

# تأثیر ترک ماتریسی و میدان تنش ناهمگن بر روی خواص شکست مود اول در کامپوزیت‌های متعامد

بیژن محمدی\* و محسن مبارکیان

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران

(دریافت مقاله: ۱۳۹۲/۱۰/۳۰ - دریافت نسخه نهایی: ۱۳۹۳/۳/۲۴)

**چکیده** - در این تحقیق اثر متقابل ترک ماتریسی، جدایی بین لایه‌ای و میدان تنش ناهمگن الیاف و رزین بر روی خواص مکانیکی شکست مود اول کامپوزیت‌های لایه‌ای در نمونه DCB بررسی شده است. به نظر می‌رسد که مهمترین عامل اختلاف نرخ رهایی انرژی کرنشی بحرانی کامپوزیت‌های چندجهته با تک‌جهته، تفاوت در نوع مکانیزم خرابی و یا میدان تنش ناهمگن است. یکی از مهمترین مکانیزم‌های خرابی در کامپوزیت‌های چندجهته، ترک ماتریسی است. در این تحقیق جهت شبیه‌سازی ترک ماتریسی و جدایی بین لایه‌ای از المان‌های واسط چسبیده در فواصل مشخص استفاده شده است. نتایج حاصل نشان می‌دهد که شبیه‌سازی توأم ترک ماتریسی موجب افزایش حدود ۱۵ درصد و مدل‌سازی ناهمگن باعث افزایش حدود ۲۶ درصد در نرخ رهایی انرژی کرنشی بحرانی مود اول می‌شود.

واژگان کلیدی: نرخ رهایی انرژی کرنشی بحرانی، ترک ماتریسی، میدان تنش ناهمگن، چندلایه‌های کامپوزیتی، آزمایش DCB.

## Influence of Matrix Cracking and Nonuniform Stress Field on Mode-I Fracture Property of Cross-Ply Composites

B. Mohammadi\* and M. Mobarakian

School of Mechanical Engineering, Iran University of Science and Technology

**Abstract:** *In this study, a computational study was carried out on the interaction between matrix cracking and delamination. The study also investigated in homogeneous simulation of fiber and matrix of 90° ply in front of delamination and their effects on the fracture properties of the double cantilever beam (DCB) test specimens prepared by cross ply laminates. It seems that the most important cause of the difference between mode-I critical strain energy release rate ( $G_{Ic}$ ) of multidirectional (MD) laminates and that of unidirectional (UD) laminates is due to the difference in damage mechanisms. One of the most important kinds of damage mechanisms in MD laminates is matrix cracking. For simulation and prediction of matrix cracking and delamination, pre-existing cohesive elements were used. The results indicated that simultaneous simulation of matrix cracking and delamination can predict a 15-percent increase in the  $G_{Ic}$  of MD laminates. Another cause of the difference in  $G_{Ic}$  might be nonuniform stress field resulting from fiber and matrix in delaminated front. In homogeneous simulation of 90° ply can cause a 26-percent increase in the  $G_{Ic}$  of MD rather than UD laminates.*

**Keywords:** *Critical energy release rate, matrix cracking, nonuniform stress field, composites Lay-up, DCB test.*

\* مسئول مکاتبات، پست الکترونیکی: bijan\_mohammadi@iust.ac.ir

بلوک فلزی جهت اعمال نیرو		a	طول ترک
نیرو	P	B	عرض قطعه
تنش اسمی	t	C	نرمی (کامپلیانس)
جابجایی در جهت x	u	d	پارامتر خرابی
جابجایی در جهت y	v	E	مدول الاستیسیته
جابجایی در جهت z	w	F	ضریب تصحیح جابجایی‌های بزرگ
جابجایی دهانه ترک	$\delta$	$G_{13}$ و $G_{23}$	مدول برشی
پارامتر تصحیح	$\Delta$	G	نرخ رهایی انرژی کرنشی
کرنش معادل	$\varepsilon$	K	شیب قسمت اول نمودار قانون ساختاری
توان فرمول B-K	$\eta$		المان چسبی
تنش المان	$\sigma$	n	ضریب تصحیح روش بری
نسبت پواسون	$\nu$	N	ضریب تصحیح سختی ایجاد شده به دلیل

#### ۱- مقدمه

مجاورت دو لایه، می‌تواند باعث ایجاد ترک ماتریسی جدید در لایه‌ی مجاور و جدایی بین لایه‌ای شود. جدایی بین لایه‌ای علاوه بر ترک‌های ماتریسی از عوامل دیگری مانند اثرات لبه‌ای<sup>۱</sup> و ناپیوستگی هندسی نیز به وجود می‌آید و می‌تواند باعث شکست نهایی سازه شود.

تاکنون جدایی بین لایه‌ای به صورت تحلیلی، عددی و تجربی و با شیوه‌های متنوعی مطالعه شده است. در روش تحلیلی با حل معادلاتی پارامترهای خرابی محاسبه می‌شوند. یکی از معایب روش تحلیلی پیچیدگی آن در حل معادلات دیفرانسیل کوپلی است که دارای حل بسته نبوده و نمی‌توان برای آنها رابطه‌ای صریح جهت محاسبه نرخ رهایی انرژی کرنشی ارائه نمود. در روش عددی معادلات دیفرانسیل با استفاده از روش‌های موجود و مثل روش المان محدود مورد تحلیل قرار می‌گیرند، در روش تجربی، نمودارهای مورد نیاز جهت به دست آوردن پارامترهای خرابی از آزمایش‌ها و داده‌های تجربی به دست می‌آیند. کارآمدی هر یک از روش‌های تحلیلی و عددی با استفاده از روش‌های تجربی باید مورد

مواد کامپوزیتی به دلیل دارا بودن ویژگی‌های خاص مانند نسبت استحکام به وزن بالا و مقاومت مناسب در برابر خوردگی و عوامل شیمیایی، جزء مواد پرمصرف و رایج در صنعت هستند. استفاده روزافزون از کامپوزیت‌های چندلایه، لزوم مطالعه و درک صحیح از مکانیزم‌های آسیب در این مواد و ایجاد فناوری‌های لازم جهت بهبود مستمر عملکرد آنها را افزایش داده است.

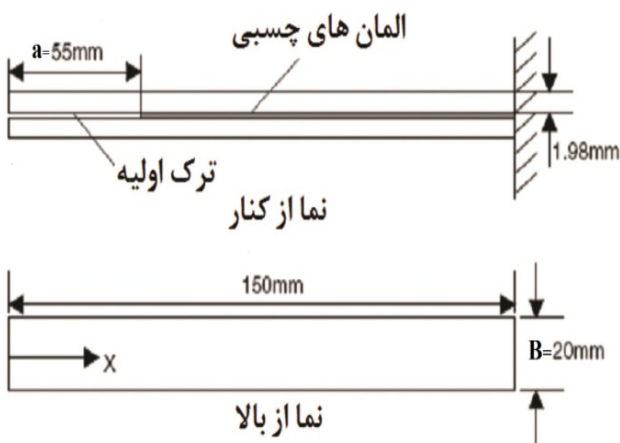
جدایی رزین از الیاف، ترک ماتریسی و جدایی بین لایه‌ای رایج‌ترین مکانیزم‌های خرابی در کامپوزیت‌های لایه‌ای پایه پلیمری هستند. جدایی رزین از الیاف در چندلایه‌های کامپوزیتی باعث ایجاد ترک ماتریسی شده و زمانی که ترک‌های ماتریسی به مرز بین لایه‌ها می‌رسند، ممکن است باعث ایجاد جدایی بین لایه‌ای و یا ترک‌های ماتریسی در لایه‌ی بعدی شوند. اگرچه ترک‌های ماتریسی باعث شکست نهایی سازه نمی‌شوند، اما منجر به کاهش قابل توجهی در خواص مکانیکی خواهند شد. تمرکز تنش موجود در نزدیکی نوک ترک در

تأیید قرار گیرد، اما توجه به این نکته ضروری است که روش‌های تجربی علاوه بر محدودیت‌ها و پیچیدگی‌های ساخت و آزمایش، هزینه‌های قابل توجهی نیز تحمیل می‌کنند. بنابراین ضرورت توسعه روش‌های عددی و تحلیلی برای یا شبیه‌سازی طوری که بتوان با آن از تعداد نمونه‌ها و هزینه‌های ساخت و آزمایش آن‌ها کاست، بیش از پیش مشخص می‌شود.

