توسعه مدل شبکه- دانه مجزای بتن برای سنگدانههای غیردایروی

میعاد کامزا، محمد صفرنژاد زندهجان و شریف شاهبیک* دانشکده مهندسی عمران و محیط زیست، دانشگاه تربیت مدرس

(دریافت مقاله: ۱/۱۸ - ۱۳۹۴ – دریافت نسخه نهایی: ۳۰/۹۰/۱۳۹)

چکیده – در این مقاله، مدل شبکه- دانه مجزای بتن برای درنظر گرفتن سنگدانههای غیردایروی در حالت دوبعدی توسعه یافته است. به ایـن منظور از معادله انعطاف پذیر ابربیضی برای تولید سنگدانهها استفاده شده تا امکان شبیهسازی طیف گستردهتری از نمونهها در فضای دوبعدی بـه مدل شبکه-دانه مجزا اضافه شود. متناسب با این توسعه، رویههای لازم برای تولید سنگدانهها، چینش آنها در فضا، تعیین ناحیه اثر هر سنگدانه، تعیین سطوح اندر کنشی و نقاط محاسباتی و محاسبه کرنشها تشریح میشود. در پایان، اثر هندسه سنگدانهها بـر مقاومـت فشـاری و منحنـی نرمشوندگی بزرگ مقیاس بتن و همچنین الگوی ترکخوردگی بتن در تحلیل تکمحوری فشاری مورد بررسی قرار گرفته است.

واژگان كليدى: مدل شبكه-دانه مجزا، بتن، ريزساختار، ابربيضى، تركخوردگى.

Extending Lattice Discrete Particle Model of Concrete for Non-circular Aggregates

M. Kamza, M. Safarnejad and S. Shahbeyk*

Faculty of Civil and Environmental Engineering, Tarbiat Modares University

Abstract: In this paper, Lattice-Discrete Particle Model (LDPM) of concrete has been extended in 2-D to account for the effect of non-circular aggregates. To this end, the flexible equation of super-ellipse is employed for generating aggregates in order to add the simulation possibility of a greater spectrum of aggregate samples in 2-D to lattice-Discrete particle Model. Alongside this extention, required procedures for the generation of aggregates, their packing in space, the determination of influencing region of each particle, the definition of interacting surfaces and computational points and the definition of strains are outlined. Finally, the effects of aggregates geometry on macro-scale compressive strength and softening curve and also cracking pattern of concrete under uniaxial compression are discussed.

Keywords: Lattice-Discrete Particle Model (LDPM), concrete, meso-structure, super-ellipse, cracking.

* : مسئول مكاتبات، پست الكترونيكي: shahbeyk@modares.ac.ir

فهرست علائم

b,a	شعاع کوچک و بزرگ ابربیضی	ε _{c1}	کرنش تراکم در شروع سختشدگی مجدد
А	مساحت کنونی مثلث دلونی	ε _D	كرنش انحرافي
A.	مساحت اوليه مثلث دلوني	$\epsilon_{\rm DV}$	كرنش تراكم
A _{se}	مساحت ابربيضي	ϵ_{T} , ϵ_{N}	کرنش محوری و کرنش برشی
D	قطر سنگدانه	ε _{N,max}	کرنش محوری بیشینه
Е	مدول یانگ	$\epsilon_{T,max}$	کرنش برشی بیشینه
E.	مدول ارتجاعي محوري	$d\epsilon^p_T$	نمو کرنش برشی خمیری
G _t	انرژی شکست در مود کششی	$\epsilon_{\rm V}$	کرنش حجمی
H.	مدول نرمشدگی	η	عدد تصادفی بین صفر و یک
H _c	مدول سختشدگی اولیه	$\kappa_{c\gamma}, \kappa_{c\gamma}, \kappa_{c\circ}$	کمیتهای مدل که ویژگی ماده فرض میشوند
H _c .	مدول سختشدگی اولیه در حالت ۲ _{DV} =۰	λ	زاویه قطر بزرگ ابربیضی نسبت به افق
H _t	مدول نرمشدگی در کشش	μ	میانگین دادهها
l _{ij}	فاصله بین مراکز دو سنگدانه i و j	μ.	ضريب اصطكاك داخلي اوليه
lt	طول مشخصه در کشش	μ_∞	ضريب اصطكاك داخلي نهايي
m	توان ابربيضي	υ	نسبت پواسون
n _t	کمیت مدل	θ	چرخش حول محور عمود بر صفحه
t,n	بردارهای یکه در جهات عمود و مماس بر پارهخط تماس	Σ	انحراف از معیار دادهها
r _{st}	نسبت مقاومت برشی به مقاومت کششی	σ	تنش مؤثر
S	ابربیضی	σ.	حد مقاومت مؤثر
[u]	پرش جابەجايى	σ_{bc}	مرز تنش فشاری
v,u	جابهجایی در جهات x و y	σ_{bs}	مرز تنش برشی
y.,x.	مختصات مركز ابربيضي	σ_{bt}	مرز تنش کششی
علائم يوناني		σ_{c}	تنش تسليم فشارى
α	کمیت ترکیب کننده کرنشهای محوری و برشی	σ_{c_1}	تنش متناظر با کرنش تراکم در شروع سختشدگی مجدد
β	ضریب بیانگر سهم کرنش انحرافی در کرنش تراکم	σ_T , σ_N	تنش محوری و تنش برشی
β_g , α_g	متغیرهای تابع توزیع گاما	σ_{s}	مقاومت برشى
φ	پتانسیل خمیری	σ_t	مقاومت كششي
3	كرنش مؤثر	$\sigma_{N_{\bullet}}$	تنش محوری متناظر با تغییر ضریب اصطکاک داخلی از.µ به ∞µ
ε _{max}	كرنش مؤثر بيشينه	ω	زاویه بین بردارهای کرنش محوری و برشی
ε _{c°}	کرنش متناظر با تنش تسلیم فشاری		

۱– مقدمه

ساختاری نـاهمگن و متشـکل از اجـزای متفـاوت، رفتـاری بـه بتن به عنوان یکی از مصالح ساختمانی پرکاربرد با داشتن نسبت پیچیده در شرایط بارگذاری متفاوت از خود نشان

