

# طراحی مسیر بهینه برای بازوی مکانیکی با استفاده از کنترل بهینه ترکیب شده با الگوریتم ژنتیک

حامد شرکائی و وحید عظیمی راد\*

دانشکده مهندسی فناوری‌های نوین، قطب علمی مkatرونیک، گروه مهندسی مkatرونیک، دانشگاه تبریز، تبریز، ایران

(دریافت مقاله: ۱۳۹۱/۰۸/۱۵ - دریافت نسخه نهایی: ۱۳۹۲/۰۸/۱۵)

**چکیده** - هدف این مقاله ارائه یک الگوریتم دو مرحله‌ای برای یافتن یا نزدیک شدن به کمینه سراسری در مسئله بهینه‌سازی برای ربات‌ها است. این الگوریتم از ترکیب یک روش بهینه‌سازی ریاضیاتی و یک روش تکاملی استفاده می‌کند. روش ریاضی مبتنی بر یک حل غیرمستقیم از مسئله کنترل بهینه حلقه باز است و روش تکاملی مبتنی بر الگوریتم ژنتیک می‌باشد. حدس‌های اولیه‌ای که به وسیله الگوریتم ژنتیک تولید می‌شوند برای تولید جواب بهینه به وسیله کنترل بهینه استفاده می‌شوند. سپس، تابع هزینه برای هر جواب بهینه محاسبه، و بهترین جواب‌ها برای مرحله بعد انتخاب می‌شوند. در مرحله بعد الگوریتم، این جواب‌ها برای تولید حدس‌های اولیه جدید استفاده می‌شود. سپس دوباره برای هر حدس اولیه، مسئله کنترل بهینه حل و هزینه‌شان محاسبه می‌شود. این فرآیند تا زمانی که هزینه کمینه به دست آید ادامه می‌یابد. به منظور بهبود عملکرد الگوریتم، یک عملگر ژنتیک جدید، علاوه بر عملگرهای مرسوم، برای انتخاب جفت کروموزوم مناسب در عملیات ترکیب معرفی شده است. روش پیشنهاد شده، مشکل کنترل بهینه که گیر کردن در کمینه‌های محلی است را حذف می‌کند و سعی می‌کند که مینیمم کلی را به دست آورد. مؤثر بودن روش با چند شبیه‌سازی نشان داده شده است.

واژگان کلیدی: طراحی مسیر، معادله مقدار مرزی، الگوریتم ژنتیک، کنترل بهینه.

## Optimal Path Planning of Manipulator Using Optimal Control Combined with Genetic Algorithm

H. Shorakaei and V. Azimirad

Department of Mechatronics, School of Engineering - Emerging Technologies, University of Tabriz

**Abstract:** This paper aims at presenting a new two-stage algorithm to find or approaching global minimum for manipulator in optimization problems. It uses a combination of mathematical optimization method and an evolutionary approach. The mathematical method is based on the indirect solution of open loop optimal control problem and the evolutionary method is based on Genetic Algorithm (GA). Some initial guesses generated by GA to produce optimal solution by optimal control are used. Then, the cost function is calculated for every optimal solution and the best solutions are chosen for the next step. In the next step of the

\*: مسئول مکاتبات، پست الکترونیکی: [azimirad@tabrizu.ac.ir](mailto:azimirad@tabrizu.ac.ir)

algorithm, these solutions are used to produce the new initial guesses. Optimal control problem is then solved for each guess again, and its cost is calculated. This process continues until the minimum cost value is achieved. In order to improve performance of the algorithm, a new GA operator is introduced in addition to the conventional GA ones to select the pair chromosomes for crossover. The proposed method eliminates the problem of optimal control which is trapped in local optimal point and tries to obtain the global minimum. The effectiveness of the method is shown by simulation.

**Keywords:** Path planning, boundary value problem, genetic algorithm, optimal control.

## ۱- مقدمه

طراحی مسیر یکی از مهم‌ترین مسائل مربوط به علم رباتی است و علیرغم پیشرفت علم رباتی و تحقیق‌های فراوانی که در زمینه طراحی مسیر صورت گرفته است، هنوز یک الگوریتم جامع برای اتمام مسئله طراحی مسیر به صورت بهینه وجود ندارد. روش‌های طراحی مسیر بهینه را می‌توان به دو دسته کلی مبتنی بر محاسبه گرادیان و روش‌های غیر مبتنی بر محاسبه گرادیان تقسیم کرد، که هیچ کدام کامل نبوده و دارای نقص‌هایی هستند. در روش‌های غیر مبتنی بر محاسبه گرادیان هیچ اطلاعاتی از گرادیان‌های تابع هزینه نسبت به متغیرهای طراحی در خلال فرآیند بهینه‌سازی لازم نیست، و جستجو برای رسیدن به نقطه بهینه با مقایسه مقادیر تابع هزینه در نقاط طراحی مختلف انجام می‌شود. روش‌های جستجوی تصادفی مانند الگوریتم ژنتیک<sup>۱</sup> و روش‌های بهینه‌سازی آنیلینگ شبیه‌سازی شده<sup>۲</sup> در این دسته قرار می‌گیرند [۱، ۲]. در روش‌های نوع دوم گرادیان‌های تابع هزینه نسبت به متغیرهای طراحی نقش اساسی را در فرآیند بهینه‌سازی ایفاء می‌کنند. روش پرتابی<sup>۳</sup>، روش‌های تفاضل محدود<sup>۴</sup> و بسط سری تیلور مختلط<sup>۵</sup> از این نوع هستند [۳، ۴].

کورايم و همکاران حداکثر ظرفیت حمل بار بازوی مکانیکی متحرک برای وظیفه دو نقطه انتهایی را به صورت یک مسئله کنترل بهینه فرموله کردند [۵]. کار آنها براساس حل غیرمستقیمی است که به طور دقیق مسئله بهینه‌سازی را حل می‌کند. دشواری‌هایی در ارضای شرایط بهینگی وجود دارد، بنابراین روشی برای بهبود فرموله کردن ارائه کردند که منجر به مسئله مقدار مرزی دو نقطه‌ای<sup>۶</sup> می‌شود. [۵]. هم‌چنین کورايم و

همکاران یک فرموله‌سازی کلی و هم‌چنین مطالعات آزمایشی برای یافتن بار دینامیکی مجاز بازوی مکانیکی متحرک چرخدار (WMM) غیرهولونومیک<sup>۷</sup> در حضور مانع ارائه کردند [۶]. از آنجا که در هر دو کار انجام شده فقط از کنترل بهینه استفاده شده است لذا دارای خروجی با کمینه محلی هستند. چینگ چی سای<sup>۸</sup> و همکاران یک الگوریتم ژنتیک ممتاز موازی<sup>۹</sup> (PEGA) و کاربرد آن برای طراحی مسیر سراسری، برای هدایت موبایل ربات خود مختار را ارائه کردند. این الگوریتم، شامل دو EGA موازی همراه با عملگر مهاجرت است. مسیر اولیه ممکن از طراح الگوریتم تولید شده و سپس با استفاده از روش بی اسپیلان مکعبی<sup>۱۰</sup>، نرم شده است که یک مسیر تقریباً بهینه پیوسته بدون برخورد را می‌سازد. عملگر مهاجرت اجازه تبادل بهترین جمعیت‌ها را به آنها می‌دهد [۷]. گرگوری و همکاران دو طراحی مسیر مختلف برای بازوی مکانیکی ربات‌ها را مطالعه کردند. روش آنها شامل یک حل عددی از دوباره فرموله کردن مسئله کنترل بهینه مقید شده در مسئله حساب تغییرات است که در قیود فضای حالت و معادلات دینامیکی، بازسازی شده‌اند [۸]. اخیراً یک روش مبتنی بر بهینه‌سازی فراابتکاری جهت مسیریابی ربات متحرک در ارائه و بحث مقایسه‌ای میان بهینه‌سازی مبتنی بر مسیر و بهینه‌سازی فراابتکاری مبتنی بر جمعیت انجام شده است [۹]. هم‌چنین در این کار از روش جستجوی قطعی برای یافتن مسیر بهینه استفاده شده و نتایج حاصله با مسیر به دست آمده از طریق الگوریتم‌های ژنتیک و شبیه‌سازی سرد و گرم شدن فلزات مقایسه گردیده که نتایج حاصله نشان می‌دهد که الگوریتم شبیه‌سازی سرد و گرم فلزات از نظر زمان محاسبه بهترین جواب را ارائه کرده‌است. سارما و همکارانشان تحقیقاتی را در زمینه

