

شبیه‌سازی عددی جریانهای کاویتاسیونی آشفته با استفاده از روش تراکم‌پذیری مصنوعی پیش‌شرط شده

حسین نوروزی*، مهرداد بزاز زاده** و فریدون ثابت‌قدم**

دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی مالک اشتر

دانشکده مهندسی مکانیک و هوافضا، دانشگاه آزاد اسلامی واحد علوم و تحقیقات

(دریافت مقاله: ۱۳۸۸/۶/۲۱ - دریافت نسخه نهایی: ۱۳۸۹/۱۰/۲۰)

چکیده -

$Re = \frac{\rho U \infty x}{\mu}$

NACA0012

/

$Re = x$

NACA0009

[]

واژگان کلیدی :

Numerical Simulation of Cavitating Turbulent Flows Using Preconditioned Artificial compressibility Method

H. Nouroozi, M. Bazzaz zadeh and F. Sabetghadam

Faculty of Mechanics & Aerospace Engineering , Malek-e-Ashtar University of Technology.
Department of Mechanics & Aerospace Engineering, Science and Research Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran

Abstract: In this paper, numerical simulation of cavitating flow over hydrofoils is presented by the aid of Preconditioned Artificial compressibility Method for solving the multi-phase N-S equations. Dominant equations include conservation of mass, momentum and a liquid phase volume fraction transfer equation. Equation of volume fraction transfer is obtained on the basis of homogeneous equilibrium flow concept in modeling of multi-phase flows. Mass transfer between phases is simulated by the Merkle model. To accelerate the convergence rate, the discrete equations are preconditioned. Third order Roe-based flux difference splitting and second order central differencing method respectively is utilized for convection and viscous term discretization. Effects of turbulence are simulated in terms of an eddy viscosity coefficient added to molecular coefficient of viscosity via Spalart-Allmaras model. To demonstrate the capabilities of the scheme, several single and two-phase test case problems are computed and the results are compared with experimental and numerical data. Computed results present the appropriate accuracy of algorithm. Results of single phase flow over NACA0012 hydrofoil at renolds number, $2.8e6$ & $0, 6$ angle of attack, are compared with experimental data. The capability of code for simulation of cavitating flows at various cavitation numbers and angle of attacks are presented via simulation of two phase flow over non-truncated & truncated modified NACA0009 hydrofoil at renolds number, $2.0 e6$ & $0, 2.5$ angle of attack & $\sigma = 1.0, 0.9, 0.8, 0.75, 0.6, 0.5, 0.4, 0.3$. Then results are compared with experimental and numerical data. The results are in good agreement with the available data and other published computations..

Keywords: Preconditioning, Cavitation, Merkle, Spalart-Allmaras.

بردارهای شار لزج در راستاهای ξ و η	E_v, F_v	درایه‌های سه قطر اصلی ماتریس ضرایب پنج قطری بلوکی دستگاه معادلات.	X, Y, Z
بردارهای شار جابه‌جایی اصلاح شده روش رو در راستای ξ .	$\tilde{E}_{i \pm \frac{1}{2}}$	درایه‌های دو قطرکناری ماتریس ضرایب پنج قطری بلوکی دستگاه معادلات.	V, W
اندیسهای شمارنده مکانی.	i, j	ماتریسهای ژاکوبین شارهای جابه‌جایی در راستاهای ξ و η .	$\hat{A}, \hat{B}$
ژاکوبین تبدیل دستگاه مختصات.	J	ماتریسهای ژاکوبین مثبت و منفی شارهای جابه‌جایی در راستاهای ξ و η .	$A^{\pm}, B^{\pm}$
طول هیدروفویل در جهت عمود بر کاغذ	ℓ	طول کورد هیدروفویل.	c
طول مشخصه هندسه تحلیل شده	L	سرعت صوت مصنوعی در راستاهای ξ و η .	c_{ξ}, c_{η}
اندیسهای شمارنده زمان مصنوعی و فیزیکی..	m, n	ضریب پسا.	C_D
نرخ انتقال جرم از مایع به بخار و از بخار به مایع	$\dot{m}_v, \dot{m}_l$	ضریب برآ.	C_L
ماتریس نواری پنج قطری با داریه‌های ماتریسی 5×5	$\mathcal{S}$	ضرایب ثابت جمله چشمه در مدل کاویتاسیونی.	C_{dest}, C_{prod}
فشار	p	ضرایب ثابت مدل آشفستگی اسپالارت-آلماراس.	c_{b1}, c_{b2}, c_{w1}
فشار جریان آزاد	p_{∞}	بردارهای شار جابه‌جایی در راستاهای ξ و η	E, F
بردار مجهولات شامل متغیرهای اولیه	Q		
بردار باقیمانده در همگرایی به حالت پایا	R		
عدد رینولدز	Re		
نرخ تانسور کرنش در فرضیه بوزینسک.	S_{ij}		

$\tilde{S}$	نرخ تانسور کرنش اصلاح شده در مدل آشفته‌گی اسپالارت-آلماراس.
t	زمان
u	بردار سرعت میدان جریان سیال.
$\tilde{u}$	بردار سرعت میانی میدان جریان سیال در روش پیش‌بینی
U_∞	سرعت جریان آزاد و سرعت مشخصه برای بی‌بعدسازی.
U, V	مؤلفه‌های ناوردای سرعت در راستاهای ξ و η
u, v, w	مؤلفه‌های سرعت کارترین در راستاهای x, y و z .
x, y, z	مؤلفه‌های مکانی در دستگاه مختصات کارترین
X, X^{-1}	بردارهای ویژه ژاکوبین شار جابه‌جایی
علائم یونانی	
β	پارامتر ثابت تراکم‌پذیری مصنوعی
$\Delta\xi, \Delta\eta$	نمو مکانی شبکه در راستاهای ξ و η .
$\phi_{i+1/2}$	شار استهلاکی
α_l, α_v	کسر حجمی مایع، کسر حجمی بخار.
Λ	ماتریس مقادیر ویژه ژاکوبین شار جابه‌جایی.
τ	زمان مصنوعی.
τ_{ij}	تانسور تنش
μ_l, μ_t, μ_m	لزجت دینامیکی جریان آرام، جریان آشسته و مخلوط سیال.
ν	لزجت سینماتیکی مولکولی
$\tilde{\nu}$	متغیر لزجت گردابه‌ای
ρ_l, ρ_v, ρ_m	چگالی مایع، بخار و مخلوط.
$\rho_m \overline{u'_i u'_j}$	تنش رینولدز برای جریان آشسته
ξ, η	مؤلفه‌های مکانی در دستگاه مختصات عمومی
	منحنی الخط
ξ_x, η_x	متریکیهای مکانی شبکه در راستای x .
ξ_y, η_y	متریکیهای مکانی شبکه در راستای y .
σ	تانسور تنش کلی
Γ, Γ^{-1}	ماتریس پیش‌شرط سازی و ماتریس معکوس آن.
$\partial_\tau, \partial_\xi, \partial_\eta$	مشتق پاره‌ای نسبت به زمان مصنوعی، ξ و η .

۱- مقدمه

کاویتاسیون به علت شتاب گرفتن سیال روی بدنه جسم، و افت فشار آن به زیر فشار بخار، در نواحی خاصی از جریان، اتفاق می‌افتد. در این نواحی، آب به بخار تبدیل می‌شود و حفره‌های محتوی بخار آب تشکیل می‌شوند. به علت ورود جت‌های آب به درون این حفره‌ها، احتمال متلاشی شدن آنها وجود دارد، و جریان حالت نادرث پیدا می‌کند. بنابراین یک پدیدهٔ تناوبی تقریباً نامنظم از تشکیل و رشد حباب رخ می‌دهد که با پر شدن حفره‌ها از بخار آب ادامه می‌یابد، و در نهایت با از بین رفتن حباب پایان می‌پذیرد. کاویتاسیون ممکن است به صورت جزیی روی بدنه جسم ایجاد شود و یا اینکه در مقایسه با ابعاد جسم، بسیار بزرگ شود، که در این صورت، به آن سوپرکاویتاسیون گفته می‌شود. حبابهای سوپرکاویتاسیون،

نیروی مقاوم ناشی از لزجت را روی بدنه جسم به مقدار قابل توجهی کاهش می‌دهند، و لذا رسیدن به سرعت‌های بالا را در زیر آب امکان‌پذیر می‌سازند [۱]. به علاوه، طبیعت نادرث کاویتاسیون نیز باعث ایجاد نیروهای هیدرودینامیکی نادرث، سر و صدا، خوردگی سازه‌ای و مسائل ارتعاشی می‌شود. بنابراین لازم است پیش‌بینی دقیقی از مقدار و رفتار جریانهای کاویتاسیونی روی سطح اجسام داشته باشیم.

به منظور پیش‌بینی توزیع فشار و رفتار زمان‌مند جریان سیال پس از گسترش مجموعه حبابهای کاویتاسیون، مدلهایی برای بیان نسبتاً دقیق رفتار جریان سیال شامل کاویتاسیون ارائه شده است. وظیفهٔ مدلهای کاویتاسیون، پیش‌بینی آغاز شکل‌گیری و مدلسازی رشد حبابها، تکه‌تکه شدن احتمالی مجموعهٔ حبابها و در نهایت ترکیدن آنها در اثر ورود به ناحیهٔ پر فشار است. به طور

کلی دو دسته مختلف از روشهای مدلسازی کاویتاسیون وجود دارد که اصطلاحاً به روشهای تعقیب مرز مشترک^۱ و مدل جریان همگن^۲ مشهور هستند. دسته دوم روشها خود به دو گروه تقسیم می شوند. برای محاسبه میدان چگالی در گروه اول، از معادله حالت و در گروه دوم از یک معادله انتقال استفاده می شود.

