

کنترل ارتعاشات غیرخطی ورق مرکب دوپایداره با استفاده از روش فازی

احمد فیروزیان نژاد*، سعید ضیایی راد و محمد سینا تاقی

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی اصفهان

(دریافت مقاله: ۱۳۹۳/۷/۸ - دریافت نسخه نهایی: ۱۳۹۴/۱/۱۹)

چکیده - ورق‌های مرکب دوپایداره به علت داشتن دو حالت کاملاً پایدار و عدم نیاز به منبع دائم انرژی برای ماندن در هر کدام از این حالت‌های پایدار، کاربردهای فراوانی دارند. توجه این پژوهش بر بررسی پاسخ ارتعاشی و کنترلی صفحات مرکب دوپایداره با چینش $[0/90]$ متمرکز شده است. بدین منظور با استفاده از روش ریلی - ریتز به همراه اصل هامیلتون و نوشتن برنامه ویژه در نرم‌افزار متلب، معادلات الکترومکانیکی حاکم بر ورق به دست آمده و در ادامه به منظور کنترل ارتعاشات ورق با استفاده از روش فازی، کنترل کننده‌ای طراحی و عملکرد آن در نرم افزار سیمولینک شبیه سازی شده است. به منظور نزدیک کردن شرایط مسئله به واقعیت، عواملی چون اغتشاش و تأخیر زمانی کنترل کننده در شبیه سازی لحاظ گردیده است.

واژگان کلیدی: ورق مرکب، دوپایداره، پرش ناگهانی، ارتعاشات غیرخطی، روش فازی، کنترل.

Control of Nonlinear Vibration in Bi-Stable Composite Plates using Fuzzy Logic

A. Firouzian-Nejad, S. Ziaei-Rad and M. S. Taki

Department of Mechanical Engineering, Isfahan University of Technology

Abstract: *Having two stable configurations and no need to any permanent energy sources for remaining in each of these stable states, bi-stable composite plates have gained many applications. This paper has concentrated on control and dynamic response of cross ply bi-stable composite plates ($0/90$). To do this, using Hamilton principle, Rayleigh-Ritz method, and a MATLAB programme specifically designed for this study, have been applied in order to extract the governing equation of motions in plates. Then, in order to control the large vibration of the cross ply bi-stable plate, a fuzzy controller was proposed using a fuzzy logic and its performance was simulated by Simulink in Matlab environment. In order to simulate the real conditions on the controller performance, the effect of disturbances and time delay on the responses of controller were also investigated.*

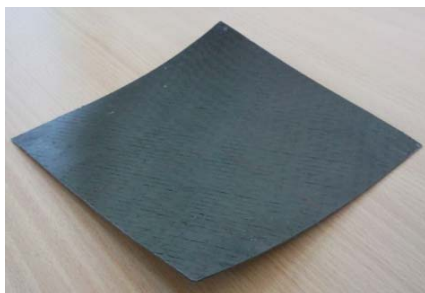
Keywords: *Bi-stable composite plate, snap-through, nonlinear vibration, fuzzy logic, control.*

*: مسئول مکاتبات، پست الکترونیکی: a.firouzian@me.iut.ac.ir

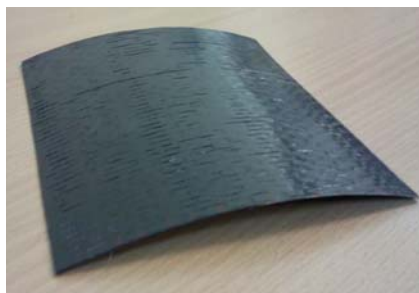
انرژی کرنشی لایه های مرکب و پیزوالکتریک	U_p, U_L	ضریب میرایی جرمی	a
انرژی کرنشی کل	U_T	ضریب میرایی سختی	b
جابجایی صفحه میانی در جهت x	u_0	میرایی سیستم	$C(\hat{w})$
ضرایب مجهول جا به جایی u_0	\hat{u}_{ij}	ضرایب کرنش پیزوالکتریک	d_{32}, d_{31}
جابجایی صفحه میانی در جهت y	v_0	دستگاه معادلات حاصل از تغییرات انرژی پتانسیل کل نسبت به ضرایب میدان های جا به جایی w_0, v_0, u_0	eq_w, eq_v, eq_u
ضرایب مجهول جا به جایی v_0	\hat{v}_{ij}	نیروهای اعمال شده در راستای x, y و z	F_w, F_v, F_u
جابجایی صفحه میانی در جهت z	w_0	ضخامت لایه مرکب	h
ضرایب مجهول جا به جایی w_0	\hat{w}_{ij}	ضخامت لایه پیزوالکتریک	h_p
انرژی الکتریکی ذخیره شده در لایه های پیزوالکتریک	W_{IE}	درایه های ماتریس ژاکوبین	J_{ij}
کار مجازی انجام شده توسط نیروهای اینرسی	W_{IL}	سختی اتصال کوتاه	$K(\hat{w})$
کار مجازی انجام شده توسط نیروهای خارجی	W_F	تابع لاگرانژ	L
علائم یونانی		ابعاد لایه مرکب در جهت x و y	L_y, L_x
بردار کرنش کلی	ϵ	ابعاد لایه پیزوالکتریک در جهت x و y	L_y^P, L_x^P
بردار کرنش صفحه میانی	ϵ^0	نسبت طول ورق به طول مرجع	L_r
بردار انحنای صفحه میانی	κ^0	نسبت جرم ورق به جرم مرجع	M_r
ماتریس برهم گیرش الکترومکانیکی لایه های پیزوالکتریک	θ	ماتریس جرمی لایه های مرکب و پیزوالکتریک	M_p, M_L
ضرایب انبساط حرارتی لایه مرکب k ام	α_{ij}^k	ماتریس جرمی کل سیستم	M
تغییرات دما	ΔT	تعداد لایه های پیزوالکتریک	m
اختلاف پتانسیل اعمالی	ΔV	تعداد لایه های مرکب	n
چگالی لایه مرکب	ρ_L	مرتبه جابجایی های درون صفحه ای v, u	o_v, o_u
چگالی لایه پیزوالکتریک	ρ_p	درایه های ماتریس سختی کاهش یافته لایه مرکب k ام	\bar{Q}_{ij}^k
انرژی پتانسیل کل	Π	درایه های ماتریس سختی کاهش یافته لایه پیزوالکتریک k ام در میدان الکتریکی ثابت	\bar{Q}_{ij}^{Pk}
ثابت دی الکتریک	Γ_{33}^s	فاصله لایه مرکب k ام از صفحه میانی	t_k
نسبت میرایی	ζ	فاصله لایه پیزوالکتریک k ام از صفحه میانی	t_k^P
فرکانس طبیعی	ω_n	انرژی جنبشی لایه مرکب و پیزوالکتریک	T_p, T_L
		نسبت ضخامت ورق به ضخامت مرجع	T_r

سازه‌های گسترده شونده، تغییر شکل دهنده یا تاشو به سازه‌هایی گفته می‌شود که هندسه و خواص سازه‌ای آنها با توجه به شرایط محیطی، بار اعمالی و بر حسب نیاز تغییر می‌کند. سازه‌های دو پایدار مرکب^۱ دسته‌ای از سازه‌های گسترده شونده هستند که در دمای محیط دو حالت پایدار دارند و برای نگهداری آنها در هر کدام از این حالت‌های پایدار، نیاز به صرف هیچ‌گونه انرژی خاصی نیست. این سازه‌ها می‌توانند کاربردهای فراوانی در صنایع گوناگون داشته باشند که از مهم‌ترین آنها می‌توان به پنل‌های خورشیدی، صنایع خودرو سازی و صنایع هوافضا اشاره کرد. در یک ورق مرکب که لایه‌های آن به صورت غیرمتمقارن حول صفحه مرکزی قرار گرفته‌اند اگر تحت تغییرات دما قرار گیرد، به علت اختلاف خواص مکانیکی و ضرایب انبساط حرارتی در لایه‌های مختلف آن، تنش‌های پسماند ایجاد می‌شود. تنش‌های پسماند در نهایت مطابق شکل (۱) حالت‌های پایدار ورق در دمای محیط را ایجاد می‌کنند. تئوری لایه‌ای کلاسیک به علت خطی در نظر گرفتن کرنش‌ها، حالت تغییر شکل یافته ورق را زین اسبی^۲ پیش بینی می‌کرد که با مشاهدات تجربی هاینر تناقض داشت. بعدها هاینر با افزودن عبارت‌های غیرخطی کرنش به این تئوری و استفاده از روش ریلی- ریتز و اصل کمینه سازی انرژی پتانسیل کل به پیش بینی شکل تغییر یافته ورق‌های مرکب غیرمتمقارن با چینش [۰/۹۰] تحت بارهای حرارتی پرداخت و روش او به تئوری لایه‌ای کلاسیک توسعه یافته شهرت یافت [۱-۶]. پدیده پرش ناگهانی یکی از ویژگی‌های برجسته ورق‌های مرکب دو پایدار است که طی آن ورق در صورت تحریک، در یک زمان بسیار کوتاه از یک حالت پایدار به حالت پایدار دیگر تغییر شکل می‌دهد. دانو و هاینر با استفاده از آلیاژهای حافظه دار، پرتلا و همکاران با استفاده از ماکرو فایبرهای کامپوزیت پیزوالکتریک و شولتز و همکاران با استفاده از وصله‌های پیزوالکتریک فرآیند تغییر شکل بین حالت‌های پایدار را بررسی نمودند [۷-۹]. در

همین راستا دیاکانو و همکاران براساس تئوری هاینر با استفاده از اصل هامیلتون رفتار استاتیکی و دینامیکی یک صفحه مرکب دو پایداره تحریک شده با نیروی متمرکز را در پرش ناگهانی مدل سازی نمودند [۱۰]. وگل و هاینر ارتعاش خطی و آزاد صفحات مرکب دو پایداره [۰/۹۰] را در اطراف نقاط تعادل بررسی کردند و با استفاده از روش ریلی- ریتز و اصل هامیلتون، شکل تغییر یافته، فرکانس‌های طبیعی و شکل مودهای متناظر آنها را به دست آوردند [۱۱]. ورق‌های مرکب دو پایداره به دلیل توانایی برای ماندن در هر کدام از حالت‌های پایدار، پتانسیل خوبی برای استفاده در سازه‌های مورفینگ دارند. فوهانگ و همکاران به کمک ورق‌های مرکب دو پایداره چندین سازه مورفینگ (شکل (۲)) را طراحی و ساختند و نیروی لازم برای تغییر شکل بین حالت‌های پایدار را با استفاده از تست‌های عملی و نرم افزار اجزای محدود به دست آوردند [۱۳-۱۲]. آریتا و همکاران نمونه بال ساخته شده از ورق‌های مرکب دو پایداره را با استفاده از روش‌های تحلیلی و آزمایش‌های عملی بررسی کردند و پاسخ دینامیکی و مشخصه‌های آیرودینامیکی آن را حول هر کدام از حالت‌های پایدار استاتیکی به دست آوردند. آنها از وصله‌های پیزوالکتریک برای کنترل شکل بال تحت بار آیرودینامیکی استفاده نمودند [۱۴]. درک جامع و صحیح از پاسخ استاتیکی، دینامیکی و کنترلی این سازه‌ها برای استفاده آنها در کاربردهای عملی ضروری است. تاکنون مطالعات زیادی در زمینه پاسخ حرارتی و استاتیکی صفحات مرکب دو پایداره با چینش [۰/۹۰] انجام شده است، به همین دلیل توجه این پژوهش بیشتر بر بررسی پاسخ ارتعاشی و کنترل ارتعاشات این صفحات متمرکز شده است. بدین منظور با استفاده از روش ریلی- ریتز به همراه اصل هامیلتون و نوشتن برنامه ویژه در نرم‌افزار متلب، ابتدا معادلات الکترومکانیکی حاکم بر ورق به دست آمده و در ادامه به منظور کنترل ارتعاشات ورق، کنترل کننده‌ای با استفاده از روش فازی طراحی و عملکرد آن در نرم افزار سیمولینک بررسی شده است.