## ۲- الگوریتم پیشنهاد شده

### ۱-۲- مراحل الگوریتم

به طور کلی روش پیشنهاد شده در این مطالعه از ۵ مرحله اصلی تشکیل شده است:

- ۱- استخراج معادلات دینامیکی، ۲- تشکیل معادلات فضای حالت، ۳- حل مسئله کنترل بهینه و ایجاد مسئله مقدار مرزی<sup>۱۱</sup> BVP دو نقطه‌ای، ۴- ایجاد حدس‌های اولیه، ۵- استفاده از حدس‌های اولیه مطابق شکل ۱، ۵- شرط توقف.
- الگوریتم کلی روش پیشنهاد شده در شکل ۲ نشان داده شده است. تابع هزینه در مسئله ما مطابق با معادله (۱) است:

$$J(u) = \int_{t_0}^{t_f} g(x(t), u(t), t) dt = \int_{t_0}^{t_f} \left( \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} w_i x_i^2 + \sum_{j=1}^m \frac{1}{2} r_j u_j^2 \right) dt \quad (1)$$

که  $t_0$  و  $t_f$  به ترتیب زمان اولیه و زمان نهایی هستند،  $x$  حالت،  $u$  ورودی‌های کنترل،  $w$  و  $r$  به ترتیب وزن حالت‌ها و ورودی‌ها هستند،  $n$  و  $m$  تعداد حالت‌ها و ورودی‌ها هستند.

و شرایط مرزی مسئله به صورت (۲) است:

$$X(t_f) = X_f, \quad X(t_0) = X_0 \quad (2)$$

### ۱-۲- رویکرد تغییراتی برای کنترل بهینه

ورودی‌های کنترل به صورت (۳) محدود شده‌اند:

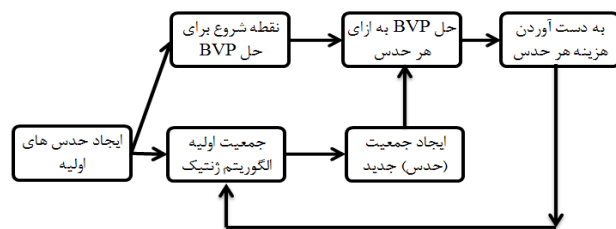
$$U_i^- \leq U_i \leq U_i^+ \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (3)$$

با فرض اینکه معادلات حرکت مطابق با (۴) فرض شوند که  $a$  و  $c$  توابعی مشخص می‌باشند، شرایط لازم بهینگی با استفاده از اصل کمینه پانتریگین به وسیله معادلات (۵) تا (۸) تعریف می‌شوند:

$$\dot{x}(t) = a(x(t), t) + c(x(t), t)u(t) \quad (4)$$

$$\dot{x}^*(t) = \frac{\partial H}{\partial p}(x^*(t), u^*(t), p^*(t), t) \quad (5)$$

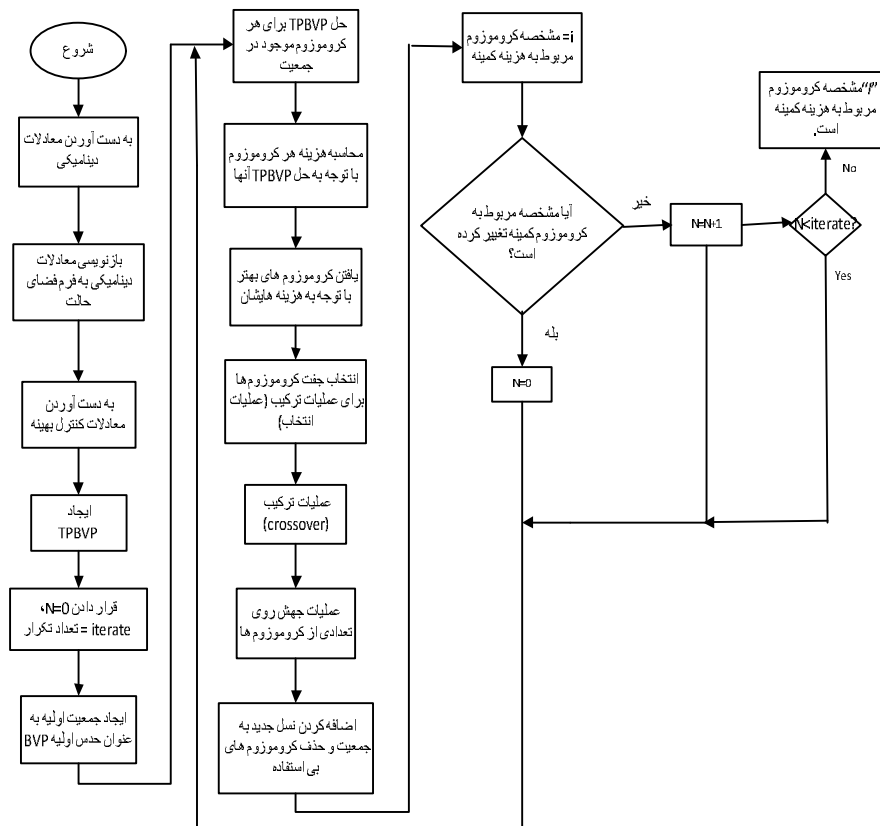
$$\dot{p}^*(t) = -\frac{\partial H}{\partial x}(x^*(t), u^*(t), p^*(t), t) \quad (6)$$



شکل ۱- موارد استفاده از حدس‌های اولیه

مسیریابی گروهی از ربات‌ها انجام داده‌اند. آنها از الگوریتم ترکیبی متشکل از الگوریتم حرکت گروهی ذرات و میدان پتانسیل جهت مسیریابی استفاده کرده‌اند. گروه ربات‌ها با استفاده از مسیر حاصل از الگوریتم حرکت گروهی ذرات اعمال شده بر الگوریتم میدان پتانسیل که بر تابع هدف اعمال شده است از میان فضای کاری خود عبور می‌کنند [۱۰]. در [۱۱] اقدام به مسیریابی ربات متحرک در یک محیط با چندین منبع خطر و مانع شده است. برای انجام این کار، برای هر مسیر یک تابع عضویت تعریف شده است که این تابع متشکل از دو ماتریس است، یکی جهت بیان درجه خطر و میزان احتمال برخورد مسیر با مانع و دیگری برای بیان طول مسیر. اما در هیچ کدام از کارهای گذشته از ترکیب الگوریتم ژنتیک و کنترل بهینه استفاده نشده است.

