نتایج معقولی به دست می‌آید. درحالی که روش RANS فقط در شبکه ریز نتایج رضایتبخشی دارد و در

شبکه درشت نتایج غیر فیزیکی دارد. مقایسه‌های دیگری نیز توسط رودی [۷] و کوبایاشی [۸] در این زمینه انجام شده است که نشان دهنده مزایای روشهای ادیهای بزرگ است.

فردی و همکارانش [۹] جریان روی لوله های مولد بخار را به صورت دو بعدی و با استفاده از روش المان محدود و مدل اسمگورینسکی حل کردند. آنها معادلات را به صورت مجزا<sup>۴</sup> حل کردند و خطوط جریان و بردارهای سرعت را برای تعداد  $7 \times 7$  عدد لوله که در داخل یک کانال فرض شده بود به دست آوردند. به علت اینکه تعداد لوله‌ها زیاد در نظر گرفته شده بود، شبکه حل به اندازه کافی ریز نشده و بنابراین فقط شکل کلی جریان نشان داده شد. بارسامیان و حسن [۱۰] جریان دو بعدی حول دسته لوله‌های داخل کانال را با استفاده از کد گوست<sup>۵</sup> و استفاده از ابر رایانه حل کردند. آنها چهار ردیف هفت تایی لوله را داخل کانال قرار دادند و با استفاده از مدل اسمگورینسکی و باردینا آنها را حل کردند و تغییرات زمانی نیروهای لیفت و درگ را به دست آوردند. نتایج مدل اصلاح شده به کار رفته توسط آنها در مقایسه با مدل اسمگورینسکی خصوصا در مورد منحنی های لیفت و درگ اختلاف چندانی نداشت. یاسین و همکارانش [۱۱] همچنین جریان دو بعدی حول دسته لوله‌ها را با استفاده از کد گوست و با یک ابر رایانه برای ۱۲ لوله با شبکه نسبتا درشت حل کردند. آنها از مدل اسمگورینسکی استفاده کردند و خطوط جریان و بردارهای سرعت را برای دسته لوله‌ها به دست آوردند. از جمله کارهای تجربی که در زمینه جریان روی دسته لوله‌ها انجام شده است کار چن و جندرزجریک [۱۲] است که تعداد  $7 \times 7$  عدد لوله را داخل یک کانال با مقطع مربع قرار داده و جریان سیال با عدد رینولدز ۱۵۰۰۰ الی ۳۵۰۰۰۰ را آزمایش کردند و نتایج حاصل از نیروهای وارد بر لوله‌ها را رسم کردند. نتایج تجربی نشان داد که شکل جریان و ضرایب لیفت و درگ از لوله سوم به بعد تقریبا ثابت است و با تقریب بسیار خوبی می‌توان تغییرات آنها را ناچیز فرض کرد. از این نکته در حل عددی به کار رفته در کار حاضر نیز استفاده شده است. وور و ابدربو [۱۳] نیز جریان حول دسته لوله‌ها را

از آرام تا متلاطم به صورت تجربی بررسی کردند. نتایج حاصل نشان داد که از عدد رینولدز ۴۰۰ به بعد جریان متلاطم می‌شود. آنها همچنین به این نتیجه رسیدند که جریان ردیفهای اول و دوم با ردیفهای بعدی تفاوت دارند ولی ردیفهای سوم به بعد مشابه اند. کارهای تجربی دیگری نیز در این زمینه انجام شده است که برای اطلاعات بیشتر می‌توان به مراجع [۱۴] و [۱۵] مراجعه کرد. از جمله کارهای عددی جالبی که روی دسته لوله‌ها انجام شده است، کار بیل و اسپالدینگ [۱۶] است. آنها برای حل عددی جریان آرام حول دسته لوله‌ها با توجه به شکل تناوبی جریان غیر دائم و با استفاده از فقط دو لوله و شرایط مرزی و اولیه مناسب نتایج خوبی برای دسته لوله‌ها به دست آوردند.

اکثر کارهایی که برای جریان متلاطم روی دسته لوله‌ها انجام شده است از تعداد لوله زیادی استفاده کرده اند بنابر این یا شبکه حل را درشت در نظر گرفته اند و یا برای حل شبکه ریز از ابررایانه‌های قوی استفاده کرده اند. در کار حاضر سعی شده است با توجه به نتایج چن و جندرزجریک [۱۲] و همچنین وور و ابدربو [۱۳] با در نظر گرفتن تعداد پنج لوله و اعمال شرایط مرزی مناسب جریان حول دسته لوله‌ها شبیه‌سازی شود.

در رابطه با روش حل معادلات، اکثر کارهای انجام شده یا به صورت سریال (غیر موازی) است و یا بر روی ابر رایانه‌های قوی موجود در مراکز تحقیقاتی خاص اجرا شده است. چون استفاده از روش LES نیاز به شبکه مناسب دارد بنابراین در کار حاضر برای بالا بردن قدرت محاسبات از مجموعه ای از رایانه‌ها به صورت موازی استفاده شده است. گرچه تا کنون کارهایی در زمینه موازی سازی کدهایی که با استفاده از معادلات ناویر استوکز یا اوپلر به بررسی جریان سیال می‌پردازند، انجام شده است، اما این کدها یا از روش صریح و یا از روش ضمنی ولی غیر همبسته<sup>۶</sup> استفاده کرده‌اند. بیو [۱۷] یک الگوریتم موازی، صریح و سه بعدی را با به کار بردن روش حجم محدود برای حل جریان متلاطم سیال با استفاده از مدل

ادیهای بزرگ ارائه داد. او از روش مرتبه دو مک کورمک برای عبارت مشتق زمان استفاده کرد. کارلو و تزدویار [۱۸] یک کد موازی، سه بعدی، ضمنی به روش المان محدود برای حل معادلات ناویر-استوکز را برای شبیه سازی جریان تراکم ناپذیر سیال حول استوانه توسعه دادند. استریتزل [۱۹] یک کد موازی سه بعدی و تراکم ناپذیر برای حل معادلات ناویر-استوکز را برای جریان متلاطم سیال به روش ادیهای بزرگ و تکنیک حل مستقیم معادلات به کار برد. او برای اصلاح فشار از معادله پویسان استفاده کرد.

بر اساس اطلاعات نویسندگان این مقاله در زمینه موازی سازی حل معادلات جریان سیال توسط روش کاملا همبسته تحقیقاتی صورت نگرفته است. در کار حاضر یک کد موازی چند بلوکی جدید با راندمان خوب تهیه و توسعه داده شده است که معادلات ناویر-استوکز کاملا همبسته را برای جریان متلاطم به روش LES حل کند. این کد قادر به حل جریان دائم و غیر دائم سیال تراکم ناپذیر در هندسه های ساده و همچنین هندسه غیر متعامد و پیچیده خواهد بود. همچنین قابلیت آن برای بررسی جریان پیچیده سیال حول دسته لوله ها نشان داده خواهد شد. موازی سازی بر اساس روش چند بلوکی و تفکیک کردن دامنه حل به چند زیردامنه صورت می گیرد. تعداد زیر دامنه ها بستگی به تعداد پردازنده ها و هندسه مسئله دارد. هر زیر دامنه توسط یک پردازنده حل می شود و تمام اطلاعات مورد نیاز هر پردازنده در طول مرزهایی که با بقیه زیردامنه ها دارد، مبادله خواهد شد.

برای مدل کردن رفتار ادیهای ریز از مدل ادی ویسکوزیته اسمگورینسکی و مدلی ترکیبی که رفتار متقابل ادیهای ریز و درشت را بر همدیگر (تنشهای عرضی اشلهای ریز) شامل می شود، استفاده می شود. معادلات حاکم به روش مرتبه دو برای زمان و مکان روی شبکه هم مکان<sup>۷</sup> گسسته سازی می شوند. و برای برطرف کردن مشکل شطرنجی شدن فشار در شبکه هم مکان به کار رفته، از روش میانبایی مومتم<sup>۸</sup> [۲۰] استفاده می شود. در نهایت معادلات مومتم و پیوستگی به طور همزمان

حل می شوند.

در روش LES شبکه حل باید به اندازه کافی ریز باشد. بنابراین در بررسی هندسه های پیچیده و بزرگ مشکل حافظه و زمان اجرای برنامه پیش خواهد آمد. در کار حاضر سعی شده است با توجه به نتایج تجربی چن و جندرزجیک [۱۲] و وور و ابدربو [۱۳]، با در نظر گرفتن تعداد کمتری لوله و در نتیجه شبکه حل مناسب، جریان حول دسته لوله ها شبیه سازی شود. با این روش بدون در نظر گرفتن تعداد زیادی لوله می توان مشخصه های جریان و ضرایب لیفت و درگ را دقیقتر به دست آورد.