در این تحقیق، به منظور شبیه سازی عددی جریان کاویتاسیونی حول هیدروفویل، الگوریتمی برای حل ضمنی معادلات چندفازی ناور- استوکس تراکم ناپذیر در حالت دو بعدی در دستگاه مختصات عمومی منحنی الخط با استفاده از روش پیش شرط سازی ارائه شده و در یک کد رایانه ای پیاده سازی شده است. این الگوریتم می تواند برای حل مسائل دائم و نادرث مورد استفاده قرار گیرد. برای مدلسازی کاویتاسیون از مدل های مبتنی بر ایده جریان همگن تعادلی در مدل سازی جریانهای چندفازی، استفاده شده است. برای بیان جملات انتقال جرم بین فاز مایع و بخار، از مدل های بر مبنای فشار استفاده شده است.

معادلات حاکم، شامل معادلات پیوستگی و مومنت مخلوط و همچنین معادله انتقال کسر حجمی فاز مایع اند. معادله انتقال کسر حجمی بر اساس فرض جریان همگن تعادلی در مدل سازی جریانهای چند فازی استخراج شده است. انتقال جرم بین فازها با استفاده از مدل ارائه شده توسط مرکل، شبیه سازی و برای افزایش کارایی حل از تکنیک پیش شرط سازی استفاده شده است. در این تحقیق برای گسسته سازی جملات شار جابه جایی، بر خلاف اغلب پیاده سازیهای قبلی روش تراکم پذیری مصنوعی که در آنها از روش تفاضل مرکزی استفاده شده، روش تفاضل بالادست مرتبه سوم بر مبنای تفاضل شار، مورد استفاده قرار گرفته است. لزجت مصنوعی اضافه شده توسط این روش، منطبق بر فیزیک مسئله و بی نیاز از تعیین پارامتر لزجت مصنوعی در روند حل عددی است. همچنین گسسته سازی جملات لزج از روش تفاضل مرکزی مرتبه دوم و گسسته سازی جملات زمان مصنوعی از رابطه اوایلر پس رو مرتبه اول انجام گرفته است. سیستم جبری معادلات با یک رویه خط به خط تخفیفی حل می شود. اثرات آشفتگی با استفاده از

یک ضریب لزجت گردابه ای که به ضریب لزجت مولکولی افزوده می شود، شبیه سازی شده اند. این ضریب لزجت گردابه ای با استفاده از مدل یک معادله ای اسپالارت-آلماراس^۳ محاسبه می شود.

به منظور صحت سنجی نتایج خروجی برنامه، ابتدا حل جریان تک فازی حول هیدروفویل NACA0012 در زوایای حمله مختلف انجام و نتایج با اطلاعات در دسترس مقایسه شده است. در ادامه، توانایی برنامه در شبیه سازی جریانهای کاویتاسیونی حول هیدروفویل اصلاح شده NACA0009 در اعداد کاویتاسیونی و زوایای حمله مختلف نشان داده می شود و با نتایج آزمایشگاهی و عددی در دسترس مقایسه خواهد شد. نتایج از دقت قابل قبولی برخوردارند.

۲- تاریخچه مختصری از مدل سازیهای عددی انجام شده بر روی جریانهای کاویتاسیونی با استفاده از حل معادلات N-S [۲]

در این قسمت به طور فهرست وار به معرفی برخی از مدل سازیهای عددی سالهای اخیر که بر مبنای حل معادلات ناور- استوکس و به منظور شبیه سازی پدیده کاویتاسیون انجام گرفته است، می پردازیم.

کابوتا و همکارانش در سال ۱۹۹۲ با استفاده از مدل استخراج شده بر اساس معادله ریلی- پلست و به کارگیری الگوریتم عددی نشان گذار و سلول^۴ برای حل معادلات سه بعدی ناور- استوکس بدون در نظر گرفتن اثرات آشفتگی، کاویتاسیون ابری را روی یک هیدروفویل در عدد رینولدز 3×10^5 مدل سازی کردند. در این تحقیق، ناحیه حباب به صورت یک ناحیه تراکم پذیر با چگالی متغیر مدل سازی شده است و ناپداریهای عددی در نسیتهای چگالی بالا گزارش شده است.

چن و هیسر در سال ۱۹۹۴ با استفاده از روش تعقیب مرز مشترک و به کارگیری الگوریتم عددی نشان گذار و سلول برای حل معادلات دو بعدی ناور- استوکس بدون در نظر گرفتن

اثرات آشفته‌گی، کاویتاسیون لایه‌ای را روی یک جسم متقارن محوری در عدد رینولدز $10^5 \times 1/36$ مدل‌سازی کردند.

دشپاند و همکارانش در سال ۱۹۹۷ با استفاده از روش تعقیب مرز مشترک و به‌کارگیری الگوریتم عددی تراکم‌پذیری مصنوعی برای حل معادلات دو بعدی ناویر-استوکس بدون در نظر گرفتن اثرات آشفته‌گی، کاویتاسیون لایه‌ای را برای سیالهای سرمازا مدل‌سازی کردند.

سینگال و همکارانش در سال ۱۹۹۷ با استفاده از معادله انتقال کسر جرمی بخار با جملات چشمه مبتنی بر فشار که توسط خود او ارائه شده بود، و به‌کارگیری الگوریتم عددی مبتنی بر فشار سیمپل برای حل معادلات دو بعدی ناویر-استوکس و ستفاده از مدل آشفته‌گی $k-\epsilon$ ، کاویتاسیون لایه‌ای را روی چند هیدروفویل در عدد رینولدز $10^6 \times 2$ مدل‌سازی کردند.

مرکل و همکارانش در سال ۱۹۹۸ با استفاده از معادله انتقال کسر جرمی بخار با جملات چشمه مبتنی بر فشار و به‌کارگیری الگوریتم عددی تراکم‌پذیری مصنوعی برای حل معادلات دو بعدی ناویر-استوکس و استفاده از یک مدل آشفته‌گی دو معادله‌ای، کاویتاسیون لایه‌ای را روی چند هیدروفویل مدل‌سازی کردند.

کانز و همکارانش در سال‌های ۱۹۹۹ و ۲۰۰۰ با استفاده از معادله انتقال کسر حجمی با جملات چشمه مبتنی بر فشار، معادله پیوستگی ناپایستار و استراتژی پیش‌شرط سازی که همگی توسط خود او ارائه شده بود و به‌کارگیری الگوریتم عددی تراکم‌پذیری مصنوعی برای حل معادلات سه بعدی ناویر-استوکس به همراه مدل آشفته‌گی $k-\epsilon$ ، کاویتاسیون لایه‌ای، ابری و ابرکاویتاسیون را روی اجسام متقارن محوری و نیز روی دماغه یک پرتابه مدل‌سازی کردند.

آهوجا و همکارانش در سال ۲۰۰۰ با استفاده از معادله انتقال کسر جرمی بخار با جملات چشمه مبتنی بر فشار، استراتژی پیش‌شرط سازی و استفاده از شبکه بی‌سازمان انطباقی و به‌کارگیری الگوریتم عددی تراکم‌پذیری مصنوعی برای حل معادلات سه بعدی ناویر-استوکس به همراه مدل آشفته‌گی $k-\epsilon$ ، کاویتاسیون لایه‌ای را بر روی اجسام متقارن محوری و چندین

هیدروفویل در اعداد رینولدز $10^5 \times 1/36$ و $10^6 \times 2$ مدل‌سازی کردند. ادوارد و همکارانش در سال ۲۰۰۰ با محاسبه توزیع دما و استفاده از معادله حالت سانچز برای تعیین تغییرات چگالی و به‌کارگیری الگوریتم عددی تراکم‌پذیری مصنوعی برای حل معادلات سه بعدی ناویر-استوکس به همراه مدل آشفته‌گی اسپالارت-آلماراس، کاویتاسیون لایه‌ای را روی اجسام متقارن محوری در عدد رینولدز $10^5 \times 1/36$ مدل‌سازی کردند.

ونتیکاس و همکارانش در سال ۲۰۰۰ با محاسبه توزیع دما و استفاده از جداول آب-بخار برای تعیین تغییرات چگالی و به‌کارگیری الگوریتم عددی مبتنی بر فشار برای حل معادلات دو بعدی ناویر-استوکس بدون در نظر گرفتن اثرات آشفته‌گی، کاویتاسیون را بر روی چند هیدروفویل مدل‌سازی کردند.

ونکاتسواران و همکارانش در سال ۲۰۰۱ با استفاده از معادله انتقال کسر جرمی بخار با جملات چشمه مبتنی بر فشار و استراتژی پیش‌شرط سازی (ارائه شده توسط کانز و آهوجا) و به‌کارگیری الگوریتم عددی تراکم‌پذیری مصنوعی برای حل معادلات سه بعدی ناویر-استوکس به همراه مدل آشفته‌گی $k-\epsilon$ ، کاویتاسیون لایه‌ای را روی اجسام متقارن محوری در عدد رینولدز $10^5 \times 1/36$ مدل‌سازی کردند.

سنوسک و همکارانش در سال ۲۰۰۱ با استفاده از معادله انتقال کسر حجمی با جملات چشمه مبتنی بر دینامیک سطح مشترک حباب که توسط خود او ارائه شده بود و به‌کارگیری الگوریتم عددی مبتنی بر فشار برای حل معادلات سه بعدی ناویر-استوکس به همراه نسخه‌های متفاوت از مدل آشفته‌گی $k-\epsilon$ ، کاویتاسیون لایه‌ای را روی اجسام متقارن محوری مختلف مدل‌سازی کردند.

ریبود و کوتیر در سال ۲۰۰۳ با استفاده از یک رابطه باروتروپیک برای تعیین تغییرات چگالی، کاویتاسیون ابری را درون یک شیپوره همگرا-واگرا با انجام ویرایشهایی روی مدل آشفته‌گی به کار گرفته شده، مدل‌سازی کردند.

