

به کار گیری مدل های ترکیبی میانگین متحرک خودرگرسیون انباشته فازی احتمالی به منظور پیش بینی نرخ ارز

مهدی خاشعی^{*}، فریمه مخاطب رفیعی و مهدی بیجاری
دانشکده مهندسی صنایع و سیستمها، دانشگاه صنعتی اصفهان

(دریافت مقاله: ۱۳۸۹/۱۲/۱ - دریافت نسخه نهایی: ۱۳۹۰/۸/۷)

(FARIMA)

چکیده -

(ARIMA)

)

(

(ANNs)

(FARIMA)

واژگان کلیدی :

(PNNs)

Exchange Market Forecasting Using Hybrid Fuzzy Autoregressive Integrated Moving Average Models with PNNs

M. Khashei, M. Bijari and F. Mokhatab Rafiei

Department of Industrial Engineering, Isfahan University of Technology

Abstract: Fuzzy autoregressive integrated moving average models are improved versions of the classic autoregressive integrated moving average (ARIMA) models, proposed in order to overcome the data limitation of ARIMA models. In this paper, FARIMA models are combined with probabilistic classifiers in order to yield a more accurate model than FARIMA in financially

*: مسئول مکاتبات، پست الکترونیکی: Khashei@in.iut.ac.ir

incomplete data situations. Empirical results of using proposed hybrid model in exchange rate market forecasting indicate that the proposed model exhibits effectively improved forecasting accuracy. Thus, the proposed model can be used as an alternative to exchange rate forecasting tools, especially when the scant data is made available over a short span of time.

Keywords: Fuzzy autoregressive integrated moving average (FARIMA); Artificial neural networks (ANNs); Probabilistic neural networks (PNNs); Time series forecasting; Exchange rate.

۱- مقدمه

پیش‌بینی سریهای زمانی یکی از مهمترین زمینه‌های پیش‌بینی است که در آن مشاهدات گذشته یک متغیر جمع‌آوری و به‌منظور به دست آوردن روابط اساسی بین مشاهدات و تعیین یک مدل توصیفی، مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفته و سپس مدل حاصله به‌منظور برون‌یابی سریهای زمانی در آینده مورد استفاده قرار می‌گیرد [۱]. این روش مدل‌سازی مخصوصاً زمانی مفید است که در مورد فرایند اساسی تولید داده‌ها، دانش کمی در دسترس بوده و یا هنگامی که هیچ مدل توضیحی رضایت‌بخشی که متغیر وابسته را به سایر متغیرهای توضیحی مرتبط سازد وجود نداشته باشد [۲].

در ادبیات موضوع، روشهای سری زمانی متعددی به‌منظور پیش‌بینی نرخ ارز ارائه شده و محققان بسیاری در این زمینه به تحقیق پرداخته‌اند. برخی از این محققان معتقدند که مدل‌سازی رفتاری و پیش‌بینی نرخ ارز اساساً امکان‌پذیر نبوده و روند حرکتی هرنوع نرخ ارز از فرضیه بازار کارا پیروی می‌کند [۳]. بر اساس این فرضیه، بهترین راهکار به‌منظور پیش‌بینی مقدار روز آتی یک نرخ ارز، اتکا به مقدار کنونی آن ارز بوده و همچنین تغییرات نرخ ارز از فرایند گام‌زدن تصادفی تبعیت می‌کند. به‌طور کلی، بدبینی در مورد توانایی پیش‌بینی نرخ ارز، پس از انتشار مقاله تأثیرگذار میس و روگوف [۴] مورد پذیرش قرار گرفت. آنها در مقاله خود، نشان دادند که هیچ‌یک از مدل‌های تک‌معادله‌ای استفاده شده توسط آنان قابلیت غلبه بر مدل گام‌زدن تصادفی را در پیش‌بینی خارج از نمونه ندارد. نتایج حاصله توسط میس و روگوف توسط برخی از محققان بعدی نیز تأیید شده است [۵]. اما نتایج به دست آمده در این تحقیقات چندان نیز تعجب‌آور نبوده و به سادگی قابل توضیح

است. چراکه تمامی مدل‌های بررسی شده توسط این محققان، مدل‌هایی خطی بوده، در صورتی که این حقیقت توسط بسیاری از صاحب‌نظران تأیید شده است که تغییرات نرخ ارز، غیرخطی است [۶]. بررسی کارا ویا ناکارا بودن بازارهای مالی، همچون بازار بورس اوراق بهادار ویا بازار ارز در ایران نیز موضوع تحقیقات بسیاری از محققان بوده و مقالات بسیاری نیز در این زمینه منتشر شده است [۷]. بر اساس نتایج حاصله در این تحقیقات چه بازار ارز و چه بازار بورس اوراق بهادار در ایران بازارهایی ناکارا هستند [۸-۹].

یکی از مهمترین و پرکاربردترین مدل‌های سریهای زمانی، مدل‌های خودرگرسیون میانگین متحرک انباشته‌اند. از زمان پیشنهاد این گونه از مدل‌ها توسط بوکس-جنکینز [۱۰] تا به امروز از این گونه از مدل‌ها در مقالات متعددی به‌منظور بهبود دقت روشهای موجود ویا ارائه روشهای ترکیبی جدید [۱۱-۱۲] به‌منظور پیش‌بینی استفاده شده‌اند. مدل‌های خودرگرسیون میانگین متحرک انباشته همچنین در بسیاری از مسائل کاربردی، مخصوصاً در زمینه‌های مالی استفاده شده و نتایج مفید و مؤثری نیز دربرداشته‌اند [۱۳]. اما علی‌رغم تمامی مزایای منحصر به‌فردی که برای این گونه از مدل‌ها در نظر گرفته شده است، مدل‌های خودرگرسیون میانگین متحرک انباشته معایبی نیز دارند که از جمله آنها می‌توان به محدودیت خطی بودن آنها و همچنین نیاز به داده‌های زیاد برای حصول نتایج مطلوب اشاره کرد [۱۴].

روشهای پیش‌بینی فازی همچون رگرسیون فازی به‌دلیل استفاده از اعداد فازی به جای اعداد قطعی احتیاج به داده‌های کمتری نسبت به سایر مدل‌های پیش‌بینی دارند [۱۵]، اما عملکرد این گونه از روشها در حالت کلی چندان رضایت‌بخش نیست.

تاناکا [۱۶-۱۸] رگرسیون فازی که اساساً یک مدل پیش‌بینی فاصله‌ای است را به‌منظور پیش‌بینی در محیط‌های فازی پیشنهاد داده است. سریهای زمانی فازی توسط سانگ و چیزوم [۱۹-۲۱] براساس معادلات فازی و منطق تقریبی مدل‌سازی و مطرح شد. چن [۲۲] نیز یک روش سری زمانی بر اساس سریهای زمانی و مفاهیم سانگ پیشنهاد داده است. کاربردهای فراوانی نیز از رگرسیون فازی به‌منظور تحلیل سریهای زمانی فازی توسط محققان ارائه شده است [۲۳].

تسنگن و همکارانش با استفاده از مفاهیم پایه‌ای دو روش اریما و رگرسیون فازی به‌منظور بهره‌گیری از کلیه مزایای موجود در این روشها و کاهش محدودیتهای هر یک از مدل‌های مذکور، مدل‌های میانگین متحرک خودرگرسیون انباشته فازی را ارائه کردند [۱۵]. روش پیشنهادی به‌دلیل استفاده از منطق فازی به مشاهدات کمتری نسبت به مدل اریما نیاز داشته و نتایج مطلوبی نیز ارائه کرده است. روش مذکور همچنین برای تصمیم‌گیران، بهترین و بدترین موقعیتهای ممکن را نیز فراهم می‌سازد. اما مدل‌های میانگین متحرک خودرگرسیون انباشته فازی نیز مشکل وسیع‌شدن بازه پیش‌بینی در برخی از شرایط داده‌ای خاص را دارند. بر اساس نظرات /یشیویچی و تاناکا، بازه پیش‌بینی می‌تواند به‌دلیل وجود تفاوت‌های مشخص و یا داده‌های پرت در مجموعه داده‌های یادگیری، مخصوصاً در محیط‌های ناآرام اقتصادی، بسیار وسیع شود. لذا دقت این‌گونه از مدل‌ها در شرایط فوق‌الذکر به شدت کاهش یافته و نتایج مطلوبی نیز ارائه نخواهند کرد.

دقت پیش‌بینیها از مؤثرترین فاکتورها در انتخاب روش پیش‌بینی بوده و با وجود روشهای متعدد پیش‌بینی، هنوز پیش‌بینیهای دقیق در دنیای واقع و به‌ویژه در محیط‌های مالی کارچندان ساده‌ای نیست. در سالهای اخیر تلاشهای فراوانی به‌منظور بهبود روشهای پیش‌بینی سریهای زمانی مخصوصاً در محیط‌های مالی صورت گرفته است. این‌گونه تحقیقات اغلب در دو دسته عمده ارائه روش جدید پیش‌بینی [۲۴] و یا ترکیب روشهای موجود پیش‌بینی به‌منظور حصول نتایج دقیقتر قرار

دارند [۲۵]. پای و همکارانش از ترکیب روش سردشدن تدریجی با ماشینهای بردار پشتیبان به‌منظور پیش‌بینی بار الکتریکی استفاده کرده‌اند [۲۶]. آنها همچنین از ترکیب روش میانگین متحرک خودرگرسیون انباشته با ماشینهای بردار پشتیبان به‌منظور پیش‌بینی قیمت سهام استفاده کرده‌اند [۲۷]. از سایر اقدامات در این زمینه می‌توان به روش ترکیبی مین برای پیش‌بینی ورشکستگی [۲۸] و یا مدل ترکیبی "ینس برای پیش‌بینی نرخ ارز اشاره کرد [۲۹].