در کار حاضر یک مجموعه موازی متشکل از ۲۴ عدد رایانه شخصی مورد استفاده قرار گرفته است که در حالت حداکثر راندمان، سرعتش تقریباً ۲۴ برابر یک رایانه خواهد بود. هر گره محاسباتی یک پردازنده intel P4 با 1 GB RAM است که ارتباط بین آنها از طریق یک شبکه سریع<sup>۹</sup> برقرار شده است و به وسیله سیستم عامل لینوکس کنترل می شوند. برای ارسال و دریافت اطلاعات بین گره ها از سیستم انتقال پیام<sup>۱۰</sup> MPICH استفاده می شود که شامل مجموعه ای از توابع کتابخانه ای است [۲۱]

## ۲- معادلات حاکم

معادلات حاکم بر جریان تراکم ناپذیر و غیر دائم سیال، معادلات مومتم و پیوستگی هستند.  
معادلات مومتم:

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial u_i u_j}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} \quad (1)$$

معادله پیوستگی:

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2)$$

در روش LES، هر متغیر  $f$  به دو مولفه متوسط  $\bar{f}$  و نوسانی  $f'$  تفکیک می شود.

$$f(x, t) = \bar{f}(x, t) + f'(x, t) \quad (3)$$

$f$  می‌تواند هر یک از متغیرهای جریان باشد.  $\bar{f}$  بخشی از  $f$  است که حل می‌شود و شامل ادیهای که ابعادشان بزرگتر از ابعاد شبکه است، یعنی قسمت فیلتر شده متغیرهای جریان، می‌شود.  $f'$  بخشی از متغیر  $f$  است که مدل می‌شود و مربوط به ادیهای جریان متلاطم است که ریزتر از ابعاد شبکه<sup>۱۱</sup> هستند و شبکه حل نمی‌تواند آنها را بگیرد. برای به دست آوردن معادلات جریان برای ادیهای بزرگ از طریق انتگرال‌گیری معادلات حاکم بر جریان بر حسب ابعاد هندسی کوچک و فیلتر کردن معادلات جریان در فرکانسهای بالا در فضای فوریه، ادیهای کوچک جریان جدا خواهند شد. برای جریان همگن، لئونارد[۲۲] مولفه مربوط به ابعاد شبکه (سرعت متوسط) را به صورت زیر تعریف کرد.

$$\bar{u}_i(\bar{x}, t) = \int_V G(\bar{x}, \bar{x}') u_i(\bar{x}', t) d\bar{x}' \quad (4)$$

تابع فیلتر  $G$  به صورت زیر است.

$$G(\bar{x} - \bar{x}') = \prod_i G_i(x_i - x'_i) \quad (5)$$

$G_i(\bar{x} - \bar{x}')$  یک فیلتر یک بعدی است. معمولاً سه نوع تابع فیلتر می‌توان به کار برد که عبارت‌اند از: تابع فیلتر پله ای<sup>۱۲</sup>، تابع فیلتری که در فضای فوریه پله ای باشد<sup>۱۳</sup>، و تابع فیلتر گوس<sup>۱۴</sup>. با اعمال فیلتر روی معادلات ناویر-استوکز نهایتاً معادلات فیلتر شده به صورت زیر حاصل می‌شود.

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u}_i \bar{u}_j}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_j \partial x_j} - \frac{\partial (\overline{u_i u_j} - \bar{u}_i \bar{u}_j)}{\partial x_j} \quad (6)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (7)$$

عبارت  $(\overline{u_i u_j} - \bar{u}_i \bar{u}_j)$  معرف تنشهای اشلهای ریز<sup>۱۵</sup> است و شامل سه بخش است: تنشهای لئونارد،  $L_{ij}$ ، تنشهای عرضی،  $C_{ij}$ ، و تنشهای رینولدز،  $R_{ij}$ ، که باید بر حسب خصوصیات اشلهای درشت مدل شوند.

$$\tau_{ij} = \overline{u_i u_j} - \bar{u}_i \bar{u}_j = (L_{ij} + C_{ij} + R_{ij}) \quad (8)$$

جمله  $L_{ij} = (\overline{\bar{u}_i \bar{u}_j} - \bar{u}_i \bar{u}_j)$  تنشهای لئونارد، در صورت استفاده از روش مرتبه دو قابل صرف نظر کردن است. چون با خطای قطع کردن هم مرتبه می‌شود. جمله  $C_{ij} = (\overline{\bar{u}_i \bar{u}'_j} + \bar{u}'_i \bar{u}_j)$ ، تنشهای

عرضی، بیان کننده اثرات ادیهای کوچک بر ادیهای بزرگ است و جمله  $R_{ij} = \overline{u'_i u'_j}$ ، تنشهای رینولدز، مربوط به نوسانات تصادفی ادیهای کوچک است.

بر اساس مدل اسمگورینسکی [۲۳] و فرضیه ادی-ویسکوزیته به وسیله تعریف کردن یک ویسکوزیته موثر اغتشاشات،  $\nu_t$ ، می‌توان نوشت:

$$\tau_{ij} = -2\nu_t \bar{S}_{ij} \quad (9)$$

$\nu_t$  بستگی به میدان جریان دارد. وبه صورت زیر تعریف می‌شود.

$$\nu_t = l^2 |\bar{S}| \quad (10)$$

$$|\bar{S}| = \sqrt{2\bar{S}_{ij}\bar{S}_{ij}} \quad (11)$$

$$\bar{S}_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (12)$$

$l$  طول اشلهای ریز است و بر اساس ابعاد هندسی شبکه و با استفاده از تابع استهلاك فون-دریست [۲۴ و ۲۵] به صورت زیر نوشته می‌شود.

$$l = C_s \Delta \left\{ 1 - \exp\left(\frac{-y^+}{25}\right) \right\} \quad (13)$$

$C_s$  ثابت اسمگورینسکی است و بسته به نوع جریان معمولاً بین ۰/۱ تا ۰/۲ است [۲۶]. این ضریب کنترل کننده شدت تلاطم می‌باشد و برای جریان حول دسته لوله‌ها برابر با ۱/۵ است.  $y^+$  نیز که فاصله بدون بعد شده از دیواره است بر اساس سرعت برشی دیواره و تنش برشی دیواره به صورت زیر نوشته می‌شود.

$$y^+ = \frac{y u^*}{\nu} \quad (14)$$

$$u^* = \sqrt{\tau_w / \rho} \quad (15)$$

مدل اسمگورینسکی اثر تنشهای عرضی را به خوبی مدل نمی‌کند. جمله تنش عرضی در معادله (۸) معرف اثر ادیهای کوچک و بزرگ روی همدیگر است. در حقیقت این جمله مربوط به نیروهای تصادفی است که توسط ادیهای کوچک روی ادیهای بزرگ (میدان فیلتر شده) اعمال می‌شود. به هر حال مدل کردن این جمله با تنشهای ادیهای کوچک مشکل

بیان می‌شود [۱۰].

$$B_{ij} = -\frac{\Delta^2}{12} \frac{\partial u_i}{\partial u_k} \frac{\partial u_j}{\partial u_k} \quad (19)$$

در این مدل مقدار  $C_S$  برای جریان حول دسته لوله‌ها برابر با ۰/۱۲ است.

در نهایت چون برای گسسته سازی معادلات از روش حجم محدود استفاده می‌شود، شکل انتگرالی معادلات ناویر-استوکز فیلترگیری شده عبارت‌اند از:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho u_i dV + \int_S \rho u_i \vec{V} \cdot \vec{n} ds - \int_S \frac{\partial p}{\partial x_i} dV - \int_S (\mu + \rho \nu_t) \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \vec{n} ds - \int_V Q_i dV = 0 \quad (20)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho dV + \int_S \rho \vec{V} \cdot \vec{n} ds = 0 \quad (21)$$

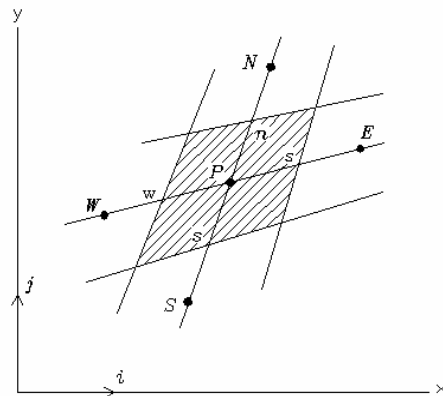
عبارت چشمه در رابطه (۲۰) در مدل ترکیبی از رابطه (۱۹) جایگذاری می‌شود.

$$\int_V Q_i dV = -\int_S \rho \frac{\Delta}{12} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \frac{\partial u_j}{\partial x_k} \right) i_j \cdot \vec{n} ds \quad (22)$$

معادلات فوق روی شبکه هندسی گسسته سازی شده دست‌گاه معادلات خطی برای حل به دست خواهد آمد.

### ۳- روش حل عددی

برای گسسته سازی معادلات از روش حجم محدود استفاده می‌شود. شبکه به کار رفته شبکه هم مکان است و تمام متغیرها روی نقاط مرکزی المانها تعریف می‌شوند. شکل (۱) نمونه‌ای از حجم کنترل به کار رفته برای هندسه غیر متعامد را نشان می‌دهد. در این شکل نقطه P مرکز المان حجم کنترل و نقاط W, E, S, N به ترتیب مربوط نقطه مرکزی المانهای شمالی، جنوبی، شرقی و غربی المان اصلی‌اند و نقاط e, s, w به ترتیب نقاط مربوط به سطوح شمالی، جنوبی، شرقی و غربی المان اصلی هستند. در مرز زیر دامنه‌ها (بخشهای تقسیم بندی شده از یک دامنه حل کلی که نقاط داخلی هر کدام توسط یک پردازنده حل می‌شود)، مخصوصاً در مورد سطوحی که به



شکل ۱- نمونه‌ای از المان حجم معیار برای شبکه غیر متعامد

است چون ماهیت آنها با یکدیگر تفاوت دارد. جمله تنش عرضی مربوط به تقابل ادیهای ریز و درشت روی همدیگر و نیروهای بین آنها می‌شود، در حالی که جمله تنشهای ادیهای ریز بیان کننده اثر اتلافی<sup>۱۶</sup> ادیهای ریز روی میدان جریان فیلتر شده است [۲۷].