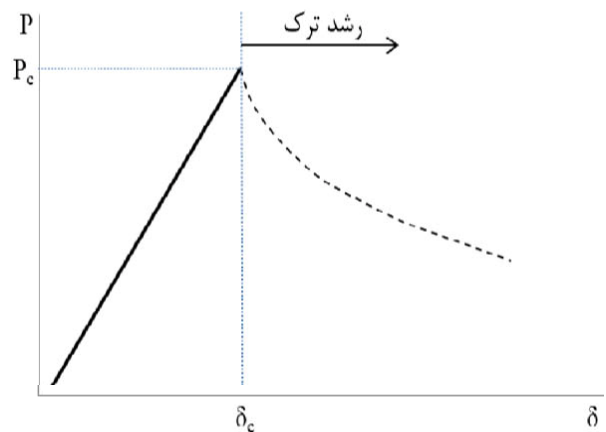
از دیدگاه گریفیت زمانی ترک در قطعه ناپایدار شده و شکست رخ می‌دهد که انرژی کرنشی حاصل از رشد ترک بر انرژی سطحی ماده غالب شود. طبق این نظریه در صورتی که نرخ رهایی انرژی کرنشی  $G$ ، به یک حد معین برسد، رشد ترک اتفاق می‌افتد. جدایی بین لایه‌ای، ترک سطحی در بین لایه‌های یک چندلایه است. در صورت افزایش  $G$  از نرخ رهایی انرژی کرنشی بحرانی ( $G_c$ ) ترک جدایی بین لایه‌ای در بین لایه‌ها رشد کرده و تا زمانی که  $G > G_c$  باشد، رشد این ترک ادامه می‌یابد. برای به دست آوردن  $G_c$  آزمایش‌های مختلفی وجود دارد. در مود اول آزمایش استاندارد تیر یک‌سر گیردار<sup>۲</sup> و در مود دوم آزمایش استاندارد ENF، جهت به دست آوردن این پارامترها توسعه داده شده‌اند. آزمایش استاندارد برای تعیین نرخ رهایی انرژی کرنشی بحرانی بین لایه‌ای در لایه‌های تک‌جهته انجام می‌شود و به دلیل پیچیدگی‌های چندلایه‌های چندجهته نمی‌توان به راحتی از آن برای تعیین نرخ رهایی انرژی کرنشی بحرانی بین لایه‌ای بحرانی این نوع لایه‌چینی‌ها استفاده نمود. تحقیقات انجام شده نشان می‌دهد که تغییرات لایه‌چینی، چینش لایه‌ها و اثرات پل‌زنی الیاف می‌تواند باعث تغییر نرخ رهایی انرژی کرنشی بحرانی شود. به دلیل تأثیرگذاری هندسه بر نرخ رهایی انرژی کرنشی بحرانی و تغییر این پارامتر با تغییر پارامترهای هندسی مانند زاویه لایه‌ها و چینش لایه‌ها، برخی از محققین بر این باورند که این پارامتر یک پارامتر مادی نیست.

شکرپه و همکاران [۱] مدافع این نظریه هستند که نرخ رهایی انرژی کرنشی بحرانی در کامپوزیت‌ها یک پارامتر مادی نبوده و مقدار آن وابسته به لایه‌چینی و سایر پارامترهای هندسی است و زوایای لایه‌هایی که جدایی بین لایه‌ای بین آن‌ها اتفاق می‌افتد نقش تعیین‌کننده‌ای در اندازه‌ی نرخ رهایی انرژی کرنشی بحرانی ایفا می‌کند. طبق نظر این محققین جهت تعیین نرخ رهایی انرژی کرنشی بحرانی در دو نمونه با لایه‌چینی متفاوت در اطراف ترک جدایی بین لایه‌ای، به آزمایش‌های جداگانه‌ای نیاز است. به دلیل تنوع لایه‌چینی در کامپوزیت‌ها و پیچیدگی و هزینه‌بر بودن آزمایش‌های تعیین نرخ رهایی انرژی کرنشی بحرانی، هر نوع لایه‌چینی مستلزم آزمایش مجزا است که این روند نیازمند صرف هزینه و وقت قابل توجه خواهد بود. نظریه دیگر مطابق تئوری گریفیت، این است که نرخ رهایی انرژی کرنشی بحرانی یک پارامتر مادی بوده و دلایل تغییر آن از یک لایه‌چینی به لایه‌چینی دیگر ایجاد پدیده‌هایی از جمله مکانیزم‌های تخریب جدید است. طبق نظریه این محققین پدیده‌هایی از جمله ترک‌های ماتریسی و پل‌زنی الیاف موجب تغییر نرخ رهایی انرژی کرنشی بحرانی می‌شوند. اندرسونز، کونینگ [۲] و مورایس [۳]، از مدافعان این نظریه هستند. به نظر مورایس ترک خوردگی ماتریسی و پرش ترک در بین لایه‌های غیر هم‌جهت، بیشترین تأثیر را در تغییرات  $G_c$  دارد. مورایس و همکاران [۳] جدایی بین لایه‌ای مود اول کامپوزیت‌های متعامد<sup>۳</sup> کربن/اپوکسی را بررسی نمودند. در آزمایش تیر یک‌سر گیردار، پرش ترک درون لایه‌های ۹۰ درجه و در طول واسط ۹۰٪ مشاهده شد. پس از این مشاهدات مورایس و همکاران بر این باور شدند که نرخ رهایی انرژی کرنشی بحرانی تحت تأثیر ترک خوردگی ماتریسی است. از دیگر مشاهدات این محققین وجود پدیده چسبندگی - لغزندگی<sup>۴</sup> در نمودار بار-جابجایی تیر یک‌سر گیردار است.

هدف از تحقیق حاضر، تعیین میزان تأثیر پدیده‌هایی مانند ترک ماتریسی و میدان تنش ناهمگن جبهه جدایی بین لایه‌ای



شکل ۲- ابعاد هندسی نمونه تیر یک سر گیردار مدل سازی شده



شکل ۱- نمودار بار-جابجایی یک نمونه DCB تحت آزمایش

## ۲- تعیین تجربی چقرمگی شکست بین لایه ای

در مطالعات آزمایشگاهی رشد ترک بین لایه ای در مواد کامپوزیتی، تغییرات بار وارده بر حسب جابه جایی، مبنای محاسبات تعیین چقرمگی شکست بین لایه ای است. این داده های آزمایشگاهی به همراه طول ترک، در محاسبه  $G$  و منحنی مقاومت باقی مانده ماده، مورد استفاده قرار می گیرند. در تحلیل داده های آزمایش و تعیین چقرمگی شکست یا نرخ رهایی انرژی کرنشی<sup>۶</sup>، سه روش مختلف وجود دارد: تئوری تیر ساده<sup>۷</sup>، تئوری تیر اصلاح شده<sup>۸</sup> و روش بری<sup>۹</sup> (کالیبراسیون نرمی<sup>۱۰</sup>). در تئوری تیر ساده فرض می شود که رفتار قطعه DCB مانند تیر یک سر درگیر است و نرخ رهایی انرژی به صورت رابطه (۱) بیان می شود:

$$G_I = \frac{3P\delta}{2Ba} \quad (1)$$

در این رابطه  $P$  بار اعمال شده و  $\delta$  جابجایی در بار اعمالی  $P$  است که در شکل (۱) نشان داده شده است. همچنین  $B$  عرض نمونه و  $a$  طول ترک است که در شکل (۲) نشان داده شده است.

در عمل این رابطه به دلیل عدم مداخله پارامترهایی مانند مدول الاستیسیته، مقدار نرخ رهایی انرژی کرنشی را بیش از مقدار واقعی آن پیش بینی می کند. در حل تحلیلی ارائه شده، فرض می شود پیشانی ترک کاملاً مهار شده و دارای شرایط

در تغییرات نرخ رهایی انرژی کرنشی بحرانی حاصل از لایه چینی متعامد نسبت به لایه چینی تک جهته است. در این راستا اثر ترک های ماتریسی و مدل سازی ناهمگن الیاف و رزین بر تغییرات نرخ رهایی انرژی کرنشی بحرانی بررسی خواهد شد. با شبیه سازی همزمان جدایی بین لایه ای و ترک های ماتریسی، اثر ترک های ماتریسی در تغییرات نرخ رهایی انرژی کرنشی بحرانی بررسی می شود. در تحلیلی دیگر جهت بررسی اثر میدان تنش جبهه بین لایه ای در تغییرات نرخ رهایی انرژی کرنشی بحرانی، شبیه سازی همزمان جدایی بین لایه ای و مدل سازی ناهمگن الیاف و رزین در لایه ای  $90^\circ$  درجه نزدیک جبهه جدایی بین لایه ای، انجام می شود. جهت شبیه سازی جدایی بین لایه ای و ترک ماتریسی از المان های واسط استفاده شده است. به منظور شبیه سازی جدایی بین لایه ای از المان های چسبی به صورت افقی در بین لایه ها و جهت شبیه سازی ترک های ماتریسی از المان های چسبی به صورت عمودی درون لایه های خارج-محور<sup>۵</sup> استفاده شده است. انتظار می رود هر یک از شرایط فوق الذکر بخشی از تغییرات نرخ رهایی انرژی کرنشی بحرانی لایه چینی متعامد را پیش بینی نموده و به سمت اثبات این نظریه که نرخ رهایی انرژی کرنشی بحرانی چندلایه های کامپوزیتی پارامتری مادی است، پیش رود.

ذکر است که  $C$  نرمی سازه است و از نسبت  $\delta$  به  $P$  به دست می آید.

در روش بری با اصلاح ضریب ۳ در رابطه (۱) با استفاده از داده‌های تجربی، افت ناشی از فرضیات ساده سازی شده در به دست آوردن رابطه جبران می‌شود. در روش بری، پارامتر نرمی برحسب طول ترک به صورت دو محور لگاریتمی ترسیم می‌شود و شیب این نمودار،  $n$  را می‌توان به صورت رابطه (۳) برای محاسبه  $G_I$  به کار برد [۵]:

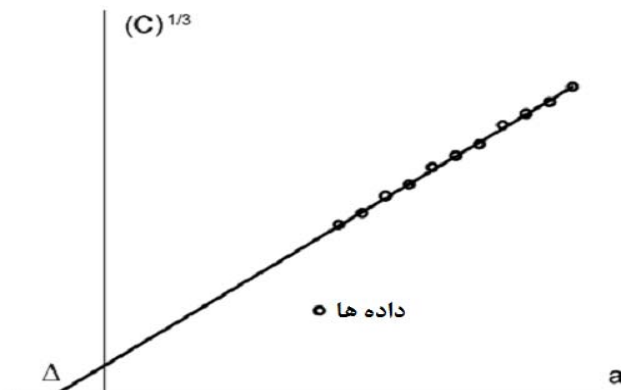
$$G_I = \frac{nP\delta}{2Ba} \quad (3)$$

هر دو روش تیر اصلاح شده و روش بری، چقرمگی شکست به کمک روابط تجربی را با دقت مناسبی تخمین می‌زنند. اما تئوری تیر اصلاح شده به دلیل استانداردسازی صورت گرفته برای انجام آزمایش‌های تعیین چقرمگی شکست، بیشتر مورد استفاده قرار می‌گیرد.