۳- نظریه روش و معادلات حاکم

در جریانهای کاویتاسیونی، گرادینهای شدید چگالی و

$$\frac{1}{\rho_m \beta^2} \frac{\partial p}{\partial \tau} + \frac{\partial u_j}{\partial x_j} = \left(\frac{1}{\rho_l} - \frac{1}{\rho_v} \right) (\dot{m}_v + \dot{m}_l)$$

$$\frac{\partial \rho_m u_i}{\partial t} + \frac{\partial \rho_m u_i}{\partial \tau} + \frac{\partial \rho_m u_i u_j}{\partial x_j} = - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} + \rho_m g_i$$

$$\frac{\partial \alpha_l}{\partial t} + \frac{\partial \alpha_l}{\partial \tau} + \frac{\alpha_l}{\rho_m \beta^2} \frac{\partial P}{\partial \tau} + \frac{\partial \alpha_l u_j}{\partial x_j} = \frac{1}{\rho_l} (\dot{m}_v + \dot{m}_l) \quad (1)$$

$$\tau_{ij} = 2\mu_m S_{ij} - \rho_m \overline{u'_i u'_j} = 2\mu_m S_{ij} + 2\mu_t S_{ij}$$

$$= \left[(\mu_m + \mu_t) \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right]$$

این معادلات، شامل معادلات ناویر-استوکس متوسط زمانی^۶ و یک معادله انتقال برای محاسبه کسر حجمی فاز مایع است. معادله پیوستگی مخلوط از ترکیب معادلات پیوستگی (انتقال) فازهای بخار و مایع به دست می آید که با استفاده از شگرد پیش شرط سازی، جمله مشتق زمانی چگالی به آن اضافه و سپس با ایده مطرح شده در روش تراکم پذیری مصنوعی به صورت تابعی از فشار جایگزین می شود. در این رابطه ρ_l و ρ_v ، چگالی فاز مایع و بخار، p فشار، u_i مؤلفه های سرعت، τ زمان مجازی، t زمان فیزیکی، β^2 ضریب تراکم پذیری مصنوعی، β سرعت صوت مصنوعی، μ_m و μ_t به ترتیب، ضریب لزجت جریان آرام و جریان آشسته و بالاخره α_l کسر حجمی مایع است. $\dot{m}_l$ و $\dot{m}_v$ نیز نرخ انتقال جرم از فاز بخار به مایع و از مایع به بخار هستند که تنها در مرز بین دو فاز، مقدار غیرصفر دارند. در این معادله μ_m و ρ_m ضریب لزجت دینامیکی و چگالی مخلوط اند که از معادلات زیر محاسبه می شوند:

$$\rho_m = \alpha_l + \alpha_v \rho_v = \alpha_l \Delta \rho_l + \rho_v ; \quad \Delta \rho_l = 1 - \rho_v$$

$$\mu_m = \alpha_l + \alpha_v \mu_v = \alpha_l \Delta \mu_l + \mu_v ; \quad \Delta \mu_l = 1 - \mu_v \quad (2)$$

سپس این معادلات با استفاده از کمیتهای جریان آزاد و مقیاس طول مشخصه، بی بعد می شوند. پس از بی بعد سازی، معادلات به شکل بقایی و برداری نوشته می شوند. در نهایت، انتقال معادلات از فضای فیزیکی به فضای محاسباتی توسط تبدیلات انتقال صورت می گیرد. شکل برداری معادلات دو بعدی ناویر-استوکس چندفازی حالت دائم، بی بعد سازی شده در مختصات عمومی منحنی الخط به صورت زیر استخراج می شوند:

$$\Gamma \partial_\tau \hat{Q} + \partial_\xi (\hat{E} - \hat{E}_v) + \partial_\eta (\hat{F} - \hat{F}_v) = \hat{S}. \quad (3)$$

لزجت در سطوح مشترک بین سیالهای تقریباً تراکم ناپذیر به وجود می آید. پیش بینی دقیق جریان سیالی که شامل این گونه سطوح مشترک اند، مسائل عددی بسیار پیچیده ای ایجاد می کند و منجر به ایجاد مسائل سخت^۵ می شوند. برای تشخیص سطح مشترک بین دو فاز از دو دسته فرمولبندی متفاوت از معادلات حاکم بر جریان سیال استفاده می شود.

(۱) دسته اول، مدل چند سیالی (مدل اوپلر) است. در مدل چند سیالی، مجموعه ای از معادلات بقا، شامل معادلات مومنتم و پیوستگی، برای هر کدام از فازها در نظر گرفته می شوند. اثرات متقابل فازهای مختلف در سطح مشترک آنها به عنوان جملات چشمه و چاه به معادلات بقا اضافه می شوند.

(۲) دسته دوم، مدل سیال مخلوط (یکنواخت) است. در مدل سیال مخلوط، معادله مومنتم برای کل مخلوط و برای هر کدام از فازها نیز به صورت جداگانه یک معادله پیوستگی - در شکل کسر حجمی یا کسر جرمی - نوشته می شود. یکی از معادلات پیوستگی فازها می تواند با معادله پیوستگی کل مخلوط جایگزین شود. [۳] به منظور در نظر گرفتن انتقال جرم بین فازهای مختلف، عباراتی به عنوان جملات چشمه و چاه به معادلات پیوستگی مایع و مخلوط اضافه می شوند. این روش، از آنجا که فرض می شود در سطح مشترک دو فاز، تعادل گرمایی، دینامیکی و پیوستگی سرعت جریان وجود دارد به نام روش "جریان تعادلی همگن" شناخته می شود [۴].

به منظور پیش بینی نسبتاً دقیق رفتار جریانهای کاویتاسیونی، یک درک فیزیکی از فرایند تشکیل و انهدام حبابهای محتوی بخار، مورد نیاز است تا بتوان نرخ انتقال جرم از آب به بخار و از بخار به آب را مدل کرد. مدل پیشنهاد شده توسط مرکل و همکارانش نرخهای انتقال جرم از آب به بخار و بالعکس را متناسب با کسر حجمی دو سیال و اختلاف بین فشار محلی و فشار بخار سیال قرار می دهد. [۴]

شکل تانسوری معادلات توصیف کننده جریان کاویتاسیونی شامل فاز مایع و بخار با استفاده از فرمولبندی مدل سیال مخلوط، در مختصات کارتزین به صورت زیر نوشته می شود.

در این معادله بردارهای $\hat{Q}$ ، $\hat{E}$ ، $\hat{F}$ ، $\hat{E}_v$ ، $\hat{F}_v$ و $\hat{S}$ عبارت‌اند از:

$$\begin{aligned}\hat{Q} &= \frac{1}{J} [p, u, v, \alpha_1]^T, \\ \hat{E} &= [U, \rho_m u U + p \xi_x, \rho_m v U + p \xi_y, \alpha_1 U]^T, \\ \hat{F} &= [V, \rho_m u V + p \eta_x, \rho_m v V + p \eta_y, \alpha_1 V, \alpha_g V]^T, \\ U &= \xi_x u + \xi_y v, \quad V = \eta_x u + \eta_y v, \\ \hat{E}_v &= \frac{J(\mu_m + \mu_t)}{Re} [0, (2\xi_x^2 + \xi_y^2)u_\xi \\ &\quad + (2\xi_x \eta_x + \xi_y \eta_y)u_\eta + \xi_x \xi_y v_\xi + \xi_y \eta_x v_\eta, \\ &\quad (\xi_x^2 + 2\xi_y^2)v_\xi + (\xi_x \eta_x + 2\xi_y \eta_y)v_\eta \\ &\quad + \xi_x \xi_y u_\xi + \xi_x \eta_y u_\eta, 0, 0]^T, \\ \hat{F}_v &= \frac{J(\mu_m + \mu_t)}{Re} [0, (2\eta_x^2 + \eta_y^2)u_\eta \\ &\quad + (2\xi_x \eta_x + \xi_y \eta_y)u_\xi \\ &\quad + \xi_x \eta_y v_\xi + \eta_x \eta_y v_\eta, (\eta_x^2 + 2\eta_y^2)v_\eta \\ &\quad + (\xi_x \eta_x + 2\xi_y \eta_y)v_\xi + \xi_y \eta_x u_\xi \\ &\quad + \eta_x \eta_y u_\eta, 0, 0]^T, \\ \hat{S} &= \frac{1}{J} \left(\left(1 - \frac{1}{\rho_v} \right) (\dot{m}_v + \dot{m}_l), 0, 0, \dot{m}_v + \dot{m}_l, 0 \right)^T,\end{aligned}\quad (4)$$

که در آن $Re = \rho_l U_\infty L / \mu_l$ عدد رینولدز و L و U_∞ به ترتیب طول مشخصه و سرعت مرجع جریان هستند. ξ و η ها متریک و J ، ژاکوبین انتقال، U و V ، مؤلفه‌های ناورداى سرعت‌اند. در ضمن Γ ماتریس پیش‌شرط سازی است که با فرض چگالی ثابت فازهای مایع و بخار به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\Gamma = \begin{bmatrix} \frac{1}{\rho_m \beta^2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \rho_m & 0 & u \Delta \rho_l \\ 0 & 0 & \rho_m & v \Delta \rho_l \\ \frac{\alpha_l}{\rho_m \beta^2} & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

۴- مدل انتقال جرم

تفاوت مدل‌های مختلف کاویتاسیون، در مدل سیال مخلوط، عمدتاً در جملاتی است که برای $\dot{m}_l$ ، $\dot{m}_v$ بیان می‌کنند. در معادله (۴) $\dot{m}_l$ ، $\dot{m}_v$ به ترتیب، نرخ انتقال جرم از مایع به بخار و از بخار به مایع، بر اساس مدل ارائه شده توسط مرکل [۴]

هستند که از معادله (۶) محاسبه می‌شوند.

$$\begin{aligned}\dot{m}_l &= C_{dest} \alpha_l \text{MIN}(0, P - P_v) / \rho_v \\ \dot{m}_v &= C_{prod} (1 - \alpha_l) \text{MAX}(0, P - P_v)\end{aligned}\quad (6)$$

که در آن P^* فشار بخار مایع (با بُعد) و σ عدد کاویتاسیون طبق معادله (۷) به یکدیگر مربوط می‌شوند.

$$\begin{aligned}\sigma &= \frac{P_\infty^* - P_v^*}{\frac{1}{2} \rho_l U_\infty^2} \\ P_v^* &= P_\infty^* - \frac{1}{2} \rho_l U_\infty^2 \sigma\end{aligned}\quad (7)$$

مقادیر ثابتهای C_{prod} و C_{dest} به هندسه و شرایط جریان وابسته‌اند، که با تجربه عددی و از طریق تطبیق با نتایج آزمایشگاهی کالبره می‌شوند. در این تحقیق، با توجه به تشابه هندسه و شرایط جریان با مسائل مورد مطالعه در مراجع [۴] و [۵] مقادیر این ضرایب $C_{dest} = 10$ و $C_{prod} = 80$ قرار داده شده‌اند.