شناخت و طبقه‌بندی الگوها به مسئله‌ای مهم و قابل توجه در دنیای امروز تبدیل‌شده است و تعداد تحقیقات متنوع انجام‌شده در این زمینه در سالهای اخیر مبین اهمیت این موضوع است. شبکه‌های عصبی مصنوعی از جمله مهمترین و دقیقترین روشهای حال حاضر برای شناخت و طبقه‌بندی الگوها هستند [۳۰]. بررسی ادبیات موضوع مربوط به پیش‌بینی، شناخت و طبقه‌بندی الگوها در محیط‌های مالی توسط شبکه‌های عصبی در انواع بازارهای مالی همگی بیانگر اهمیت موضوع مورد بحث‌اند [۳۱-۳۳]. شبکه‌های متعددی در زمینه شناخت الگو وجود دارند که در یک تقسیم‌بندی کلی به دو دسته عمده باناظر و بدون ناظر تقسیم می‌شوند. از جمله مهمترین شبکه‌های عصبی که به‌منظور شناخت و طبقه‌بندی الگوها مورد استفاده قرارمی‌گیرند، می‌توان به شبکه‌های خودسازمان‌ده، شبکه‌های عصبی بیزین، شبکه‌های چندلایه پیشخور، شبکه‌های عصبی شعاعی محور و شبکه‌ها یا طبقه‌بندی کننده‌های احتمالی اشاره کرد [۳۴]. شبکه‌های احتمالی یکی از موفقترین و کاربردیترین نوع از این شبکه‌ها بوده که بر اساس نظر کارشناسان ابزارهای قدرتمندی برای شناخت و طبقه‌بندی الگوها با بیشترین احتمال موفقیت‌اند [۳۵].

شبکه‌های عصبی احتمالی نیز در سالهای اخیر در مقالات بسیاری به‌عنوان ابزار پیش‌بینی و شناخت الگو مورد توجه قرارگرفته و نتایج مطلوبی نیز در مقایسه با سایر روشهای ارائه کرده است [۳۶]. چن و همکارانش از شبکه‌های عصبی احتمالی به‌منظور تشخیص روند و پیش‌بینی شاخص بورس

اوراق بهادار استفاده کرده و نتایج حاصله را با روشهای دیگر مقایسه کرده‌اند. مطابق با نظرات آنها شبکه‌های عصبی احتمالی ابزارهای مناسبتری در مقایسه با سایر روشهای به‌کار گرفته شده در مسئله مورد مطالعه آنها بوده است [۳۷]. "کیم و چان نیز تحقیقی مشابه از به‌کارگیری شبکه‌های عصبی احتمالی در بازار بورس ارائه کرده‌اند [۳۸]. یان و همکارانش نیز از شبکه‌های عصبی احتمالی به‌منظور پیش‌بینی و تشخیص ورشکستگی بانکها استفاده کرده‌اند [۳۹].

بر اساس مطالب بیان‌شده، در این مقاله یک روش ترکیبی جدید به‌منظور پیش‌بینیهای مالی، ارائه شده و به‌منظور ارزیابی کارآمدی مدل پیشنهادی، در بازارهای ارز (پوند انگلستان، دلار آمریکا و یورو همگی در مقابل ریال ایران) به‌کار گرفته شده است. در روش پیشنهادی به‌منظور تشخیص فضاهای محتملتر برای مقادیر واقعی در بازه پیش‌بینی‌شده توسط روش تسنگن [۸] و بهبود نتایج حاصله، از شبکه‌های عصبی احتمالی، استفاده شده است. روش پیشنهادی، ابتدا با استفاده از روش میانگین متحرک خودرگرسیون انباشته فازی یک بازه برای مقادیر آینده سری زمانی پیش‌بینی کرده، سپس با به‌کارگیری مقادیر به دست آمده از مرحله اول به‌عنوان ورودیهای شبکه عصبی احتمالی، نقاطی از بازه مذکور که احتمال وجود مقادیر واقعی در آن بیشتر است را تشخیص می‌دهد.

سایر قسمت‌های این مقاله بدین صورت‌اند: روش میانگین متحرک خودرگرسیون انباشته فازی به همراه خلاصه‌ای از مفاهیم سریهای زمانی میانگین متحرک خودرگرسیون انباشته کلاسیک و رگرسیون فازی در بخش دوم شرح داده شده‌اند. شبکه‌های عصبی احتمالی در بخش سوم توضیح داده شده‌اند. در بخش چهارم روش ترکیبی پیشنهادی ارائه شده است. در بخش پنجم، از مدل پیشنهادی به‌منظور پیش‌بینی بازارهای ارز (پوند انگلستان، دلار آمریکا و یورو همگی در مقابل ریال ایران) استفاده شده و نتایج حاصله با روشهای میانگین متحرک خودرگرسیون انباشته کلاسیک (ARIMA) و میانگین متحرک خودرگرسیون انباشته فازی (Fuzzy ARIMA) مقایسه شده‌اند.

در انتها و در بخش ششم نیز نتیجه‌گیری آورده شده است.

۲- مدل‌های میانگین متحرک خودرگرسیون انباشته فازی

به‌منظور تشریح مدل‌های میانگین متحرک خودرگرسیون انباشته فازی، در این قسمت ابتدا به اختصار دو روش میانگین متحرک خودرگرسیون انباشته کلاسیک و رگرسیون فازی توضیح داده شده‌اند.

۲-۱- مدل‌های میانگین متحرک خودرگرسیون انباشته

سری زمانی $\{Z_t\}$ توسط یک فرایند اریما با میانگین μ از مدل بوکس-جنکینز تولید شده است [۱۰] اگر

$$\phi(B)(1-B)^d(Z_t - \mu) = \theta(B)a_t \quad (1)$$

به‌طوری که $\phi(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p$ و $\theta(B) = 1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q$ چندجمله‌هایی از B از درجه‌های p, q ، B یک عملگر پسرو، اعداد d, p, q اعداد صحیح مثبت و $\{Z_t\}$ بیانگر مقادیر مشاهده‌شده سری زمانی اند $t=1, 2, \dots, k$

در حالت کلی فرمول‌بندی مدل اریما شامل چهار مرحله است:

۱- شناسایی آزمایشی ساختار مدل.

۲- تخمین پارامترهای مجهول مدل.

۳- تشخیص دقت برازش مدل.

۴- پیش‌بینی با مدل انتخابی.

به‌طور کلی چنین فرض می‌شود که جمله خطای خالص a_t متغیری تصادفی با توزیع نرمال با میانگین صفر و واریانس σ^2 و مستقل از مشاهدات است. همچنین ریشه‌های معادله $\phi(Z) = 0$ و $\theta(Z) = 0$ همگی بزرگتر از یک هستند [۱۰].

۲-۲- مدل‌های رگرسیون فازی

مدل‌های میانگین متحرک خودرگرسیون انباشته کلاسیک از مفاهیم عبارت خطا استفاده می‌کنند، به عبارت دیگر تخمین‌های این گونه از مدل‌ها مقادیر دقیقی بوده و شامل عبارت خطا

$$\text{Minimize } S = \sum_{t=1}^k c'_t |X_t|. \quad (6)$$

این روش همچنین به‌طور همزمان شرایطی را که مقدار عضویت به ازای هر مشاهده y_t بزرگتر از یک حد آستانه تعیین شده در سطح h است ($h \in [0,1]$) را نیز در نظر می‌گیرد. این معیار بیانگر این حقیقت است که خروجی فازی مدل باید برای تمامی نقاط داده‌ای $y_1, y_2, \dots, y_k$ بیشتر از مقدار انتخابی سطح h باشد. انتخاب مقدار سطح h بر گسترشهای پارامترهای فازی مدل (c) مؤثر است.

$$\mu_y(y_t) \geq h \quad \text{for } t=1,2,\dots,k. \quad (7)$$

شاخص t به تعداد داده‌های غیرفازی به‌کار گرفته شده در ساخت مدل برمی‌شود. مسئله پیدا کردن پارامترهای رگرسیون فازی توسط تاناکا به‌صورت یک برنامه‌ریزی خطی فرموله شده است [۱۸].

$$\begin{aligned} \text{Min } S &= \sum_{t=1}^k c'_t |X_t| \\ \text{s.t. } &\begin{cases} X'_t \alpha + (1-h)c'_t |X_t| \geq y_t & t=1,2,\dots,k \\ X'_t \alpha - (1-h)c'_t |X_t| \leq y_t & t=1,2,\dots,k \\ c \geq 0 \end{cases} \end{aligned} \quad (8)$$

به‌طوری که $\alpha' = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n)$ و $c' = (c_1, c_2, \dots, c_n)$ بردار متغیرهای مجهول و S کل ابهامی است که قبلاً تعریف شده است.

۲-۳- مدل میانگین متحرک خودرگرسیون انباشته فازی

پارامترهای مدل اریما، $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_p$ و $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_q$ قطعی‌اند، در صورتی که در مدل‌های میانگین متحرک خودرگرسیون انباشته فازی به جای به‌کارگیری این مقادیر قطعی، پارامترهای فازی $\tilde{\phi}_1, \tilde{\phi}_2, \dots, \tilde{\phi}_p$ و $\tilde{\theta}_1, \tilde{\theta}_2, \dots, \tilde{\theta}_q$ به شکل اعداد مثلثی فازی به‌کار گرفته می‌شوند [۱۵]. با استفاده از پارامترهای فازی نیاز به داده‌های گذشته کاهش می‌یابد (a_t) از مقادیر مشاهدات به دست می‌آید در نتیجه مقداری قطعی

نمی‌شوند، این همان مفهوم پایه‌ای رگرسیون فازی است که توسط تاناکا و همکارانش [۱۷] پیشنهاد شده است. مفهوم اساسی نظریه فازی و رگرسیون فازی این است که عبارت خطا از باقیمانده‌های بین مقادیر تخمین زده شده و مقادیر اصلی یا مشاهدات تولید نمی‌شود، بلکه در عدم قطعیت پارامترهای مدل و امکان توزیع در ارتباط با مشاهدات حقیقی به‌کار گرفته می‌شوند. یک مدل رگرسیون خطی فازی در حالت کلی به‌صورت زیر است:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \dots + \beta_n x_n = \sum_{i=0}^n \beta_i x_i = X' \beta, \quad (2)$$

به‌طوری که X بردار متغیرهای مستقل، علامت پریم ' عملگر ترانپوز، n تعداد متغیرها و β_i مجموعه‌های فازی بیانگر i امین پارامتر مدل‌اند. این اعداد فازی (پارامترهای β_i) به شکل اعداد فازی نوع-۱ دایبوس و پریس [۴۰] $(\alpha_i, c_i)_L$ با توزیع احتمال به‌صورت زیر هستند، به‌طوری که L یک تابع است. پارامترهای فازی نیز به شکل اعداد فازی مثلثی متقارن مطابق (۴) به‌کار گرفته شده‌اند.

$$\mu_{\beta_i}(\beta_i) = L\left\{\left(\alpha_i - \beta_i / c\right)\right\}, \quad (3)$$

$$\mu_{\beta_i}(\beta_i) = \begin{cases} 1 - \frac{|\alpha_i - \beta_i|}{c_i} & \alpha_i - c_i \leq \beta_i \leq \alpha_i + c_i, \\ 0 & \text{در غیر اینصورت} \end{cases} \quad (4)$$

به‌طوری که $\mu_{\beta_i}(\beta_i)$ تابع عضویت مجموعه فازی بیانگر پارامترهای β_i ، مرکز عدد فازی و c_i گسترش حول مرکزند. حال با توجه به اصل گسترش تابع عضویت عدد فازی $y_t = X'_t \beta$ را می‌توان بدین صورت تعریف کرد:

$$\mu_y(y_t) = \begin{cases} 1 - \frac{|y_t - X'_t \alpha|}{c'_t |X_t|} & \text{for } X_t \neq 0, \\ 1 & \text{for } X_t = 0, \quad y_t = 0, \\ 0 & \text{for } X_t = 0, \quad y_t \neq 0, \end{cases} \quad (5)$$

به‌طوری که α و c به ترتیب بردار مقادیر مربوط به پارامترها و گسترشهای آنها حول مرکزند. به‌طور کلی مدل از حداقل کردن کل ابهامات (که برابر با مجموع گسترشهای تکی هر یک از پارامترهای فازی مدل است) استفاده می‌کند.