### ۳- مدل سازی المان چسبی

در این تحقیق جهت شبیه سازی جدایی بین لایه‌ای و ترک ماتریسی از المان‌های واسط چسبی استفاده شده است. مدل ناحیه چسبی ابزاری سودمند برای شناخت گسیختگی در نواحی بین‌وجهی در اختیار قرار می‌دهد. مفهوم ناحیه‌ی چسبی برای اولین بار توسط داگدایل در سال ۱۹۶۰ معرفی شد [۶]. مدل ناحیه‌ی چسبی روش جدیدی را برای بررسی تسلیم، شروع و رشد ترک در مواد مختلف پیشنهاد می‌کند. روش نوار تسلیم داگدایل [۶] محدوده‌ی پلاستیک را به صورت نوار باریک گسترش یافته اطراف نوک ترک پیش‌بینی کرده و رابطه‌ی بین بار خارجی اعمال شده و اندازه ناحیه‌ی پلاستیک را ارائه می‌کند. روش داگدایل، به عنوان مبنایی برای مدل سازی ناحیه‌ی چسبی در نظر گرفته شده است و نوار تسلیم پیشنهاد شده در این روش نیز به عنوان ناحیه‌ی چسبیده در نظر گرفته می‌شود.

در مدل سازی یک نمونه تیر یک سر گیردار جهت شبیه سازی المان‌های چسبی و اعمال ویژگی‌های مکانیکی



شکل ۳- نمودار خطی ریشه سوم نرمی برحسب طول جدایی بین لایه‌ای

مرزی گیردار است، در حالی که در عمل چنین نبوده و وقوع یک مقدار مشخص چرخش در پیشانی ترک محتمل است. بنابراین دو روش برای اصلاح این اثر پیشنهاد شده است [۴]. روش تئوری تیر اصلاح شده، طول ترک موجود را به اندازه  $\Delta$  بیشتر فرض می‌کند، که  $\Delta$  با آزمایش و ترسیم ریشه سوم نرمی،  $(C^{1/3})$  برحسب  $a$ ، به دست می‌آید. برای به دست آوردن پارامتر تصحیح  $\Delta$  باید نمودار خطی  $(C^{1/3})$  برحسب  $a$  رسم شود و مقدار طول از مبدأ خط کشیده شده در نمودار  $(C^{1/3})$  برحسب  $a$ ، مقدار  $\Delta$  را خواهد داد. بنابراین طول ترک برابر با  $a + \Delta$  خواهد بود و رابطه اصلاح شده به صورت رابطه (۲) نوشته می‌شود:

$$G_{Ic} = \frac{3P_c \delta_c}{2B(a + |\Delta|)} \quad (2)$$

در رابطه (۲)،  $P_c$  بار اعمال شده بحرانی و  $\delta_c$  جابجایی در بار بحرانی است که در شکل (۱) نشان داده شده است. همچنین  $B$  عرض نمونه،  $a$  طول ترک و  $\Delta$  پارامتر تصحیح به دلیل چرخش نوک ترک است. مقدار  $\Delta$  در رابطه (۲) با توجه به روش داده شده در استاندارد ASTM D5528-01 محاسبه می‌شود [۵]. جهت به دست آوردن پارامتر تصحیح  $\Delta$  باید نمودار خطی برحسب  $a$  رسم شود. مقدار طول از مبدأ خط ترسیمی در نمودار  $(C^{1/3})$  برحسب  $a$ ، مقدار  $\Delta$  را خواهد داد. نحوه به دست آوردن  $\Delta$  در شکل (۳) نشان داده شده است. قابل

روش‌های عددی در مهندسی، سال ۳۳، شماره ۲، زمستان ۱۳۹۳

جدول ۱- ویژگی مواد کامپوزیتی و بین لایه‌های لایه‌های تک‌جهته [۱]

خواص مواد کامپوزیتی و بین لایه‌های	
۱۵۰۰۰۰	$E_1$ (MPa)
۱۱۰۰۰	$E_2$ (MPa)
۰/۲۵	$\nu_{12}$
۰/۴۵	$\nu_{23}$
۶۰۰۰	$G_{13}$ (MPa)
۳۷۰۰	$G_{23}$ (MPa)
۴۵	$t_n^0$ (MPa)
۴۵	$t_s^0$ (MPa)
۳۰۰۰۰	$K_1$ (N/mm <sup>3</sup> )
۳۰۰۰۰	$K_2$ (N/mm <sup>3</sup> )
۰/۳۷۸	$G_{Ic}$ (kJ/m <sup>2</sup> )
۰/۵	$G_{IIc}$ (kJ/m <sup>2</sup> )
۱/۷۵	$\eta$

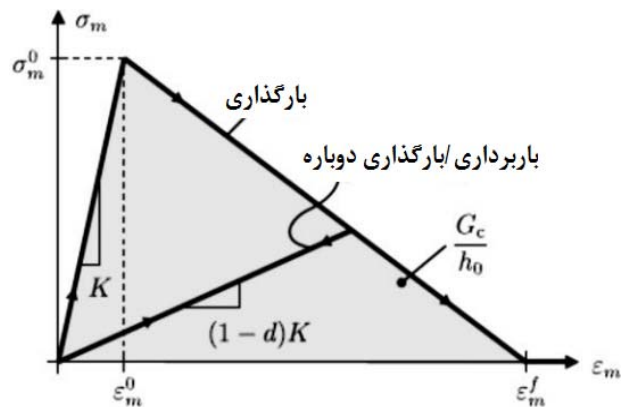
نظر گرفته می‌شوند.

- همچنین عبارت (●) وقتی مثبت باشد برابر ● و وقتی منفی باشد صفر است.

برای بررسی رشد ترک و خرابی در ناحیه چسبی از معیار ب - ک<sup>۱۱</sup> استفاده شده که در رابطه (۵) نشان داده شده است:

$$G_n^C + (G_S^C + G_t^C) \left\{ \frac{G_S}{G_T} \right\}^\eta = 1 \quad (5)$$

در رابطه (۵)،  $G_n^C$ ،  $G_S^C$  و  $G_t^C$  نرخ‌های انرژی کرنشی بحرانی در موده‌های خالص اول، دوم و سوم (یا همان  $G_{Ic}$ ،  $G_{IIc}$ ،  $G_{IIIc}$ ) هستند. همچنین در رابطه (۲)،  $G_S = G_S + G_t$ ، جمع مقادیر نرخ‌های انرژی کرنشی بحرانی در موده‌های خالص اول، دوم و سوم خواهد بود. پارامتر  $\eta$  یک توان تصحیحی است که برای هر ماده از آزمایش به دست می‌آید. این پارامتر در جدول ۱ مشخص شده است. در این تحقیق برای محاسبه نرخ‌های انرژی کرنشی



شکل ۴- قانون چسبی با رفتار نرم‌شوندگی خطی

فرضیاتی در نظر گرفته شده که در ادامه آمده است. مزیت اصلی این قانون علاوه بر بررسی همزمان شروع و رشد خرابی، سادگی آن در مدل‌سازی آسیب بین لایه‌های و اعمال آسان آن در تحلیل اجزاء محدود است. جهت شبیه‌سازی جدایی بین لایه‌های ترک ماتریسی از المان‌های چسبی با قانون نرم‌شوندگی خطی استفاده شده که در شکل (۴) نشان داده شده است. در شکل (۴)، پارامتر  $K$  شیب قسمت اول خطی نمودار،  $d$  پارامتر خرابی،  $G_C$  نرخ‌های انرژی کرنشی بحرانی،  $\sigma_m^0$  تنش بیشینه نمودار و  $\epsilon_m^0$  کرنش معادل تنش بیشینه است. در حالت بدون خرابی، المان سالم بوده و تغییری در خواص مکانیکی آن ایجاد نمی‌شود و پارامتر  $d$  در این حالت صفر در نظر گرفته می‌شود. در حالت خرابی کامل که المان مقاومت خود در مقابل تغییر شکل‌ها را از دست داده و به راحتی تغییر شکل پیدا می‌کند، خرابی  $d$  برابر یک است. در فاصله بین این دو پارامتر خرابی بین صفر تا یک تغییر می‌کند.