(ب) حالت پایدار دوم



(الف) حالت پایدار اول

شکل ۱- حالت‌های پایدار ورق مرکب دوپایداره با چپش [۰/۹۰]



شکل ۲- سازه مورفینگ دارای هشت حالت پایدار [۶]

در لایه‌های پیزوالکتریک تحت اثر میدان الکتریکی $\Delta V/h_p$ به ترتیب از رابطه‌های زیر به دست می‌آیند:

(۲- الف)

$U_L =$

$$\sum_{k=1}^n \int_{\frac{L_x}{2}}^{\frac{L_x}{2}} \int_{\frac{L_y}{2}}^{\frac{L_y}{2}} \int_{t_{k-1}}^{t_k} \left(\begin{aligned} & \frac{1}{2} \bar{Q}_{11}^k \varepsilon_{xx}^2 + \frac{1}{2} \bar{Q}_{22}^k \varepsilon_{yy}^2 + \bar{Q}_{12}^k \varepsilon_{xy}^2 + \bar{Q}_{13}^k \varepsilon_{xx} \varepsilon_{yy} + \\ & \bar{Q}_{23}^k \varepsilon_{xy} \varepsilon_{xx} + \bar{Q}_{24}^k \varepsilon_{xy} \varepsilon_{yy} \\ & - \left(\bar{Q}_{11}^k \alpha_{xx}^k + \bar{Q}_{12}^k \alpha_{yy}^k + \bar{Q}_{13}^k \alpha_{xy}^k \right) \varepsilon_{xx} \Delta T - \\ & \left(\bar{Q}_{21}^k \alpha_{xx}^k + \bar{Q}_{22}^k \alpha_{yy}^k + \bar{Q}_{23}^k \alpha_{xy}^k \right) \varepsilon_{yy} \Delta T \\ & - \bar{Q}_{24}^k \left(\alpha_{xx}^k + \alpha_{yy}^k + \alpha_{xy}^k \right) \varepsilon_{xy} \Delta T \end{aligned} \right) dx dy dz$$

و (۲- ب)

$U_p =$

$$\sum_{k=1}^m \int_{\frac{L_x}{2}}^{\frac{L_x}{2}} \int_{\frac{L_y}{2}}^{\frac{L_y}{2}} \int_{h_{k-1}}^{h_k} \left(\begin{aligned} & \frac{1}{2} \bar{P}_{11}^{pk} \gamma_{xy}^2 + \frac{1}{2} \bar{P}_{22}^{pk} \gamma_{xy}^2 + \frac{1}{2} \bar{P}_{33}^{pk} \gamma_{xy}^2 + \\ & \bar{P}_{12}^{pk} \varepsilon_{xx} \varepsilon_{yy} + \bar{P}_{13}^{pk} \gamma_{xy} \varepsilon_{xx} + \bar{P}_{14}^{pk} \gamma_{xy} \varepsilon_{yy} \\ & - \frac{1}{2} \left(\bar{Q}_{11}^{pk} d_{r1} + \bar{Q}_{12}^{pk} d_{r2} \right) \frac{\varepsilon_{xx} \Delta V}{h_p} - \\ & \frac{1}{2} \left(\bar{Q}_{12}^{pk} d_{r1} + \bar{Q}_{13}^{pk} d_{r2} \right) \frac{\varepsilon_{yy} \Delta V}{h_p} - \\ & \frac{1}{2} \left(\bar{Q}_{14}^{pk} d_{r1} + \bar{Q}_{15}^{pk} d_{r2} \right) \frac{\gamma_{xy} \Delta V}{h_p} \end{aligned} \right) dx dy dz$$

۲- مدل‌سازی ورق مرکب دوپایداره و استخراج

معادلات حاکم

۱-۲- تئوری توسعه یافته هابر برای به دست آوردن

معادلات استاتیکی حاکم

همان‌طور که در مقدمه بیان گردید تئوری لایه‌های کلاسیک به دلیل خطی بودن کرنش گرین قادر به پیش بینی حالت‌های استوانه‌ای ورق مرکب دو پایداره نخواهد بود. به منظور برطرف کردن این نقیصه از معادلات معروف کرنش ون-کارمن استفاده شده است [۲]:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}^0 + z \boldsymbol{\kappa}^0 = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u_0}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w_0}{\partial x} \right)^2 \\ \frac{\partial v_0}{\partial y} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w_0}{\partial y} \right)^2 \\ \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} + \frac{\partial w_0}{\partial x} \frac{\partial w_0}{\partial y} \end{Bmatrix} + z \begin{Bmatrix} -\frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \\ -\frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \\ -2 \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \end{Bmatrix} \quad (1)$$

در رابطه (۱)، $\boldsymbol{\varepsilon}^0$ و $\boldsymbol{\kappa}^0$ کرنش و انحنا در صفحه میانی می‌باشند. U_L انرژی کرنشی ذخیره شده در لایه‌های یک ورق مرکب تحت اثر ΔT تغییرات دمایی و U_p انرژی کرنشی ذخیره شده

در رابطه (۲-الف)، n تعداد لایه‌ها، L_x و L_y به ترتیب طول و عرض، $t_k - t_{k-1}$ ضخامت، \bar{Q}_{ij}^k درایه‌های ماتریس سختی کاهش یافته و α_{xx}^k ، α_{yy}^k و α_{xy}^k نیز ضرایب انبساط حرارتی برای هر لایه مرکب می‌باشند. در رابطه (۲-ب) m تعداد لایه‌ها، L_x^p و L_y^p به ترتیب طول و عرض، $t_k^p - t_{k-1}^p$ ضخامت، \bar{Q}_{ij}^{pk} درایه‌های ماتریس سختی کاهش یافته برای هر لایه پیزوالکتریک در میدان الکتریکی ثابت هستند. $d_{۳۱}$ و $d_{۳۲}$ نیز ضرایب کرنش پیزوالکتریک می‌باشند. به علت برهم‌گیرش الکترومکانیکی موجود در مواد پیزوالکتریک، علاوه بر انرژی کرنشی، انرژی الکتریکی نیز در آنها ذخیره می‌شود. انرژی الکتریکی ذخیره شده در لایه‌های پیزوالکتریک از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$W_{ie} = \sum_{k=1}^m \int_{\frac{L_x}{2}}^{\frac{L_x}{2}} \int_{\frac{L_y}{2}}^{\frac{L_y}{2}} \int_{h_{k-1}}^{h_k} \left(\frac{1}{2} \left(\bar{Q}_{11}^{pk} d_{۳۱} + \bar{Q}_{1۲}^{pk} d_{۳۲} \right) \frac{\epsilon_{xx} \Delta V}{h_p} + \frac{1}{2} \left(\bar{Q}_{۲۲}^{pk} d_{۳۱} + \bar{Q}_{۲۱}^{pk} d_{۳۲} \right) \frac{\epsilon_{yy} \Delta V}{h_p} + \frac{1}{2} \left(\bar{Q}_{۱۲}^{pk} d_{۳۱} + \bar{Q}_{۲۱}^{pk} d_{۳۲} \right) \frac{\gamma_{xy} \Delta V}{h_p} + \frac{1}{2} \Gamma_{۳۳}^s \left(\frac{\Delta V}{h_p} \right)^2 \right) dx dy dz \quad (۳)$$

در رابطه (۳)، $\Gamma_{۳۳}^s$ ثابت دی‌الکتریک بوده و در کرنش ثابت اندازه‌گیری می‌شود. در روش ریلی-ریتز معمولاً میدان جا به‌جایی متناسب با شرایط مرزی و نیرویی سیستم حدس زده می‌شود. در تحقیق کنونی به دلیل ویژگی‌های برجسته صفحات مرکب با چینش [۰/۹۰] مانند انحنای بزرگتر و نیروی پرش بیشتر، تنها این نوع چینش بررسی شده است با در نظر گرفتن تقارن‌های هندسی برای این چینش، جابجایی‌های درون صفحه به صورت زیر حدس زده می‌شوند:

$$u_0 = \sum_{i=0}^{0_u-1} \sum_{j=0}^{0_u-1} \hat{u}_{\nu i+1, \nu j} x^{\nu i+1} y^{\nu j} \quad (۴)$$

$$v_0 = \sum_{i=0}^{0_v-1} \sum_{j=0}^{0_v-1} \hat{v}_{\nu j, \nu i+1} x^{\nu j} y^{\nu i+1}$$

در رابطه (۴)، 0_u و 0_v به ترتیب مرتبه جابجایی‌های درون صفحه‌ای u_0 و v_0 بوده و برای ارضای تقارن‌های هندسی باید عددی فرد باشند. همان طور که گفته شد در این مقاله توابع شکل پیشنهاد شده برای میدان‌های جا به‌جایی درون صفحه تنها برای صفحات متقارن با چینش [۰/۹۰] کاربرد دارد لذا برای سایر چینش‌ها می‌توان متناسب با دقت مورد انتظار از چند جمله‌ای‌هایی از x و y در حالت کلی استفاده نمود. جا به‌جایی خارج از صفحه براساس آزمایش‌های فراوانی که هایلر برای مشاهده شکل تغییر یافته صفحات مرکب دو پایداره انجام داده است، مطابق رابطه زیر به صورت تابعی درجه دو در نظر گرفته می‌شود [۳-۲]:

$$w_0(x, y) = \frac{1}{\nu} (\hat{w}_{\nu, 0} x^\nu + \hat{w}_{0, \nu} y^\nu + \hat{w}_{1, 1} xy) \quad (۵)$$

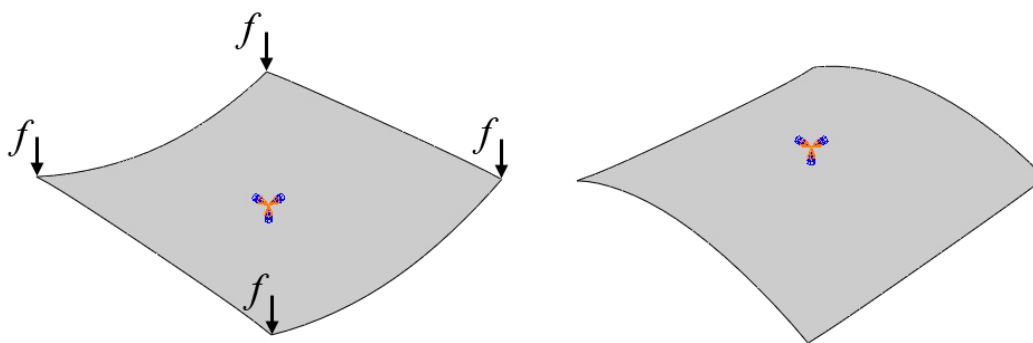
ضرایب جا به‌جایی خارج از صفحه در رابطه (۵) طبق رابطه (۶) برابر منفی انحنای صفحه میانی هستند. براساس آزمایش‌های انجام شده برای صفحات مرکب با چینش [۰/۹۰] انحنای پیچشی صفر می‌باشد. قابل ذکر است که تابع شکل پیشنهاد شده برای جا به‌جایی خارج از صفحه برای ورق‌های مربعی یا مستطیلی با چینش‌های دیگر نیز مانند [۳۰/۰] و [۳۰/۳۰]... که شکل نهایی آنها بعد از فرآیند پخت نامتقارن بوده، کاربرد دارد. در این حالت ترم مربوط به انحنای پیچشی دیگر صفر نبوده و در معادلات نهایی باقی می‌ماند. برای سایر هندسه‌ها نیز می‌توان مشابه جابجایی‌های درون صفحه‌ای از توابع چندجمله‌ای با مرتبه دلخواه از x و y استفاده نمود.

$$\kappa_{xx}^0 = -\frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} = -\hat{w}_{\nu, 0}$$

$$\kappa_{yy}^0 = -\frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} = -\hat{w}_{0, \nu} \quad (۶)$$

$$\kappa_{xy}^0 = -2 \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} = -\hat{w}_{1, 1}$$

