

مطالعه عددی تأثیر عدد رینولدز و زاویه شیب سطح بر رفتار قطرات در جریان روی سطح شیب‌دار در نسبت‌های چسبندگی بالا

محمد جواد آبروی* و سعید مرتضوی

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان

(دریافت مقاله: ۱۳۹۲/۸/۱۱ - دریافت نسخه نهایی: ۱۳۹۳/۳/۱۰)

چکیده - تأثیر عدد رینولدز و زاویه شیب سطح بر رفتار قطرات معلق در جریان روی سطح شیب‌دار در نسبت‌های چسبندگی بالا برای اعداد رینولدز غیر صفر به صورت عددی مطالعه شده است. جریان بر روی سطح شیب‌دار تنها به دلیل شتاب گرانش وجود دارد و هیچگونه گرادیان فشاری در راستای جریان وجود ندارد. مطالعات انجام شده حاکی از آن است که با افزایش عدد رینولدز قطراتی که نزدیک کف کانال یا سطح آزاد هستند به سمت مرکز کانال مهاجرت می‌کنند و فاصله تعادلی قطرات از دیواره کانال افزایش می‌یابد. انرژی اغتشاشی نیز افزایش می‌یابد. افزایش زاویه شیب سطح نسبت به افق تأثیر مشابه افزایش عدد رینولدز دارد. با افزایش زاویه شیب سطح نسبت به افق، قطرات نزدیک کف کانال یا سطح آزاد به سمت مرکز کانال مهاجرت می‌کنند، فاصله تعادلی قطرات از دیواره کانال افزایش می‌یابد و انرژی اغتشاشی نیز افزایش می‌یابد. واژگان کلیدی: قطره، عدد رینولدز، زاویه شیب‌دار، انرژی اغتشاشی، مکان تعادلی.

A Numerical Study of Effect of Reynolds Number and Inclination Angle on the Behavior of Drops on an Inclined Surface at High Viscosity Ratio

M. J. Aberuee* and S. Mortazavi

Department of Mechanical Engineering, Isfahan University of Technology

Abstract: The effect of Reynolds number and inclination angle on the behavior of drops suspended on an inclined surface at high viscosity ratio is studied by numerical simulations at non-zero Reynolds number. The flow is driven by the acceleration from gravity without any pressure gradient in the flow direction. It is found that by increasing Reynolds number, drops close to the floor or close to the free surface move to the center of channel and the equilibrium position moves away from the channel floor, increasing the fluctuation energy as well. The same trend is observed when the inclination angle with respect to horizontal direction increases. That is, when the inclination angle of the channel with respect to horizontal direction increases, drops close to the floor or close to the free surface move to center of the channel. The equilibrium position moves away from the channel floor and fluctuation energy increases.

Keywords: Drop, Reynolds number, inclination angle, fluctuation energy, equilibrium position.

*: مسئول مکاتبات، پست الکترونیکی: mj.aberuee@me.iut.ac.ir

فهرست علائم

u	میدان سرعت	σ	کشش سطحی
P	عدد پرانتل	κ	انحناء یا تحدب مرز
n	بردار یکه خارجی عمود بر سطح قطره	δ	تابع دلتای دیراک
x	مکان در سیستم مختصات اویلری	λ	نسبت چگالی سیال قطره به سیال محیطی
X	مکان سطح مشترک در سیستم مختصات لاگرانژی	γ	نسبت چسبندگی سیال قطره به سیال محیطی
s	المان سطح مشترک	α	زاویه شیب سطح شیبدار
Re	عدد رینولدز		بالانویس ها
Ca	عدد کاپیلاری ^۱	μ	مؤلفه نوسانی
U	سرعت مشخصه		زیرنویس ها
a	شعاع قطرات	c	کانال
T	دما	G	گرانولار
g	شتاب گرانش	i	سیال قطره
علائم یونانی		o	سیال محیطی
ρ	چگالی	x	مؤلفه در راستای جریان
μ	لزجت دینامیکی	y	مؤلفه عمود بر جریان

۱- مقدمه

بررسی حرکت ذرات و قطرات در نیم قرن اخیر مورد توجه ویژه‌ای قرار گرفته است. در ابتدا به دلیل نبود امکانات مناسب برای انجام تحلیل‌های عددی، تنها بررسی‌های آزمایشگاهی و تحقیقات تحلیلی راه‌گشا بودند.

اولین تلاش‌های آزمایشگاهی در این زمینه توسط سگر و سیلبربرگ انجام شد. آنها در سال ۱۹۶۱ به وسیله آزمایش برروی یک مایع رقیق با ذرات معلق جامد بدون در نظر گرفتن نیروی شناوری برای محدوده وسیعی از اعداد رینولدز و اندازه قطرات، موفق به بررسی اثر اینرسی حرکت ذرات به طور تجربی شدند. آنها متوجه شدند که ذرات دوفازی در جریان پواسل^۲ برای اعداد رینولدز محدود در یک فاصله مشخص از مرکز کانال به تعادل می‌رسند [۱ و ۲].