میدهد. بر همین اساس تحقیقات فراوانی در زمینه رفتارشناسی این ماده در دهههای متمادی انجام پذیرفته و همچنان ادامه دارد. دستاورد بسیاری از این پژوهشها در قالب مدلهای مبتنی بر تئوری محیط پیوسته ارائه شدهاند که از جمله معروفترین این مدلها میتوان به مدل های لی و فنوز [۱]، جفرسون [۲]، جیسون و همکاران [۳]، وو و همکاران [۴]، گراسل و جیراسک [۵]، سرونکا و پاپانیکولا [۶]، انگوین [۷] و گراسل و همکاران [۸] اشاره نمود. در این دسته از مدلها، رفتار بتن به صورت همگن درنظر گرفته میشود. بنابراین کاربرد این مدلها تنها در مواردی امکانپذیر است که تمام ابعاد اجزای بتنی مورد بررسی و همچنین سطوح بارگذاری ملاحظات المان حجم نمایشگر' را تأمین نمایند.

همگام با توسعه قابل توجه توان محاسباتی رایانهها در یک دهه اخیر، حال این امکان به وجود آمده که مدل هایی برای بتن توسعه یابد که در آن ریز ساختار^۲ بتن تا حد امکان در نظر گرفته شود. از جمله این مدل ها، مدل های میان مقیاس^۳ هستند. در مدل های میان مقیاس، بتن به صورت یک ماده دوفازی (شامل درشت دانه ها و ملات) و یا یک ماده سه فازی (شامل درشت دانه ها، لایه انتقال^۴ و ملات) در نظر گرفته می شود.

مدلهای میان مقیاس را می توان به دو دسته مدلهای پیوسته^۵ و مدلهای مجزا^۶ تقسیم بندی نمود. در مدلهای پیوسته، میدان جابه جایی در کل نمونه به صورت پیوسته درنظر گرفته می شود و خسارت ناشی از ترک خوردگی به کمک توابع نرم شدگی یا خسارت در روابط ساختاری بیان می شود [۹ و ۱۰]. در مدلهای مجزا، میدان جابه جایی تنها در داخل المانها پیوسته است. از جمله این مدلها می توان به دو گروه مدلهای شبکه المانهای تیر با فنر^۷ و شبکه المانهای صلب با فنر^۸ اشاره کرد [۱۱].

مدل شبکه- دانه مجزا^۹ [۱۲،۱۳] از جمله مدلهای میان مقیاس مبتنی بر المانهای مجزا است که به منظور شبیه سازی رفتار غیر خطی بتن با درنظر گرفتن ریز ساختار توسعه یافته است. نسخه اولیه این مدل با نام مدل شبکه برش- محصور^{۱۰}

توسط کوساتیس و همکاران [۱۴ و ۱۵] ارائه شد. در سال ۲۰۰۶ اصلاحاتی برروی مدل صورت گرفت که بخش مهم آن، تغییر موقعیت نقاط محاسباتی برروی صفحات تماس بود [۱۶]. در سال ۲۰۱۱، با تلفیق مدل شبکه برش – محصور با مدل دانههای مجزا^{۱۱}، مدل جدیدی با نام مدل شبکه – دانه مجزا ارائه شد [۱۲ و ۱۳]. در مدل توسعه یافته، در بخش های هندسه و مدل رفتاری اصلاحاتی صورت گرفت.

توانایی مدل شبکه – دانه مجزا در شبیه سازی جنبه های متنوعی از رفتار پیچیده بتن سبب شده است که این مدل به عنوان یک ابزار قدرتمند در بررسی رفتار بتن مورد استفاده قرار گیرد. از جمله موارد استفاده از این مدل می توان به کارهای شافرت و کوساتیس [۱۷]، النگر و همکاران [۱۸]، اسمیت و همکاران [۱۹] و جاویدان و همکاران [۲۰] اشاره نمود.

در مدل شبکه – دانه مجزا، در حالت سه بعدی، سنگدانه ها به صورت کره فرض می شوند. این فرض منجربه سادگی قابل ملاحظه ای در تولید هندسه و مدل عددی می شود. با این وجود، در نتیجه این فرض، از اثرات هندسه سنگدانه ها بر پاسخ بزرگ مقیاس بتن و همچنین الگوی ترکخوردگی در ریزساختار صرفنظر می شود. از این رو، در مقاله حاضر، راهکارهای لازم برای شبیه سازی سنگدانه های غیر دایروی در فضای دوبعدی و سازگار نمودن هندسه و کینماتیک مدل شبکه – دانه مجزا ارائه می شود. این توسعه پایه گذار پژوه ش های آتی برای ارتقای مدل شبکه – دانه مجزا برای سنگدانه های غیر کروی در حالت سه بعدی خواهد بود.

۲– مرور کلی بر مدل شبکه– دانه مجزا

مدل شبکه – دانه مجزا یک مدل میان مقیاس در چارچوب روش المانهای مجزا است که بتن را در مقیاس درشت دانه ها شبیه سازی می نماید. در این مدل، در حالت دوبعدی، سنگدانه ها به صورت دایره فرض می شوند. توزیع اندازه دانه ها براساس منحنی دانه بندی است. دانه ها به کمک روش سعی و خطا، از بزرگترین دانه تا کوچکترین آنها، در محیط نمونه چیده

می شوند. در هر مرحله کنترل می شود که دانه جایگذاری شده، با دانههای موجود در محیط نمونه و همچنین با مرزهای نمونه همپوشانی نداشته باشد. سپس برروی مراکز دانهها شبکهبنـدی دلونی^{۱۲} ایجاد میشود. این شبکه مشخص مینماید که هر دانـه با کدامیک از دانههای پیرامون خود ارتباط دارد. پاره خط متصل کننده دو دانه، رباط^۳ نامیده می شود. برروی هر رباط، نقطه لبه، EdgeP، بهصورت نقطه میانی بخشی از ریاط که در فاز ملات قرار دارد تعريف ميشود. همچنين در هر مثلث دلونی، نقطه مثلث، TriP، بهصورت مرکز سطح بخش ملات مثلث تعریف می شود. از اتصال این نقاط به یکدیگر در تمامی مثلثهای دلونی، مجموعهای از سلولها ایجاد می شود که هـر يک از أنها شامل يک دانه و ملات اطراف أن است (شکل (۱)). در هر سلول، مركز سلول همان مركز دانه محاط در أن است. اندرکنش یک سلول با سلولهای مجاور خود، به کمک نقاط محاسباتی^{۱۴} مشترک بین سلول مزبور و سلول های پیرامون آن کنترل میشود. این نقاط در مرکز هر یک از پارهخطهای تماس بین دو سلول قرار دارند. اجزای مختلف مدل شبکه- دانه مجزای دوبعدی در شکل (۱) نشان داده شده است.