هدف این مقاله ایجاد یک الگوریتم جدید برای طراحی مسیر ربات‌ها است. در این مقاله یک روش ترکیبی جدید براساس یک الگوریتم تکاملی و یک روش بهینه‌سازی ریاضیاتی برای یافتن یا نزدیک شدن به کمینه سراسری توضیح داده خواهد شد. معادلات به دست آمده یک مسئله مقدار مرزی دو نقطه‌ای را ایجاد می‌کند که با تکنیک‌های عددی قابل حل می‌باشد. با به کارگیری جواب این مسئله نسل بعدی حدس اولیه توسط الگوریتم ژنتیک تولید شده و دوباره مسئله مقدار مرزی دو نقطه‌ای حل می‌گردد و این کار تا جایی ادامه پیدا می‌کند که تابع هزینه به حد قابل قبول برسد. شبیه‌سازی برای یک ربات دو عضوی و سه عضوی انجام می‌گیرد و کارایی و قابلیت‌های روش پیشنهادی، نشان داده می‌شود.



شکل ۲- فلو چارت کلی الگوریتم پیشنهاد شده

$$H(x(t), u(t), p(t), t) = \left( \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} w_i x_i^2 + \sum_{j=1}^m \frac{1}{2} r_j u_j^2 \right) + p^T(t) [a(x(t), t) + c(x(t), t)u(t)] \quad (10)$$

در نهایت  $2n$  معادله دیفرانسیل معمولی<sup>۱۳</sup> (ODE) وجود دارد که  $n$  معادله مربوط به حالات و  $n$  معادله دیگر مربوط به شبه حالات است. از طرفی زمان و شرایط مرزی اولیه و نهایی برای هر کدام از حالت‌ها مشخص است. با جایگذاری (۱۰) داخل (۸) نتیجه می‌دهد:

$$p^{*T}(t)c(x^*(t), t)u^*(t) \leq p^{*T}(t)c(x^*(t), t)u(t) \quad (11)$$

بنابراین، طبق (۵)، (۶) و (۷) شرایط بهینگی را می‌توان به وسیله مشتق‌گیری از تابع همیلتونین نسبت به حالت، کمک حالت و کنترل مطابق زیر به دست آورد:

$$\frac{\partial H}{\partial u}(x^*(t), u^*(t), p^*(t), t) = 0 \quad (v)$$

$$H(x^*(t), u^*(t), p^*(t), t) \leq H(x^*(t), u(t), p^*(t), t) \quad \text{for all admissible } u(t) \quad (8)$$

فرمول (۶) معادلات شبه حالات را بر می‌گرداند که در آن  $p$  به عنوان ضریب کمکی لاگرانژ یا شبه حالت<sup>۱۲</sup> است و فرمول‌های (۷) و (۸) نیز شرایط لازم برای بهینگی را می‌دهند. برای همه  $t \in [t_0, t_f]$  معادله (۸) به عنوان اصل کمینه پانتریاگین شناخته می‌شود که در آن  $H$  تابع همیلتونین بوده و به (۹) تعریف می‌شود:

$$H(x(t), u(t), p(t), t) = g(x(t), u(t), t) + p^T(t)f(t) \quad (9)$$

برای  $t \in [t_0, t_f]$  که  $U_i^-$  و  $U_i^+$  به ترتیب محدودیت‌های پایین و بالا هستند، طبق (۱) و (۹) و با فرض اینکه  $\lambda$  به وسیله تابع  $a(x(t), u(t), t)$  بیان شود، همیلتونین به صورت فرمول (۱۰) تعریف می‌شود:

## ۲-۳- عملگرهای ژنتیک مورد استفاده

### ۲-۳-۱- کد بندی

در این مطالعه هر کروموزوم از یک ماتریس  $m \times (n+1)$  تشکیل شده است که  $n$  و  $m$  به ترتیب مرتبه چند جمله‌ای و تعداد حالت‌ها هستند. نمونه‌ای از یک کروموزوم به صورت (۱۶) نشان داده شده است:

$$C = \begin{bmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & \mathbf{L} & a_{1,n} & a_{1,(n+1)} \\ a_{2,1} & a_{2,2} & \mathbf{L} & a_{2,n} & a_{2,(n+1)} \\ \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{O} & \mathbf{M} & \mathbf{M} \\ a_{(m-1),1} & a_{(m-1),2} & \mathbf{L} & a_{(m-1),n} & a_{(m-1),(n+1)} \\ a_{m \times 1} & a_{m,2} & \mathbf{L} & a_{m,n} & a_{m \times (n+1)} \end{bmatrix} \quad (16)$$

این یعنی اینکه هر سطر، یک فرمول برحسب زمان برای هر حالت می‌دهد:

$$T = [t^n \quad t^{n-1} \quad \mathbf{L} \quad 1] \quad (17)$$

$$x_i = C_i T^T \quad (18)$$

که در فرمول (۱۷)،  $t$  نشاندهنده زمان برحسب ثانیه و  $n$  نشاندهنده مرتبه چند جمله‌ای است که برای هر یک از حالت‌ها (xi) برحسب زمان برازش می‌شود. لذا می‌توان معادله هر کدام از حالت‌ها را در زمان به صورت یک چند جمله‌ای مانند فرمول (۱۸) نوشت. به عبارت دیگر فرمول (۱۸) برازشی در زمان برای هر کدام از حالت‌ها به صورت یک چند جمله‌ای با مرتبه  $n$  است.

### ۲-۳-۲- عملگر انتخاب

هدف این بخش انتخاب کروموزوم‌های مناسب با توجه به هزینه آنها است. بدین صورت که هرچه کروموزوم مناسب‌تر (در اینجا، دارای هزینه کمتر) باشد احتمال انتخاب آن برای عملیات ترکیب بیشتر باشد. برای انتخاب جفت کروموزوم مناسب، ابتدا تعدادی کروموزوم دارای هزینه پایین انتخاب می‌شوند. با فرض اینکه  $l$  کروموزوم انتخاب شده‌اند، تعداد تکرار هر کروموزوم مطابق با (۱۹) به دست می‌آید:

$$\text{repeat}_i = \frac{\text{new cos } t_i \times 501}{\sum_{j=1}^l \text{new cos } t_j} \quad (19)$$

$$[\phi_1 \quad \phi_2 \quad \dots \quad \phi_n]^T = \left[ \frac{\partial H}{\partial x_1} \quad \frac{\partial H}{\partial x_2} \quad \dots \quad \frac{\partial H}{\partial x_n} \right]^T \quad (12)$$

$$r_i u_i^* + p_i^* c_i = 0 \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (13)$$

از آنجا که ورودی‌های کنترل محدود شده‌اند، با استفاده از (۱۳) کنترل بهینه به صورت (۱۴) داده می‌شود:

$$u_i = \begin{cases} U_i^+ & -r_i^{-1} p^T c_i > U_i^+ \\ -r_i^{-1} p^T c_i & U_i^- < -r_i^{-1} p^{*T} c_i < U_i^+ \\ U_i^- & -r_i^{-1} p^{*T} c_i < U_i^- \end{cases} \quad (14)$$

