بررسی عددی پارامترهای فیزیولوژیک دستگاه گردش خون با شبیه‌سازی یک‌بعدی

مهدی مولائی*، محمد سعید سعیدی** و بهار فیروزآبادی**

دانشکدهٔ مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف

(دریافت مقاله: ۱۳۸۹/۱/۲۱- دریافت نسخه نهایی: ۱۳۹۰/۳/۳۱)

چکیده – به علت نقش اساسي دستگاه گردش خون در بدن و گسترش روزافزون بيماريهاي مربوط به آن در كار حاضر سعي شده است تا با استفاده از شبيه‌سازي عددي يك‌بعدي، سيستم سرخرگهاي اصلي دستگاه گردش خون مدل شود. براي اولين بار در شبيه‌سازي يك‌بعدي از روش حجم محدود براي گسسته‌سازي معادلات ناويراستوكس كه با معادله حالت كوپل شده استفاده شده است. در گسترش شرايط مرزي خروجي از مدلي موسوم به درختچه شرياني ساختار يافته بهره گرفته شده است و مدل يك‌بعدي با مدل متمركز (لامپ) كوپل شده است. نتايج اين حل، با ساير حلهاي يك‌بعدي به روش مشخصه‌ها اعتبارسنجي شده و نشان داده شده كه استفاده از روش حجم محدود نيز مي‌تواند مشخصات جريان خون در سرخرگها را به خوبي نشان دهد. همچنين پروفيلهاي فشار و دبي در رگهاي اصلي بدن در حالت عادي به دست آمده و نشان داده شده است كه با دور شدن از قلب پروفيل فشار تيزتر مي‌شود كه با نتايج فيزيولوژيك همخواني دارد. همچنين نشان داده شده كه با افزايش ضريب الاستيك رگها در بيماري تصلب شريان، فشار سيستولي افزايش و همراه با آن فشار دياستولي كاهش مي‌يابد. در نهايت با توجه به نتايج به دست آمده اين نتيجه به دست مي‌آيد كه روش حجم محدود كارايي لازم براي شبيه‌سازي عددي يك‌بعدي دستگاه گردش خون را دارد.

واژگان کلیدی : **دستگاه گردش خون، مدلسازي يك‌بعدي، روش حجم محدود، موج فشار، جريان خون**

Numerical Analysis of Physiological Parameters of the Cardiovascular System Using One Dimensional Simulation

M. Molaei, M. S. Saidi and B. Firoozabadi

Department of Mechanical Engineering - Sharif University of Technology

Abstract: ***Owning to important role of the cardiovascular system in the human body and increase of cardiovascular diseases day by day, in this study we try to simulate a system of arteries by using one dimensional numerical modeling. For the first time in the one dimensional simulation, we use the finite volume method for discretization of Navier-Stocks equations coupled with the***

* – دانشجوی دکترا ** – استاد

state equation. In order to develop the outflow boundary condition, we use a kind of lumped model called arteriole structure tree. Results of this study are verified by results of another one dimensional modeling, i.e., the characteristic method, showing that finite volume method is able to demonstrate characteristics of blood flow in arteries. Normal pressure and flow profiles in main systemic arteries are determined, and it is found that the pressure profile becomes steeper with distance from the heart, which is in agreement with physiological patterns. Furthermore, we show that when elasticity of arteries is increased in arterioscleroses disease, systolic pressure increases, yet diastolic pressure decreases. Finally, according to available results it is clear that the finite volume method is useful to simulate the cardiovascular system numerically and one dimensionally..

Keywords: ***Cardiovascular system, one dimensional modeling, finite volume, pressure wave, blood flow.***

فهرست علائم

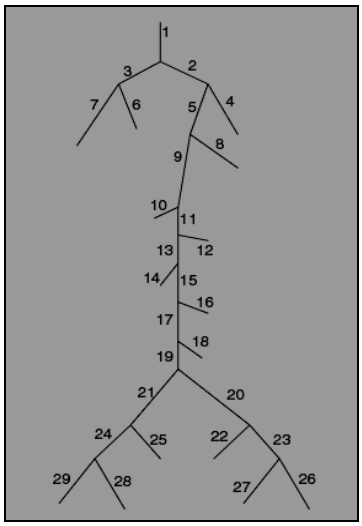
A	سطح مقطع رگ (m^2)	$\hat{Q}$	دبی در حوزه فرکانس ($m^3/3$)
A_0	سطح مقطع اولیه رگ (m^2)	r_0	شعاع اولیه رگ (m)
C	تراکم پذیری (m^3s^2/kg)	t	زمان (s)
d_1	شماره شاخه دختر اول	U	سرعت متوسط (m/s)
d_2	شماره شاخه دختر دوم	$\hat{U}$	سرعت در حوزه فرکانس(m/s)
E	مدول الاستیسته (Pa)	x	فاصله از قلب(m)
F	ترم افت اصطکاک (m/s^2)	Z	امپدانس($Kg.s/m^4$)
h	ضخامت دیواره رگ (m)	γ	ضریب عدم تقارن
i	عدد مختلط	η	ضریب نسبت سطح
K_R	ضریب افت اصطکاک	μ	ویسکوزیته دینامیکی (Pa.s)
L	طول رگ(m)	ν	ویسکوزیته سینماتیکی (m^2/s)
P	فشار (Pa)	ρ	چگالی (Kg/s^3)
$\hat{P}$	فشار در حوزه فرکانس (Pa)	ψ	جمله نشتی
Q	دبی ($m^3/3$)	ω	عدد ومرسلی

۱- مقدمه

توسعه مدل یک‌بعدی دستگاه گردش خون با توجه به اینکه می‌تواند شاخص‌بسیار مفیدی‌را برای شناخت بیماریهای دستگاه گردش خون معرفی کند و نیز می‌تواند به عنوان شرایط مرزی مدلسازیهای سه‌بعدی قرار بگیرد توجه محققان زیادی را به خود جلب کرده است و زمینه‌ای را فراهم کرده‌است تا در سالهای اخیر تحقیقات بسیار ارزشمندی در این شاخه برای بهبود این نوع مدلسازیها انجام گیرد.

یکی از مدلهای ارزشمند یک‌بعدی چرخه گردش خون مربوط به تحقیقی است که ازاوا[1] انجام داده است. او یک مدل عددی کامل برای سیستم گردش خون پایه‌ریزی کرد که بتواند با آن اثر بیماریهای مختلف را در در دینامیک جریان خون تشخیص دهد. افت انرژی در دوشاخگیها، خاصیت ویسکوالاستیک رگها، پارامترهای متمرکز مویرگها وسیاهرگها و گردش خون ریوی از جمله پارامترهایی بودند که ازاوا در مدلش وارد کرد و به این ترتیب توانست شکل پیچیده موج فشاری را به صورت عددی تولید کند[۱].

الافسن[2] نیز مدل یک‌بعدی کاملی را در داخل شبکه سرخرگی گسترش داد. موضوع جدیدی که الافسن در شبیه‌سازی خود انجام داد بهبود شرایط مرزی خروجی درخت



شکل ۱- هندسه درخت شریانهای سیستمیک [۹].