با استفاده از مدل تشابه ابعادی<sup>۱۷</sup> باردینا [۲۸] و اضافه کردن اثر تنشهای عرضی در مدل می‌توان به نتایج دقیقتری دست یافت. ایده مدل تشابه ابعادی بر این اساس است که تقابل بین ادیهای بزرگ و کوچک، مشابه است با تقابل بین کوچکترین ادی از ادیهای بزرگ با بزرگترین ادی از ادیهای کوچک. بنابراین مدل تشابه ابعادی با توجه به این مفهوم و تشابه بین این دو اشل به صورت زیر بیان می‌شود.

$$u'_i = (u_i - \bar{u}_i) \approx (\bar{u}_i - \bar{\bar{u}}_i) \quad (16)$$

و

$$\tau_{ij} = C_B (\bar{u}_i - \bar{\bar{u}}_i) (\bar{u}_j - \bar{\bar{u}}_j) \quad (17)$$

که در آن  $(\bar{\bar{u}}_i)$  یعنی دوبار فیلتر کردن سرعت و  $C_B$  نیز ثابت باردیناست. این روش به اندازه کافی خاصیت اتلافی ندارد. بنابر این با ترکیب آن با مدل ادی ویسکوزیته اسمگورینسکی مدل ترکیبی حاصل می‌شود که هم خاصیت اتلافی دارد و هم اثرات تنشهای عرضی را در خود دارد:

$$\tau_{ij} = B_{ij} - 2\nu_t \bar{S}_{ij} \quad (18)$$

که  $B_{ij}$  مجموع تنشهای عرضی ولئونارد است و به صورت زیر

صورت فصل مشترک دو زیر دامنه‌اند باید شرایط مرزی مخصوص اعمال شود. از آنجا که معادله در هر نقطه از شبکه شامل اطلاعات چهار نقطه مجاور آن نقطه است، در مورد مرزهای فصل مشترک دو زیر دامنه اطلاعات نقاط مرزی مجاور نیز مورد نیاز خواهد بود. این مطلب در موازی سازی بسیار مهم است و در بخش بعدی بیشتر به آن پرداخته خواهد شد. استفاده از آرایش هم مکان متغیرها علاوه بر سادگی برنامه نویسی، عدم نیاز به میانبندی، کاهش حجم عملیات جبری و سادگی در اعمال شرایط مرزی، برای موازی سازی و تفکیک مرزهای بین زیر دامنه ها، خصوصا در هندسه‌های پیچیده و غیر متعامد بسیار مفید است. این نوع چینش متغیرها بر روی نقاط شبکه، اعمال شرایط مرزی را خصوصا بر روی مرزهای بین زیر دامنه ها، به راحتی امکانپذیر می‌سازد.

در گسسته سازی معادلات برای جمله زمان از روش مرتبه دو کرانک- نیکلسون استفاده شده است. برای جمله دیفیوژن از روش تفاضل مرکزی مرتبه دو و برای جابه‌جایی از روش اصلاح تاخیری<sup>۱۷</sup> مرتبه دو استفاده شده است [۲۹]. در نهایت معادلات خطی شده حاصل عبارت‌اند از:

معادله ممتمم در جهت x ( معادله u ):

$$Cu_p^u * u_p + Cu_N^u * u_N + Cu_S^u * u_S + Cu_E^u * u_E + Cu_W^u * u_W + Cp_p^u * p_p + Cp_N^u * p_N + Cp_S^u * p_S + Cp_E^u * p_E + Cp_W^u * p_W = b_u \quad (23)$$

معادله ممتمم در جهت y، ( معادله v ):

$$Cv_p^v * v_p + Cv_N^v * v_N + Cv_S^v * v_S + Cv_E^v * v_E + Cv_W^v * v_W + Cp_p^v * p_p + Cp_N^v * p_N + Cp_S^v * p_S + Cp_E^v * p_E + Cp_W^v * p_W = b_v \quad (24)$$

معادله پیوستگی، معادله ( p ) :

$$Cp_p^p * p_p + Cp_N^p * p_N + Cp_S^p * p_S + Cp_E^p * p_E + Cp_W^p * p_W + Cu_p^p * u_p + Cu_N^p * u_N + Cu_S^p * u_S + Cu_E^p * u_E + Cu_W^p * u_W + Cv_p^p * v_p + Cv_N^p * v_N + Cv_S^p * v_S + Cv_E^p * v_E + Cv_W^p * v_W = b_p \quad (25)$$

در روابط فوق زیر نویس P مربوط به نقطه مرکزی المان حجم معیار است و زیر نویسهای N ، S ، E و W به ترتیب

مربوط به نقاط شمالی، جنوبی، شرقی و غربی نقطه P هستند. بالا نویسهای u ، v و p به ترتیب اشاره به معادلات u ، v و p دارند. به عنوان مثال ضریب  $Cp_W^v$  معرف ضریب فشار مربوط به نقطه غربی المان حجم معیار در معادله v است که در  $p_W$  یعنی فشار نقطه غربی المان حجم معیار ضرب می‌شود.

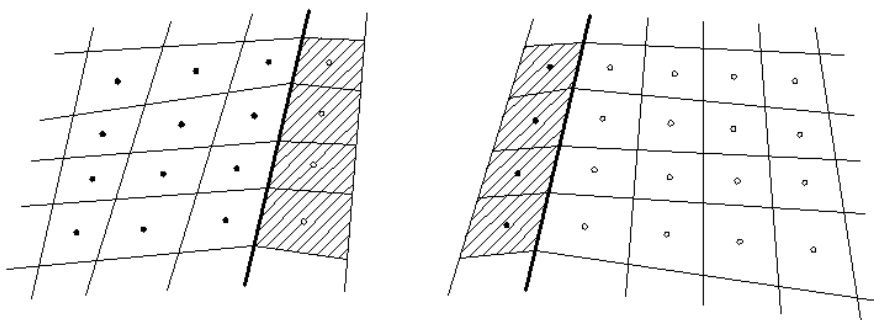
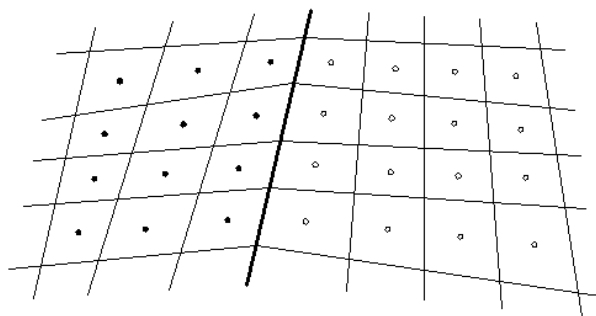
برای به دست آوردن معادله فشار، از روش میانبندی ممتمم استفاده شده است. بدین صورت که معادله بقای اندازه حرکت خطی در جهت x برای سه حجم کنترل حول نقاط e ، P و E، شکل (۱) نوشته و سه رابطه به دست آمده با هم ترکیب می‌شوند و از آنها سرعت روی وجه e ، یعنی  $u_e$  به دست می‌آید که به آن سرعت جابه‌جایی<sup>۱۹</sup> گفته می‌شود و شامل جملات فشاری هم است. اگر به همین ترتیب سرعتهای  $u_w$  ،  $u_n$  و  $u_s$  نیز محاسبه شود و در معادله بقای جرم مربوط به المان حجم کنترل اصلی قرار داده شود، نهایتا معادله فشار به دست خواهد آمد. برای اطلاعات بیشتر در این زمینه می‌توان به مرجع [۲۰] مراجعه کرد.

#### ۴- موازی سازی

موازی سازی کد حاضر بر اساس روش جدا سازی دامنه حل انجام می‌شود. در این روش کل دامنه حل به تعدادی زیر دامنه تقسیم می‌شود و پردازنده‌ها به‌طور موازی هر کدام نقاط داخلی یک یا چند زیر دامنه را حل می‌کنند. تعداد زیر دامنه‌ها به ابعاد مسئله مورد بررسی و حجم محاسباتی هر زیر دامنه بستگی دارد. اگر تعداد زیر دامنه‌ها از تعداد پردازنده‌ها بیشتر باشد بیش از یک زیر دامنه به یک پردازنده اختصاص داده خواهد شد. البته این کار باید با توجه به توزیع متعادل بار محاسباتی پردازنده‌ها انجام شود تا راندمان بهینه برای کل مجموعه به دست آید.