در مدل شبکه – دانه مجزا دوبعدی، هر سلول دارای دو درجه آزادی انتقالی و یک درجه آزادی چرخشی است. در طول یک تحلیل، در هر گام محاسباتی، بهعلت جابهجایی و چرخش متفاوت دو سلول مجاور، در نقاط محاسباتی بین دو سلول، پرش جابهجایی رخ میدهد. از تقسیم بردار پرش جابهجایی بر طول رباط بین دو دانه، بردار کرنش بهدست میآید. این بردار به مؤلفههای عمود بر پارهخط تماس، کرنش محوری، و مماس بر پارهخط تماس، کرنش بهدست می آید. داده، برشی بر پارهخط تماس، کرنش محوری و تنش برشی بر اساس این بردارهای تنش محاسبه می شوند. در ادامه، از حاصل ضرب بردارهای کرنش محاسبه می شوند. در ادامه، از محاسباتی، نیروهای تماس بین دو سلول حاصل می شوند. درنهایت، نیروهای گرهی هر سلول از برآیند نیروهای اعمالی برروی سطوح آن سلول بهدست می آیند.



شکل ۱- اجزای هندسی مدل شبکه- دانه مجزا

۳-هندسه ریزساختار بتن در مدل توسعه یافته ۳-۱- تولید درشت دانهها

اولین گام در شبیه سازی میان مقیاس بتن، تولید هندسه ریز ساختار است. در ادبیات فنی از اشکال مختلفی به منظ ور مدل سازی درشت دانه ها استفاده شده است. ونگ و همکاران [۲۱] در فضای دوبعدی از چند ضلعی ها برای نمایش سنگدانه شکسته و از سری فوریه زوج برای نمایش سنگدانه های گرد گوشه بهره برده اند. جانیانگ و جنگیو [۲۲] و کابالرو و همکاران [۳۳] سنگدانه های بتن را به کمک چندوجهی ها مدل سازی نموده اند. هافنر و همکاران [۲۴] از ابربیضی گون^{۱۵} برای نمایش سنگدانه ها استفاده کرده اند. با توجه به آنکه معادله ابربیضی (ابربیضی گون در فضای سه بعدی) قادر به تولید طیف وسیعی از اشکال متفاوت است، در این مقاله، از ابربیضی به منظور تولید هند سه سنگدانه ها استفاده استفاده شده است.

بهطور کلی، ابربیضی در دستگاه مختصات محلی (زمانی که مبدأ مختصات برروی مرکز ابربیضی و محورهای مختصات بر اقطار اصلی آن منطبق باشند) با تغییر توان در رابطه عمومی بیضی بهدست می آید:

$$\left|\frac{\mathbf{x}}{\mathbf{a}}\right|^{\mathbf{m}} + \left|\frac{\mathbf{y}}{\mathbf{b}}\right|^{\mathbf{m}} - \mathbf{1} = \mathbf{o}$$
(1)

دو متغیر a و b بهترتیب شعاع کوچک و شعاع بزرگ ابربیضی هستند. متغیر m، توان ابربیضی است و انحنای ابربیضی را مشخص مینماید (شکل (۲)).

$$A_{se} = \frac{\pi D_i^{\gamma}}{\varphi} + \eta \left(\frac{\pi D_{i+1}^{\gamma}}{\varphi} - \frac{\pi D_i^{\gamma}}{\varphi} \right)$$
(٣)

$$A_{se} = rab \left[\Gamma \left(1 + \frac{1}{m} \right) \right]^{r} / \Gamma \left(1 + \frac{r}{m} \right)$$
(r)

مطابق آنچه اشاره شد، نیاز است تا نسبت شعاع بزرگ به کوچک (تعیین کننده کشیدگی هندسه) و توان (تعیین کننده انحنای هندسه) ابربیضی متناسب با شکل سنگدانههای بتن تعیین شوند. در این پژوهش کنترل اعداد تصادفی تولیدی برای این متغیرها با استفاده از توزیع گاما انجام پذیرفته است. توزیع گاما یک توزیع احتمالاتی پیوسته دومتغیره است که می تواند چولگی و برجستگی را در نمودار تابع چگالی متغیرهای تصادفی درنظر بگیرد. تابع چگالی توزیع گاما برای متغیر

$$f(x) = \frac{1}{\beta_{g}^{\alpha_{g}} \Gamma(\alpha_{g})} x^{\alpha_{g}-1} e^{\frac{x}{\beta_{g}}}$$
(δ)

متغیرهای α_g و β_g در تابع توزیع گاما بهکمک روابط زیر بـه مقادیر میانگین، μ، و انحراف از معیار، Σ، دادههـا ارتبـاط داده میشوند:

$$\alpha_{g} = \frac{\mu^{Y}}{\Sigma^{Y}} \tag{9}$$

$$\beta_g = \frac{\Sigma^{\prime}}{\mu} \tag{V}$$

دامنه متغیر تصادفی برای توزیع گاما در بازه (۵,∞] تعریف می شود، حال آنکه هم توان ابربیضی و هم نسبت قطر بزرگ به قطر کوچک باید از بازه (۵,∞] انتخاب شوند. از ایـنرو، درصورتی که متغیر تصادفی توزیع گاما x و متغیر تصادفی در دامنه دلخواه y باشد، مطابق روابط زیر، از یک رابطه خطی برای نگاشت دامنه دلخواه به دامنه اعداد تصادفی توزیع گاما استفاده می شود:

