

ارائه روشی جهت رتبه‌بندی اهمیت و تأثیر متغیرهای تصادفی بر احتمال خرابی سازه‌ها

محسن راشکی، محمود میری* و مهدی اژدري مقدم
دانشگاه سیستان و بلوچستان، دانشکده مهندسی، گروه عمران

(دریافت مقاله: ۱۳۹۲/۵/۲۸ - دریافت نسخه نهایی: ۱۳۹۲/۱۰/۱۱)

چکیده - در مقاله حاضر با استفاده از خصوصیات آماری متغیرها در نقطه طراحی و مود، روش جدیدی جهت رتبه‌بندی متغیرهای تصادفی در فضای اصلی ارائه شده است. در این روش نیاز به مشتق‌گیری از تابع شرایط حدی برطرف شده و روش تنها نیازمند در اختیار داشتن مختصات نقطه طراحی است. همچنین به منظور تعیین نقطه طراحی در فضای اصلی، الگوریتمی با استفاده از یک روش وزنی و روش اجتماع ذرات ارائه شده است که امکان تعیین نقطه طراحی را بدون استفاده از نگاشت و با دقت بالا فراهم می‌سازد. توانایی و دقت روش با حل چندین مسأله عددی و مهندسی مورد ارزیابی قرار گرفته است. مقایسه نتایج با جواب دقیق هر مسأله بیانگر کارایی روش ارائه شده در حل مسائل مختلف مهندسی است.

واژگان کلیدی: قابلیت اطمینان، متغیر تصادفی، رتبه‌بندی، نقطه طراحی.

A Method to Rank and Measure the Importance of Random Variables on Failure Probability of Structures

M. Rashki, M. Miri* and M. Azhdary Moghaddam

Department of Civil Engineering, Faculty of Engineering, University of Sistan and Baluchestan

Abstract: In the present study, by employing the statistical properties of random variables at design point and mode a new method is presented to rank random variables in original space. This method obviates the need for derivation from limit state function and just needs to know the coordinate of design point. Also, in order to determine design point in the original space, an algorithm based on a weighted method and particle swarm optimization method is presented providing the possibility of determining design point accurately without mapping. Robustness and accuracy of the proposed methods is evaluated by solving some numerical and engineering problems. The obtained results compared with exact solutions confirm the efficiency of the proposed methods for solving various engineering problems.

Keywords: Reliability, random variable, ranking, design point.

*: مسئول مکاتبات، پست الکترونیکی: mmiri@eng.usb.ac.ir

U	متغیر تصادفی در فضای نرمال استاندارد	V	سرعت ذره در روش اجتماع ذرات
G	تابع شرایط حدی	Φ	تابع توزیع احتمال نرمال استاندارد
X	متغیر تصادفی در فضای اصلی	β	شاخص قابلیت اطمینان
f	تابع چگالی احتمال	α	فاکتور حساسیت
F	تابع توزیع احتمال	μ	میانگین متغیر تصادفی
w	وزن نمونه ها	σ	انحراف معیار متغیر تصادفی
x	موقعیت ذره در روش اجتماع ذرات	ξ	نسبت وزن چگالی

۱- مقدمه

بررسی حساسیت احتمال خرابی به متغیرهای تصادفی در یک سیستم سازه‌ای از نکات کلیدی و مهم در طراحی بهینه و همچنین ساده‌سازی مسائل با تعداد متغیرهای تصادفی زیاد است. عموماً در مباحث طراحی بر اساس قابلیت اطمینان، طراح علاوه بر برآورد احتمال خرابی، در پی یافتن اهمیت هر یک از متغیرها در مسئله و تأثیر آن بر احتمال خرابی سازه است. چنانچه تأثیر متغیر تصادفی بر احتمال خرابی جزء سازه‌ای ناچیز باشد، می‌توان به منظور ساده سازی و کاهش ابعاد مسئله آن متغیر را به صورت قطعی در نظر گرفت و چنانچه میزان اثر زیاد باشد، باید آن را در مسئله حفظ نموده و در روند طراحی سازه از اثر آن متغیر استفاده کرد [۱].

روش‌هایی که به منظور آنالیز حساسیت و رتبه‌بندی متغیرهای تصادفی مورد استفاده قرار می‌گیرند اکثراً بر پایه روش‌های قابلیت اطمینان متناظر استوار بوده و به دو گروه کلی تقسیم‌بندی می‌شوند: ۱) آنالیز حساسیت بر مبنای روش‌های تخمینی (نظیر روش‌های قابلیت اطمینان مرتبه اول^۱ و ۲) آنالیز حساسیت بر مبنای روش‌های شبیه‌سازی (نظیر شبیه‌سازی مونت کارلو^۲) [۲ و ۳]. در روش‌های تخمینی قابلیت اطمینان موضوع کلیدی جهت حل مسئله، استفاده از یک تخمین خطی از تابع شرایط حدی حول نقطه طراحی^۳ و انتقال آن به فضای نرمال استاندارد است. مطابق تعریف ارائه شده توسط هاسوفد و لیند، نقطه طراحی نقطه‌ای روی تابع شرایط حدی است که

کمترین فاصله را از مبدأ در فضای نرمال استاندارد داشته باشد، این نقطه همچنین با عنوان نقطه با بیشترین احتمال وقوع خرابی^۴ نیز شناخته می‌شود. این نقطه (و ناحیه اطراف آن) دربردارنده اطلاعات مهمی در مورد احتمال خرابی سازه است [۴ و ۵]. در روش‌های مرتبه اول، فاصله این نقطه تا مبدأ به عنوان شاخص قابلیت اطمینان^۵ مسئله (β) در نظر گرفته می‌شود که توسط رابطه $P_f = \Phi(-\beta)$ امکان تخمین احتمال خرابی سازه را فراهم می‌سازد. یک ویژگی مهم و اساسی این روش‌ها، فراهم آوردن اطلاعاتی در مورد اهمیت متغیرهای تصادفی در مسئله قابلیت اطمینان، بدون نیاز به انجام محاسبات اضافی است. این اطلاعات در اغلب این روش‌ها (که اکثراً از روش‌های جستجوی گرادیانی برای یافتن نقطه طراحی بهره می‌برند) قابل حصول بوده و شامل براداری است که در حین روند جستجو برای یافتن نقطه طراحی به دست می‌آید (به عنوان مثال در روش معادلات همزمان مرتبه اول از آن با عنوان بردار آلفا و فاکتورهای اهمیت^۶ یاد می‌شود) [۶]. با استفاده از مقادیر این بردار، متغیرهای تصادفی به لحاظ اهمیت در مسئله قابلیت اطمینان رتبه‌بندی شده و در روند طراحی و نیز ساده سازی مسئله به کار گرفته می‌شوند. برای یک تابع شرایط حدی خطی سازی شده، روش‌های تخمینی مرتبه اول فاکتور اهمیت (α_i) را به صورت تابعی از مشتق تابع شرایط حدی ارائه می‌دهند. این فاکتورهای اهمیت در واقع همان بردار کسینوس‌های هادی در فرایند جستجو هستند که باید

رابطه $\alpha_1^2 + \alpha_2^2 + \dots + \alpha_n^2 = 1$ را ارضاء کنند [۷]. بدین ترتیب در رابطه مزبور متغیر با بزرگترین فاکتور اهمیت، بیشترین اثر را در تعیین شاخص قابلیت اطمینان مسأله (و متعاقباً احتمال خرابی) به همراه خواهد داشت و برعکس.

علیرغم سادگی، این روش‌های تخمینی در محاسبه نقطه طراحی دارای معایبی از جمله وابستگی پاسخ به نقطه شروع جستجو، لزوم خطی‌سازی تابع شرایط حدی، لزوم انتقال متغیرها به فضای نرمال استاندارد و نیز همگرا شدن به پاسخ موضعی برای مسائل با چندین نقطه طراحی هستند [۸]. به‌منظور غلبه بر برخی از مشکلات مطرح شده، محققان کارایی روش‌های حساسیت را طی سه دهه گذشته بهبود بخشیده و روش‌های نوینی جهت آنالیز حساسیت مبتنی بر روش‌های تخمینی ارائه نموده‌اند. هوهنپیچلر و رکویتز [۹]، مادن و همکاران [۱۰]، جراگر و کرنک [۱۱] و کرمچندانی و کرنل [۱۲] روش‌های آنالیز حساسیت قابلیت اطمینان را بر اساس روش‌های مرتبه اول و دوم گسترش دادند. همچنین روش مؤثری جهت بهبود روش‌های حساسیت مرتبه اول برای توابع غیرنرمال توسط ژانگ و یانگ ارائه شده است [۱۳]. ملچر و احمد نیز یک روش سریع با استفاده از ترکیب روش مرتبه اول و مونت کارلو جهت برآورد نتایج حساسیت قابلیت اطمینان ارائه نموده‌اند که قادر به حل مسائل با توابع چگالی احتمال متفاوت، با دقتی بالا است [۱۴]. با استفاده از روش‌های مرتبه دوم نیز تا حدودی مشکل خطی‌سازی تابع شرایط حدی و تخمین احتمال خرابی در روش‌های تخمینی برطرف شده و محققان مختلف تحقیقاتی جهت استخراج نتایج حساسیت با استفاده از این روش‌ها انجام داده‌اند. لیکن در این روش‌ها، پیچیدگی محاسبات اغلب بر دقت آن‌ها غالب بوده و نیز این روش‌ها نسبت به روش‌های شبیه‌سازی از دقت پایین‌تری برخوردار هستند [۸]. باید توجه داشت که با وجود پیشرفت‌های مناسب، اغلب روش‌های ارائه شده فوق از الگوریتم‌های کلاسیک بهینه‌ساز جهت یافتن نقطه طراحی