با جایگذاری عبارت‌های حدس زده شده برای میدان‌های جا به‌جایی در رابطه (۱) و در نهایت انتگرال‌گیری از رابطه (۲) می‌توان انرژی کرنشی کل ورق را به صورت تابعی از ضرایب میدان‌های جابجایی، اختلاف پتانسیل اعمالی و همچنین



شکل ۳- طرح‌واره پرش ناگهانی تحت اعمال چهار نیروهای متمرکز در گوشه‌ها

تغییرات دما به دست آورد:

$$U_T(\Delta T, \Delta V, x_i) = U_L + U_p \quad (7)$$

در رابطه (۷)، $\mathbf{x} = \{\hat{\mathbf{u}}, \hat{\mathbf{v}}, \hat{\mathbf{w}}\}$ ضرایب مجهول میدان‌های جا به‌جایی بوده و معرف شکل ورق هستند. به منظور تغییر شکل بین حالت‌های پایدار، اعمال نیروی تحریک ضروری است. برای یک ورق تحت اعمال نیروهای متمرکز، کار مجازی انجام شده توسط نیروهای خارجی وارده به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\delta W_F = \delta \sum F_i \cdot (u_i \hat{i} + v_i \hat{j} + w_i \hat{k}) = \mathbf{F}_u \cdot \delta \hat{\mathbf{u}} + \mathbf{F}_v \cdot \delta \hat{\mathbf{v}} + \mathbf{F}_w \cdot \delta \hat{\mathbf{w}} \quad (8)$$

که \mathbf{F}_u ، \mathbf{F}_v و \mathbf{F}_w به ترتیب مؤلفه‌های نیروهای اعمال شده در راستای x ، y و z می‌باشند. در اینجا برای سادگی فرض شده است مطابق شکل (۳) چهار نیروی عرضی مساوی بر چهار گوشه‌ی ورق اعمال می‌شود، بنابراین برای جا به‌جایی خارج از صفحه حدس زده شده توسط هاینر رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\mathbf{F}_w = 2f \left\{ \left(\frac{L_x}{2} \right)^2 \hat{i} + \left(\frac{L_y}{2} \right)^2 \hat{j} \right\}^T, \mathbf{F}_u = \mathbf{F}_v = 0 \quad (9)$$

که f مقدار نیروی اعمال شده به ورق می‌باشد. اکنون می‌توان با مساوی صفر قرار دادن تغییرات تابع انرژی پتانسیل کل نسبت به ضرایب میدان‌های جابجایی، معادلات استاتیکی ورق را به صورت زیر به دست آورد:

$$\delta \Pi = \delta (W_F + W_{ie} - U_T) = \mathbf{eq}_u \cdot \delta \hat{\mathbf{u}} + \mathbf{eq}_v \cdot \delta \hat{\mathbf{v}} + (\mathbf{eq}_w - \mathbf{F}_w) \cdot \delta \hat{\mathbf{w}} = 0 \quad (10)$$

در رابطه (۱۰) \mathbf{eq}_u ، \mathbf{eq}_v و \mathbf{eq}_w به ترتیب دستگاه معادلات

حاصل از تغییرات انرژی پتانسیل کل نسبت به ضرایب میدان‌های جا به‌جایی u ، v و w است. برای برقراری رابطه فوق لازم است تک تک دستگاه معادلات به دست آمده برابر صفر باشد. مجموعه معادلات \mathbf{eq}_u و \mathbf{eq}_v توابع خطی از ضرایب توابع شکل جا به‌جایی درون صفحه‌ای هستند. بنابراین می‌توان ضرایب جابجایی‌های درون صفحه‌ای را به صورت توابعی غیرخطی از ضرایب جا به‌جایی خارج از صفحه به دست آورد؛ با حذف این ضرایب، تعداد معادلات به تعداد ضرایب تابع شکل جا به‌جایی خارج از صفحه کاهش خواهد یافت به عنوان مثال برای جا به‌جایی خارج از صفحه استفاده شده، رابطه (۱۰) به صورت زیر ساده خواهد شد:

$$\left\{ \frac{\partial (U_T - W_{ie})}{\partial \hat{w}_{\gamma_0}} \quad \frac{\partial (U_T - W_{ie})}{\partial \hat{w}_{\gamma_2}} \right\}^T = 2f \left\{ \left(\frac{L_x}{2} \right)^2 \hat{i} + \left(\frac{L_y}{2} \right)^2 \hat{j} \right\}^T \quad (11)$$

با مساوی صفر قرار دادن نیروی اعمال شده و حل دستگاه معادلات (۱۱) می‌توان شکل تغییر یافته ورق را بعد از فرآیند پخت با استفاده از روش نیوتن-رافسون و برنامه ویژه نوشته شده در نرم افزار متلب به دست آورد. با توجه به آنکه در بیشتر موارد بیش از یک جواب برای دستگاه معادلات یافت می‌شود و بعضی از جواب‌ها ممکن است متناظر با حالت‌های ناپایدار ورق باشد، برای ارزیابی جواب-ها لازم است تغییرات دوم تابع انرژی پتانسیل کل و یا به عبارتی ماتریس ژاکوبین ضرایب دستگاه به صورت زیر

تشکیل گردد:

$$J_{ij} = \frac{\partial^2 \Pi}{\partial x_i \partial x_j} \quad (12)$$

ژاکوبین ماتریس ضرایب در نقاط متناظر با حالت پایدار باید مثبت معین باشد. x_j و x_i ضرایب میدان‌های جابجایی هستند. زمانی که یکی از مقادیر ویژه ماتریس ژاکوبین صفر و یا منفی باشد، ماتریس ژاکوبین مثبت معین نبوده و جواب به‌دست آمده نشان دهنده حالت ناپایدار سیستم است.

۲-۲- تئوری توسعه یافته هابر به همراه اصل هامیلتون برای به‌دست آوردن معادلات دینامیکی حاکم

برای استخراج معادلات حرکت و مطالعه رفتار دینامیکی ورق‌های مرکب دوپایداره یک روش تحلیلی براساس تقریب میدان‌های جا به‌جایی و به‌کارگیری اصل هامیلتون پیشنهاد شده است که بیان می‌کند تغییرات انتگرال زمانی تابع لاگرانژ L صفر است:

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} L dt = \int_{t_1}^{t_2} (\delta(T_L + T_p - U_T + W_F + W_{ie})) dt = 0 \quad (13)$$

در رابطه (۱۳)، T_L و T_p به ترتیب انرژی جنبشی لایه‌های مرکب و لایه‌های پیزوالکتریک هستند. با انتگرال‌گیری جزء به جزء از عبارت‌های انرژی جنبشی می‌توان نشان داد که انتگرال زمانی تغییرات انرژی جنبشی برابر با انتگرال زمانی کار انجام شده توسط نیروهای اینرسی است. به‌عنوان مثال برای لایه‌های مرکب با چگالی ρ_L خواهیم داشت:

$$\int_{t_1}^{t_2} \delta T_L dt = \int_{t_1}^{t_2} \delta W_{IL} dt = \int_{t_1}^{t_2} \int_{-L_y/2}^{L_y/2} \int_{-L_x/2}^{L_x/2} \rho_L h \left[\frac{h^2}{12} \left(\frac{\partial^2 \ddot{w}_o}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \ddot{w}_o}{\partial y^2} \right) - \ddot{w}_o \right] \delta w dx dy dt \quad (14)$$

که δW_{IL} کار مجازی انجام شده توسط نیروهای اینرسی در لایه‌های مرکب و \ddot{w}_o بیان‌کننده مؤلفه‌های شتاب در راستای z است. لازم به‌ذکر است از آنجایی که ورق در مرکز ثابت شده به‌دلیل تقارن مؤلفه‌های شتاب درون صفحه (یعنی \ddot{u} و \ddot{v}),

نیروهای اینرسی ناشی از آنها همدیگر را خنثی می‌کنند. با جایگذاری عبارت پیش‌بینی شده برای جا به‌جایی خارج از صفحه توسط هابر در رابطه (۱۴) و انتگرال‌گیری از آن، کار مجازی انجام شده توسط نیروهای اینرسی برحسب ضرایب جا به‌جایی خارج از صفحه به‌صورت زیر به‌دست می‌آید [۱۰]:

$$\delta W_{IL} = -\frac{\rho h L_x L_y}{32} \left\{ \left[\frac{L_x^4}{10} \ddot{w}_{\gamma,0} + \frac{L_x^2 L_y^2}{18} \ddot{w}_{\gamma,2} \right] \delta \hat{w}_{\gamma,0} + \left[-\frac{h^2 L_x^2}{9} (\ddot{w}_{\gamma,0} + \ddot{w}_{\gamma,2}) \right] \delta \hat{w}_{\gamma,2} \right\} + \left\{ \left[\frac{L_x^2 L_y^2}{18} \ddot{w}_{\gamma,0} + \frac{L_y^4}{10} \ddot{w}_{\gamma,2} \right] \delta \hat{w}_{\gamma,0} + \left[-\frac{h^2 L_y^2}{9} (\ddot{w}_{\gamma,0} + \ddot{w}_{\gamma,2}) \right] \delta \hat{w}_{\gamma,2} \right\} \quad (15)$$

عبارت‌های انرژی کرنشی ذخیره شده در لایه‌های مرکب و پیزوالکتریک، انرژی الکتریکی ذخیره شده در لایه‌های پیزوالکتریک و همچنین کار انجام شده توسط نیروهای پایستار قبلاً در بخش ۲-۱ به‌دست آمده است. با جایگذاری این عبارت‌ها در رابطه (۱۳) و مرتب‌سازی عبارت تغییرات تابع لاگرانژ، معادلات الکترومکانیکی ورق در راستای خارج از صفحه به‌صورت زیر به‌دست خواهد آمد:

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{w}} + \mathbf{C}(\dot{\mathbf{w}}) + \mathbf{K}(\mathbf{w}) - \theta \Delta \mathbf{V} = \mathbf{F}_w(\mathbf{w}, t) \quad (16)$$

در رابطه (۱۶)، $\mathbf{K}(\mathbf{w})$ بیانگر سختی اتصال کوتاه ($\Delta \mathbf{V} = 0$) سیستم است و θ ماتریس در هم‌گیرش الکترومکانیکی لایه‌های پیزوالکتریک می‌باشد. ماتریس جرمی کل سیستم \mathbf{M} نیز از حاصل جمع ماتریس جرمی لایه‌های مرکب \mathbf{M}_L و لایه‌های پیزوالکتریک \mathbf{M}_p به‌دست می‌آید. به‌عنوان مثال ماتریس جرمی لایه‌های مرکب با جایگذاری جا به‌جایی خارج از صفحه حدس زده شده توسط هابر در معادله (۱۵) و در نهایت مرتب‌سازی معادله (۱۳) به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$\mathbf{M}_L = \frac{\rho h L_x L_y}{32} \begin{pmatrix} \frac{L_x^4}{10} - \frac{h^2 L_x^2}{9} & \frac{(L_x L_y)^2}{18} - \frac{h^2 L_x^2}{9} \\ \frac{(L_x L_y)^2}{18} - \frac{h^2 L_y^2}{9} & \frac{L_y^4}{10} - \frac{h^2 L_y^2}{9} \end{pmatrix} \quad (17)$$

با انجام روندی مشابه، ماتریس جرمی برای لایه‌های پیزوالکتریک به صورت زیر به دست خواهد آمد:

(۱۸)

$$\mathbf{M}_p = \frac{\rho p}{2} \begin{pmatrix} \frac{h_p L_{xp}^0 L_{yp}}{80} - A \frac{L_{xp}^r L_{yp}}{12} & \frac{h_p L_{xp}^r L_{yp}}{144} - A \frac{L_{xp}^r L_{yp}}{12} \\ \frac{h_p L_{xp}^r L_{yp}}{144} - A \frac{L_{xp}^r L_{yp}}{12} & \frac{h_p L_{xp}^0 L_{yp}}{80} - A \frac{L_{xp}^r L_{yp}}{12} \end{pmatrix}$$

