

بررسی عددی انتقال گرمای جابه‌جایی سیال ویسکوالاستیک در کانال خمیده دارای مقطع مربعی

محمود نوروزی^{*}، محمد حسن کیهانی^{**}، محمد رضا حیرانی نوبری^{**} و فرهاد طالبی^{***}

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شاهرود

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی امیرکبیر

دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه سمنان

(دریافت مقاله: ۱۳۸۸/۴/۲۰ - دریافت نسخه نهایی: ۱۳۸۹/۹/۱۷)

چکیده -

واژگان کلیدی :

A Numerical Investigation of Conductive Heat Transfer of Viscoelastic Fluid in a Curved Square Duct

M. Norouzi, M. H. Kayhani, M. R. H. Nobari and F. Talebi

Mechanical Engineering Department Shahrood Univ. of Tech.

Mechanical Engineering Department Amirkabir Univ. of Tech.

Engineering Faculty Semnan Univ.

Abstract: In this paper, fully developed flow and heat transfer of viscoelastic fluid in a curved pipe with square cross section is investigated. To that end, Criminale-Eriksen-Filbey (CEF) constitutive equation is used as viscoelastic model and heat transfer is

***-استادیار

** - دانشیار

* - دانشجوی دکتری

studied at constant heat flux and in constant temperature conditions. Here, the governing equations are discretized using finite difference method. Also, staggered grids are used as mesh, and Marker and Cell method is applied for allocating the flow parameters on staggered grids. Here, the effect of the stress fields' work of viscoelastic fluid and Brinkman number on convective heat transfer inside a curved duct is studied for the first time. Overall, the inverse effect of the first and second normal stress differences on secondary flows intensity and heat transfer is the main result of the current research.

Keywords: Convective heat transfer, Viscoelastic fluid, CEF model, Curved duct, Square cross section.

متوسط سرعت محوری جریان اصلی، m/s	U	طول هر ضلع مقطع کانال، m	$\tilde{a}$
مولفه‌های سرعت، m/s	$\tilde{v}_i$	ظرفیت گرمایی ویژه، J/kg.K	c
مولفه‌های سرعت بی بعد	$v_i = \tilde{v}_i / W_0$	عدد برینکمن برای حالت شار ثابت	$Br_H = \eta_0 W_0^2 / (\tilde{a} q'')$
بردار سرعت، m/s	$\tilde{V}$	عدد برینکمن برای حالت دما ثابت	$Br_T = \eta_0 W_0^2 / (k(\tilde{T}_m - \tilde{T}_w))$
سرعت مرجع، m/s	$W_0 = G\tilde{a}^2 / (16\eta)$	عدد دین بر مبنای سرعت مرجع	$Dn = Re \delta^{1/2}$
مولفه‌های دستگاه مختصات، m	$\tilde{x}_i$	عدد الاستیک	$En = \Psi_1 / Re$
مولفه‌های بی بعد دستگاه مختصات	$x_i = \tilde{x}_i / \tilde{a}$	ضریب انتقال گرمای جابه‌جایی، W/m ² .K	h
		ضریب انتقال گرمای هدایتی، W/m.K	k
		عدد ناسلت	$Nu = h\tilde{a} / k$
نسبت انحنا کانال خمیده	$\delta = \tilde{a} / (2\tilde{R})$	فشار استاتیکی، pa	$\tilde{P}$
کار میدان تنش، W	Φ	فشار استاتیکی بی بعد	$P = \tilde{P}\tilde{a} / \eta W_0$
نرخ برش مرتبه اول، s ⁻¹	$\tilde{\gamma}_{(1)}$	محیط مقطع کانال، m	p'
نرخ برش مرتبه دوم، s ⁻²	$\tilde{\gamma}_{(2)}$	عدد پرانتل	$Pr = \eta / (\rho\alpha)$
نرخ برش مرتبه اول بی بعد	$\gamma_{(1)} = \tilde{\gamma}_{(1)}\tilde{a} / W_0$	شار گرمایی، W/m ²	q''
نرخ برش مرتبه دوم بی بعد	$\gamma_{(2)} = \tilde{\gamma}_{(2)}\tilde{a}^2 / W_0^2$	عدد رینولدز بر مبنای سرعت مرجع	$Re = \rho W_0 \tilde{a} / \eta$
ویسکوزیته، pa.s	η	عدد رینولدز بر مبنای سرعت متوسط	$Re_b = \rho U \tilde{a} / \eta$
مختصه زاویه‌ای دستگاه استوانه‌ای	θ	شعاع گام کانال خمیده، m	$\tilde{R}$
چگالی، kg/m ³	ρ	شعاع گام بی بعد کانال خمیده	$R = \tilde{R} / a$
تانسور تنش، pa	$\tilde{\tau}$	ماکزیمم سرعت بی بعد جریانهای ثانویه	S_{max}
تانسور تنش بی بعد	$\tau = \tilde{\tau}\tilde{a} / \eta W_0$	دمای سیال، K	$\tilde{T}$
ثابت اختلاف تنش نرمال اول، pa.s ²	$\tilde{\Psi}_1$	دمای متوسط سیال، K	$\tilde{T}_m = 1 / (UA) \int \tilde{v}_\theta \tilde{T} dA$
ثابت اختلاف تنش نرمال دوم، pa.s ²	$\tilde{\Psi}_2$	دمای دیواره کانال، K	$\tilde{T}_w$
ثابت بی بعد اختلاف تنش نرمال اول	$\Psi_1 = \tilde{\Psi}_1 W_0 / (\eta \tilde{a})$	دمای بی بعد برای حالت دما ثابت	$T_H = (\tilde{T}_w - \tilde{T}) / (\tilde{T}_w - \tilde{T}_m)$
ثابت بی بعد اختلاف تنش نرمال دوم	$\Psi_2 = \tilde{\Psi}_2 W_0 / (\eta \tilde{a})$	دمای بی بعد برای حالت شار ثابت	$T_T = (\tilde{T} - \tilde{T}_w) / (q''\tilde{a} / k)$

۱- مقدمه

است. این جریان یکی از جریانهای مهم و پایه در مکانیک سیالات محسوب می‌شود. هرچند تاکنون تحقیقات فراوانی به‌صورت تحلیلی، عددی و آزمایشگاهی در خصوص این

از سالها پیش تاکنون، مطالعه جریان و انتقال گرما در کانالهای خمیده یکی از موضوعات مورد علاقه محققان بوده

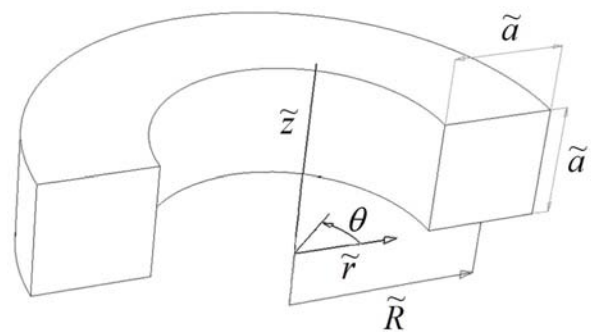
جریان انجام شده اما بیشتر این تحقیقات مربوط به سیالات نیوتنی بوده و تعداد تحقیقات صورت گرفته در خصوص سیالات غیرنیوتنی و به ویژه سیالات ویسکوالاستیک بسیار اندک بوده است. از جمله کاربردهای جریان سیال ویسکوالاستیک در مجاری خمیده می‌توان به خطوط انتقال این مواد در صنایع نفت و پتروشیمی، صنایع تولید مواد غذایی، تولید مواد شیمیایی و شوینده، کاربرد در زیست سیالات، تزریق مواد پلیمری و ... اشاره کرد.

اولین تحقیق در مورد جریان سیالات نیوتنی در مجاری خمیده توسط دین^۱ [۱ و ۲] و با استفاده از حساب اختلالات^۲ انجام شده است. وی نشان داد که اثر نیروی گریز از مرکز ناشی از انحنا منجر به ایجاد جریانهای ثانویه تیلور-گورتلر^۳ می‌شود. وی عدد دین را به عنوان معیار مناسبی برای این جریان معرفی کرد که این عدد به صورت نسبت نیروهای زیر تعریف می‌شود:

$$Dn = \frac{\sqrt{\text{Centrifugal} \times \text{Inertial}}}{\text{Viscous}} \quad (1)$$

در واقع عدد دین، همان عدد رینولدز است که در آن انحنای مسیر جریان تصحیح شده است. روشی را که دین برای حل جریان سیال نیوتنی ارائه کرد، بعدها توسط برخی از محققان برای مطالعه جریان سیال ویسکوالاستیک در لوله‌های خمیده مورد استفاده قرار گرفت. از آن جمله می‌توان به تحقیقات توماس و والترز^۴ [۳]، رابرتسون و مولر^۵ [۴] و سارین^۶ [۵ و ۶] در خصوص جریان سیال اولدروید-بی^۷، جیتیچوت و رابرتسون^۸ [۷]، بون^۹ و همکاران [۸] و شارما و پراکاش^{۱۰} [۹] در مورد جریان سیال مرتبه دو و ایمتو^{۱۱} [۱۰ و ۱۱] در مورد جریان سیالات توانی و وایت-متزنر^{۱۲} در لوله‌های خمیده اشاره نمود. مطابق این تحقیقات، ازدیاد عدد وایزنبرگ و خاصیت الاستیک سیال سبب افزایش شدت جریانهای ثانویه و متمایل شدن موقعیت مرکز گردابه‌ها به سمت دیواره‌های جانبی مجرا می‌شود. همچنین در محلولهای پلیمری با ازدیاد زمان رهایی از تنش^{۱۳} محلول، میزان افت فشار مجرا افزایش می‌یابد. هر چند استفاده از حساب اختلالات منجر به پاسخهای تحلیلی برای