استفاده می‌کنند. با توجه به این موضوع، تضمینی برای همگرایی الگوریتم به‌کار رفته جهت تعیین نقطه طراحی صحیح برای توابع شرایط حدی پیچیده وجود ندارد. در سال ۲۰۰۵، الگبدیه روشی برای یافتن نقطه طراحی با استفاده از مفهوم موجود در روش‌های مرتبه اول و نیز روش جستجوی اجتماع ذرات ارائه نمود [۱۵]. این روش تا حد زیادی مشکل موجود در همگرایی به پاسخ در روش‌های کلاسیک مرتبه اول موجود را بهبود بخشید، لیکن لزوم استفاده از نگاشت و خطاهای احتمالی حاصل از آن هنوز هم در این روش وجود دارد. همچنین، روش ارائه شده توسط الگبدیه توانایی ارائه فاکتورهای اهمیت و رتبه‌بندی متغیرهای تصادفی مسأله قابلیت اطمینان را ندارد.

در مقاله حاضر، نقطه طراحی به شکلی متفاوت از مفهوم ارائه شده توسط روش‌های تخمینی مورد جستجو قرار گرفته است. برای این منظور، از ترکیب روش وزنی ارائه شده در مرجع [۱۶] و روش جستجوی اجتماع ذرات برای تعیین این نقطه در فضای اصلی استفاده شده است. بدین ترتیب مشکل استفاده متوالی از نگاشت‌ها برای متغیرهای تصادفی و انتقال تابع شرایط حدی به فضای نرمال استاندارد برطرف شده است. این ویژگی سبب می‌شود خطاهای احتمالی جهت تعیین نقطه طراحی تا حد زیادی کاهش یابد. علاوه بر آن، یک روش مؤثر جهت ارزیابی اهمیت متغیرهای تصادفی و رتبه‌بندی آنها بدون نیاز به فراخوانی تابع شرایط حدی و مشتقات آن ارائه شده، که در آن تنها از خصوصیات آماری متغیرها در نقطه طراحی و مود استفاده شده است. روش رتبه‌بندی پیشنهادی پس از معرفی الگوریتم ترکیبی (جهت تعیین نقطه طراحی) ارائه شده است.

۲- الگوریتم ترکیبی پیشنهادی جهت تعیین نقطه طراحی

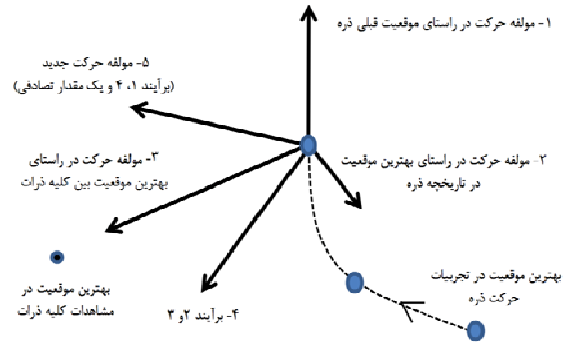
روش معمول برآورد نقطه طراحی در روش‌های مرتبه اول، یافتن نقطه‌ای بر روی تابع شرایط حدی است، به‌گونه‌ای که این

و $PDF(\mu_i, \sigma_i)$ مقدار تابع چگالی احتمال متغیر نام با میانگین μ_i و انحراف معیار σ است. بدین ترتیب هدف مسأله بهینه‌سازی فوق، یافتن بیشترین مقدار حاصل ضرب تابع چگالی احتمال بر روی تابع شرایط حدی است. در این تحقیق، از الگوریتم اجتماع ذرات^۸ به‌عنوان موتور جستجوگر مسأله قابلیت اطمینان استفاده شده است. سادگی روش، همگرایی سریع و توانمندی بالا در حل مسائل پیچیده بهینه‌سازی از جمله خصوصیات روش اجتماع ذرات است که آن را به‌عنوان یک جایگزین مناسب برای روش‌های کلاسیک بهینه‌سازی تبدیل نموده است [۱۸]. بر اساس ویژگی‌های ذکر شده، این روش بهینه‌سازی به‌عنوان جایگزین روش‌های گرادیانی جهت یافتن نقطه طراحی به‌کار گرفته شده است. این الگوریتم از رفتار اجتماعی پرندگان در حین جستجوی غذا برای هدایت مجموعه پرندگان به منطقه امید بخش در فضای جستجو استفاده کرده و با به‌هنگام کردن موقعیت پرندگان با توجه به‌میزان شایستگی آنها، مجموعه را به‌سمت جواب بهینه هدایت می‌کند. برای این منظور، الگوریتم با یک گروه از جواب‌های تصادفی شروع به‌کار می‌کند. فرآیند جستجو در این روش شامل یک روند مبتنی بر تکرار است که در آن هر ذره موقعیت خود را بر اساس تجربیات خود، مشاهدات سایر ذرات و نیز یک حرکت تصادفی بهبود می‌بخشد. این روند برای مجموعه ذرات با به‌هنگام کردن موقعیت x توسط رابطه (۳) و سرعت v توسط رابطه (۴)، تا همگرایی مجموعه ذرات به یک پاسخ واحد ادامه می‌یابد:

$$x_{i,g}^{(t+1)} = x_{i,g}^{(t)} + v_{i,g}^{(t+1)} \quad (3)$$

$$v_{i,g}^{(t+1)} = wv_{i,g} + c_1 \text{Rand}() (pbest_{i,g} - x_{i,g}^{(t)}) + c_2 \text{Rand}() (gbest_{i,g} - x_{i,g}^{(t)}) \quad (4)$$

در رابطه فوق t موقعیت زمانی ذرات، $pbest$ بهترین موقعیتی است که ذره i در طول اجرای الگوریتم می‌تواند کسب کند و $gbest$ بهترین موقعیتی را که ذرات در طول اجرای الگوریتم کسب کرده‌اند نشان می‌دهد. در این رابطه ضرایب c_1 ، c_2 و w به‌ترتیب پارامترهای شناخت فردی، شناخت اجتماعی، ضریب لختی بوده و $\text{Rand}()$ عددی تصادفی در بازه $[0-1]$ است.



شکل ۱- حرکت یک ذره در روش بهینه‌سازی اجتماع ذرات

نقطه کمترین فاصله را نسبت به مبدأ در فضای نرمال استاندارد دارا باشد. برای این منظور از یک الگوریتم بهینه‌ساز^۷ به‌صورت زیر در مسأله قابلیت اطمینان استفاده می‌شود:

$$\text{Min } \beta = \sqrt{\sum_{i=1}^d U_i^2} \quad (1)$$

Subject to $g(X) = 0$

که در آن U_i مقدار متغیر تصادفی i ام در فضای نرمال استاندارد، d تعداد متغیرهای تصادفی و g مقدار حاصله برای تابع شرایط حدی مسأله است [۶ و ۱۷]. برای این منظور چنانچه متغیری دارای تابع توزیع غیر نرمال باشد، روش مذکور با استفاده از نگاشت‌های مختلف متغیر را به فضای نرمال استاندارد انتقال می‌دهد که سبب افزایش قابل توجه درجه غیرخطی تابع شرایط حدی شده و متعاقباً کاهش دقت محاسبات را در پی خواهد داشت. اخیراً یک روش مؤثر شبیه‌سازی وزنی جهت تخمین احتمال خرابی و نیز نقطه با بیشترین احتمال خرابی در مرجع [۱۶] ارائه شده است که علاوه بر توانمندی در حل مسائل با توابع شرایط حدی پیچیده، مشکل نیاز به استفاده از نمونه‌های زیاد در روش مونت کارلو را نیز مرتفع نموده است. در مقاله حاضر از روش ارائه شده در مرجع مذکور جهت برآورد نقطه با بیشترین احتمال خرابی در فضای اصلی به‌صورت زیر بهره گرفته شده است:

$$\text{Max } W = \prod_{i=1}^s PDF_i(\mu_i, \sigma_i), \quad (2)$$

Subject to $g(X) = 0$

در رابطه فوق s تعداد متغیرهای تصادفی مسأله قابلیت اطمینان

انتخاب مقادیر برای سه پارامتر اول معمولاً تجربی است. مرجع [۱۵] مقادیر ۱/۵، ۱/۲ و ۰/۷۵ را به ترتیب برای پارامترهای c_1 ، c_2 ، w پیشنهاد نموده است. شکل (۱) روند به هنگام نمودن موقعیت ذره را به صورت شماتیک نمایش می دهد.