کارنیس، گلداسمیت و میسون در سال ۱۹۶۶ با انجام تحقیقات آزمایشگاهی برروی ذرات جامد و قطرات شکل‌پذیر این اثر را بیشتر مورد مطالعه قرار دادند. آنها دریافتند که در

صورت کوچک بودن نسبت چسبندگی، قطرات به سمت مرکز لوله حرکت می‌کنند، اما در صورتی که نسبت چسبندگی زیاد باشد، قطرات مانند ذرات جامد رفتار کرده و در یک فاصله مشخص از مرکز کانال به تعادل می‌رسند [۳، ۴ و ۵].

در حالی که تحقیقات گلد اسمیت و میسون، تنها به بررسی رفتار یک قطره محدود شده بود، کوالسکی رفتار قطرات در جریان دو فازی را برای اعداد رینولدز محدود بررسی نمود. او نشان داد که قطرات برای نسبت چسبندگی پایین در مرکز و برای نسبت چسبندگی بالا در نزدیک دیواره تمرکز می‌یابند [۶]. چان و لیل توانستند تئوری مناسبی برای مهاجرت جانبی قطرات با اندازه و تغییر شکل کوچک در جریان پواسل و کوئت^۳ ارائه کنند. آنها توانستند حل کاملی برای سرعت مهاجرت ذرات در جریان کوئت بدست آورند. چان و لیل پیش‌بینی کردند که در جریان کوئت به دلیل تأثیر دیواره‌ها قطرات همواره به سمت مرکز کانال حرکت می‌کنند [۷]. با گسترش تکنولوژی و ساخت کامپیوترهای پرسرعت،

روش‌های عددی پیشرفت چشمگیری داشتند به گونه‌ای که در حال حاضر اکثر بررسی‌ها در این زمینه توسط تحلیل‌های عددی انجام می‌شود.

بردی و بوزیس توانستند ذرات کروی در جریان استوکس را شبیه‌سازی عددی کنند و نشان دهند که ذرات از ناحیه با برش بالا به سمت ناحیه با برش پایین پخش می‌شوند. آنها همچنین یک زمان بی بعد برای تعادل هیدرودینامیکی ارائه کردند [۸].

زو و پوزریکیدیس با استفاده از روش عددی انتگرال مرزی توانستند حرکت قطرات شناور را در یک کانال پریودیک به صورت تابعی از عدد موئینگی، نسبت چسبندگی و اندازه قطره بررسی کنند. آنها پی بردند که چسبندگی مؤثر با افزایش نرخ برش کاهش می‌یابد [۹].

زو و پوزریکیدیس شبیه‌سازی‌هایی از یک قطره و مایعات با ذرات معلق شامل دوازده قطره با آرایش منظم در جریان پواسل انجام دادند. آنها مشاهده کردند که قطرات از دیوار دور می‌شوند و برای نسبت چسبندگی یک به سمت مرکز کانال حرکت می‌کنند [۱۰].

چالز و پوزریکیدیس با بررسی مایعات با قطرات معلق مایع دوبعدی در عدد رینولدز صفر، اثر نسبت چسبندگی را بر روی خصوصیات جریان به دست آوردند. آنها مشاهده کردند با زیاد شدن چسبندگی قطرات، قطرات شبیه ذرات جامد رفتار می‌کنند. همچنین تشکیل کلاسترها و تمرکز ذرات در یک ناحیه جریان در داخل کانال اهمیت بیشتری پیدا می‌کند [۱۱].

لونبرگ و هینچ یک مایع با قطرات معلق سه بعدی را در یک جریان برشی در نسبت‌های حجمی بزرگ برای عدد رینولدز صفر مورد مطالعه قرار دادند. آنها مشاهده کردند مایع با ذرات معلق رفتار نازک شوندگی برشی از خود نشان می‌دهد [۱۲].

تریگواسون و آنوردی جریان‌های چندسیالی غیر دائم را توسط روش جدیدی که در آن یک جبهه سیالات با چگالی‌ها و چسبندگی‌های مختلف را از هم جدا می‌کند، شبیه‌سازی کردند.

در این روش میدان جریان توسط یک تقریب تفاضل محدود بقایی بر روی شبکه ساکن و جبهه، توسط یک شبکه جداگانه و نامنظم که درون شبکه ساکن حرکت می‌کند، گسسته سازی شد [۱۳].

در سال ۲۰۰۰ مرتضوی و تریگواسون حرکت یک قطره تنها در جریان پواسل برای اعداد رینولدز محدود را با استفاده از روش پی‌جویی جبهه^۴ مورد بررسی قرار دادند. آنها حرکت قطره را به صورت تابعی از عدد رینولدز، وبر و نسبت چسبندگی بررسی کردند [۱۴].