شریانی بود. او برای این کار از درختچه‌ای ساختار یافته از رگهای کوچک استفاده کرد و امپدانس معادل شرط مرزی خروجی را از طریق حل ومرسلی در سرخرگهای این درختچه به دست آورد[۲ و ۳]. فرماگیا[۳] و همکارانش از مدلسازی یک‌بعدی برای مدلسازی هندسه‌های مختلف مانند استنتها و اندامهای مصنوعی استفاده کرده و نیز به مسئله پایداری حل عددی یک‌بعدی نیز پرداختند[۴-۶]. شروین[۴] نیز با گسترش یک مدل یک‌بعدی به بررسی مسئله انعکاس موج فشار از دوشاخگیها و انتخاب پارامترهای متمرکز مناسب شرط مرزی خروجی پرداخت و مدل خود را با شبکه‌ای مصنوعی از دستگاه گردش تطبیق دادند[۷ و ۸].

با وجود تحقیقات ذکر شده، مدل توسعه یافته یک‌بعدی همچنان نیاز به برخی از اصلاحات دارد که این کار در سالهای اخیر توسط محققان مختلفی صورت گرفت. کریم آذر و پسکین برای بهبود نتایج شبیه‌سازی یک‌بعدی پیشنهاد دادند از پروفیل‌سرعت ومرسلی به جای پروفیلهای سهموی استفاده شود[۹]. میرز و کاپر برای اولین بار بر روی جریان داخل رگها که به صورت لوله مخروطی نمایی در نظر گرفته شده بود مطالعه و جریان در این نوع شریان‌را با جریان در شریان مخروطی خطی مقایسه کردند[۱۰]. بسمس و همکارانش نیز در مطالعه‌ای که انجام دادند اثر خاصیت ویسکوالاستیک دیواره شریانها را در نظر گرفتند[۱۱].

در سال ۲۰۰۹ لیانگ و همکارانش شبکه‌ای تشکیل دادند که در آن رگهای سیستمیک اصلی به صورت یک‌بعدی و بقیه قسمتهای دستگاه گردش خون که شامل سیاهرگها، چرخه ششی و قلب نیز می‌شود به صورت مدل متمرکز در نظر گرفته شده بودند. تشکیل این مدل این امکان را فراهم کرد که بیماریهای نقاط مختلف دستگاه گردش خون (نه فقط رگهای سیستمیک) مانند دریچه‌های قلب نیز در کارهای آینده مدل شوند [۱۲].

در این مطالعه با در نظر گرفتن هندسه‌ای یک‌بعدی از سرخرگهای سیستمیک بدن، با حل عددی معادلات پیوستگی، مومنتم و معادله حالت که بیانگر رابطه بین فشار داخلی رگ و سطح مقطع آن است، برای اولین بار به روش حجم محدود و با توسعه شرایط مرزی مناسب، پروفیلهای فشار و دبی در رگهای اصلی بدن به دست آمده‌اند. به این ترتیب مدلی عددی توسعه یافته که می‌تواند برای پیش‌بینی جریان خون و تغییرات آن تحت اثر تغییرات ایجاد شده در سیستمو مشخصات رگها استفاده شود.

هندسه در نظر گرفته شده در این مدل شامل ۲۹ سرخرگ‌اصلی سیستمیک دستگاه گردش خون است که در راستای محورشان مخروطی می‌شوند و دیواره الاستیکی دارند که با تغییرات فشار داخلی شعاع آنها نیز تغییر می‌کند. این رگها مطابق شکل (۱) به صورت شاخه‌های یک درخت به یکدیگر متصل شده‌اند. در انتهای هر رگ، رگها به دوشاخه دیگر تقسیم می‌شوند که شاخه‌های دختر رگ اصلی‌اند. تنها رگهای انتهایی این درخت شریانی شاخه دختری ندارند. انتهای این رگها در حقیقت شرایط مرزی خروجی مدل محسوب می‌شود. برای تامین شرط مرزی خروجی از یک مدل متمرکز[۵] پیشنهاد شده توسط الافسن استفاده شده است[۲، ۳].

۲- معادلات حاکم

معادلات یک‌بعدی پاره‌ای شامل معادلات ناویر-استوکس

همراه با معادله حالتی که رابطه بین سطح مقطع داخلی رگ‌و فشار داخلی را مشخص می‌کند بوده و برای مدل کردن جریان داخل رگها از آنها استفاده شده است. در مدل‌کردن این جریان از انحنای رگها صرف نظر شده و تمامی رگهای اصلی به صورت یک لوله مخروطی مستقیم در نظر گرفته شده‌اند. دیواره رگها به صورت الاستیک خطی عمل می‌کند و سطح مقطع هر قسمت از رگ از طرفی به فشار داخلی و شعاع اولیه رگ و از طرف دیگر به مدول الاستیسته و ضخامت دیواره رگ بستگی دارد. جریان خون در رگها آرام و خون یک سیال تراکم ناپذیر و نیوتونی در نظر گرفته شده است. به این ترتیب معادلات مومنتم و پیوستگی در داخل رگها به صورت معادلات (۱) و (۲) به دست می‌آیند[۲].

$$\frac{\partial A}{\partial t}+\frac{\partial (AU)}{\partial x}+\psi=0 \qquad (۱)$$

$$\frac{\partial U}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x}(\alpha\frac{U^2}{2}+\frac{P}{\rho})+F=0 \qquad (۲)$$

در این معادلات P، U و A به ترتیب فشار و سرعت متوسط خون و سطح مقطع رگ‌اند. ψ بیانگر مقدار نشتی خون از دیواره رگهاست که در این مدلسازی با توجه به نفوذ ناپذیر بودن دیواره رگها صفر در نظر گرفته می‌شود. همچنین F نیروی اصطکاکی است که با توجه به آرام بودن جریان در بیشتر رگها برابر با $F=K_R\frac{U}{A_0}$ است که $K_R=8\pi$ ضریب اصطکاک است α نیز ضریب تصحیح مومنتم بوده که برابر ۴/۳ در نظر گرفته شده است.

برای مشخص شدن کامل جریان در داخل رگها علاوه بر معادلات پیوستگی و مومنتم به معادله سومی نیاز است تا رابطه بین سطح مقطع داخلی رگ و فشار مشخص شود. روابط متنوعی برای این منظور توسط محققان پیشنهاد شده است که از آن جمله می‌توان به مدلهای الاستیک، مدل اد-هوک[۶] و مدلهای ویسکوالاستیک اشاره کرد[۲]. در حالت واقعی دیواره رگ رفتاری ویسکوالاستیک از خود نشان می‌دهد، بدین معنی که بین زمان اعمال فشار به دیواره رگ تا زمانی که اثر آن در سطح مقطع مشاهده شود تاخیر وجود دارد[۱۳ و ۱۴]. اما با توجه به مطالعات تاردی و همکارانش در محدوده فشار و جریان فیزیولوژیکی داخل رگها اثر ویسکوالاستیک دیواره رگها کوچک است [۱۵]. لذا از معادله زیر برای به دست آوردن رابطه فشار و سطح مقطع استفاده می‌شود [۱۶].