بر اساس توضیحات فوق، الگوریتم پیشنهادی جهت یافتن نقطه طراحی در فضای اصلی مسئله با استفاده از روش ذرات به صورت زیر خواهد بود:

(۱) اختیار کردن $t = 1$

(۲) تولید بردار x_i^t به صورت تصادفی در محدوده جستجو

(۳) تعیین مقدار وزن ذرات بر اساس رابطه (۲) و انتساب این مقدار متغیر به $pbest_i^t$ برای $i = 1, 2, \dots, n$

(۴) تعیین مقدار $gbest^t$ به صورت $gbest = \max(w)$

(۵) محاسبه مقدار $v_{i,g}^{(t+1)}$ با استفاده از رابطه (۴)

(۶) بررسی شرط بیشترین مقدار برای رابطه (۵)

(۵) $v_{i,g}^{t+1} \geq v_{i,g}^{\max}$ then $v_{i,g}^{(t+1)} = v_{i,g}^{\max}$

(۷) محاسبه مقدار $x_{i,g}^{(t+1)}$ را با استفاده از رابطه (۳)

(۸) تغییر $pbest$ را بر اساس دستورات زیر:

for $i = 1 : n$

if $w(pbest_i) < w(x_{i,g}^{(t+1)})$ (۶)

then $pbest_{i,g} = x_{i,g}^{(t+1)}$

(۹) تغییر $gbest$ را بر اساس دستورات زیر:

for $i = 1 : n$

if $w(gbest_i) < \max(w(pbest_i))$ (۷)

then $gbest = pbest_i$

(۱۰) اختیار کردن مقدار $t = t + 1$

(۱۱) بررسی شرط پایان مراحل و تعیین نقطه طراحی ($x_{\text{design point}}$):

if $t \neq t_{\max}$

go to step (6) (۸)

else $x_{\text{design point}} = gbest$

الگوریتم ارائه شده فوق را می توان حالت اصلاح شده الگوریتم اجتماع ذرات در مرجع [۱۵] دانست. در حالی که در روش

پیشنهادی جستجو در فضای اصلی مسئله انجام می گیرد، روش ارائه شده در مرجع [۱۵] در گام دوم موقعیت هر ذره را توسط نگاشت هایی به فضای نرمال استاندارد منتقل می کند. متداول ترین روش انتقال موقعیت یک متغیر غیرنرمال به متغیر نرمال استاندارد معادل در یک مسئله قابلیت اطمینان، استفاده از روش ارائه شده توسط رکویتر و فیسلر بوده که به صورت زیر ارائه شده است:

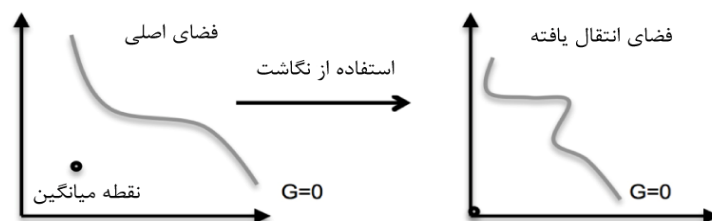
$$\sigma_x^e = \frac{1}{f_x(x^*)} \varphi(\Phi^{-1}(F_x(x^*))) \quad (9)$$

$$\mu_x^e = x^* - \sigma_x^e (\Phi^{-1}(F_x(x^*))) \quad (10)$$

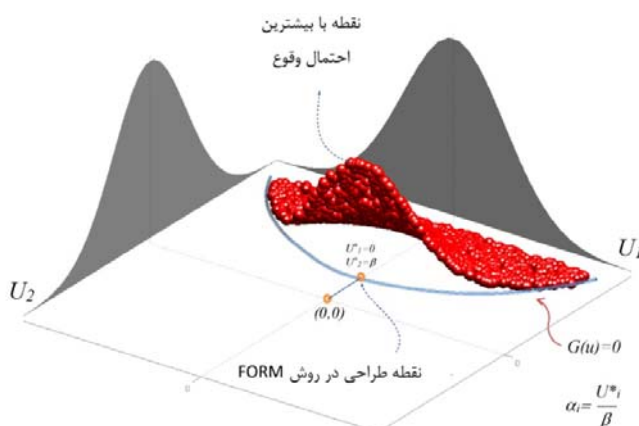
$$U = \frac{x^* - \mu_x^e}{\sigma_x^e} \quad (11)$$

در روابط فوق μ_x^e و σ_x^e مقادیر میانگین و انحراف معیار متغیر x^* بوده، f_x و F_x به ترتیب تابع چگالی و توزیع تجمعی احتمال آن متغیر و پارامترهای φ و Φ به ترتیب تابع چگالی و توزیع تجمعی احتمال نرمال استاندارد هستند [۶ و ۷]. بدین ترتیب با محاسبه مقادیر انحراف معیار و میانگین معادل نرمال با استفاده از روابط (۹) و (۱۰)، انتقال متغیر به فضای نرمال استاندارد توسط رابطه (۱۱) صورت می پذیرد. مرجع [۱۹] نشان داده است که به کارگیری نگاشت حتی برای توابع شرایط حدی خطی نیز سبب بروز خطاهای بزرگ (حدود ۳۵ درصد) در ارزیابی احتمال خرابی سازه خواهد شد. استفاده از روابط فوق خصوصاً زمانی که تابع چگالی حاصل برای یک متغیر (با انجام آزمایش و داشتن جامعه آماری)، جزء توابع احتمال شناخته شده نباشد بسیار دشوار خواهد بود (به عنوان مثال حالتی که هیستوگرام فراوانی نسبی یک متغیر دارای چندین قله است). در چنین مواقعی اغلب یک تابع چگالی تخمینی جایگزین تابع واقعی می شود که متعاقباً خطا در انجام محاسبات را به همراه خواهد داشت.

تفاوت دیگر دو روش در گام سوم الگوریتم (ارزیابی شایستگی بر اساس تابع هدف مسئله) است. بدین ترتیب که در روش ارائه شده توسط مرجع [۱۵]، هدف یافتن کمترین مقدار شاخص قابلیت اطمینان در فضای نرمال استاندارد است لیکن در روش پیشنهادی هدف



شکل ۲- افزایش درجه غیر خطی تابع شرایط حدی معادل برای متغیرهای غیر نرمال



شکل ۳- محاسبه بردار آلفا در روش مرتبه اول قابلیت اطمینان

را از مبدأ فضای نرمال استاندارد داشته باشد، حساس‌ترین متغیر مسأله در نظر گرفته می‌شود.

$$\alpha_i^{\text{Form}} = \frac{U_i}{\beta_{\text{Form}}} \xrightarrow{\beta=\text{cte}} \alpha_i \propto U_i \quad (12)$$

متعاقباً افزایش فاصله از مود در تابع چگالی احتمال نرمال، کاهش فراوانی نسبی متغیر را در پی خواهد داشت. این موضوع در شکل (۳) برای دو متغیر در فضای نرمال استاندارد نشان داده شده است:

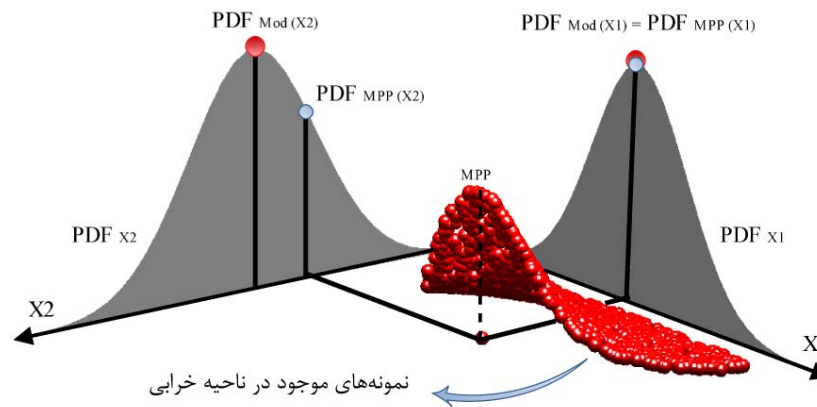
$$\alpha_i \propto U_i \propto \frac{1}{\text{PDF}_i} \quad (13)$$

مطابق توضیحات فوق، ایده فاصله از مود مبنای محاسبه اهمیت متغیرها در روش پیشنهادی است. در روش پیشنهادی، حساسیت هر متغیر بر اساس نسبت میان مقدار PDF آن متغیر در نقطه طراحی (MPP) به مقدار PDF در مود متغیر مذکور تعریف شده است. با انجام این کار، یک نسبت نرمال شده برای تمام متغیرهای مسأله به‌دست خواهد آمد

یافتن بیشترین وزن در فضای اصلی مطابق رابطه (۲) خواهد بود. از آنجا که لزوم استفاده از نگراشت (برای متغیرهای غیرنرمال) درجه غیرخطی تابع را افزایش می‌دهد، لذا در روش پیشنهادی تابع هدف درجه غیرخطی کمتری نسبت به‌حالت معمول خواهد داشت. این موضوع در شکل (۲) نشان داده شده است.