زیر دامنه‌ها همپوشانی ندارند و هر پردازنده فقط نقاط مربوط به خود را پردازش می‌کند. به هر حال هر پردازنده برای انجام عملیات روی نقاط مرزی زیر دامنه‌های مربوط به خود احتیاج





شکل ۲- مرز بین دو زیر دامنه وردیف سایه‌ای

یک کد غیر موازی می‌شود که البته در صورتی که در حین محاسبات از تعدادی تکرار داخلی استفاده شود و ضمن آن ضرایب و مقادیر روی ردیف سایه ای مرتب جدید شود، می‌توان به همگرایی خوبی رسید. نحوه تبادل اطلاعات بین پردازنده‌های مجاور در شکل (۳) نشان داده شده است. الگوریتم و روند محاسبات در کد حاضر به‌طور خلاصه بدین صورت خواهد بود:

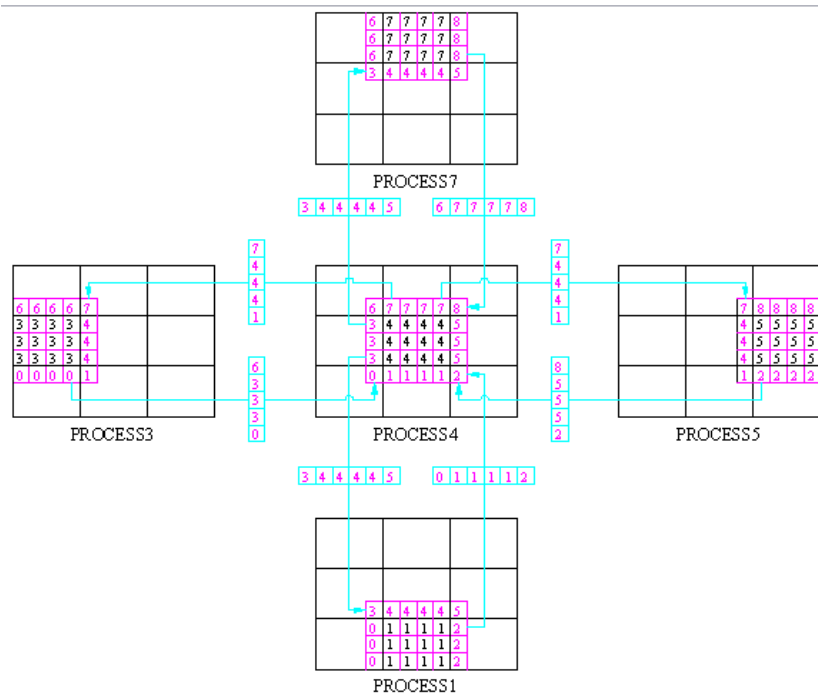
۱- آماده سازی و خواندن اطلاعات مسئله از جمله مشخصات هندسی هر زیر دامنه و نوع مرزها و همسایه‌های هر زیر دامنه.

۲- محاسبه کلیه پارامترهای هندسی هر زیر دامنه از جمله مشخصات هندسی ردیف سایه ای توسط پردازنده مربوطه (مبادله تمام متغیرهای هندسی مورد نیاز برای مرزها و نقاط نزدیک مرز).

۳- محاسبه سرعتها و فشار قدیمی ( برای به‌کار بردن در جملات زمانی )

به اطلاعات نقاطی دارد که این نقاط، همان نقاط داخلی زیردامنه‌های مجاورند. بنابراین لازم است که یک ردیف نقطه در طول مرز زیر دامنه‌ها تعریف شود که اطلاعات مورد نیاز را از زیر دامنه مجاور دریافت کند و برای محاسبات در هر مرحله بتوان از آنها استفاده کرد. این اطلاعات که اصطلاحاً در ردیف سایه‌ای<sup>۲۰</sup>، شکل (۲) ذخیره می‌شوند به‌طور مرتب توسط ارتباط بین پردازنده‌ها جدید می‌شوند. به این روند، همپوشانی ذخیره‌ای<sup>۲۱</sup> می‌گویند [۳۰].

به این نکته باید توجه کرد که مرزهای بین زیردامنه‌ها با مرزهای عادی تفاوت اساسی دارند. به‌طور کلی هر نقطه داخلی برای انجام محاسبات مربوطه احتیاج به اطلاعات چهار نقطه مجاور خود دارد و در مرز بین زیردامنه‌ها حداقل یکی از این چهار نقطه مربوط به زیر دامنه مجاور است. حال چون پردازنده‌ها به‌طور موازی به حل زیردامنه‌ها می‌پردازند به‌ناچار اطلاعات مربوط به این نقطه از محاسبات قبلی گرفته می‌شود. این امر باعث کندی روند همگرایی یک کد موازی نسبت به



شکل ۳- نحوه تبادل اطلاعات بین یک پردازنده و چهار پردازنده مجاور

از مقدار مورد نظر برای همگرایی کمتر باشد این مرحله زمانی متوقف شده، محاسبات برای پله زمانی بعدی از مرحله ۴ تکرار می‌شود.

۸- چک کردن زمان برای ادامه یا توقف برنامه در حالت غیر دائم.

### ۵- نتایج

برای چک کردن صحت محاسبات، دقت نتایج و بازده موازی سازی کد، جریان آرام داخل یک حفره غیر متعامد با مرز متحرک<sup>۲۲</sup> توسط کد موازی و کد غیر موازی حل شده و نتایج حاصل با هم مقایسه شده است. در ادامه جریان متلاطم روی دسته لوله به طور کامل بررسی شده است. در زیر هر یک از این نتایج توضیح داده شده است.

#### الف- جریان داخل حفره غیر متعامد با مرز متحرک

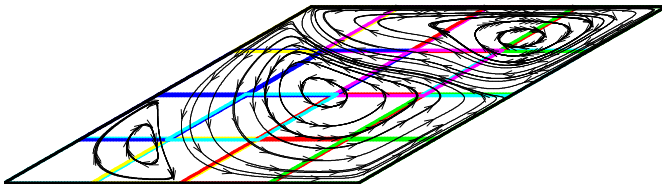
جریان داخل حفره غیر متعامد با مرز بالایی متحرک با زاویه ۳۰ درجه و عدد رینولدز (بر مبنای طول حفره و سرعت لبه بالایی) ۱۰۰۰ بررسی شده است. این مسئله با یک، دو، چهار، نه

۴- محاسبه ضرایب معادلات سرعت و فشار ( در این بخش برای مرزهایی که همسایه دارند باید ضرایب مربوطه به طور مجزا محاسبه شود و متغیرهای مورد نیاز بین پردازنده‌ها مبادله شود).

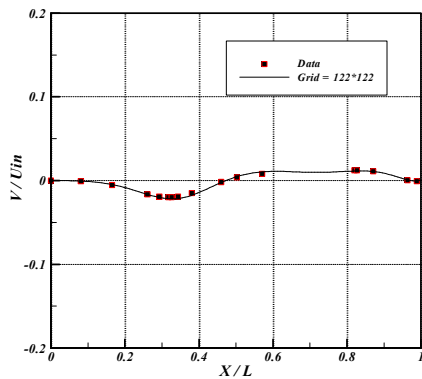
۵- اعمال شرایط مرزی ( با توجه به نوع مرزها شرایط مرزی مربوطه اعمال می‌شود ضمناً در مورد مرز بین دو زیر دامنه نیز اطلاعات مورد نیاز باید مبادله یا محاسبه شود.

۶- حل دستگاه معادلات خطی شده و همبسته برای سرعتها و فشار به طور همزمان و مستقیم ( هر پردازنده دستگاه معادلات مربوط به خود را حل می‌کند و بعد از حل مقادیر روی مرزها اصلاح می‌شوند.

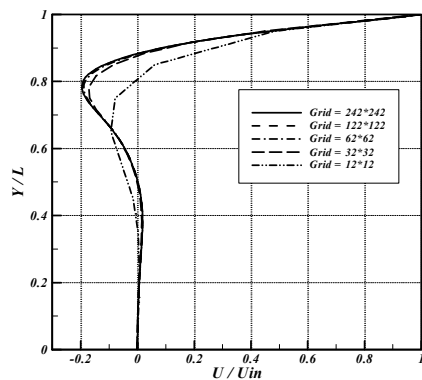
۷- محاسبه مقدار باقیمانده و یا هر معیار دیگری که برای اطمینان از حصول همگرایی به کار می‌رود. مقدار ماکزیمم باقیمانده در هر زیر دامنه حساب می‌شود سپس توسط پردازنده اول جمع آوری شده، مقدار ماکزیمم آنها در کل دامنه محاسباتی به دست آمده و برای تمام پردازنده‌ها ارسال می‌شود. در صورتی که باقیمانده مذکور



شکل ۵ - خطوط جریان حفره غیر متعامد ۳۰ درجه  
( $Re=1000$ )

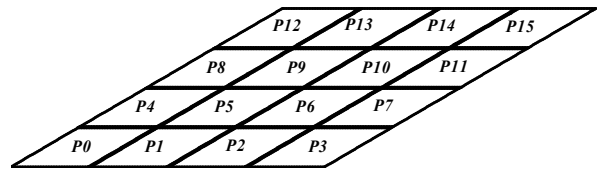


شکل ۷- مولفه  $v$  سرعت روی خط مرکزی افقی حفره غیر متعامد (مقایسه با نتایج دمیروزیك و همکارانش [۳۱])

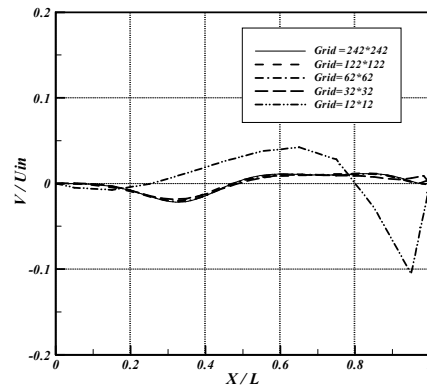


شکل ۹- مولفه  $u$  سرعت روی خط وسط حفره غیر متعامد (مطالعه شبکه)

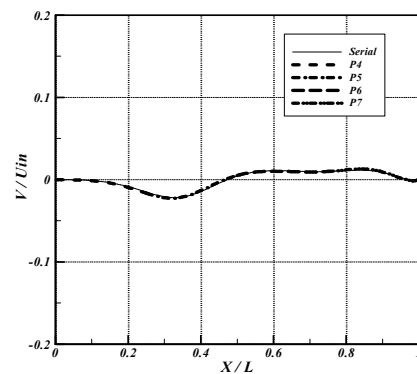
ملاحظه می‌شود که انتخاب شبکه با  $122 \times 122$  نقطه مناسب است. در شکل‌های (۷) و (۱۰) مقایسه‌ای بین نتایج به دست آمده و نتایج دمیروزیك و همکارانش [۳۱] انجام شده است که تطابق خوبی را نشان می‌دهد. برای این مسئله نتایج مربوط به حل موازی با ۱۶ پردازنده با حل غیر موازی (با استفاده از یک پردازنده) در شکل‌های (۸) و (۱۱) مقایسه شده است. در این شکل‌ها نتایج حل غیر موازی با یک خط نازک و