- $\mathbf{y} = \mathbf{x} + \mathbf{i} \tag{(A)}$
- $\mu(\mathbf{x}) = \mu(\mathbf{y}) \mathbf{v} \tag{9}$
- $\Sigma^{\mathsf{r}}(\mathbf{x}) = \Sigma^{\mathsf{r}}(\mathbf{y}) \tag{10}$

با در اختیار داشتن ابعاد نمونه، درصد سنگدانههای موجـود در



از آنجایی که توزیع اندازه دانه ها و همچنین شکل آنها باید مطابق با منحنی دانه بندی و شکل عمومی سنگدانه ها در بتن باشند، مقادیر متغیرها در رابطه (۱) باید به گونه ای اختیار گردند که این نیازها برآورده شوند. بدین منظور، قطر کوچک ابربیضی (۲۵) متناسب با منحنی دانه بندی و نسبت قطر بزرگ به قطر کوچک (۲۵/۲۵)، که بیانگر کشیدگی دانه است، و همچنین توان ابربیضی متناسب با شکل سنگدانه های بتن انتخاب می شوند.

بهمنظور تعیین قطر کوچـک ابربیضـی متناسـب بـا منحنـی دانهبندی میتوان از دو روش زیر استفاده نمود:

الف) در روش نخست، برای تولید یک دانه در بازه دانـهبنـدی (D_i,D_{i+۱})، یک اندازه تصـادفی بـرای قطـر کوچـک اختیـار میشود:

ب) در روش دیگر، که در این مقاله مورد استفاده قرار گرفته است، پس از تعیین نسبت قطر بزرگ به قطر کوچک و توان ابربیضی، مطابق رابطه (۳) یک مساحت تصادفی برای سنگدانه، از بازهای که حد بالا و پایین آن برابر مساحت دایرههایی است که قطری برابر حد بالا و پایین بازه دانهبندی دارند، اختیار میشود. سپس به کمک رابطه (۴)، قطر کوچک تعیین می شود. رابطه اخیر، رابطه تحلیلی محاسبه مساحت ابربیضی است:

نمونه، و همچنین منحنی دانهبندی، می توان مساحت دانه ها در هر بازه دانهبندی را تعیین نمود. روند تولید دانه ها، از بازه دانهبندی شامل بزرگترین دانه ها آغاز و به بازه شامل کوچکترین آنها خاتمه می یابد. در ابتدا، مساحت بازه با مساحت کوچکترین دانه در آن بازه دانهبندی مقایسه می شود. اگر مساحت بازه از مساحت کوچکترین دانه، کمتر باشد، مساحت آن بازه با مساحت بازه بعد جمع می شود و تولید سنگدانه ها در بازه بعد ادامه می یابد. در غیر این صورت، یک مساحت تصادفی برای دانه تولید و از مساحت بازه کم می شود. این روند تا اتمام بازه های دانهبندی

قابل ذکر است که تولید کلیه سنگدانه ها در بازه منحنی دانه بندی، سبب افزایش تعداد درجات آزادی و در نتیجه افزایش حجم محاسبات می گردد. از این رو، در مدل شبکه – دانه مجزا، تنها درشت دانه ها شبیه سازی می شوند و اثر ریزدانه ها به صورت همگن شده در مدل ساختاری منظور می شود.

۲-۳- جانمایی سنگدانهها

پس از تولید هندسه سنگدانهها، این سنگدانهها باید در محیط نمونه جانمایی شوند. بدین منظور، از یک روش سعی و خطا استفاده می شود. رابطه ابربیضی در فضای مختصات عمومی به صورت زیر است:

$$\frac{\left|\frac{(x-x_{*})\cos\lambda - (y-y_{*})\sin\lambda}{a}\right|^{m}}{+\left|\frac{(y-y_{*})\cos\lambda + (x-x_{*})\sin\lambda}{b}\right|^{m}} = 1$$
(11)

 λ زاویه قطر بزرگ نسبت به افق و (x_{\circ}, y_{\circ}) مختصات مرکز ابربیضی هستند. در ابتدا، دانه ها متناسب با مساحت آنها از بزرگ به کوچک مرتب می شوند. روند چینش دانه ها از بزرگترین دانه به کوچکترین آنها است. برای جانمایی یک دانه در فضای نمونه، مرکز ابربیضی (x_{\circ}, y_{\circ}) و نیز زاویه اولیه λ به صورت تصادفی انتخاب می شوند. در صورتی که دانه مزبور با دانه های موجود و همچنین مرزهای نمونه هم پوشانی نداشته

باشد، مختصات مرکز و زاویه اولیه ابربیضی ذخیره می شود. در غیر اینصورت، مختصات مرکز و زاویه اولیه دیگری برای ابریضی تولید می گردد.

بهمنظور کنترل همپوشانی دو ابربیضی، از روش زیر استفاده میشود. مطابق رابطه (۱۲)، با قـرار دادن مختصـات نقطـه P در رابطه ابربیضی، که با (x_p, y_p) نشان داده مـیشـود، مـیتـوان وضعیت نقطه نسبت به ابربیضی را مشخص نمود:

$$\frac{\left|\frac{(x-x_{*})\cos\lambda - (y-y_{*})\sin\lambda}{a}\right|^{m}}{+\left|\frac{(y-y_{*})\cos\lambda + (x-x_{*})\sin\lambda}{b}\right|^{m}} \begin{cases} \leq \imath \Rightarrow P \in S\\ > \imath \Rightarrow P \notin S \end{cases}$$
(17)

بدین ترتیب، با قرار دادن آرایه منظمی از تعداد مناسب از نقاط روی مرز هر ابربیضی تولید شده (در این مقاله از ۲۰۰ نقطه استفاده شده است) و کنترل وضعیت این نقاط نسبت به ابربیضیهای موجود، میتوان وضعیت هم پوشانی دانهها را کنترل نمود. قابل ذکر است که به منظور تأمین ناحیه ملات بین دانهها و همچنین جلوگیری از نزدیک شدن بیش از حد دانهها به یکدیگر، قطرهای اصلی هر دانه قبل از جانمایی مقداری بزرگتر اختیار می شوند. مقدار بزرگنمایی میتواند یک مقدار ثابت و یا درصدی از اندازه قطرها درنظر گرفته شود.