که $A = \frac{2}{3} \left[\left(\frac{h}{p} + h_p \right)^3 - \left(\frac{h}{p} \right)^3 \right]$ می‌باشد. برای در نظر گرفتن اثرات میرایی در مدل و اجتناب از پرش مداوم بین دو حالت پایدار، میرایی تناسبی ریلی^۳ فرض شده است:

$$\mathbf{C}(\dot{\mathbf{y}}) = a \mathbf{M} \dot{\mathbf{y}} + b \mathbf{K}(\dot{\mathbf{y}}) \quad (19)$$

که a و b ضرایب میرایی جرمی و سختی هستند. بر اساس مطالعات انجام شده، پرش ناگهانی معمولاً در محدوده فرکانس پایین اتفاق می‌افتد لذا می‌توان فرض نمود $b=0$ است [۱۵]. بنابراین تنها لازم است ضریب میرایی جرمی مشخص گردد که به صورت زیر با ζ نسبت میرایی ارتباط دارد:

$$a = 4\pi\zeta\omega_n \quad (20)$$

۳- طراحی کنترل کننده فازی

در این بخش هدف طراحی کنترل کننده‌ای با استفاده از روش فازی به منظور کنترل ارتعاشات ورق مرکب دوپایداره تحت بارگذاری‌های مختلف و جلوگیری از پرش ناگهانی آن به حالت پایدار دیگر می‌باشد. سیستم فازی ممدانی^۴ در این پژوهش استفاده شده است. در هر روش کنترلی، کنترل کننده پس از دریافت سیگنال‌های ورودی، براساس دستور کنترلی، سیگنال خروجی را ایجاد می‌کند. با توجه به آنکه در جا به جایی خارج از صفحه استفاده شده برای ورق مرکب با چپش [۰/۹۰] دو ضریب مجهول ($\hat{W}_{p,2}$ و $\hat{W}_{p,0}$) وجود دارد، ورودی کنترل کننده فازی می‌تواند چهار سیگنال تغییرات انحنای طولی، عرضی و سرعت تغییرات آنها باشد. خروجی کنترل کننده، میدان الکتریکی اعمالی به لایه‌های پیزوالکتریک می‌باشد. لازم به ذکر است جهت کنترل ارتعاشات، میدان الکتریکی اعمالی به لایه پیزوالکتریک بالایی باید منفی میدان الکتریکی اعمالی به لایه پایینی باشد.

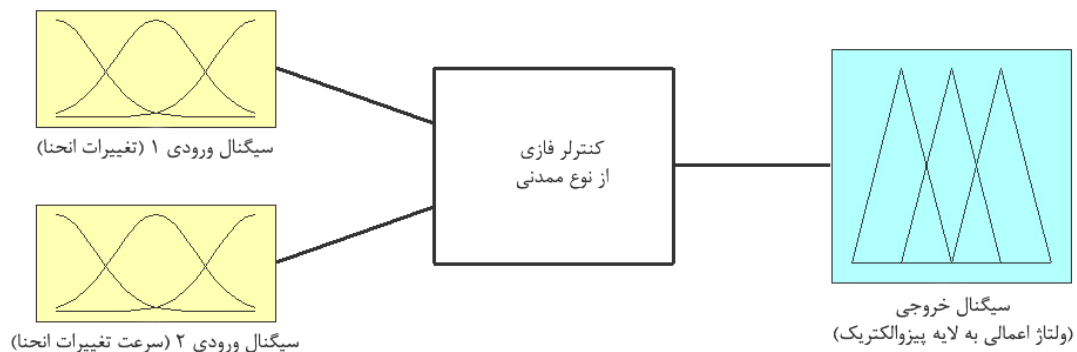
همان‌طور که در قسمت‌های بعدی نشان داده می‌شود دینامیک ورق‌های دوپایداره طوری است که همواره افزایش K_{xx} انحنای طولی با کاهش K_{yy} انحنای عرضی همراه است و بالعکس. از اینرو می‌توان تعداد ورودی‌های کنترل کننده را به دو سیگنال کاهش داد (به‌عنوان مثال سیگنال تغییرات انحنای طولی و سرعت تغییرات آن). لازم به ذکر است می‌توان از جا به جایی و سرعت گوشه‌های ورق نیز به‌عنوان سیگنال‌های ورودی به کنترل کننده فازی استفاده نمود. در شکل (۴) طرح‌واره کنترل کننده فازی نشان داده شده است.

۳-۱- توابع عضویت و قوانین فازی

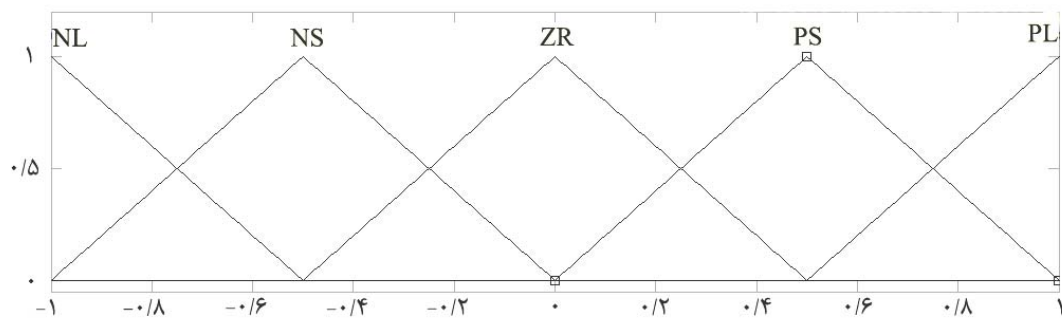
به منظور تحلیل داده‌ها در کنترل کننده فازی، تعریف توابع عضویت مناسب امری ضروری است. با تعریف ضرایب^۵ مناسب می‌توان سیگنال ورودی و خروجی کنترل کننده فازی را به صورت نرمالیزه (بین ۱ و -۱) درآورد. فضای ورودی (تغییرات انحنای و سرعت تغییرات آن) و خروجی کنترل کننده (میدان الکتریکی اعمالی به لایه‌های پیزوالکتریک) توسط توابع عضویت مثلثی مطابق شکل (۵) به ۵ قسمت (NL, NS, ZR, PS و PL) تقسیم شده است. قوانین استفاده شده در طراحی کنترل کننده فازی در جدول (۱) نشان داده شده است. در این قوانین ورودی ۱ و ۲ به ترتیب خطای انحنای و مشتق خطای انحنای در زمان t نسبت به انحنای در حالت استاتیکی است. جهت انتخاب سیگنال ورودی کنترل کننده فازی بهتر است انحنایی انتخاب شود که از لحاظ اندازه بزرگتر باشد. به‌عنوان مثال چنانچه ورق در حالت پایدار اول باشد، با توجه به آنکه انحنای طولی از لحاظ اندازه بزرگتر و دامنه تغییرات آن تا آستانه پرش ناگهانی بیشتر از دامنه تغییرات انحنای عرضی است، بهتر است انحنای طولی به‌عنوان سیگنال ورودی انتخاب شود.

۳-۲- شبیه سازی در نرم افزار سیمولینک

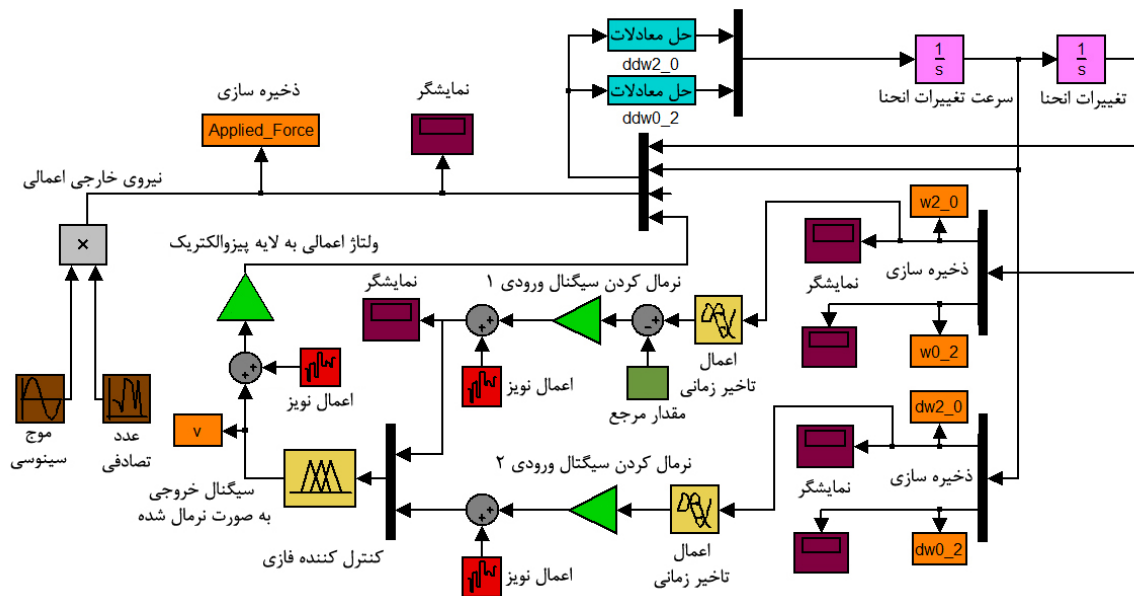
در این قسمت از بلوک دیاگرامی مطابق شکل (۶) در نرم افزار سیمولینک برای شبیه سازی پاسخ دینامیکی و ارتعاشی ورق مرکب دوپایداره و ارزیابی عملکرد کنترل کننده فازی استفاده



شکل ۴- طرح‌واره کنترل کننده فازی طراحی شده



شکل ۵- توابع عضویت به کار رفته برای سیگنال‌های ورودی و خروجی کنترل کننده



شکل ۶- شبیه سازی سیستم در نرم افزار سیمولینک متلب

خروجی کنترل کننده و عدم قطعیت پارامترهای سیستم در شبیه سازی لحاظ گردیده و مورد مطالعه قرار گرفته است.

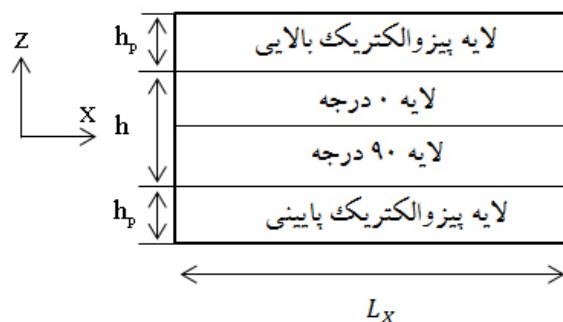
شده است. به منظور نزدیک شدن شرایط مسئله به واقعیت، عواملی چون اغتشاش و تأخیر زمانی در سیگنال ورودی و

جدول ۱ - قوانین بکار رفته در طراحی کنترل کننده فازی

ورودی ۲					خروجی کنترل کننده
NL (-۱)	NS (-۰/۵)	ZR (۰)	PS (۰/۵)	PL (۱)	
۱	۱	۱	۰/۵	۰	NL (-۱)
۱	۱	۰/۵	۰	-۰/۵	NS (۰/۵)
۱	۰/۵	۰	-۰/۵	-۱	ZR (۰)
۰/۵	۰	-۰/۵	-۱	-۱	PS (۰/۵)
۰	-۰/۵	-۱	-۱	-۱	PL (۱)

ورق و جلوگیری از پرش ناگهانی مطابق شکل (۷)، از لایه‌های پیزوالکتریک از جنس PZT۴ در دو طرف ورق استفاده شده است.

درایه‌های ماتریس سختی کاهش یافته و ماتریس جرمی برای لایه‌های مرکب و پیزوالکتریک وابسته به خواص مکانیکی و ابعاد هندسی هستند از این رو مشخصات هندسی و خواص مکانیکی لایه‌های مرکب و لایه‌های پیزوالکتریک در جدول (۲) ذکر شده است.