$$P(r_0,A)=\frac{4}{3}\frac{Eh}{r_0}(1-\sqrt{\frac{A_0}{A}}) \qquad (۳)$$

در این معادله E مدول الاستیسته و h ضخامت دیواره رگها و r_0 و A_0 شعاع و سطح مقطع داخلی رگها در حالت نرمال‌اند، برای مشخص شدن رابطه فوق باید مقدار ضخامت، شعاع داخلی و مدول الاستیسیته رگ مشخص باشد. استرگیوپولوس و همکارانش [۱۷] نشان دادند که می‌توان مابین شعاع، ضخامت، و مدول یانگ دیواره رگها تابعی را برونیابی کرد. این رابطه به صورت معادله (۴) است.

$$\frac{Eh}{r_0}=K_1\exp(K_2 r_0)+K_3 \qquad (۴)$$

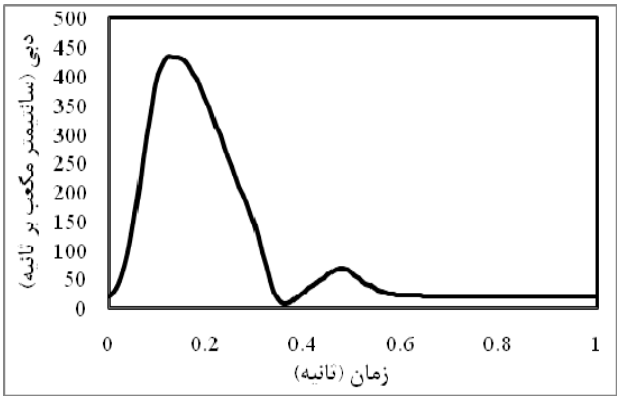
در معادله فوق $K_1=2.0\times10^6\,pa$، $K_2=-2253m^{-1}$ و $K_3=8.65\times10^4\,pa$ است [۲].

حل معادلات بالا همراه با شرایط مرزی مناسب این امکان را فراهم می‌کند که پروفیلهای جریان و فشار خون در هر نقطه از رگ به دست آیند.

۳- شرایط مرزی

در مدل مطرح شده در کار حاضر دبی خروجی قلب (دبی ورودی به آئورت) به عنوان شرط مرزی ورودی در نظر گرفته می‌شود. شکل (۲) پروفیل دبی ورودی در نظر گرفته شده را نشان می‌دهد. شرط مرزی دیگر مدل یک‌بعدی شرط دوشاخگی است. برای کامل کردن سیستم معادلات در دوشاخگی به سه معادله نیاز است. یکی از معادلات معادله پیوستگی است. با در نظر گرفتن این نکته که در دوشاخگی نشتی خون اتفاق نمی‌افتد. دبی خروجی از شاخه مادر باید با مجموعه دبی ورودی به شاخه‌های دختر برابر باشد. به این ترتیب معادله پیوستگی به صورت معادله (۵) در می‌آید.

$$Q_p=Q_{d1}+Q_{d2} \qquad (۵)$$



شکل ۲- پروفیل دبی ورودی به رگ آئورت به عنوان شرط مرزی ورودی [۳].

حال اگر فرض شود که فشار در دوشاخگی ثابت می‌ماند دو معادله دیگر برای دوشاخگی مطابق معادلات (۶) به دست می‌آید.

$$P_p = P_{d1} = P_{d2} \qquad (۶)$$

در تعیین این معادلات به عنوان شرط مرزی دوشاخگی چندین فرض صورت گرفته است. اول اینکه از افت فشار به علت تغییر هندسه جریان صرف‌نظر شده است. دوم اینکه در درخت شریانی، مجموع سطح مقطع در دوشاخگی افزایش می‌یابد در نتیجه سرعت در شاخه‌های دختر کمتر از سرعت در شاخه مادر است و این بدین معنی است که اگر از افت اصطکاکی صرف نظر شود، فشار کل باید در دوشاخگی ثابت بماند و با توجه به کاهش سرعت، فشار می‌بایست در ابتدای شاخه‌های دختر بیشتر از فشار در انتهای شاخه مادر باشد. به این ترتیب اصطکاک، جدایی و گردابه‌های احتمالی تشکیل شده در دوشاخگی باعث افت فشار و افزایش سطح مقطع باعث افزایش فشار می‌شود که این دو پدیده محققان را مجاب می‌کند که از معادلات فشار پیوسته در دوشاخگی استفاده کنند [۹].

شرط مرزی دیگر شرط مرزی خروجی است. در مدلسازی جریانهای داخلی معمول بر این است که اگر در شرط مرزی ورودی سرعت مشخص شود شرط مرزی خروجی از نوع فشار باشد. اما در مدلسازی جریان خون، فشار انتهای درختچه شریانی به نوعی به دبی عبوری از هر رگ بستگی دارد. بدین ترتیب رابطه بین فشار و دبی خروجی از رگهای انتهایی تعیین کننده شرط مرزی خروجی است. در مطالعه حاضر این کار با استفاده از مشابهت بین جریان داخل رگ با جریان الکتریسته انجام گرفته است. بدین ترتیب که فشار و دبی داخل رگ معادل با ولتاژ و جریان در یک مدار الکتریکی است و رابطه بین فشار و دبی از طریق تعریف امپدانس معادل انتهای رگ مشخص می‌شود. در صورتی که این امپدانس در حوزه زمانی تعریف شود از انتگرال پیچشی، معادله (۷) و در صورتی که در حوزه فرکانس باشد از ضرب معمولی برای ارتباط بین فشار و دبی استفاده می‌شود، معادله (۸).

$$P(t) = \int_0^T Q(t-\tau)z(\tau)d\tau \qquad (۷)$$

$$\bar{P}(\omega) = \bar{Q}(\omega)Z(\omega) \qquad (۸)$$

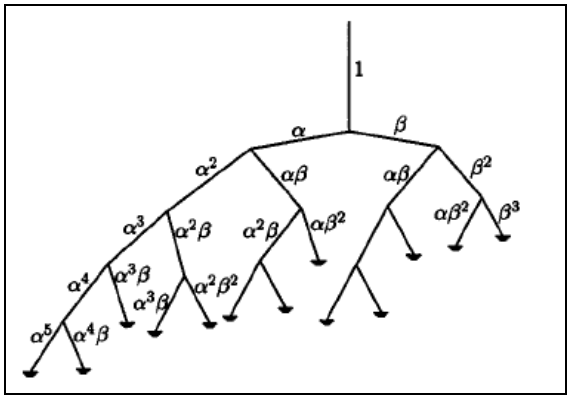
آخرین گامی که برای تعیین شرط مرزی خروجی باید برداشته شود تعیین امپدانس معادل انتهای رگهاست که معادل شبکه‌ای از سرخرگچه‌ها و مویرگهاست.

برای تعیین امپدانس خروجی روشهای متفاوتی وجود دارد که از معروفترین آنها مدل متمرکز ویندکسل است. اما در سال ۱۹۹۸ الافسن ساختار جدیدی را برای محاسبه بار انتهای رگهای اصلی که بیانگر مقاومت سرخرگهای کوچک و مویرگهاست، پیشنهاد داد [۲]. او برای این کار درختچه‌ای از سرخرگهای کوچک را مطابق شکل (۳) تشکیل داد و با استفاده از حل ومرسلی در داخل سرخرگهای این درختچه، امپدانس معادلی را برای آن به دست آورد [۲].