کمپل و برنر جریان گرانولار روی سطح شیب‌دار را به صورت دو بعدی شبیه‌سازی کردند. آنها توزیع سرعت و چگالی ذرات را با آنالیزهای تئوری و نتایج آزمایشگاهی مقایسه کردند و متوجه شدند که رفتار جریان به شدت به دمای گرانولار بستگی دارد [۱۵].

مرتضوی، عباسپور و افشار حرکت قطرات معلق در جریان برشی ساده را بررسی کرده و دریافتند که حرکت قطرات شکل‌پذیر به سمت مرکز کانال در اعداد رینولدز کوچک با نتایج آزمایشگاهی مطابق است، اما برای اعداد رینولدز بالا و تغییر شکل کوچک، قطره در یک مکان تعادلی دور از مرکز قرار می‌گیرد [۱۶].

نوربخش و مرتضوی حرکت قطرات شکل‌پذیر در جریان پواسل را برای اعداد رینولدز غیر صفر مورد مطالعه قرار دادند. آنها توزیع چگالی قطرات در عرض کانال را به وسیله پارامترهایی از قبیل عدد رینولدز و کاپیلاری مورد بررسی قرار دادند [۱۷].

در این مقاله تأثیر عدد رینولدز و زاویه شیب سطح بر رفتار قطرات در جریان روی سطح شیب‌دار در نسبت‌های چسبندگی بالامورد بررسی قرار گرفته است.

۲- هندسه، معادلات حاکم، فرضیات حاکم و اعداد بدون بعد

هندسه مسأله مورد بررسی در این مقاله در شکل (۱) نشان داده

خواص فیزیکی سیال محیطی و ارتفاع کانال به صورت (۴) تعریف می گردد. عدد رینولدز برحسب سرعت مشخصه تعریف شده به صورت (۵) و عدد کاپیلاری به صورت (۶) محاسبه می گردد. همچنین نسبت طول کانال به نسبت شعاع قطرات نیز یک پارامتر بی بعد است. در این تحقیق مقدار آن ثابت است و به صورت (۷) محاسبه می گردد:

$$U_c = \frac{\rho_o g H^2}{2\mu_o} \quad (4)$$

$$Re = \frac{\rho_o^2 g H^3}{2\mu_o^2} \quad (5)$$

$$Ca = \frac{\rho_o g H^2}{2\sigma} \quad (6)$$

$$\frac{D}{H} = \frac{0.1m}{3.0m} = 0.3333 \quad (7)$$

۳- روش عددی

معادلات حاکم بر جریان قطرات بر روی سطح شیب دار به روش عددی تفاضل محدود^۵ / پی جویی جبهه تشابه سازی می گردد که توسط آنوردی و تریگواسون [۱۳] توسعه داده شده است. عبارت پخش^۶ و جابجایی^۷ هر دو به صورت تفاضل محدود مرکزی که دارای دقت مرتبه دوم است، گسسته سازی می شوند. در گام برداری زمانی از روش پیش بینی کننده اصلاح کننده مرتبه دوم^۸ استفاده می شود. با توجه به اینکه جریان مورد بررسی تراکم ناپذیر است، برای حل معادلات ناویر استوکس از روش تصویر سازی مرتبه دوم استفاده شده است. معادله بیضوی برای فشار توسط روش چند شبکه ای^۹ که توسط آدامز معرفی شده است، حل می شود.

برای تعیین دقیق مرز بین قطرات و سیال محیطی و محاسبه دقیق کشش سطحی، از یک شبکه جابجا شده^{۱۰} استفاده می شود به گونه ای که مرز بین قطرات و سیال محیطی به صورت نقاط نشانه دار^{۱۱} متصل به هم نشان داده می شوند. این نقاط (جبهه) تحت تأثیر میدان جریان به طریق لاگرانژی حرکت داده