۳- روش پیشنهادی جهت رتبه‌بندی متغیرهای تصادفی

در محاسبه بردار آلفا در روش مرتبه اول قابلیت اطمینان (FORM)، فاصله نقطه طراحی از مود^۹ (نقطه‌ای که بیشترین فراوانی نسبی را در تابع توزیع احتمال یک متغیر داراست) مبنای تصمیم‌گیری در مورد اهمیت متغیرها در مسأله قابلیت اطمینان است. در این روش، با انتقال متغیرها به فضای نرمال استاندارد و استفاده از رابطه (۱۲)، متغیری که بیشترین فاصله



شکل ۴- ارزیابی اهمیت متغیرها بر اساس روش پیشنهادی

حساسیت هر پارامتر بر اساس روابط ارائه شده به صورت زیر بیان می شود:

$$\bar{\alpha}_{X_i} = \frac{\zeta_{X_i}}{\sqrt{\sum_{i=1}^s \zeta_{X_i}^2}} \quad (16)$$

که در آن $\bar{\alpha}_{X_i}$ فاکتور اهمیت متغیر X_i بر مبنای MPP در مسأله قابلیت اطمینان است و متغیر با بیشترین فاکتور اهمیت، بیشترین اثر را در احتمال خرابی مسأله، میان سایر متغیرها خواهد داشت. ارتباط حساسیت‌های به دست آمده با استفاده از معادلات فوق را (برای n متغیر) می توان به صورت زیر نمایش داد:

$$\bar{\alpha}_{X_1}^2 + \bar{\alpha}_{X_2}^2 + \dots + \bar{\alpha}_{X_n}^2 = 1 \quad (17)$$

همان طور که مشاهده می شود در روش ارائه شده تنها از اطلاعات مربوط به خصوصیات آماری متغیرها (فراوانی نسبی در نقطه طراحی و مود هر متغیر) و به صورت بسیار ساده برای ارزیابی حساسیت استفاده می شود. نتایج حاصله از روش آنالیز حساسیت ارائه شده را می توان با بردار α در روشهای مرتبه اول مقایسه نمود. در حالیکه روشهای مرتبه اول در هر تکرار در فضای نرمال استاندارد نیازمند مشتق گیری از تابع شرایط حدی برای یافتن بردار α (و روشهای مرتبه دوم نیازمند محاسبه مقادیر مشتق مرتبه دوم) هستند، می توان با به کارگیری روشهای فرااکتشافی (نظیر آنچه در بخش ۲ آورده شد) نقطه طراحی را بدون نیاز به مشتق گیری از تابع شرایط

که امکان مقایسه حساسیت میان متغیرهای مسأله را امکان پذیر می سازد بدون آنکه نیازی به فراخوانی تابع شرایط حدی، خطی سازی و یا استفاده از مشتقات آن باشد. برای محاسبه حساسیت هر پارامتر، در ابتدا برای هر یک از متغیرهای تصادفی مسأله یک نسبت نرمال شده به صورت زیر محاسبه می شود:

$$\xi_{X_i} = 1 - \frac{PDF_{MPP} X_i}{PDF_{Mode} X_i} \quad (14)$$

رابطه فوق برای متغیر نام بیان شده و برای دو متغیر موجود در شکل (۴) به صورت زیر نوشته می شود:

$$\xi_{X_1} = 1 - \frac{PDF_{MPP} X_1}{PDF_{Mode} X_1} \quad (15)$$

$$\xi_{X_2} = 1 - \frac{PDF_{MPP} X_2}{PDF_{Mode} X_2}$$

در این روابط $PDF_{MPP} X_i$ و $PDF_{Mode} X_i$ به ترتیب مقادیر تابع چگالی متغیر X_i در نقاط مود و MPP آن متغیر تصادفی هستند. بدین ترتیب انتظار می رود تغییرات میانگین و انحراف معیار متغیری که در نقطه طراحی، فراوانی نسبی نرمال شده کمتری نسبت به سایر متغیرها داشته اثر بیشتری در تغییرات شاخص قابلیت اطمینان مسأله به همراه داشته باشد. بدین ترتیب

جدول ۱- مشخصات آماری متغیرهای تصادفی مثال ۱

متغیر تصادفی	تابع چگالی احتمال	میانگین	انحراف معیار
X_1	نرمال	۴۰	۲
X_2	نرمال	۵۰	۲/۵
X_3	نرمال	۱۰۰۰	۲۰۰

جدول ۲- نتایج روش پیشنهادی ارزیابی اهمیت متغیرها در مثال ۱

نتایج روش پیشنهادی		
۰/۷۵۸	α_1	$\begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{pmatrix}$
۰/۲۱۴	α_2	
۰/۶۱۷۴	α_3	
۲۸/۴۶۴۷	X^*_1	$\begin{pmatrix} X^*_1 \\ X^*_2 \\ X^*_3 \end{pmatrix}$
۴۸/۳۷۲۵	X^*_2	
۱۳۷۵/۶۱	X^*_3	

نظر گرفتن متغیر X_i (در نقطه میانگین) نتیجه می‌شوند. رابطه فوق در مراجع [۲۱] و [۲۲] نیز مورد بررسی و استفاده قرار گرفته‌اند. در تحقیق حاضر نیز این رابطه به منظور کنترل نسبی صحت نتایج مورد استفاده قرار گرفته است.

۴- مثال‌ها و بررسی نتایج

به منظور ارزیابی دقت و توانمندی روش، پنج مسأله قابلیت اطمینان با توابع شرایط حدی مختلف مورد ارزیابی قرار گرفته است. برای هر مسأله، پاسخ حاصل از روش پیشنهادی با پاسخ دقیق مقایسه شده است.

مثال ۱- تابع شرایط حدی غیرخطی

تابع شرایط حدی غیرخطی با سه متغیر تصادفی نرمال غیروابسته را مطابق رابطه (۱۹) در نظر بگیرید:

$$g = X_1 X_2 - X_3 \quad (19)$$

خصوصیات آماری متغیرهای تصادفی این مسأله در جدول ۱ ارائه شده است [۱۴]. در جدول ۲ نتایج قابلیت اطمینان و ارزیابی اهمیت مثال مورد بررسی با استفاده از روش پیشنهادی ارائه شده است. مشاهده می‌شود که بر اساس روش پیشنهادی، متغیر اول بیشترین و متغیر دوم کمترین اهمیت را به لحاظ تأثیر در احتمال خرابی مسأله دارد. به منظور بررسی صحت و دقت نتایج، نتایج حاصل در جدول ۳ در کنار جواب‌های دقیق مسأله ارائه شده است. نتایج دقیق، با انجام دو فرآیند مجزای شبیه‌سازی مونت

حدی تعیین نمود و سپس با در اختیار داشتن این نقطه، متغیرها را به سادگی در فضای اصلی مسأله قابلیت اطمینان رتبه‌بندی نمود. لذا می‌توان بیان داشت کاربرد اصلی روش رتبه‌بندی پیشنهادی، به دست آوردن همان نتایجی است که از روش‌های گرادیانی با مشتق‌گیری از تابع شرایط حدی انتظار می‌رود در حالی که فرآیند جستجو در این روش توسط یک روش فرا اکتشافی (بدون نیاز به مشتق‌گیری از تابع شرایط حدی) و در فضای اصلی انجام گرفته است. این موضوع خصوصاً جهت حل مسائل با توابع شرایط حدی مشتق ناپذیر یا ناپیوسته و نیز مسائل با تابع شرایط حدی ضمنی (که روش‌های گرادیانی در مواجهه با آن با مشکل روبرو هستند) بسیار مؤثر خواهد بود. همچنین از آنجا که در روش پیشنهادی مقادیر PDF به صورت مستقیم وارد مرحله رتبه‌بندی می‌شوند، همان‌های استفاده شده از تابع چگالی (برخلاف روش‌های مرتبه اول)، محدود به میانگین و انحراف معیار متغیرها نیست.