در سال ۲۰۰۶ کریم آذر از حل ساده جریان پویزلی برای به دست آوردن امپدانس معادل این درختچه شریانی استفاده کرد [۹ و ۱۸]. در این روش با اندکی تغییر در رابطه مومنتم (۲) می‌توان با فرض اینکه در رگهای کوچک جریان پوازیل[۷] است، جمله اصطکاک را همانند کاری که برای رگهای بزرگ انجام داده شد از معادله (۶) به دست آورد. به این ترتیب معادله (۲) به صورت زیر در می‌آید.

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial x} = -K_R U \qquad (۹)$$

که در این رابطه $K_R = 8\pi\nu / A_0$ است. با تبدیل فوریه گرفتن



شکل ۳- ساختار درختچه شریانهای کوچک[۲].

از این معادله به همراه معادله پیوستگی دو رابطه زیر به دست خواهند آمد.

$$i\omega C\hat{P} + A_0 \frac{d\hat{U}}{dx} = 0 \qquad (۱۰)$$

$$(i\omega\rho + K_R)\hat{U} + \frac{d\hat{P}}{dx} = 0 \qquad (۱۱)$$

معادلات (۱۰) و (۱۱) تشکیل دو معادله خطی عادی را می‌دهند که حل آنها بسیار ساده‌تر از معادلات ومرسلی است. در معادله بالا $C = \partial A / \partial P$ مقدار تراکم پذیری است. با انجام یک‌سری عملیات ریاضی بسیار ساده از حل معادلات بالا، معادلات زیر حاصل خواهند شد.

در معادله بالا $\lambda = \sqrt{i\omega C(i\omega\rho + K_R)/A_0}$ است. با تقسیم کردن طرفین این معادله، معادله دیگری برای امپدانس ابتدای رگ به دست می‌آید. لازم به ذکر است با توجه به آرام بودن جریان در رگهای کوچک امپدانس به دست آمده از این روش و روش ومرسلی تفاوتی با یکدیگر ندارند [۹].

$$Z(\omega,0) = \frac{\frac{\lambda}{i C\omega}\sinh(\lambda L) + \cosh(\lambda L) Z(\omega, L)}{\cosh(\lambda L) + \frac{i C\omega}{\lambda}\sinh(\lambda L) Z(\omega, L)} \qquad (۱۴)$$

برای حالتی که فرکانس صفر باشد مانند این است که جریان غیر نوسانی است و مقدار امپدانس تنها در بردارنده ترم مقاومت که همان جمله لزجت است خواهد بود که این مقدار از معادله (۱۵) تعیین می‌شود [۱۹].

$$Z(0,0) = \frac{8\mu L}{r_0^4} + Z(l,0) \qquad (۱۵)$$

برای رگهای کوچک شرط مرزی ورودی به صورت معادله پیوستگی در نظر گرفته می‌شود. برای جریان در دوشاخگی می‌توان در نظر گرفت که مقدار دبی انتهای رگ مادر برابر با مجموع دبی دو رگ دختر است.

$$\hat{Q}_p(L) = \hat{Q}_{d1}(0) + \hat{Q}_{d2}(0) \qquad (۱۶)$$

حال اگر فرض شود که در دوشاخگی می‌توان از اتلافات فشار به خاطر تغییر هندسه و عوامل غیر خطی دیگر صرف‌نظر کرد می‌توان فشار در انتهای رگ مادر را برابر با فشار در ابتدای رگهای دختر در نظر گرفت.

$$\hat{P}_p(L) = \hat{P}_{d1}(0) = \hat{P}_{d2}(0) \qquad (۱۷)$$

$$\hat{Q}(0,\omega) = \cosh(\lambda L)\hat{Q}(L,\omega) + \frac{i\omega C}{\lambda}\sinh(\lambda L)\hat{P}(L,\omega) \qquad (۱۲)$$

$$\hat{P}(0,\omega) = \frac{\lambda}{i\omega C}\sinh(\lambda L)\hat{Q}(L,\omega) + \cosh(\lambda L)\hat{P}(L,\omega) \qquad (۱۳)$$

حال اگر طرفین معادلات (۱۶) و (۱۷) بر هم تقسیم شوند معادله زیر برای امپدانس دوشاخگی به دست می‌آید.

$$\frac{1}{Z_p(L,\omega)} = \frac{1}{Z_{d1}(0,\omega)} + \frac{1}{Z_{d2}(0,\omega)} \qquad (۱۸)$$

شرط مرزی خروجی برای درختچه شریانهای کوچک نیز به صورت فشار ثابت در نظر گرفته می‌شود. در صورتی که لازم باشد مقدار مقاومت ناشی از بستر مویرگی وارد مسئله شود، مقدار مقاومت مشخصه به عنوان شرط مرزی خروجی در نظر گرفته می‌شود.

$$Z(L,\omega) = R_{capillary} \qquad (۱۹)$$

با اطلاعات و روابط فوق می‌توان امپدانس ابتدای درختچه شریانی را بر حسب پارامترهای مشخصه به صورت کامل به دست آورد.

برای محاسبه فشار خروجی از روی امپدانس و جریان خروجی ابتدا با استفاده از تبدیل فوریه، دبی از حوزه زمان به حوزه فرکانس برده می‌شود. حاصل‌ضرب امپدانس و دبی در حوزه فرکانس، فشار را در این حوزه نتیجه می‌دهد. حال با استفاده از تبدیل فوریه معکوس فشار به دست آمده از حوزه

فرکانس به حوزه زمان انتقال می‌یابد.

$$\hat{Q}(\omega) = F\{(t)\} \quad (۲۰)$$

$$\hat{P}(\omega) = \hat{Q}(\omega)Z(\omega) \quad (۲۱)$$

$$P(t) = F^{-1}\{\hat{P}(\omega)\} \quad (۲۲)$$

۴- حل عددی

در بسیاری از مدلسازیهای یک‌بعدی جریان خون در سیستم رگهای اصلی بدن از روش مشخصه‌ها بهره گرفته شده است. در این روش، برای حل عددی، معادلات باید در راستای مسیر مشخصه فرموله شوند تا معادلات پاره‌ای به معادلات دیفرانسیل عادی تبدیل شوند این روش به علت مزیتهایی که دارد سالها مورد توجه کارهای عددی بوده است. با این وجود تمام معادلات را نمی‌توان با این روش حل کرد. از مزیتهای استفاده از این روش در شبکه سرخرگی قابلیت کوپل کردن این روش با مدل متمرکز یا لامپ ویندکسل[۸] است که معمولا به عنوان شرط مرزی خروجی استفاده می‌شود. همچنین از مزیتهایی که این روش دارد مطابقت روش مشخصه‌ها با فیزیک جریان در داخل رگهای تغییر شکل پذیر است طوری که سرعت پخش موج فشاری پارامتری است که در استخراج معادله مشخصه نیز استفاده می‌شود. با این وجود از ایرادهای این روش آن است که نمی‌توان برخی از جمله‌ها را به معادلات حاکم اضافه کرد. به عنوان مثال از آنجایی که جمله نشتی در معادله پیوستگی باید از نتایج تجربی به دست آید نمی‌تواند هر مقداری را اتخاذ کند. الافسن [۲ و ۳] برای آنکه بتواند معادلات را به صورت مشخصه درآورد جمله نشتی را برابر صفر گرفته است. اما در هر صورت محققان با استفاده از روش مشخصه‌ها توانستند به نتایجی دست پیدا کنند که با نتایج تجربی مطابقت خوبی دارند.