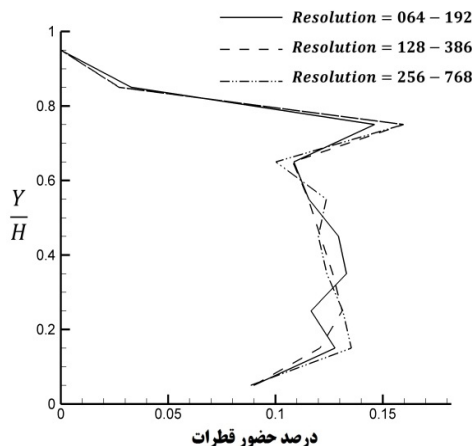
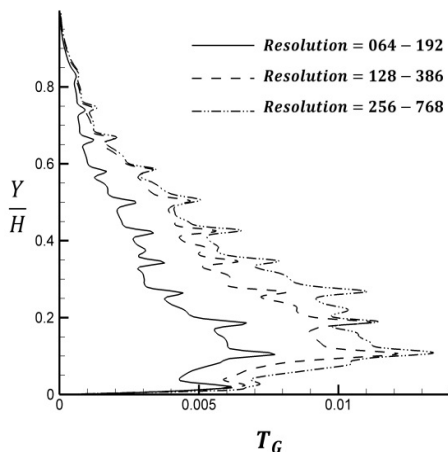
می شوند. به عبارت دیگر سرعت نقاط جبهه از روی سرعت موجود در شبکه ثابت میان یابی می گردد و سپس به وسیله سرعت به دست آمده نقاط جبهه به روش لاگرانژی حرکت داده می شوند. با حرکت جبهه تحت تأثیر میدان جریان، نقاط مشخص کننده جبهه ممکن است از هم فاصله گرفته و یا به همدیگر نزدیک شوند. این امر باعث ایجاد خطا به هنگام محاسبه شعاع انحنای سطح می گردد. برای ثابت نگه داشتن تمرکز نقاط جبهه، هنگامی که فاصله بین آنها زیاد می شود، نقاط جدید بین آنها اضافه می گردد و هنگامی که فاصله بین آنها از مقدار معینی کمتر می شود، نقاط زائد جبهه حذف می گردند. به کمک جبهه می توان میدان چگالی و میدان چسبندگی را برای شبکه ثابت در هر مرحله از محاسبات تعیین کرد. به عبارت دیگر با توجه به موقعیت جبهه در هر مرحله، نقاطی از شبکه ثابت که در داخل جبهه قرار می گیرند دارای خصوصیات سیال داخلی و نقاطی که در خارج از جبهه قرار می گیرند دارای خصوصیات سیال خارجی هستند.

۴- انرژی اغتشاشی و درصد حضور قطرات

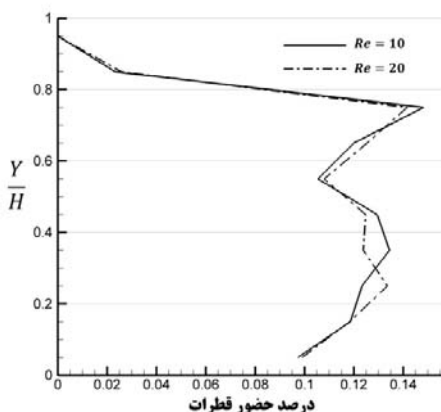
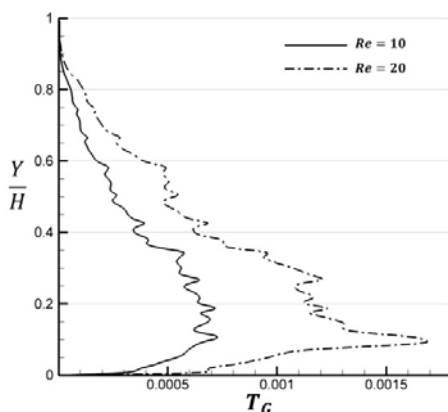
عبارت دمای گرانولار^{۱۲} یا انرژی اغتشاشات بیانگر انرژی برخورد تصادفی قطرات است. دما در جریان گرانولار برگرفته از منحنی سرعت است. به عبارت ساده تر سرعت اغتشاشی (یا نوسانی) با میزان دما رابطه مستقیم دارد. [۱۵] دمای گرانولار با استفاده از رابطه (۸) محاسبه می شود:

$$T_G = \frac{u_x'^2 + u_y'^2}{ga} \quad (8)$$

لازم به ذکر است منحنی دمای گرانولار از متوسط گیری دمای گرانولار محلی برای هر مرحله زمانی به دست می آید. بر روی دمای گرانولار نرخ برش و تعداد برخورد بین ذرات تأثیر گذار هستند، که در این تحقیق به دلیل بالا بودن نسبت چسبندگی تأثیرگذاری نرخ برش بر روی دمای گرانولار بیشتر است. لذا انتظار می رود در نزدیک دیواره ها که نرخ برش زیادتر است، مقدار دمای گرانولار بیشینه شود. برای به دست آوردن مؤلفه های نوسانی سرعت، سرعت



شکل ۳- بررسی تأثیر شبکه محاسباتی بر نتایج شبیه سازی عددی برای $Re=20, Ca=0.8, \alpha=30^\circ, \lambda=2.0, \gamma=8.0$



شکل ۴- تأثیر عدد رینولدز برای $Ca=0.8, \alpha=10^\circ, \lambda=2.0, \gamma=3.0$

محاسباتی 128×384 ، 64×192 و 256×768 صورت گرفته است. پارامترهای جریان برابر $Re=20$ ، $Ca=0.8$ ، $\lambda=2$ و $\gamma=8$ و $\alpha=30^\circ$ است. نتایج تعادلی به دست آمده از دو شبکه محاسباتی 128×384 و 256×768 که در شکل (۳) نشان داده شده است تقریباً یکسان است. مشاهده می شود که شبکه محاسباتی تأثیر چندانی بر روی نتایج به دست آمده ندارد.