برای بررسی شروع خرابی در ناحیه چسبی از معیار تنش اسمی درجه دوم که در رابطه (۴) نشان داده شده، استفاده شده است:

$$\left\{ \frac{t_n}{t_n^0} \right\}^2 + \left\{ \frac{t_s}{t_s^0} \right\}^2 + \left\{ \frac{t_t}{t_t^0} \right\}^2 = 1 \quad (4)$$

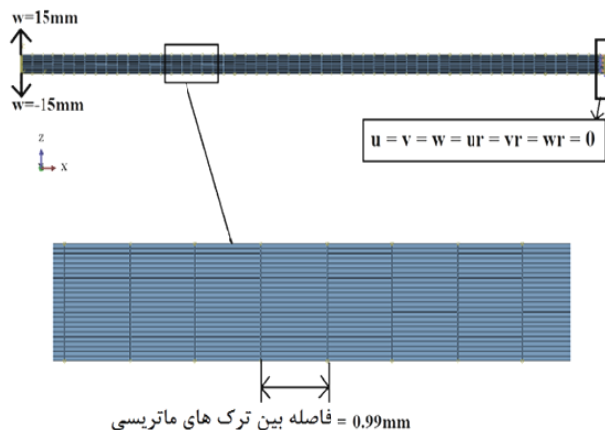
پارامترهای  $t_n^0$ ،  $t_s^0$  و  $t_t^0$  به عنوان مقادیر بیشینه تنش اسمی، زمانی که تغییر شکل‌ها در حالت خالص عمود بر بین‌لایه‌ها (مود اول) یا در حالت‌های برشی خالص هستند در

افزار المان محدود اباکوس<sup>۱۲</sup> استفاده شده است. از قابلیت برنامه‌نویسی در اباکوس جهت مدل‌سازی و المان‌بندی و قرار دادن ترک‌های ماتریسی به صورت اتوماتیک استفاده می‌شود. زبان برنامه‌نویسی پایتون<sup>۱۳</sup> جهت استفاده در اباکوس توسعه داده شده است. در شکل (۲) می‌توان ابعاد هندسی نمونه تیر یک‌سر گیردار مدل‌سازی شده را مشاهده نمود. در شکل (۵) شرایط مرزی، بارگذاری و فاصله بین ترک‌های ماتریسی نمونه DCB قابل مشاهده است. در این مدل‌سازی، بارگذاری به صورت جابه‌جایی به نمونه اعمال شده است. همچنین فاصله بین ترک‌های ماتریسی ثابت است. در شکل (۶) می‌توان المان‌بندی کلی نمونه DCB مورد آزمایش را مشاهده نمود. جهت برخورداری از همگرایی بهتر نتایج، در نزدیکی پیشانی جبهه جدایی بین لایه‌ای از المان‌های ریزتر و با چگالی بیشتری استفاده شده است. همچنین از المان‌های حجمی شش‌وجهی هشت‌گره‌ای در شبیه‌سازی لایه‌های کامپوزیتی و چسب استفاده می‌شود.

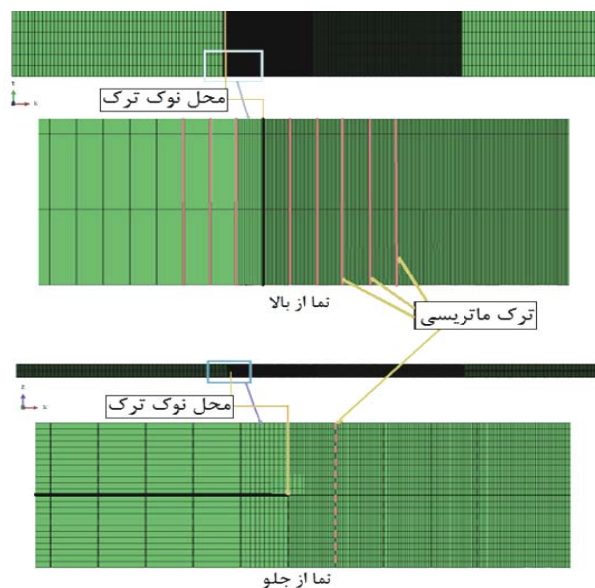
قابل ذکر است برای به‌دست آوردن نتایجی که در ادامه آورده می‌شود، از یک کامپیوتر ۸ هسته‌ای با حافظه<sup>۱۴</sup> ۱۲ گیگابایتی استفاده شده است. تعداد المان‌های شبیه‌سازی برای همگرایی شبکه ۱۴۸۸۳۶ است. جهت به‌دست آوردن این نتایج بیش از ۱۰۰ بار مدل‌سازی و اجرای برنامه انجام شد که حدود ۱۵۰۰ ساعت اجرای برنامه دربرداشته است.

#### ۲-۴- مدل‌سازی ناهمگن الیاف و رزین

در این بخش به نحوه مدل‌سازی مجزای الیاف و رزین در لایه‌ی ۹۰ درجه یا مدل‌سازی ناهمگن لایه ۹۰ درجه در نزدیکی نوک ترک پرداخته خواهد شد. طول بخش مدل‌سازی شده برای این بخش ۱/۵ میلی‌متر است که ۵٪ میلی‌متر آن قبل از ترک و ۱ میلی‌متر بعد از ترک است. عرض قطعه نیز به طور کامل مدل‌سازی شده است. قابل ذکر است که در این مدل‌سازی هیچ‌گونه ترک ماتریسی مدل نشده است و تنها الیاف لایه ۹۰ درجه‌ای که در کنار ترک جدایی بین لایه‌ای است، مدل



شکل ۵- شرایط مرزی و بارگذاری نمونه DCB



شکل ۶- المان‌بندی نمونه DCB

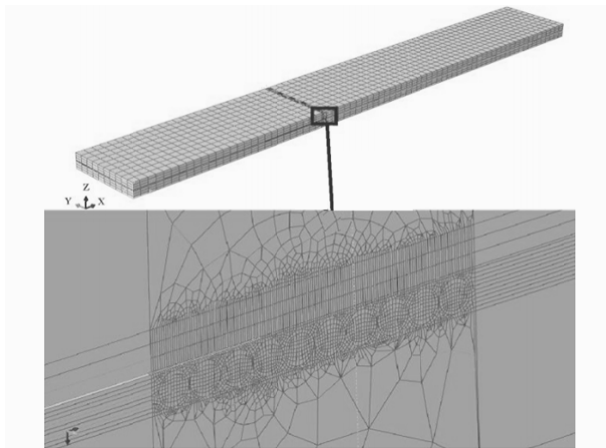
بحرانی مود اول از تئوری تیر اصلاح شده استفاده شده که در رابطه (۲) نشان داده شده است.

#### ۴- مدل‌سازی المان محدود

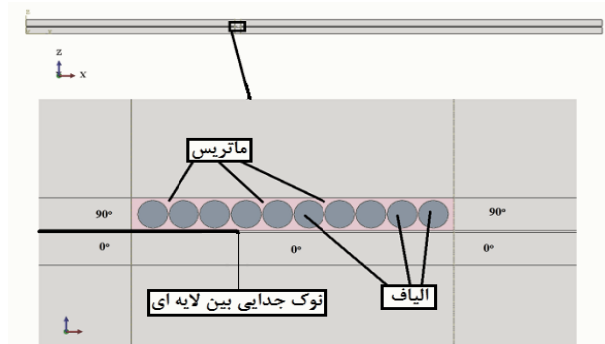
در این بخش جهت رسیدن به هدف تحقیق به بیان نحوه مدل‌سازی المان محدود یک نمونه DCB پرداخته می‌شود.

#### ۴-۱- شبیه‌سازی ترک ماتریسی

در این تحقیق برای مدل‌سازی و تحلیل یک نمونه DCB از نرم



شکل ۹- المان بندی مدل سازی ناهمگن لایه ۹۰ درجه

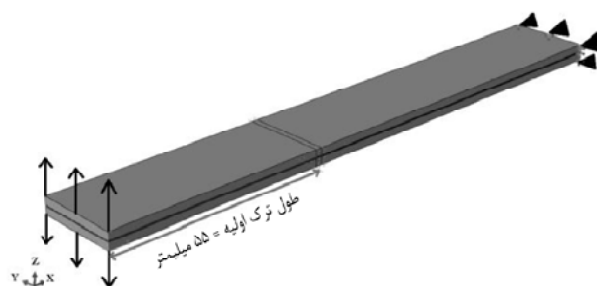


شکل ۷- الیاف ۹۰ درجه در مدل سازی ناهمگن لایه ۹۰ درجه

### ۵- نتایج به دست آمده

در این تحقیق از داده‌های آزمایش نمونه‌های کامپوزیتی T300/977-2 استفاده شده که شکل هندسی و خواص مواد و داده‌های آزمایشی آن در مراجع [۱] و [۵] آمده است. به منظور اعتبارسنجی تحقیق از نتایج تجربی آورده شده در این مراجع استفاده می‌شود. در جدول ۱ ویژگی مواد برای کامپوزیت تک‌جهته آورده شده است. در شکل (۲) هندسه نمونه تحت آزمایش نشان داده شده است. قابل ذکر است باتوجه به مرجع [۱]، نرخ رهایی انرژی کرنشی بحرانی مود اول آزمایش چندلایه متعامد برای کامپوزیت T300/977-2 برابر  $(\text{kJ/m}^2)$  ۱/۲۹۵ به دست آمده است.

ابتدا کد المان محدود برای یک کامپوزیت کربن/اپوکسی با لایه‌چینی  $[0]_{24}$  که خواص مواد و مشخصات هندسی آن در جدول ۱ و شکل (۲) ذکر شده، اجرا شد تا از صحت نتایج اطمینان حاصل شود. جواب نمودار بار-جابجایی در شکل (۱۰) نشان داده شده است. با توجه به نتایج به دست آمده از مدل سازی لایه‌های تک‌جهته به خوبی دیده می‌شود که نتایج عددی به دست آمده با مدل سازی ترک‌های ماتریسی، با نتایج تجربی و عددی همخوانی خوبی دارند و نمودار بار-جابجایی یکسانی از هر دو به دست می‌آید. همچنین در این شکل نتایج حاصل از روش عددی مدل چسبی سنتی که همان حل عددی



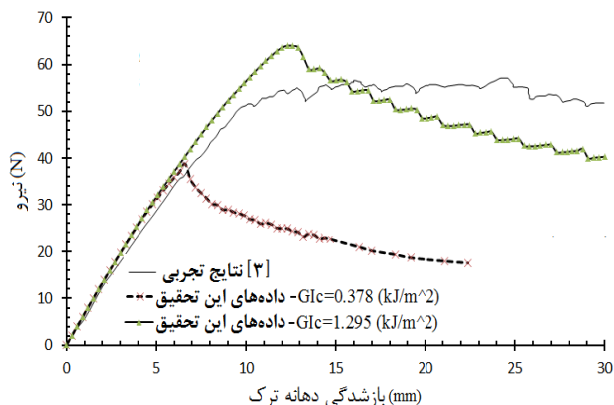
شکل ۸- شرایط مرزی و بارگذاری مدل سازی ناهمگن لایه ۹۰ درجه

شده‌اند. در این مدل سازی چگالی الیاف حدود ۶۲ درصد است. در شکل (۷) نحوه‌ی این مدل سازی دیده می‌شود. در این شکل دایره‌ها نشان دهنده الیاف در لایه ۹۰ درجه مجاور جدایی بین لایه‌ای هستند.