خواهد بود). یک مدل اریما فازی با توابع و پارامترهای فازی بدین صورت است:

$$\tilde{\Phi}_p(B) W_t = \tilde{\Theta}_q(B) a_t. \quad (9)$$

$$W_t = (1-B)^d (Z_t - \mu). \quad (10)$$

$$\tilde{W}_t = \tilde{\Phi}_1 W_{t-1} + \tilde{\Phi}_2 W_{t-2} + \dots + \tilde{\Phi}_p W_{t-p} + a_t - \tilde{\Theta}_{p+1} a_{t-1} - \tilde{\Theta}_{p+2} a_{t-2} - \dots - \tilde{\Theta}_{p+q} a_{t-q}. \quad (11)$$

که $\{Z_t\}$ مشاهدات، $\tilde{\Phi}_1, \tilde{\Phi}_2, \dots, \tilde{\Phi}_p$ و $\tilde{\Theta}_1, \tilde{\Theta}_2, \dots, \tilde{\Theta}_q$ اعداد فازی هستند. حال معادله (۱۱) به صورت زیر تبدیل می شود.

$$\tilde{W}_t = \tilde{\beta}_1 W_{t-1} + \tilde{\beta}_2 W_{t-2} + \dots + \tilde{\beta}_p W_{t-p} + a_t - \tilde{\beta}_{p+1} a_{t-1} - \tilde{\beta}_{p+2} a_{t-2} - \dots - \tilde{\beta}_{p+q} a_{t-q}. \quad (12)$$

پارامترهای فازی در این معادله به صورت اعداد فازی مثلثی متقارن مطابق زیر در نظر گرفته شده اند.

$$\mu_{\beta_i}(\beta_i) = \begin{cases} 1 - \frac{|\alpha_i - \beta_i|}{c_i} & \alpha_i - c_i \leq \beta_i \leq \alpha_i + c_i, \\ 0 & \text{در غیر این صورت} \end{cases} \quad (13)$$

به طوریکه $\mu_{\tilde{\beta}}(\beta_i)$ تابع عضویت مجموعه فازی است که با پارامترهای α_i, β_i مشخص می شوند. حال با استفاده از پارامترهای فازی β_i به صورت اعداد فازی مثلثی متقارن و همچنین اصل گسترش، تابع عضویت W مطابق (۱۴) خواهد بود.

$$\mu_{\tilde{W}}(W_t) = \begin{cases} 1 - \frac{\left| W_t - \sum_{i=1}^p \alpha_i W_{t-i} - a_t + \sum_{i=p+1}^{p+q} \alpha_i a_{t+p-i} \right|}{\sum_{i=1}^p c_i |W_{t-i}| + \sum_{i=p+1}^{p+q} c_i |a_{t+p-i}|} & \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad \text{for } W_t \neq 0, \quad a_t \neq 0 \quad (14)$$

که h سطح آستانه ای برای میزان توابع عضویت تمامی مشاهدات است

$$Z_z(Z_t) \geq h \quad \text{for } i = 1, 2, \dots, k \quad (15)$$

به عبارت دیگر S مطابق زیر تعریف می شود

$$S = \sum_{i=1}^p \sum_{t=1}^k c_i |\phi_{ii}| |W_{t-i}| + \sum_{i=p+1}^{p+q} \sum_{t=1}^k c_i |\rho_{i-p}| |a_{t+p-i}| \quad (16)$$

به قسمی که ρ_{i-p} ضریب خودهمبستگی در وقفه زمانی $i-p$ و ϕ_{ii} ضریب خود همبستگی جزئی در وقفه زمانی i ام است.

$$\begin{aligned} \text{Minimize } S &= \sum_{i=1}^p \sum_{t=1}^k c_i |\phi_{ii}| |W_{t-i}| + \sum_{i=p+1}^{p+q} \sum_{t=1}^k c_i |\rho_{i-p}| |a_{t+p-i}| \\ \text{subject to} & \\ \sum_{i=1}^p \alpha_i W_{t-i} + a_t - \sum_{i=p+1}^{p+q} \alpha_i a_{t+p-i} - (\lambda + h) \left(\sum_{i=1}^p c_i |W_{t-i}| + \sum_{i=p+1}^{p+q} c_i |a_{t+p-i}| \right) &\geq W_t, t = 1, 2, \dots, k \\ \sum_{i=1}^p \alpha_i W_{t-i} + a_t - \sum_{i=p+1}^{p+q} \alpha_i a_{t+p-i} - (\lambda + h) \left(\sum_{i=1}^p c_i |W_{t-i}| + \sum_{i=p+1}^{p+q} c_i |a_{t+p-i}| \right) &\leq W_t, t = 1, 2, \dots, k \\ c_i &\geq 0 \quad \text{for } i = 1, 2, \dots, p+q \end{aligned} \quad (17)$$

مراحل روش اریما فازی مطابق زیر است.

فاز یک: برازش مدل اریما با استفاده از اطلاعات موجود در مشاهدات (که به صورت غیرفازی اند). نتیجه فاز یک جواب بهینه پارامترها $\alpha^* = (\alpha_1^*, \alpha_2^*, \dots, \alpha_{p+q}^*)$ خطای خالص اند که به عنوان یکی از مجموعه داده های ورودی در فاز دوم مورد استفاده قرار می گیرد.

فاز دو: تعیین حداقل ابهام با استفاده از معیارهایی مانند معادله (۱۷) و $\alpha^* = (\alpha_1^*, \alpha_2^*, \dots, \alpha_{p+q}^*)$. تعداد محدودیتها برابر با تعداد مشاهدات است و مدل اریما فازی بدین صورت است:

$$\tilde{W}_t = \langle \alpha_1, c_1 \rangle W_{t-1} + \dots + \langle \alpha_p, c_p \rangle W_{t-p} + a_t - \langle \alpha_{p+1}, c_{p+1} \rangle a_{t-1} - \dots - \langle \alpha_{p+q}, c_{p+q} \rangle a_{t-q}. \quad (18)$$

که $W_t = (1-B)^d (Z_t - \mu)$ بوده و α_i, c_i به ترتیب مراکز و اعداد فازی هستند.

فاز سه: با توجه به نظرات ایشیوچی داده های حد بالا و پایین مدل وقتی که دامنه مدل اریما فازی وسیع شود، حذف خواهند شد. به منظور ساختن مدلی شامل همه شرایط ممکن اریما فازی، اگر مجموعه داده ها شامل تفاوت های مشخص یا موارد خارج از محدوده باشند، c_i ها بسیار گسترده خواهند شد. طبق نظرات ایشیوچی داده های اطراف مرزهای بالا و پایین مدل حذف می شود، سپس مدل مجدداً فرمول بندی می شود.

۳- شبکه های عصبی احتمالی (PNN)

شبکه های عصبی که به منظور شناخت و طبقه بندی الگوها مورد استفاده قرار می گیرند، به طور کلی الگوهای موجود در

داده‌های آموزش را یادگرفته، سپس نمونه‌های جدید را بر اساس این الگوها دسته‌بندی می‌کنند. شبکه‌های عصبی احتمالی از مهمترین روشهای بانظر بوده که به منظور شناخت و طبقه‌بندی الگوها مورد استفاده قرار می‌گیرند. این گونه از شبکه‌ها برای اولین بار در سال ۱۹۸۸ توسط دونالد اسپیچت معرفی شدند [۴۱]. شبکه‌های عصبی احتمالی الگوها را بر اساس استراتژی بیزی و تخمین‌زننده‌های غیرپارامتریک توابع چگالی احتمال طبقه‌بندی می‌کنند و از جمله روشهایی هستند که مبتنی بر الگوهای آماری موجود در داده عمل می‌کنند. این گونه از شبکه‌ها از الگوریتمهای یادگیری یک بارگذر از داده‌ها استفاده کرده و این یکی از بزرگترین مزایای آنها به حساب می‌آید.

همچنین در الگوریتم یادگیری شبکه‌های عصبی احتمالی تضمین می‌شود که با افزایش تعداد نمونه‌های آموزشی سطوح تصمیم‌گیری به مرزهای تصمیم‌گیری بهینه میل کند. به علاوه با انتخاب مناسب فاکتور هموارسازی می‌توان سطوح تصمیم‌گیری را بر حسب نیاز بسیار ساده یا بسیار پیچیده تنظیم کرد [۴۲]. شبکه‌های عصبی احتمالی یک اشکال عمده نیز دارند و آن نیاز به ذخیره‌سازی تمامی نمونه‌های آموزشی به منظور طبقه‌بندی الگوهای جدید است که این خود باعث اشغال حجم بزرگی از حافظه می‌شود.