جریان سیالات ویسکوالاستیک در لوله‌های خمیده می‌شود، اما در عمل استفاده از این روش دارای محدودیتهایی است که از آن جمله می‌توان به غیرفیزیکی بودن پاسخهای این روش برای اعداد دین بزرگتر از ۳۰ (که عدد دین کوچکی محسوب می‌شود) اشاره کرد [۴]. همچنین بسته به نوع سیال و هندسه جریان، شرایط منفرد^{۱۴} یکی از مسائلی است که در یافتن پاسخ یکتا برای این جریان مشکل آفرین است. شایان ذکر است که تمامی تحقیقات پیشین به مقطع هندسی مدور محدود بوده‌اند. با توجه به محدودیتهای ذکر شده برای روشهای تحلیلی، برخی از محققان با استفاده از روشهای عددی به مطالعه این جریان پرداخته‌اند. ژانگ^{۱۵} و همکارانش [۱۲] با استفاده از روش المان محدود جریان سیال اولدروید-بی را در اعداد دین و وایزنبرگ بزرگ بررسی کرده‌اند. فن تین و ژنگ^{۱۶} [۱۳] نیز معادلات خود تشابهی را برای جریان سیال اولدروید-بی در نسبتهای انحنای کوچک ارائه دادند و با استفاده از روشهای عددی و تحلیلی تقریبی اقدام به حل این معادلات کردند. فن^{۱۷} و همکارانش [۱۴] تحقیقات خود را بر روی جریان توسعه یافته خزشی و اینرسی سیال اولدروید-بی و اولدروید سه ثابت در یک لوله خمیده به انجام رسانده‌اند. آنها با استفاده از تحلیل مرتبه بزرگی نشان دادند که ازدیاد اختلاف تنش نرمال اول منجر به ایجاد تنش نرمال محوری قدرتمندی در جریان می‌شود که افزایش شدت جریانهای ثانویه را در پی دارد. همچنین آنها نشان دادند که اختلاف تنش نرمال دوم منفی دارای اثر معکوسی بوده و به کاهش شدت جریانهای ثانویه منجر می‌شود که این پدیده به خوبی با نتایج آزمایشگاهی [۱۵-۱۷] سازگار است. چن^{۱۸} و همکارانش [۱۸] نیز تحلیل مشابهی را برای جریان در لوله‌های خمیده چرخان انجام داده‌اند و داس^{۱۹} [۱۹] نیز جریان سیال بینگهام را بررسی کرده است. همچنین برخی از محققان جریان در مجاری خمیده نامدور را مورد بررسی قرار داده‌اند. هلین^{۲۰} [۲۰] و بوتابا^{۲۱} [۲۱] جریان سیال فن-تین-تنر^{۲۲} را در یک کانال خمیده دارای مقطع مربعی مطالعه کرده‌اند و نشان دادند که افزایش خاصیت الاستیک سیال می‌تواند به تغییر شکل



شکل ۱ - هندسه کانال خمیده در تحقیق اخیر

- مهمترین نوآوریهای تحقیق حاضر عبارتند از:
- در تحقیق حاضر برای اولین بار انتقال گرمای سیال ویسکوالاستیک در کانال خمیده دارای مقطع نامدور (مربعی) مورد بررسی قرار گرفته است.
- تحقیق حاضر نخستین تحقیقی به شمار می آید که در آن اثر اختلاف تنشهای نرمال اول و دوم بر انتقال گرمای اجباری سیال ویسکوالاستیک در مجاری خمیده (اعم از مقاطع مدور و نامدور) در حالات شار ثابت و دما ثابت مطالعه شده است.

- در این تحقیق برای نخستین بار اثر کار میدان تنش سیال ویسکوالاستیک و عدد برینکمن بر انتقال گرمای اجباری جریان این سیال در مجاری خمیده بررسی شده است.

۲- معادلات حاکم

معادلات حاکم بر جریان و انتقال گرمای سیال ویسکوالاستیک در مجاری خمیده شامل معادله پیوستگی، معادلات اندازه حرکت و معادله انتقال گرماست:

$$\nabla \cdot \tilde{V} = 0 \quad (1-2)$$

$$\rho \tilde{V} \cdot \nabla \tilde{V} = -\nabla \tilde{P} + \nabla \cdot \tilde{\tau} \quad (2-2)$$

$$\rho C_p \tilde{V} \cdot \nabla \tilde{T} = k \nabla^2 \tilde{T} + \tilde{\Phi} \quad (3-2)$$

در این تحقیق، میدان جریان به صورت توسعه یافته در نظر گرفته شده است. در جریان توسعه یافته در کانالهای خمیده، مشتقات کلیه پارامترهای جریان به جز فشار استاتیکی نسبت به زاویه انحنای مسیر (θ) برابر صفر است. بنابراین با توجه به شکل (۱)، معادله زیر برای فشار استاتیکی برقرار است [۴]:

$$\frac{\partial \tilde{P}}{\partial \theta} = \text{const} \tan t < 0 \quad (3)$$

همچنین گرادیان فشار جریان توسعه یافته در کانالهای خمیده بر اساس گرادیان فشار در جهت گام مجرا تعریف می شود [۴]:

$$\frac{1}{R} \frac{\partial \tilde{P}}{\partial \theta} = -G \quad (4)$$

جریانهای ثانویه از دو جفت به چهار جفت گردابه منجر شود. ژانگ^{۲۳} و همکاران [۲۲] نیز جریان توسعه یافته سیال اولدروید-بی را در یک کانال خمیده چرخان دارای مقطع مربعی بررسی کرده اند. در خصوص انتقال گرمای اجباری سیالات ویسکوالاستیک در کانالهای خمیده تحقیقات انگشت شماری صورت گرفته که از جمله آنها می توان به تحقیقات ژانگ و همکاران [۲۳] و شن^{۲۴} و همکاران [۲۴] در مورد انتقال گرمای اجباری سیال اولدروید-بی اشاره کرد.

در این تحقیق انتقال گرمای اجباری توسعه یافته سیال ویسکوالاستیک در یک کانال خمیده دارای مقطع مربعی به روش عددی بررسی شده است. در شکل (۱) هندسه جریان نشان داده شده است. در اینجا از معادله متشکله کریمینال-اریکسون-فیلی^{۲۵} به عنوان مدل ویسکوالاستیک استفاده شده که این معادله متشکله قادر به مدلسازی اثر هر دو اختلاف تنش نرمال اول و دوم است. در اینجا انتقال گرمای جریان در حالتی شار ثابت و دما ثابت بررسی شده است. پیشتر جریان این سیال در کانالهای خمیده توسط نوروزی و همکاران [۲۵] مورد بررسی قرار گرفته است. همانند فان و همکاران [۱۴]، آنها نیز به مطالعه بر روی اثر متضاد اختلاف تنشهای نرمال اول و دوم بر میدان جریان در مجاری خمیده پرداخته اند که مشاهدات آزمایشگاهی نیز بر این موضوع صحت گذاشته است [۱۵-۱۷]. در تحقیق حاضر بر اساس پاسخهای میدان جریان به دست آمده توسط نوروزی و همکاران [۲۵] انتقال گرمای جریان سیال ویسکوالاستیک در کانال خمیده مورد بررسی قرار گرفته است.

در معادله (۴)، G مقدار ثابتی است که مبین قدر مطلق افت فشار محوری جریان است. در اینجا برای بی بعد سازی معادلات حاکم، از ماکزیمم سرعت جریان توسعه یافته سیال نیوتنی در کانال مستقیم مدوری که دارای گرادیان فشار، ویسکوزیته و قطر هیدرولیکی یکسانی نسبت به جریان تحت بررسی است، به عنوان سرعت مرجع استفاده شده است [۴]:

$$W_0 = \frac{G\tilde{a}^2}{16\eta} \quad (5)$$

همچنین در جریان توسعه یافته سیال نیوتنی در یک لوله مستقیم گرادیان فشار بی بعد محوری برابر ۱۶- است. در بی بعد سازی معادلات حاکم، سرعت مرجع بر اساس فرض برابر بودن گرادیان فشار جریان در جهت گام کانال خمیده با گرادیان فشار یک جریان نیوتنی در لوله مستقیم (مقدار ۱۶-) تعریف شده است. بنابراین از کمیت‌های بی بعد ارائه شده در بخش فهرست علائم و معادله (۴)، معادله زیر برای گرادیان فشار بی بعد جریان توسعه یافته در کانال خمیده به دست می‌آید [۴]:

$$\frac{\partial P}{\partial \theta} = -16R = -\frac{8}{\delta} \quad (6)$$

در نهایت برای جریان دائمی توسعه یافته هر سیال تراکم ناپذیر در کانال خمیده، صورت بی بعد معادلات پیوستگی و مومنت در دستگاه مختصات استوانه‌ای به شکل زیر خواهد بود:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(rv_r) + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0 \quad (1-7)$$

$$v_r \frac{\partial v_\theta}{\partial r} + v_z \frac{\partial v_\theta}{\partial z} + \frac{v_r v_\theta}{r} = \frac{1}{Re} \left(\frac{16}{r\delta} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r}(r^2 \tau_{r\theta}) + \frac{\partial \tau_{z\theta}}{\partial z} \right) \quad (2-7)$$

$$v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + v_z \frac{\partial v_r}{\partial z} - \frac{v_\theta^2}{r} = \frac{1}{Re} \left(-\frac{\partial P}{\partial r} + \frac{\partial \tau_{rr}}{\partial r} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} + \frac{\tau_{rr} - \tau_{\theta\theta}}{r} \right) \quad (3-7)$$

$$v_r \frac{\partial v_z}{\partial r} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} = \frac{1}{Re} \left(-\frac{\partial P}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r\tau_{rz}) + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} \right) \quad (4-7)$$

همچنین شرط مرزی عدم لغزش بر روی دیواره‌ها و شرط تقارن بر روی مرز تقارن برای مولفه‌های سرعت برقرار است. در این تحقیق به دلیل استفاده از شبکه جا به جا شده نیازی به اعمال شرط مرزی برای فشار استاتیکی نیست.