در صورتیکه از عدم قطعیت متغیر X_i در یک مسأله صرف نظر شود (متغیر قطعی در نظر گرفته شود)، مرجع [۲۰] درصد خطای حاصله در برآورد شاخص قابلیت اطمینان مسأله را از رابطه زیر تخمین زده است:

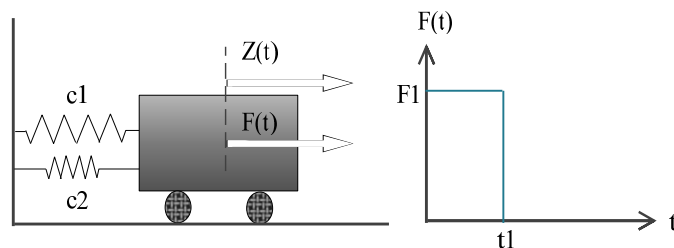
$$\% \text{ error} = \frac{\beta_{\text{Median}} - \beta_{\text{Distribution}}}{\beta_{\text{Distribution}}} \times 100\% \quad (18)$$

$$= \left(1 - \left(1 - \alpha_i^2 \right)^{-1/2} \right)$$

که در آن β_{Median} شاخص‌های قابلیت اطمینان مسأله هستند که به ترتیب با فرض تصادفی بودن و قطعی در

جدول ۳- مقایسه نتایج روش پیشنهادی و جواب دقیق در مثال ۱

متغیر تصادفی	پارامترهای حساسیت	پاسخ دقیق (با استفاده از روش مونت کارلو)	روش پیشنهادی
	α_1	-	۰/۷۵۸
X_1	$\frac{\beta_{Median}}{\beta_{Distribution}}$	۱/۵۰	۱/۵۳
	Error x_1	٪۵۰	٪۵۳
	α_2	-	۰/۲۱۴
X_2	$\frac{\beta_{Median}}{\beta_{Distribution}}$	۱/۰۲۲	۱/۰۲۴
	Error x_2	٪۲/۲	٪۲/۳۷
	α_3	-	۰/۶۱۷۴
X_3	$\frac{\beta_{Median}}{\beta_{Distribution}}$	۱/۲۸	۱/۲۷
	Error x_3	٪۲۸	٪۲۷



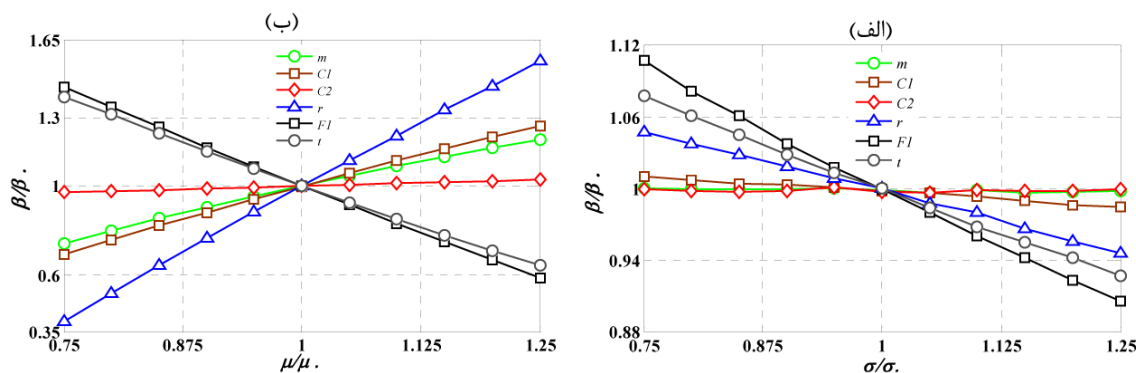
شکل ۵- سازه یک درجه آزادی

نتایج حاصله بیانگر آن است که قطعی در نظر گرفتن متغیر دوم از میان سه متغیر موجود در این مسأله، خطای اندکی در تحلیل قابلیت اطمینان مسأله به همراه خواهد داشت (حدود ۲٪). در حالی که قطعی در نظر گرفتن متغیرهای اول و سوم، سبب بروز خطای زیاد در تخمین قابلیت اطمینان مسأله خواهد شد (به ترتیب حدود ۵۰٪ و ۲۸٪). مشاهده می شود این نتیجه به صورت تخمینی توسط روش پیشنهادی با خطای اندکی ارائه شده است.

کارلو برای هر متغیر با و بدون در نظر گرفتن متغیر به صورت تصادفی در مسأله (به ترتیب $\beta_{Distribution}$ و β_{Median} حاصل شده است. بدین ترتیب برای به دست آوردن جواب دقیق اهمیت متغیرها در هر مسأله، به میزان تعداد متغیرها به علاوه یک بار شبیه سازی مونت کارلو انجام پذیرفته است. با محاسبه نسبت دو مقدار $\beta_{Distribution}$ و β_{Median} ، خطای حاصله از قطعی در نظر گرفتن متغیر مذکور به صورت دقیق محاسبه شده و با نتیجه حاصل از رابطه (۱۸) برای روش پیشنهادی مقایسه شده است.

جدول ۴- مشخصات آماری متغیرهای تصادفی مثال ۲

متغیر تصادفی	تابع چگالی احتمال	میانگین	انحراف معیار
$m=X_1$	نرمال	۱	۰/۰۵
$c_1=X_2$	نرمال	۱	۰/۱
$c_1=X_3$	نرمال	۰/۱	۰/۰۱
$r=X_4$	نرمال	۰/۵	۰/۰۵
$F_1=X_5$	نرمال	۱	۰/۲۰
$t_1=X_6$	نرمال	۱	۰/۲۰



شکل ۶- ارزیابی اثر (الف) انحراف معیار و (ب) تغییرات میانگین بر شاخص قابلیت اطمینان مثال ۲

مثال ۲- سازه یک درجه آزادی

سازه یک درجه آزادی با پارامترهای تصادفی نشان داده شده در شکل (۵) توسط بوچر و همکاران ارائه شده است. تابع شرایط حدی مسئله به صورت $g = 3r - |Z_{\max}|$ تعریف شده است که در آن بیشترین پاسخ جابه‌جایی سیستم است. پارامترهای آماری متغیرهای تصادفی سازه در جدول ۴ ارائه شده است [۲۳ و ۲۵].

در جدول ۵ نتایج قابلیت اطمینان مثال مذکور برای روش مونت‌کارلو در کنار نتایج روش پیشنهادی ارائه شده است. مطابق توضیحات ارائه شده درمسئله قبل برای به‌دست آوردن جواب دقیق با استفاده از روش مونت کارلو، ۷ بار فرآیند شبیه سازی با تعداد ۱ میلیون نمونه صورت گرفته است. مطابق جدول و بر اساس تخمین ارائه شده بر اساس روش پیشنهادی، ترتیب اهمیت متغیرها در مسئله قابلیت اطمینان به‌قرار زیر بوده است:

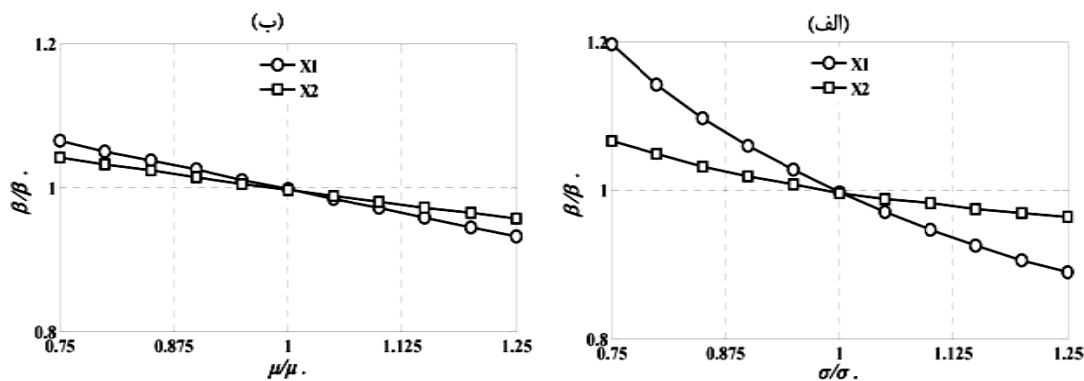
$$X_5 > X_6 > X_4 > X_2 > X_1 > X_3 \quad (20)$$

بدین ترتیب انتظار می‌رود تغییرات در مقادیر انحراف معیار و نیز میانگین متغیر پنجم بیشترین اثر و تغییر پارامترهای مذکور در متغیر سوم کمترین اثر را در تغییرات شاخص قابلیت اطمینان مسئله به‌همراه داشته باشد.