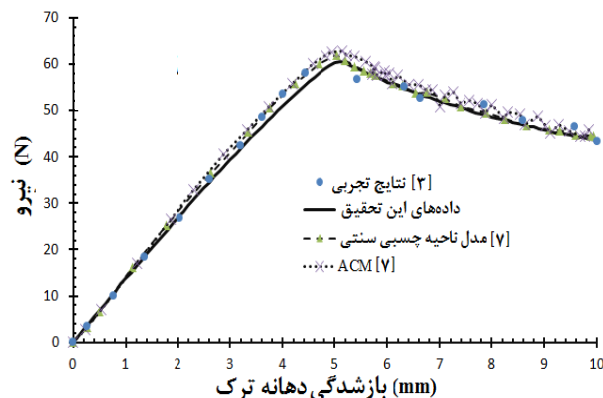
نحوه بارگذاری و شرایط مرزی نمونه DCB شیبه‌سازی شده مانند مدل سازی قبل است و در شکل (۸) قابل مشاهده است. در این مدل سازی بارگذاری به صورت جابه‌جایی به نمونه اعمال شده است. نحوه المان بندی نمونه DCB در شکل (۹) نشان داده شده است.

جهت به دست آوردن این نتایج از یک کامپیوتر ۸ هسته‌ای با حافظه ۱۲ گیگابایتی استفاده شده است. تعداد المان‌های این مدل سازی جهت همگرا شدن برابر ۱۸۲۰۱۰ است. در راستای به دست آوردن نتایجی مورد قبول، بیش از ۵۰ بار مدل سازی و اجرای برنامه تکرار شده است و این امر حدود ۵۰۰ ساعت اجرای برنامه را دربرداشته است.



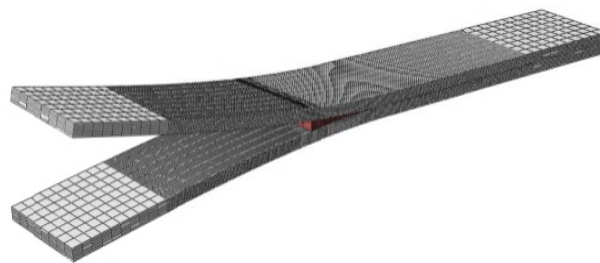


شکل ۱۳- نمودار بار- جابجایی نمونه T300/977-2 آزمایش تیر یکسر گیردار برای لایه چینی  $[0/90]_{12}$  در مدل سازی با ترک ماتریسی

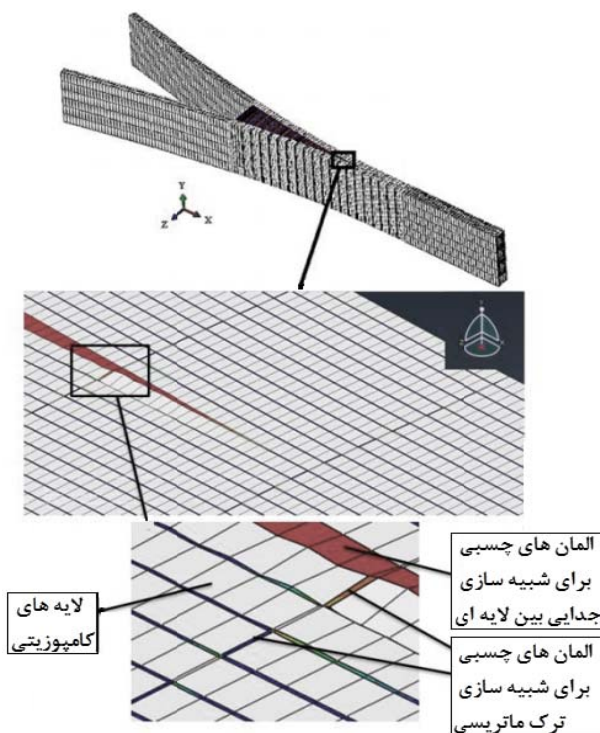


شکل ۱۰- نمودار بار- جابجایی نمونه T300/977-2 آزمایش تیر یکسر گیردار برای لایه چینی  $[0]_{24}$

با استفاده از روش ناحیه چسبی بدون تغییر در خواص مواد و المان بندی است، و روش مدل چسبی تطابق پذیر<sup>۱۵</sup> که در آن خواص چسبی در طول جسم ثابت نیست، نشان داده شده است [۵]. در مدل چسبی تطابق پذیر، در ناحیه نرم شوندگی که در پیشانی جبهه پیش رونده جدایی بین لایه‌های قرار دارد، یک ناحیه پیش نرم شونده پیشنهاد شده است که باعث می شود استفاده از المان های بزرگ نیز نتایج قابل قبولی برای مسائل تحت بارهای شبه استاتیکی و ضربه‌ای، به دست دهد. نمونه تغییر شکل یافته مدل DCB برای لایه چینی تک جهته در شکل (۱۱) مشاهده می شود.



شکل ۱۱- نمونه تغییر شکل یافته مدل DCB برای لایه چینی تک جهته



شکل ۱۲- نمونه تغییر شکل یافته مدل DCB برای چندلایه متعامد

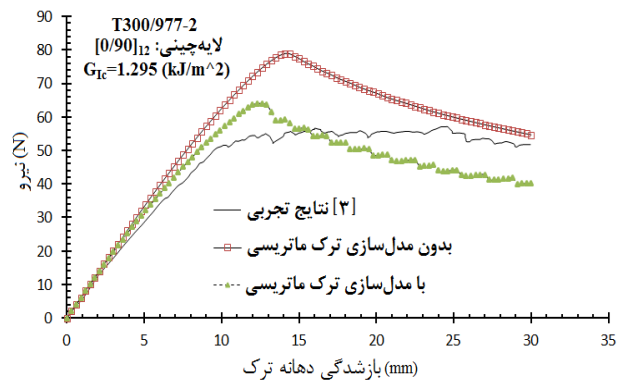
#### ۵-۱- نتایج شبیه سازی ترک ماتریسی

در شکل (۱۲) می توان نمونه تغییر شکل یافته مدل DCB برای چندلایه متعامد را مشاهده نمود. در این شکل المان های چسبی که برای شبیه سازی جدایی بین لایه‌های و ترک ماتریسی استفاده شده‌اند، نشان داده شده است. در شکل (۱۳) نتایج حاصل از تحلیل عددی DCB برای لایه چینی  $[0/90]_{12}$  با مقدار  $G_{Ic} = 0.378 \text{ (kJ/m}^2\text{)}$  که مربوط به آزمایش DCB لایه‌های  $[0]_{24}$  است همراه با شبیه سازی ترک های ماتریسی متناوب ارائه شده است. همان گونه که مشاهده می شود، نتایج حاصل بخش زیادی از قسمت خطی نمودار بار- جابجایی را پیش بینی نموده است. قسمت غیرخطی نمودار نیز توانسته مقداری از قسمت

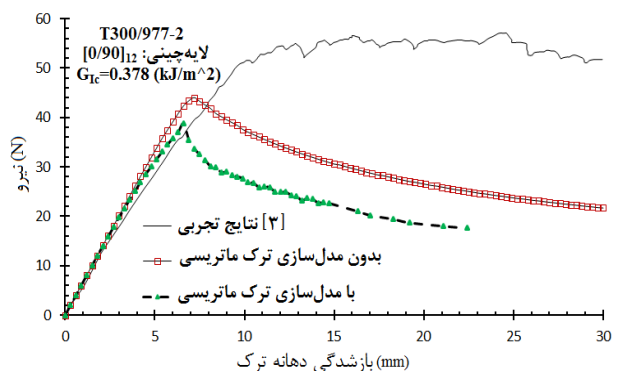
می‌توان مقداری از سخت‌شوندگی نمودار بار-جابجایی چندلایه متعادل که ناشی از پدیده چسبندگی - لغزندگی است را پیش‌بینی نمود.

مقادیر بالای استحکام مود اول باعث ناپایداری در جواب‌های نرم‌افزار می‌شود و نتیجه گرفتن از آن را مشکل می‌سازد. در این تحقیق برای گرفتن جوابی سریع‌تر و بهتر، استحکام کاهش داده شده است و خطای به‌دست آمده به عنوان یک خطای قابل قبول پذیرفته خواهد شد. بنابراین یکی از فرضیاتی که در حل کد المان محدود مد نظر قرار گرفت کاهش استحکام  $\sigma_0$  مود اول است. طبق مرجع [۸] برای یک کامپوزیت کربن/اپوکسی می‌توان این استحکام را تا حد زیادی کاهش داد بدون اینکه در نتایج نیرو-جابجایی نهایی تغییر زیادی ایجاد شود. در مرجع [۵] نیز رابطه‌ای برای میزان کاهش قابل قبول استحکام آورده شده است که نشان می‌دهد می‌توان این مقدار را از ۴۵ MPa تا ۱۰ MPa و حتی کمتر کاهش داد.