از آنجا که در این تحقیق انتقال گرمای توسعه یافته سیال ویسکوالاستیک در دو حالت شار ثابت و دما ثابت بررسی شده، لذا برای هر یک از این دو حالت گرمایی، بی بعد سازی مناسب و البته متفاوتی ارائه شده که در ادامه به آن پرداخته می‌شود. در حالت توسعه یافته گرمایی معادله زیر برای توزیع دما در کانال خمیده برقرار است [۲۳ و ۲۴]:

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\tilde{T}_s - \tilde{T}}{\tilde{T}_s - \tilde{T}_m} \right) = 0 \quad (8)$$

همچنین دمای بی بعد در حالت شار ثابت (T_H) به شکل زیر تعریف شده است [۲۶]:

$$T_H = \frac{\tilde{T} - \tilde{T}_m}{q''\tilde{a}/k} \quad (9)$$

شایان ذکر است که چنانچه طرفین معادله فوق در سرعت محوری ضرب و حاصل آن در سطح مقطع کانال انتگرال گیری شود، معادله زیر برای متوسط دمای بی بعد در حالت شار ثابت حاصل می‌شود:

$$\int_A v_\theta T_H dA = 0 \quad (10)$$

می‌توان نشان داد که در حالت شار ثابت معادله زیر برای گرادیان فشار محوری برقرار است [۲۶]:

$$\frac{\partial \tilde{T}}{\partial \theta} = \frac{d\tilde{T}_s}{d\theta} = \frac{d\tilde{T}_m}{d\theta} = \frac{4q''\tilde{R}}{\rho U \tilde{a} c_p} = cte \quad (11)$$

بنابراین با اعمال معادله (۱۱) در معادله (۳-۲) و با توجه به پارامترهای بی بعد ارائه شده در فهرست علائم، معادله بی بعد انتقال گرمایی توسعه یافته در حالت شار ثابت به دست می‌آید:

$$v_r \frac{\partial T_H}{\partial r} + v_z \frac{\partial T_H}{\partial z} + \frac{2}{Re_b Pr \delta} \frac{v_\theta}{r} = \frac{1}{Re Pr} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T_H}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 T_H}{\partial z^2} \right) + Br \Phi \quad (12)$$

در معادله فوق، Re_b معرف عدد رینولدز بر اساس سرعت

متوسط جریان است. همچنین شرط مرزی شار ثابت بر روی دیواره‌های کانال برقرار است. این شرط برای دمای بی بعد تعریف شده در معادله (۹) به شکل زیر است:

$$\frac{\partial T_H}{\partial n} = -1 \quad (13)$$

شایان ذکر است که حل یک معادله مشتقات جزئی تنها با استفاده از شرط مرزی نیومن بر روی تمامی مرزها میسر نبوده و به تعیین عرض از مبدا منجر نمی‌شود. لذا چنانچه معادله (۱۲) در شرایط نادائمی حل شود، پاسخ دایم آن وابسته به شرایط اولیه است. بنابراین پس از حل معادله فوق در شرایط نادائمی و یافتن پاسخ حالت دایمی لازم است که عرض از مبدا میدان دما از معادله (۱۰) تعیین شود. همچنین با توجه به معادله (۹)، می‌توان نشان داد که معادله (۱۴-۱) بین دمای بی بعد در سطح کانال ($T_{H,S}$) و عدد ناسلت موضعی برقرار بوده و عدد ناسلت متوسط نیز از معادله (۱۴-۲) تعیین می‌شود:

$$Nu_H = \frac{1}{T_{H,S}} \quad (14-1)$$

$$Nu_{H,m} = \frac{1}{p'} \int_{p'} Nu_H dp' \quad (14-2)$$

در این تحقیق، دمای بی بعد برای حالت دما ثابت به شکل زیر تعریف می‌شود [۲۶]:

$$T_T = \frac{\tilde{T}_s - \tilde{T}}{\tilde{T}_s - \tilde{T}_m} \quad (15)$$

با ضرب کردن سرعت محوری در طرفین معادله فوق و انتگرال‌گیری در سطح مقطع جریان، معادله زیر حاصل می‌شود:

$$\frac{W_0}{UA} \int_A v_\theta T_T dA = 1 \quad (16)$$

همچنین می‌توان نشان داد که در شرایط حرارتی توسعه یافته معادلات زیر برای حالت دما ثابت برقرار است:

$$\frac{d\tilde{T}_m}{d\theta} = \frac{2k(\tilde{T}_s - \tilde{T}_m)Nu_{T,m}}{\rho U c_p a \delta} \quad (17-1)$$

$$\frac{\partial \tilde{T}}{\partial \theta} = T_T \frac{d\tilde{T}_m}{d\theta} \quad (17-2)$$

در معادله فوق، $Nu_{T,m}$ معرف عدد ناسلت متوسط در حالت

دما ثابت است. بنابراین با اعمال معادله (۱۷-۱) در معادله (۱۷-۲) و اعمال حاصل آن در معادله (۲-۳) و همچنین با توجه به پارامترهای بی بعد از بخش فهرست علائم، معادله زیر برای معادله بی بعد انتقال گرمای توسعه یافته در حالت دما ثابت به دست می‌آید:

$$v_r \frac{\partial T_T}{\partial r} + v_z \frac{\partial T_T}{\partial z} - \left(\frac{2Nu_{T,m}}{Re_b Pr \delta} \right) \frac{v_\theta}{r} T_T = \quad (18)$$

$$\frac{1}{Re Pr} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T_T}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 T_T}{\partial z^2} \right) + Br \Phi$$

همچنین با توجه به معادله (۱۵)، شرط مرزی دیریکله همگن ($T_{T,s} = 0$) برای دمای بی بعد بر روی دیواره‌های کانال برقرار است. شایان ذکر است که معادله انتقال گرمایی بی بعد در حالت دما ثابت، معادله (۱۸)، یک معادله مقدار ویژه بوده که به موضوع حل این معادله در بخش مربوط به روش عددی، بخش (۴)، پرداخته می‌شود. همچنین جمله Φ در معادلات (۱۲) و (۱۸) مبین کار میدان تنش است که در دستگاه مختصات استوانه‌ای از معادله زیر قابل محاسبه است:

$$\Phi = \frac{\partial v_r}{\partial r} \tau_{rr} + \frac{v_r}{r} \tau_{\theta\theta} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \tau_{zz} + r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{v_\theta}{r} \right) \tau_{r\theta} + \left(\frac{\partial v_z}{\partial r} + \frac{\partial v_r}{\partial z} \right) \tau_{rz} + \frac{\partial v_\theta}{\partial z} \tau_{\theta z} \quad (19)$$

۳- معادله متشکله

در این تحقیق از مدل کریمینال-اریکسون-فیلیبی به عنوان معادله متشکله سیال ویسکوالاستیک استفاده شده است. این معادله متشکله، برای مدلسازی جریانهای برشی دائمی سیالات ویسکوالاستیک بسیار مناسب بوده و استفاده از آن برای محاسبات صنعتی متداول است [۲۷]. صحت پاسخهای این مدل برای بسیاری از مواد ویسکوالاستیک صنعتی در اعداد دبروا کوچک و در محدوده وسیعی از اعداد وایزنبرگ (ناحیه ویسکومتريک دیاگرام پیپکین)^{۲۶} به اثبات رسیده است [۲۷]. معادله متشکله این مدل به صورت زیر است [۲۸]:

$$\tilde{\tau} = \tilde{\eta} \tilde{\gamma}_{(1)} - \frac{1}{2} \tilde{\Psi}_1 \tilde{\gamma}_{(2)} + \tilde{\Psi}_2 [\tilde{\gamma}_{(1)} \cdot \tilde{\gamma}_{(1)}] \quad (20)$$

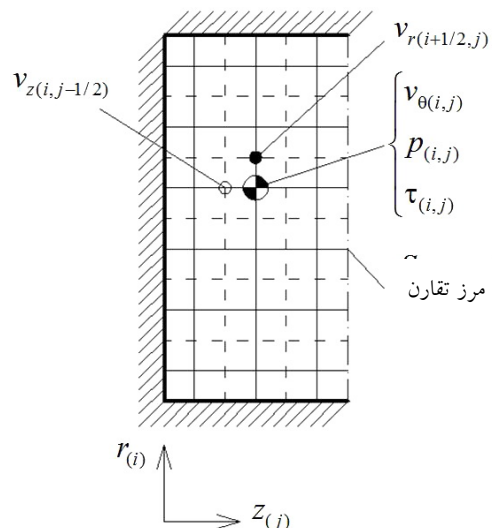
تنش سیال کریمینال-اریکسون-فیلیبی، معادله (۲۲)، به همراه مشتقات همرفتی پاد همبسته نرخ برش مرتبه اول و دوم، معادلات (۲۱)، در تحقیق نوروزی و همکاران [۲۵] گزارش شده است.

۴- روش عددی

به دلیل غیر خطی بودن معادلات حاکم، تحلیل عددی مسائل جریانهای دائمی به صورت شبه گذرا صورت می گیرد و پس از انتخاب یک شرط اولیه مناسب، معادلات حاکم در حالت نادائم حل می شوند تا جوابها به سمت جوابهای، جریان دائمی همگرا شوند [۲۹]. برای تعیین مولفه های سرعت و دما می توان آنها را در هر گام زمانی تحلیل از صورت نادائم معادلات مومنتم و انتقال گرما به دست آورد، اما متأسفانه جمله فشار فاقد مشتق زمانی است. در این تحقیق برای محاسبه فشار استاتیکی در هر گام زمانی تحلیل از روش تراکم پذیری مصنوعی استفاده شده است [۳۰]:

$$\frac{\partial P}{\partial t} + a^2 \nabla \cdot \vec{V} = 0 \quad (23)$$

در معادله (۲۳)، a سرعت صوت مجازی بوده و مقداری ثابت است. با توجه به این معادله می توان دریافت که در حالت دائم، مشتق زمانی فشار صفر بوده و معادله پیوستگی ارضا می شود. مطابق شکل (۲)، در این تحقیق از شبکه جابه جا شده استفاده شده است. با توجه به این شکل به دلیل وجود تقارن، تنها بایستی معادلات حاکم در نیمی از مقطع کانال حل شوند. در اینجا شبکه اولیه با خطوط پر و شبکه ثانویه با خط چین نشان داده شده اند. شبکه ثانویه نیز با جابه جا کردن شبکه اولیه در راستای قطر سلولها و به اندازه نصف قطر آنها ایجاد شده است [۲۹]. همچنین در این تحقیق از تقریب تفاضل محدود پیشروی مرتبه اول برای مشتق زمان و تقریب تفاضل محدود مرکزی مرتبه دوم برای مشتقات مکانی استفاده شده است. نحوه اختصاص گره های محاسباتی به پارامترهای میدان جریان نیز بر اساس روش علامتگذاری و سلول صورت گرفته است. مطابق این روش، مولفه سرعت محوری، فشار استاتیکی، دما و مولفه های تانسور تنش بر روی شبکه اولیه و مولفه های