حال یک دستگاه معادلات دیفرانسیل معمولی با شرایط اولیه و نهایی وجود دارد که اصطلاحاً به آن یک مسئله مقدار مرزی دو نقطه‌ای گفته می‌شود. این معادله به وسیله روش‌های عددی حل می‌شود و این روش‌های عددی با دستورات مختلف در نرم‌افزارهای مختلف موجودند. این دستورات احتیاج به یک حدس اولیه دارند و از طرفی جواب خروجی وابستگی بسیار زیادی به حدس اولیه دارد، به گونه‌ای که حتی برای یک سری حدس‌های اولیه مسئله منفرد<sup>۱۴</sup> شده و جوابی ندارد و از طرفی به ازای حدس‌های اولیه مختلف جواب‌های مختلف وجود دارد. بنابر این برای به دست آوردن کمینه مطلق یا سراسری یا در سطح پایین‌تر نزدیک شدن به کمینه سراسری، نیاز به مقایسه هزینه جواب حدس‌های مختلف وجود دارد. حدس‌های مختلف به کمک الگوریتم ژنتیک ایجاد و تغییر داده می‌شوند و پس از حل به کمک کنترل بهینه هزینه‌های آنها مقایسه می‌شود. در ادامه مروری بر عملگرهای ژنتیک مورد استفاده برای ایجاد حدس‌های اولیه مختلف می‌شود و یک عملگر جدید نیز توضیح داده می‌شود. برای حل مسئله مقدار مرزی نیاز به یک حدس اولیه وجود دارد. حدس اولیه به وسیله یک سری چند جمله‌ای برای هر حالت فراهم می‌شود که به صورت (۱۵) است. لازم به ذکر است دلیل استفاده از چند جمله‌ای، انعطاف‌پذیری آنها بوده است؛ زیرا چند جمله‌ای‌ها را می‌توان به سادگی با تغییر ضرایب تغییر داد:

$$x = a_1 t^n + a_2 t^{n-1} + \dots + a_{n+1} \quad (15)$$

ضرایب به وسیله الگوریتم ژنتیک تغییر می‌کنند.

|                  |   |   |    |    |   |     |     |   |     |     |   |     |
|------------------|---|---|----|----|---|-----|-----|---|-----|-----|---|-----|
| room number      | 1 | L | 41 | 42 | L | 168 | 169 | L | 175 | 176 | L | 200 |
|                  |   |   |    |    |   |     |     |   |     |     |   |     |
|                  |   |   |    |    |   |     |     |   |     |     |   |     |
| index chromosome | 1 | 1 | 1  | 2  | 2 | 2   | 3   | 3 | 3   | 4   | 4 | 4   |

شکل ۳- انتخاب جفت کروموزوم

### ۲-۳-۳- عملگر ترکیب

از آنجا که محتویات کروموزوم‌ها عدد حقیقی هستند نه عدد صحیح، یکی از روش‌های عملیات ترکیب این است که ضرایب کروموزوم‌ها با هم ترکیب شوند یعنی اینکه عملیات ترکیب روی ماتریس انجام شود یعنی جای درایه‌های ماتریس‌ها را عوض کنیم. هر درایه ماتریس، هم دارای قسمت صحیح و هم اعشاری است، یعنی اینکه یک عدد خاص است. در نتیجه ترکیب هم فقط روی اعداد خاصی صورت می‌گیرد که این امر باعث می‌شود که نتوان فضای زیادی را جستجو کرد، و فضای جستجو بسیار محدود می‌شود. روش دیگر ترکیب که یک روش ابتکاری است، به این گونه است که ترکیب را روی درایه‌های ماتریس انجام دهیم، به این صورت که درایه‌های متناظر طبق روابط ارائه شده، که در ادامه می‌آیند، با هم ترکیب شوند. این امر سبب می‌شود درایه‌های ماتریس هنگام عملیات ترکیب انعطاف بیشتری داشته باشند و مقادیر مختلفی را به خود بگیرند، که این امر سبب جستجوی ناحیه بسیار بزرگ‌تری می‌شود. با توجه به نکات گفته شده، در این کار از روش ترکیب خاصی استفاده می‌شود که ترکیب را روی تک تک درایه‌های ماتریس‌ها صورت می‌دهد. از این رو برای ترکیب از یک فرمول استفاده می‌شود. بدین صورت که هر درایه دو کروموزوم از طریق دو فرمول (۲۱) و (۲۲) با هم ترکیب می‌شوند و دو کروموزوم بچه را تولید می‌کنند:

$$y = \alpha x_1 + (1 - \alpha) x_2 \quad (21)$$

$$y = \alpha x_2 + (1 - \alpha) x_1 \quad (22)$$

که  $\alpha$  از لحاظ ابعاد هم اندازه  $x_1$  است و درایه‌های آن با فرض اینکه به صورت (۲۳) محدود شده‌اند به صورت تصادفی انتخاب می‌شوند:

جدول ۱- نمونه‌ای از تابع repeat

| i (اندیس l)  | ۱      | ۲      | ۳      | ۴      |
|--------------|--------|--------|--------|--------|
| Cost (هزینه) | ۱۳۴    | ۴۳/۲   | ۴۸۶    | ۲۱۹    |
| newcost      | ۰/۰۰۷۵ | ۰/۰۲۳۱ | ۰/۰۰۱۳ | ۰/۰۰۴۶ |
| repeat       | ۴۱     | ۱۲۷    | ۷      | ۲۵     |

جدول ۲- جفت کروموزوم‌های انتخاب شده

| جفت کروموزوم                    |   |   |  |
|---------------------------------|---|---|--|
| $i_1$ (کروموزوم اول انتخاب شده) | ۲ | ۲ |  |
| $i_2$ (کروموزوم دوم انتخاب شده) | ۴ | ۱ |  |

به‌خاطر اینکه هزینه‌های کمینه مهم هستند، تابع جدید newcost مطابق (۲۰) تعریف شده است:

$$\text{new cost } t_i = \frac{1}{\cos t_i} \quad (20)$$

حال در یک خانه فرضی که دارای ۵۰۱ اتاق است، هر کروموزوم به تعداد تکرارش ( $\text{repeat}_i$ ) تکثیر می‌شود و اتاق اشغال می‌کند. حال اگر فرض کنیم تعداد ترکیب‌ها  $n$  باشد، آنگاه به‌صورت تصادفی  $2n$  اتاق را انتخاب می‌کنیم، و از آنجا که هر اتاق متعلق به یکی از کروموزوم‌ها است، در نتیجه کروموزوم‌های انتخاب شده دو به دو با هم عملیات ترکیب را انجام می‌دهند. لازم به‌ذکر است که ضریب "۵۰" صرفاً برای بالا بردن تعداد انتخاب‌ها و در نتیجه بالا بردن دقت احتمال انتخاب شدن کروموزوم‌ها استفاده شده است و یک عدد دلخواه است. برای واضح‌تر شدن روش توضیح داده شده از یک مثال استفاده می‌شود. با فرض اینکه  $n=2$  و  $l=4$  و جدول ۱ هزینه و مشخصه هر کروموزوم را نشان دهد.

حال، با توجه به تابع repeat برای هر کروموزوم، آن کروموزوم تکثیر شده و اتاق به خودش اختصاص می‌دهد مطابق شکل ۳ از بین اتاق‌ها، ۴ (یا همان  $2n$ ) اتاق به‌طور تصادفی انتخاب می‌شود. در نتیجه بر طبق جدول ۲، کروموزوم‌های مربوط به  $i_1$  و  $i_2$  با همدیگر عملیات ترکیب را انجام می‌دهند. مثلاً طبق ستون اول کروموزوم‌های شماره ۲ و ۴ با هم عملیات ترکیب را انجام می‌دهند.