شکل ۷- مقطع عرضی ورق مرکب به همراه لایه پیزوالکتریک [۹]

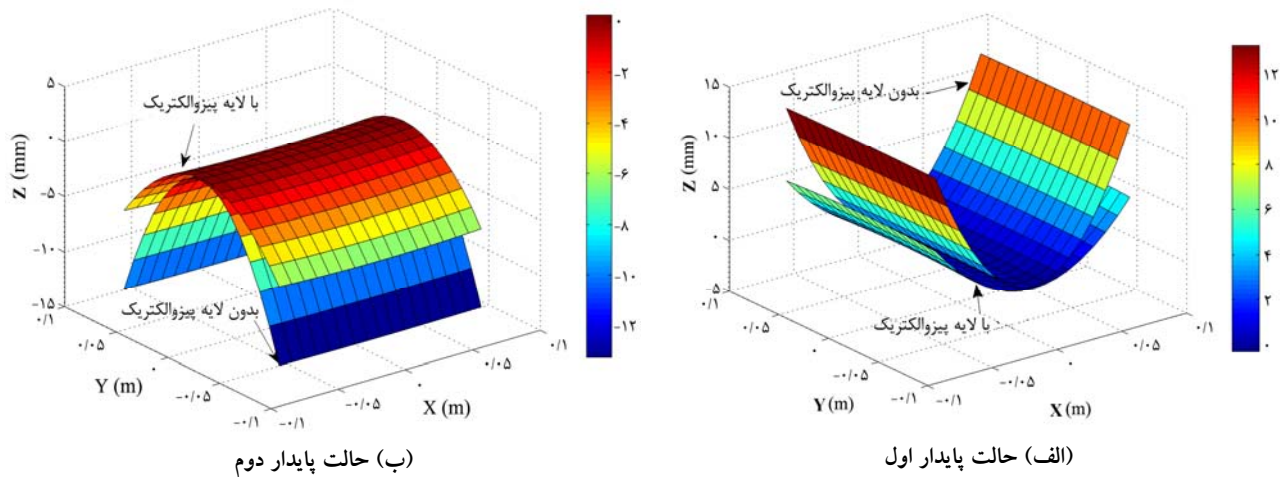
۴-۱- پاسخ حرارتی ورق مرکب دوپایداره

در این بخش با در نظر گرفتن جابجایی‌های درون صفحه به صورت توابع چند جمله‌ای مرتبه پنج، حالت‌های پایدار ورق در دو حالت با حضور لایه‌های پیزوالکتریک و بدون حضور آنها به دست آمده است. در صورت در نظر نگرفتن لایه‌های رزین، ورق مربعی دارای دو حالت پایدار کاملاً مشابه با نیروی پرش یکسان است، از این رو نتایج در جدول (۳) فقط برای یکی از حالت‌های پایدار ورق مربعی (حالت پایدار اول) ارائه شده است. همان‌طور که در شکل (۸) نشان داده شده است در حالت پایدار اول جا به جایی خارج از صفحه ورق در راستای مثبت Z و در حالت پایدار دوم در راستای منفی Z می‌باشد همچنین به دلیل سختی بالای لایه پیزوالکتریک، انحنای کمتری برای ورق با حضور لایه‌های پیزوالکتریک به دست آمده و انتظار می‌رود حداقل نیروی لازم برای پرش ناگهانی که ارتباط مستقیمی با جابجایی خارج از صفحه دارد کاهش یابد.

معادلات الکترومکانیکی حاکم بر رفتار ورق با استفاده از برنامه ویژه نوشته شده در نرم افزار متلب به دست آمده است. از دو معادله غیرخطی به دست آمده می‌توان مشتق زمانی مرتبه دوم ضرایب جا به جایی خارج از صفحه را به صورت توابعی غیرخطی از ضرایب جا به جایی خارج از صفحه و مشتق زمانی مرتبه اول آنها به دست آورد. روابط مشتق زمانی مرتبه دوم ضرایب جا به جایی خارج از صفحه توسط دو بلوک جداگانه در نرم افزار سیمولینک (بلوک‌های سبز رنگ که در نسخه الکترونیکی مشخص است، با نام $f(u)$ اعمال شده است.

۴- نتایج

برای مطالعه پاسخ حرارتی، دینامیکی ورق‌های مرکب دوپایداره و ارزیابی عملکرد کنترل کننده فازی طراحی شده، صفحه مربعی از جنس گرافیت-اپوکسی T300/5208 با طول جانبی ۱۵۰ میلی-متر و چپش [۰/۹۰] بررسی شده است. جهت کنترل ارتعاشات



شکل ۸- حالت‌های پایدار مدل‌های بررسی شده در دمای محیط

جدول ۲- مشخصات لایه گرافیت - اپوکسی ۵۲۰۸/۳۰۰ و لایه پیزوالکتریک PZT۴

مقدار	مشخصه	مقدار	مشخصه
۶۹	مدول کشسان لایه پیزوالکتریک (GPa)	۱۴۶/۹۵	مدول کشسان طولی لایه مرکب (GPa)
۰/۳	ضریب پواسون لایه پیزوالکتریک	۱۰/۷۰۲	مدول کشسان عرضی لایه مرکب (GPa)
۲×10^{-6}	ضریب انبساط حرارتی لایه پیزوالکتریک ($1/^\circ\text{C}$)	۶/۹۷۷	مدول برشی لایه مرکب (GPa)
۰/۳۶۵	ضخامت لایه مرکب (mm)	$۵/۰۲۸ \times 10^{-7}$	ضریب انبساط حرارتی طولی لایه مرکب ($1/^\circ\text{C}$)
۰/۰۴	ضخامت لایه پیزوالکتریک (mm)	$۲/۶۵ \times 10^{-5}$	ضریب انبساط حرارتی عرضی لایه مرکب ($1/^\circ\text{C}$)
۱۵۰	طول لایه مرکب (mm)	۰/۳	ضریب پواسون طولی لایه مرکب
۱۵۰	طول لایه پیزوالکتریک (mm)	۰/۰۲۱۹	ضریب پواسون عرضی لایه مرکب
-۱۲۲×10^{-۱۲}	ضریب کرنش پیزوالکتریک (C/N)	۲۰ به ۱۸۰	دمای پخت ($^\circ\text{C}$)
$۵/۲۶ \times 10^{-9}$	ثابت دی الکتریک پیزوالکتریک (F/m)	۰/۰۵	نسبت میرایی سیستم

جدول ۳ - جا به جایی خارج از صفحه ورق در حالت پایدار اول

حالت	$\hat{w}_{z,0}$	$\hat{w}_{z,r}$	جابجایی وسط لبه	جابجایی گوشه ها
بدون لایه پیزوالکتریک	۴/۷۰۷۸	-۰/۰۲۶۲	۱۳/۲۴	۱۳/۱۷
با لایه پیزوالکتریک	۲/۲۴۴۵	-۰/۰۹۱۸	۶/۳۱۳	۶/۰۵۴

۲-۴- پاسخ سیستم دینامیکی سیستم بدون اعمال میدان الکتریکی به لایه‌های پیزوالکتریک

در این قسمت به منظور آشنایی بیشتر با دینامیک ورق مرکب دوپایداره، پاسخ ورق بدون اعمال میدان الکتریکی به لایه‌های پیزوالکتریک تحت بارگذاری‌های مختلف پله‌ای،

شیب و هارمونیک بررسی و نیروی بحرانی در هر حالت محاسبه شده است. لازم به ذکر است برای تعیین نیروی بحرانی مقدار نیروی اعمال شده با گام‌های مناسب افزایش داده می‌شود تا ورق به آستانه پرش برسد.

۴-۲-۱- پاسخ سیستم تحت نیروی پله‌ای

در صورت اعمال نیروی پله‌ای چنانچه نیروی اعمالی به گوشه‌های ورق در راستای جا به جایی خارج از صفحه باشد مقدار انحنای اصلی (انحنایی که اندازه آن نسبت به انحنای دیگر بزرگتر است) بیشتر و انحنای دیگر کمتر می‌شود. همچنین به دلیل ثابت بودن مقدار نیروی اعمالی، انحناها به یک مقدار حدی همگرا می‌شوند. مطابق شکل (۹) در صورتی که جهت نیروهای اعمالی به گوشه‌های ورق برخلاف جا به جایی خارج از صفحه و مقدار آن از نیروی بحرانی (حداقل نیروی لازم برای پرش) بیشتر باشد، ورق می‌تواند به حالت پایدار دیگر تغییر شکل دهد.

۴-۲-۲- پاسخ سیستم تحت بارگذاری خطی

مشابه حالت قبل چنانچه نیروی اعمالی به گوشه‌های ورق در جهت جا به جایی خارج از صفحه باشد پدیده پرش ناگهانی مشاهده نمی‌شود. باید در نظر داشت دامنه نوسان سیستمی که تحت نیروی خطی قرار می‌گیرد با افزایش نیروی اعمالی بدون حد افزایش می‌یابد. لذا به منظور شبیه‌سازی پرش ناگهانی، نیرو تنها در یک بازه زمانی معین و در خلاف جهت جا به جایی خارج از صفحه ورق به سیستم اعمال شده است. مطابق شکل (۱۰) با افزایش نیرو به صورت خطی، انحنای طولی کاهش و انحنای عرضی افزایش یافته تا اینکه ورق در آستانه پرش قرار گرفته و در مدت زمان کوتاهی انحنای عرضی به شدت افزایش و انحنای طولی کاهش می‌یابد و در نهایت به حالت پایدار دوم تغییر شکل می‌دهد. با حذف نیرو، ورق حول حالت پایدار جدید نوسان نموده و با گذشت زمان از دامنه نوسانات کاسته می‌شود.

۴-۲-۳- پاسخ سیستم تحت بارگذاری هارمونیک

در این بخش ارتعاشات اجباری ورق‌های مرکب دوپایداره تحت تأثیر نیروهای هارمونیک بررسی شده است و در هر فرکانس، حداقل دامنه نیرویی که باعث پرش می‌شود، به دست آمده است. این دامنه اصطلاحاً دامنه بحرانی نامیده می‌شود.

همان‌طور که از جدول (۴) مشاهده می‌شود نیروی بحرانی وابستگی زیادی به فرکانس تحریک دارد به گونه‌ای که تغییر کوچکی در فرکانس می‌تواند باعث تغییر زیادی در پاسخ سیستم گردد. مطابق شکل (۱۱) چنانچه دامنه نیروی هارمونیک اعمالی کمتر از دامنه بحرانی باشد ورق با فرکانس تحریک رفتاری هارمونیک از خود نشان می‌دهد و چنانچه دامنه نیروی اعمالی بزرگتر و یا مساوی دامنه بحرانی باشد، به دلیل برابری نیروی پرش در هر دو جهت (ناشی از تساوی ضخامت لایه‌ها و در نظر نگرفتن لایه رزین) انتظار می‌رود ورق در حالت دائم مرتباً بین دو حالت پایدار پرش داشته باشد.

۴-۳-۳- پاسخ سیستم دینامیکی سیستم با استفاده از کنترل

کننده فازی

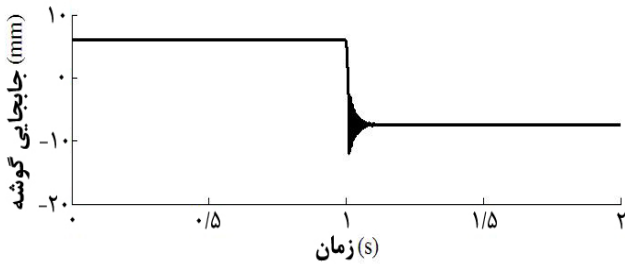
نتایج به دست آمده در بخش قبل نشان می‌دهد که بازه تغییرات انحنای اصلی تا آستانه پرش ناگهانی بین $2/8$ و $1/35$ و بازه تغییرات سرعت تغییرات انحنای اصلی بین 10 و 10^{-1} می‌باشد. از این مقادیر می‌توان در نرمالیزه کردن سیگنال‌های ورودی استفاده نمود.