۴– افرازبندی فضا و تولید سلولها ۴–۱– افرازبندی فضا

در مدل شبکه - دانه مجزای دوبعدی، افراز فضا به کمک مثلث بندی دلونی انجام می شود. مطابق شکل (۳)، برای مجموعهای از دانه های غیر دایروی، سلول های به دست آمده با این نوع افراز، تطابق قابل قبولی با شکل دانه ها ندارند و در پاره ای از موارد، مرزهای سلول با دانه برخورد دارد؛ به عبارت دیگر، هندسه سلول، معرف دانه و ملات اطراف آن نیست. از این رو، لازم است که روش افراز فضا متناسب با هندسه دانه ها توسعه یابد. بدین منظور، ابتدا مطابق شکل (۴ - الف) آرایه



شکل ۳– افراز فضای بین سنگدانههای غیردایروی بهروش موجود

در مدل شبکه– دانه مجزا





شکل ۴– افراز فضای بین سـنگدانههـای غیـردایـروی بهروش گسسته. الف) نقاط پخش شده در محیط نمونه و تعییـن مالکیـت آنها و ب) نمونـهای از افراز فضا

منظمی از نقاط در فضای نمونه توزیع می شود. این نقاط به نحوی در فضای نمونه پخش می شوند که پس از انجام مثلث بندی دلونی برروی آنها، مجموعهای از مثلثهای متساوی الاضلاع ایجاد گردد. سپس فاصله هر کدام از نقاط تا مرز سنگدانه ها محاسبه می شود. به کمک این فواصل، مالکیت هر نقطه به نزدیکترین سنگدانه داده می شود. بدین تر تیب فضای نمونه به صورت گسسته و با خطایی برابر با اندازه ضلع مثلثها افراز می شود. در شکل (۴ – ب) نمونه ای از افراز فضا به روش فوق نشان داده شده است.

۲–۲– تعیین مرز سلولها

پس از افراز فضا، مرزهای مشترک هر سلول با سلولهای مجاور تعیین می شود. بدین منظور، ابتدا برروی نقاط پخش شده در محیط نمونه، مثلث بندی دلونی ایجاد می شود. سپس نقطه میانی هر ضلع مثلث که دو راس آن متعلق به دو دانه متفاوت باشد، بهعنوان نقطهای برروی مرز مشترک بین دو دانه مشخص می شود. در شکل (۵– الف) این نقاط با دایرههای مشکی توپر نشان داده شده است. به صورت مشابه، نقطه ابتدا و انتهای مرز مشترک دو دانه، مرکز سطح مثلثهایی هستند که سه راس آن متعلق به سه دانه متفاوت باشد. در شکل (۵–الف) این نقاط با دایره های مشکی توخالی نشان داده شده است. بدین ترتیب، مرز مشترک سنگدانه های مجاور به صورت مجموعهای از نقاط گسسته مشخص می شود.

به منظور جانمایی نقاط محاسباتی بین دو سلول مجاور، ابتدا خطی بر نقاط واقع بر مرز مشترک آنها برازش داده می شود. سپس، با تصویر نمودن نقاط ابتدا و انتهای مرز برروی این خط، پاره خط تماس حاصل می شود (شکل ۵– ب). این پاره خط به دو قسمت تقسیم می شود. نقاط محاسباتی بین دو سلول در مرکز این دو بخش قرار داده می شوند. الگوریتم محاسباتی مورد استفاده برای نمایش مدل توسعه یافته مشابه مدل پایه است که به صورت کامل در پژوهش جاویدان و همکاران [۲۰] ارائه شده است.

$$\left[\!\left[\mathbf{u}_{cp}\right]\!\right] = \mathbf{u}_{cpj} - \mathbf{u}_{cpi}$$
(14)

در رابطه فوق، i و j گرههای دو طرف پارهخط تماس هستند. بردارهای نمو کرنش محوری، ٤_N، و کرنش برشی، ٤_T، در نقط ه محاسباتی، بـهصورت یکنواخـت در امتـداد مراکـز دو سنگدانه فرض می شوند:

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{N} = \frac{\mathbf{n}^{T} \left[\!\left[\mathbf{u}_{cp}\right]\!\right]}{l_{ij}} \tag{10}$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathrm{T}} = \frac{\mathbf{t}^{\mathrm{T}} \left[\left[\mathbf{u}_{\mathrm{cp}} \right] \right]}{\mathbf{l}_{\mathrm{ij}}} \tag{19}$$

در روابط فوق، l_{ij} فاصله بین مراکز دو سنگدانه است. همچنین، n و t بهترتیب بردارهای یکه در راستای عمود بر پارهخط تماس و در راستای آن هستند.

در مدل شبکه – دانه مجزا فرض می شود که تنش محوری و تنش برشی ارتجاعی بهترتیب تنها وابسته به کرنش محوری و کرنش برشی هستند. از اینرو، با در اختیار داشتن بردارهای کرنش محوری و برشی، میتوان بردارهای تنش محوری و کرنش محوری هم جهت با آنها را محاسبه نمود. با ضرب بردارهای تنش در طول پاره خط تماس مربوط به هر نقطه محاسباتی، بردارهای نیروی تماسی در نقطه مزبور به دست می آیند. در ادامه، به کمک قانون کار مجازی نیروهای گرهی سلول محاسبه می شوند.