شکل ۴- دامنه حل و تفکیک آن به ۱۶ زیردامنه برای مسئله حفره غیر متعامد با زاویه ۳۰ درجه

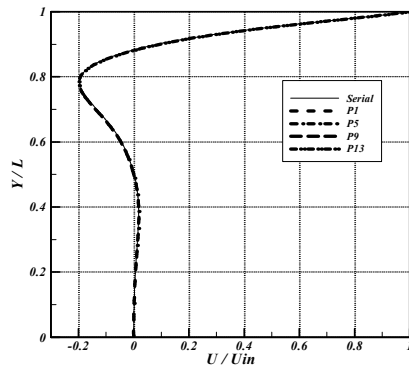


شکل ۶- مولفه  $v$  سرعت روی خط مرکزی افقی حفره غیر متعامد (مطالعه شبکه)

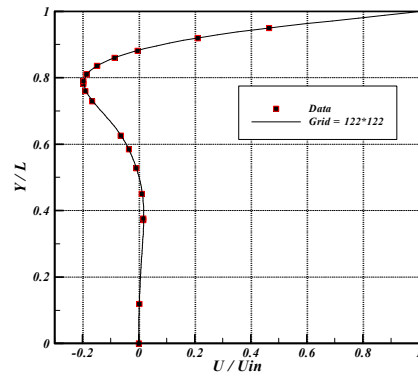


شکل ۸- مولفه  $v$  سرعت روی خط مرکزی افقی حفره غیر متعامد (حل موازی و سریال)

و شانزده پردازنده حل شده است. شکل (۴) یک نمونه از کل دامنه حل که به ۱۶ زیردامنه تقسیم شده را نشان می‌دهد و خطوط جریان مربوط به آن در شکل (۵) رسم شده است. همان‌طور که ملاحظه می‌شود پیوستگی و یکنواختی خطوط جریان خصوصاً در مرزهای بین زیردامنه‌ها بسیار خوب است. شکل‌های (۶) و (۹) مولفه‌های سرعت روی خط وسط حفره که با استفاده از شبکه‌های مختلف به دست آمده‌اند را نشان می‌دهد.



شکل ۱۱- مولفه  $u$  سرعت روی خط وسط حفره غیر متعامد (حل موازی و سریال)



شکل ۱۰- مولفه  $u$  سرعت روی خط وسط حفره غیر متعامد (مقایسه با نتایج دمیروزیک و همکارانش [۳۱])

دامنه حل به دو زیردامنه توسط فصل مشترک افقی بهتر از تفکیک توسط فصل مشترک غیر افقی است. به همین دلیل بازده نشان داده شده در جدول (۱) برای دو پردازنده در صورتی که فصل مشترک افقی باشد بیشتر از حالتی است که فصل مشترک عمودی باشد.

نکته قابل توجه در جدول (۱) بیشتر از یک بودن بازده است. دلیل این امر به نوع حل کننده‌ای مربوط می‌شود که برای دستگاه معادلات خطی و کوپل موجود به کار می‌رود. حل کننده اسپارسیک<sup>۲۴</sup> دستگاه معادلات خطی شده را به صورت مستقیم حل می‌کند [۳۲] و زمان لازم برای حل دستگاه معادلات توسط این حل کننده به صورت غیر خطی با ابعاد مسئله تغییر می‌کند، بنابراین در موازی سازی برنامه هنگامی که هر پردازنده تعداد نقاط کمتری را حل می‌کند زمان لازم خیلی کاهش می‌یابد. به این معنی که در یک حل موازی اگر زمان محاسباتی به کار رفته برای تمام پردازنده‌ها را با هم جمع کنیم از زمان محاسباتی لازم برای حل کردن تمام ناحیه حل توسط یک پردازنده به صورت غیر موازی، کمتر خواهد شد. به این حالت اصطلاحاً ضریب افزایش سرعت فوق خطی<sup>۲۵</sup> گفته می‌شود. برای روشن شدن این موضوع می‌توان به زمان لازم برای حل یک مرحله از مسئله در حالت موازی و غیر موازی توجه کرد. برای یک شبکه  $122 \times 122$  نقطه‌ای، در حل غیر موازی، زمان لازم برای یک

پیوسته و نتایج حل موازی با خطوط ضخیم و غیر پیوسته نشان داده شده است. هر قسمت از این خطوط غیر پیوسته مربوط به یک پردازنده است که در راهنمای شکل مشخص شده است. در شکل (۸) مولفه عمودی سرعت محاسبه شده روی خط مرکزی افقی حفره توسط پردازنده‌های شماره (۴) تا (۷) نشان داده شده است. همچنین در شکل (۱۱) مولفه افقی سرعت محاسبه شده روی خط مورب وسط حفره توسط پردازنده‌های شماره (۱)، (۵)، (۹) و (۱۳) نشان داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود نتایج حاصل حاکی از دقت بسیار خوب جوابها و تطابق حل‌های موازی و سریال (غیر موازی) می‌باشد.

ضریب افزایش سرعت<sup>۲۳</sup> ( $Su$ ) و بازده ( $\eta$ ) موازی سازی

به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$Su = \frac{t_s}{t_p} \quad (26)$$

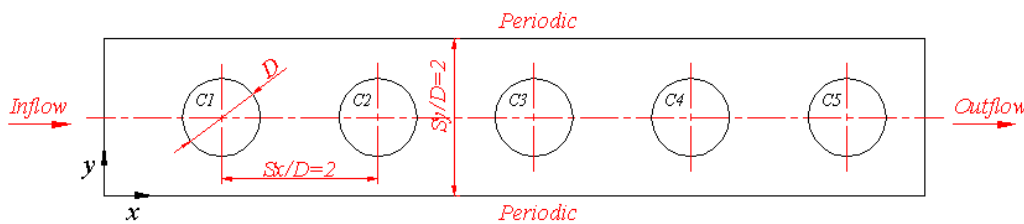
که در آن  $t_s$  زمان اجرای برنامه توسط کد غیر موازی و  $t_p$  زمان اجرای برنامه توسط کد موازی است.

$$\eta = \frac{1}{n} Su \quad (27)$$

که در آن  $n$  تعداد پردازنده‌هاست. جدول (۱) مقادیر به دست آمده ضریب افزایش سرعت و بازده را برای مسئله مورد بررسی نشان می‌دهد. بازده و ضریب افزایش سرعت موازی سازی نشان داده شده در جدول فوق بیان کننده کارکرد خوب برنامه است. همان‌طور که از شکل (۵) دیده می‌شود ساختار جریان سیال در داخل حفره به گونه‌ای است که تفکیک

جدول ۱ - نتایج حل موازی جریان داخل حفره غیر متعامد ۳۰ درجه

$\eta$	$Su$	تعداد تکرار برای رسیدن به همگرایی	تعداد نقاط شبکه	تعداد پردازنده ها
-	-	۳۱۳۹	(۱۲۲×۱۲۲)	۱
۱/۵	۳/۰۲	۳۱۴۹	۲(۶۲×۱۲۲)	۲
۲/۰۵	۴/۱۰	۳۱۶۲	۲(۱۲۲×۶۲)	۲
۲/۲۵	۹/۰۲	۳۱۶۷	۴(۶۲×۶۲)	۴
۲/۱۵	۱۹/۴	۳۲۶۴	۹(۴۲×۴۲)	۹
۱/۵۴	۲۴/۶	۳۴۷۰	۱۶(۳۲×۳۲)	۱۶



شکل ۱۲- هندسه کلی مسئله جریان حول دسته لوله و شرایط مرزی

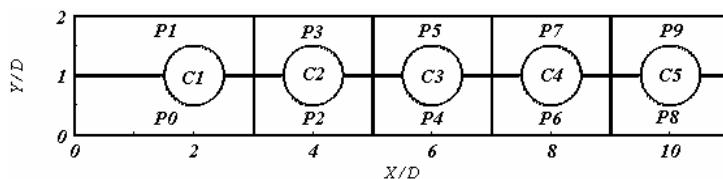
زیادی لوله به صورت مجتمع‌اند، حل کامل چنین هندسه‌ای بسیار سنگین و زمانبر خواهد بود. این مشکل زمانی که جریان متلاطم با اعداد رینولدز بالا و مدل‌های LES مد نظر باشد تشدید خواهد شد. زیرا حافظه و زمان بسیار زیادی برای حل برنامه لازم خواهد بود. از این رو با در نظر گرفتن تعداد کمتری لوله و کوچک کردن ناحیه حل امکان بررسی دقیقتر جریان با امکانات موجود میسر خواهد بود. منتهی باید تعداد لوله‌ها و شرایط مرزی به گونه‌ای باشد که با فرضیات مناسب بتوان نتایج خوبی از حل مسئله گرفت که با نتایج تجربی دسته لوله‌ها مطابقت داشته باشد.