۳-۱- استراتژی بیزی

به منظور درک بهتر مفاهیم و نحوه عملکرد شبکه‌های عصبی احتمالی لازم است آشناییهای اولیه‌ای با استراتژی بیزی وجود داشته باشد، لذا در این قسمت در ابتدا به بیان مختصری در مورد استراتژی بیزی پرداخته شده است. استراتژی بیزی به مجموعه‌ای از قواعد و استراتژیهای اتلاق می‌شود که به منظور طبقه‌بندی الگوها از مینیم کردن ریسک مورد انتظار استفاده می‌کنند [۴۳]. یک تکنیک طبقه‌بندی الگو در حالت کلی با استفاده از یک مجموعه از ورودیهای n بعدی، به تصمیم‌گیری در مورد تعلق یک مشاهده به یک دسته خاص می‌پردازد. قاعده تصمیم‌گیری بیزی برای طبقه‌بندی یک الگوی مشخص (X) و

تعلق آن الگو به یک طبقه خاص عبارت است از

$$X \in C_r \quad \text{if} \quad h_r l_r f_r(X) \geq h_s l_s f_s(X) \quad (19)$$

$$\text{for } \forall s, s \neq r \quad 1 \leq r \leq q$$

به قسمی که l_i ضرر متناظر با تعلق اشتباه الگوی X به کلاس i ام، h_i یک احتمال اولیه از تعلق الگوی X به کلاس i ام و $f_i(X)$ تابع چگالی احتمال کلاس i ام برای ورودی X است. در حالت کلی سطوح تصمیم‌گیری را می‌توان به دلخواه پیچیده انتخاب کرد، چرا که هیچ محدودیتی برای تابع چگالی احتمال به جز شرایط عمومی این گونه از توابع (نامفی، انتگرال‌پذیر بودن در تمامی نقاط و مساوی یک بودن انتگرال آنها در دامنه تعریف) وجود ندارد. پارزن نشان داده است که یک کلاس از تخمین‌زننده‌های PDF هموار و پیوسته وجود دارند که به طور مجانبی به تابع چگالیهای اصلی میل می‌کنند [۴۴]. این توابع همچنین می‌توانند در مورد تابع چگالیهای چند بعدی نیز مورد استفاده قرار گیرند.

۳-۲- شبکه‌های عصبی احتمالی

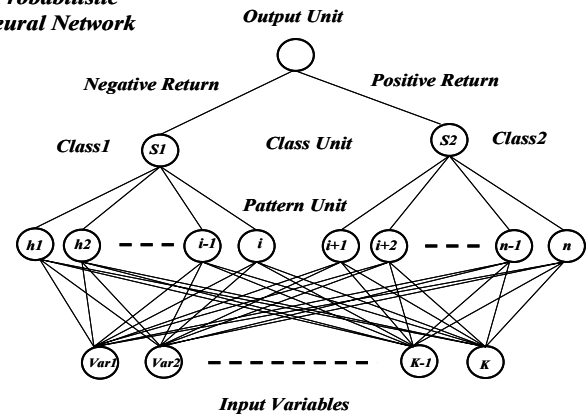
شبکه‌های عصبی احتمالی بر اساس استراتژی بیزی در دسته‌بندی الگوها ساخته شده‌اند و با در دسترس داشتن داده‌های مشخص ابزارهای قدرتمندی برای شناخت و طبقه‌بندی الگوها با بیشترین احتمال موفقیت‌اند [۳۵]. اساس سایر دسته‌بندی‌کننده‌های بیزین بر انتخاب کلاسی با بزرگترین جمله حاصله از قاعده استراتژی بیزین است.

$$\text{Max}_i \{h_i l_i f_i(X)\} \quad (20)$$

رابطه فوق قانون تصمیم‌گیری که برای شناخت تابع چگالی احتمال مورد نیاز است را پیشنهاد نمی‌کند. یک تخمین‌زننده خاص از این نوع که در شبکه‌های عصبی احتمالی مورد استفاده قرار می‌گیرند مطابق زیرند

$$f_i(X) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{k}{2}} \sigma^k} \cdot \frac{1}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} \exp \left[-\frac{(X - Y_{i,j})^T \cdot (X - Y_{i,j})}{2\sigma^2} \right] \quad (21)$$

Probabilistic Neural Network



شکل ۱- ساختار کلی یک شبکه عصبی احتمالی.

را در اختیار لایه سوم قرار می‌دهد. تابع غیرخطی این لایه اگر مقادیر مربوط به ورودیها و اوزان به طول واحد نرمالیزه شده باشند مطابق زیر خواهد بود.

$$\exp(-(W_i - X)^T (W_i - X) / 2\sigma^2). \quad (22)$$

نرونهای لایه سوم ورودیهای متناظر با دسته‌ای که الگوی آموزش به آن تعلق دارد را با هم جمع می‌کند. در نهایت نیز نرونهای لایه خروجی با به دست آوردن یک مجموع وزنی از دو ورودی خود و با استفاده از یک تابع فعالیت دوحالته، کلاس و طبقه ورودی مورد نظر را مشخص می‌کنند.

۲-۲-۳- نرمال کردن ورودیها و انتخاب فاکتور هموارسازی

از آنجایی که توابع چگالی احتمال تخمین زده شده دارای یک هسته با پهنای ثابت در دو سمت هستند، معمولاً لازم است به عنوان یک پیش پردازش داده‌ها، تمام متغیرهای ورودی به گونه‌ای تغییر مقیاس داده شوند که همگی دارای یک واریانس ثابت باشند. پس از تغییر مقیاس نوبت به انتخاب پهنای تابع چگالی احتمال تخمین زده شده (σ) می‌رسد. انتخاب این پهنای در نحوه تخمین تابع چگالی احتمال و در نتیجه در تصمیم‌گیری بسیار موثر است. یک روش مرسوم برای انتخاب σ روش "کنار گذاشتن نمونه‌ها" است. در این روش برای یک مقدار خاص σ ، در هر زمان یک نمونه کنار گذاشته شده و شبکه بر اساس سایر نمونه‌ها ساخته می‌شود. سپس از شبکه حاصل برای تخمین γ متناظر با نمونه کنار گذاشته شده استفاده می‌شود. با تکرار این رویه برای هر نمونه، میانگین مربعات خطا (MSE) در مقدار مشخص σ محاسبه می‌شود. سپس با تغییر σ اعمال فوق چندین بار تکرار می‌شود. نهایتاً شبکه اصلی بر اساس مقداری از σ که کمترین خطای متناظر را داراست، ایجاد می‌شود [۴۱].

۴- روش ترکیبی (FARIM/PNNs)

امروزه علی‌رغم وجود روشهای کمی متعدد برای پیش‌بینیهای مالی، هنوز پیش‌بینیهای دقیق در محیطهای مالی کار

به قسمی که X بردار ورودی، k تعداد متغیرهای موجود در بردار ورودی (بعد بردار ورودی)، n_i تعداد الگوهای آموزشی موجود در کلاس i ام، $Y_{i,j}$ آزمون الگوی آموزشی در کلاس i ام و σ پارامتر هموارسازی است. تابع چگالی احتمال فوق‌الذکر با به کارگیری روش تقریب پارزن مستقیماً از مجموعه داده‌های آموزشی برآورد می‌شود. لازم به ذکر است، اگرچه تابع معادله (۲۱) به صورت مجموعی از توزیعهای گوسی چندمتغیره کوچک است اما این دلیلی بر گوسی بودن مجموع آنها نبوده و این مجموع می‌تواند هر تابع چگالی احتمالی را تقریب بزند.

۱-۲-۳- توپولوژی شبکه‌های عصبی احتمالی

شبکه‌های عصبی احتمالی با استفاده از منطق دسته‌بندی مذکور و به منظور اجرای آنها، طراحی و ساخته شده‌اند. ساختار شبکه‌های عصبی احتمالی در حالت کلی شامل چهار لایه است، یک لایه ورودی و سه لایه پردازش اطلاعات شامل لایه الگو، لایه کلاس‌بندی و لایه خروجی. ساختار کلی یک شبکه عصبی احتمالی در شکل (۱) آورده شده است. نرونهای لایه ورودی صرفاً وظیفه انتقال مقادیر ورودی به تمام نرونهای لایه دوم را بر عهده داشته و هیچ‌گونه پردازشی در این لایه بر روی داده‌ها صورت نمی‌گیرد. هر یک از نرونهای لایه دوم، حاصل ضرب نقطه‌ای بردار ورودی را در یک بردار وزن محاسبه می‌کند و پس انجام یک عمل غیرخطی بر روی حاصل ضرب مذکور نتیجه

چندان ساده‌ای نیست و اکثر محققان درصدد به‌کارگیری و مقایسه روشهای متفاوت به‌منظور حصول نتایج دقیق‌ترند. مدل اریما مدل پیش‌بینی دقیقی برای دوره‌های زمانی کوتاه‌مدت است، اما دارای محدودیت تعداد زیاد داده‌های گذشته (حداقل ۵۰ و ترجیحاً ۱۰۰ یا بیشتر) است. در صورتی‌که امروزه به علت عدم قطعیت محیط و توسعه سریع تکنولوژی نوین معمولاً باید موقعیتهای آینده را با استفاده از داده‌های کم و در بازه زمانی کوتاه‌مدت پیش‌بینی کرد. بنابراین به روشهای پیش‌بینی نیاز است که به داده‌های کمتری احتیاج داشته باشند [۴۵].

مدل رگرسیون فازی یک مدل پیش‌بینی بازه‌ای مناسب در شرایط داده‌های قابل حصول کم است. اما عملکرد این‌گونه از روشها در حالت کلی چندان رضایت‌بخش نیست. "تسنگن" و همکارانش با استفاده از مفاهیم پایه‌ای دو روش اریما و رگرسیون فازی به‌منظور بهره‌گیری از کلیه مزایای موجود در این روشها و کاهش محدودیتهای هر یک از مدل‌های مذکور، مدل‌های میانگین متحرک خودرگرسیون انباشته فازی (Fuzzy ARIMA) را ارائه کردند [۱۵]. روش پیشنهادی تسنگن به‌دلیل استفاده از منطق فازی به مشاهدات کمتری نسبت به مدل اریما نیاز داشته و نتایج بهتری نیز نسبت به دو روش تشکیل‌دهنده خود داشته است. روش مذکور همچنین برای تصمیم‌گیران، بهترین و بدترین موقعیتهای ممکن را نیز فراهم می‌سازد. اما این‌گونه مدلها نیز مشکل وسیع شدن بازه پیش‌بینی در برخی از شرایط داده‌ای خاص را دارند. بر اساس نظرات ایشیبوچی و تاناکا [۴۶]، بازه پیش‌بینی می‌تواند به‌دلیل وجود تفاوت‌های مشخص و یا داده‌های پرت در مجموعه داده‌های یادگیری، مخصوصاً در محیط‌های ناآرام اقتصادی، بسیار وسیع شود.