در این مطالعه برای اولین بار از روش حجم محدود برای حل معادلات پیوستگی و مومنتم استفاده شده است. به این ترتیب اولا کارایی این روش برای استفاده در شبکه رگها ارزیابی می‌شود. ثانیا این روش این امکان را فراهم می‌سازد که مدل یک‌بعدی با مدلهای سه بعدی که با روشهای حجم محدود حل می‌شوند راحت‌تر کوپل شود. مزیت دیگر این روش آن‌است که می‌توان جمله‌های معادلات پیوستگی و مومنتم، مانند جمله اتلاف اصطکاکی و یا جمله نشتی را بر اساس اطلاعات فیزیولوژیکی بدون هیچ محدودیتی اعمال کرد.

در روش حجم محدود به کار گرفته شده برای مدلسازی حاضر، گسسته‌سازی معادلات به صورت صریح صورت گرفته شده است و الگوریتم به کار گرفته شده برای جملات جابه‌جایی روش کونیک[۹] است. روش سیمپلر[۱۰] برای کوپلینگ معادله مومنتم و پیوستگی استفاده شده است. در شبیه‌سازی یک‌بعدی از آنجایی که نحوه شبکه‌بندی مطرح نیست، تنها عامل اصلی تأثیرگذار بر نتایج، اندازه گامهای شبکه‌بندی است. بررسیهای صورت گرفته نشان می‌دهد که در مدلسازیهای یک‌بعدی انتشار موج در شبکه گردش خون با گام زمانی معین، اگر شبکه از مقداری ریزتر باشد حل عددی ناپایدار می‌شود و در صورتی که شبکه‌بندی به اندازه کافی کوچک نباشد حل عددی به جوابهای صحیح منتهی نمی‌شود. بنابرین بر اساس تحلیل پایداری مسئله و نیز مطالعه استقلال جوابها از اندازه شبکه محاسباتی گام زمانی ۰/۰۰۱ ثانیه و اندازه شبکه‌ها یک سانتیمتر انتخاب شده است. لازم به ذکر است معادلات مطرح شده در بخش (۲) برای هر رگ به صورت جداگانه حل شده و از تحلیل امپدانس برای تقسیم دبی بین رگها و تعیین فشار در دوشاخگیها استفاده شده است. به علت وجود جریان پالسی داخل رگها نمی‌توان از معیار همگرایی متداول در جریانهای پایا (مقایسه مقدار تغییرات بین دو گام زمانی) بهره گرفت. در این مطالعه مقدار تغییرات بین دو چرخه کاری قلب به عنوان معیار همگرایی انتخاب شده و بیشترین مقدار باقیمانده‌ها برابر با ۰/۰۰۰۱ انتخاب شده است.

۵- نتایج شبیه‌سازی

برای صحت‌سنجی نتایج شبیه‌سازی، نتایج کار حاضر با نتایج به دست آمده از شبیه‌سازی کریم آذر [۹] مقایسه می‌شود. ساختاری که به عنوان درخت شریانهای اصلی در نظر گرفته

جدول ۱- مشخصات رگهای درخت شریانی نمایش داده شده در شکل (۱)[۹]

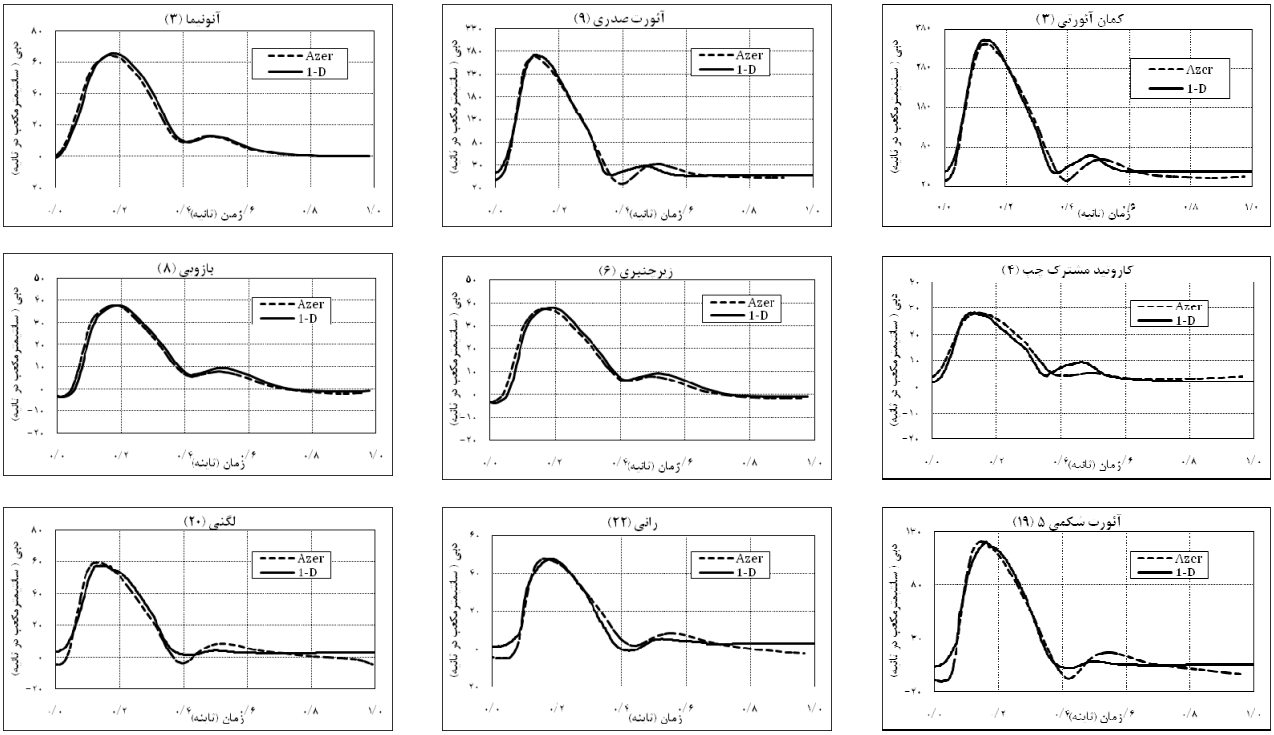
شماره رگ	اسم رگ	شعاع (سانتیمتر)	طول (سانتیمتر)	شعاع کمینه (سانتیمتر)
۱	آئورت صعودی	۱/۱۹۵	۷	–
۲	آنونیما	۰/۷	۳/۵	–
۳	کمان آئورتی۱	۱/۱۲۵	۱/۸	–
۴	کاروتید مشترک چپ	۰/۲۸۵	۱۹	۰/۰۳
۵	کمان آئورتی۲	۱/۱	۱	–
۶	زیرچنبری	۰/۳۶	۴۳	۰/۰۱
۷	کاروتید مشترک راست	۰/۲۸۵	۱۷	۰/۰۲
۸	بازویی	۰/۳۶	۴۳	۰/۰۱
۹	آئورت صدری	۰/۹۷	۱۸	–
۱۰	مهره شکمی	۰/۳	۳	۰/۰۲
۱۱	آئورت شکمی ۱	۰/۸۴	۲	–
۱۲	روده‌ای بالایی	۰/۳۳	۵	۰/۰۲
۱۳	آئورت شکمی ۲	۰/۸۱۵	۲	–
۱۴	کلیوی۱	۰/۲۶۵	۳	۰/۰۲
۱۵	آئورت شکمی ۳	۰/۹۷۵	۱	–
۱۶	کلیوی۲	۰/۲۶۵	۳	۰/۰۲
۱۷	آئورت شکمی ۴	۰/۷۶	۶	–
۱۸	روده‌ای پایینی	۰/۲۹	۴	۰/۰۱
۱۹	آئورت شکمی ۵	۰/۷۱۵	۳	–
۲۰	لگنی خارجی چپ	۰/۴۴	۶/۵	–
۲۱	لگنی خارجی راست	۰/۴۴	۶/۵	–
۲۲	رانی چپ	۰/۴۱۵	۱۳	–
۲۳	لگنی داخلی چپ	۰/۲	۴/۵	۰/۰۱
۲۴	رانی راست	۰/۴۱۵	۱۳	–
۲۵	لگنی داخلی راست	۰/۲	۴/۵	۰/۰۱
۲۶	رانی چپ عمیق	۰/۲	۱۱	۰/۰۱
۲۷	رانی چپ	۰/۳۵	۴۴	۰/۰۱
۲۸	رانی راست عمیق	۰/۲	۱۱	۰/۰۱
۲۹	رانی راست	۰/۳۵	۴۴	۰/۰۱