شکل ۲: شبکه جابه جا شده و نحوه تخصیص پارامترهای میدان جریان بر روی آن

در معادله فوق، $\tilde{\eta}$ ویسکوزیته، $\tilde{\Psi}_1$ و $\tilde{\Psi}_2$ ضریب اختلاف تنشهای نرمال اول و دوم است. شایان ذکر است که در مواد ویسکوالاستیک، اختلاف تنش نرمال دوم مقداری منفی و کمتر از ۲۰٪ اختلاف تنش نرمال اول بوده و در عمده مایعات پلیمری مقدار آن حدود ۱۰٪ اختلاف اختلاف تنش نرمال اول است. همچنین در معادله (۲۰)، $\tilde{\gamma}_{(1)}$ و $\tilde{\gamma}_{(2)}$ معرف مشتقات همرفتی پاد همبسته نرخ برش مرتبه اول و دوم بوده^{۲۷} و برای جریان دائمی به شکل زیر تعریف می شوند [۲۸]:

$$\tilde{\gamma}_{(1)} = \nabla \tilde{V} + \nabla \tilde{V}^T \quad (21-1)$$

$$\tilde{\gamma}_{(2)} = \tilde{V} \cdot \nabla \tilde{\gamma}_{(1)} - \left\{ (\nabla \tilde{V})^T \cdot \tilde{\gamma}_{(1)} + \tilde{\gamma}_{(1)} \cdot (\nabla \tilde{V}) \right\} \quad (21-2)$$

در معادله فوق $\nabla \tilde{V}^T$ ترانهاده تانسور گرادیان سرعت است. با توجه به بی بعد سازی ارائه شده در بخش فهرست علائم، صورت بی بعد معادله متشکله کریمینال-اریکسون-فیلیبی به شکل زیر می باشد:

$$\tau = \gamma_{(1)} - \frac{1}{2} \Psi_1 \gamma_{(2)} + \Psi_2 [\gamma_{(1)} \cdot \gamma_{(1)}] \quad (22)$$

همچنین خاطر نشان می شود که در صورتی که در معادله (۲۲) مقدار Ψ_1 صفر باشد، معادله متشکله مدل راینر-ریولین^{۲۸} و چنانچه هر دو مقدار Ψ_1 و Ψ_2 صفر باشند، معادله متشکله سیال نیوتنی به دست می آید [۲۸]. شایان ذکر است که مولفه های میدان

جدول ۱- متوسط قدر مطلق خطای شبکه‌های مختلف نسبت به شبکه ۱۲۰×۶۰

Re	$N_T \times N_Z$				
	۲۰×۱۰	۴۰×۲۰	۶۰×۳۰	۸۰×۴۰	۱۰۰×۵۰
۱۰۰	٪۱/۳۳	٪۰/۴۵	٪۰/۲۳	٪۰/۱۲	٪۰/۰۷
۱۰۰۰	٪۳/۶۷	٪۱/۰۴	٪۰/۴۸	٪۰/۲۳	٪۰/۱۱

(۱۶) و حل دستگاه معادلات حاصله، توزیع دمای حالت دما ثابت به دست می‌آید.

۵- نتایج و بحث

برای اثبات مستقل بودن حل عددی از شبکه، از تعداد سلول مربعی شکل ۱۲۰×۶۰ به عنوان یک حالت مرجع استفاده شده است. برای این تعداد سلول، حل عددی در ناحیه جریان آرام بسیار دقیق بوده و پاسخهای مربوط به تعداد سلولهای کمتر با پاسخ این حالت مقایسه شده است. در جدول (۱) مقادیر مربوط به متوسط خطای توزیع سرعت محوری شبکه‌های مختلف نسبت به شبکه ۱۲۰×۶۰ آمده است. این خطاها در اعداد رینولدز ۱۰۰ و ۱۰۰۰، نسبت انحنای ۰/۱ و نیز خواص رئولوژیکی $\Psi_1 = 1$ و $\Psi_2 / \Psi_1 = -5\%$ محاسبه شده‌اند. با توجه به اطلاعات جدول (۱) می‌توان دریافت که به ازای تعداد سلولهای بیشتر از ۶۰×۳۰ میزان متوسط خطا کمتر از ۰/۵٪ بوده و بنابراین می‌توان ادعا نمود که در این تعداد سلول، حل عددی مستقل از شبکه است. با توجه به اطلاعات جدول (۱) و برای اجتناب از هرگونه وابستگی تحلیل به شبکه، از شبکه ۸۰×۴۰ برای کلیه محاسبات عددی استفاده شده است.

در این پژوهش به چهار طریق صحت و دقت پاسخهای عددی مربوط به میدان جریان ارزیابی شده است:

- با فرض یک نسبت انحنای بسیار کوچک، نتایج حاصل از حل عددی به نتایج مربوط به جریان و انتقال گرما در کانال مستقیم همگرا می‌شود. در جریان توسعه یافته سیال نیوتنی در یک کانال مستقیم و در عدد رینولدز ۲۵، متوسط خطای پروفیل سرعت محوری حاصل از حل عددی نسبت به

سرعتهای عرضی نیز در موقعیتهای خاصی از محل تقاطع شبکه اولیه و ثانویه محاسبه می‌شوند [۲۹]. پس از تعیین میدان سرعت، می‌توان اقدام به حل معادله انتقال گرما کرد. حل معادله انتقال گرما در حالت شار ثابت مشابه حل میدان سرعت است. در اینجا پس از در نظر گرفتن شرط اولیه مناسب، معادله (۱۲) در حالت نداشتن حل شده و توزیع دمای حالت دائمی (T_H') به دست می‌آید. همان‌گونه که در بخش (۲) بیان شد، به دلیل عدم وجود شرط مرزی دیریکله در این مسئله، پاسخ حالت پایدار به دست آمده وابسته به شرط اولیه بوده و برای یافتن عرض از مبدا میدان دما (مقدار ثابت مربوط به توزیع دما (λ)) لازم است که مقدار آن از معادله (۱۰) استخراج شود. به عبارت دیگر T_H به صورت $T_H = T_H' + \lambda$ در معادله (۱۰) قرار می‌گیرد تا مقدار صحیح λ و در نتیجه T_H حاصل شود. شایان ذکر است که در نهایت پاسخ به دست آمده برای توزیع دما (T_H) مستقل از شرط اولیه بوده و بر اساس آن می‌توان عدد ناسلت موضعی و متوسط را برای حالت شار ثابت از معادلات (۱۴) به دست آورد. در مورد حالت دما ثابت، معادله انتقال گرما، معادله (۱۸)، و شرط مرزی آن هر دو همگن بوده و در صورتی دارای پاسخ غیر صفر است که یک معادله مقدار ویژه باشد. برای این منظور معادله (۱۸) بر روی شبکه جابه‌جا شده گسسته سازی شده و ماتریس ضرایب مربوطه تشکیل می‌شود. پاسخ دستگاه معادلات تشکیل شده در صورتی غیر صفر است که دترمینان ضرایب آن صفر باشد. به این ترتیب با صفر قرار دادن ماتریس ضرایب حاصله می‌توان عدد ناسلت متوسط جریان را استخراج کرد. همچنین این دستگاه معادله دارای مرتبه پوچی یک بوده و با جایگزین کردن معادله تکراری با معادله ناهمگن

پاسخ تحلیلی [۳۱] حدود ۰/۲۷٪ است.

- یکی دیگر از روشهای ارزیابی صحت نتایج مقایسه نتایج تحلیلی حاصل از حل تحلیلی برای جریان خزشی با نتایج عددی است. در اینجا، جریان خزشی سیال کریمینال-اریکسون-فیلپی در یک عدد رینولدز بسیار کوچک، نسبت انحنای $\delta = 0.1$ و در خواص رئولوژیکی $\Psi_1 = 0.5$ و $\Psi_2 / \Psi_1 = -10\%$ شبیه سازی شده و متوسط خطای حاصله از روش عددی در شبکه 80×40 نسبت به معادله تحلیلی ارائه شده توسط نوروزی و همکاران [۲۵] ۰/۴۹٪ است.

- در جریان اینرسی توسعه یافته سیال کریمینال-اریکسون-فیلپی در یک کانال مستقیم با خواص رئولوژیکی $\Psi_1 = 0.5$ و $\Psi_2 / \Psi_1 = -10\%$ و در عدد رینولدز ۳۰، متوسط خطای پروفیل سرعت محوری حاصل از حل عددی نسبت به نتایج تاونسند^{۲۹} و همکاران [۳۲] در ۶۰ گره محاسباتی حدود ۱/۱۵٪ است.