۶- قوانین ساختاری ۶- قوانین ساختاری در مدل شبکه-دانه مجزا [۱۲] در مدل شبکه- دانه مجزا، به منظور بیان رفتار ماده، دو کمیت جدید به صورت زیر تعریف می شوند:

 $\varepsilon = \sqrt{\varepsilon_N^2 + \alpha \varepsilon_N^2} \tag{1V}$

$$\tan \omega = \frac{\varepsilon_{\rm N}}{\sqrt{\alpha}\varepsilon_{\rm T}} \tag{1A}$$

٤ كرنش مؤثر ناميده مىشود و از تركيب كرنش محورى و سهم مؤثر كرنش برشى بهدست مىآيد. همچنين، @ زاويه بين



۵- سینماتیک و استاتیک مدل

در مدل شبکه – دانه مجزای دوبعدی، مرکز هر سلول (گره) دارای دو درجه آزادی انتقالی و یک درجه آزادی چرخشی است. میدان جابهجایی در داخل و برروی مرز هر سلول ثابت درنظر گرفته می شود. به عبارت دیگر، فرض می شود سلول ها صلب هستند. بر این اساس، مؤلفه های بردار جابهجایی هر نقطه از سلول، {u = } u = ، از جابه جایی ها و چرخش مرکز سلول به صورت زیر محاسبه می شوند:

بر این اساس، پرش جابهجایی در نقطه محاسباتی بهصورت زیر

$$\varepsilon_{max} = \sqrt{\varepsilon_{N,max}^{\mathsf{Y}} + \alpha \varepsilon_{T,max}^{\mathsf{Y}}},$$

$$\varepsilon_{N,max}(t) = \max_{\tau \in [0, \infty]} \left[\varepsilon_{N}(\tau)\right],$$

$$(\mathsf{Y}\Lambda)$$

می شود:

 $\varepsilon_{N,max}(t) = \max_{\tau < t} \lfloor \varepsilon_N(\tau) \rfloor, \qquad (9)$ $\varepsilon_{T,max}(t) = \max_{\tau < t} \lfloor \varepsilon_T(\tau) \rfloor$

تابع $\sigma_{\circ}(\omega)$ حد مقاومت مؤثر است و عبارت است از: -sin(ω)+ $\sqrt{\sin^2(\omega)}$ +4 $\alpha \cos^2(\omega)/r_{st}^2$

$$\sigma_0(\omega) = \sigma_t \frac{-\sin(\omega) + \sqrt{\sin(\omega) + 4\alpha\cos(\omega) / r_{st}}}{2\alpha\cos^2(\omega) / r_{st}^2} \qquad (\Upsilon 4)$$

در رابط و ف وق، $r_{st} = \sigma_s / \sigma_t$ نسبت مقاومت برشی $H_{\circ}(\omega)$ ، است. تابع σ_s ، (چسبندگی)، σ_s ، به مقاومت کششی، σ_t ، است. تابع (ω) مدول نرم شدگی است. این تابع، شیب پس از اوج را کنترل میکند و به صورت زیر تعریف می شود:

 $H_{\circ}(\omega) = H_{t} \left(\frac{\gamma \omega}{\pi}\right)^{n_{t}}$ (\mathcal{T}\circ)

در رابطه فوق، n_t کمیت مدل است. H_t مدول نرمشدگی در کشش خالص است و با توجه به ملاحظات مربوط به محاسبه صحیح انرژی شکست در مود کششی، G_t، از رابطه زیر بهدست میآید:

$$H_{t} = \frac{rE_{\bullet}}{l_{t}/l - \nu}, \quad l_{t} = rE_{\bullet}G_{t}/\sigma_{t}^{r}$$
(71)

در حالت بارگذاری فشاری (۰> ٤_N)، تـنش محـوری بایـد در نامساوی زیر صدق کند:

$$\sigma_{bc} \leq \sigma_N \leq \mbox{(my)}$$

در این رابطه، σ_{bc} مرز تنش وابسته به کرنش است که مؤلف ه تنش محوری فشاری را در سطح تماس محدود میکند. این مرز تیابعی از کرزنش حجمیی، v_{3} ، و کرزش انحرافی، $v_{5} = \varepsilon_{N} - \varepsilon_{V}$ ، درنظر گرفته می شود:

$$\sigma_{bc}(\epsilon_{D},\epsilon_{V}) = \begin{cases} \sigma_{c^{\circ}} & \text{for } -\epsilon_{DV} \leq \circ \\ \\ \sigma_{c^{\circ}} + \langle -\epsilon_{DV} - \epsilon_{c^{\circ}} \rangle H_{c}(r_{DV}) & \text{for } \circ \leq -\epsilon_{DV} \leq \epsilon_{c^{\circ}} \\ \\ \sigma_{c^{\circ}}(r_{DV}) \exp\left[\frac{(-\epsilon_{DV} - \epsilon_{c^{\circ}})H_{c}(r_{DV})}{\sigma_{c^{\circ}}(r_{DV})}\right] & \text{otherwise} \end{cases}$$

تنش تسلیم فشـاری در ریزسـاختار اسـت.
$$\epsilon_{
m DV}$$
 کـرنش $\sigma_{
m co}$

بردار کرنش محوری و بخش مؤثر بردار کرنش برشی است. بهمنظور محاسبه تنشهای محوری و برشی، با بهکارگیری اصل کار مجازی، مقادیر σ_N و σ_T بهصورت زیر محاسبه میشوند:

$$\sigma_{\rm N} = \sigma \frac{\varepsilon_{\rm N}}{\varepsilon} \tag{14}$$

$$\sigma_{\rm T} = \sigma \frac{\alpha \varepsilon_{\rm T}}{\varepsilon} \tag{(7 \circ)}$$

$$\mathbf{T} = \mathbf{E}_{\mathbf{e}} \mathbf{E}$$

با جایگذاری رابطه فوق، در روابط (۱۹) و (۲۰) نتیجه می شود:
$$\sigma_N = E_* \epsilon_N \tag{77}$$

$$\sigma_{\rm T} = \alpha E_* \varepsilon_{\rm T} \tag{(YT)}$$

کمیتهای E، E و α کمیتهای ارتجاعی میان مقیاس هستند که به کمک روابط زیر، به کمیتهای ارتجاعی درشت مقیاس محیط همگن و همسان، شامل مدول یانگ، E، و نسبت پواسون، υ، مرتبط می گردند:

$$E_{\circ} = \frac{E}{1 - \tau_{U}} \tag{(74)}$$

$$\alpha = \frac{1 - v_{\mathcal{D}}}{1 + v_{\mathcal{D}}} \tag{(2)}$$

رفتار غیرارتجاعی در مدل شبکه- دانه مجزای بتن ناشی از سه ساز و کار مختلف در ریزساختار انگاشته شده است که عبارتند از: گسیختگی و چسبندگی در کشش و برش، تخریب حفرات در فشار و رفتار اصطکاکی در برش و فشار.