۴-۳-۱- ارزیابی عملکرد کنترل کننده فازی طراحی شده و

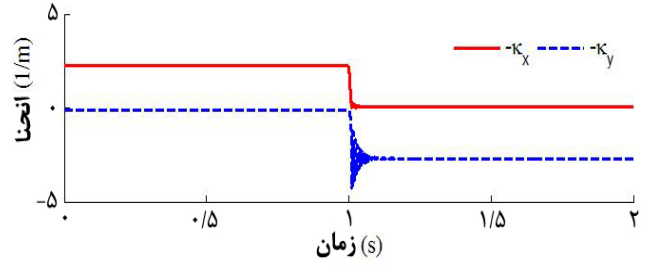
اثر ضریب خروجی کنترل کننده

در گام نخست عملکرد کنترل کننده فازی در حالت ایده آل یعنی بدون وجود تأخیر زمانی و اغتشاش در سیستم ارزیابی شده است. همان‌طور که از شکل‌های (۱۲) مشاهده می‌شود ورق در ابتدا در حالت پایدار اول قرار داشته و در حالتی که ضریب خروجی کنترل کننده صفر است (یعنی حالت بدون کنترل کننده) تحت اثر نیرویی سینوسی با فرکانس 2 هرتز و دامنه 3 نیوتن مرتباً بین حالت‌های پایدار نوسان می‌کند. با بیشتر شدن ضریب خروجی کنترل کننده، دامنه نوسانات کاهش یافته و پرشی بین حالت‌های پایدار مشاهده نمی‌شود.

در عمل در کنترل کننده و حسگرهای سیستم‌های واقعی تأخیر زمانی وجود دارد؛ به گونه‌ای که کنترل کننده زمانی که

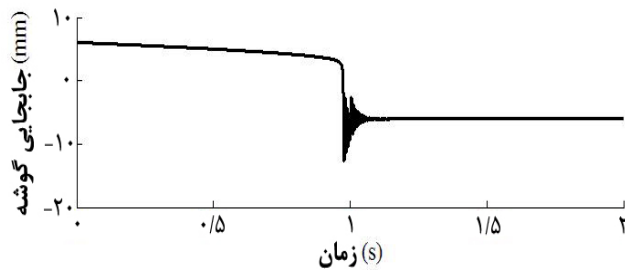


(ب) تغییرات جا به جایی گوشه‌های ورق با زمان

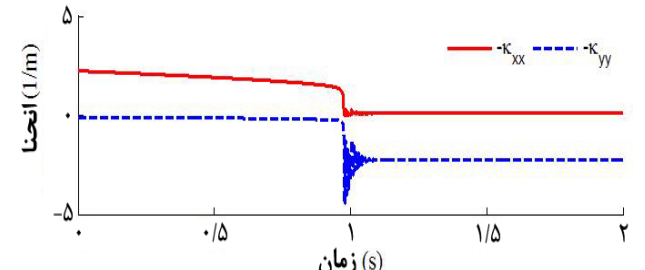


(الف) تغییرات انحنای ورق با زمان

شکل ۹- پرش ناگهانی از حالت پایدار اول به حالت پایدار دوم تحت اعمال نیروی پله‌ای $f = -1/7 u(t-1)$

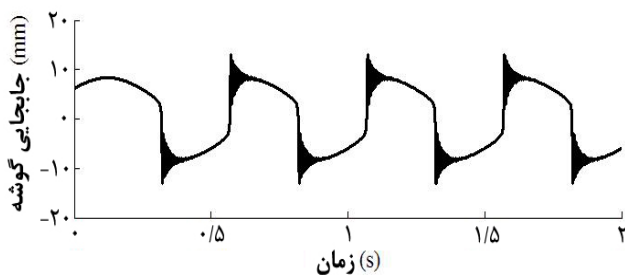


(ب) تغییرات جا به جایی گوشه‌های ورق با زمان

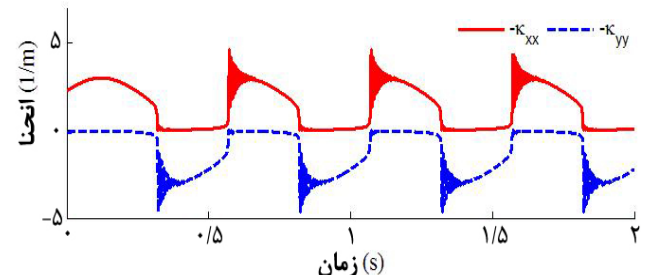


(الف) تغییرات انحنای ورق با زمان

شکل ۱۰- پرش ناگهانی از حالت پایدار اول به حالت پایدار دوم تحت اعمال نیروی خطی $f = -2/15t [u(t)-u(t-1)]$



(ب) تغییرات جا به جایی گوشه‌های ورق با زمان

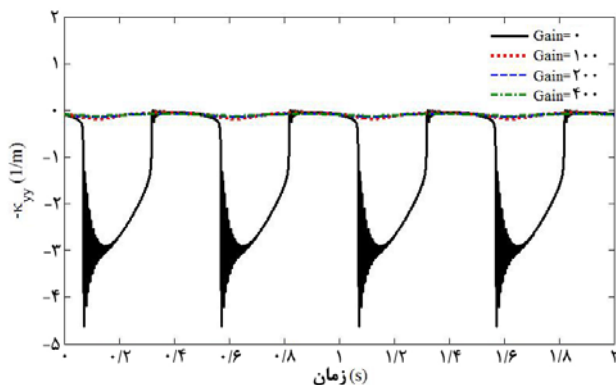


(الف) تغییرات انحنای ورق با زمان

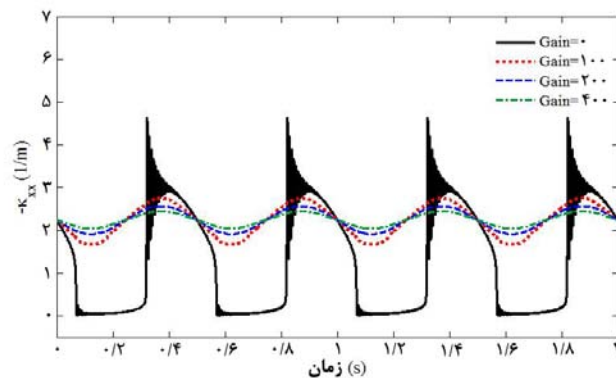
شکل ۱۱- پرش ناگهانی از حالت پایدار اول به حالت پایدار دوم تحت اعمال نیروی هارمونیک $f = 3 \sin(4\pi t)$

جدول ۴- دامنه نیرویی بحرانی بر حسب فرکانس تحریک برای نیروی سینوسی

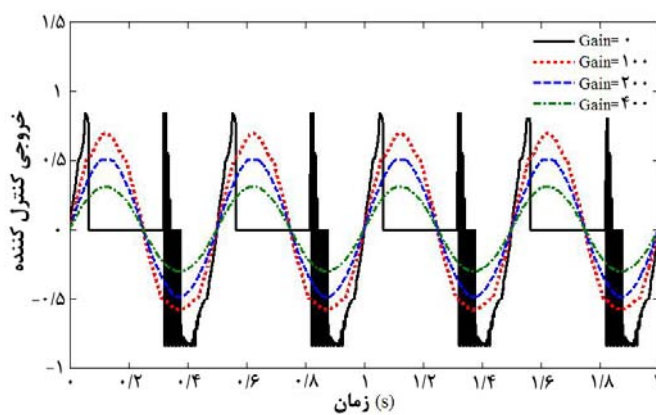
فرکانس تحریک (هرتز)	دامنه نیروی بحرانی (نیوتن)
۵	۱/۲
۱۰	۰.۸/۲
۳۰	۰.۵/۲
۶۰	۲
۹۰	۱/۱
۱۲۰	۱
۱۵۰	۹۵/۱



(ب) تغییرات انحنای عرضی با زمان



(الف) تغییرات انحنای طولی با زمان



(ج) خروجی کنترل کننده فازی با زمان

شکل ۱۲- ارزیابی عملکرد کنترل کننده فازی طراحی شده

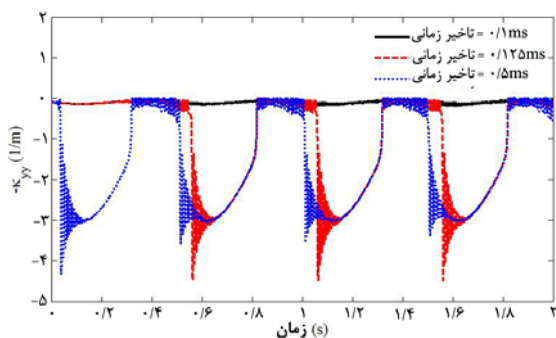
زمانی به سیگنال ورودی کنترل کننده نشان می‌دهد سیستم تا تأخیر زمانی $0/1$ میلی ثانیه پایدار بوده و اغتشاشی در پاسخ سیستم مشاهده نمی‌شود. با توجه به آنکه معمولاً تأخیر در کسری از میلی ثانیه اتفاق می‌افتد، به نظر می‌رسد کنترل کننده در بازه تأخیرهای معمول، سیستم را به خوبی کنترل می‌کند. اعمال تأخیر زمانی بیش از 10^{-4} ثانیه به سیگنال ورودی مطابق شکل (۱۳) منجر به ناپایداری و تغییر شکل ناخواسته می‌شود.

در گام بعدی اثر اغتشاش در بخش‌های مختلف دیاگرام بلوکی بررسی شده است. مشابه بخش قبل فرض شده ورق در حالت پایدار اول و تحت اثر نیروی سینوسی با فرکانس ۲ هرتز و دامنه‌ای بیشتر از دامنه بحرانی قرار گرفته است به گونه‌ای که در غیاب کنترل کننده ورق مدام بین دو حالت پایدار پرش می‌کند.

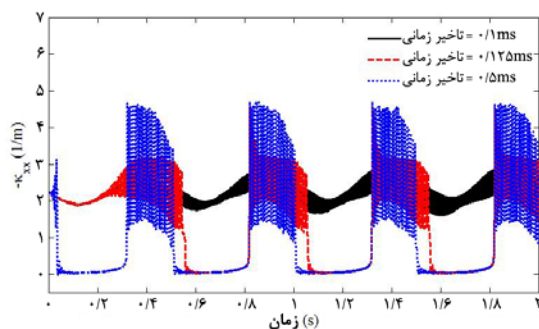
داده‌ای را دریافت و فرمان لازم را صادر می‌کند سیستم دیگر در آن موقعیت نمی‌باشد. از اینرو به منظور نزدیک شدن شرایط شبیه‌سازی به آنچه در واقعیت رخ می‌دهد تأخیر زمانی به حسگرها و عملگر اعمال شده و عملکرد کنترل کننده فازی بررسی شده است.