با توجه به نتایج تجربی چن و همکارانش [۱۲] و وور [۱۳] که جریان از لوله سوم به بعد تغییر زیادی نمی‌کند، تعداد پنج عدد لوله در یک ردیف در نظر گرفته شده است. برای ناحیه بعد از لوله پنجم از سرعت‌های بعد از لوله چهارم استفاده شده و در مورد فشار نیز با توجه به افت فشار در کل مسئله و یا در طول لوله چهارم، فشار بعد از لوله پنجم مشخص شده است. برای مرز بالایی و پایینی دسته لوله شرط پرئودیک اعمال خواهد شد. در شکل (۱۲) هندسه کلی مسئله و شرایط مرزی آن نشان داده شده است. همچنین در شکل (۱۳) نحوه تقسیم بندی ناحیه حل به ده

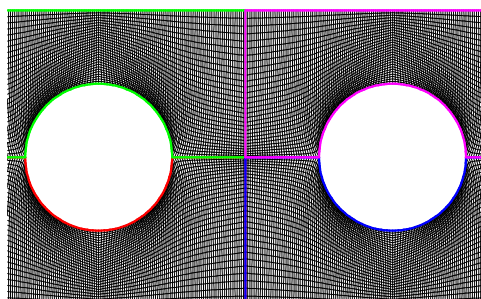
مرحله زمانی ۲۴/۴ ثانیه است، در صورتی که همین مسئله با ۴ عدد پردازنده به صورت موازی حل شود این زمان برابر با ۲/۸ خواهد شد ( در این صورت هر پردازنده تعداد ۶۲×۶۲ نقطه یعنی حدود یک چهارم نقاط دامنه کلی را حل می‌کند). ملاحظه می‌شود که افزایش سرعت در این حالت خیلی بیشتر از چهار برابر است. در عین حال اگر این مسئله توسط یک پردازنده و تعداد ۶۲×۶۲ نقطه حل شود، زمان لازم برای یک مرحله زمانی ۲/۷ ثانیه خواهد شد. این بدین معنی است که زمان مصرف شده برای انتقال اطلاعات در حالت موازی  $2/8 - 2/7 = 0/1$  ثانیه است. این مقدار فقط معادل ۴ درصد کل زمان اجرای برنامه خواهد است که نشان دهنده راندمان بالای موازی سازی است.

#### ب- جریان متلاطم روی دسته لوله ها

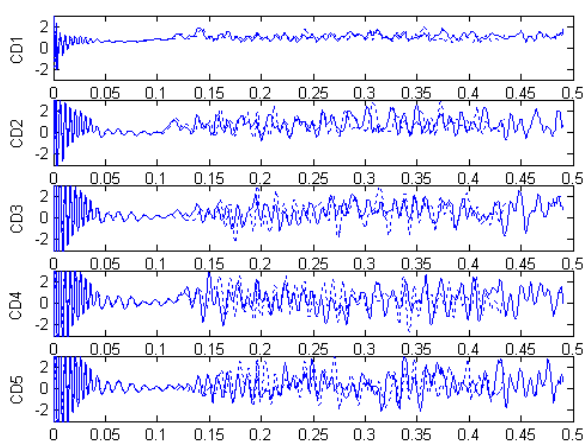
بعد از اینکه کارایی کد برای حل مسائل موازی و متلاطم و همچنین هندسه غیر متعامد بررسی شد، جریان متلاطم روی دسته لوله‌ها مورد بررسی قرار گرفت. به علت پیچیدگی خاص جریان روی دسته لوله‌ها بررسی تجربی آن معمولاً مشکل است، لذا حل عددی چنین جریان‌هایی می‌تواند راه مناسبی برای به دست آوردن مشخصه‌های جریان باشد. از طرفی چون دسته لوله‌ها شامل تعداد



شکل ۱۳ - دامنه حل و تفکیک آن به ۱۰ زیردامنه برای جریان روی دسته لوله



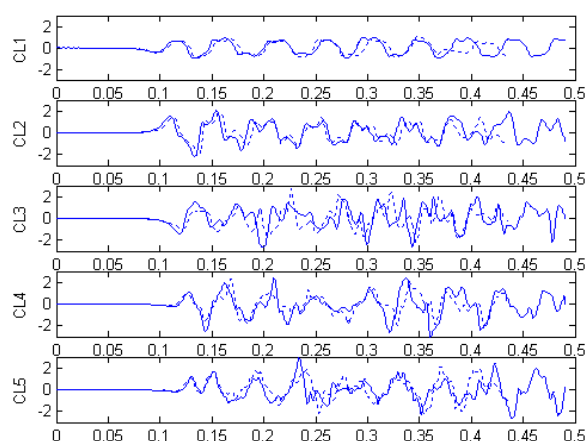
شکل ۱۴ - نمونه‌ای از شبکه بندی



شکل ۱۶ - تغییرات ضریب درگ نسبت به زمان برای پنج استوانه بر

مبنای سرعت ماکزیمم (خط پر مدل ترکیبی و خط چین مدل

اسمگورینسکی است)



شکل ۱۵ - تغییرات ضریب لیفت نسبت به زمان برای پنج استوانه بر

مبنای سرعت ماکزیمم (خط پر مدل ترکیبی و خط چین مدل

اسمگورینسکی است)

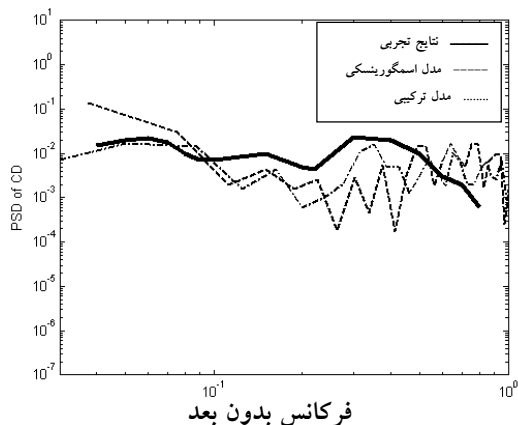
عددی را با کار تجربی آنها مقایسه کرد. با این شرایط پیش بینی می‌شود که جریان اطراف لوله چهارم معیار خوبی برای مقایسه باشد. مسئله در دو پله زمانی،  $10^{-4}$  و  $5 \times 10^{-5}$  حل شده است. نتایج دو گام زمانی تفاوت چندانی با هم ندارند و عدد کورانت<sup>۳۷</sup> بر مبنای این دو گام زمانی به ترتیب برابر با  $0/26$  و  $0/13$  است. ملاحظه می‌شود که در هر دو حالت عدد کورانت کمتر از یک است.

تغییرات زمانی ضرایب نیروهای لیفت و درگ برای هر کدام از لوله‌ها با استفاده از مدل ترکیبی در شکل‌های (۱۵) و (۱۶) نشان

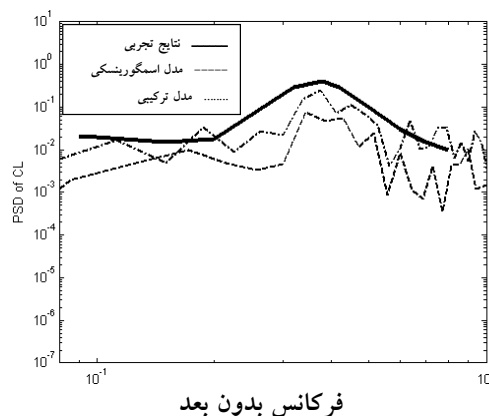
زیر دامنه برای حل موازی نشان داده شده است. محاسبات هر زیر دامنه توسط یک پردازنده انجام می‌شود و اطلاعات مورد نیاز در حین محاسبات بین پردازنده‌ها مبادله می‌شود. در شکل (۱۴) نیز بخشی از شبکه حل برای فاصله بین دو لوله نشان داده شده است (کل ناحیه حل شامل  $62 \times 702$  نقطه است). قطر لوله‌ها  $0/2$  متر و گام طولی و عرضی برابر با ۲ است. عدد رینولدز بر مبنای سرعت گپ<sup>۳۶</sup> و قطر لوله‌ها برابر با ۵۳۳۰۰ است. شرایط مسئله مشابه کار تجربی چن و همکارانش در نظر گرفته شده است تا بتوان نتایج

جدول ۲- ماکزیمم فرکانس نوسانات در جریان حول دسته لوله‌ها

نوع مدل	ماکزیمم فرکانس
مدل اسمگورینسکی	۰/۴
مدل ترکیبی	۰/۳۸
یاسین و همکارانش (عددی)	۰/۴
تیلور و همکارانش (تجربی)	۰/۳۷