$$x_1 = \begin{bmatrix} 123 & -98.3215 & -34.03 & 28.8327 & 19.0210 & -16.1755 \\ -36.3169 & 19.8912 & 10.5886 & 24.4819 & -30.5864 & -1.4511 \\ 0.0230 & -0.1837 & 0.3516 & 0.0445 & 0.1623 & -0.1254 \\ 0.3728 & -6.4175 & 0.8799 & -1.5325 & 1.9798 & -0.1302 \end{bmatrix} \xrightarrow{\delta = .1} a = \begin{bmatrix} 0.8228 & -0.0796 & 0.9138 & -0.0616 & 0.4875 & 0.0758 \\ 0.5977 & 0.045 & 0.1513 & 0.6377 & 0.131 & 0.1269 \\ 1.014 & 0.9353 & 0.5627 & 0.3349 & 0.0477 & -0.0488 \\ 0.5961 & 0.4812 & 0.6559 & -0.0406 & 0.1466 & 0.6622 \end{bmatrix}$$

$$x_2 = \begin{bmatrix} 76.0315 & -174.929 & 126.611 & -29.2805 & 2.7575 & 1.0098 \\ -198.894 & 769.054 & -934.187 & 415.222 & -52.3463 & 1.6859 \\ 13.965 & -36.7423 & 41.5234 & -16.7593 & 0.1351 & -2.008 \\ -273.902 & 668.44 & -606.01 & 297.1 & -55.6823 & 0.8113 \end{bmatrix}$$

$$y_1 = \begin{bmatrix} 114.6788 & -181.0285 & -20.1871 & -32.8609 & 10.6857 & -0.2932 \\ -101.7158 & 735.3181 & -791.2147 & 166.0642 & -49.4955 & 1.2878 \\ -0.1718 & -2.5508 & 18.3540 & -11.1318 & 0.1364 & -2.1838 \\ -110.4045 & 343.7284 & -207.9752 & 309.2128 & -47.2294 & 0.1878 \end{bmatrix}$$

$$y_2 = \begin{bmatrix} 84.3527 & -92.222 & 112.7681 & 32.4131 & 11.0928 & -14.8725 \\ -133.4951 & 53.6271 & -132.1137 & 273.6397 & -33.4372 & -1.0531 \\ 14.1598 & -34.3752 & 23.5210 & -5.583 & 0.161 & -0.0296 \\ -163.1247 & 318.2941 & -397.1549 & -13.6453 & -6.4731 & 0.4933 \end{bmatrix}$$

شکل ۴- نمونه‌ای از عملیات ترکیب

نکته دیگری که در الگوریتم ژنتیک مورد استفاده، در نظر گرفته شده است، استراتژی حفظ نخبه‌ها است، با این کار احتمال از بین رفتن بهترین جواب‌ها پس از ترکیب و جهش در مراحل بعدی از بین می‌رود.

### ۳- شبیه‌سازی

در این بخش برای بررسی نحوه عملکرد و تأیید روش پیشنهاد شده دو مثال با استفاده از روش ذکر شده توضیح داده می‌شود. مثال اول، مربوط به یک بازوی مکانیکی دو عضوی است که در مرجع [۷] وجود دارد. این مورد یک مسئله انرژی بهینه است و نتایج به دست آمده به وسیله روش پیشنهاد شده را با آن مقایسه می‌کنیم. مثال دوم مربوط به یک بازوی پوما سه عضوی است که جهت نشان دادن کارایی روش مذکور است. در هر دو مثال، هدف پیدا کردن مسیر بهینه برای مجری نهایی ربات، برای حرکت از نقطه اولیه به نقطه نهایی است، به گونه‌ای که تابع هزینه (۱) کمینه شود.

#### ۳-۱- بازوی دو عضوی صفحه‌ای

همان‌طور که ذکر شد از این مثال جهت تأیید روش استفاده

$$(23) \quad -\delta < \alpha_{ij} < 1 + \delta$$

که  $\delta$  یک عدد ثابت است و  $\alpha_{ij}$  درایه سطر  $i$  ام و ستون  $j$  ام ماتریس  $\alpha$  است. نمونه‌ای از عملیات ترکیب در شکل ۴ نشان داده شده است.

#### ۲-۳-۴- جهش

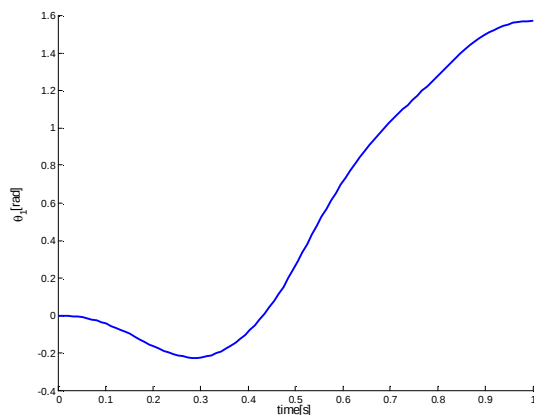
جهش روی ۲۵ درصد از کروموزوم‌هایی که تحت عملیات ترکیب قرار گرفته‌اند صورت می‌گیرد. جهش نیز به مانند ترکیب با استفاده از یک فرمول انجام می‌شود. ابتدا به صورت تصادفی ۲۵ درصد از کروموزوم‌هایی که تحت عملیات ترکیب قرار گرفته‌اند، انتخاب می‌شوند، سپس یکی از ستون‌های هر کروموزوم به صورت تصادفی انتخاب می‌شود و محتوای آن ستون مطابق با معادله (۲۴) تغییر می‌کند:

$$(24) \quad y = x + \sigma$$

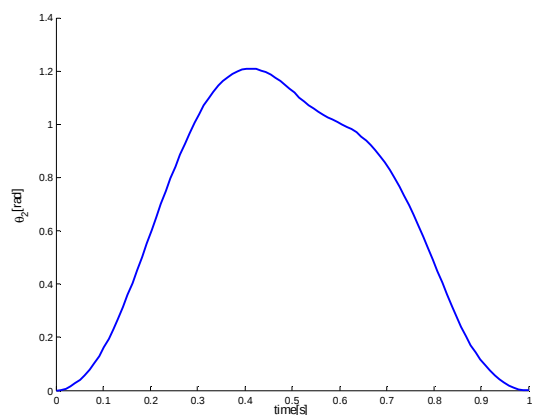
که  $\sigma$  به طور تصادفی انتخاب می‌شود با فرض اینکه رابطه (۲۵) را ارضا کند:

$$(25) \quad 0.1x_{\min} < \sigma < 0.1x_{\max}$$

که  $x_{\min}$  و  $x_{\max}$  به ترتیب کمترین و بیشترین مؤلفه کروموزوم هستند و هر مقداری را می‌توانند بگیرند ولی برای داشتن نتیجه مطلوب‌تر بهتر است  $x_{\min}$  و  $x_{\max}$  دارای علامت‌های مخالف باشند.



(الف)



(ب)

شکل ۵-۶- موقعیت زاویه‌ای عضوهای (الف و ب)

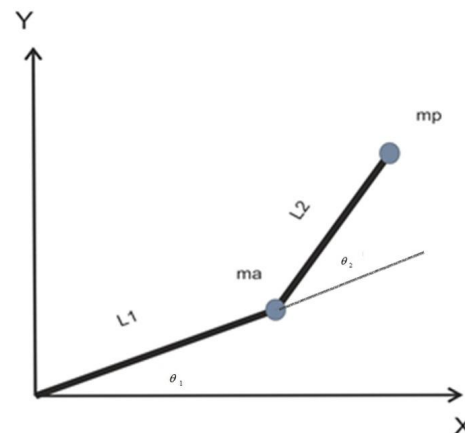
به ترتیب در شکل ۶، شکل ۷ و شکل ۸ نشان داده شده‌اند. هزینه کمینه به دست آمده در این مثال ۷۰۳ و هزینه در مرجع [۷] تقریباً ۹۳۹۳/۵ است. روش پیشنهاد شده ۹۲/۵ درصد هزینه را کاهش داده است. شکل ۹ مسیر حرکت مجری نهایی و هم چنین پیکربندی بازو در طول مسیر را نشان داده است. شکل ۱۰ هزینه کمینه در هر تکرار تا برطرف کردن شرط توقف را نشان می‌دهد. شرط توقف ۵۰ تکرار بدون تغییر در هزینه کمینه است.