شده است در شکل (۱) نشان داده شده است و اطلاعات مربوط به رگهای این ساختار در جدول (۱) مشخص شده است [۹].

برای مشخص شدن کامل هندسه مدل علاوه بر اطلاعات این جدول به پارامترهای درختچه شریانهای کوچک نیز احتیاج است. اولین پارامتر، نمای ζ در رابطه‌ای نمایی است که نشان می‌دهد چگونه شعاع در یک دوشاخگی تغییر می‌کند.

$$r_p^{\zeta} = r_{d1}^{\zeta} + r_{d2}^{\zeta} \qquad (۲۳)$$

در معادله فوق p نشانگر شاخه مادر و نشانه‌های d بیانگر شاخه‌های دختر هستند. عبارت ζ با توجه به نوع جریان و شکل دوشاخگی متفاوت است. برای جریان آرام در لوله



شکل ۴- نمودار دبی عبوری از چند رگ اصلی بدن. نتایج به دست آمده با کار حاضر با نتایج کریم آذر [۹] مطابقت خوبی نشان می‌دهند.

استوانه‌ای $\zeta = 3$ است. برای جریان مغشوش نیز این مقدار $\zeta = 2.33$ است [۳]. پارامتر دیگر ضریب عدم تقارن $\gamma = r_{d2}^2 / r_{d1}^2$ است. هر چه این ضریب به یک نزدیکتر باشد درختچه متقارنتر و هرچه به صفر نزدیک باشد درختچه نامتقارنتر می‌شود. در مدل حاضر ضریب عدم تقارن برابر با ۰/۴ در نظر گرفته می‌شود[۲]. با داشتن این دو پارامتر می‌توان شعاع شاخه‌های دختر را از روی شعاع شاخه‌های مادر با معادلات (۲۴) و (۲۵) به دست آورد که در این معادلات

$$\alpha = \left(1+\gamma^{\frac{\xi}{2}}\right)^{\frac{-2}{\xi}} \quad \text{و} \quad \beta = \alpha\sqrt{\gamma} \quad \text{است.}$$