شناخت و طبقه‌بندی الگوها به مسئله‌ای مهم و قابل توجه در دنیای امروز تبدیل شده است و تعداد تحقیقات متنوع انجام شده در این زمینه در سالهای اخیر مبین اهمیت این موضوع است. شبکه‌های عصبی مصنوعی از جمله مهمترین و دقیقترین روشهای حال حاضر برای شناخت و طبقه‌بندی الگوها

هستند. شبکه‌های عصبی احتمالی یکی از موفقترین و کاربردی‌ترین نوع از این شبکه‌ها بوده که بر اساس نظر کارشناسان با در دسترس داشتن داده‌های مشخص ابزارهای قدرتمندی برای شناخت و طبقه‌بندی الگوها با بیشترین احتمال موفقیت‌اند [۳۵].

در این مقاله استفاده از قدرت تشخیص شبکه‌های عصبی احتمالی به‌منظور تشخیص فضاهای محتملتر برای مقادیر واقعی در بازه پیش‌بینی شده و بهبود نتایج حاصله، پیشنهاد شده است. در روش پیشنهادی در ابتدا یک مدل میانگین متحرک خودرگرسیون انباشته بر روی داده‌های سری زمانی مورد مطالعه $\{Z_t\}$ برازش می‌شود. نتیجه این مرحله معادله‌ای مطابق زیر و برآوردی از پارامترهای مدل و مقادیر واقعی سری زمانی مورد مطالعه $\{\hat{Z}_t\}$ خواهد بود.

$$W_t = \phi_1 W_{t-1} + \phi_2 W_{t-2} + \dots + \phi_p W_{t-p} + a_t - \theta_{p+1} a_{t-1} - \theta_{p+2} a_{t-2} - \dots - \theta_{p+q} a_{t-q} \quad (23)$$

به قسمی که $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_p$ و $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_q$ پارامترهای مدل اریما و $W_t = (1-B)^d (Z_t - \mu)$ هستند. در مرحله بعدی با فازی در نظر گرفتن پارامترهای به دست آمده از مرحله قبلی $(\tilde{\phi}_1, \tilde{\phi}_2, \dots, \tilde{\phi}_p, \tilde{\theta}_1, \tilde{\theta}_2, \dots, \tilde{\theta}_q)$ به صورت اعداد فازی مثلثی متقارن مطابق (۴) و استفاده از رگرسیون فازی حدود بالا و پایین مقادیر محاسبه می‌شوند. نتیجه این مرحله معادله‌ای مطابق زیر خواهد بود.

$$\tilde{W}_t = \langle \alpha_1, c_1 \rangle W_{t-1} + \dots + \langle \alpha_p, c_p \rangle W_{t-p} + a_t - \langle \alpha_{p+1}, c_{p+1} \rangle a_{t-1} - \dots - \langle \alpha_{p+q}, c_{p+q} \rangle a_{t-q} \quad (24)$$

بازه به دست آمده از روش میانگین متحرک خودرگرسیون انباشته فازی به‌منظور به‌کارگیری در شبکه عصبی احتمالی، به n قسمت مساوی تقسیم می‌شود. بنابر شرایط مسئله مورد نظر، زیربازه‌ای که مقدار واقعی در آن قرار گرفته و یا n-1 زیربازه دیگر به عنوان مقادیر هدف شبکه عصبی و سایر داده‌های موجود که شامل نتایج به دست آمده از روش میانگین متحرک خودرگرسیون انباشته فازی و مقادیر سری زمانی مورد مطالعه‌اند، نیز به عنوان داده‌های آموزش در نظر گرفته می‌شوند.

سپس یک شبکه عصبی احتمالی طراحی شده و آموزش می‌بیند تا زیربازه‌ای که احتمال وجود مقدار واقعی در آن بیشتر است را تشخیص دهد. نتیجه این مرحله بازه‌ای به عرض $1/n$ بازه اولیه و ضریب اطمینان α است. به قسمی که α درصد قدرت تشخیص شبکه عصبی احتمالی در داده‌های آزمون است.

اولین مسئله در طراحی یک شبکه عصبی احتمالی تعیین تعداد نرونهای ورودی یا به عبارت دیگر تعیین ورودیهای شبکه است که بی‌شک مهمترین قسمت در طراحی این گونه از شبکه‌هاست. اصولاً هیچ روش سیستماتیکی به‌منظور تعیین ورودیهای شبکه در حالت کلی وجود نداشته و اغلب محققان از طریق آزمایش و خطا، متغیرهای مؤثر و ورودیهای شبکه را از میان مجموعه متغیرهای ممکن انتخاب می‌کنند. به‌طور کلی مجموعه کلیه متغیرهایی که کاندیدای ورود به شبکه احتمالی در این مرحله هستند، عبارت‌اند از

۱. وقفه‌های اول تا p ام سری زمانی در زمان t
 $(Z_{t-1}, Z_{t-2}, \dots, Z_{t-p})$
۲. وقفه‌های اول تا q ام خطای خالص در زمان t
 $(a_{t-1}, a_{t-2}, \dots, a_{t-q})$
۳. مقدار پیش‌بینی شده سری زمانی در زمان t ($\hat{Z}_t$)
۴. وقفه‌های مقدار پیش‌بینی شده سری زمانی در زمان t
 $(\hat{Z}_{t-1}, \hat{Z}_{t-2}, \dots, \hat{Z}_{t-m})$
۵. حد بالا و پایین پیش‌بینی شده سری زمانی در زمان t
 (L_t, U_t)
۶. وقفه‌های حد بالا و پایین پیش‌بینی شده سری زمانی در زمان t
 $(L_{t-1}, U_{t-1}, \dots, L_{t-m}, U_{t-m})$

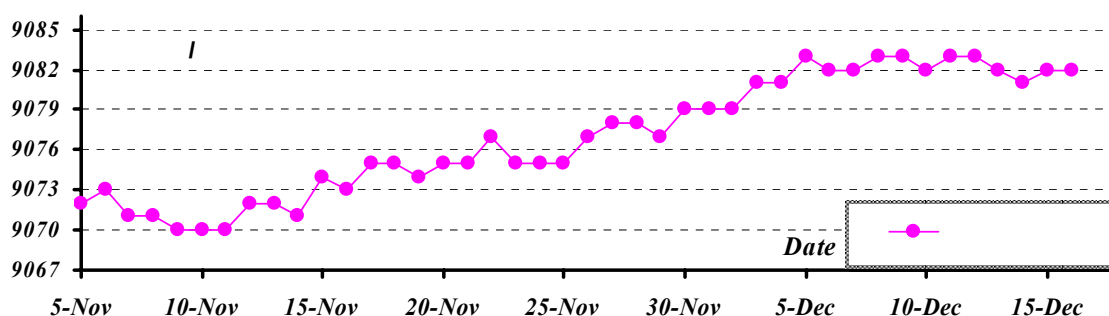
به قسمی که m عددی دلخواه و p, q پارامترهای تعریف شده در قسمت‌های قبلی‌اند. مسئله بعدی در طراحی شبکه تعیین تعداد نرونهای خروجی است. در حالت کلی تعداد نرونهای خروجی در مسئله‌ای با k کلاس متفاوت برابر با $k-1$ است [۴۷]، لذا در مسئله مورد نظر، تعداد نرونهای خروجی برابر با $n-1$ خواهد بود، به قسمی که n تعداد زیربازه‌های (کلاسهای) تعریف شده است. در انتها با بررسی ساختارهای مختلف و با توجه به درصد تشخیص صحیح زیربازه‌ها در داده‌های آزمون، ساختار شبکه

بهینه و همچنین مقدار بهینه پارامتر هموارسازی معین می‌شود. در روش ترکیبی چنین فرض شده است که حالت مطلوب ما یکی از n زیربازه تقسیم شده است، این فرض محدودیت ذاتی برای روش ترکیبی نبوده و در حالت کلی حالت مطلوب می‌تواند هر k زیربازه متوالی و یا نامتوالی از n زیربازه تقسیم شده باشد ($k \leq n$). در حالت انتخاب k زیربازه متوالی و یا نامتوالی از n زیربازه تقسیم شده تعداد حالات ممکن برابر با $\frac{n!}{k!(n-k)!}$ بوده و با فرض متوالی بودن k زیربازه این تعداد به $n-k+1$ تقلیل خواهد یافت.

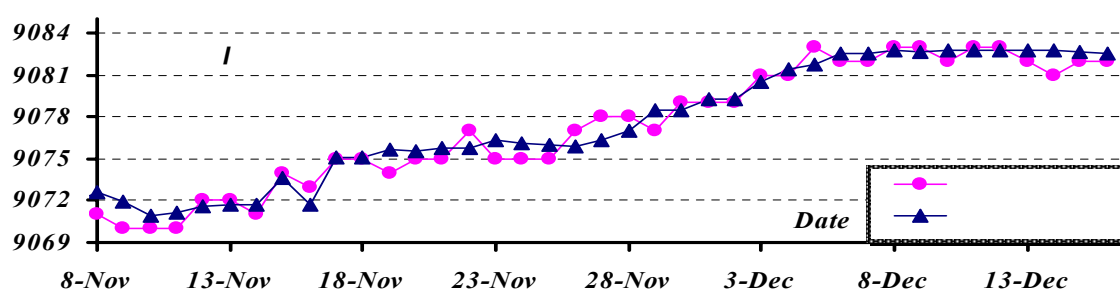
در حالت کلی می‌توان n, k را طوری انتخاب کرد که ضریب اطمینان روش ترکیبی برابر با مقدار از پیش تعیین شده α_0 شود، ($0 \leq \alpha_0 \leq 100$)، به عبارت دیگر با مشخص بودن ضریب اطمینان، می‌توان n, k را به قسمی مشخص کرد که عملکرد روش ترکیبی نسبت به روش میانگین متحرک خودرگرسیون انباشته فازی که برابر با k/n است، ماکزیمم شود. همچنین با مشخص بودن n, k یا به عبارت دیگر با مشخص بودن طول بازه نهایی مورد انتظار می‌توان حداکثر ضریب اطمینان را برای بازه مذکور به دست آورد.