### ۲-۳- بازوی رباتی پوما (PUMA)

مثال دوم بازوی رباتی صنعتی پوما است. ربات پوما یک ربات شش درجه آزادی است و سه درجه آزادی آن مربوط به سه لینک می‌باشد که موقعیت مکانی پنجه (x-y-z) را تغییر

جدول ۳- پارامترهای فیزیکی بازوی رباتی دو عضوی

| واحد                         | مقدار              | پارامتر       |
|------------------------------|--------------------|---------------|
| M                            | $L_1 = 1, L_2 = 1$ | طول عضوها     |
| Kg                           | $m_1 = 1, m_2 = 1$ | جرم عضوها     |
| $\text{Kg} \cdot \text{m}^2$ | $I_1 = 1, I_2 = 1$ | ممان اینرسی   |
| Kg                           | $m_a = 0, m_p = 0$ | جرم نوک عضوها |



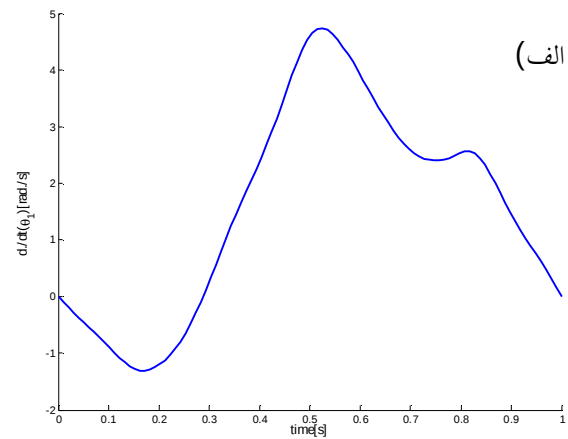
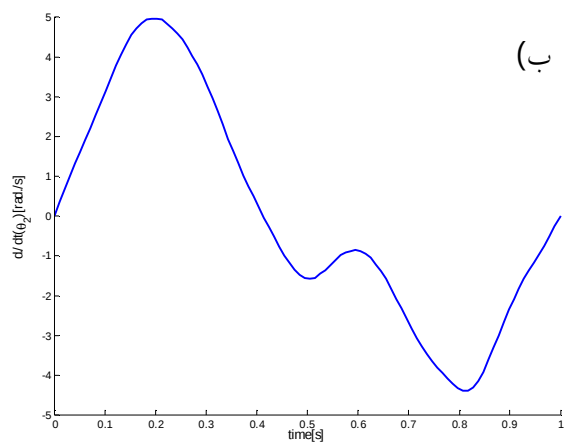
شکل ۵-۵- بازوی رباتی دو عضوی

می‌شود. پارامترهای فیزیکی مطابق مرجع [۷] در نظر گرفته شده و در جدول ۳ آورده شده است. همان گونه که از شکل ۵ مشخص است  $\theta_1$  نسبت به محور افقی و  $\theta_2$  نسبت به  $\theta_1$  سنجیده می‌شود. حالات به صورت  $x = [\theta_1 \ \theta_2 \ \dot{\theta}_1 \ \dot{\theta}_2]^T$  تعریف شده‌اند. زمان اولیه، زمان نهایی، شرایط اولیه و هم چنین شرایط نهایی مشخص است؛ چنانچه  $t_f = 1 \text{ sec}$ ،  $t_0 = 0 \text{ sec}$  و  $x_0 = [0 \ 0.01 \ 0 \ 0]^T$  و  $x_f = [\frac{\pi}{2} \ 0.01 \ 0 \ 0]^T$  و وزن‌ها به صورت  $w_j = 0$  ( $j=1-4$ ) و  $r_i = 1$  ( $i=1,2$ ) هستند.

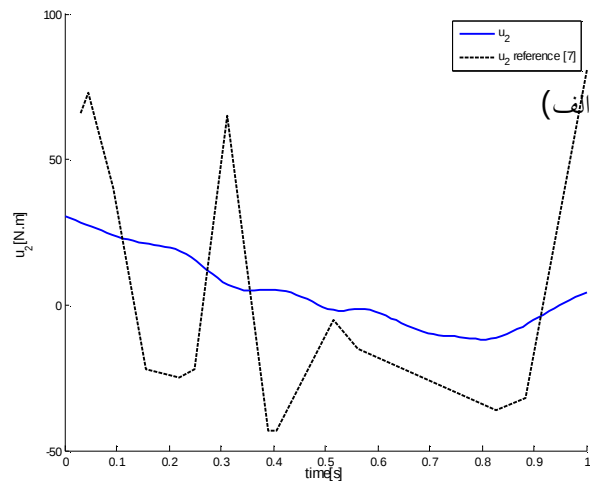
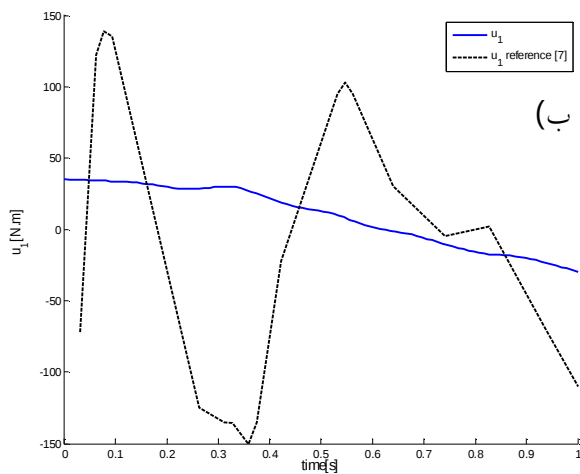
از آنجا که سیستم دارای قید هولونومیک است، همیلتونین به صورت (۲۶) تعریف می‌شود:

$$H = \frac{1}{2}u_1^2 + \frac{1}{2}u_2^2 + p^T(t)[a(x(t),t) + c(x(t),t)u(t)] \quad (26)$$

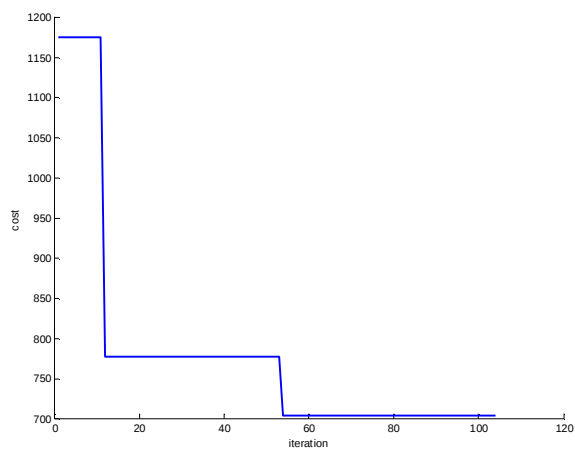
که  $u_1$  و  $u_2$  گشتاور مفاصل در عضوهای "۱" و "۲" هستند. موقعیت و سرعت زاویه‌ای عضوها و گشتاور خروجی موتورها



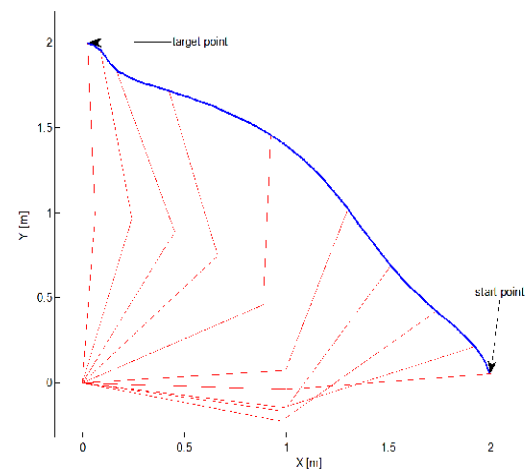
شکل ۷- سرعت زاویه‌ای اعضاها



شکل ۸- گشتاور خروجی موتورها (بهینه شده)