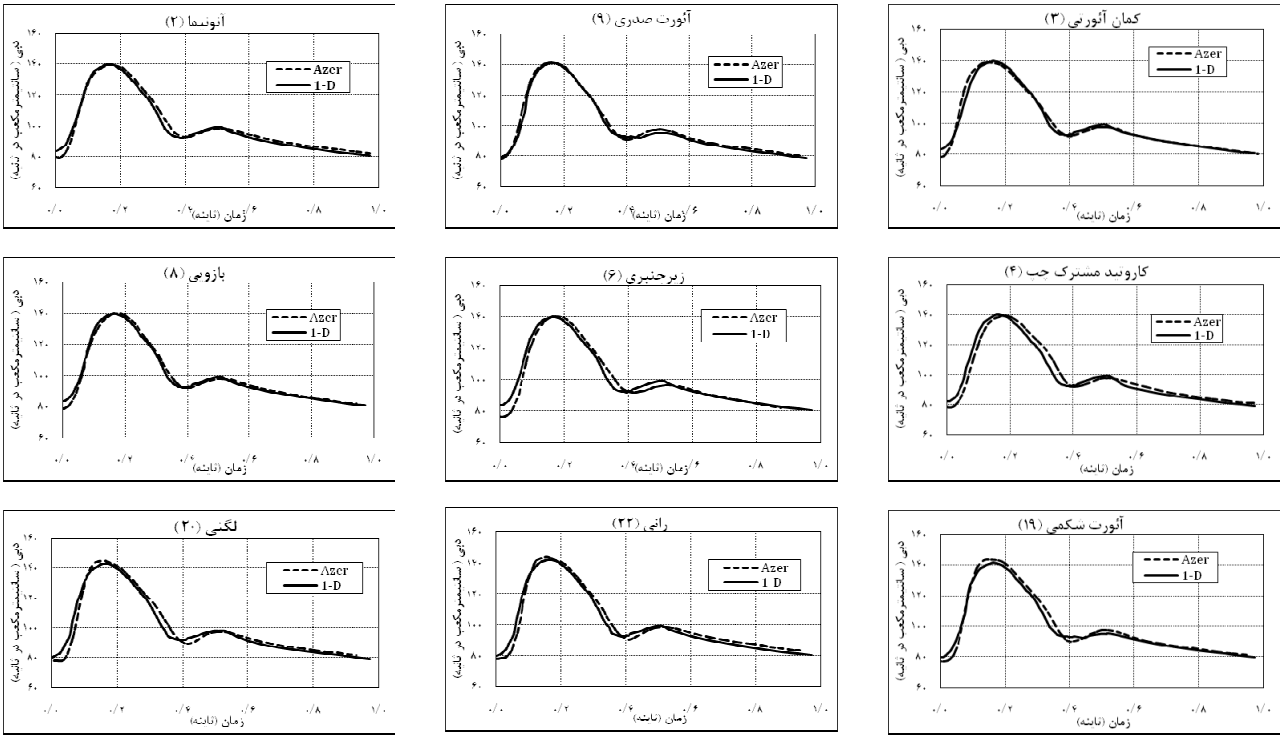
$$r_{d1} = \alpha r_p \qquad (۲۴)$$

$$r_{d2} = \beta r_p \qquad (۲۵)$$

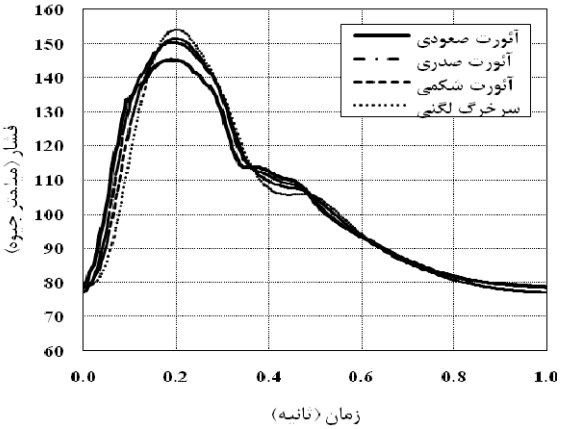
برای مشخص شدن طول هر رگ در درختچه شریانهای کوچک، پارامتری تعریف می‌شود که نسبت طول به شعاع هر رگ را مشخص می‌کند. مقدار این پارامتر با توجه به مشخصات آماری به دست آمده است که در مدل حاضر $\ell / r = 50$ در نظر گرفته شده است [۲]. در درختچه ساختار یافته شریانهای کوچک، شاخصی که تعیین می‌کند که دوشاخه شدنها تا کجا ادامه پیدا کنند شعاع کمینه رگ (R_{min}) است که در جدول (۱) مشخص شده است. این شعاع نشان می‌دهد که شاخه‌هایی که شعاع آنها از این مقدار کمتر شده‌اند دیگر به دو شاخه جدید تقسیم نمی‌شوند. این شاخص با توجه به مقاومت انتهایی هر رگ تعیین می‌شود.

اولین نتایج شبیه‌سازی در نمودار (۴) آمده است. این نمودار دبی عبوری از چند رگ اصلی بدن را نشان می‌دهد و نتایج شبیه‌سازی حاضر را با نتایج کار کریم آذر و پسکین [۹] مقایسه می‌کند. در نمودار (۵) فشار در این رگها مشاهده می‌شود. همان‌طور که مشخص است نتایج به دست آمده تا حد خوبی با جوابهای کریم آذر مطابقت می‌کند که نشان می‌دهد روش به کار گرفته شده در این تحقیق برای شبیه‌سازی جریان خون داخل سرخرگها مناسب است.

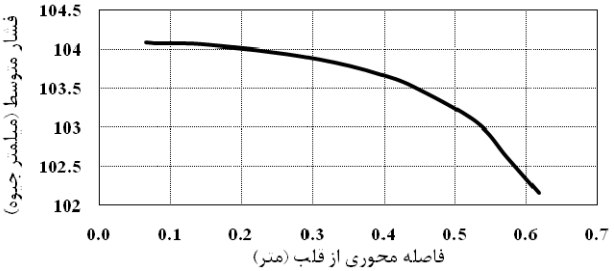
با توجه به نمودارها و مباحث مطرح شده می‌توان به این نتیجه رسید که با مدل یک‌بعدی در دست، یک آزمایشگاه



شکل ۵- نمودار دبی عبوری از چند رگ اصلی بدن. نتایج به دست آمده با کار حاضر با نتایج کریم آذر [۹] مطابقت خوبی نشان می‌دهند.



شکل ۶- تیزتر شدن شکل پروفیل فشار با دور شدن از قلب.



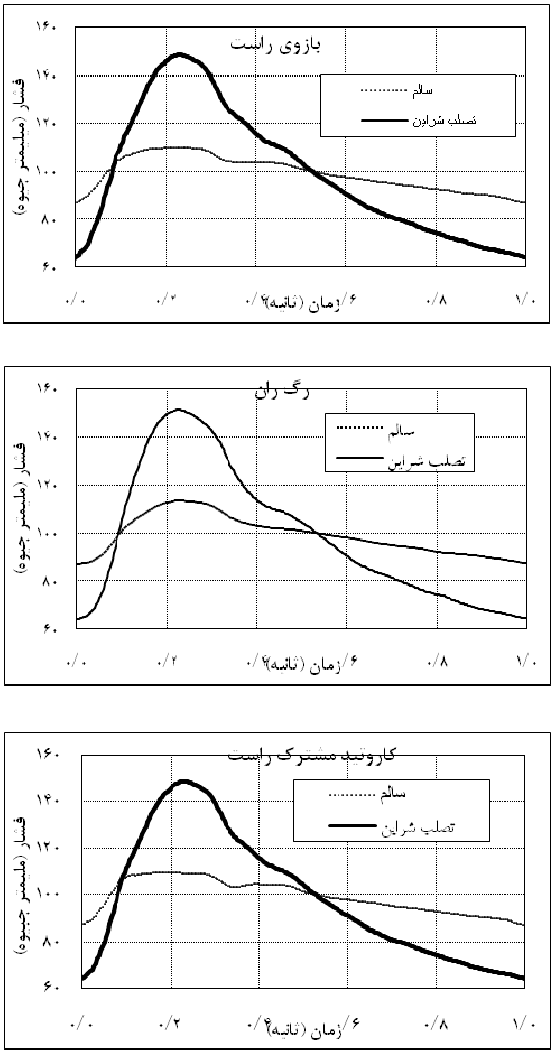
شکل ۷- کاهش فشار متوسط با دور شدن از قلب

عددی در اختیار است که می‌توان برخی از موارد مربوط به فیزیولوژی دستگاه گردش خون را با استفاده از این آزمایشگاه عددی بررسی کرد.

در مطالعات فیزیولوژیکی مشخص شده است که پروفیل موج فشار با دور شدن از قلب در رگ آئورت تیزتر می‌شود. شکل (۶) پروفیل فشار را در چند نقطه نشان می‌دهد. همان‌طور که از این نمودار نیز مشخص است پروفیل فشار با دور شدن از قلب تیزتر می‌شود که با شاخصه‌های فیزیولوژیکی مطابقت دارد. همچنین با توجه به افت اصطکاک و افزایش سرعت در رگهای مخروطی در طول لوله، فشار متوسط باید با دور شدن از قلب کاهش پیدا کند.

فشار متوسط خون را در مسیر رگهایی که خون را به سمت دست راست می‌رسانند نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود فشار متوسط با دور شدن از قلب افت پیدا کرده است.

از مشخصه‌های فیزیولوژیکی دیگری که در مدل حاضر



شکل ۸- پروفیل فشار در چند رگ در حالت نرمال و زمانی که ضریب شلی یک‌چهارم حالت نرمال است.