۵- گسسته‌سازی عددی

گسسته‌سازی معادلات ناویر استوکس چندفازی از روش تفاضل محدود انجام شده است. گسسته‌سازی جملات جابه‌جایی از روش تفاضل بالادست بر مبنای روش تفاضل شار، و گسسته‌سازی جملات لزج از روش تفاضل مرکزی مرتبه دوم انجام گرفته است. جملات مشتق زمانی در معادلات مومنتم از رابطه اویلر پس‌رو مرتبه اول گسسته می‌شوند.

برای تشکیل تفاضل شارهای مثبت و منفی (دلتای شارها) و ژاکوبین بردار باقیمانده در رویه تفاضل بالادست بر مبنای تفاضل شار، ژاکوبین شار جابه‌جایی و لزج مورد نیاز هستند. ماتریسهای ژاکوبین شار جابه‌جایی عبارت‌اند از:

$$\begin{aligned}\hat{A} &= \frac{\partial \hat{E}}{\partial Q} \\ &= \begin{bmatrix} 0 & \xi_x & \xi_y & 0 \\ \xi_x & \rho_m (u \xi_x + U) & \rho_m u \xi_y & u U \Delta \rho_l \\ \xi_y & \rho_m v \xi_x & \rho_m (v \xi_y + U) & v U \Delta \rho_l \\ 0 & \alpha_l \xi_x & \alpha_l \xi_y & U \end{bmatrix}\end{aligned}\quad (8)$$

برای اینکه در ژاکوبین شار جابه‌جایی، مقادیر و بردارهای ویژه به نسبت چگالی و کسرهای حجمی وابسته نباشند، معکوس

ماتریس پیش شرط در آن ضرب و سپس به دو ماتریس ژاکوبین مثبت و منفی به صورت زیر تبدیل می شود:

$$\tilde{A} = \Gamma^{-1} \hat{A} = \begin{bmatrix} 0 & \beta^2 \rho_m \xi_x & \beta^2 \rho_m \xi_x & 0 \\ \frac{\xi_x}{\rho_m} & u \xi_x + U & u \xi_y & 0 \\ \frac{\xi_y}{\rho_m} & v \xi_x & v \xi_y + U & 0 \\ 0 & 0 & 0 & U \end{bmatrix} \quad (9)$$

در این بین ماتریس ژاکوبین شار نیز طبق رابطه زیر قابل استخراج است:

$$\hat{A} = \Gamma \tilde{A} = \Gamma X_A \Lambda_A X_A^{-1}, \quad (10)$$

در این رابطه Λ_A ، ماتریس مقادیر ویژه ژاکوبین $\tilde{A}$ ، عبارت است از:

$$\Lambda_A = \text{diag}[U, U + c_\xi, U - c_\xi, U] \quad (11)$$

$$C_\xi = \sqrt{U^2 + \beta^2 (\xi_x^2 + \xi_y^2)} \quad \nabla$$

که در آن X_A و X_A^{-1} ماتریس بردارهای ویژه سمت راست و چپ ژاکوبین $\tilde{A}$ ، هستند. c_ξ ، مؤلفه سرعت صوت مصنوعی در راستای ξ است. درباره ژاکوبین $\hat{B}$ نیز روند مشابهی طی می شود. برای تعیین جهت تفاضل مکانی از علامت مقادیر ویژه ژاکوبین شار جابه جایی استفاده می شود. به عنوان نمونه، مشتق شار جابه جایی در راستای ξ ، توسط معادله زیر تقریب زده می شود.

$$\frac{\partial E}{\partial \xi} \approx \frac{\tilde{E}_{i+1/2} - \tilde{E}_{i-1/2}}{\Delta \xi} \quad (12)$$

شار عددی $\tilde{E}_{i+1/2}$ ، از معادله زیر تعیین می شود.

$$\tilde{E}_{i+1/2} = 0.5 [\hat{E}(Q_{i+1}) + \hat{E}(Q_i) - \phi_{i+1/2}] \quad (13)$$

$\phi_{i+1/2}$ ، یک جمله شار استهلاکی است که به صورت صریح به شار جابه جایی اضافه می شود. رویه بالادست مرتبه سوم با معادله زیر داده می شود.

$$\phi_{i+1/2}^3 = -\frac{1}{3} [\Delta E_{i-1/2}^+ - \Delta E_{i+1/2}^+ + \Delta E_{i+1/2}^- - \Delta E_{i+3/2}^-] \quad (14)$$

تفاضلات شار در معادله (۱۴) به صورت زیر محاسبه می شوند:

$$\Delta E_{i+1/2}^\pm = A^\pm(\bar{Q}) \Delta Q_{i+1/2}; \quad (15)$$

$$\Delta Q_{i+1/2} = Q_{i+1} - Q_i$$

ماتریس ژاکوبین مثبت (منفی) $A^\pm$ ، فقط دارای مقادیر ویژه مثبت (منفی) است.

مشتق زمانی در معادله (۳) با کاربرد یک فرمول اویلر پسرو مرتبه اول گسسته می شود و شکل دلتای معادلات (۳) را می دهد.

$$\frac{\Gamma(\hat{Q}^{n+1} - \hat{Q}^n)}{\Delta \tau} = -\hat{R}^{n+1} + \hat{S}^{n+1} \quad (16)$$

بالانویس n ، کمیتها را در مرحله تکرار زمان مصنوعی n ام نشان می دهد. بردار $\hat{R}$ ، بردار باقیمانده است. بعد از خطی سازی طرف راست به علت استفاده از فرمولبندی ضمنی داریم:

$$\left[\frac{\Gamma}{J \Delta \tau} + \left(\frac{\partial \hat{R}}{\partial Q} \right)^n - \left(\frac{\partial \hat{S}}{\partial Q} \right)^n \right] (Q^{n+1} - Q^n) = -\hat{R}^n + \hat{S}^n \quad (17)$$

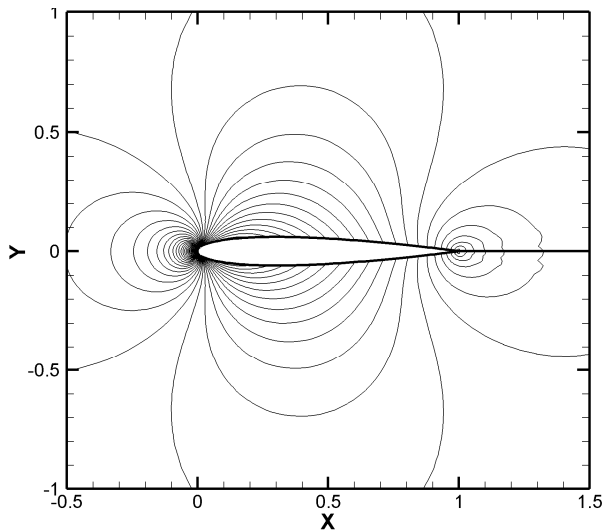
با استفاده از رویه تفاضل بالادست در مورد جمله های جابه جایی و رویه تفاضل مرکزی مرتبه دوم برای جمله های لزج، در هر نقطه، بردار باقیمانده به صورت عددی تقریب زده می شود. لذا ماتریس ژاکوبین بردار باقیمانده، یک ماتریس نواری تشکیل خواهد داد. در هر تکرار، تمام ماتریس عددی معادلات از مقادیر زمان (تکرار) قبلی تشکیل می شوند. در نهایت، معادلات عددی به صورت یک ماتریس نواری به شکل زیر ذخیره می شوند:

$$\mathbb{N}[V, 0, \dots, 0, X, Y, Z, 0, \dots, W] \Delta Q = \hat{R}; \quad (18)$$

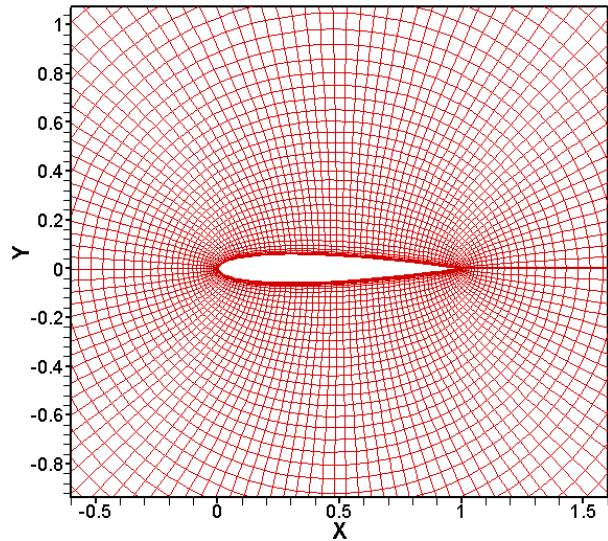
$$\Delta Q = Q^{n+1} - Q^n$$

در این معادله V, W, X, Y, Z ، ماتریسهای 5×5 هستند. در روش خط به خط تخفیفی، یک دسته از خطوط به عنوان راستای جاروب کردن انتخاب می شوند. برای مثال، با جاروب راستای ξ ، یک ماتریس سه قطری با ضرب کردن درایه های خارج از باند سه قطری در آخرین مقدار بردار ΔQ معلوم از مرحله قبل، و سپس انتقال آنها به سمت راست، به دست می آید.