کرنش محوری کششی (۰ < ٤_N)، بیانگر قرارگیری ریزساختار در فاز کشش یا ترکیب کشش و برش است. در این حالت مقدار تنش مؤثر در هر لحظه باید در نامساوی زیر صدق نماید:

$$\leq \sigma \leq \sigma_{bt}(\varepsilon, \omega)$$

$$\sigma_{c}(\varepsilon, \omega) = \sigma_{c}(\omega) \exp (\varepsilon \tau)$$

$$(\gamma \gamma)$$

$$\begin{bmatrix} -H_{\circ}(\omega) \frac{\langle \varepsilon_{\max} - \sigma_{\circ}(\omega) / E_{\circ} \rangle}{\sigma_{\circ}(\omega)} \end{bmatrix}, \langle x \rangle = \max \{x, \circ\}$$
(۲۷)
$$\varepsilon_{\max} \{x, o\}$$

۱٩

تراکم نامیده می شود و سهم اثرات حجمی بر رفتار فشاری ریزساختار را کنترل می کند و به صورت زیر تعریف می شود:

 $\varepsilon_{\rm DV} = \varepsilon_{\rm V} + \beta \varepsilon_{\rm D} \tag{(34)}$

$$\varepsilon_{c_{\circ}} = \frac{\sigma_{c_{\circ}}}{E_{\circ}} \tag{(4.6)}$$

کرنش حجمی _{EV} برای نقاط محاسباتی داخل هر مثلث دلونی بهصورت مشابه و از رابطه زیر بهدست می آید:

$$\varepsilon_{\rm V} = \frac{\rm A - A_{\circ}}{\rm A_{\circ}} \tag{(79)}$$

در این رابطه، A و _مA بهترتیب مساحت کنونی و اولیه مثلث دلونی هستند.

$$\varepsilon_{c} = \kappa_{c} \varepsilon_{c}$$

$$H_{c}(r_{DV}) = \frac{H_{c^{*}}}{1 + \kappa_{c^{*}} \langle r_{DV} - \kappa_{c^{*}} \rangle}$$
(rA)

در این رابطه، ، ،H_c، رH و ۲_{۵۲} ویژگیهای ماده هستند. ۳ تنش متناظر با کرنش تراکم در شروع سختشدگی مجدد است و برابر است با:

$$\sigma_{c'}(\mathbf{r}_{\mathrm{DV}}) = \sigma_{c_{\circ}} + (\varepsilon_{c'} - \varepsilon_{c_{\circ}}) \mathbf{H}_{c}(\mathbf{r}_{\mathrm{DV}})$$
(٣٩)

برای تعیین تنش برشی در حضور تنش محوری فشاری یک مدل خمیری نموی مرسوم مورد استفاده قرار گرفته است که در آن نمو تنش برشی بهصورت زیر محاسبه می شود:

$$d\sigma_{\rm T} = {\rm E}_{\rm T} \left(d\epsilon_{\rm T} - d\epsilon_{\rm T}^p \right) \tag{$f \circ $}$$

در رابطه فوق، dɛp نمو کرنش برشی خمیری است و از رابطه زیر محاسبه میشود:

$$d\epsilon_{T}^{P} = d\lambda \frac{\partial \phi}{\partial \sigma_{T}}, \qquad \phi = \left|\sigma_{T}\right| - \sigma_{bn}\left(\sigma_{N}\right) \tag{Ψ} \label{eq:eq:phi_star}$$

در رابطه بالا، مقاومت برشی، σ_{bs} ، به کمک قانون اصطکاک غیرخطی زیر تعیین می شود: $\sigma_{bs}(\sigma_N) = \sigma_s + (\mu_{\circ} - \mu_{\infty})\sigma_{N^{\circ}}$ $-\mu_{\infty}\sigma_N - (\mu_{\circ} - \mu_{\infty})\sigma_{N^{\circ}} \exp\left(\frac{\sigma_N}{\sigma_{N^{\circ}}}\right)$ (۴۲) (+)(

اصطکاک داخلی اولیه و نه ایی و σ_{N} تنش محوری است که در آن ضریب اصطکاک داخلی از μ_{∞} به μ_{∞} تغییر میکند.

۲-۶– محاسبه کرنش حجمی در مدل توسعه یافته

با توجه به آنکه در مدل توسعه یافته، روش افراز فضا متفاوت از مدل شبکه- دانه مجزا است، روند محاسبه کرنش حجمی بهصورت زیر تغییر یافته است.

مطابق شکل (۶)، از اتصال نقاط دو طرف پاره خط تماس دو سنگدانه $P_i e_j P_i e_j P_i$ مراکز دانهها، دو مثلث $P_i C_i C_7$ $P_i C_i C_7$ تشکیل می شوند. مجموع مساحت این دو مثلث، مساحت اولیه فضای منحصر بین دو سنگدانه، مA، است. در جریان بارگذاری، به سبب جابه جایی ها و چرخش سنگدانهها، دو مثلث صلب به وضعیت $P_i'C_{1i}C_7$ و $p_i'C_{1j}C_7$ تغییر دو مثلث صلب به وضعیت $P_i'C_{1i}C_{1i} e_j P_i'C_{1j}C_7$ تغییر می بابند. حال، نقاط جدید $P_i' e_j P_i'C_{1i}C_{1i}$ و روسط نقاط می بابند. حال، نقاط جدید $P_i' e_j P_i'C_{1j}C_{1j}$ می ساحت این نقاط به مرکز تغییر یافته سنگدانه ها، مثلث های جدید $P_i'C_i' P_i' e_j P_i'C_{1j}$ تشکیل می شوند. مجموع مساحت این دو مثلث، مساحت کنونی فضای بین دو سنگدانه، A، تعریف می شود. حال، کرنش حجمی در نقاط محاسباتی واقع بر پاره خط تماس، از رابطه (۳۶) به دست می آید.