متوسط جریان از سرعت در هر نقطه کسر شده و از آن در راستای جریان متوسط گیری می گردد.

برای محاسبه درصد چگالی قطرات، طول کانال به ده نوار مساوی تقسیم شده است و درصد حضور قطرات در هر نوار تعیین و در نهایت نسبت به زمان متوسط گیری شده است.

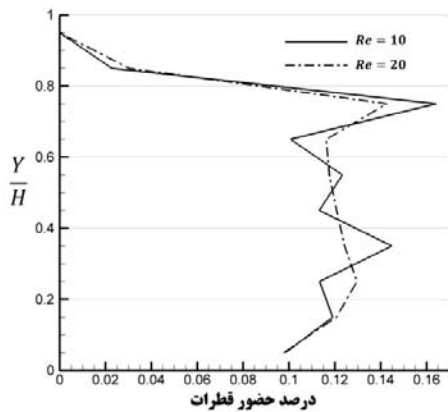
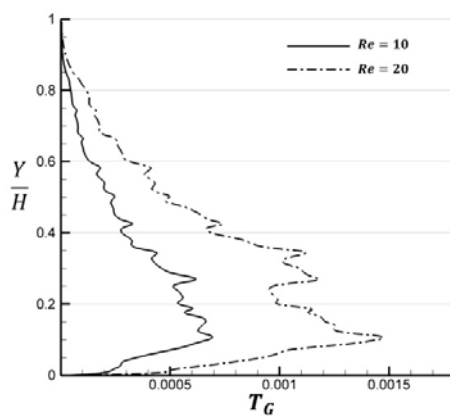
۵- نتایج

۵-۱- بررسی تمرکز شبکه

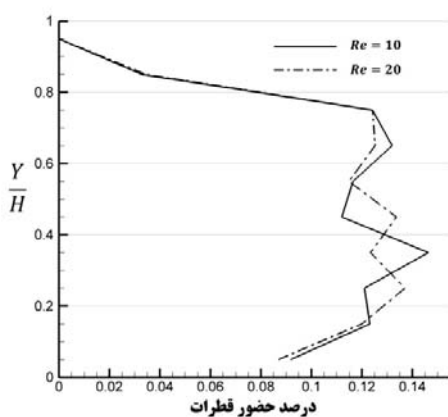
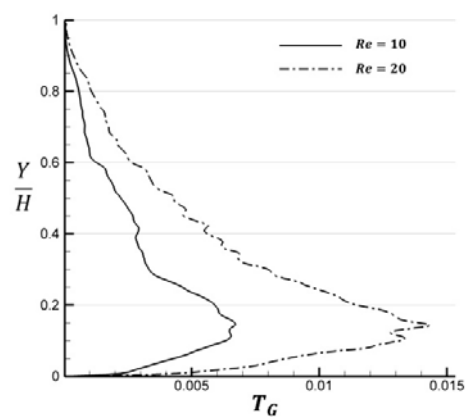
برای شبیه سازی عددی از شبکه محاسباتی 128×384 استفاده شده است. به منظور اطمینان از عدم وابستگی نتایج به شبکه محاسباتی مورد استفاده، یک شبیه سازی توسط سه شبکه

۵-۲- تأثیر عدد رینولدز بر رفتار قطرات

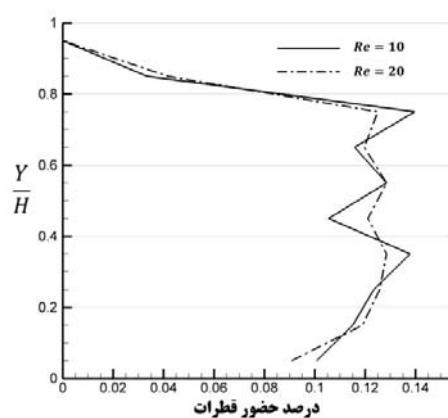
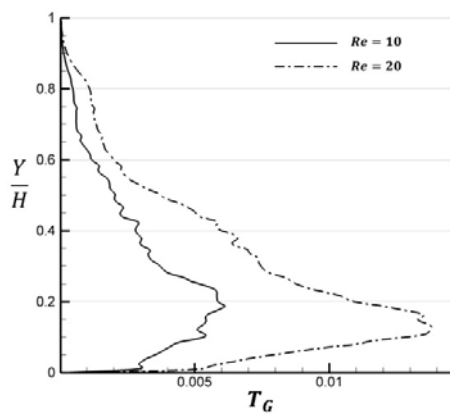
به منظور بررسی اثر عدد رینولدز در شکل های (۴) الی (۷) انرژی اغتشاشی و درصد حضور قطرات برای اعداد رینولدز $Re=10, 20$ در $Ca=0.8$ و $\lambda=2$ و $\gamma=3, 4$ و $\alpha=10^\circ, 30^\circ$ رسم