به منظور ارزیابی دقیق‌تر نتایج فوق، تغییرات شاخص قابلیت اطمینان مسئله مذکور بر اساس تغییرات میانگین و انحراف معیار شش متغیر مسئله بر اساس روش شبیه‌سازی [۱۶] محاسبه شده و در شکل (۶) ارائه شده است تا اهمیت هر متغیر در احتمال خرابی سازه مذکور به‌صورت عینی نیز قابل مشاهده باشد. برای این منظور تغییرات شاخص قابلیت اطمینان در بازه‌ای میان ۰/۷۵ تا ۱/۲۵ برابر میانگین و انحراف معیار هر متغیر محاسبه و به‌صورت نسبی از

جدول ۵- مقایسه نتایج روش پیشنهادی و جواب دقیق در مثال ۲

متغیر تصادفی	پارامترهای حساسیت	پاسخ دقیق (با استفاده از روش مونت کارلو)	روش پیشنهادی
X_1	α_1	-	۰/۱۱۴۸
	$\frac{\beta_{Median}}{\beta_{Distribution}}$	۱/۰۰۵	۱/۰۰۶۷
	Error X_1	%۰/۵	%۰/۶۷
X_2	α_2	-	۰/۰۳
	$\frac{\beta_{Median}}{\beta_{Distribution}}$	۱/۰۲۸	۱/۰۵
	Error X_2	%۲/۸	%۵
X_3	α_3	-	۰/۲۴۷
	$\frac{\beta_{Median}}{\beta_{Distribution}}$	%۱/۰۰۰۳	۱/۰۳
	Error X_3	%۰/۰۳	%۰/۳
X_4	α_4	-	۰/۴۹۴
	$\frac{\beta_{Median}}{\beta_{Distribution}}$	۱/۱۱۴	۱/۱۵
	Error X_4	%۱۱/۴	%۱۵
X_5	α_5	-	۰/۶۱۸
	$\frac{\beta_{Median}}{\beta_{Distribution}}$	۱/۳۶	۱/۲۷۲
	Error X_5	%۳۶	%۲۷/۲
X_6	α_6	-	۰/۵۵۱
	$\frac{\beta_{Median}}{\beta_{Distribution}}$	۱/۲۵	۱/۱۹۸
	Error X_6	%۲۵	%۱۹/۸
نقطه طراحی	X^*_1	-	۰/۹۸۹۱
	X^*_2	-	۰/۹۳۰۵
	X^*_3	-	۰/۰۹۸۳
	X^*_4	-	۰/۴۴۵۶
	X^*_5	-	۰/۲۵۱۹
	X^*_6	-	۱/۱۵۸۲



شکل ۷- ارزیابی اثر (الف) انحراف معیار و (ب) تغییرات میانگین بر شاخص قابلیت اطمینان مثال ۳

متغیر نخست مسأله، خطایی کمتر از ۵٪ در مقدار شاخص قابلیت اطمینان مسأله به همراه خواهد داشت. صحت نتیجه‌گیری مذکور با بررسی شکل (۶) قابل حصول است زیرا تغییرات انحراف معیار سه متغیر مذکور تغییرات بسیار اندکی در شاخص قابلیت اطمینان مسأله داشته است. مشاهده می‌شود که چنانچه متغیرهای اول تا سوم مسأله را در رده متغیرهای قطعی قرار دهیم (ضرب تغییرات را مساوی صفر در نظر بگیریم)، تغییر چندانی در مقدار شاخص قابلیت اطمینان مسأله نخواهد داشت.

باید توجه داشت که حل مسائل سازه‌ای با تابع شرایط حدی ضمنی توسط روش‌های مرتبه اول و دوم، معمولاً نیازمند به‌کارگیری روش شبکه عصبی یا سطح پاسخ جهت تعیین یک تابع شرایط حدی صریح تقریبی است. بدین ترتیب لزوم آشنایی با این روش‌ها از جمله دشواری‌هایی است که روش‌های مرتبه اول و دوم با آن مواجه هستند، لیکن با به‌کارگیری روش فرااکتشافی و متعاقباً استفاده از روش رتبه‌بندی پیشنهادی، نیازی به استفاده از این روش‌ها نیست.

مثال ۳- سیستم با مودهای خرابی موازی

در مسأله حاضر، g_1 و g_2 در رابطه (۲۱) توابع شرایط حدی سیستم مورد بررسی هستند، در حالیکه شرایط حد سیستم به صورت موازی تعریف شده است:

شاخص قابلیت اطمینان اولیه ($\beta_0 = 1/901$) ارائه شده است. به عنوان مثال مشاهده می‌شود با تغییر میانگین متغیر چهارم (۲) با مشخصات آماری ($\mu = 0/5$ و $\sigma = 0/5$) از مقدار $\mu = 0/375$ تا $\mu = 0/625$ ($\frac{\mu}{\mu_0} = 1/72$) شاخص قابلیت اطمینان از مقدار $\beta = 0/754$ ($\frac{\beta}{\beta_0} = 0/396$) تا مقدار $\beta = 2/957$ ($\frac{\beta}{\beta_0} = 1/553$) تغییر خواهد داشت که به لحاظ تغییرات میانگین بیشترین اثر را نسبت به سایر متغیرها داشته است. پس از آن متغیر پنجم ($F1$) و متغیر ششم (t) بیشترین اثر را بر تغییرات شاخص قابلیت اطمینان داشته‌اند و نهایتاً تغییرات میانگین در متغیرهای دوم (C_1)، اول (m) و سوم (C_2) بیشترین اثر را در تغییرات شاخص قابلیت اطمینان داشته‌اند. مشابه عملیات صورت گرفته برای میانگین متغیرها، اثر تغییرات انحراف معیار هر متغیر نیز بر تغییرات شاخص قابلیت اطمینان مسأله یک درجه آزادی مورد بررسی قرار گرفته و نتایج در شکل (۶) ارائه شده است. با بررسی نتایج حاصل از جدول ۵ مشاهده می‌شود متغیرهای پنجم ($F1$)، ششم (t) و چهارم (۲) به ترتیب بیشترین اثر را در تغییرات شاخص قابلیت اطمینان داشته‌اند. لیکن تغییرات انحراف معیار برای سه متغیر نخست اثر چندانی در تغییرات شاخص قابلیت اطمینان به همراه نداشته است. مرور نتایج حساسیت در جدول ۵ بیان می‌دارد قطعی در نظر گرفتن هر کدام از سه

جدول ۶- مقایسه نتایج روش پیشنهادی و جواب دقیق در مثال ۳

متغیر تصادفی	پارامترهای حساسیت	پاسخ دقیق (با استفاده از روش مونت کارلو)	روش پیشنهادی
X_1	α_1	ارائه پاسخ با کمتر از ۱۰۰ میلیون نمونه مقدور نیست	۰/۷۱
	$\frac{\beta_{Median}}{\beta_{Distribution Error X_1}}$		۱/۴۲
			٪۴۲
X_2	α_2		۰/۴۲
	$\frac{\beta_{Median}}{\beta_{Distribution Error X_2}}$		۱/۱۰۲
			٪۱۰/۲
نقطه طراحی	X^*_1	-	۲/۰۹۶
	X^*_2	-	۱/۲۴

جدول ۷- مشخصات آماری متغیرهای تصادفی مثال ۴

متغیر تصادفی	تابع چگالی احتمال	میانگین	انحراف معیار
X_1	ویبول	۴/۰	۰/۱
X_2	لوگ نرمال	۲۵۰۰۰/۰	۲۰۰۰/۰
X_3	گامبل	۰/۸۷۵	۰/۱
X_4	یکنواخت	۲۰/۰	۱/۰
X_5	نمایی	۱۰۰/۰	۱۰۰/۰
X_6	نرمال	۱۵۰/۰	۱۰/۰

مقدور نیست. روش پیشنهادی خطای حاصل از قطعی در نظر گرفتن متغیرها را برای متغیر تصادفی اول حدود ٪۴۲ و برای متغیر تصادفی دوم حدود ٪۱۰/۲ تخمین زده است. از آنجا که امکان صحت‌سنجی نتایج با روش دقیق وجود ندارد، ارزیابی حساسیت احتمال خرابی مسأله به متغیرهای تصادفی به صورت نموداری مورد بررسی قرار گرفته و نتایج حاصل در شکل (۷) ارائه شده است. برای این منظور، مشابه مثال پیش تغییرات شاخص قابلیت اطمینان در بازه‌ای میان ۰/۷۵ تا ۱/۲۵ برابر میانگین و انحراف معیار دو متغیر محاسبه و به صورت نسبتی از شاخص قابلیت اطمینان مسأله ارائه شده است. مشاهده می‌شود مطابق پیش‌بینی روش پیشنهادی، اعمال تغییرات در متغیر اول بیشترین اثر را در تغییرات شاخص قابلیت اطمینان مسأله داشته به گونه‌ای که این تغییرات برای متغیر اول به شکل بسیار محسوسی بیشتر از متغیر دوم

(۲۱)
 $g_1 = X_1^2 - 5X_1 - 8X_2 + 16$
 $g_2 = -16X_1 - 5X_2^2 + 32$
 در روابط ارائه شده، متغیرهای تصادفی X_1 و X_2 به صورت نرمال استاندارد و مستقل از هم هستند [۲۶]. علاوه بر مشکلات مطرح شده در بخش ۱، حل مسائل سیستم قابلیت اطمینان نیز یکی از مشکلات اساسی روش‌های مرتبه اول و دوم است [۲۷]. این روش‌ها معمولاً جهت حل مسائل سیستم‌های سری، مقدار حداقل شاخص قابلیت اطمینان را به عنوان پاسخ تقریبی مسأله در نظر می‌گیرند. نتایج حاصل از روش پیشنهادی در برآورد نقطه طراحی و رتبه‌بندی اهمیت متغیرها در جدول ۶ آورده شده است. به دلیل بالا بودن شاخص قابلیت اطمینان مسأله، امکان برآورد مقدار دقیق نیز توسط روش مونت کارلو با تعداد نمونه کمتر از ۱۰۰ میلیون