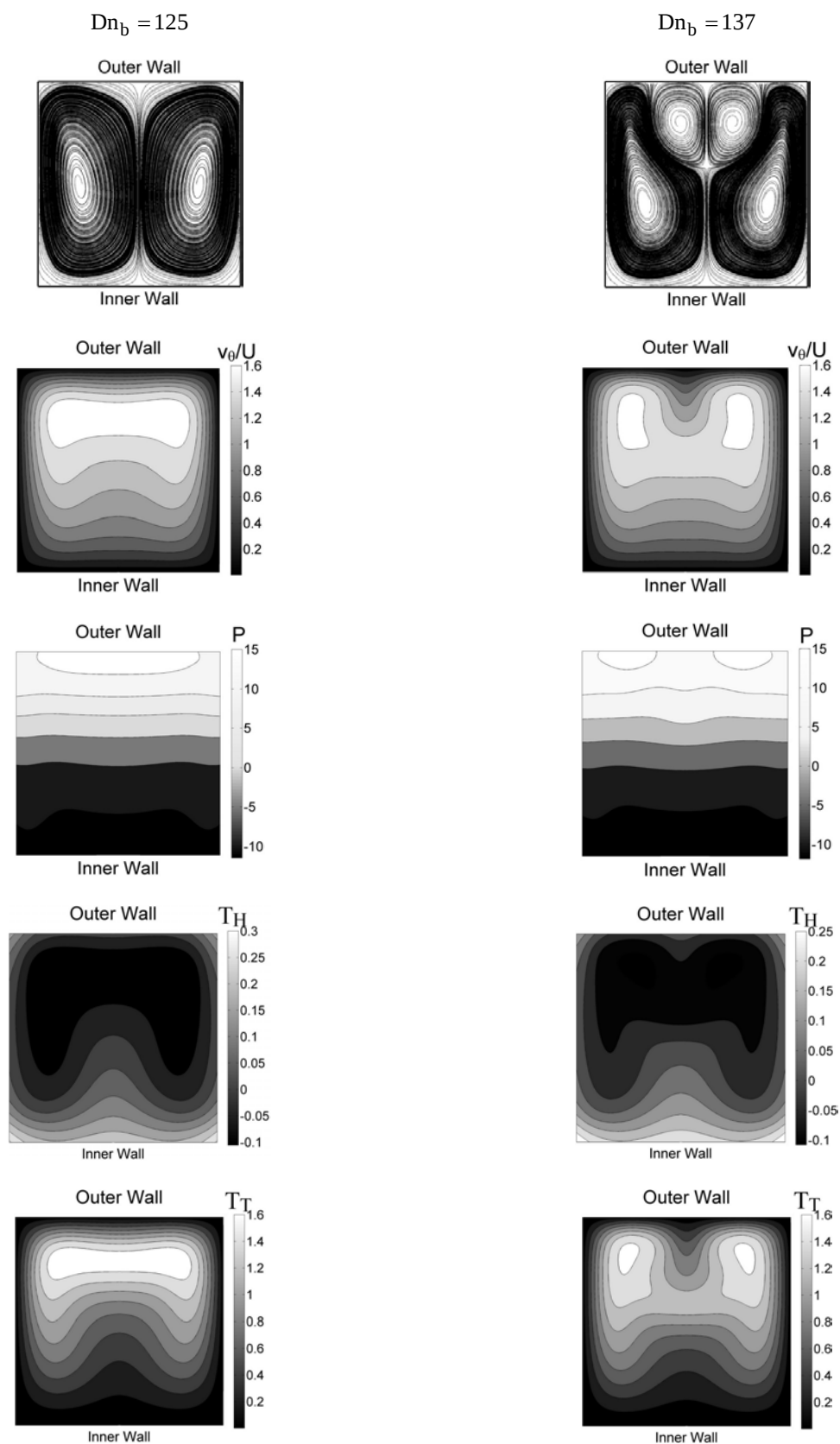
- یکی دیگر از روشهای ارزیابی صحت نتایج، مقایسه نتایج عددی تحقیق حاضر با نتایج آزمایشگاهی باراک^{۳۰} [۳۳] برای جریان اینرسی سیال نیوتنی در کانال خمیده است. وی آزمایشات خود را در نسبت انحنای ۰/۳۵ و در اعداد دین مختلف روی یک کانال خمیده ۲۷۰ درجه انجام داد. مطابق آزمایشات باراک، در $Dn_b = 125$ (عدد دین بر مبنای متوسط سرعت جریان اصلی) و در موقعیت ۱۰۰ درجه ای نسبت به ورودی، جریان به حالت توسعه یافته در می آید. انحراف داده های آزمایشگاهی مربوط به ۳۵ نقطه از پروفیل سرعت محوری بر روی خط تقارن مقطع کانال نسبت به نتایج حاصل از حل عددی این تحقیق حدود ۱/۰۷٪ است.

همچنین برای ارزیابی نتایج حاصل از حل عددی مربوط به معادله انتقال گرما، مقادیر ناسلت به دست آمده با نتایج شاه و لندن^{۳۱} [۳۴] برای انتقال گرمای اجباری سیال نیوتنی در کانال مستقیم دارای مقطع مربعی مقایسه شده است. آنها در محاسبه عدد ناسلت، از انتگرال گیری عددی استفاده کرده و فرض کردند

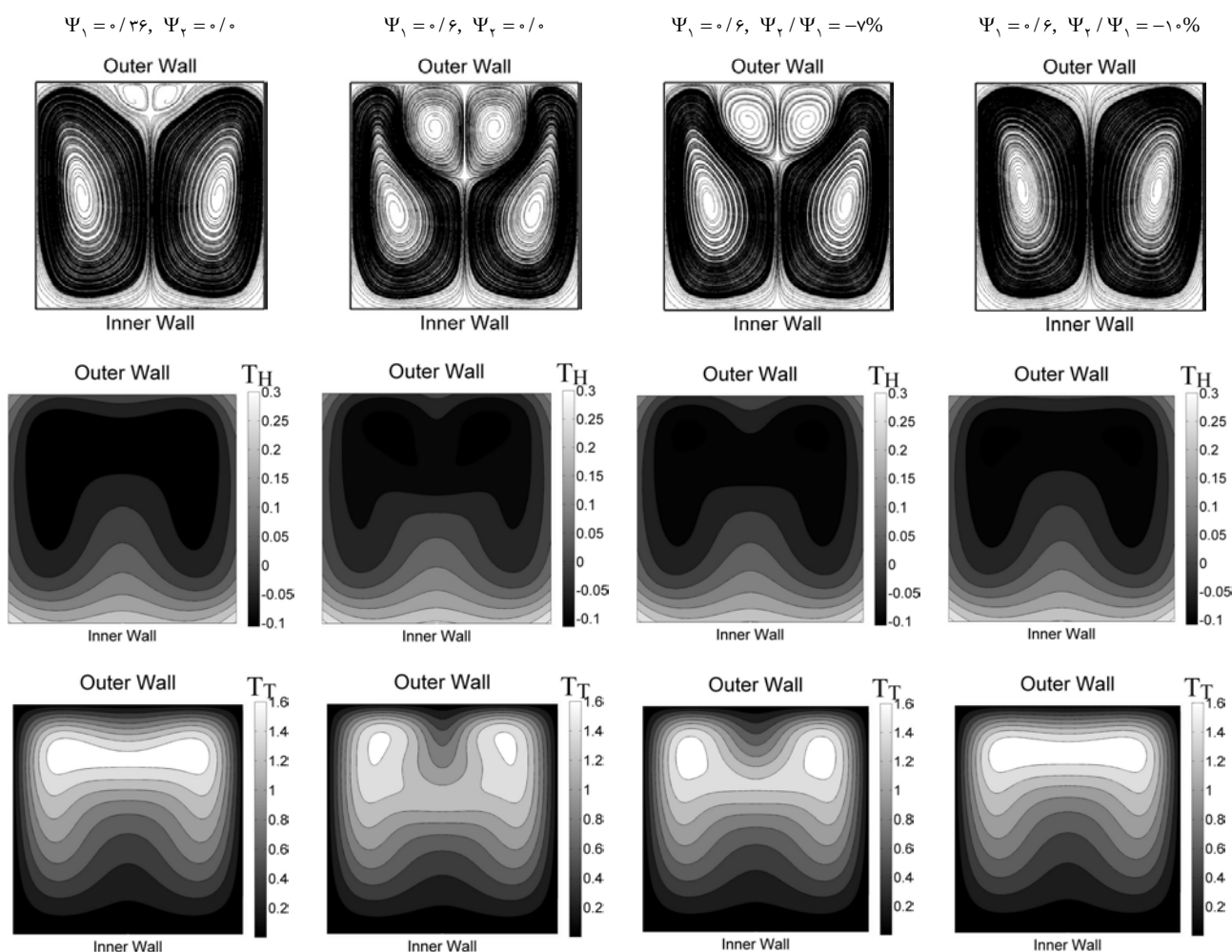
که در حالت شار ثابت، دما بر روی دیواره های هر مقطع نیز ثابت است (اما دمای دیواره هر مقطع نسبت به مقطع مجاور متفاوت است). این فرض آنها منجر به این می شود که عدد ناسلت به دست آمده، تقریبی از عدد ناسلت واقعی باشد. در تحقیق حاضر، ما نیز تنها برای مقایسه نتایج، دمای سطح لوله را ثابت فرض کرده ایم و تحلیل عددی را در یک عدد انحنای بسیار کوچک (شعاع انحنای بزرگ) انجام داده ایم تا نتایج حاصل از حل عددی به نتایج مربوط به جریان و انتقال گرما در کانال مستقیم همگرا شود. شایان ذکر است که فرض ثابت بودن دمای سطح لوله در هر مقطع برای حالت شار ثابت، تنها در این بخش و برای اثبات صحت نتایج عددی صورت گرفته و در سایر نتایج این تحقیق این تقریب اعمال نشده است. از حل عددی تحقیق اخیر، مقدار عدد ناسلت متوسط برای حالت شار ثابت و دما ثابت به ترتیب برابر ۳/۶۱۴۴ و ۲/۹۷۲۶ حاصل شده که با تحقیق شاه و لندن [۳۴] دارای تطبیق است (در تحقیق آنها عدد ناسلت تا دو رقم اعشار گزارش شده است).

در ادامه اثر نیروی گریز از مرکز در این جریان مورد بررسی قرار می گیرد. برای این منظور از جریان سیال نیوتنی استفاده شده تا در غیاب اثر اختلاف تنشهای نرمال بتوان اثر نیروی گریز از مرکز را مطالعه کرد. در شکل (۳) این جریانهای ثانویه در $Dn_b = 125$ نشان داده شده است. در این شکل توزیع فشار استاتیکی بی بعد نشان داده شده و مطابق شکل گرادیان فشار شعاعی قابل توجهی در مقطع کانال وجود دارد. همچنین نیروی گریز از مرکز سبب تمایل توزیع سرعت محوری به سمت دیواره خارجی مقطع کانال می شود. به طور کلی در جریان سیال نیوتنی در کانالهای خمیده دارای مقطع مربعی و در اعداد دین کوچکتر از ۱۲۵، جریانهای ثانویه به شکل یک جفت گردابه ظاهر می شوند که این جریانهای ثانویه ناشی از اثر نیروی گریز از مرکزند.