شکل ۱۸- تغییرات PSD بر حسب فرکانس بدون بعد برای نیروی درگ

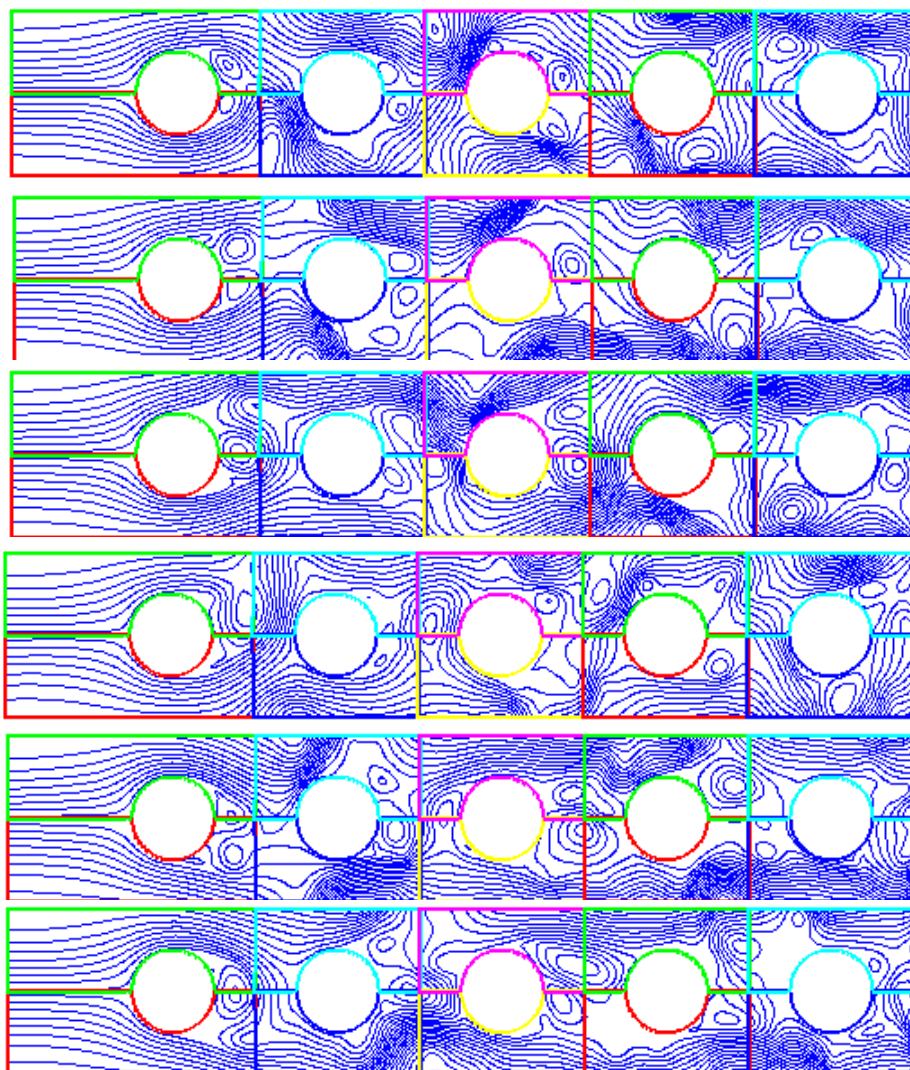


شکل ۱۷- تغییرات PSD بر حسب فرکانس بدون بعد برای نیروی لیفت

که بخش اعظم نیروی اعمالی به لوله‌ها نیروی فشاری است و سهم نیروی اصطکاکی بسیار کم است. به این مطلب در مرجع [۱۰] هم اشاره شده است.

برای بررسی دقیقتر نیروهای وارد بر لوله‌ها و مقایسه نتایج مدل ترکیبی با مدل اسمگورینسکی منحنی توزیع طیفی توانی<sup>۲۸</sup> نیروهای لیفت و درگ بر حسب فرکانس بدون بعد شده (عدد استروهل) برای لوله چهارم توسط مدل‌های اسمگورینسکی و ترکیبی در شکل‌های (۱۷) و (۱۸) دیده می‌شود. در این شکل‌ها نتایج تجربی اونگورن و زیادا [۱۴] نیز آورده شده است. مشاهده می‌شود که نتایج مدل ترکیبی به نتایج تجربی نزدیکتر است. مقدار ماکزیمم فرکانس برای مدل اسمگورینسکی و مدل ترکیبی در جدول (۲) نشان داده شده است. اگر خطوط جریان در طول زمان دنبال شود ملاحظه می‌شود که در این فرکانس جدایی گردابه‌ها از پشت لوله به خوبی انجام می‌شود.

داده شده است (در محاسبه نیروهای وارد بر جسم مجموع نیروهای فشاری و اصطکاکی محاسبه شده و مولفه‌های افقی و عمودی آن به ترتیب به عنوان نیروهای درگ و لیفت در نظر گرفته شده است). ضرایب لیفت و درگ در این شکل‌ها بر اساس سرعت گپ، دانسیته سیال و قطر لوله‌ها محاسبه شده‌اند. همچنان که در شکل‌ها دیده می‌شود، تغییرات ضرایب لیفت و درگ بر خلاف جریان حول یک لوله دارای یک فرکانس ثابت نیست. در جریان حول یک لوله معمولاً جریان پریودیک و منظمی حول استوانه برقرار است. در حالی که در جریان حول دسته لوله‌ها به علت اثری که هر لوله روی لوله‌های اطراف خود می‌گذارد، یک فرکانس ثابت برای نوسانات نیروهای اعمال شده به لوله‌ها وجود ندارد. به‌طور کلی فرکانس نوسانات نیروی درگ بیشتر از نیروی لیفت است. این امر به دلیل ماهیت نیروی درگ و وابسته بودن آن به نحوه جدایی گردابه‌ها از پشت استوانه است. نکته دیگر این



شکل ۱۹- خطوط جریان حول دسته لوله‌ها برای چند زمان مختلف در طول بازه زمانی (۰/۲۸۲۰ الی ۰/۳۱۸۰) ( زمان شکلها از بالا به پایین به ترتیب عبارت است از: ۰/۲۸۲۰، ۰/۲۸۶۰، ۰/۳۰۴۰، ۰/۳۱۲۰ و ۰/۳۱۸۰ ثانیه)

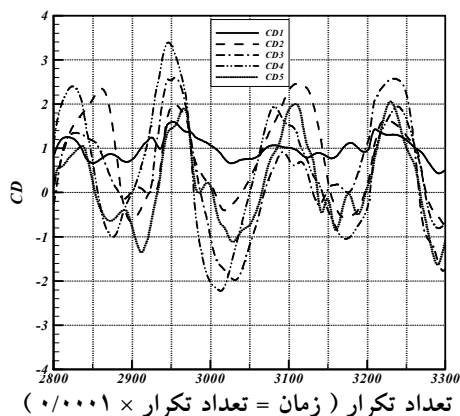
### ج- بررسی الگوی جریان

خطوط جریان حول دسته لوله‌ها برای چند زمان مختلف در طول بازه زمانی ۰/۲۸۲۰ الی ۰/۳۱۸۰ ثانیه در شکل (۱۹) نشان داده شده است. در طی همین فاصله زمانی مقادیر ضرایب لیفت و درگ در شکل‌های (۲۰) و (۲۱) دیده می‌شود. ضرایب لیفت و درگ در این شکلها بر اساس سرعت متوسط، دانسیته سیال و قطر لوله‌ها محاسبه شده‌اند. همچنان که ملاحظه می‌شود شکل جریان حول ردیف اول تفاوت زیادی با جریان حول ردیف‌های بعدی دارد و با حرکت به عمق دسته لوله شکل

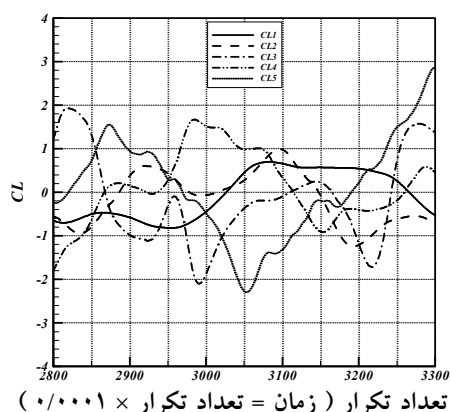
جریان به یک حالت توسعه یافته نزدیک می‌شود. در این شکلها تولید گردابه‌ها و حرکت آنها به خوبی دیده می‌شود. به طور کلی می‌توان نتایج زیر را از شکل‌های (۱۹) تا (۲۱) گرفت:

- ۱- همچنان که از شکل (۱۹) دیده می‌شود، به علت تلاطم شدید جریان دامنه وسیعی از گردابه‌های ریز و درشت در جریان وجود دارد.
- ۲- روند تولید و از بین رفتن گردابه‌ها دارای یک فرکانس ثابت نیست و رفتار تصادفی دارد.
- ۳- برای تمام ردیفها ضریب نیروی لیفت حول صفر نوسان





شکل ۲۱- تغییرات ضریب درگ بر مبنای سرعت متوسط برای پنج لوله در طول بازه زمانی (۰/۲۸ الی ۰/۳۳ ثانیه)



شکل ۲۰- تغییرات ضریب لیفت بر مبنای سرعت متوسط برای پنج لوله در طول بازه زمانی (۰/۲۸ الی ۰/۳۳ ثانیه)

پدیده روی نمی‌دهد.

می‌کند، در حالی که متوسط ضریب درگ همیشه مقداری مثبت است.

## ۶- جمع بندی

جریان متلاطم حول دسته لوله‌ها با استفاده از یک مدل ترکیبی ادیهای بزرگ حل شد. معادلات کاملاً همبسته ناویر-استوکز روی هندسه غیر متعامد به روش مرتبه دو برای زمان و مکان گسسته شده و دستگاه معادلات حاصل با روش مستقیم و به صورت موازی حل شد. برای موازی سازی از روش تفکیک دامنه حل به تعدادی زیر دامنه و توزیع آنها بین پردازنده‌ها، با توجه به اصل توزیع بار محاسباتی، استفاده شد. نتایج موازی سازی برنامه، حاکی از راندمان بسیار خوب روش موازی سازی است. برای مدل سازی رفتار ادیهای کوچک (در روش ادیهای بزرگ) از دو مدل اسمگورینسکی و مدل تشابه ابعادی باردینا استفاده شد. با اضافه کردن اثر مدل اسمگورینسکی در مدل باردینا مدلی ترکیبی به دست می‌آید که اثرات ادیهای ریز و درشت روی همدیگر را نیز در بر دارد. با استفاده از این روش جریان حول دسته لوله‌ها بررسی شد. نتایج حاصل نشان دهنده دقت خوب مدل ترکیبی در پیش‌بینی تغییرات نیروهای لیفت و درگ روی دسته لوله‌ها است. بررسی نتایج نشان می‌دهد که جریان حول لوله اول تفاوت زیادی با بقیه دارد و با حرکت به سمت داخل دسته لوله شکل جریان به سوی یک

۴- برای تمام لوله‌ها فرکانس نوسانات  $C_L$  تقریباً نصف فرکانس نوسانات  $C_D$  است. علت آن این است که در هر سیکل  $C_L$ ، دو عدد گردابه در پشت هر لوله تولید می‌شود، یکی در بالا و دیگری در پایین. بنابراین دو نوسان در  $C_D$  و یک نوسان در  $C_L$  حاصل می‌شود. این پدیده در جریان حول یک لوله با وضوح بیشتری وجود دارد، زیرا اثر لوله‌ها روی همدیگر وجود ندارد.