برای مدلسازی آشفتگی، با متوسط گیری زمانی از معادلات جریان تراکم ناپذیر، معادلات ناویر-استوکس تراکم ناپذیر متوسط رینولدز حاصل می شوند. به دلیل تواناییهای مدل اسپالارت-آلماراس [۱۰] در پیشگویی دقیق جریان مغشوش با گرادیان فشار معکوس، برای محاسبه ضریب لزجت گردابه ای از این مدل استفاده شده است.



شکل ۲- خطوط هم فشار میدان جریان اطراف هیدروفویل *NACA0012* در زاویه حمله صفر درجه



شکل ۱- نمای نزدیک شبکه بیضوی تولید شده حول هیدروفویل *NACA0012*

روی سطح جسم، شرط عدم لغزش برای مؤلفه‌های سرعت اعمال می‌شود، در حالی که کسر حجمی و فشار از نقاط داخلی برونمایی می‌شوند. در شبکه جبری تولید شده در سطوح بالا و پایین، شرط مرزی دیواره اعمال شده است.

۷- نتایج حل عددی

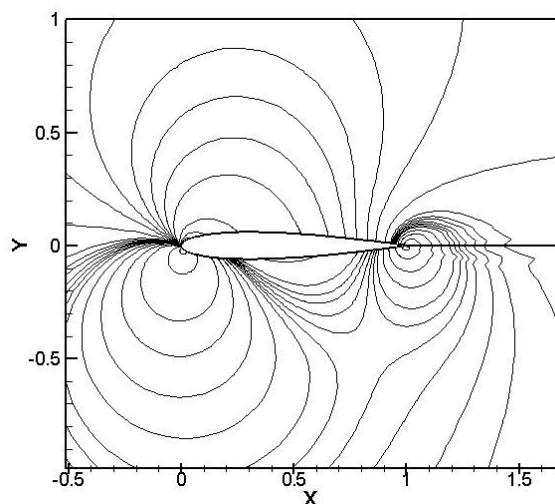
به منظور اعتبارسنجی نتایج برنامه، میدان جریان تک‌فازی آشفته، حول هیدروفویل *NACA-0012* در زوایای حمله صفر و شش درجه در رینولدز $Re = 2/\lambda \times 10^6$ شبیه‌سازی شده است. شبکه محاسباتی با سازمان تولید شده از نوع O دارای 20° گره در راستای سطح هیدروفویل و 120° گره در راستای عمود بر آن است. به منظور کاهش اعوجاج شبکه و ایجاد تعامد و تجمع روی سطح از روش حل معادلات دیفرانسیلی بیضوی با توابع کنترلی برای تولید شبکه بیضوی متعامد استفاده شده است. در این شبکه به منظور در برگرفتن لایه مرزی و رسیدن به دقت مناسب، فاصله اولین نقطه شبکه از جسم، 10^{-5} برابر طول کورد هیدروفویل قرار داده می‌شود. مرز بیرونی دور از جسم در 10° برابر طول کورد هیدروفویل قرار گرفته است. نمونه‌ای از شبکه تولید شده حول هیدروفویل *NACA0012* در شکل (۱) نشان داده شده است.

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho_m \tilde{v})}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho_m \tilde{v} u_j) &= c_{b1} \rho_m \tilde{S} \tilde{v} \\ &+ \frac{1 + c_{b2}}{\sigma} \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\mu_m + \rho_m \tilde{v}) \frac{\partial \tilde{v}}{\partial x_j} \right] \\ &- \frac{c_{b2}}{\sigma} (\mu_m + \rho_m \tilde{v}) \nabla^2 \tilde{v} - c_{w1} f_w \rho_m \left(\frac{\tilde{v}}{d} \right)^2 \end{aligned} \quad (19)$$

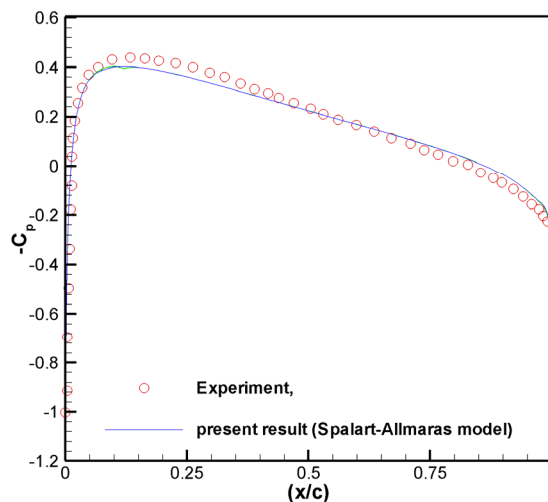
توجه کنید که جملات سمت راست معادله (۱۹) شامل: تولید لزجت ادی، پخش بقایایی، پخش غیر بقایایی، و اضمحلال آشفتگی نزدیک دیواره از روابط معین تعریف‌کننده این مدل با ثوابت معلوم محاسبه می‌شوند.

۶- شرایط مرزی

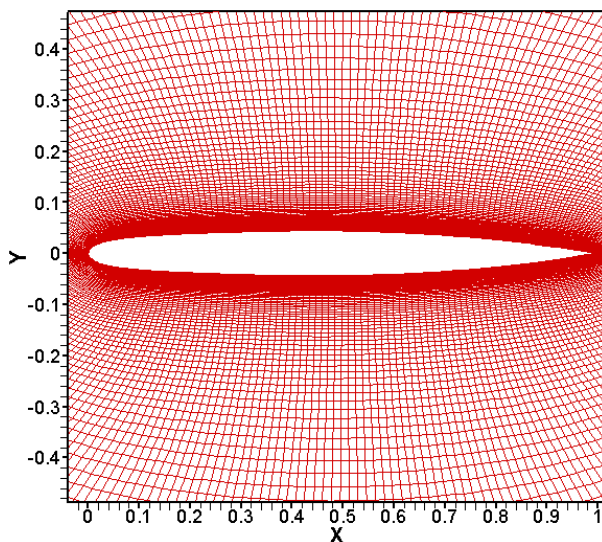
دستگاه معادلات برای شروع محاسبات، در هر گام زمانی به شرایط مرزی و شرایط اولیه احتیاج دارد. در محاسبات ارائه شده در این تحقیق، مقادیر جریان آزاد یکنواخت به عنوان شرایط اولیه استفاده شده‌اند. در مرز ورودی جریان مؤلفه‌های سرعت و کسر حجمی فاز مایع، ثابت و برابر مقادیر جریان آزاد هستند و فشار از نقاط داخلی برونمایی می‌شود. در امتداد مرز خروجی جریان، فشار ثابت و برابر با فشار جریان آزاد است و مؤلفه‌های سرعت و کسر حجمی فاز مایع برونمایی می‌شوند. بر



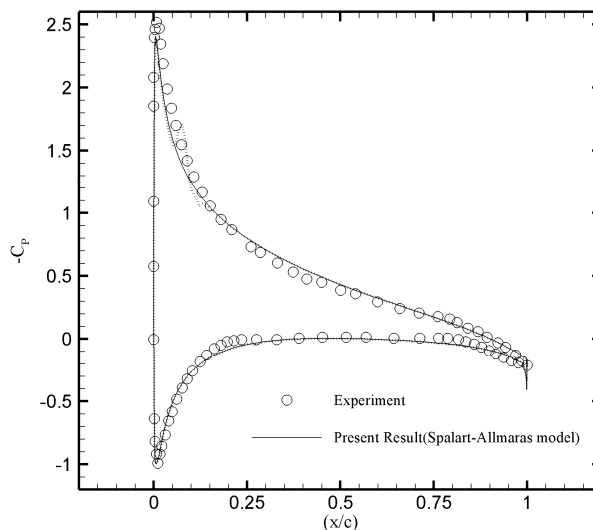
شکل ۴- خطوط هم فشار میدان جریان اطراف هیدروفویل *NACA0012* در زاویه حمله شش درجه



شکل ۳- مقایسه توزیع ضریب فشار سطح هیدروفویل *NACA0012* در زاویه حمله صفر با نتایج تجربی مرجع [۶]



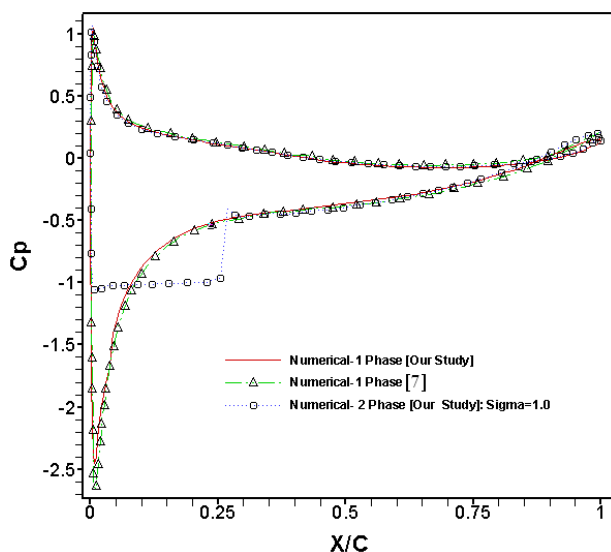
شکل ۶- هندسه و نمای نزدیک شبکه بیضوی تولید شده حول هیدروفویل اصلاح شده *NACA0009*