با افزایش عدد دین از مقدار ۱۲۵ و ازدیاد نیروی گریز از مرکز، گرادیان فشار شعاعی نیز افزایش یافته و توده جریان هرچه بیشتر به سمت دیواره خارجی متمایل می شود. در این شرایط، نیروهای ویسکوز دیگر قادر به حفظ ساختار جریانهای



شکل ۳ - جریانهای ثانویه، توزیع سرعت محوری، فشار، دما برای جریان سیال نیوتنی در اعداد دین مختلف



شکل ۴- خطوط جریانهای ثانویه و توزیع دما در مقادیر مختلف اختلاف تنشهای نرمال اول و دوم و در $Dn_b = 125$

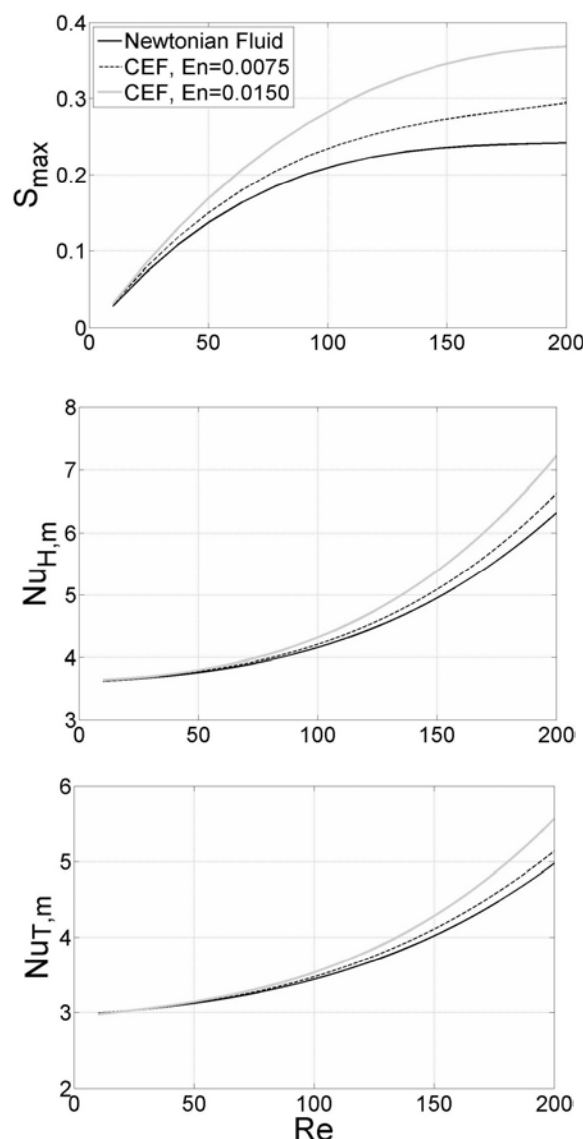
بعد سازی دما برای این دو حالت گرمایی متفاوت است، معادلات (۹) و (۱۵)، را ببینید. مطابق شکل با افزایش عدد دین و افزایش تعداد گردابه‌ها، توزیع دما برای این دو حالت دستخوش تغییرات شده و میزان اختلاط جریان و در نتیجه دما افزایش پیدا می‌کند، به نحوی که عدد ناسلت متوسط برای حالت شار ثابت از $9/48$ تا $16/16$ و برای حالت دما ثابت از $7/35$ تا $13/91$ افزایش می‌یابد.

در ادامه اثر اختلاف تنشهای نرمال بر انتقال گرمایی جریان مورد بررسی قرار می‌گیرد. در شکل (۴)، جریانهای ثانویه و توزیع دما برای دو حالت شار ثابت و دما ثابت در مقادیر مختلف Ψ_1 و Ψ_2 برای عدد دین 125 (در مرز پایداری جریان نیوتنی)

ثانویه به شکل یک جفت گردابه تیلور-گورتلر نیستند و گردابه‌های جدیدی که محصول بروز ناپایداری‌اند، به‌وجود می‌آیند. این جفت گردابه جدید به گردابه‌های دین موسوم هستند. در شکل (۳) جریانهای ثانویه در عدد دین 137 نیز نشان داده شده است. در این حالت وجود جریانهای ثانویه جدید حاصل از بروز ناپایداری کاملاً مشهود بوده که این امر در تطابق با مشاهدات تجربی بارا [۳۳] است. در این حالت توزیع سرعت محوری و فشار نیز دارای تغییراتی شده و در این حالت جریان در دو نقطه متقارن دارای سرعت بیشینه است. همچنین در این شکل توزیع دمای بی بعد برای حالت‌های شار ثابت و دما ثابت آمده است. بایستی توجه داشت که در این مقاله نحوه بی

خلاف جهت اختلاف تنش نرمال اول عمل می‌کند. در حالت $\Psi_2 / \Psi_1 = -7\%$ ، گردابه‌های دین (جریانهای ثانویه فعال در قسمت بالایی مقطع کانال) کوچک شده و با ازدیاد مقدار Ψ_2 منفی تا $\Psi_2 / \Psi_1 = -10\%$ ، جریانهای ثانویه بالای مقطع کانال محو می‌شوند و جریانهای ثانویه در وضعیتی مشابه جریان نیوتنی به صورت یک جفت گردابه قرار می‌گیرند. به عبارت دیگر ازدیاد مقدار Ψ_2 منفی منجر به پایدار کردن جریان می‌شود.

مطابق شکل (۴)، در هر دو حالت دما ثابت و شار ثابت، توزیع دما به شدت تحت تاثیر شدت جریانهای ثانویه و تعداد گردابه‌ها قرار دارد. در ادامه اثر خواص الاستیک بر انتقال گرمای جریان بررسی می‌شود. استفاده از عدد الاستیک برای مطالعه اثرات الاستیک جریان اینرسی سیالات ویسکوالاستیک بسیار متداول است. برای سیال کریمینال-اریکسون-فیلی عدد الاستیک به صورت نسبت ثابت بی بعد اثر اختلاف تنش نرمال اول به عدد رینولدز تعریف می‌شود (به بخش فهرست علائم رجوع شود). عدد الاستیک به صورت نسبت اثرات الاستیک بر اینرسی تعریف می‌شود و برای یک هندسه مشخص تنها تابعی از خواص سیال است. بنابراین این عدد، معیار مناسبی برای مطالعه اثر اختلاف تنش نرمال اول است. شایان ذکر است که در این تحقیق از پارامتر S_{max} به عنوان نسبت ماکزیمم سرعت جریانهای ثانویه به متوسط سرعت جریان اصلی استفاده شده است. در شکل (۵) اثر اختلاف تنش نرمال اول در غالب عدد الاستیک بر شدت جریانهای ثانویه و عدد ناسلت متوسط در حالت‌های شار ثابت و دما ثابت نشان داده شده است. در اینجا نسبت انحنای کانال برابر 0.15° فرض شده و از اثر اختلاف تنش نرمال دوم صرف نظر شده است. همان گونه که انتظار می‌رود، در تمامی حالات با افزایش عدد رینولدز شدت جریانهای ثانویه و انتقال گرمای جریان افزایش می‌یابد. مطابق شکل، با افزایش اختلاف تنش نرمال اول (عدد الاستیک) بر شدت جریانهای ثانویه و عدد ناسلت متوسط افزوده می‌شود به نحوی که در عدد رینولدز ۲۰۰ و عدد الاستیک 0.15° ، ماکزیمم سرعت جریانهای ثانویه 48% و عدد ناسلت متوسط در



شکل ۵ - اثر عدد الاستیک بر ماکزیمم سرعت جریانهای ثانویه و

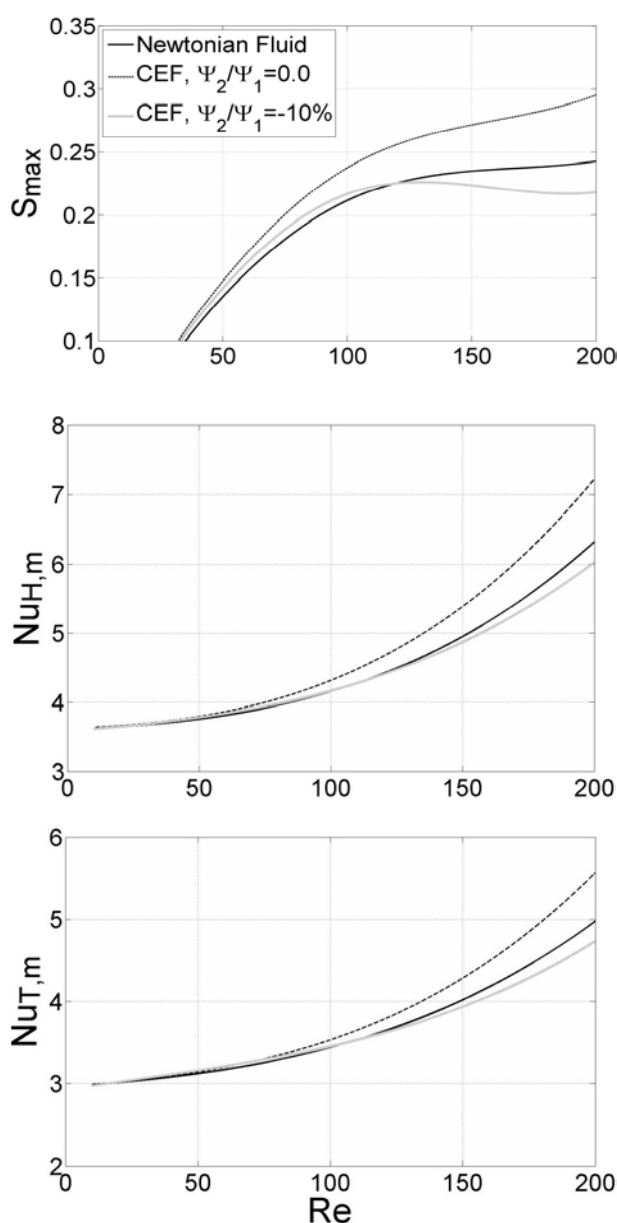
عدد ناسلت متوسط در $\delta = 0.15^\circ$ و $\Psi_2 = 0$

نشان داده شده است. مطابق شکل (۳)، در جریان نیوتنی و در $Dn_b = 125$ ، جریان ثانویه به شکل یک جفت گردابه ظاهر می‌شوند اما با توجه به شکل می‌توان دریافت که در غیاب اثر Ψ_2 ، ایجاد اختلاف تنش نرمال اول (دو حالت $\Psi_1 = 0.36, \Psi_2 = 0.0$ و نیز $\Psi_1 = 0.6, \Psi_2 = 0.0$) به تغییر شکل جریانهای ثانویه از یک جفت گردابه به دو جفت گردابه منجر می‌شود. همچنین ایجاد اختلاف تنش نرمال دوم منفی در

نخستین تحقیقی به شمار می‌آید که در آن اثر اختلاف تنشهای نرمال بر انتقال گرما جریان سیال ویسکوالاستیک در مجاری خمیده (اعم از مدور و نامدور) بررسی شده است.