۵- به غیر از لوله اول روند تغییرات  $C_L$  و  $C_D$  برای بقیه ردیفها مشابه است و این تشابه برای ردیفهای سوم و چهارم بیشتر است. این نتیجه با نتایج تجربی ارایه شده توسط مراجع [۱۲ و ۱۳] مطابقت دارد.

۶- در بخشهایی از یک سیکل، مقدار  $C_D$  برای ردیفهای دوم به بعد منفی می‌شود. گرچه مقدار متوسط آن همیشه مثبت است. به دلیل فاصله کم لوله‌ها گردابه‌های تولید شده در پشت یک لوله روی ردیف بعدی اثر می‌گذارد و باعث کشیده شدن آن به عقب می‌شود. موقعی که گردابه‌های بین دو لوله به حداکثر رشد خود می‌رسد، سبب کاهش مقدار  $C_D$  لوله بعدی خواهد شد. در مورد لوله اول چون شکل جریان در جلوی لوله اول با بقیه لوله‌ها متفاوت است بنابراین همیشه مقدار  $C_D$  مثبت است و این

اغتشاشات در جریان متلاطم مورد بررسی است. ضمن اینکه وجود ماکزیم‌هایی در این طیف فرکانسی بیان کننده پدیده جدایی گردابه‌ها است.

شکل توسعه یافته میل می‌کند. منحنیهای توزیع فرکانسی ضرائب لیفت و درگ نشان دهنده وجود یک طیف فرکانسی گسترده در نوسانات است. علت آن نیز وجود پدیده

## واژه نامه

- |  |                                     |   |
|--|-------------------------------------|---|
| 1. Kolmogrof length scale                | 10. Message Passing Interface (MPI) | 20. shadow row                                    |
| 2. Large Eddy Simulations (Les)          | 11. subgrid-scale                   | 21. overlapping of storage                        |
| 3. Reynolds average Navier-Stokes (Rans) | 12. top-hat filter                  | 22. Non-Orthogonal Lid Driven Cavity Flow (NLDCF) |
| 4. segregated solution technique         | 13. cut-off filter                  | 23. speed up                                      |
| 5. Gust                                  | 14. Gaussian filter                 | 24. sparcpak                                      |
| 6. decoupled                             | 15. subgrid-scale stresses          | 25. super linear speed up                         |
| 7. collocated grid                       | 16. dissipation                     | 26. gap velocity                                  |
| 8. Momentum Interpolation Method (Mim)   | 17. scale similarity model          | 27. Courant number                                |
| 9. fast ethernet switch                  | 18. deferred correction             | 28. Power Spectral Density (PSD)                  |
|  | 19. advecting velocity              |   |

## مراجع

- Breuer M., "Fundamental of Large-Eddy-Simulation (LES)," Lecture at university of Erlangen-Nurnberg, 1996.
- Paidoussis, M. P., "A Review of Flow-Induced Vibration in Reactor and Reactor Components," *Nuclear Engineering and Design*, Vol. 74, No.1, PP. 31-60, 1983.
- Longatte, E., Bendjeddou, Z., and Souli, M., "Methods of Numerical Study of Tube Bundle Vibrations Cross-Flows," *Journal of Fluids and Structure*, Vol. 18, PP. 513-528, 2003.
- Rottmann, M., and Popp, K., "Influence of Upstream Turbulence on the Fluidelastic Instability of a Parallel Triangular Tube Bundle," *Journal of Fluids and Structure*, Vol. 18, PP. 595-612, 2003.
- Davidson Lars, "Implementation of a Large-Eddy Simulation Method Application to Recirculating Flow in a Ventilated Room", Gothenburg, Sweden, 1997.
- Coahamadouche, S., and Laurence, D., "LES, Coarse LES and Transient RANS Comparisons on the Flow Across a Tube Bundle," *Int. J. of Heat and Fluid Flow*, Vol. 24, pp. 470-479, 2003.
- Rodi, W., "DNS and LES of Some Engineering Flows," *J. of Fluid Dynamic Research*, Vol. 38, No. 2-3, PP. 145-173, 2006.
- Kobayashi, T., "Large Eddy Simulation for Engineering Applications," *J. of Fluid Dynamic Research*, Vol. 38, No. 2-3, PP. 84-107, 2006.
- Freddie J., Davis Jr., and Hassan, Y. A. "A two-Dimensional Finite Element Method Large Eddy Simulation for Application to Turbulent Steam Generator Flow," *J. of Nuclear Technology*, Vol. 106, PP.83-99, 1994.
- Barsamian H. R., and Hassan, Y. H. "Large Eddy Simulation of Turbulent Crossflow in Tube Bundles," *Nuclear Engineering and Design*, Vol. 172, PP. 103-122, 1997.
- Yassin, A., Hassan, and Weal A. Ibrahim, "Turbulent Prediction in Two-Dimensional Bundle Flows Using Large-Eddy Simulation," *J. of Nuclear Technology*, Vol. 119, 1997.
- Chen, S. S., and Jendrzeczyk J. A., "Fluid Excitation Forces Acting on a Square Tube Array," *J. of Fluid Engineering*, Vol. 109, PP. 415-423, 1987.
- Weaver, D. S., and Abd-Rabbo, A., "A Flow Visualization Study of a Square Array of Tubes in Water Cross Flow," *Transaction of the ASME*, Vol. 107, PP. 354-363, 1985.
- Oengoeren, A., and Ziada, S., "Unsteady Fluid Forces Acting On a Square Tube Bundle in Air Cross-Flow," *Proc. Sympo., Flow Induced Vibration and Noise*, Vol. 230, PP. 55-74, 1992.
- Taylor C., Pettigrew M., Axisa F., and Villard B., "Experimental Determination of Single and Two Phase Cross Flow Induced Forces on Tube Rows," *Flow Induced Vibration*, Vol. 104, No. 31, 1988.
- Beale, S. B., and Spalding, D. B., "A Numerical Study of Unsteady Fluid Flow in in-Line and Staggered Tube Bank," *J. of Fluids and Structures*, Vol. 13, PP. 723-754, 1999.
- Bui, T. T., "A Parallel, Finite-Volume Algorithm for Large-Eddy Simulation of Turbulent Flows," *Journal of Computers & Fluids*, Vol. 29, PP. 877-915, 1999.

18. Karlo, V., and Tezduyar T., "Parallel Three Dimensional Computation of Unsteady Flows around Circular Cylinders," University of Minnesota, 1997.
19. Strietzel M., "Parallel Turbulence Simulation Based on MPI," A Report from university of Koln, Report No. 96-236, 1996.
20. TASCFlow, Theory Documentation, Adv. Sci. Computing Ltd. , Canada, Version 2.4, March 1995.
21. Gropp, W., and Lusk E., MPICH Web Page, <http://www.mcs.anl.gov/gov/MPI/MPICH>.
22. Leonard, A., "Energy Cascade in Large-Eddy Simulations of Turbulent Fluids," *Adv. Geophysics.*, A18, Vol. 237, 1974.
23. Smagorinsky, J., "General Circulation Experiments with the Primitive Equations, I, The Basic Experiment," *Mon. Weather Rev.*, Vol. 91, PP. 99-165, 1963.
24. Piomelli, U., "High Reynolds Number Circulations Using the Dynamic Subgrid Scale Stress Model," *Phys. Fluid*, Vol. A5, No.6, pp. 1484-1490, 1993.
25. Van Driest E. R., "On the Turbulent Flow Near Wall," *J. Aero. Sci.*, Vol. 23, PP. 1007-1011, 1956.
26. Lee H., and Moin, P., "Direct Numerical Simulation of Turbulent Flow over a Backward-Facing Step," Center of Turbulent Research, Annual Research Briefs, 1992.
27. Lee, S. Y., "A Study and Improvement of Large Eddy Simulation (LES) for Practical Application," Ph.D. Dissertation, Texas A and M University, TX., 1992.
28. Bardina, J., Ferziger, J. H., and Reynolds, W. C., "Improved Subgrid-Scale Models for Large-Eddy Simulation," *AIAA papper*, Vol. 80, p. 1357, 1980.
29. Ferziger, G. H., and Peric M., *Computational Method for Fluid Dynamics*, 2nd. ed., Springer, 1999.
30. Peric, M., Schafer M., and Schreck, E., "Numerical Simulation of Complex Fluid Flow on MIMD Computers," *Parallel Computational Fluid Dynamics*, Vol. 92, PP. 311-3224, 1992.
31. Demirozic, I., Lilek Z. and Peric, M. "Fluid Flow and Heat Transfer Test Problems for Non-Orthogonal Grid : Bench-Mark Solutions," *Int. J. for Numerical Methods in Fluid*, Vol. 15, PP. 329-354, 1992.
32. SPARSPAK:  
<http://sparse.uwaterloo.ca/~jageore/sparspak.html>,  
The Waterloo Sparse Matrix Package, Scientific Computation Group, University of Waterloo, Ontario, Canada.