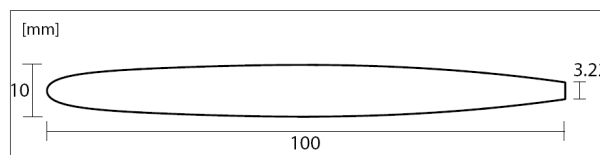
شکل ۵- مقایسه توزیع ضریب فشار هیدروفویل *NACA0012* در زاویه حمله شش درجه با نتایج تجربی مرجع [۶]

کوچکی در لبه حمله و فرار، در بقیه نواحی با داده‌های تجربی همخوانی خوبی دارند. در شکل (۴) نیز خطوط همتراز فشار اطراف هیدروفویل *NACA-0012* و در شکل (۵) مقایسه توزیع ضریب فشار روی سطح آن با نتایج تجربی موجود در مرجع [۶]، در زاویه حمله شش درجه نشان داده شده‌اند. همان‌طور که از شکل پیداست توزیع ضریب فشار با صرف‌نظر از ناحیه کوچکی در لبه حمله و فرار، انطباق خوبی با داده‌های تجربی

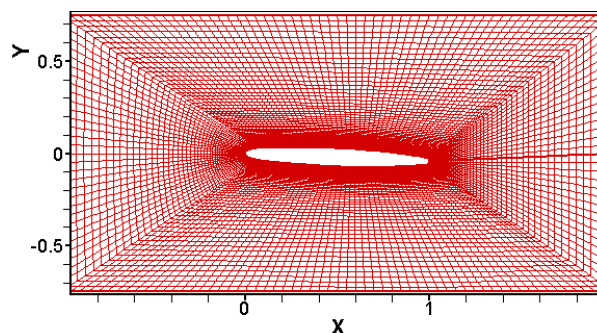
در شکل (۲) خطوط همتراز فشار در میدان جریان اطراف هیدروفویل *NACA-0012* و در شکل (۳) مقایسه توزیع ضریب فشار روی سطح آن با نتایج تجربی موجود در مرجع [۶]، در زاویه حمله صفر درجه نشان داده شده‌اند. تقارن کانتورهای فشار در زاویه حمله صفر به دلیل متقارن بودن هندسه و زاویه حمله هیدروفویل است. نتایج به‌دست آمده برای توزیع فشار با صرف‌نظر از اختلاف ناچیز در ناحیه



شکل ۹- مقایسه ضریب فشار دو حالت بدون کاویتاسیون و شامل کاویتاسیون هیدروفویل MOD-NACA0009 در زاویه حمله پنج درجه و عدد کاویتاسیون ۱/۰



شکل ۷- هندسه هیدروفویل بریده شده MOD-NACA0009



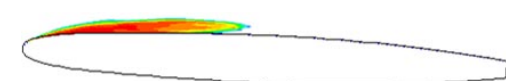
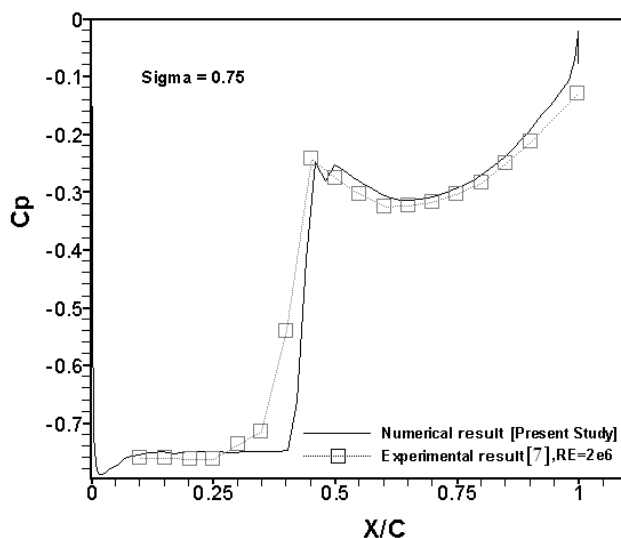
شکل ۸- شبکه جبری تولید شده حول هیدروفویل بریده شده MOD-NACA0009

در شکل (۷) هندسه هیدروفویل اصلاح شده NACA0009 که در ۹۰٪ طول وتر بریده شده، نشان داده شده است. طول نهایی و وتر ۱۰۰ mm و ماکزیم ضخامت آن ۱۰ mm است. شبکه جبری مستطیلی، تولید شده حول هیدروفویل بریده شده، به منظور یکسان سازی شرایط شبیه سازی با شرایط آزمایشگاهی برای در نظر گرفتن اثرات دیواره ها بر روی میدان جریان، در شکل (۸) آورده شده است. این شبکه دارای ۱۸۱ گره در راستای سطح هیدروفویل و ۱۲۰ گره در راستای عمود بر آن است. در این شبکه نیز به منظور دربرگرفتن لایه مرزی و رسیدن به دقت مناسب، فاصله اولین نقطه شبکه از جسم، 10^{-5} برابر طول کورد هیدروفویل قرار داده شده است.

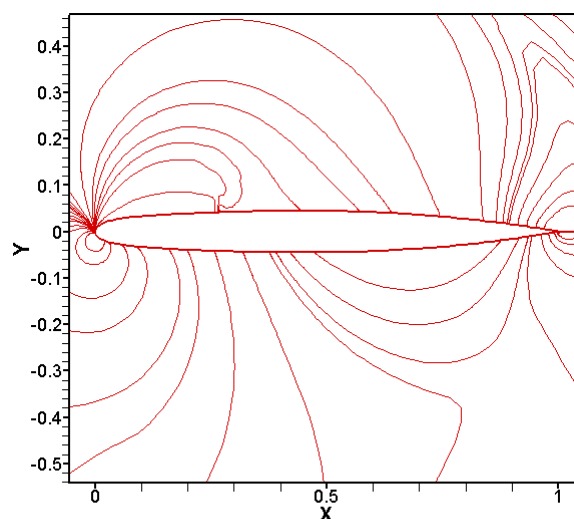
در شکل های (۹) و (۱۰) نتایج شبیه سازی جریان کاویتاسیونی حول هیدروفویل اصلاح شده NACA0009 در عدد کاویتاسیون ۱/۰، زاویه حمله پنج درجه و در عدد رینولدز $Re=2 \times 10^6$ نشان داده شده است. در شکل (۹) توزیع ضریب فشار روی سطح هیدروفویل در دو وضعیت بدون کاویتاسیون و شامل کاویتاسیون و در شکل (۱۰) خطوط هم فشار اطراف هیدروفویل و شکل حباب آورده شده است. همان طور که

دارد. دو دلیل برای این اختلافات ناچیز وجود دارد. دلیل اول، پیش بینی غیردقیق رشد لایه مرزی به دلیل عدم دقت در مدل کردن آشفتگی است. دلیل دوم، عدم تفکیک پذیری مناسب شبکه در لبه های حمله و فرار به منظور تشخیص گرایانهای شدید در این نواحی است؛ خصوصاً در شبکه دایروی مورد استفاده، در اطراف لبه فرار، اعوجاجهای زیادی به وجود می آید. این مشکل در هیدروفویل های نامتقارن بیشتر است و موجب افت کیفیت شبکه و ایجاد خطا در شبیه سازیها می شود که راه حل پیشنهادی برای رفع آن استفاده از شبکه نوع C است.

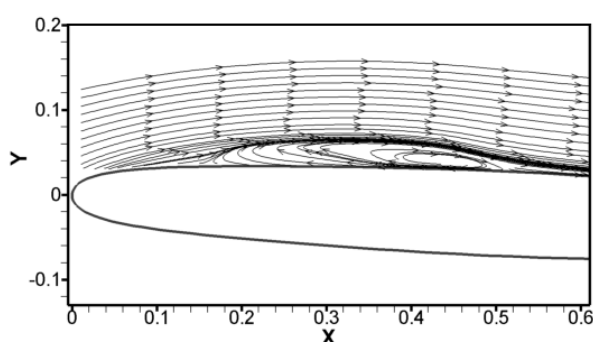
در ادامه مطلب، شبیه سازی جریان کاویتاسیونی حول هیدروفویل اصلاح شده NACA0009 در زوایای حمله پنج و ۲/۵ درجه در رینولدز $Re=2 \times 10^6$ ، در دو حالت بریده شده و بریده نشده، برای اعداد کاویتاسیون ۱، ۰/۹، ۰/۸۰ و ۰/۷۵ انجام شده است. هندسه و شبکه محاسباتی تولید شده حول هیدروفویل بریده نشده MOD-NACA0009 در شکل (۶) نشان داده شده است. این شبکه دارای همان مشخصات کلی ذکر شده در مورد شبکه تولید شده حول هیدروفویل NACA0012 است. رابطه تولید کننده سطح این هیدروفویل به طور کامل در مرجع [۷] آورده شده است.