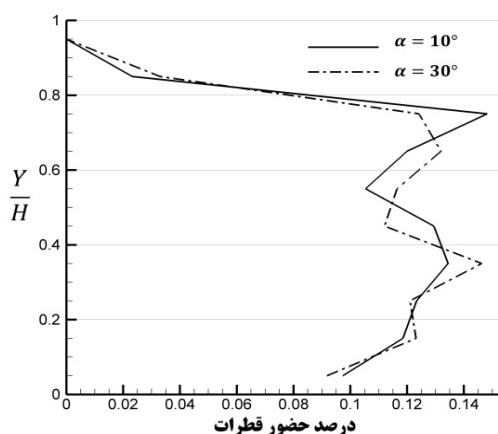
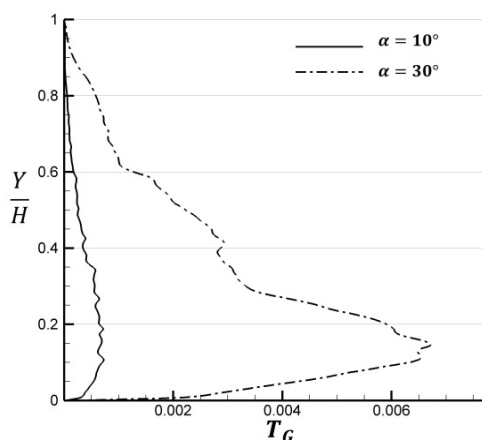
شکل ۵- تأثیر عدد رینولدز برای $Ca=0.8, \alpha=10^\circ, \lambda=2.0, \gamma=4.0$



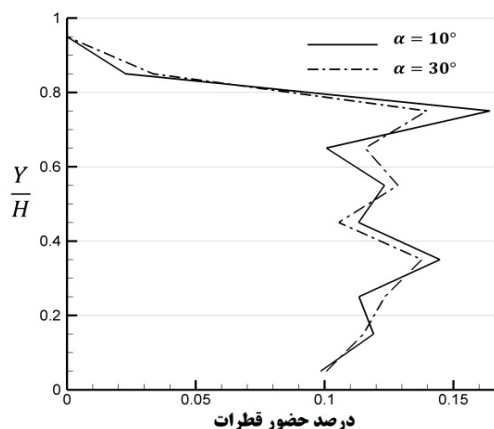
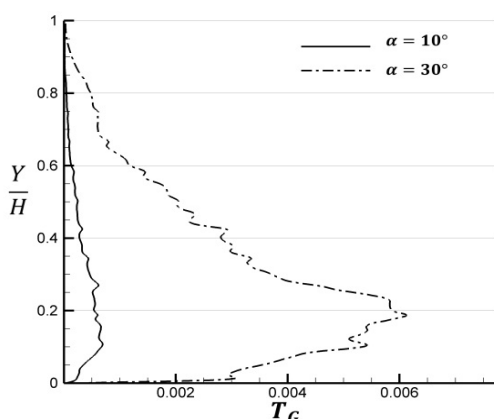
شکل ۶- تأثیر عدد رینولدز برای $\gamma=3.0, Ca=0.8, \alpha=30^\circ, \lambda=2.0$



شکل ۷- تأثیر عدد رینولدز برای $Ca=0.8, \alpha=30^\circ, \lambda=2.0, \gamma=4.0$



شکل ۸- تأثیر زاویه شیب سطح برای $Re=10, Ca=0.8, \lambda=2.0, \gamma=3.0$



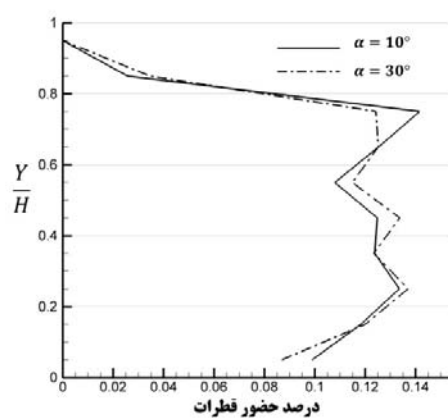
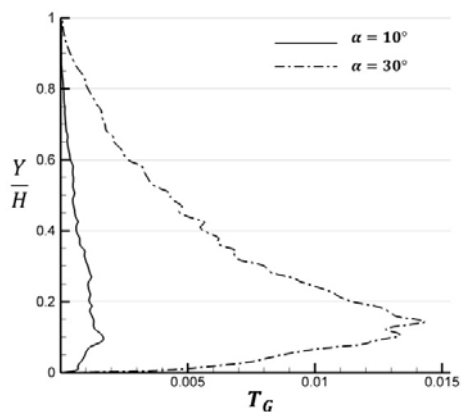
شکل ۹- تأثیر زاویه شیب سطح برای $Re=10, Ca=0.8, \lambda=2.0, \gamma=4.0$