جدول ۸- مقایسه نتایج روش پیشنهادی و جواب دقیق در مثال ۴

متغیر تصادفی	پارامترهای حساسیت	پاسخ دقیق (با استفاده از روش مونت کارلو)	روش پیشنهادی
X_1	α_1	-	۰/۰۰۴۷
	$\frac{\beta_{Median}}{\beta_{Distribution}}$	۱	۱
	Error X_1	%۰	%۰
X_2	α_2	-	۰/۱۷۱۲
	$\frac{\beta_{Median}}{\beta_{Distribution}}$	۱/۰۱۲	۱/۰۱۵
	Error X_2	%۱/۲	%۱/۵
X_3	α_3	-	۰/۰۱۶۱
	$\frac{\beta_{Median}}{\beta_{Distribution}}$	۱	۱
	Error X_3	%۰	%۰/۰۱
X_4	α_4	-	۱۰ ^{-۸}
	$\frac{\beta_{Median}}{\beta_{Distribution}}$	۱/۰۰۲	۱
	Error X_4	%۰/۲	%۰
X_5	α_5	ارائه پاسخ با کمتر از ۱۰۰ میلیون	۰/۹۰۲۵
	$\frac{\beta_{Median}}{\beta_{Distribution}}$	نمونه مقدور نیست	۲/۶۳۱۹
	Error X_5		%۱۶۳/۱۹
X_6	α_6	-	۰/۱۹۸۶
	$\frac{\beta_{Median}}{\beta_{Distribution}}$	۱/۲۵	۱/۰۲۱
	Error X_6	%۲۵	%۲/۱
نقطه طراحی	X^*_1	-	۴/۰۳۲
	X^*_2	-	۲۳۵۰۸/۴۸
	X^*_3	-	۰/۸۱۶
	X^*_4	-	۱۸/۵۶
	X^*_5	-	۴۴۱/۱۵
	X^*_6	-	۱۶۱/۳۵

بوده است.

$$g = X_1 X_2 X_3 X_4 - \frac{X_5 X_6^2}{8} \quad (۲۲)$$

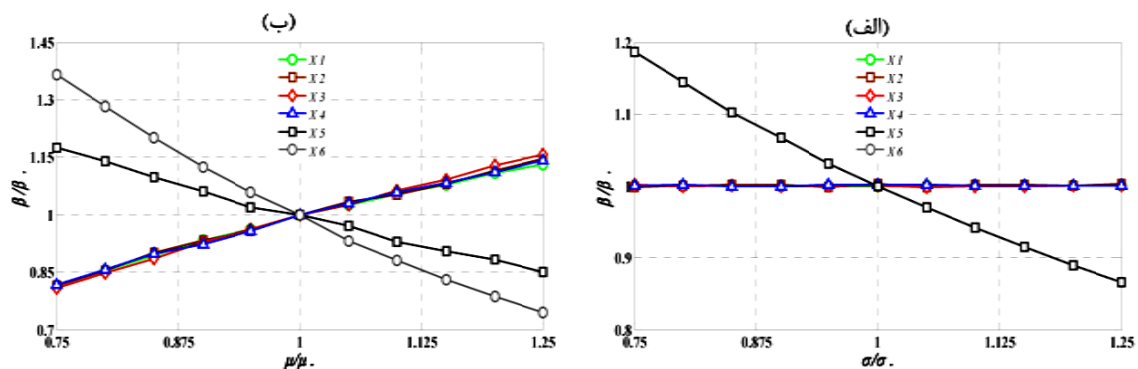
نوع تابع چگالی احتمال متغیرهای تصادفی و خصوصیات آماری متغیرهای مذکور نیز در جدول ۷ آورده شده است [۱۸]. نتایج حاصل از روش پیشنهادی در جدول ۸ ارائه شده است. مشابه مثال‌های قبل، مشاهده می‌شود روش پیشنهادی برای ارزیابی حساسیت در مقایسه با نتایج دقیق حاصله از هفت مرتبه شبیه سازی مونت کارلو، دقت مطلوبی را ارائه داده است. همچنین برای بررسی دقیق این نتایج، اثر تغییرات انحراف معیار و میانگین هر متغیر بر شاخص قابلیت اطمینان

مثال ۴- تابع شرایط حدی غیرخطی با شش تابع چگالی احتمال متفاوت

در این مسأله اثر ترکیب چندین متغیر تصادفی با توابع توزیع احتمال متفاوت مورد بررسی قرار گرفته است. تابع شرایط حدی در نظر گرفته شده برای این مسأله یک تابع غیرخطی مطابق رابطه (۲۲) است:

جدول ۹- مقایسه نتایج روش پیشنهادی و جواب دقیق در مثال ۵

متغیر تصادفی	پارامترهای حساسیت	پاسخ دقیق (با استفاده از روش مونت کارلو)	روش پیشنهادی
X_1	α_1	ارائه پاسخ با کمتر از ۱۰۰ میلیون نمونه مقدور نیست	۰/۶۹۳۲
	$\frac{\beta_{Median}}{\beta_{Distribution}}$		۱/۳۸
	Error x_1		٪۳۸۷
X_2	α_2		۰/۷۲
	$\frac{\beta_{Median}}{\beta_{Distribution}}$		۱/۴۴
	Error x_2		٪۴۴/۲۶
نقطه طراحی	X^*_1	-	۱/۸۱۶۴
	X^*_2	-	۱/۴۶۱۱



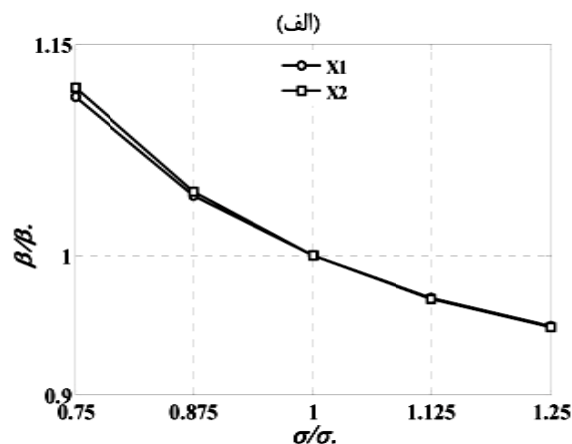
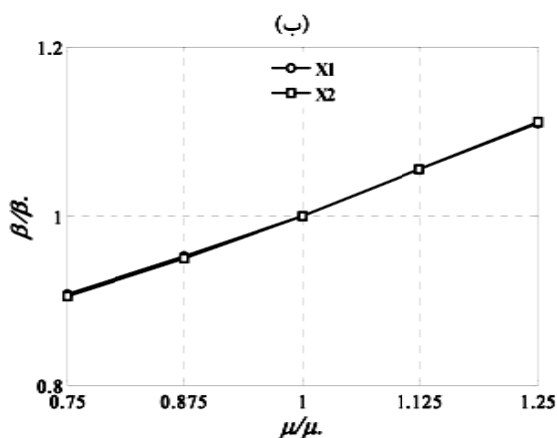
شکل ۸- ارزیابی اثر انحراف معیار (الف) و تغییرات میانگین (ب) بر شاخص قابلیت اطمینان مثال ۴

نسبت به توابع شناخته شده باشد، روش کلاسیک مرتبه اول هاسوفر و لیند به شکل معمول در ارائه پاسخ ناتوان است. جهت حل این مسأله، مرجع [۱۸] از ترکیب روش شبیه سازیمونت کارلو و مرتبه اول برای به دست آوردن پاسخ استفاده نموده است.

مثال ۵- تابع شرایط حدی مرتبه چهار

در مثال حاضر تابع شرایط حدی غیرخطی از مرتبه چهار مورد بررسی قرار گرفته است. متغیرهای تصادفی مسأله هر دو نرمال استاندارد با میانگین و انحراف معیار ۱۰ و ۵ و مستقل از هم

محاسبه و در شکل (۸) ارائه شده است. با توجه به نتیجه حاصله از روش پیشنهادی مشاهده می شود متغیر پنجم بیشترین تأثیر را در احتمال خرابی مسأله داشته است، لیکن مقدار این تأثیر به وسیله روش مونت کارلو با تعداد نمونه کمتر از ۱۰۰ میلیون قابل محاسبه نیست. از مقایسه نتایج ارائه شده در جدول ۸ با نتایج موجود در شکل (۸)، درستی نتایج روش پیشنهادی قابل مشاهده است. بدین ترتیب مشاهده می شود روش های حساسیت پیشنهادی برای مسائلی با چندین تابع PDF متفاوت نتایج مطلوبی ارائه نموده است. باید توجه داشت چنانچه تابع چگالی احتمال متغیرها شکل نامتعارفی



شکل ۹- ارزیابی اثر انحراف معیار (الف) و تغییرات میانگین (ب) بر شاخص قابلیت اطمینان مثال ۵

۵- نتیجه گیری

در مقاله حاضر یک روش نوین جهت اندازه گیری اهمیت و رتبه بندی متغیرهای تصادفی و نیز الگوریتمی جهت تعیین نقطه طراحی در فضای اصلی با استفاده از روش اجتماع ذرات ارائه شد. برای این منظور از یک روش شبیه سازی وزنی بدون استفاده از مفهوم نقطه طراحی در روش مرتبه اول قابلیت اطمینان استفاده شد. صحت، توانمندی و دقت روش ارائه شده با بررسی مسائل مختلف در قالب توابع شرایط حدی غیرخطی، سیستم موازی، سازه یک درجه آزادی و نیز یک تابع شرایط حدی پیچیده با شش تابع چگالی احتمال متفاوت مورد ارزیابی قرار گرفت که نتایج بیانگر دقت مناسب و توانایی روش پیشنهادی در حل مسائل مختلف قابلیت اطمینان بود. مزایای عمده روش پیشنهادی را می توان به صورت زیر بیان داشت:

- امکان تعیین نقطه طراحی و ارزیابی اهمیت متغیرهای تصادفی در هر دو فضای نرمال استاندارد و فضای اصلی، بدون نیاز به نگاشت فراهم شده است.
- با به کارگیری روش اجتماع ذرات به عنوان جستجوگر در کنار روش رتبه بندی پیشنهادی، نیاز به مشتق گیری از تابع شرایط حدی جهت تعیین نقطه طراحی و رتبه بندی اهمیت متغیرها در مسئله قابلیت اطمینان مرتفع شده است.