شکل ۱۱- ضریب فشار و شکل حباب هیدروفویل
بریده شده $MOD-NACA0009$ ، زاویه حمله $2/5^\circ$ و عدد
کایتاسیون $0/75$



شکل ۱۰- شکل حباب کایتاسیون و خطوط هم فشار اطراف
هیدروفویل $MOD-NACA0009$ ، زاویه حمله 5° و عدد
کایتاسیون $1/0$



شکل ۱۲- جت بازگشتی ناحیه بسته شدن حباب، هیدروفویل
بریده شده $MOD-NACA0009$ ، زاویه حمله $2/5^\circ$ و عدد
کایتاسیون $0/75$

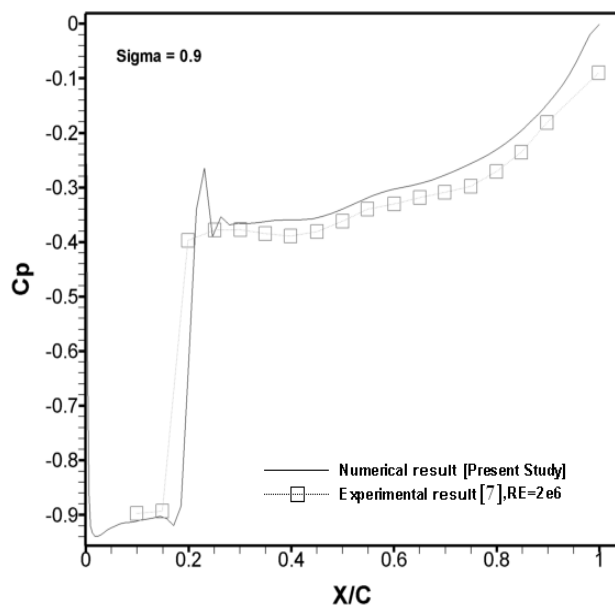
جدول ۱- مقایسه ضرایب لیفت و درگ هیدروفویل اصلاح شده
 $NACA0009$ عدد کایتاسیون $1/0$ ، زاویه حمله پنج درجه

Model	C_L	C_D
k-ε & SST [7]	0/4554	0/02643
DES2 [7]	0/4486	0/02562
RE stress-ω [7]	0/5360	0/0316
Spalart-Allmaras (Present Study)	0/5050	0/03539

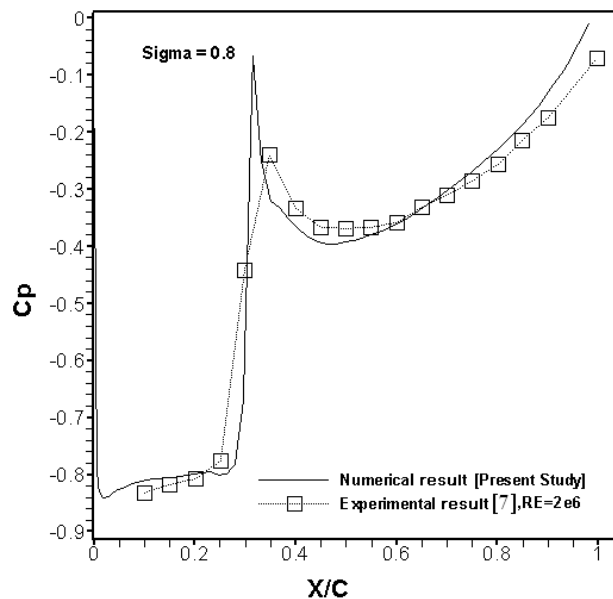
انتظار می‌رود در عدد کایتاسیون $1/0$ منحنی ضریب فشار ثابت شده است. در جدول (۱) مقادیر ضرایب لیفت و درگ محاسبه شده روی سطح هیدروفویل اصلاح شده $NACA0009$ در عدد کایتاسیون $1/0$ و زاویه حمله پنج درجه با نتایج ارائه شده در مرجع [۷] مقایسه شده‌اند. مقدار ضریب لیفت محاسبه شده با $5/2\%$ اختلاف مطابقت خوبی با مقادیر گزارش شده دارد اما ضریب درگ حدوداً 27% با مقادیر گزارش شده اختلاف دارد که می‌تواند نتیجه صرف نظر از ناحیه گذار در مدل آشفتگی

اسپالارت-آلماراس و عدم تفکیک‌پذیری مناسب شبکه در نواحی حمله و فرار با گرادیانهای شدید باشد.

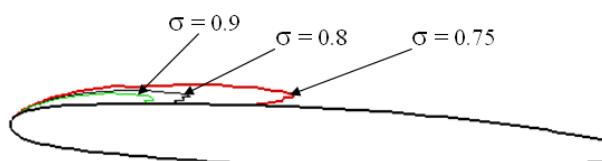
در شکل‌های (۱۱) تا (۱۵) نتایج شبیه‌سازی جریان کایتاسیونی حول هیدروفویل بریده شده $MOD-NACA0009$ در اعداد کایتاسیون $0/9$ ، $0/8$ و $0/75$ در زاویه حمله $2/5^\circ$ و در عدد رینولدز $Re=2 \times 10^6$ آورده شده است. در این اشکال،



شکل ۱۴- توزیع فشار و شکل حباب کاویتاسیون روی سطح هیدروفویل بریده شده $MOD-NACA0009$ در زاویه حمله 2.5° درجه و عدد کاویتاسیون 0.9



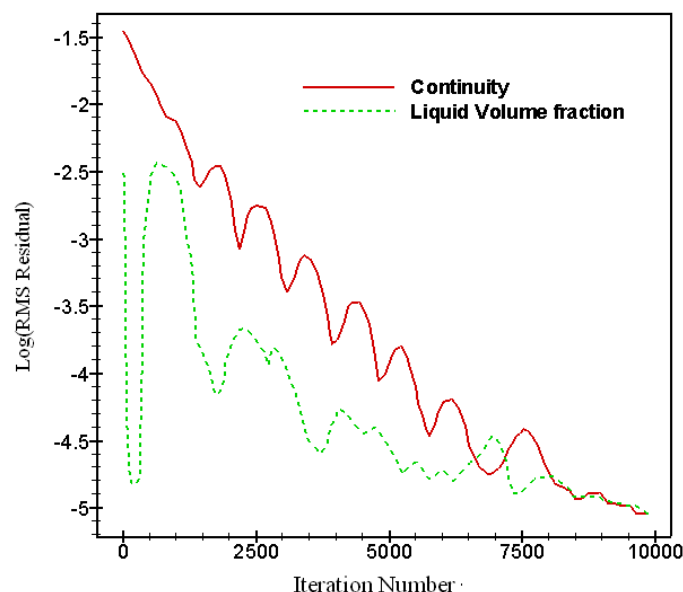
شکل ۱۳- توزیع فشار و شکل حباب کاویتاسیون روی سطح هیدروفویل بریده شده $MOD-NACA0009$ در زاویه حمله 2.5° درجه و عدد کاویتاسیون 0.8



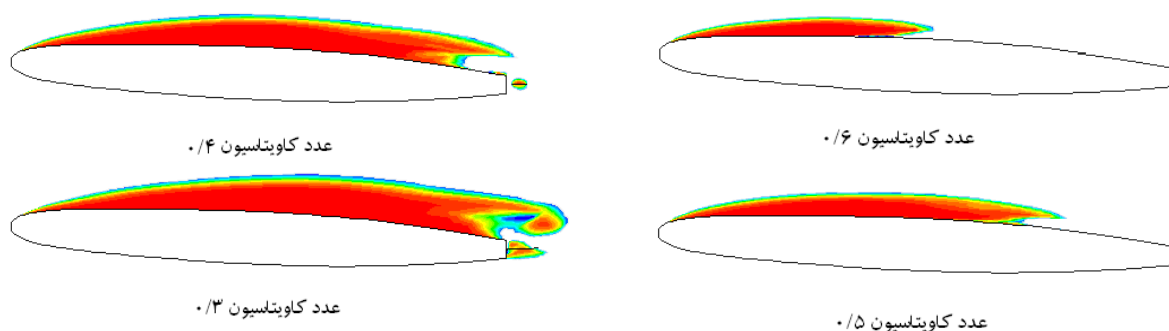
شکل ۱۵- مقایسه مرز حباب کاویتاسیون روی سطح هیدروفویل بریده شده $MOD-NACA0009$ در زاویه حمله 2.5° درجه و اعداد کاویتاسیون 0.9 ، 0.8 ، 0.75

به علت گزاردن فشار معکوس و بازیابی جریان در ناحیه بسته شدن حباب، یک منطقه جریان چرخشی در این ناحیه ایجاد می شود. در مشاهدات آزمایشگاهی نیز همواره در جریانهای شامل کاویتاسیون ایجاد گردابه در ناحیه بسته شدن حباب، قابل رؤیت است. از این گردابه ها در برخی منابع تحت عنوان جت بازگشتی^۸ یاد شده است. شکل (۱۲) خطوط جریان را در ناحیه بسته شدن حباب، که یک ناحیه با سطح بالای تولید گردابه است، در عدد کاویتاسیون 0.75 نشان می دهد. در این شکل ناحیه جت بازگشتی به خوبی قابل مشاهده است، که با نتایج آزمایشگاهی گزارش شده از تحقیقات پیشین، مطابقت خوبی دارد.

مقایسه توزیع ضریب فشار روی سطح با نتایج تجربی موجود در مرجع [۷]، همچنین شکل حباب کاویتاسیونی تشکیل شده در سطح مکش هیدروفویل، آورده شده اند. نتایج مطابقت قابل قبولی با نتایج آزمایشگاهی ارائه شده دارند و همان طور که انتظار می رود با کاهش عدد کاویتاسیون، طول حباب کاویتاسیونی افزایش می یابد. همان طور که از این اشکال پیداست، همانند نتایج عددی گزارش شده در مرجع [۷]، یک پرش در منحنی ضریب فشار در ناحیه بسته شدن حباب^۷ وجود دارد. این مسئله به علت ایجاد یک نقطه سکون در محل برخورد خط جریان عبوری از روی سطح حباب با سطح هیدروفویل در ناحیه بسته شدن حباب است.