جهت مقایسه بین مدل‌سازی با ترک ماتریسی و مدل‌سازی بدون ترک ماتریسی و مشاهده تأثیر ترک ماتریسی بر روی نمودار بار-جابجایی، نتایج حاصل از تحلیل‌ها در دو حالت به طور هم‌زمان نشان داده شده‌اند. در شکل (۱۴) نتایج حاصل از تحلیل عددی DCB برای لایه‌چینی  $[0/90]_{12}$  در حالت‌های ساده بدون مدل‌سازی ترک ماتریسی، به‌همراه مدل‌سازی ترک‌های ماتریسی برای  $G_{Ic} = 1.295 \text{ (kJ/m}^2\text{)}$  که نرخ رهایی انرژی کرنشی حاصل از آزمایش لایه‌چینی  $[0/90]_{12}$  است، آورده شده است. نتایج حاصل از نمودار بار-جابجایی حاکی از این است که با در نظر گرفتن جدایی بین لایه‌ای و ترک ماتریسی می‌توان نمودار بار-جابجایی تجربی را بهتر پیش‌بینی نمود. در شکل (۱۵) نتایج حاصل از تحلیل عددی DCB برای لایه‌چینی  $[0/90]_{12}$  در حالت‌های ساده بدون مدل‌سازی ترک ماتریسی و همراه با مدل‌سازی ترک‌های ماتریسی برای  $G_{Ic} = 0.378 \text{ (kJ/m}^2\text{)}$  که مربوط به آزمایش DCB لایه‌های  $[0]_{24}$  است، آورده شده است. از بررسی شکل‌های (۱۴) و (۱۵) و مقایسه‌ی نمودارهای

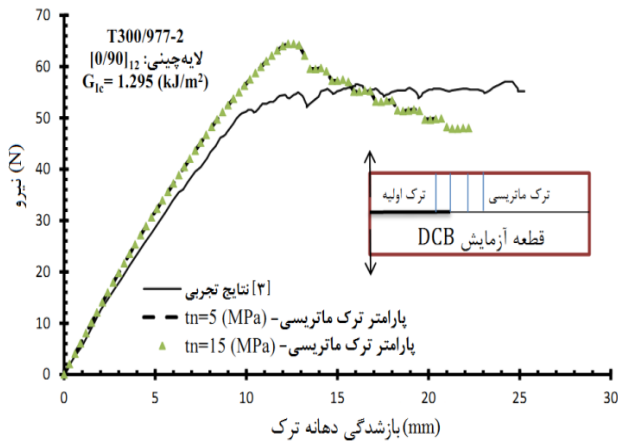


شکل ۱۴- نمودار بار- جابجایی نمونه T300/977-2 آزمایش DCB برای لایه‌چینی  $[0/90]_{12}$  با  $G_{Ic} = 1.295 \text{ (kJ/m}^2\text{)}$



شکل ۱۵- نمودار بار- جابجایی نمونه T300/977-2 آزمایش DCB برای لایه‌چینی  $[0/90]_{12}$  با  $G_{Ic} = 0.378 \text{ (kJ/m}^2\text{)}$

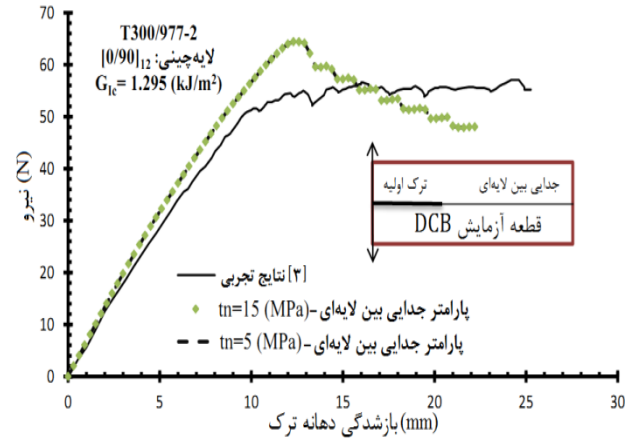
غیرخطی نمودار تجربی را به همراه یک تغییر مکان پیش‌بینی کند. با توجه به اختلاف پیش آمده در استفاده از لایه‌های تک‌جهته، نتایج این آزمون مجدداً برای نرخ رهایی انرژی کرنشی بحرانی حاصل از آزمایش لایه‌چینی  $[0/90]_{12}$  ( $G_{Ic} = 1.295 \text{ (kJ/m}^2\text{)}$ ) مورد تحلیل قرار گرفت و نتایج در شکل (۱۳) ارائه شده است. نمودار حاصل از بار-جابجایی  $^{16}$  حاکی از آن است که با در نظر گرفتن جدایی بین لایه‌ای و ترک ماتریسی می‌توان مقداری از نمودار تجربی را بازتولید نمود. نمودار حاصل از آزمون دارای رفتار چسبندگی - لغزندگی است که ایجاد یک نوع سخت‌شوندگی نیز نموده است. بنابراین از بررسی شکل (۱۳) می‌توان نتیجه گرفت که با شبیه‌سازی هم‌زمان جدایی بین لایه‌ای و ترک ماتریسی



شکل ۱۷- آنالیز حساسیت نمودار بار- جابجایی به  $t_n^0$  المان‌های چسبی مورد استفاده در شبیه‌سازی ترک ماتریسی

ماتریسی برابر و مطابق با داده‌های جدول ۱ هستند. در شکل (۱۷) حساسیت مسأله به تغییر استحکام مود اول ( $t_n^0$ ) در المان‌های چسبی استفاده شده در شبیه‌سازی ترک‌های ماتریسی بررسی خواهد شد. نتایج حاصل از آنالیز حساسیت استحکام‌های مود اول، در المان‌های چسبی مورد استفاده در شبیه‌سازی جدایی بین‌لایه‌ای و در المان‌های چسبی به کار گرفته در شبیه‌سازی ترک‌های ماتریسی نشان می‌دهد که در این لایه‌چینی این استحکام‌ها تقریباً تأثیری بر روی نمودارهای بار- جابجایی ندارند. دلیل این موضوع همان‌گونه که در مراجع [۵] و [۸] ذکر شده است، وابستگی کم کامپوزیت‌های کربن/ اپوکسی به کاهش استحکام بین‌لایه‌ای است.

با توجه به داده‌های حاصل شده از شبیه‌سازی عددی، نرخ رهایی انرژی کرنشی بحرانی مود اول برای نمونه‌های شبیه‌سازی شده، توسط رابطه (۲) محاسبه شده و در جدول ۲ نشان داده شده است تا میزان تأثیر پارامترهای بررسی شده دیده شود. مشاهده می‌شود که با مدل‌سازی ترک ماتریسی نرخ رهایی انرژی کرنشی بحرانی افزایش می‌یابد. بنابراین می‌توان با مدل‌سازی ترک ماتریسی همزمان با جدایی بین‌لایه‌ای و با داشتن پارامترهای نرخ رهایی انرژی کرنشی بحرانی لایه تک‌جهته، مقداری از افزایش نرخ رهایی انرژی کرنشی بحرانی کامپوزیت متعامد را به دست آورد. بدین طریق می‌توان احتمال داد که



شکل ۱۶- آنالیز حساسیت نمودار بار- جابجایی به  $t_n^0$  المان‌های چسبی مورد استفاده در شبیه‌سازی جدایی بین‌لایه‌ای

بار- جابجایی در هنگام مدل‌سازی همزمان ترک ماتریسی و جدایی بین‌لایه‌ای و حالت بدون ترک ماتریسی می‌توان نتیجه گرفت که با مدل‌سازی ترک ماتریسی نمودار بار- جابجایی زودتر غیرخطی می‌شود. همچنین در حالت بدون ترک ماتریسی بیشترین نیروی به دست آمده مقدار بیشتری نسبت به حالت مدل‌سازی با ترک ماتریسی دارد. از سوی دیگر، با مدل‌سازی ترک ماتریسی می‌توان تا حدودی پدیده چسبندگی - لغزندگی و سخت‌شوندگی را مشاهده نمود. با توجه به دلایل ذکر شده در مرجع [۱] علت این پدیده اثرگذاری ترک‌های ماتریسی متناوب درون لایه‌های  $90^\circ$  درجه و پرش ترک بین واسط‌های دو لایه مجاور  $90^\circ$  است.