هستند. تابع شرایط حدی مسئله به صورت زیر ارائه شده است [۱۶]:

$$g = X_1^4 + 2X_2^4 - 20 \quad (23)$$

برای تابع فوق، الگوریتم کلاسیک مرتبه اول ارائه شده توسط هاسوفر و لیند از ارائه پاسخ (تعیین نقطه طراحی و رتبه بندی پارامترهای مسئله) ناتوان است [۱۶]. نتایج حاصل از روش جستجوی نقطه طراحی و رتبه بندی پیشنهادی در جدول ۹ ارائه شده است. نتایج ارائه شده بیانگر آن است که اثر متغیر دوم بر شاخص قابلیت اطمینان مسئله، تنها اندکی بیشتر از متغیر اول است. بررسی صحت نتایج به صورت مستقیم توسط روش شبیه سازی مونت کارلو امکان پذیر نیست، لذا این موضوع با بررسی اثر تغییرات پارامترهای متغیرها بر شاخص قابلیت اطمینان مسئله در شکل (۹) مورد ارزیابی قرار گرفته است. با مشاهده شکل (۹) می توان نتیجه گرفت که اثر متغیر دوم بر شاخص قابلیت اطمینان مسئله اندکی بیشتر از متغیر نخست بوده و نتایج حاصل از روش های پیشنهادی را تأیید نموده است. این موضوع بیانگر آن است که برای توابع شرایط حدی بسیار پیچیده که روش های معمول قابلیت اطمینان از ارائه پاسخ صحیح آن ناتوان هستند، می توان به سادگی از روش جستجوی نقطه طراحی و متعاقباً روش رتبه بندی پیشنهادی برای حصول نتایج با دقت بالا استفاده نمود.

می‌باشد، امکان رتبه‌بندی متغیرهای تصادفی با استفاده کامل از مشخصات تابع چگالی احتمال فراهم شده است.

• برخلاف روش‌های مرتبه اول که حصول نتایج محدود به استفاده از میانگین و انحراف تابع چگالی احتمال متغیرها

واژه‌نامه

- | | | |
|---|-----------------------------------|-----------------------------|
| 1. first order reliability methods (Form) | 4. most probable point of failure | 7. optimization algorithm |
| 2. Monte Carlo simulation | 5. reliability index | 8. particle swarm algorithm |
| 3. design point | 6. importance factors | 9. mode |

مراجع

1. Yanfang, Z., Yanlin, Z., and Yimin, Z., "Reliability Sensitivity Based on First-Order Reliability Method. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C:", *Journal of Mechanics Engineering Science*, Vol. 225(9), pp. 2189-2197, 2011.
2. Lua, Z., Songa, J., Songa, S., Yueb, Z., and Wangc, J., "Reliability Sensitivity by Method of Moments", *Applied Mathematical Modeling*; Vol. 34(10), pp. 2860-2871, 2010.
3. Lu, Z., Song, S., Yue, Z., and Wang, J., "Reliability Sensitivity Method by Line Sampling", *Structural Safety*, Vol. 30, pp. 517-32, 2008.
4. Rackwitz, R., and Fiessler, B., "Structural Reliability Under Combined Random Load Sequences", *Computers and Structures*, Vol. 9, pp. 489-94, 1978.
5. Tichy, M., "First Order Third-Moment Reliability Method", *Structural Safety*, Vol. 16, pp. 189-200, 1994.
6. Nowak, AS., and Collins, K. R., *Reliability of Structures*, McGraw-Hill, New York, 2000.
7. Ditlevsen, O., and Madsen, H. O., *Structural Reliability Methods Chichester*, Wiley, New York, 1996.
8. Choi, S. K., and Grandhi, R. A., *Reliability-Based Structural Design*, Springer, London, 2007.
9. Hohenbichler, M., and Rackwitz, R., *Sensitivity and Importance Measures in Structural Reliability*, *Civil Engineering Systems*, Vol. 3(4), pp. 203-209, 1986.
10. Madsen, H. O., Krenk, S., and Lind, N. C., *Methods of Structural Safety*, Prentice-Hall, New Jersey, 1986.
11. Bjerager, P., and Krenk, S., "Parameter Sensitivity in First Order Reliability Analysis", *Journal of Engineering Mechanics ASCE*, Vol. 115(7), pp. 1577-1582, 1989.
12. Karamchandani, A., and Cornell, C. A., "Sensitivity Estimation with First and Second Order Reliability Method", *Structural Safety*, Vol. 11(1), pp. 59-74, 1991.
13. Zhang, Y. M., and Yang, Z., "Reliability-Based Sensitivity Analysis of Vehicle Components with Non-Normal Distribution Parameters", *International Journal of Automotive Technology*, Vol. 10(2), pp. 181-194, 2009.
14. Melchers, R. E., and Ahammed, M., "A Fast Approximate Method for Parameter Sensitivity Estimation in Monte Carlo Structural Reliability", *Computers and Structures*, Vol. 82(1), pp. 55-61, 2004.
15. Elegbede, C., "Structural Reliability Assessment Based on Particles Swarm Optimization", *Structural Safety*, Vol. 27, pp. 171-186, 2005.
16. Rashki, M., Miri, M., and Azhdary Moghaddam, M. A., "New Efficient Simulation Method to Approximate the Probability of Failure and Most Probable Point", *Structural Safety*, Vol. 39, pp. 22-29, 2012.
17. Cheng, J., "Hybrid Genetic Algorithms for Structural Reliability Analysis", *Computers and Structures*, Vol. 85, pp. 1524-1533, 2007.
18. Eberhart, R. C., Kennedy, J., "A New Optimizer Using Particle Swarm Theory", *Proceedings of the Sixth International Symposium on Micromachine and Human Science*, Nagoya, Japan, pp. 39-43, 1995.
19. Qin, Q., Lin, D., Mei, G., and Chen, H., "Effects of Variable Transformations on Errors in FORM Results", *Reliability Engineering and Systems Safety*, Vol. 91, pp. 112-118, 2006.
20. Madsen, H. O., "Omission Sensitivity Factors", *Structural Safety*, Vol. 5, pp. 35-45, 1988.
21. Bjerager, P., "Comments on: Henrik O. Madsen, Omission Sensitivity Factors", *Structural Safety*, Vol. 7, pp. 77-79, 1990.
22. Hamed, M. M., and Bedient, P. B., "On the Effect of Probability Distributions of Input Variables in Public Health Risk Assessment", *Risk Analysis*, Vol. 17(1), pp. 97-105, 1997.
23. Rajashekhhar, M. R., and Ellingwood, B. R., "A New Look at the Response Approach for Reliability Analysis", *Structural Safety*, Vol. 12, pp. 205-220, 1993.
24. Gayton, N., Bourinet, J. M., Lemaire, and M., "CQ2RS: A New Statistical Approach to the

- Response Surface Method for Reliability Analysis”, *Structural Safety*, Vol. 25, pp. 99-121, 2003.
25. Schueremans, L., and Van Gemert, D., “Benefit of Splines and Neural Networks in Simulation Based Structural Reliability Analysis”, *Structural Safety*, Vol. 27, pp. 246-261, 2005.
26. Feng, Z., Lu, Z., Lijie, C., and Shufang, S., “Reliability Sensitivity Algorithm Based on Stratified Importance Sampling Method for Multiple Failure Modes Systems”, *Chinese Journal of Aerospace*, Vol. 23(6), pp. 660-669, 2010.
27. Bichon, J. B., McFarland, J. M., and Mahadevan, S., “Efficient Surrogate Models for Reliability Analysis of Systems with Multiple Failure Modes”, *Engineering Systems Safety*, Vol. 96, pp. 1386-1395, 2011.