در انتها لازم به ذکر است که تمامی موارد بیان شده در مورد روش ترکیبی همچون تعداد نرونهای خروجی و یا متوالی یا نامتوالی بودن k زیربازه انتخابی، تنها به‌منظور حفظ کلیت مدل و جوابگو بودن مدل در کلیه شرایط ممکن بیان شده اما تحقیقات محقق نشان می‌دهد که انتخاب یک خروجی به جای انتخاب $n-1$ خروجی و یا متوالی در نظر گرفتن زیربازه‌های انتخابی در مقابل عدم توالی آنها نتایج بهتری را ارائه کرده است. روش پیشنهادی را در حالت کلی می‌توان در دو مرحله زیر خلاصه کرد:

مرحله اول: برازش یک مدل میانگین متحرک خودرگرسیون انباشته فازی مناسب با استفاده از داده‌های سری زمانی مورد مطالعه که شامل برازش یک مدل میانگین متحرک خودرگرسیون انباشته کلاسیک و یک مدل رگرسیون فازی است. نتایج مرحله اول که به‌عنوان ورودیهای مرحله دوم مورد استفاده قرار می‌گیرند، عبارت‌اند از:



شکل ۲- داده روزانه نرخ ارز از ۱۴ آبان ماه تا ۲۵ آذرماه ۱۳۸۴ مطابق با پنجم نوامبر تا پانزدهم دسامبر سال ۲۰۰۵.
منبع: بانک مرکزی جمهوری اسلامی ایران.



شکل ۳- نتایج حاصله از برازش مدل میانگین متحرک خودرگرسیون انباشته.

استفاده شده در این تحقیق شامل ۴۲ داده روزانه نرخ ارز (دلار آمریکا در مقابل ریال) از چهاردهم آبان ماه تا بیست و پنجم آذرماه سال ۱۳۸۴ مطابق با پنجم نوامبر تا پانزدهم دسامبر سال ۲۰۰۵ است که در شکل (۲) نمایش داده شده است.

۵-۱- پیش بینی

با به کار گیری مدل اریمای فازی ابتدا ۳۵ مشاهده اول به منظور فرموله کردن مدل و سپس ۷ مشاهده آخر برای ارزیابی عملکرد مدل مورد استفاده قرار گرفته اند.

مرحله اول، (فاز یک): با به کار گیری نرم افزار *Eveiws* بهترین مدل برازش شده $ARIMA(2,1,0)$ بوده است. مقادیر واقعی و پیش بینی شده و مدل حاصله در شکل (۳) نشان داده شده است.

$$\tilde{Z}_t = 9060.5 + 0.607Z_{t-1} + 0.421Z_{t-2} + a_t \quad (25)$$

مرحله اول، فاز دو (تعیین حداقل ابهام): با قراردادن

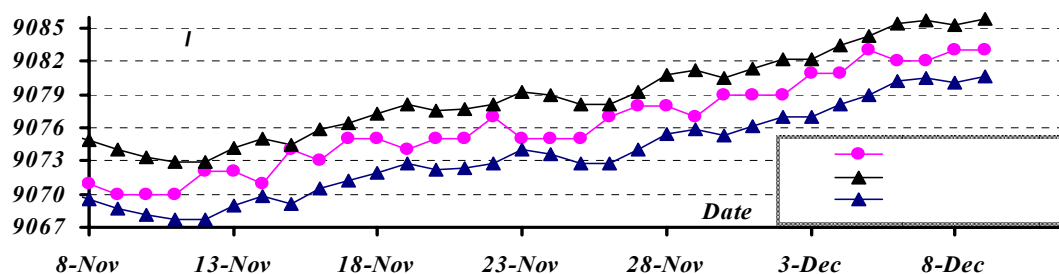
۱. تعیین مقادیر برآورد شده و خطاهای خالص مدل سازی با استفاده از یک مدل میانگین متحرک خودرگرسیون انباشته کلاسیک.

۲. تعیین حد بالا و پایین مقادیر پیش بینی شده با استفاده از یک مدل رگرسیون فازی.

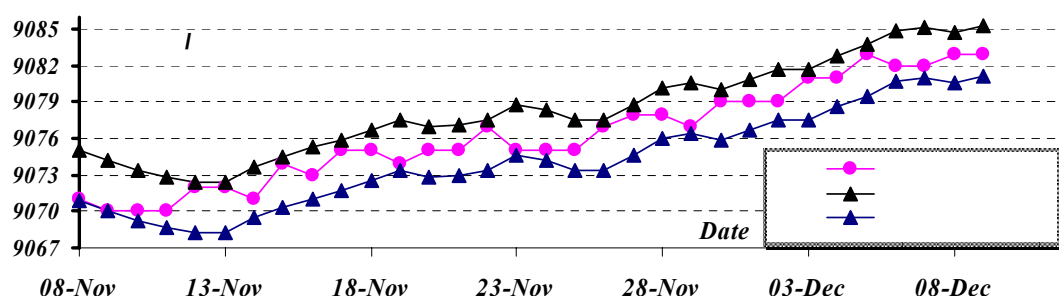
مرحله دوم: انتخاب تعداد زیربازه ها (n) و آموزش یک شبکه عصبی احتمالی مناسب با استفاده از مقادیر به دست آمده در مرحله اول و مقادیر خود سری زمانی مورد مطالعه.

۵- به کار گیری مدل پیشنهادی به منظور پیش بینی نرخ ارز

از مدل حاصله، در این قسمت به منظور پیش بینی دامنه تغییرات نرخهای ارز (پوند انگلستان، دلار آمریکا و یورو همگی در مقابل ریال ایران) استفاده شده است. در این قسمت به منظور تشریح مراحل روش پیشنهادی، مسئله پیش بینی تغییرات دلار آمریکا در مقابل ریال ایران، به عنوان نمونه آورده شده است. اطلاعات



شکل ۴- مقادیر واقعی و حد بالا و پایین آنها.



شکل ۵- مقادیر واقعی و حد بالا و پایین آنها (بعد از حذف).

در جدول (۱) آورده شده است. همان طوری که مشاهده می‌شود. نتایج حاصله و فواصل فازی نسبت به مدل قبلی مطلوبتر است.

مرحله دوم: پس از اجرای مدل اریمای فازی، شبکه عصبی احتمالی به کار گرفته می‌شود. همچون مرحله قبل ۳۵ مشاهده به منظور آموزش شبکه و سپس ۷ مشاهده به منظور بررسی عملکرد شبکه مورد استفاده قرار گرفته است. تعداد زیربازه‌ها در این مسئله برابر با دو در نظر گرفته شده است ($n=2$)، به عبارت دیگر بازه پیش‌بینی حاصله از مرحله اول به دو قسمت مساوی تقسیم شده‌اند. با توجه به مطالب قبلی و انجام آزمایشات متعدد، شبکه بهینه شبکه‌ای با پنج ورودی و یک خروجی است. ساختار شبکه مذکور در شکل (۶) آورده شده است.

ضمناً ورودیهای شبکه با توجه به مجموعه اولیه متغیرهای موجود و بر اساس شرایط مسئله مورد نظر انتخاب شده‌اند. خروجی شبکه نیز مقادیر باینری (۱- و ۱+) هستند که هر یک از این مقادیر نماینده یکی از زیربازه‌ها است. همچنین داده‌های ورودی به بازه $[0^\circ]$ نرمالیزه شده‌اند. در انتها نیز با

پارامترهای فازی $(\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2) = (9060.05, 0.607, 0.421)$ مدل با استفاده از معادله (۱۷) به دست آورده شده‌اند ($h=0$). نتایج حاصله در شکل (۴) آورده شده است.

$$\tilde{Z}_t = 9060.5 + \langle 0.607, 0.00028 \rangle Z_{t-1} + \langle 0.421, 0.0 \rangle Z_{t-2} + a_t. \quad (26)$$

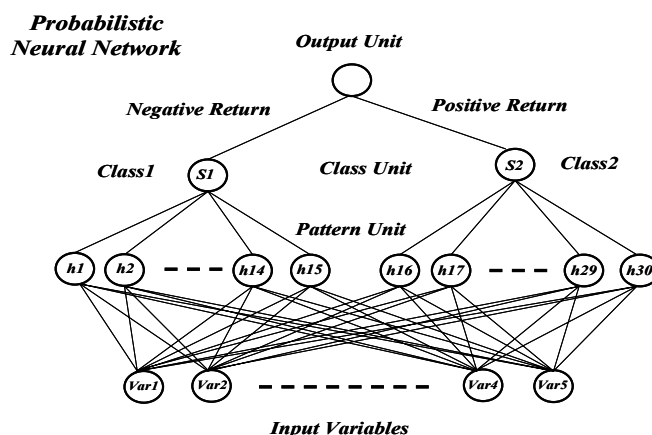
همانطور که در شکل (۵) مشاهده می‌شود مقادیر واقعی در فواصل فازی قرار گرفته‌اند اما طول فواصل فازی بسیار وسیع شده و مدل اریمای فازی فواصل مناسبی را به دست نمی‌دهد.

مرحله اول، فاز سه: از نتایج فوق مشخص می‌شود که مشاهده مربوط به بیست و چهارم آبان ماه (شماره ۹) در مرز بالایی قرار گرفته است، بنابراین محدودیت خطی که توسط این مشاهده تولید شده است را حذف و سپس فاز دوم مجدداً تکرار می‌شود ($h=0$). نتایج در شکل (۵) آورده شده است.

در انتها، با استفاده از مدل اریما فازی بازبینی شده مقادیر آینده متغیر وابسته پیش‌بینی شده‌اند. نتایج مقادیر پیش‌بینی شده، قبل و بعد از حذف داده پرت (بیست و چهارم آبان ماه)

جدول ۱- حدود بالا و پایین و مقادیر اصلی.

تاریخ	مقادیر واقعی	حد پایین مقادیر		حد بالای مقادیر	
		قبل از حذف	بعد از حذف	قبل از حذف	بعد از حذف
شنبه (۱۹- آذر)	۹۰۸۲	۹۰۸۰	۹۰۸۱	۹۰۸۵	۹۰۸۵
یکشنبه (۲۰- آذر)	۹۰۸۳	۹۰۸۰	۹۰۸۰	۹۰۸۵	۹۰۸۴
دوشنبه (۲۱- آذر)	۹۰۸۳	۹۰۸۰	۹۰۸۱	۹۰۸۵	۹۰۸۵
سه‌شنبه (۲۲- آذر)	۹۰۸۲	۹۰۸۰	۹۰۸۱	۹۰۸۵	۹۰۸۵
چهارشنبه (۲۳- آذر)	۹۰۸۱	۹۰۸۰	۹۰۸۰	۹۰۸۵	۹۰۸۴
پنج‌شنبه (۲۴- آذر)	۹۰۸۲	۹۰۷۹	۹۰۷۹	۹۰۸۴	۹۰۸۳
جمعه (۲۵- آذر)	۹۰۸۲	۹۰۷۹	۹۰۸۰	۹۰۸۴	۹۰۸۴



شکل ۶- ساختار شبکه عصبی احتمالی طراحی شده.