انرژی اغتشاشی و درصد حضور قطرات برای زاویه شیب سطح $\alpha = 10^\circ, 30^\circ$ در $Re=20, Ca=0.8$ و $\lambda=2$ و $\gamma=4.0$ رسم شده است. مشاهده می‌شود که با افزایش زاویه شیب سطح انرژی اغتشاشی سیستم افزایش می‌یابد. با افزایش زاویه شیب سطح از تمرکز قطرات در نزدیکی دیواره و سطح آزاد کاسته می‌شود. به عبارت دیگر قطرات از دیواره و سطح آزاد به سمت نواحی مرکزی کانال مهاجرت می‌کنند. این مهاجرت به گونه‌ای است که با افزایش زاویه شیب سطح فاصله تعادلی قطرات از دیواره کانال افزایش می‌یابد.

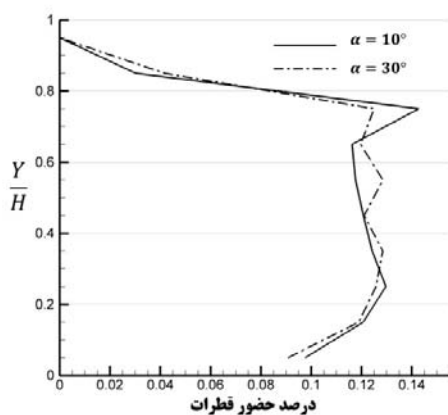
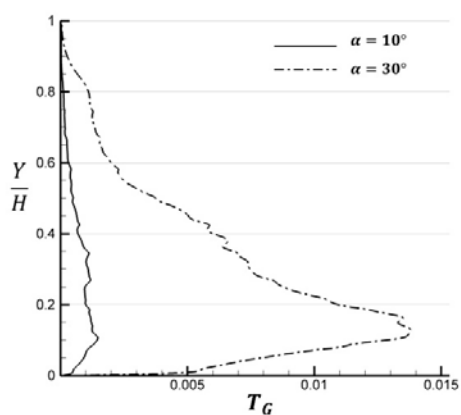
شده است. مشاهده می‌شود که با افزایش عدد رینولدز انرژی اغتشاشی سیستم افزایش می‌یابد. با افزایش عدد رینولدز از تمرکز قطرات در نزدیکی دیواره و سطح آزاد کاسته می‌شود. به عبارت دیگر با افزایش عدد رینولدز قطرات از دیواره و سطح آزاد به سمت نواحی مرکزی کانال مهاجرت می‌کنند. این مهاجرت به گونه‌ای است که با افزایش عدد رینولدز فاصله تعادلی قطرات از دیواره کانال افزایش می‌یابد.

۳-۵- تأثیر زاویه شیب سطح بر رفتار قطرات

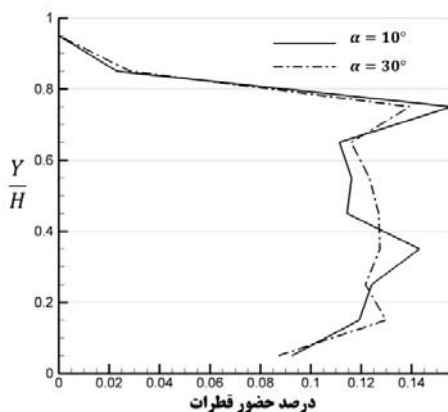
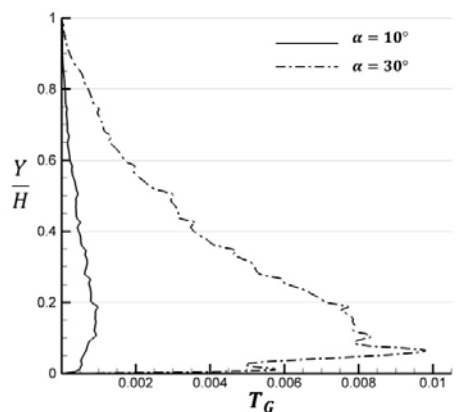
به منظور بررسی اثر زاویه شیب سطح در شکل ۸ تا شکل ۱۲



شکل ۱۰- تأثیر زاویه شیب سطح برای $Re=20, Ca=0.8, \lambda=2.0, \gamma=3.0$



شکل ۱۱- تأثیر زاویه شیب سطح برای $Re=20, Ca=0.8, \lambda=2.0, \gamma=4.0$



شکل ۱۲- تأثیر زاویه شیب سطح برای $Re=20, Ca=0.8, \lambda=2.0, \gamma=8.0$

۶- نتیجه گیری

اثر عدد رینولدز و زاویه شیب سطح در نسبت های چسبندگی بالا بر مهاجرت عرضی قطرات در جریان روی سطح شیب دار با تشابه سازی عددی که اثرات اینرسی، چسبندگی و کشش سطحی را در بر می گیرد، مطالعه شده است. محاسبات انجام شده نشان دهنده این است که با افزایش عدد رینولدز و یا با