شکل ۱۶- نمودار نرخ همگرایی جریان حول هیدروفویل بریده شده MOD-NACA0009 زاویه حمله ۲/۵ درجه و عدد کاویتاسیون ۰/۹



شکل ۱۷- توسعه حباب در جریان کاویتاسیونی حول هیدروفویل بریده شده MOD-NACA0009

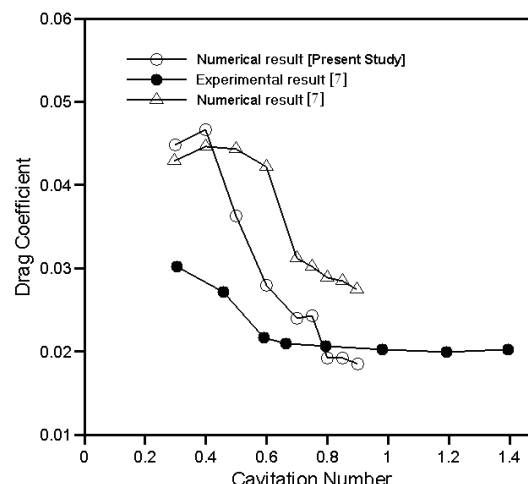
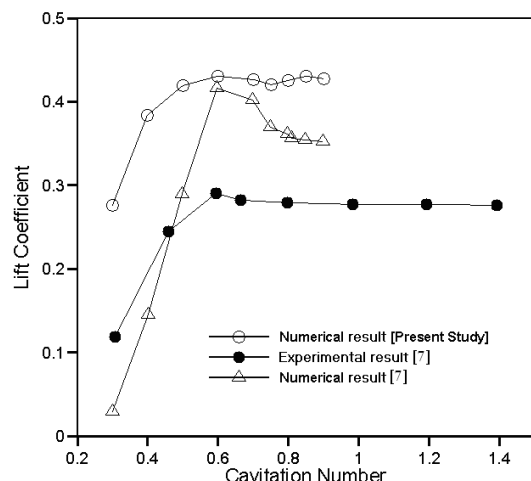
رینولدز 2×10^6 زاویه حمله ۲/۵ درجه در اعداد کاویتاسیون ۰/۴، ۰/۵، ۰/۶ و ۰/۳

همان گونه که از شکل پیداست با کم شدن عدد کاویتاسیون، حباب رشد می کند و لذا ناحیه جت بازگشتی انتهای آن نیز بزرگ و قویتر می شود.

یکی از اثرات نامطلوب کاویتاسیون، کاهش راندمان هیدرودینامیکی سطوح برآزاست. به منظور بررسی این مسئله، نمودارهای تغییرات ضرایب لیفت و درگ بر حسب عدد کاویتاسیون در شکل (۱۸) ترسیم شده اند. همان طور که در این نمودارها قابل مشاهده است، کاهش عدد کاویتاسیون و توسعه حباب کاویتاسیونی باعث تغییر در نیروهای هیدرودینامیکی وارده بر هیدروفویل می شود. نمودارهای تغییرات ضرایب لیفت و درگ

در شکل (۱۵) مرز حباب کاویتاسیون با جریان مایع به ازا $\rho_m = 0.95$ [۵] نشان داده شده است. در این شکل، تأثیر تغییرات عدد کاویتاسیون در طول ناحیه حباب به خوبی قابل مشاهده است. با کاهش عدد کاویتاسیون، طول ناحیه حباب کاویتاسیونی، افزایش و حداقل چگالی در آن کاهش می یابد. در شکل (۱۶) نیز روند همگرایی در عدد کاویتاسیون ۰/۹ آورده شده است.

در شکل (۱۷) نتایج شبیه سازی جریان کاویتاسیونی حول هیدروفویل بریده شده MOD-NACA0009 در اعداد کاویتاسیون کوچکتر شامل ۰/۴، ۰/۵، ۰/۶ و ۰/۳ در زاویه حمله ۲/۵ درجه و در عدد رینولدز $Re = 2 \times 10^6$ نشان داده شده است.



شکل ۱۸- تغییر ضرایب لیفت و درگ با عدد کاویتاسیون، هیدروفویل بریده شده MOD-NACA0009 رینولدز 2×10^6 زاویه حمله $2/5$ درجه

در این مقاله، شبیه‌سازی جریانهای کاویتاسیونی دائم ارائه شده‌است، رویه ذکر شده در حالت دائم می‌تواند به آسانی برای حل مسائل نادرست با استفاده از زیر تکرارها بر حسب زمان مصنوعی در هر گام زمانی فیزیکی بسط داده شود [۸]. رویه تفاضل بالادست بر مبنای روش تفاضل شار، به کار برده شده در این تحقیق، نیاز به هیچ جمله اتلاف مصنوعی اضافه شونده و ضرایب آن را ندارد. اضافه شدن اتلاف طبیعی ناشی از این روش، نیاز به سعی و خطی برای تنظیم پارامتر هموارکننده به کار رفته در اتلاف مصنوعی را رفع می‌کند. نتایج نشان می‌دهد که استفاده از مدل آشفتگی مورد نظر برای پیش‌بینی رفتار جریان حول هیدروفویل مناسب است. آنچه که از تحلیلهای جریان آشفته برداشت شد آن بود که دقت جوابها تا حدود زیادی به تفکیک‌پذیری شبکه در نواحی حمله و فرار با گرادینهای قوی، وابسته است. به‌علاوه در نظر گرفتن ناحیه گذار در مدل آشفتگی می‌تواند در تخمین دقیقتر ضریب درگ مؤثر باشد.

نرم‌افزار توسعه داده شده توانایی تحلیل عددی جریانهای بدون کاویتاسیون، جریانهای شامل کاویتاسیون جزئی و آبر کاویتاسیون را دارد.

بر حسب عدد کاویتاسیون، حاصل از شبیه‌سازی تحقیق حاضر، با رفتار گزارش شده از تحقیقات عددی و آزمایشگاهی مرجع [۷] همخوانی خوبی دارند. البته نتایج عددی به‌دست آمده، افزایش ضرایب لیفت و درگ را در عدد کاویتاسیون بیشتری نسبت به نتایج آزمایشگاهی پیش‌بینی می‌کند اما در مورد نقطه آغاز افت ضریب لیفت پیش‌بینی نسبتاً دقیقی ارائه می‌دهند.

۸- نتیجه‌گیری

در این تحقیق، شبیه‌سازی عددی جریان کاویتاسیونی حول هیدروفویل از طریق حل معادلات ناویر-استوکس چندفازی انجام گرفته است. در روند حل معادلات حاکم، که شامل معادله پیوستگی و مومنتم مخلوط به‌علاوه معادله انتقال کسر حجمی فاز مایع هستند، از روش پیش‌شرط سازی به‌منظور همسان‌سازی مقادیر ویژه، کاهش سختی سیستم معادلات و افزایش کارایی روش حل استفاده شده‌است. جملات چشمه و چاه در معادلات پیوستگی مخلوط و انتقال کسر حجمی فاز مایع، به‌منظور مدل کردن انتقال جرم بین فاز مایع و بخار، با استفاده از مدل کاویتاسیونی ارائه شده توسط مرکل تعیین می‌شوند.

1. interface tracking method
 2. homogeneous equilibrium flow model
 3. Spallart- Almaras
 4. marker and cell
 5. Stiff
 6. RANS
 7. Cavity closure region
 8. Reentrant jet
۱. موسوی ر، و علیشاهی، م. م.، "مدلسازی عددی جریان آشفته سیال دو فازي شامل کاویتاسیون طبیعی"، پایان‌نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه شیراز، شهریور ۱۳۸۴
 2. Senocak, I., and Shyy, W., Computational Methodology for the Simulation of Turbulent Cavitating Flows, The University of Florida, and Ph.D. Thesis, 2002.
 3. Owis, F. M., and Nayfeh, A. H., "Analysis Numerical Simulation of 3-D Incompressible, Multi-Phase Flows Over Cavitating Projectiles," *European Journal of Mechanics B/Fluids* Vol. 23, pp. 339-351, 2004.
 ۴. هجران‌فر، ک.، فتح‌حصاری، ک.، "شبیه‌سازی عددی جریانهای کاویتاسیونی حول هیدروفویل با استفاده از حل پیش‌شرطي معادلات اویلر چندفازی"، نهمین همایش صنایع دریایی، نور- استان مازندران، آبان ۱۳۸۶
 5. Kunz, R. F., and Boger, D. A., A Preconditioned Navier-Stokes Method for Two-Phase Flows with Application to Cavitation Prediction. *Computer and Fluids Journal*, Vol. 29, pp. 849-875, 2000.
 6. Gregory, N., and O'Reilly, C. L., Low Speed Aerodynamic Characteristics of NACA0012 Airfoil Section, Including the Effects of Upper Surface Roughness Simulation Hoarfrost.
 7. Bouziad, F., "Physical Modeling of Leading Edge Cavitation: Computational Methodologies and Application to Hydraulic Machinery, " Lausanna, EPFL, Ph.D. Thesis, 2001.
 8. Rogers, S. E., and Kwak, D., An Upwind Differencing Scheme for the Time-Accurate Incompressible Navier-Stokes Equations, *AIAA Journal*, Vol. 28, No. 2, pp. 253, 1990.
 9. Steger, J. L., Sorenson, R. L., Automatic Mesh-Point Clustering Near a Boundary in Grid Generation with Elliptic Partial Differential Equations, *Journal of Computational Physics*, Vol. 33, pp. 405-410, 1979.
 10. Spalart, S. R., and Allmaras, S. A., A One-Equation Turbulence Model for Aerodynamic Flows. *AIAA Paper*, 92-0439, 1992.
 ۱۱. صنیعی‌نژاد، م.، "مقدمه‌ای بر مفاهیم جریان‌ات آشفته و مدلسازی آنها"، از سری جزوات آموزشی دینامیک سیالات دانشگاه صنعتی شریف، ویرایش سوم، خرداد ۱۳۸۳.