شکل ۱۰- هزینه کمینه در هر تکرار



شکل ۹- مسیر طی شده توسط مجری نهایی با مصرف انرژی کمینه

جدول ۴- پارامترهای فیزیکی بازوی پوما

| شماره عضو | طول (m) | جرم (kg) | ممان اینرسی (kg.m <sup>2</sup> ) | مرکز جرم عضوها (m) |
|-----------|---------|----------|----------------------------------|--------------------|
| ۱         | ۰/۴     | ۱۲       | ۰ ۰ ۰                            | ۰                  |
|           |         |          | ۰ ۰/۲ ۰                          | -۰/۲               |
|           |         |          | ۰ ۰ ۰                            | ۰                  |
| ۲         | ۰/۵     | ۱۰       | ۰ ۰ ۰                            | -۰/۲۵              |
|           |         |          | ۰ ۰/۲ ۰                          | ۰                  |
|           |         |          | ۰ ۰ ۰                            | ۰                  |
|           |         |          | ۰ ۰ -۰/۲۵                        | ۰                  |
| ۳         | ۰/۵     | ۵        | ۰ ۰/۱ ۰                          | ۰                  |
|           |         |          | ۰ ۰ ۰/۱                          | -۰/۲۵              |

برای ورودی‌های کترلی،  $i=1,2,3$   $r_i = 0.001$  و برای موقعیت عضوها و  $w_j = 0$  ( $j=1,2,3$ ) و  $w_j = 0.2$  ( $j=4,5,6$ ) برای سرعت عضوها هستند. همیلتونین به صورت (۱۰) تعریف شده است. موتورهای یکسانی برای هر مفصل استفاده شده است و در نتیجه محدوده گشتاور هر ۳ موتور برابر و مطابق با (۲۷) است:

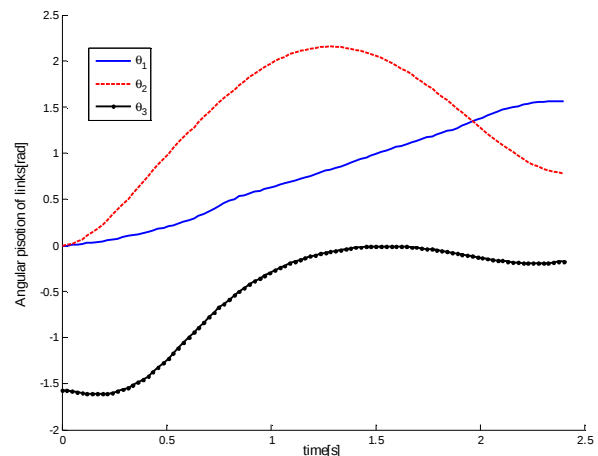
$$-20 \leq U_i \leq 20 \quad i=1,2,3 \quad (27)$$

جرم بار مجری نهایی  $m_p = 2\text{kg}$  است. لازم به ذکر است که در این کار از درجات آزادی مجری نهایی صرف نظر شده است زیرا اهمیت طراحی مسیر در یافتن موقعیت مکانی مجری نهایی است و مشخصات ربات از [۵] گرفته شده است. نمودار موقعیت و سرعت زاویه‌ای عضو و گشتاور خروجی موتورها به ترتیب در شکل‌های ۱۱، ۱۲ و ۱۳ نشان داده شده‌اند. هم‌چنین شکل‌های ۱۴ و ۱۵ نیز موقعیت مسیر حرکت مجری نهایی و هزینه کمینه در هر تکرار را نشان می‌دهند.

همان‌طور که در شکل ۱۵ مشخص است هزینه به حدود ۰/۰۰۵ کاهش یافته است. شرط توقف ۵۰ تکرار بدون تغییر در هزینه کمینه است.

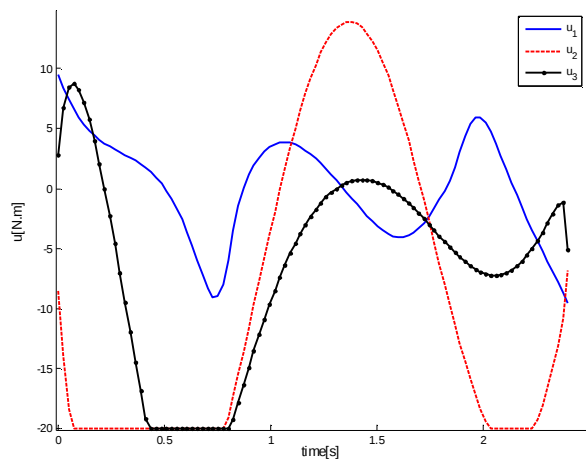
### نتیجه‌گیری

در این مقاله یک روش جدید و مؤثر ارائه شد که با در نظر

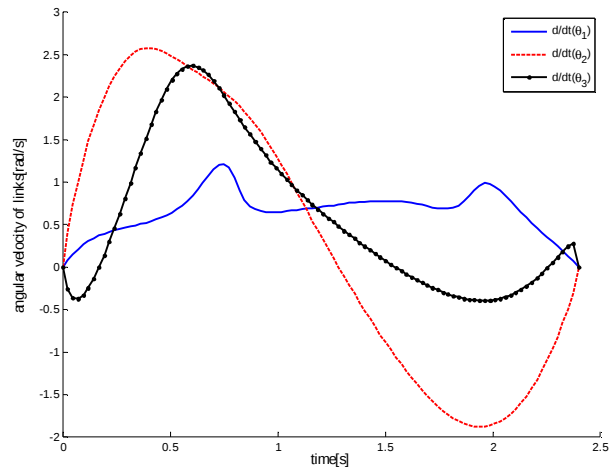


شکل ۱۱- موقعیت زاویه‌ای عضوها (مثال ۲)

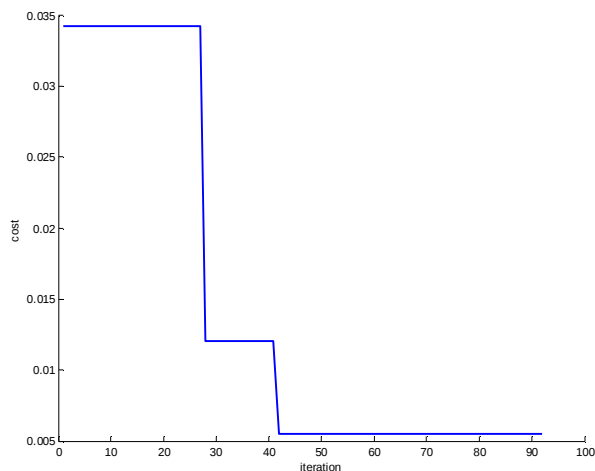
می‌دهد. سه درجه آزادی دیگر مربوط به جهت پنجه در فضا (roll-pitch-yaw) می‌باشد که تأثیری در موقعیت مکانی پنجه ندارد. لذا اهمیت طراحی مسیر در یافتن موقعیت مکانی پنجه (x-y-z) است که سه مفصل اول آنرا تعیین می‌نماید. پارامترهای فیزیکی بازوی مذکور در جدول ۴ آورده شده است. حالات به صورت  $x = [\theta_1 \ \theta_2 \ \theta_3 \ \dot{\theta}_1 \ \dot{\theta}_2 \ \dot{\theta}_3]^T$  تعریف شده‌اند. زمان اولیه، زمان نهایی، شرایط اولیه و هم‌چنین شرایط نهایی مشخص است؛ چنانچه  $t_0 = 0 \text{ sec}$  و  $x_0 = [0 \ 0 \ -\pi/2 \ 0 \ 0 \ 0]^T$ ،  $t_f = 2.4 \text{ sec}$  و  $x_f = [\pi/2 \ \pi/4 \ -\pi/18 \ 0 \ 0 \ 0]^T$  وزن‌ها به صورت