مطالعه شده اثر بیماری‌تصلب شراین بر جریان خون است. در بیماری تصلب شراین دیواره سرخرگچه‌ها از حد طبیعی صلبتر می‌شود و انبساط‌پذیری رگها کاهش پیدا می‌کند. در اینجا برای بررسی اثر این بیماری بر شکل پروفیل فشار، ضریب شلی سرخرگچه‌ها تا ¼ حالت نرمال کاهش داده می‌شود و پروفیل فشار در این حالت با حالت نرمال مقایسه می‌شود. همان‌طور که از شکل (۸) مشخص است با کاهش ضریب شلی فشار سیستولی افزایش و فشار دیاستولی کاهش قابل ملاحظه‌ای می‌کند.

۶- نتیجه‌گیری

با توجه به مطالب ارائه شده در این مقاله و نتایج نشان‌داده شده مشاهده شد که با استفاده از مدل یک‌بعدی امکان این موضوع فراهم شد تا در سیستم شریانهای سیستمیک بدن نحوه انتشار موج فشار و جریان به دست آید. استفاده از روش حجم محدود برای شبیه‌سازی جریان خون در این پروژه برای اولین بار صورت گرفت، در حالی که در تمام مدلسازیهای عددی صورت گرفته از روش‌مشخصه‌ها و اجزای محدود برای مدلسازی دستگاه گردش بهره گرفته می‌شد. به این ترتیب مشخص شد که این روش نیز می‌تواند به اندازه روش مشخصه‌ها در این گونه مسائل کاربرد داشته باشد.

با توجه به پالسی بودن جریان در داخل رگهای سیستمیک اصلی بدن و بالا بودن عدد ومرسلی در آنها، سهموی گرفتن پروفیل سرعت به نظر دقیق نمی‌رسد. با این وجود انتخاب پروفیل سرعت تنها در عبارتهای جابه‌جایی و اصطکاک تأثیر می‌گذارد که اثر این عبارتها چندان مهم نیستند. بیماری تصلب شراین معمولا با افزایش فشار خون همراه است. در این تحقیق به صورت عددی نشان داده شد که چگونه افزایش مدول الاستیسته رگها باعث افزایش فشار خون می‌شود. همچنین مشخص شد که با دور شدن از قلب پروفیل فشار در حالت نرمال تیزتر می‌شود. ولی به علت افتهای اصطکاکی متوسط فشار در طول رگها کاهش پیدا می‌کند هرچند مقدار این افت چندان زیاد نیست.

واژه نامه

1. Ozawa
2. Olufsen
3. Formaggia
4. Sherwin
5. lumped
6. Ad-hok models
7. Poiseuille flow
8. Windkessel
9. Quick
10. Simpler

مراجع

1. Ozawa, E.T., "A Numerical Model of the Cardiovascular System for Clinical Assessment of Hemodynamic State," Ph.D. Thesis, Massachusetts Institute of Technology, 1996.
2. Olufsen, S. M., Charles, S.P., Kim, W., Erik M. P., Nadim, A., and Larsen, J., "Numerical Simulation and Experimental Validation of Blood Flow in Arteries with Structured-Tree Outflow Conditions," *Annals of Biomedical Engineering,* Vol. 28, pp. 1281–1299, 2000
3. Olufsen, S.M. "Modeling the Arterial System with Reference to an Anesthesia Simulator," Ph.D thesis, Universitas Roskildensis, 1998.
4. Formaggia, L., and Venziani, A., "Geometrical Multiscale Models for the Cardiovascular System," ABMart.cls (pp.1{48) Warsaw, 2004.
5. Formaggia, L., Lamponi, D., and Quartermoni, A., "One-Dimensional Models for Blood Flow in Arteries" *Journal of Engineering Mathematics,* Vol. 47: pp. 251–276, 2003.
6. Formaggia, L., Gerbeau, J.F., Nobile, F., and Quarteroni, A., "On the Coupling of 3D and 1D Navier-Stokes Equation for Flow Problems in Compliant Vessels," *Computational Method Applied Mechanical Engineering*. Vol. 191, pp. 561-582, 2001.
7. Koen, S., Matthys, Alastruey, J., Peiro, J., Ashraf, W.K., Segers, P., Pascal, R.V., Kim, H.P., and Sherwin, S.J., "Pulse Wave Propagation in a Model Human Arterial Network: Assessment of 1-D Numerical Simulations Against in Vitro Measurements," *Journal of Biomechanics,* Vol. 40, pp. 3476–3486, 2007.
8. Sherwin, S.J., Frank, V., Peiro, J., and Parker, K., "One-Dimensional Modeling of a Vascular Network in Space-Time Variables," *Journal of Engineering Mathematics,* Vol. 47, pp. 217–250, 2003.
9. Azer, K., and Charles, S.P., "A One-Dimensional Model of Blood Flow in Arteries with Friction and Convection Based on the Womersley Velocity Profile," *Cardiovascular Eng,* Vol. 7, pp. 51–73. DOI 10.1007/s10558-007-9031-y, 2007.
10. Myers, L.J., and Capper, W.L., "Exponential Taper in Arteries: an Exact Solution of its Effect on Blood Flow Velocity Waveforms and Impedance," *Medical Engineering & Physics,* Vol. 26, pp. 147–155, 2004.
11. Bessems, D., Christina, G., Giannopapa, Marcel, C.M. Rutten, and Frans, N., van de Vosse. "Experimental Validation of a Time-Domain-Based Wave Propagation Model of Blood Flow in Viscoelastic Vessels," *Journal of Biomechanics,* Vol. 41, pp. 284–291, 2008.
12. Liang, Shu, T., Ryutaro, H., and Hao, L., "Multi-Scale Modeling of the Human Cardiovascular System with Applications to Aortic Valvular and Arterial Stenoses," *Medical Biology Engineering Computation,* Vol. 47, pp. 743–755, 2009.
13. Caro, C., Pedley, T., Schroter, R., and Seed, W. *The Mechanics of the Circulation*, Oxford University Press, Oxford, U.K, 1978.
14. Rockwell, R., Anliker, M., and Eisner, J., "Model Studies of the Pressure and Flow Pulses in a Viscoelastic Arterial Conduit," *Franklin Inst*., Vol. 297, pp. 405-427, 1974.
15. Tardy, Y., Meiseter, J., Perret, R., Brunner, H., and Arditi, M., "Non-Invasive Estimate of the Mechanical Properties of Peripheral Arteries from Ultrasonic and Photoplethysmographic Measurements," *Clinical Physics and Physiological Measurement.*, Vol. 12, pp. 39-54, 1991.
16. Ottessen, T.J., Olufsen S.M., and Hesper, K.L., "Applied Mathematical in Human Physiology," SIAM, ISBN 0-89871-539-3, 2004.
17. Stergiopulos, N., Young, D., and Rogge, T., "Computer Simulation of Arterial Flow with Applications to Arterial and Aortic Stenosis," *Journal of Biomechanics*, Vol. 25, pp. 1477–1488, 1992.
18. Azer, K. "A One-Dimensional Model of Blood Flow in Arteries with Friction and Convection Based on the Womersley Velocity Profile," Ph.D. Thesis, New York University, 2006.
19. Waite., *Biofluid Mechanics in Cardiovascular Systems*, 1st Edn., McGraw-Hills, New York, p. 201, 2006