در شکل (۶) اثر اختلاف تنش نرمال دوم بر ماکزیمم سرعت جریانهای ثانویه و عدد ناسلت متوسط در نسبت انحنای ۰/۱۵ نشان داده شده است. در اینجا عدد الاستیک برای جریان سیال کریمینال-اریکسون-فیلپی، برابر ۰/۱۵۰ فرض شده است. مطابق شکل در حالت $\Psi_2 / \Psi_1 = 0.0$ ، شدت جریانهای ثانویه از حالت مربوط به جریان سیال نیوتنی بیشتر است. در حالت $\Psi_2 / \Psi_1 = -10\%$ تا عدد رینولدز حدود ۱۲۰، شدت جریانهای ثانویه از سیال نیوتنی اندکی بیشتر بوده اما در مقادیر بزرگتر عدد رینولدز، شدت جریانهای ثانویه از سیال نیوتنی کمتر می‌شود. به عبارت دیگر افزوده شدن بر اختلاف تنش نرمال دوم منفی اثری بر عکس اختلاف تنش نرمال اول داشته و سبب تضعیف جریانهای ثانویه می‌شود. این اثر به خصوص در اعداد رینولدز بزرگ مشهودتر است که این موضوع در مشاهدات آزمایشگاهی نیز به اثبات رسیده است [۱۷-۱۵]. همچنین در پی کاهش شدت جریانهای ثانویه، میزان انتقال گرمای جریان و در نتیجه عدد ناسلت متوسط نیز کاهش می‌یابد، به نحوی که در اعداد رینولدز بیشتر از ۱۲۰، عدد ناسلت حتی از حالت سیال نیوتنی نیز کمتر می‌شود. بایستی توجه داشت که اثر قابل توجه اختلاف تنشهای نرمال در مقادیر بزرگ عدد رینولدز، مربوط به وابستگی مرتبه دوم بخش الاستیک میدان تنش به نرخ برش است. برای مطالعه مکانیزم اثر اختلاف تنشهای نرمال بر میدان جریان ویسکوالاستیک در مجاری خمیده به تحقیق نوروزی و همکاران [۲۵] مراجعه شود.

در ادامه اثر کار میدان تنش بر انتقال گرمای جریان مورد بررسی قرار می‌گیرد. با توجه به معادله انتقال گرما، معادله (۲-۳)، جمله Φ معرف کار میدان تنش است. برای جریان سیال نیوتنی و سیالات غیر نیوتنی مستقل از زمان، مقدار Φ همواره مثبت بوده که این امر ناشی از اثر بازگشت ناپذیری تنشهای ویسکوز است [۳۵]. به همین دلیل این عبارت برای

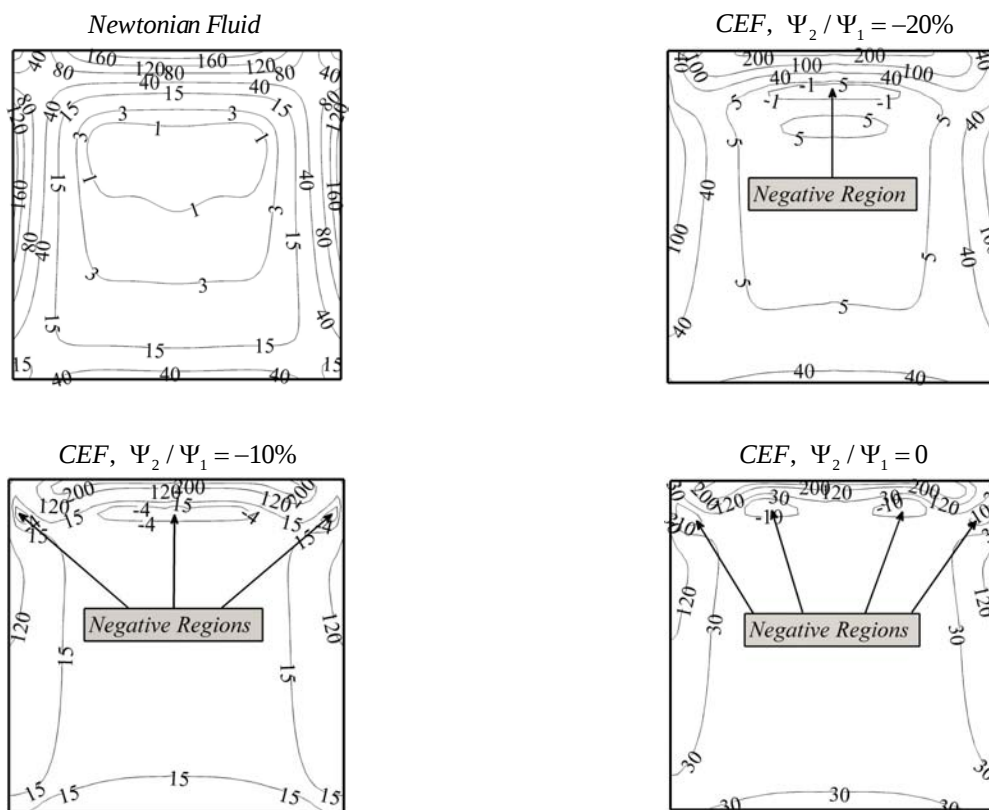


شکل ۶ - اثر اختلاف تنش نرمال دوم بر ماکزیمم سرعت جریانهای ثانویه و عدد ناسلت متوسط شار ثابت و دما ثابت در

$$En=0/0150 \text{ و } \delta=0/15$$

حالتهای شار ثابت و دما ثابت به ترتیب ۱۴٪ و ۱۲٪ از جریان سیال نیوتنی بیشتر است.

در ادامه اثر اختلاف تنش نرمال دوم بر جریان و انتقال حرارت سیال ویسکوالاستیک مورد مطالعه قرار می‌گیرد. شایان ذکر است که مطابق اطلاع نویسندگان تحقیق حاضر



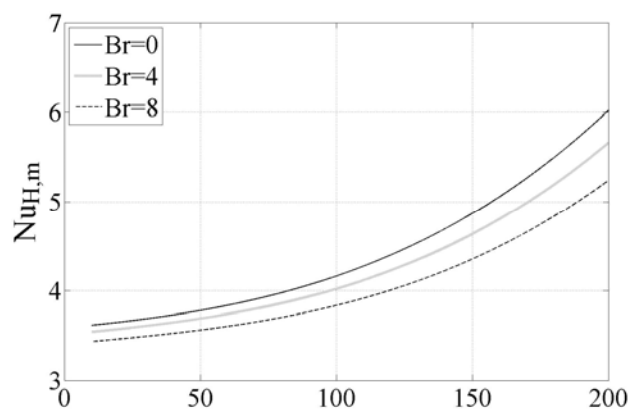
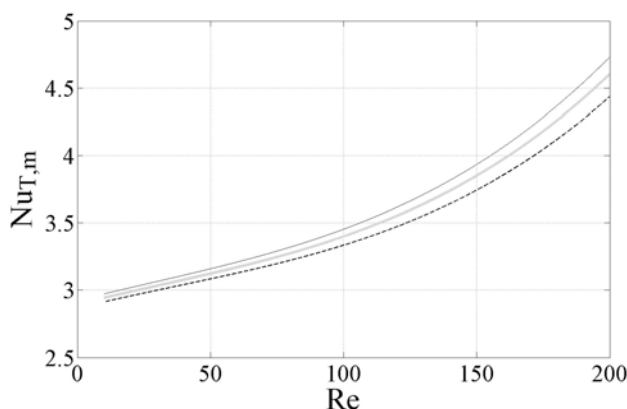
شکل ۷ - توزیع کار میدان تنش (Φ) برای سیال نیوتنی و سیال CEF در $En = 0.0075$ ، $Re = 100$ و $\delta = 0.15$

برای سیال CEF و در حالتی که مقدار اختلاف تنش نرمال دوم صفر است ($\Psi_2 / \Psi_1 = 0$)، اثر اختلاف تنش نرمال اول منجر به ایجاد ناحیه وسیعی از مقادیر Φ منفی می‌شود که این نواحی مبین ذخیره بخشی از انرژی گرمایی به صورت انرژی الاستیک‌اند، اما با ایجاد اختلاف تنش نرمال دوم منفی از وسعت این نواحی کاسته می‌شود، به نحوی که با ازدیاد مقدار اختلاف تنش نرمال دوم سیال CEF از صفر به -20% ، حداقل مقدار Φ از $-33/42$ به $-4/48$ افزایش می‌یابد. به عبارت دیگر ازدیاد اثر اختلاف تنشهای نرمال اول و دوم بر مقدار Φ عکس یکدیگر است که این امر مربوط به اثر معکوس این دو پارامتر بر میدان جریان (سرعت جریانهای ثانویه) است.

در شکل (۸) اثر عدد برینکمن بر عدد ناسلت متوسط جریان سیال CEF در حالات شار ثابت و دما ثابت نشان داده شده است. در اینجا $En = 0.0150$ ، $\Psi_2 / \Psi_1 = -10\%$ و $\delta = 0.15$ در نظر گرفته شده است. عدد برینکمن معرف نسبت

جریان نیوتنی به جمله تلفات ویسکوز در معادله انتقال گرما معروف است. مقدار Φ برای جریان سیالات ویسکوالاستیک به طور موضعی می‌تواند دارای مقداری منفی باشد! این امر هرچند برای سیال نیوتنی ناممکن به نظر می‌رسد (به دلیل نقض قانون دوم ترمودینامیک) اما برای سیالات ویسکوالاستیک پدیده‌ای ممکن به شمار می‌آید که نشانگر ذخیره شدن بخشی از انرژی به صورت انرژی الاستیک است [۳۵].

در شکل (۷) کانتورهای توزیع کار میدان تنش (Φ) در خواص رئولوژیک مختلف جریان در کانال خمیده نشان داده شده است. همان گونه که انتظار می‌رود، برای جریان سیال نیوتنی، پارامتر Φ در کل مقطع جریان دارای مقدار مثبتی بوده و حداقل مقدار Φ مربوط به ناحیه نزدیک هسته جریان و برابر $10^{-5} \times 2/75$ است. با ایجاد اختلاف تنشهای نرمال، مقدار Φ در برخی نواحی دارای مقدار منفی می‌شود. در شکل (۷)، این نواحی دارای مقدار منفی مشخص شده است. مطابق شکل،



شکل ۸ - اثر عدد برینکمن بر عدد ناسلت متوسط در $En = 0.0150$ ، $\Psi_p / \Psi_n = -10\%$ و $\delta = 0.15$

اختلاف تنش نرمال دوم منفی بر جریان و انتقال گرما کاملاً بر عکس است. همچنین برای سیالات ویسکوالاستیک دارای اختلاف تنش نرمال دوم بزرگ، شدت جریانهای ثانویه و عدد ناسلت متوسط ممکن است که حتی از جریان سیال نیوتنی نیز کمتر شود.