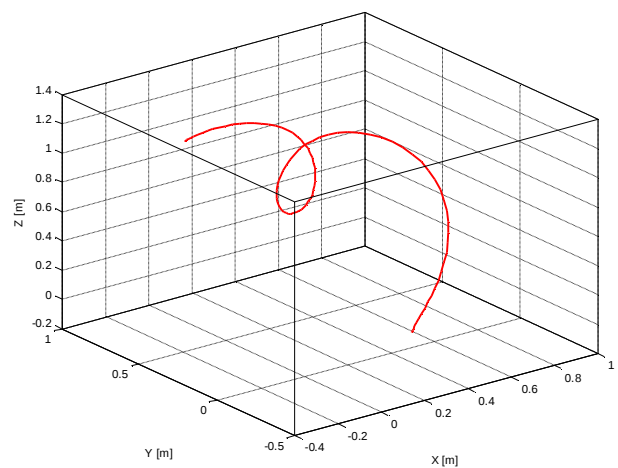
شکل ۱۳- گشتاور خروجی موتورهای (مثال ۲)



شکل ۱۲- سرعت زاویه‌ای اعضا (مثال ۲)



شکل ۱۵- هزینه کمینه در هر تکرار (مثال ۲)



شکل ۱۴- مسیر طی شده توسط مجری نهایی (مثال ۲)

دارد، روش ارائه شده این حدس‌ها را به وسیله الگوریتم ژنتیک تغییر می‌دهد. TPBVP به وسیله حدس‌های اولیه مختلف حل شده و هزینه‌شان محاسبه می‌شود. این الگوریتم آنقدر تکرار می‌شود تا هزینه کمینه را به دست آورد. در سیستم در این مقاله شبیه‌سازی شده‌اند که یکی ربات دو عضوی و دیگری بازوی رباتی پوما بود. بازوی دو عضوی شبیه‌سازی شده که طبق مرجع [۷] پارامتر سازی شده است. برای تأیید نتایج الگوریتم پیشنهاد شده به کار رفته است. در این سیستم زمانی که با روش پیشنهاد شده حل شد هزینه‌ای برابر با ۷۰۳ به دست آمد در حالی که هزینه به دست آمده در مرجع ذکر شده به طور تقریبی ۹۳۹۳/۵ بود. این نشان می‌دهد

گرفتن دینامیک سیستم، کمینه سراسری یا مطلق را به دست می‌آورد و یا در سطح پایین‌تر به کمینه سراسری بسیار نزدیک می‌شود. روش‌های طراحی مسیر زیادی وجود دارد، اما بیشتر این روش‌ها یا دینامیک سیستم را در نظر نمی‌گیرند و یا کمینه محلی را به دست می‌آورند. در این مطالعه مسئله کنترل بهینه با استفاده از دینامیک سیستم حل شد. مسئله کنترل بهینه منجر به مسئله مقدار مرزی دو نقطه‌ای TPBVP می‌شود که با روش‌های مختلف عددی حل می‌شود، روش‌های عددی به صورت یک دستور<sup>۱۵</sup> در بسته‌های نرم‌افزاری مختلف قابل دسترسی هستند. این دستورها نیاز به یک حدس اولیه برای شروع کار دارند. از آنجا که جواب به این حدس اولیه بستگی

که الگوریتم پیشنهادی ۹۲/۵ درصد هزینه را کاهش داده است. تقریباً ۰/۰۳۵ بوده و در پایان الگوریتم هزینه به ۰/۰۰۵ کاهش یافته است. هزینه به دست آمده در سیستم دوم در زمان شروع الگوریتم

## واژه نامه

- |                                     |                                     |                                         |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-----------------------------------------|
| 1. genetic algorithm                | 7. non-holonomic                    | 12. co-state                            |
| 2. simulated annealing              | 8. Ching-Chih Tsai                  | 13. ordinary differential equation(ODE) |
| 3. shooting method                  | 9. parallel elite genetic algorithm | 14. singular                            |
| 4. finite difference                | 10. cubic B-spline                  | 15. command                             |
| 5. Taylor series complex expansion  | 11. boundary value problem          |                                         |
| 6. two point boundary value problem |                                     |                                         |

## مراجع

- Malrey, L., "Evolution of Behaviors in Autonomous Robot Using Artificial Neural Network and Genetic Algorithm", *Information Sciences*, Vol. 155, pp. 43-60, 2003.
- Xin, D., Hua-hua, C., and Wei-kang, G., "Neural Network and Genetic Algorithm Based Global Path Planning in a Static Environment", *Journal of Zhejiang University - Science A*, Vol. 6, pp. 549-554, 2005.
- Lastman, G., "A Shooting Method for Solving Two-Point Boundary-Value Problems Arising from Non-Singular Bang-Bang Optimal Control Problems," *International Journal of Control*, Vol. 27, pp. 513-524, 1978.
- Chen, C. and Liu, Y., "Solution of Two-Point Boundary-Value Problems Using the Differential Transformation Method", *Journal of Optimization Theory and Applications*, Vol. 99, pp. 23-35, 1998.
- Korayem, M. H., Nikoobin, A., and Azimirad, V., "Maximum Load Carrying Capacity of Mobile Manipulators: Optimal Control Approach", *Robotica*, Vol. 27, pp. 147-159, 2009.
- حبيب‌نژاد کورایم، م.، ناظمی‌زاده، م.، و غفارپور ح.، "طراحی مسیر بهینه ربات متحرک غیرهولونومیک با استفاده از روش کنترل بهینه و صحنه‌گذاری روش با انجام تست‌های تجربی ربات متحرک اسکات"، *مجله علمی پژوهشی مهندسی مکانیک مدرس*، سال ۱۲، شماره ۲ ص ۸۷-۹۴، ۱۳۹۱.
- Ching-Chih, T., Hsu-Chih, H., and Cheng-Kai, C., "Parallel Elite Genetic Algorithm and its Application to Global Path Planning for Autonomous Robot Navigation", *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, Vol. 58, pp. 4813-4821, 2011.
- Gregory, J., Olivares, A., and Staffetti, E., "Energy-Optimal Trajectory Planning for Robot Manipulators with Holonomic Constraints", *Systems & Control Letters*, Vol. 61, pp. 279-291, 2012.
- Ahmed, H., Heba, M., Mohamed, B., Osama, S. and Alaa, K., "Metaheuristic Optimization Approach to Mobile Robot Path Planning", *International Conference on Engineering and Technology (ICET)*, Cairo, pp. 1-6, 2012.
- Sanjay, S. O., Vishwanath, L. and Jayaraj, D., "Path Planning in Swarm Robots Using Particle Swarm Optimization on Potential Fields," *International Journal of Computer Applications*, Vol. 41, pp. 12-23, 2012.
- Yong, Z., Dun-wei, G., and Jian-hua, Z., "Robot Path Planning in Uncertain Environment Using Multi-Objective Particle Swarm Optimization," *Neurocomputing*, Vol. 103, pp. 172-185, 2013.