به قسمی که Var1: حد بالای پیش‌بینی شده سری زمانی در زمان t (U_t).

Var2: حد پایین پیش‌بینی شده سری زمانی در زمان t (L_t).

Var3: مقدار پیش‌بینی شده سری زمانی در زمان t ($\hat{Z}_t$).

Var4: تفاوت میان مقدار پیش‌بینی شده سری زمانی در زمان t و $t-1$ ($\hat{Z}_t - \hat{Z}_{t-1}$).

Var5: تفاوت میان حد بالا (پایین) در زمان t و حد بالا (پایین) در زمان $t-1$ ($U_t - U_{t-1}$).

عصبی احتمالی قادر است ۸۶٪ از زیربازه‌ها را به درستی تشخیص دهد. حال با توجه به زیربازه‌های به دست آمده از شبکه عصبی احتمالی و حدود بالا و پایین مدل میانگین متحرک خودرگرسیون انباشته فازی، نتایج روش ترکیبی برای داده‌های آزمون و آموزش در جدول (۳) آورده شده‌اند.

حال اگر فرض کنیم هدف حصول بازه بهینه با ضریب اطمینان ۱۰۰٪ باشد، به عبارت دیگر اگر بخواهیم کم‌طولترین بازه با ضریب اطمینان ۱۰۰٪ را به دست آوریم، آنگاه $n=5$ و

توجه به درصد تشخیص صحیح زیربازه‌ها در داده‌های آزمون مقدار بهینه پارامتر هموارسازی ($\delta=0.32$) تعیین شده است. با توجه به شبکه عصبی احتمالی طراحی شده در مرحله قبلی و شبیه‌سازی شبکه مذکور در نرم‌افزار MATLAB7 با به کار گیری داده‌های آزمون، زیربازه‌های محتملتر تشخیص داده شده‌اند. نتایج حاصله مطابق جدول (۲) خواهد بود.

همان طوری که در جدول فوق مشاهده می‌شود، شبکه

جدول ۲- زیربازه‌های واقعی و پیش‌بینی‌شده برای داده‌های آزمون .

تاریخ	زیربازه واقعی	زیربازه تشخیص‌داده شده
شنبه ۱۹- آذر	زیربازه پایینی	زیربازه پایینی
یکشنبه ۲۰- آذر	زیربازه بالایی	زیربازه بالایی
دوشنبه ۲۱- آذر	زیربازه بالایی	زیربازه بالایی
سه‌شنبه ۲۲- آذر	زیربازه پایینی	زیربازه پایینی
چهارشنبه ۲۳- آذر	زیربازه پایینی	زیربازه بالایی
پنج‌شنبه ۲۴- آذر	زیربازه بالایی	زیربازه بالایی
جمعه ۲۵- آذر	زیربازه بالایی	زیربازه بالایی

جدول ۳- حدود بالا و پایین و مقادیر اصلی.

تاریخ	مقادیر واقعی	حدپایین مقادیر	حد بالای مقادیر
شنبه ۱۹- آذر	۹۰۸۲	۹۰۸۰	۹۰۸۳
یکشنبه ۲۰- آذر	۹۰۸۳	۹۰۸۲	۹۰۸۵
دوشنبه ۲۱- آذر	۹۰۸۳	۹۰۸۳	۹۰۸۵
سه‌شنبه ۲۲- آذر	۹۰۸۲	۹۰۸۰	۹۰۸۳
چهارشنبه ۲۳- آذر	۹۰۸۱	۹۰۸۲	۹۰۸۵
پنج‌شنبه ۲۴- آذر	۹۰۸۲	۹۰۸۱	۹۰۸۴
جمعه ۲۵- آذر	۹۰۸۲	۹۰۸۲	۹۰۸۴

جدول ۴- حدود بالا و پایین و مقادیر اصلی با اطمینان ۱۰۰٪.

تاریخ	مقادیر واقعی	حدپایین مقادیر	حد بالای مقادیر
شنبه ۱۹- آذر	۹۰۸۲	۹۰۸۰	۹۰۸۳
یکشنبه ۲۰- آذر	۹۰۸۳	۹۰۸۳	۹۰۸۶
دوشنبه ۲۱- آذر	۹۰۸۳	۹۰۸۰	۹۰۸۳
سه‌شنبه ۲۲- آذر	۹۰۸۲	۹۰۸۰	۹۰۸۳
چهارشنبه ۲۳- آذر	۹۰۸۱	۹۰۸۰	۹۰۸۳
پنج‌شنبه ۲۴- آذر	۹۰۸۲	۹۰۷۹	۹۰۸۲
جمعه ۲۵- آذر	۹۰۸۲	۹۰۸۲	۹۰۸۵

$k=3$ خواهند بود و بازه نهایی به دست آمده از روش ترکیبی بازه‌ای به طول $3/1$ ریال خواهد بود که بیانگر $40/4\%$ بهبود نسبت به مدل میانگین متحرک خودرگرسیون انباشته فازی تسنگن است. نتایج به دست آمده از پیش‌بینی حدبالا و پایین با استفاده از روش ترکیبی در جدول (۴) آورده شده است.

همچنین اگر فرض کنیم $n=5$ و $k=2$ باشند و هدف حصول ماکزیمم ضریب اطمینان بازه حاصله باشد، به عبارت دیگر اگر بخواهیم حداکثر ضریب اطمینان را برای طول مشخصی از بازه پیش‌بینی‌شده به دست آوریم، آنگاه ضریب اطمینان برابر با 57% خواهد بود و بازه نهایی به دست آمده از

جدول ۵- حدود بالا و پایین و مقادیر اصلی برای $n=5$ و $k=2$

تاریخ	مقادیر واقعی	حد پایین مقادیر	حد بالای مقادیر
شنبه ۱۹- آذر	۹۰۸۲	۹۰۸۳	۹۰۸۵
یکشنبه ۲۰- آذر	۹۰۸۳	۹۰۸۲	۹۰۸۴
دوشنبه ۲۱- آذر	۹۰۸۳	۹۰۸۱	۹۰۸۳
سه شنبه ۲۲- آذر	۹۰۸۲	۹۰۸۳	۹۰۸۵
چهارشنبه ۲۳- آذر	۹۰۸۱	۹۰۸۲	۹۰۸۴
پنجشنبه ۲۴- آذر	۹۰۸۲	۹۰۸۱	۹۰۸۳
جمعه ۲۵- آذر	۹۰۸۲	۹۰۸۲	۹۰۸۴

جدول ۶- نتایج به دست آمده از مدلها.

مدل		طول بازه پیش‌بینی شده	بهبود عملکرد مدل پیشنهادی نسبت به سایر مدلها		
			مدل اریما	مدل اریمای فازی	مدل پیشنهادی
تجارب در مقابل	مدل اریما	۶۶/۹	۰	-	-
	مدل اریمای فازی	۲۳/۷	۶۴/۶	۰	-
	مدل پیشنهادی	۱۴/۱	۷۸/۹	۴۰/۴	۰
تجارب در مقابل	مدل اریما	۱۶/۲	۰	-	-
	مدل اریمای فازی	۴/۲	۷۴/۱	۰	-
	مدل پیشنهادی	۳/۱	۸۰/۹	۲۶/۲	۰
تجارب در مقابل	مدل اریما	۵۶۷/۹	۰	-	-
	مدل اریمای فازی	۱۱۶/۴	۷۹/۵	۰	-
	مدل پیشنهادی	۷۹/۶	۸۵/۹	۳۱/۶	۰

۶- نتیجه‌گیری

با وجود روشهای متعدد پیش‌بینی، هنوز پیش‌بینیهای دقیق در دنیای واقع و به‌ویژه در محیطهای مالی کار چندان ساده‌ای نیست. دقت پیش‌بینیها از مؤثرترین فاکتورها در انتخاب روش پیش‌بینی بوده و در سالهای اخیر تلاشهای فراوانی به‌منظور بهبود روشهای پیش‌بینی سریهای زمانی صورت گرفته است. در این مقاله با استفاده از قدرت تشخیص شبکه‌های عصبی احتمالی بهبودی بر مدلهای میانگین متحرک خودرگرسیون انباشته فازی (*FARIMA*)، به‌صورت روشی ترکیبی ارائه شده است. روش پیشنهادی با تشخیص فضاهای محتملتر در بازه پیش‌بینی‌شده، طول بازه مورد نظر را کاهش و دقت نتایج را

روش ترکیبی بازه‌ای به طول ۲/۱ ریال خواهد بود. نتایج به دست آمده از پیش‌بینی حدبالا و پایین با $n=5$ و $k=2$ در جدول (۵) آورده شده است.

اطلاعات مربوط به طول بازه پیش‌بینی شده و عملکرد نسبی روش پیشنهادی در مقایسه با بازه ۹۵٪ اطمینان روش میانگین متحرک خودرگرسیون انباشته (*ARIMA*) و بازه حاصله از روش میانگین متحرک خودرگرسیون انباشته فازی (*Fuzzy ARIMA*) در پیش‌بینی نرخهای ارز (پوند انگلستان، دلار آمریکا و یورو همگی در مقابل ریال ایران) در جدول (۶) خلاصه شده‌اند که همگی بیانگر برتری اکید روش پیشنهادی در پیش‌بینی نرخهای ارز است.

بهبود می‌بخشد. نتایج حاصله از به‌کارگیری روش ترکیبی موجب تقریباً ۴۰٪ بهبود نسبت به مدل میانگین متحرک خودرگرسیون انباشته فازی در پیش‌بینی نرخ ارزشده است.

مراجع

روش مذکور همچنین توانایی به دست آوردن بازه‌ای با طول مشخص و حداکثر ضریب اطمینان و یا ضریب اطمینان مشخص و حداقل طول بازه پیش‌بینی شده را نیز دارد.

۱. خاشعی، م.، "پیش‌بینی و تحلیل قیمت محصولات عرضه‌شده شرکت ذوب آهن اصفهان در بورس فلزات تهران با بکارگیری شبکه‌های عصبی مصنوعی"، پایان‌نامه کارشناسی ارشد، دانشکده صنایع و سیستم‌ها، دانشگاه صنعتی اصفهان، ۱۳۸۴.