۴-۳-۲- بررسی اعمال تأخیر زمانی به سیگنال‌های ورودی کنترل کننده

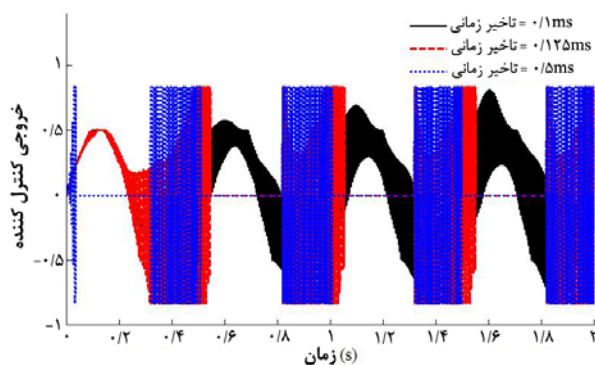
در این بخش فرض شده ورق در حالت پایدار اول و تحت اثر تحت اثر نیروی سینوسی با فرکانس ۲ هرتز و با دامنه‌ای بیشتر از دامنه بحرانی قرار گرفته است به گونه‌ای که در غیاب کنترل کننده ورق مدام بین دو حالت پایدار پرش می‌کند. ضریب خروجی کنترل کننده 200 فرض شده و نتایج به دست آمده از اعمال تأخیر



(ب) تغییرات انحنای عرضی با زمان

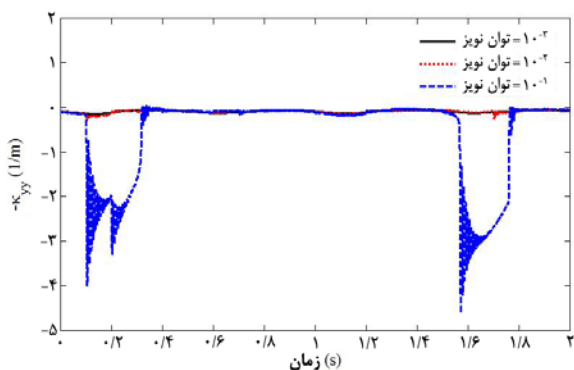


(الف) تغییرات انحنای طولی با زمان

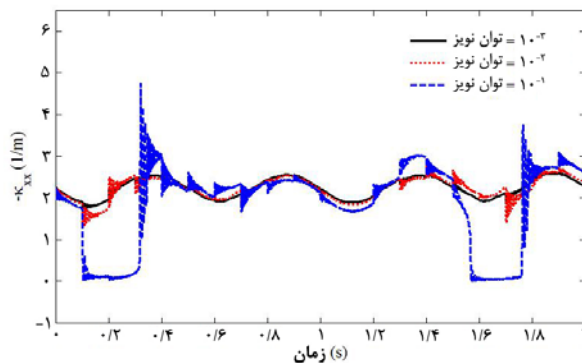


(ج) تغییرات میدان الکتریکی اعمالی به لایه‌های پیزوالکتریک با زمان

شکل ۱۳- ناپایداری ناشی از اعمال تأخیر زمانی به سیگنال‌های ورودی



(ب) تغییرات انحنای عرضی با زمان



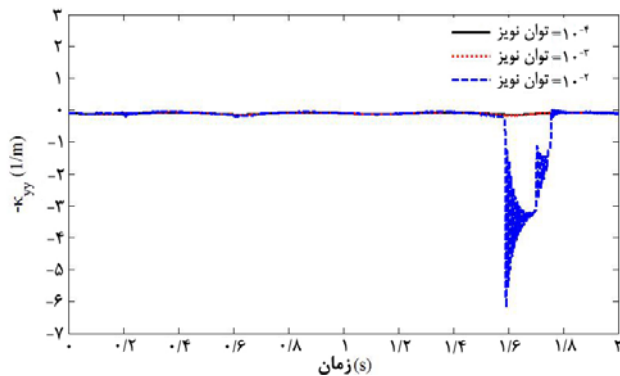
(الف) تغییرات انحنای طولی با زمان

شکل ۱۴- اعمال نویز به سیگنال‌های ورودی کنترل کننده

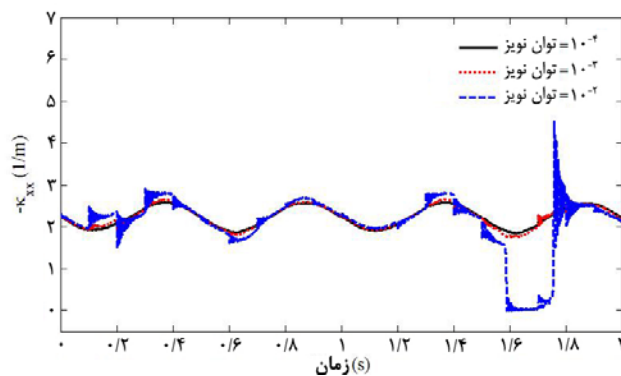
آمده، کنترل کننده در برابر اغتشاش تا قدرت ۰/۰۱ پایدار بوده و اغتشاشی در پاسخ سیستم مشاهده نمی‌شود. با افزایش قدرت اغتشاش از 10^{-2} سیستم تقریباً در حالت ناپایداری قرار می‌گیرد بنابراین کنترل کننده مقاومت مناسبی در برابر اغتشاش از خود نشان می‌دهد.

۳-۳-۴- بررسی اعمال اغتشاش به سیگنال‌های ورودی کنترل کننده

نتایج به دست آمده از اعمال اغتشاش به سیگنال‌های ورودی کنترل کننده در شکل (۱۴) نشان داده شده است. با توجه به نتایج به دست



(ب) تغییرات انحنای عرضی با زمان



(الف) تغییرات انحنای طولی با زمان

شکل ۱۵- اعمال نویز به سیگنال خروجی

داده شده است.

اثر تغییر طول ورق و لایه‌های پیزوالکتریک در حالت‌های ۱ تا ۶ بررسی شده است. با افزایش طول، انحنای اصلی ورق بزرگتر و انحنای دیگر کوچکتر می‌شود. علاوه بر این با افزایش طول سختی ورق کمتر شده و در نتیجه فرکانس طبیعی ورق نیز کمتر می‌شود. با توجه به شکل (۱۶) تغییر طول ورق مرکب و لایه‌های پیزوالکتریک تأثیر چندانی در عملکرد کنترل کننده فازی ندارد.

اثر تغییر ضخامت ورق و لایه‌های پیزوالکتریک در حالت‌های ۷ تا ۱۰ بررسی شده است. با افزایش ضخامت، مقدار انحنای اصلی کمتر و انحنای دیگر بزرگتر می‌شود. علاوه بر این با افزایش ضخامت سختی ورق بیشتر شده و در نتیجه فرکانس طبیعی ورق بیشتر می‌شود. با توجه به شکل (۱۷) کاهش ضخامت ورق که در عمل می‌تواند به دلیل سایش اتفاق افتد می‌تواند منجر به ناپایداری در عملکرد کنترل کننده فازی شود.

اثر تغییر جرم ورق و لایه پیزوالکتریک در حالت‌های ۱۱ تا ۱۴ بررسی شده است. با افزایش جرم، سختی ورق تغییری نکرده و در نتیجه مقادیر انحنای و جا به جایی خارج از صفحه ورق ثابت می‌ماند. علاوه بر این با افزایش جرم سیستم، فرکانس طبیعی ورق کمتر می‌شود. با توجه به شکل (۱۸) تغییر جرم سیستم که در عمل می‌تواند به دلیل تشکیل رسوب بر سطوح ورق اتفاق افتد، هیچ تأثیری در عملکرد کنترل کننده فازی ندارد.

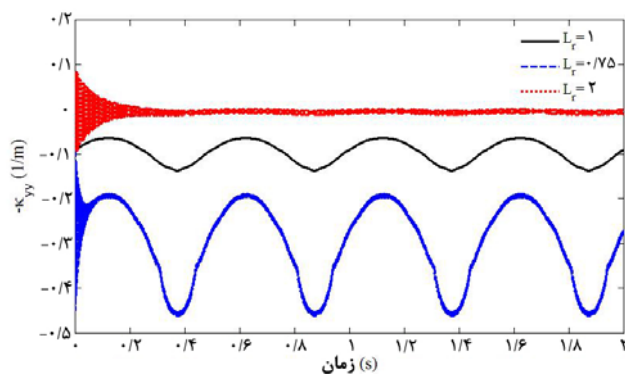
۴-۳-۴- بررسی اعمال نویز به سیگنال خروجی کنترل کننده نتایج بدست آمده از اعمال اغتشاش به سیگنال خروجی در شکل (۱۵) نشان داده شده است. با توجه به نتایج به دست آمده، در این حالت کنترل کننده در برابر اغتشاش تا قدرت ۰/۰۰۱ پایدار بوده و ناپایداری در پاسخ سیستم مشاهده نمی‌شود. با افزایش قدرت اغتشاش از 10^{-3} سیستم تقریباً در حالت ناپایداری قرار می‌گیرد. بنابراین می‌توان استنباط نمود که کنترل کننده نسبت به اغتشاش در سیگنال خروجی حساس تر است.

۴-۳-۵- بررسی اثر تغییر پارامترهای هندسی و فیزیکی ورق بر عملکرد کنترل کننده فازی

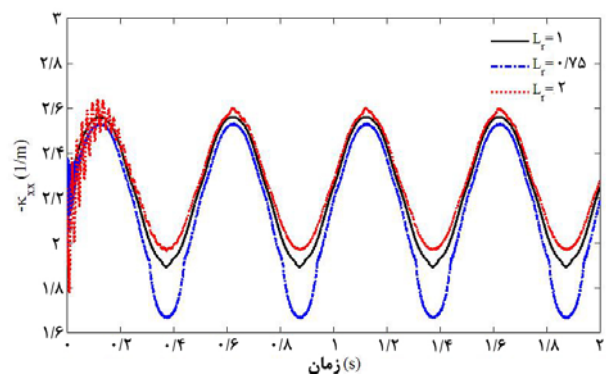
در این بخش اثر تغییر پارامترهای هندسی و فیزیکی سیستم بر کنترل کننده فازی بررسی شده است. در هر یک از شبیه‌سازی‌هایی که در ادامه آمده، یکی از پارامترهای هندسی سیستم تغییر داده شده است. اثر تغییر طول، ضخامت و جرم ورق مرکب و لایه‌های پیزوالکتریک بر عملکرد کنترل کننده فازی مطابق جدول (۵) در چهارده حالت مختلف بررسی شده و به ترتیب در شکل‌های (۱۶)، (۱۷) و (۱۸) نشان داده شده است. نسبت طول ورق به طول مرجع (۱۵۰ میلی‌متر) با T_r ، نسبت ضخامت ورق به ضخامت مرجع (۰/۸۱ میلی‌متر) با T_r و نسبت جرم ورق به جرم مرجع (۰/۳۹۸ کیلوگرم) با M_r نشان

جدول ۵- اثر تغییر پارامترهای سیستم بر پاسخ سیستم

حالت	نسبت طول L_T	نسبت ضخامت T_T	نسبت جرمی M_T	\hat{W}_{T_0}	\hat{W}_{T_2}	فرکانس طبیعی ورق (هرتز)
۱	۱	۱	۱	۲/۲۴۴۵	-۰/۰۹۱۸	۱۲۵
۲	۰/۷۵	۱	۱	۲/۰۱۲۷	-۰/۳۲۳۶	۱۶۴/۶۴
۳	۱/۲۵	۱	۱	۲/۲۹۹۶	-۰/۰۳۶۷	۸۵/۳۱
۴	۱/۵	۱	۱	۲/۳۱۸۷	-۰/۰۱۷۶	۶۰/۵۲
۵	۱/۷۵	۱	۱	۲/۳۲۶۸	-۰/۰۰۹۴	۴۴/۹۲
۶	۲	۱	۱	۲/۳۳۰۸	-۰/۰۰۵۵	۳۴/۷۵
۷	۱	۰/۵	۱	۴/۶۶۱۵	-۰/۰۱۱۱	۶۸/۹
۸	۱	۰/۷۵	۱	۳/۰۷۷۴	-۰/۰۳۷۷	۱۰۰/۹۱
۹	۱	۱/۲۵	۱	۱/۶۷۷	-۰/۱۹۲	۱۲۹/۳۷
۱۰	۱	۱/۵	۱	۱/۱۵۶۷	-۰/۴۰۰۹	۸۷/۶۱
۱۱	۱	۱	۰/۸	۲/۲۴۴۵	-۰/۰۹۱۸	۱۴۰/۸۷
۱۲	۱	۱	۰/۹	۲/۲۴۴۵	-۰/۰۹۱۸	۱۳۲/۸۳
۱۳	۱	۱	۱/۱	۲/۲۴۴۵	-۰/۰۹۱۸	۱۲۰/۰۵
۱۴	۱	۱	۱/۲	۲/۲۴۴۵	-۰/۰۹۱۸	۱۱۴/۹۴