افزایش زاویه شیب سطح انرژی اغتشاشی افزایش می یابد. همچنین افزایش عدد رینولدز و یا افزایش زاویه شیب سطح باعث مهاجرت قطرات از لایه های نزدیک به دیواره و سطح آزاد به سمت لایه های مرکزی جریان می شود. این مهاجرت به گونه ای است که با افزایش عدد رینولدز و یا افزایش زاویه شیب سطح فاصله تعادلی قطرات از دیواره کانال افزایش می یابد.

واژه نامه

- | | | |
|---------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1. Capillary number | 5. finite difference | 9. multi grid |
| 2. Poiseuille flow | 6. diffusion | 10. staggered grid |
| 3. Couette flow | 7. convection | 11. marker points |
| 4. front tracking | 8. second order predictor corrector | 12. Granular temperature |

مراجع

- Segre, G., and Silberberg, A., "Behaviour of Macroscopic Rigid Spheres in Poiseuille Flow Part 1. Determination of Local Concentration by Statistical Analysis of Particle Passages through Crossed Light Beams", *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 14, pp. 115-135, 1962.
- Segre, G., and Silberberg, A., "Behaviour of Macroscopic Rigid Spheres in Poiseuille Flow Part 2. Experimental Results and Interpretation", *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 14, pp. 136-157, 1962.
- Karnis, A., Goldsmith, H. L., and Mason, S. G., "The Kinetics of Flowing Dispersions: I. Concentrated Suspensions of Rigid Particles", *Journal of Colloid and Interface Science*, Vol. 22, pp. 531-553, 1966.
- Karnis, A., Goldsmith, H. L., and Mason, S. G., "Axial Migration of Particles in Poiseuille Flow", *Nature*, Vol. 200, pp. 159-160, 1963.
- Karnis, A., Goldsmith, H. L., and Mason, S. G., "The flow of Suspensions Through Tubes: V. Inertial Effects", *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, Vol. 44, pp. 181-193, 1966.
- Hiller, W., and Kowalewski, T. A., "An Experimental Study of the Lateral Migration of a Droplet in a Cerrping Flow", *Experimentss in Fluids*, Vol. 5, pp. 43-48, 1986.
- Chan, P. C., and Leal, L. G., "The Motion of a Deformable Drop in a Second Order Fluid", *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 92, pp. 131-170, 1979.
- Brady, J. F., and Bossis, G., "Stokesian Dynamics", *Annual Review of Fluid Mechanics*, Vol. 20, pp. 111-157, 1988.
- Zhou, H., and Pozrikidis, C., "The Flow of Suspensions in Channels: Single Files of Drops", *Physics of Fluids A: Fluid Mechanics*, Vol. 5, pp. 311-324, 1993.
- Zhou, H., and Pozrikidis, C., "The Flow of Ordered and Random Suspensions of Two-Dimensional Drops in a Channel", *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 255, pp. 103-127, 1993.
- Charles, R., and Pozrikidis, C., "Significance of the Dispersed-Phase Viscosity on the Simple Shear Flow of Suspensions of Two-Dimensional Liquid Drops", *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 365, pp. 205-234, 1998.
- Lowenbeg, M., and Hinch, E. J., "Numerical Simulation of a Concentrated Emulsion in Shear Flow", *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 321, pp. 395-419, 1996.
- Unveerdi, S. O., and Tryggvason, G., "Computations of Multi-Fluid Flows", *Physica D: Nonlinear Phenomena*, Vol. 60, pp. 70-83, 1992.
- Mortazavi, S. S., and Tryggvason, G., "A Numerical Study of the Motion of Drops in Poiseuille Flow. Part 1. Lateral Migration of One Drop", *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 411, pp. 325-350, 2000.
- Campbell, C. S., and Brennen, C. E., "Chute Flows of Granular Material; Some Computer Simulation", *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 52, pp. 172-178, 1985.
- Mortazavi, S. S., Afshar, Y., and Abbaspour, H., "Numerical Simulation of Two-Dimensional Drops Suspended in Simple Shear Flow at Non-Zero Reynolds Numbers", *Journal of Fluid Engineering*, Vol. 133, pp. 31-39, 2011.
- Nourbakhsh, A., Mortazavi, S. S., and Afshar, Y., "Three-Dimensional Numerical Simulation of Drops Suspended in Poiseuille Flow at Non-Zero Reynolds Numbers", *Physics of Fluids*, Vol. 23, pp. 3-11, 2011.