در شکل (۱۶) حساسیت مسأله به تغییر استحکام مود اول ( $t_n^0$ ) در المان‌های چسبی که برای شبیه‌سازی جدایی بین‌لایه‌ای استفاده شده‌اند، بررسی شده است. شایان ذکر است که می‌توان استحکام مود اول را برای کامپوزیت کربن/ اپوکسی تا  $15\text{MPa}$  و کمتر کاهش داد بدون اینکه در نتایج اصلی تفاوت چندانی ایجاد شود [۵]. در این بخش به غیر از پارامترهای نشان داده شده، سایر پارامترها مقادیر پیش فرض ارائه شده جدول ۱ هستند. در صورت ذکر نشدن، پارامترهای نرخ رهایی انرژی کرنشی بحرانی، استحکام‌ها و شیب نمودار قانون ساختاری المان چسبی برای تمام المان‌های جدایی بین‌لایه‌ای و ترک

جدول ۲- میزان  $G_{Ic}$  برای حالت‌های بدون مدل‌سازی ترک ماتریسی و با مدل‌سازی ترک ماتریسی برای

لایه چینی  $[0/90]_{12}$

ورودی	با مدل‌سازی ترک ماتریسی	بدون مدل‌سازی ترک ماتریسی
۰/۳۷۸	۰/۳۴۷	۰/۳۱۰
۱/۲۹۵	۱/۲۶۶	۱/۱۰۰

$G_{Ic}$  (kJ/m<sup>2</sup>)

جدول ۳- میزان  $G_{Ic}$  برای حالت‌های بدون مدل‌سازی ترک ماتریسی و با مدل‌سازی ترک ماتریسی برای لایه چینی  $[0/90]_{12}$  با

تأثیر دادن ضریب تصحیح

ورودی	با مدل‌سازی ترک ماتریسی	بدون مدل‌سازی ترک ماتریسی
۰/۳۷۸	۰/۴۲۳	۰/۳۷۸
۱/۲۹۵	۱/۴۹۴	۱/۲۹۵

$G_{Ic}$  (kJ/m<sup>2</sup>)

عوامل و مکانیزم‌های خرابی دیگری مانند ناهمگنی الیاف و رزین و پل زنی الیاف نقش پررنگ‌تری در این تغییرات ایفا کنند. دلیل عدم تطابق مقادیر نرخ رهایی انرژی کرنشی بحرانی تجربی با مقادیر آن در حالت بدون ترک ماتریسی می‌تواند موارد زیر باشد: (۱) اختلاف در نحوه‌ی آزمایش نمونه با شرایط مدل‌سازی از جمله استفاده از بلوک فلزی برای اعمال نیرو و نحوه‌ی اعمال قید در گیر در انتهای نمونه در هنگام آزمایش‌های تجربی، (۲) شرایط آزمایشگاهی در هنگام آزمایش نمونه، (۳) پراکندگی داده‌های آزمایشگاهی و امکان خطا در اندازه‌گیری پارامترهایی مانند طول ترک و بازشدگی دهانه ترک در هنگام آزمایش نمونه. لازم به ذکر است مرجع [۳] که مبنای مقایسه نتایج عددی و تجربی مطالعات حاضر بوده است، جهت محاسبه و تعیین مقدار  $G_{Ic}$  از رابطه (۶) استفاده نموده است:

$$G_{Ic} = \frac{3P_c \delta_c}{2B(a+|\Delta|)} \frac{F}{N} \quad (6)$$

رابطه (۶) از روش تئوری تیر اصلاح شده به‌دست آمده است، که به دلیل در دسترس بودن داده‌ها و شرایط محیطی و فیزیکی آزمایش، ضرایبی جهت اصلاح نتایج در آن به شکل  $F$  و  $N$  اعمال شده است. در این رابطه  $F$  ضریب تصحیح جابجایی‌های بزرگ و  $N$  ضریب تصحیح سفتی ایجاد شده به دلیل وجود بلوک فلزی جهت اعمال نیرو است. این ضرایب تنها در صورت وجود اطلاعات کافی از آزمایش قابل محاسبه و اعمال هستند و با توجه به عدم دسترسی به اطلاعات مذکور،

امکان اعمال آن در شبیه‌سازی‌های صورت پذیرفته وجود ندارد. در تحقیق حاضر از روش تئوری تیر اصلاح شده ارائه شده در رابطه (۲)، استفاده شده، بنابراین لازم است ابتدا با اعمال یک ضریب تصحیح، مقادیر نرخ رهایی انرژی کرنشی بحرانی در حالت ساده بدون ترک ماتریسی به مقادیر آن در مرجع [۳] رسانده شود و سپس مقایسه صورت پذیرد. در جدول ۳ مقادیر نرخ رهایی انرژی کرنشی بحرانی مود اول با ضرایب تصحیح آورده شده است.

مشاهده می‌شود که برای  $G_{Ic} = 0.378$  (kJ/m<sup>2</sup>) نرخ رهایی انرژی کرنشی بحرانی مود اول به‌دست آمده حدود ۱۲ درصد از میزان اولیه بیشتر است. برای  $G_{Ic} = 1.295$  (kJ/m<sup>2</sup>) این مقدار ۱۵ درصد بیشتر است. با توجه به نتایج مندرج در جدول ۳ می‌توان نتیجه گرفت که با شبیه‌سازی همزمان جدایی بین لایه‌ای و ترک ماتریسی و با داشتن  $G_{Ic}$  لایه‌های تک‌جهته می‌توان تا حدودی افزایش نرخ رهایی انرژی کرنشی بحرانی مود اول از چندلایه‌های متعامد به لایه‌های تک‌جهته را پیش بینی نمود.

#### ۵-۲- نتایج مدل‌سازی ناهمگن الیاف و رزین

همانگونه که در قسمت‌های قبل نیز ذکر شد، هدف از مدل‌سازی ناهمگن الیاف و رزین، تعیین میزان تأثیر میدان تنش ناهمگن و غیر یکنواخت در پیشانی جبهه جدایی بین لایه‌ای بر روی تغییرات نرخ رهایی انرژی کرنشی بحرانی حاصل از

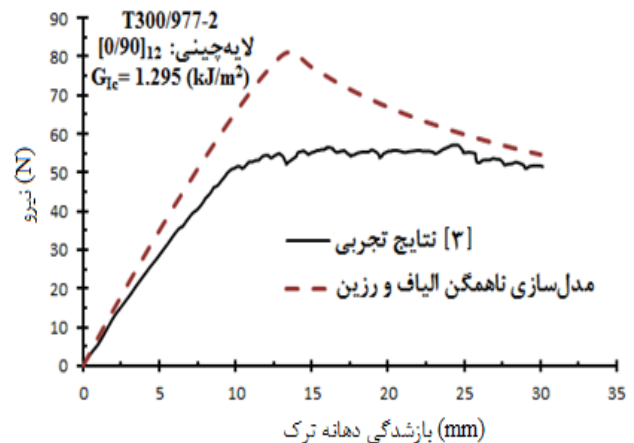
جدول ۴- میزان  $G_{Ic}$  برای مدل سازی همگن بدون ترک ماتریسی و مدل سازی ناهمگن لایه ۹۰ درجه

ورودی	مدل سازی ناهمگن لایه ۹۰ درجه	مدل سازی همگن بدون ترک ماتریسی	$G_{Ic}$ (kJ/m <sup>2</sup> )
۰/۳۷۸	۰/۳۸۹	۰/۳۱۰	
۱/۲۹۵	۱/۳۰۵	۱/۱۰۰	

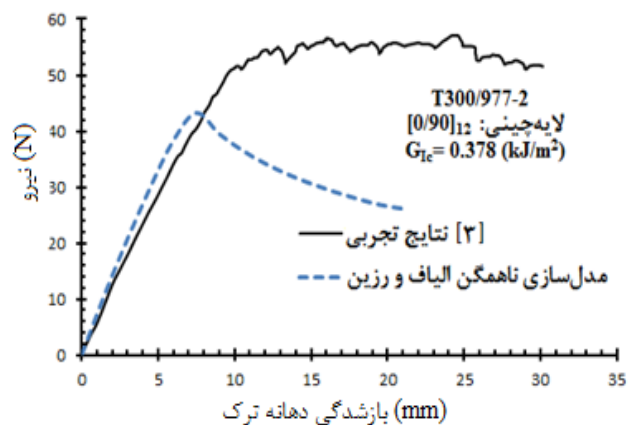
جبهه جدایی بین لایه‌ای با در نظر گرفتن  $G_{Ic}=0.378(kJ/m^2)$  نشان داده شده است. نمودار حاصل از بار-جابجایی حاکی از آن است که تنها با در نظر گرفتن جدایی بین لایه‌ای و مدل سازی مجزای الیاف و رزین می‌توان تا اندازه‌ای نمودار بار-جابجایی مربوطه را بازتولید نمود.

جهت به دست آوردن نرخ رهایی انرژی کرنشی بحرانی مود اول از رابطه (۲) استفاده شده است. با توجه به داده‌های حاصل شده از شبیه سازی عددی، نرخ رهایی انرژی کرنشی بحرانی مود اول برای نمونه‌های شبیه سازی شده جدول ۴ محاسبه شده است تا میزان تأثیر پارامترهای بررسی شده دیده شود.

مشاهده می‌شود که علی‌رغم این که با مدل سازی ناهمگن لایه ۹۰ درجه نمی‌توان پدیده‌هایی چون چسبندگی- لغزندگی و سخت‌شوندگی ابتدای خرابی را پیش‌بینی نمود اما با این نوع مدل سازی، می‌توان تا بیش از ۲۵ درصد افزایش نرخ رهایی انرژی کرنشی بحرانی مود اول را پیش‌بینی نمود. با توجه به نتایج ارائه شده در جدول ۲ و جدول ۴ مشاهده می‌شود که میزان افزایش نرخ رهایی انرژی کرنشی بحرانی در حالت مدل سازی ناهمگن لایه ۹۰ درجه بیش از حالت مدل سازی ترک ماتریسی است. این نتایج نشان می‌دهد که تأثیر مدل سازی ناهمگن الیاف و رزین بر تغییر نرخ رهایی انرژی کرنشی بحرانی مود اول از چندلایه‌های متعادل به لایه‌های تک‌جبهه بیشتر از شبیه سازی ترک ماتریسی است. با وجود افزایش نرخ رهایی انرژی کرنشی هنوز این مقادیر با مقادیر نرخ رهایی



شکل ۱۸- نمودار بار-جابجایی نمونه T300/977-2 آزمایش DCB برای لایه چینی  $[0/90]_{12}$  با مدل سازی ناهمگن لایه ۹۰ درجه در نوک ترک با  $G_{Ic}=1.295 (kJ/m^2)$



شکل ۱۹- نمودار بار-جابجایی نمونه T300/977-2 آزمایش DCB برای لایه چینی  $[0/90]_{12}$  با مدل سازی ناهمگن لایه ۹۰ درجه در نوک ترک با  $G_{Ic}=0.378 (kJ/m^2)$

لایه چینی متعادل نسبت به لایه چینی تک‌جبهه است. با توجه به نتایج حاصله به نظر می‌رسد که ناهمگنی میدان تنش می‌تواند تغییری در رشد ترک ایجاد کند.