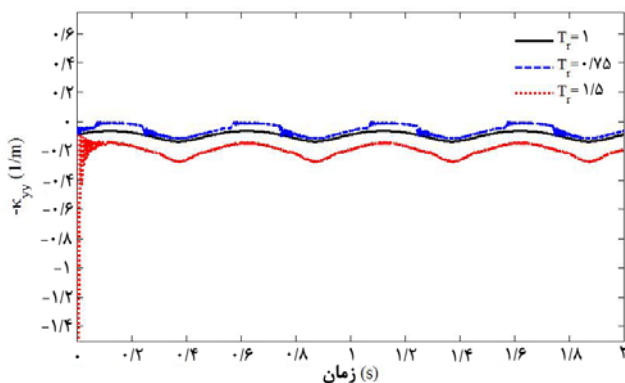


(ب) تغییرات انحنای عرضی با زمان

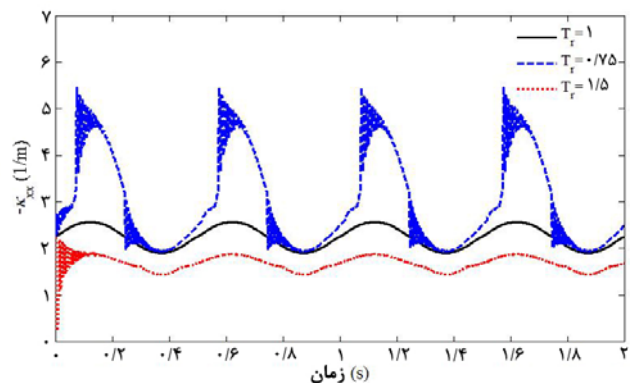


(الف) تغییرات انحنای طولی با زمان

شکل ۱۶- اثر تغییرات طول ورق مرکب و لایه پیزوالکتریک بر عملکرد کنترل کننده فازی

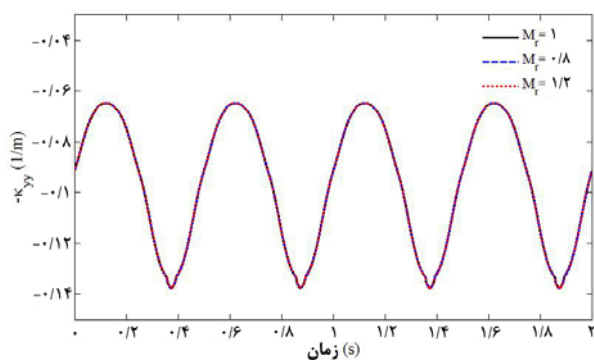


(ب) تغییرات انحنای عرضی با زمان

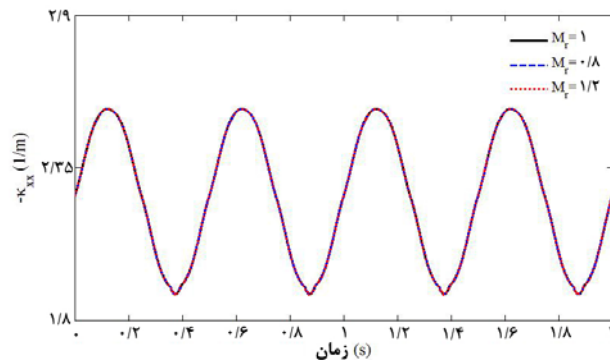


(الف) تغییرات انحنای طولی با زمان

شکل ۱۷- اثر تغییر ضخامت ورق مرکب و لایه پیزوالکتریک بر عملکرد کنترل کننده فازی

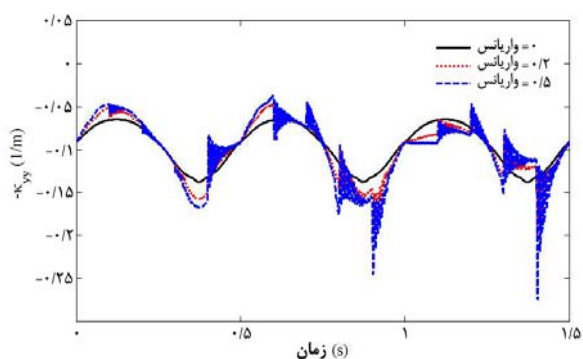


(ب) تغییرات انحنای عرضی با زمان

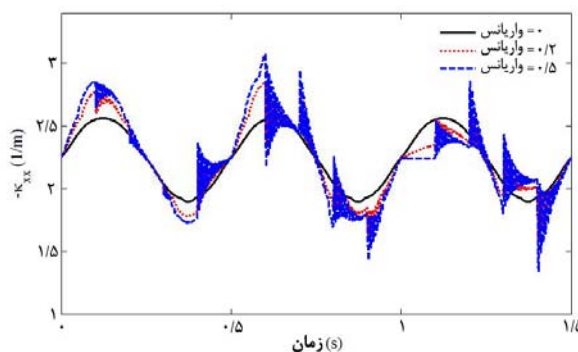


(الف) تغییرات انحنای طولی با زمان

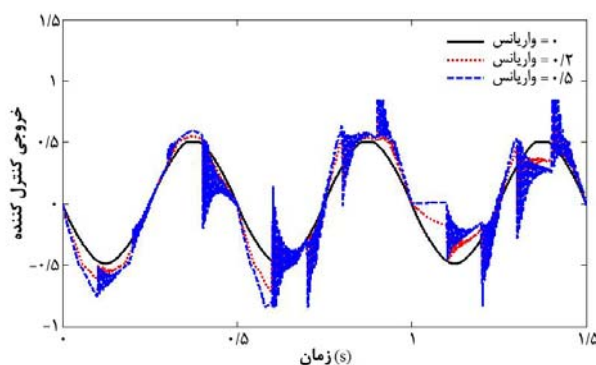
شکل ۱۸- اثر تغییر جرم ورق مرکب و لایه پیزوالکتریک بر عملکرد کنترل کننده فازی



(ب) تغییرات انحنای عرضی با زمان



(الف) تغییرات انحنای طولی با زمان



(ج) تغییرات خروجی کنترل کننده با زمان

شکل ۱۹- مقاومت کنترل کننده فازی طراحی شده در برابر اغتشاش نیروهای خارجی وارد

۴-۳-۶- بررسی مقاومت کنترل کننده در برابر اغتشاش نیروهای خارجی وارد بر ورق

در این بخش با فرض ضریب ۲۰۰ برای خروجی کنترل کننده، پایداری کنترل کننده فازی طراحی شده در برابر اغتشاش

نیروهای خارجی وارد بر ورق بررسی شده است. مشابه حالت‌های قبل فرض شده نیرویی سینوسی با فرکانس ۲ هرتز و دامنه ۳ نیوتن بر چهار گوشه ورق وارد می‌شود. اغتشاش نیروی خارجی وارد بر ورق با ضرب در بلوک عدد تصادفی^۶ (با مقدار

میانگین ۱ و واریانس بین ۰ تا ۰/۵) اعمال شده است. با توجه به شکل (۱۹) کنترل کننده فازی در برابر اغتشاش نیروی خارجی وارد تا واریانس ۰/۵ مقاوم خواهد بود.

۵- نتیجه گیری

ورق‌های مرکب دوپایداره به علت داشتن دو حالت کاملاً پایدار و عدم نیاز به هرگونه منبع دائم انرژی برای ماندن در هر کدام از این حالت‌های پایدار، پتانسیل بالایی جهت استفاده در سازه‌های مورفینگ دارند. کاربرد عملی ورق‌های مرکب دوپایداره نیازمند درک صحیح از پاسخ حرارتی، دینامیکی و کنترل این سازه‌ها است. به دلیل ماهیت غیرخطی ورق‌های دوپایداره تاکنون مطالعه اساسی بر روش‌های کنترل ارتعاشات

آنها انجام نشده است. از اینرو در این پژوهش برای اولین بار با استفاده از روش فازی، کنترل کننده‌ای به منظور جلوگیری از پرش ناگهانی در ارتعاشات ورق‌های مرکب دوپایداره پیشنهاد و طراحی شده است. نتایج به دست آمده در این پژوهش نشان می‌دهد که کنترل کننده فازی طراحی شده علی‌رغم غیرخطی بودن سیستم بسیار کارآمد بوده و در برابر تأخیر زمانی اغتشاش در سیگنال‌های ورودی و خروجی، تغییر پارامترهای سیستم و همچنین اغتشاش در نیروهای خارجی پایداری مناسبی از خود نشان می‌دهد. انجام آزمایشات عملی و مقایسه آنها با نتایج حاصل از حل تئوری می‌تواند از اهداف آتی این پژوهش باشد.

واژنامه

- | | | |
|-----------------------------------|----------------------------------|------------------|
| 1. bi-stable composite Structures | 3. Rayleigh proportional damping | 5. Gain |
| 2. saddle shape | 4. Mamdani fuzzy system | 6. random number |

مراجع

- Hyer, M. W., "Some Observations on the Cured Shape of Thin Unsymmetric Laminates", *Journal of Composite Materials*, Vol. 15, pp. 175-194, 1981.
- Hyer, M. W., "Calculations of the Room-Temperature Shapes of Unsymmetric Laminates", *Journal of Composite Materials*, Vol. 15, pp. 296-310, 1981.
- Hyer, M. W., "The Room-Temperature Shapes of Four-Layer Asymmetric Cross-Ply Laminates", *Journal of Composite Materials*, Vol. 16, pp. 318-340, 1982.
- Moore, M., Ziaei-Rad, S., and Salehi, H., "Thermal Response and Stability Characteristics of Bi-Stable Composite Laminates by Considering Temperature Dependent Material Properties and Resin Layers", *Applied Composite Materials*, Vol. 20, No. 1, pp. 87-106, 2013.
- Moore, M., Ziaei-Rad, S., and Firouzian-Nejad, A., "Temperature-Curvature Relationships in Asymmetric Angle Ply Laminates by Considering the Effects of Resin Layers and Temperature Dependency of Material Properties", *Journal of Composite Materials*, Vol. 48, No. 9, pp. 1071-1089, 2014.
- Mattioni, F., Weaver, P. M., and Friswell, M. I., "Multistable Composite Plates with Piecewise Variation of Lay-up in the Planform", *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 46, pp. 151-164, 2009.
- Dano, M. L., and Hyer, M. W., "SMA-Induced Snap-through of Unsymmetric Fiber-Reinforced Composite Laminates", *Journal of Solids and Structures*, Vol. 40, pp. 5949-5972, 2003.
- Portela, P. M., Camanho, P. P., Weaver, P. M., and Bond, I. P., "Analysis of Morphing Multistable Structures Actuated by Piezoelectric Patches", *Composite Structures*, Vol. 86, pp. 347-356, 2008.
- Schultz, M. R., Hyer, M. W., Williams, R. B., Wilkie, W. K., and Inman, D. J., "Snap through of Unsymmetric Laminates Using Piezocomposite Actuators", *Composites Science and Technology*, Vol. 66, pp. 2442-2448, 2006.
- Diaconu, C. G., Weaver, P. M., and Arrieta, A. F., "Dynamic Analysis of Bi-Stable Composite Plate", *Journal of Sound & Vibration*, Vol. 322, pp. 987-1004, 2009.
- Vogl, G. A., and Hyer, M. W., "Natural Vibration of Unsymmetric Cross-Ply Laminates", *Journal of Sound & Vibration*, Vol. 330, pp. 4764-4779, 2011.

12. Fuhong, D., Hao, L., and Shanyi, D., "A Multi-stable Wavy Skin Based on Bi-Stable Laminates" *Composites: Part A*, Vol. 45, pp. 102-108, 2013.
13. Fuhong, D., Hao, L., and Shanyi, D., "A Multi-Stable Lattice Structure and Its Snap-through Behavior Among Multiple States", *Composite Structures*, Vol. 97, pp. 56-63, 2013.
14. Arrieta, A. F., Bilgen, O., Friswell, M. I., and Ermanni, P., "Modelling and Configuration Control of Wing-Shaped Bi-Stable Piezoelectric Composites under Aerodynamic Loads", *Aerospace Science and Technology*, Vol. 29, pp. 453-461, 2013.
15. Kyriazoglou, C. and Guild, F. J., "Finite Element Prediction of Damping of Composite GFRP and CFRP Laminates - a Hybrid Formulation - Vibration Damping Experiments and Rayleigh Damping", *Composites Science and Technology*, Vol. 66, pp. 487-498, 2006.