2. Khashei, M., and Bijari, M., "An Artificial Neural Network (p,d,q) Model for Time Series Forecasting," *Expert Systems with Applications*, Vol. 37, pp. 479-489, 2010.
3. Fama, E. F., "Efficient Capital Markets, a Review of Theory and Empirical Work," *Journal of Finance* Vol. 25, pp. 383-414, 1970.
4. Meese, R. A., and Rogoff, K., "Empirical Exchange Rate Models of the Seventies: Do they Fit out of Sample?," *Journal of international Economics*, Vol. 14, pp. 3-24, 1983.
5. Gandolfo, G., Padoan, P. C., and Paladino, G., "Structural Models Versus Random Walk: the Case of the Lira/\$ Exchange Rate," *Eastern Economic Journal* Vol. 16, pp. 101-113, 1990.
6. Preminger, A., and Franck, R., "Forecasting Exchange Rates: A Robust Regression Approach," *International Journal of Forecasting* Vol. 23, pp. 71-84, 2007.
۷. خواجه‌وی، ش و قاسمی، م.، "فرضیه بازار کارا و مالیه رفتاری"، فصلنامه تحقیقات مالی، شماره ۲۰، ص ۶۹-۴۹، پاییز و زمستان ۱۳۸۴.
۸. سلامی، ا.، "بررسی کارایی بازار ارز ایران ۱۳۷۸-۱۳۷۰ (آزمون شکل ضعیف)"، پژوهشنامه اقتصادی، شماره ۳، ص ۱۱۵-۱۰۳، زمستان ۱۳۸۰.
۹. خانی، ع و فراهانی، د.، "ارزیابی کارایی بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از ضریب تعدیل قیمت"، مجله پژوهشی دانشگاه اصفهان (علوم انسانی)، جلد ۳، شماره ۳، ص ۷۲-۵۵، ۱۳۸۷.

10. Box, P., and Jenkins, G.M., "Time Series Analysis: Forecasting and Control," Holden-day Inc, San Francisco, CA, 1976.

11. Khashei, M., and Bijari, M., "A Novel Hybridization of Artificial Neural Networks and ARIMA Models for Time Series Forecasting," *Applied Soft Computing* Vol. 11, pp. 2664-2675, 2011.
12. Choudhury, J. P., Sarkar, B., and Mukherjee, S. K., "Forecasting of Engineering Manpower Through Fuzzy Associative Memory Neural Network with ARIMA: a Comparative Study," *Neurocomputing* Vol. 47, pp. 241-257, 2002.
13. Volkan, S., and Sertac, A., "ARIMA Forecasting of Primary Energy Demand by Fuel in Turkey," *Energy Policy* Vol. 35, pp. 1701-1708, 2007.
14. Khashei, M., Bijari, M., and Raissi, G. A., "Improvement of Auto-Regressive Integrated Moving Average Models Using Fuzzy Logic and Artificial Neural Networks," *Neurocomputing*, Vol. 72, pp. 956-967, 2009.
15. Tseng, F. M., and Tzeng, G. H., "Fuzzy ARIMA Model for Forecasting the Foreign Exchange Market," *Fuzzy Sets and Systems* Vol. 118, pp. 9-19, 2001.
16. Tanaka, H., "Fuzzy Data Analysis by Possibility Linear Models," *Fuzzy Sets and Systems* 24(3), pp. 363-375, 1987.
17. Tanaka, H., and Ishibuchi, H., "Possibility Regression Analysis Based on Linear Programming," in: J. Kacprzyk, M. Fedrizzi (Eds.), *Fuzzy Regression Analysis*, Omnitech Press, Warsaw and Physica-Verlag, Heidelberg, pp. 47-60, 1992.
18. Tanaka, S., and Uejima, K. A., "Linear Regression Analysis with Fuzzy Model," *IEEE Trans. Systems, Man Cybernet.* 12(6), pp. 903-907, 1987.
19. Song, Q., and Chissom, B. S., "Fuzzy time Series and its Models," *Fuzzy Sets and Systems* 54(3), pp. 269-277, 1993.
20. Song, Q., and Chissom, B. S., "Forecasting Enrollments with Fuzzy Time Series," part I, *Fuzzy Sets and Systems* 54 (1), pp. 1-9, 1993.
21. Song, Q., and Chissom, B. S., "Forecasting Enrollments with Fuzzy Time Series," part II, *Fuzzy Sets and Systems* 62(1), pp. 1-8, 1994.
22. Chen, M., "Forecasting Enrollments Based on Fuzzy Time Series," *Fuzzy Sets and Systems* 81(3), pp. 311-319, 1996.
23. Watada, K., "Fuzzy time Series Analysis and Forecasting of Sales Volume," in: J. Kacprzyk, M. Fedrizzi (Eds.), *Fuzzy Regression Analysis*,

- Omnitech Press, Warsaw and *Physica-Verlag, Heidelberg*, pp. 211- 227, 1992.
24. Kim, K. j., "Financial Time Series Forecasting using Support Vector Machines," *Neurocomputing* Vol. 55, pp. 307- 319, 2003.
 25. Khashei, M, Hejazi, S. R., and Bijari, M., "A New Hybrid Artificial Neural Networks and Fuzzy Regression Model for Time Series Forecasting," *Fuzzy Set and Systems*, Vol. 159, pp. 769- 786, 2008.
 26. Pai, P. F., and Hong, W. C., "Support Vector Machines with Simulated Annealing Algorithms in Electricity Load Forecasting," *Energy Conversion and Management* Vol. 46, pp. 2669-2688, 2005.
 27. Pai, P. F., and Lin, C. S., "A Hybrid ARIMA and Support vector Machines Model in Stock Price Forecasting," *Omega* Vol. 33, pp. 497- 505, 2005.
 28. Min, S. H., and Ingoo Han, J. L., "Hybrid Genetic Algorithms and Support Vector Machines for Bankruptcy Prediction," *Expert Systems with Applications* Vol. 31, pp. 1-9, 2005.
 29. Ince, H., and Trafalis, T. B., "A Hybrid Model for Exchange Rate Prediction," *Decision Support Systems* Vol. 42, pp. 1054-1062, 2006.
 30. Zhang, G., and Patuwo, B. E., "Forecasting with Artificial Neural Networks:" The State of the Art," *Neurocomputing* Vol. 56, pp. 205- 232, 2004.
 31. Khemchandani, J. R., and Chandra, S., "Fuzzy Linear Proximal Support Vector Machines for Multi-Category Data Classification," *Neurocomputing* Vol. 67, pp. 426-435, 2005.
 32. Rodriguez, J., Alonso, C. J., and Maestro, J. A., "Support Vector Machines of Interval-Based Features for Time Series Classification," *Knowledge-Based Systems* Vol. 18, pp. 171- 178, 2005.
 33. Huang, W., Nakamori, Y., and Wang, S.Y., "Forecasting Stock Market Movement Direction with Support Vector Machine," *Computers & Operations Research* Vol. 32, pp. 2513-2522, 2005.
 34. Sun, G., and Xu, G., "Tumor Tissue Identification Based on Gene Expression Data using DWT Feature Extraction and PNN Classifier," *Neurocomputing* Vol. 69, pp. 387-402, 2006.
 35. Wasserman, P., "Advanced Methods in Neural Computing". New York: *Van Nostrand Reinhold*, 1993.
 36. Kalatzis, I., and Liappas, I., "Design and Implementation of a Multi-PNN Structure for Discriminating One-Month Abstinent Heroin Addicts From Healthy Controls Using the P600 Component of ERP Signals," *Pattern Recognition Letters* Vol. 26, pp. 1691- 1700, 2005.
 37. Chen, A. S, Leung, M. T., and Daouk, H., "Application of Neural Networks to an Emerging Financial Market: Forecasting and Trading the Taiwan Stock Index," *Computers & Operations Research* Vol. 30, pp. 901- 923, 2003.
 38. Kim S., and Chun S., "Graded Forecasting Using an Array of Bipolar Predictions: Application of Probabilistic Neural Networks to a Stock Market Index," *International Journal of Forecasting* Vol. 14, pp. 323- 337, 1998.
 39. Yang, Z. R., Marjorie B., and Harlan, D., "Probabilistic Neural Networks in Bankruptcy Prediction," *Journal of Business Research* Vol. 44, pp. 67- 74, 1999.
 40. Dubois, D., and Prade, H., "Theory and Applications", Fuzzy Sets and Systems, *Academic Press*, New York, 1980.
 41. Specht D., "Probabilistic Neural Networks for Classification, Mapping, or Associative Memory," *IEEE International Conference on Neural Networks*, Vol. 1, pp. 525-532, 1988.
۴۲. خاشعی، م، بیجاری، م و حجازی، ر، "تشخیص نقاط شکست قیمت محصولات شرکت ذوب آهن اصفهان با بکارگیری طبقه‌بندی کننده‌های احتمالی (PNNs)", مجموعه مقالات سمپوزیوم فولاد ۸۸، ص ۸۶۶-۸۵۹، اسفند ۱۳۸۸.
43. Woo Choa, M., and Chan, Y., "Integrated Machining Error Compensation Method using OMM Data and Modified PNN Algorithm," *International Journal of Machine Tools & Manufacture*, pp. 12- 23, 2005.
 44. Parzen, E., "On Estimation of a Probability Density Function and Mode," *Annals of Mathematical Statistics* Vol. 33, pp. 1065-76, 1962.
۴۵. خاشعی، م و بیجاری، مهدی، "بهبود عملکرد پیش‌بینی‌های مالی با ترکیب مدل‌های خطی و غیر خطی خودرگرسیون میانگین متحرک انباشته و شبکه‌های عصبی مصنوعی"، فصلنامه علمی و پژوهشی پژوهش‌های اقتصادی، دانشگاه تربیت مدرس، سال هشتم، شماره ۲، ص ۱۰۰-۸۳، تابستان ۱۳۸۷.
46. Ishibuchi, H., and Tanaka, H., "Interval Regression Analysis Based on Mixed 0-1 Integer Programming Problem," *J. Japan Soc. Ind. Eng.*, 40 (5), pp. 312- 319, 1988.
 47. Yuan, S. F., and Chu, F.L., "Support Vector Machines-Based Fault Diagnosis for Turbo-Pump Rotor," *Mechanical Systems and Signal Processing* Vol. 20, pp. 939- 952, 2006.