در شکل (۱۸) نمودار بار-جابجایی برای نمونه تحت آزمایش DCB با مدل سازی ناهمگن لایه ۹۰ درجه در پیشانی جبهه جدایی بین لایه‌ای با در نظر گرفتن  $G_{Ic}=1.295(kJ/m^2)$  و نیز در شکل (۱۹) نمودار بار-جابجایی برای نمونه مشابه تحت آزمایش DCB با مدل سازی ناهمگن لایه ۹۰ درجه در پیشانی

جدول ۵- میزان  $G_{Ic}$  برای مدل‌سازی همگن بدون ترک ماتریسی و مدل‌سازی ناهمگن لایه ۹۰ درجه با تأثیر دادن ضریب تصحیح

$G_{Ic}$ (kJ/m <sup>2</sup> )	ورودی	
	مدل‌سازی ناهمگن لایه ۹۰ درجه	مدل‌سازی همگن بدون ترک ماتریسی
۰/۳۷۸	۰/۴۷۵	۰/۳۷۸
۱/۲۹۵	۱/۵۴۰	۱/۲۹۵

انرژی کرنشی چندلایه متعامد اختلاف دارند. بنابراین احتمال دارد که عوامل و مکانیزم‌های خرابی دیگری مانند پل زنی الیاف نقش پررنگ‌تری را در این تغییرات ایفا کنند.

همان‌گونه که گفته شد، در این تحقیق از روش تئوری تیر اصلاح شده ارائه شده در رابطه (۲)، استفاده شده است و در مقاله‌ی مرجع [۳] از رابطه (۶) استفاده شده است، بنابراین لازم است ابتدا با یک ضریب تصحیح مقادیر نرخ رهایی انرژی کرنشی بحرانی در حالت همگن بدون ترک ماتریسی را به مقادیر آن در مرجع [۳] رسانده و سپس مقایسه انجام شود. در جدول ۵ مقادیر نرخ رهایی انرژی کرنشی بحرانی مود اول با ضرایب تصحیح آورده شده است.

مشاهده می‌شود که با مدل‌سازی ناهمگن لایه ۹۰ درجه در نواحی پیشانی جدایی بین لایه‌ای توسط روش به‌کار گرفته شده در این تحقیق برای  $G_{Ic} = 0.378$  (kJ/m<sup>2</sup>) نرخ رهایی انرژی کرنشی بحرانی مود اول به‌دست آمده حدود ۲۶ درصد از میزان اولیه نرخ رهایی انرژی کرنشی بیشتر است. این مقدار در  $G_{Ic} = 1.295$  (kJ/m<sup>2</sup>)، ۱۹ درصد بیشتر است. بنابراین با این نوع مدل‌سازی می‌توان تا حدودی افزایش نرخ رهایی انرژی کرنشی بحرانی مود اول از چندلایه‌های متعامد به لایه‌های تک‌جهته را پیش‌بینی نمود.

## ۶- نتیجه‌گیری

مشاهده می‌شود که نتایج به‌دست آمده از کد المان محدود نوشته شده برای مدل‌سازی لایه‌ی تک‌جهته با نتایج تجربی

به‌خوبی همخوانی دارند و نمودار بار-جابجایی یکسانی از هر دو به‌دست می‌آید. با توجه به نتایج حاصل از چندلایه متعامد می‌توان نتیجه گرفت که ترک‌های ماتریسی با فاصله مشخص در نظر گرفته شده در این تحقیق تا ۱۵ درصد در افزایش نرخ رهایی انرژی کرنشی بحرانی مود اول از چندلایه‌های متعامد به لایه‌های تک‌جهته نقش ایفا می‌کنند. همچنین با مدل‌سازی ترک ماتریسی همزمان با جدایی بین لایه‌ای و با داشتن پارامترهای نرخ رهایی انرژی کرنشی بحرانی تک‌جهته، می‌توان تا ۲۶ درصد افزایش نرخ رهایی انرژی کرنشی بحرانی مود اول از چندلایه‌های متعامد به لایه‌های تک‌جهته را پیش‌بینی نمود.

با توجه به نتایج حاصله مشاهده می‌شود که می‌توان با مدل‌سازی ترک ماتریسی برای چندلایه‌ی متعامد پدیده‌هایی از جمله چسبندگی - لغزندگی که ناشی از اثرگذاری ترک‌های ماتریسی متناوب درون لایه‌های ۹۰ درجه و پرش ترک بین واسط‌های دو لایه مجاور ۹۰/۰ است را پیش‌بینی نمود که بدون مدل‌سازی ترک ماتریسی این امکان وجود ندارد.

در آنالیز حساسیت در مدل‌سازی ترک ماتریسی مشاهده شد که نتایج نمودار بار-جابجایی به استحکام مود اول المان‌های چسبی که برای شبیه‌سازی جدایی بین لایه‌ای و ترک ماتریسی به‌کار رفته‌اند، در بازه‌ای که آنالیز انجام شد، وابستگی خاصی نداشتند و تقریباً هر دو نمودار بر روی هم قرار گرفتند.

از مدل‌سازی ناهمگن الیاف و رزین در لایه‌ی ۹۰ درجه در نزدیکی نوک ترک در کنار جدایی بین لایه‌ای می‌توان نتیجه گرفت که با این مدل‌سازی امکان پیش‌بینی تغییر نرخ رهایی انرژی کرنشی بحرانی مود اول چندلایه‌ی متعامد نسبت به نرخ رهایی انرژی کرنشی بحرانی لایه‌ی تک‌جهته وجود دارد و این پیش‌بینی هم بیشتر از زمانی است که ترک ماتریسی و جدایی بین لایه‌ای همزمان مدل می‌شوند. همچنین مدل‌سازی ناهمگن الیاف و رزین در لایه‌ی ۹۰ درجه قادر به پیش‌بینی پدیده‌های سخت‌شوندگی و چسبندگی - لغزندگی نیستند.

کرنشی بحرانی مود اول دخیل هستند، به‌طور همزمان، می‌توان نرخ رهایی انرژی کرنشی بحرانی مود اول چندلایه‌های متعامد را با استفاده از نرخ رهایی انرژی بحرانی مود اول لایه‌های تک‌جهته و بدون آزمایشات تجربی به‌دست آورد.

بنابراین از این تحقیق می‌توان نتیجه گرفت که در صورت شبیه‌سازی جدایی بین‌لایه‌ای، ترک ماتریسی، مدل‌سازی ناهمگن الیاف و رزین در لایه‌های نزدیک به جدایی بین‌لایه‌ای و مکانیزم‌های خرابی دیگر که در تغییر نرخ رهایی انرژی

## واژه‌نامه

- |                                      |                               |                                   |
|--------------------------------------|-------------------------------|-----------------------------------|
| 1. edge effect                       | 7. simple beam theory         | 13. PYTHON                        |
| 2. DCB                               | 8. modified beam theory (MBT) | 14. RAM                           |
| 3. cross-ply                         | 9. Berry                      | 15. adaptive cohesive model (ACM) |
| 4. stick-slip                        | 10. compliance calibration    | 16. P- $\Delta$ curve             |
| 5. off-axis                          | 11. B-K criterion             |                                   |
| 6. strain energy release rate (SERR) | 12. ABAQUS 6.10               |                                   |

## مراجع

- Shokrieh, M. M., Heidari-Rarani, M., and Ayatollahi, M. R., "Calculation of GI for a Multidirectional Composite Double Cantilever Beam on Two-Parametric Elastic Foundation", *Aerospace Science and Technology*, Vol. 15, pp. 534-543, 2010.
- Andersons, J., and Konig, M., "Dependence of Fracture Toughness of Composite Laminates on Interface Ply Orientations and Delamination Growth Direction", *Composites Science and Technology*, Vol. 64, PP. 2139-2152, 2004.
- de Morais, A. B., de Moura, M. F., Marques, A. T., and de Castro, P. T., "Mode-I Interlaminar Fracture of Carbon/Epoxy Cross-Ply Composites", *Composites Science and Technology*, Vol. 62, pp. 679-686, 2002.
- Hashemi, S., Kinloch, A. J., Williams, J. G., "Corrections Needed in Double Cantilever Beam Tests for Assessing the Interlaminar Failure of Fiber Composites", *Journal of Materials Science Letters*, Vol. 8, pp. 125-129, 1989.
- ASTM Standard, D5528-13, *Standard Test Method for Mode I Interlaminar Fracture Toughness of Unidirectional Fiber-Reinforced Polymer Matrix Composites*, Book of Standards Vol. 15 (03).
- Dugdale, D. S., "Yielding of Steel Sheets Containing Slits", *Journal of Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 8, pp. 100-104, 1960.
- Hu, N., Zemba, Y., Okabe, T., Yan, C., Fukunaga, H., and Elmarakbi, A. M., "A New Cohesive Model for Simulating Delamination Propagation in Composite Laminates under Transverse Loads", *Mechanics of Materials*, Vol. 40, pp. 920-935, 2008.
- Harper, P. W., and Hallett, S. R., "Cohesive Zone Length in Numerical Simulations of Composite Delamination", *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 75, pp. 4774-4792, 2008.