- تقویت اختلاف تنش نرمال اول با ازدیاد کار میدان تنش همراه است (به دلیل افزایش سرعت جریانهای ثانویه). به طور کلی ازدیاد اختلاف تنش نرمال اول منجر به ایجاد نواحی دارای کار میدان تنش منفی نیز می شود که چنین حالتی برای سیالات نیوتنی امری ناممکن محسوب می شود. همچنین اثر اختلاف تنش نرمال دوم نیز بر کار میدان تنش برعکس اثر اختلاف تنش نرمال اول بوده و ازدیاد آن با کاهش کار میدان تنش همراه است. شایان ذکر است که افزایش عدد برینکمن این جریان سبب کاهش عدد ناسلت متوسط برای هر دو حالت شار ثابت و دما ثابت می شود.

انرژی تلف/ذخیره شده در اثر میدان تنش به انرژی گرمایی منتقل شده از مرزهاست. مطابق شکل (۸)، ازدیاد عدد برینکمن سبب کاهش میزان عدد ناسلت متوسط برای هر دو حالت شار ثابت و دما ثابت می شود. به طور کلی ازدیاد عدد برینکمن سبب ازدیاد تلفات انرژی مکانیکی و در نتیجه بالا رفتن دمای سیال می شود که این امر کاهش میزان ضریب جابه جایی و در نتیجه کاهش عدد ناسلت متوسط را در پی دارد.

۶- نتیجه گیری

در این پژوهش اثرات متضاد اختلاف تنشهای نرمال اول و دوم بر جریان سیال ویسکوالاستیک در کانال خمیده دارای مقطع مربعی به اثبات رسیده و نشان داده شد که:

- در جریان سیالات ویسکوالاستیک در کانالهای خمیده، با افزایش اختلاف تنش نرمال اول شدت جریانهای ثانویه و نیز عدد ناسلت متوسط افزایش می یابد، در حالی که اثر

واژه نامه

- | | | |
|-------------------------|---------------------------|--------------------------|
| 1. Dean | 8. Jitchote and Robertson | 15. Zhang |
| 2. perturbation method | 9. Bowen | 16. Phan-Thien and Zheng |
| 3. Taylor-Gortler | 10. Sharma and Prakash | 17. Fan |
| 4. Thomas and Walters | 11. Imeto | 18. Chen |
| 5. Robertson and Muller | 12. White-Metzner | 19. Das |
| 6. Sarin | 13. relaxation time | 20. Helin |
| 7. Oldroyd-B | 14. singular condition | 21. Boutabaa |

22. Phan-Thien-Tanner (PTT)	Filbey (CEF model)	tensor
23. Zhang	26. Pipkin diagram	28. Reiner-Rivlin
24. Shen	27. the first and second order of contravariant convected	29. Twonsend
25. Criminale-Eriksen-	derivative of the shear rate	30. Bara
		31. Shah and London

مراجع

- Dean, W. R., "Note on the Motion of a Fluid in a Curved pipe," *Phil. Mag.*, Vol. 4, pp. 208-233, 1927.
- Dean, W. R., "The Streamline Motion of a Fluid in a Curved Pipe," *Phil. Mag.*, Vol. 5, pp. 673-693, 1928.
- Thomas, R. H., and Walters, K., "On the Flow of an Elastico-Viscous Liquid in a Curved Pipe Under a Pressure Gradient," *J. Fluid Mechanic*, Vol. 16, pp. 228-242, 1963.
- Robertson, A. M., and Muller, S. J., "Flow of Oldroyd-B Fluids in Curved Pipes of Circular and Annular Cross-Section," *Int. J. Non-Linear Mechanics*, Vol. 31, No.1, pp. 1-20, 1996.
- Sarin, V. B., "Flow of an Elastico-Viscous Liquid in a Curved Pipe of Slowly Varying Curvature," *Int J. Biomed Comput*, Vol. 32, pp. 135-149, 1993.
- Sarin, V. B., "The Steady Laminar Flow of an Elastico-Viscous Liquid in a Curved Pipe of Varying Elliptic Cross Section," *Mathl. Comput. Modelling*, Vol. 26, No. 3, pp. 109-121, 1997.
- Jitchote, W. and Robertson, A. M., "Flow of Second Order Fluids in Curved Pipes," *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, Vol. 90, pp. 91-116, 2000.
- Bowen, P. J., Davies, A. R., and Walters, K., "On Viscoelastic Effects in Swirling Flows," *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, Vol. 38, pp. 113-126, 1991.
- Sharma, H. G., and Prakash, A., "Flow of a Second Order Fluid in a Curved Pipe," *Indian Journal of Pure and Applied Mathematics*, Vol. 8, pp. 546-557, 1977.
- Iemoto, Y., Nagata, M., and Yamamoto, F., "Steady Laminar Flow of a Power-Law Fluid in a Curved Pipe of Circular Cross-Section with Varying Curvature," *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, Vol. 19, pp. 161-183, 1985.
- Iemoto, Y., Nagata, M., and Yamamoto, F., "Steady Laminar Flow of Viscoelastic Fluid in a Curved Pipe of Circular Cross-Section with Varying Curvature," *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, Vol. 22, pp. 101-114, 1986.
- Zhang, M. K., Shen, X. R., Ma, J. F., and Zhang, B. Z., "Galerkin Method Study on Flow of Oldroyd-B Fluids in Curved Circular Cross-Section Pipes," *Journal of Zhejiang University Science*, Vol. 7, pp. 263-270, 2007.
- Phan-Thien, N., and Zheng, R., "Viscoelastic Flow in a Curved Duct: a Similarity Solution for the Oldroyd-B Fluid," *Journal of Applied Mathematics and Physics*, Vol. 41, pp. 766-781, 1990.
- Fan, Y., Tanner, R. I., and Phan-Thien, N., "Fully Developed Viscous and Viscoelastic Flows in Curved Pipes," *J. Fluid Mech.*, Vol. 440, pp. 327-357, 2001.
- Tsang, H. Y., and James, D. F., "Reduction of Secondary Motion in Curved Tubes by Polymer Additives," *J. Rheol.*, Vol. 24, pp. 589-601, 1980.
- Yanase, S., Goto, N., and Yamamoto, K., "Dual Solutions of the Flow Through a Curved Tube," *Fluid Dyn. Res.*, Vol. 5, pp. 191-201, 1989.
- Jones, W. M., and Davies, O. H., "The Flow of Dilute Aqueous Solutions of Macromolecules in Various Geometries: III. Curved Pipes and Porous Materials," *J. Phys. D: Appl. Phys.*, Vol. 9, pp. 753-770, 1976.
- Chen Y., Chen, H., and Zhang, J., "Viscoelastic Flow in Rotating Curved Pipes," *Phys. Fluids.*, Vol. 18, 1-17, 2006.
- Das, B., "Flow of Bingham Fluid in a Slightly Curved Tube," *Int. J. Engng. Sci.*, Vol. 30, pp. 1193-1207, 1992.
- Helin, L., Thais, L., and Mompean, G., "Numerical Simulation of Viscoelastic Dean Vortices in a Curved Duct," *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, Vol. 156, pp. 84-94, 2008.
- Boutabaa, M., Helin, L., and Thais, L., "Numerical Study of Dean Vortices in Developing Newtonian and Viscoelastic Flows Through a Curved Duct of Square Cross-Section," *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, Vol. 337, pp. 84-94, 2009.
- Zhang, M. K., Shen, X. R., Ma, J. F., and Zhang, B. Z., "Flow of Oldroyd-B Fluid in Rotating Curved Square Ducts," *Journal of Hydrodynamics*, Vol. 19, No. 1, pp. 36-41, 2007.
- Zhang, M. K., Shen, X. R., Ma, J. F., and Zhang, B. Z., "Theoretical Analysis of Convective Heat Transfer of Oldroyd-B Fluids in a Curved Pipe," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 40, pp. 1-11, 2007.
- Shen, X. R., Zhang, M. K., Ma, J. F., and Zhang, B. Z., "Flow and Heat Transfer of Oldroyd-B Fluids in a Rotating Curved Pipe," *Journal of Hydrodynamics*, Vol. 20, pp. 39-46, 2008.
- Norouzi, M., Kayhani, M.H., Shu, C., and Nobari, M.R.H., "Flow of Second Order Fluid in a Curved Duct with Square Cross Section," *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, Vol. 165, pp. 323-339, 2010.
- Kays, W. M. and Crawford, M. E., *Convective Heat and Mass Transfer*, Third Edition, McGraw-Hill,

- New York, 1993.
27. Bird, R. B., and Wiest, J. M., "Constitutive Equations for Polymeric Liquids," *Annual Review of Fluid Mechanics*, Vol. 27, pp. 169-193, 1995.
 28. Bird, R. B., Armstrong, R. C., and Hassager, O., *Dynamics of Polymer Liquids*, Vol. 2, Second Edition, John Wiley & Sons, Canada, 1987.
 29. Hoffmann, K. A., and Chiang, S. T., *Computational Fluid Dynamics for Engineers*, EES, Texas, 1989.
 30. Chorin, A. j., "A Numerical Method for Solving Incompressible Viscous Flow Problems," *J. Comput.*, Vol. 2, pp. 12-26, 1967.
 31. White, F. M., *Viscous Fluid Flow*, Second Edition, McGraw-Hill, Inc., New York, 1991.
 32. Twonsend, P., Walters, K., and Waterhouse, W. M., "Secondary Flows in Pipes of Square Cross-Section and the Measurement of the Second Normal Stress Difference," *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, Vol. 1, pp. 107-123, 1976.
 33. Bara, B. M., Experimental Investigation of Developing and Fully Developed Flow in a Curved Duct of Square Cross Section, PhD Thesis, University of Alberta, 1991.
 34. Shah, R. K., and London, A. L., *Advanced in Heat Transfer*, Academic Press, New York, 1978.
 35. Bird, R. B., Stewart, W. E., and Lightfoot, E. N., *Transport Phenomena*, Second Edition, John Wiley and Sons, New York, 2007