۷- نمونههای مورد بررسی و نتایج شبیه سازی به منظور بررسی عملکرد مدل ارتقا یافته که اجزای آن در بخشهای پیشین به صورت کامل تشریح شد، شش دسته نمونه متفاوت مشابه شکل (۷) تولید شد که هر دسته شامل







شکل ۷- نمایش شش هندسه ریزساختار تولید شده به کمک روش پیشنهادی، الف) سنگدانههای دایروی، ب) سنگدانههای بیضی شکل با نسبت اقطار یک به دو، ج) سنگدانههای بیضی شکل با نسبت اقطار یک به سه، د)سنگدانههای مربعی، ه) سنگدانههای مستطیلی با نسبت اضلاع یک به دو و و) مستطیلی با نسبت اضلاع یک به سه

جدول ۱- مقادیر متغیرهای مدل شبکه دانه مجزا [۱۳]								
مقدار	متغير (واحد)	مقدار	متغير (واحد)	مقدار	متغير (واحد)	مقدار	متغير (واحد)	
0	$\mu_{\infty}\left(- ight)$	۴	κ_{c} (-)	١/٩	$\sigma_{s}/\sigma_{t}\left(-\right)$	۳۲۰۸۱	E. (MPa)	
900	$\sigma_{N \text{\tiny \circ}}(\text{MPa})$	١	$\kappa_{c1}(-)$	١	$n_t(-)$	٥/٢۵	$\alpha(-)$	
•/A	$k_{t}\left(-\right)$	۵	$\kappa_{c\tau}(-)$	١٠٠	$\sigma_{c*}(MPa)$	٣/V	$\sigma_t(MPa)$	
١	$E_d/E_{\bullet}(-)$	۰/۲	$\mu_{\bullet}(-)$	۰/۴	H_{c} , $/\mathrm{E}$, $(-)$	۵۰	$l_t\left(mm\right)$	

۵ نمونه است. نمونه ا به صورت مستطیلی با ابعاد ۱۵۰×۳۰۰ میلی متر فرض شده اند که به تر تیب با دانه های دایروی، بیضی با نسبت اقطار ۲، بیضی با نسبت اقطار ۳، مربعی، مستطیلی با نسبت اضلاع ۲ و مستطیلی با نسبت اضلاع ۳ پر شده اند. از دانه های ۴ تا ۵/۹ میلی متری مطابق با منحنی دانه بندی فولر استفاده شده است و نسبت مساحت سنگدانه ها به کل مساحت در تمام نمونه ها بر ابر با ۳۶ درصد است. مقادیر متغیرهای مدل شبکه – دانه مجزا برای بتنی با مقاومت تک محوری فشاری مرجع [۱۳] درنظر گرفته شده است (جدول ۱).

شکل (۸) منحنی تنش -کرنش نمونهها در بارگذاری فشاری تکمحوری را نشان میدهد. لازم بهذکر است که هر منحنی در این شکل میانگین نتایج بهدست آمده برای ۵ نمونه آن دسته است. همچنین شکل (۹) الگوی شکست در یک نمونه نماینده از هر دسته را ارائه میکند.

همانگونه که در شکل (۸) مشاهده میشود، با افزایش کشیدگی سنگدانهها، مقدار مقاومت حداکثر نمونه به میزان کمی کاهش مییابد که علت آن را میتوان تسریع فرآیند موضعی شدن آسیب و خسارت در اثر تشدید تمرکز تنش در حضور سنگدانههای کشیده دانست. اما برخلاف کاهش مشاهده شده در بیشینه مقاومت، ظرفیت جذب انرژی و استهلاک در ناحیه نرمشونده در نمونههای دارای سنگدانههای کشیده تر بیشتر از نمونههای دیگر است و شیب این ناحیه برای نمونههای مذکور ملایم تر است. این پدیده ناشی از اثرات قفل شدگی میان دانهها و پیچیده تر بودن مسیر شکست و به طبع آن نیاز به انرژی



بیشتر برای تکمیل سازوکار خرابی نمونه است. در شکل (۹) نیز میتوان این تفاوت در الگوی گسیختگی را مشاهده نمود.

نکته مهم دیگری که می توان از نتایج به دست آمده استنباط نمود آن است که مدل توسعه یافته از توانایی کافی برای لحاظ نمودن اثرات تیزگوشگی و گردگوشگی برخوردار نیست. دلیل این ادعا رفتار مشابه نمونه هایی است که دارای سنگدانه های مستطیلی و بیضوی با کشیدگی یکسان هستند (شکل های (۸) و (۹)). علت اصلی آن را می توان خفیف شدن اثر انحنای گوشه ها در تفکیک فضا و تشکیل سلول های مدل شبکه – دانه مجزا دانست.

۸- نتیجه گیری
در این مقاله مدل عددی شبکه- دانه مجزای بتن در حالت



(ب)



شکل ۹- الگوی شکست نمونهها در بازگذاری فشاری تکمحوری، الف) سنگدانههای دایروی، ب) سنگدانههای بیضی شکل با نسبت اقطار یک به دو، ج) سنگدانههای بیضی شکل با نسبت اقطار یک به سه، د)سنگدانههای مربعی، ه) سنگدانههای مستطیلی با نسبت اضلاع یک به دو و و) مستطیلی با نسبت اضلاع یک به سه

یک بـه دو، بیضـی بـا نسـبت شـعاع یـک بـه سـه، مربعـی، مستطیلی با نسبت اضلاع یک به دو و مستطیلی با نسبت اضلاع سه تولید شد و تحت فشار تکمحوری قـرار گرفـت. نتایج بهدست آمده نشان داد مدل توسعه یافته از توانایی مناسبی برای شبیهسازی اثرات کشیدگی سنگدانهها بر رفتار و ساز و کار خرابی نمونهها برخوردار است اما بـرای درنظـر گرفتن اثرات تیزگوشگی و یا گردگوشگی دانهها نیاز به فرضيات جديد است كه بايد در تحقيقات آتى مورد توجه قرار گیرد.

دوبعدی برای سنگدانههای غیردایروی توسعه یافته است. بـرای این منظور از اشکال مبتنی بر هندسه ابربیضـی اسـتفاده شـده و براساس آن الگوریتمهای عددی لازم بـرای مراحـل مختلـف مــدلســازي در روش شــبكه- دانــه مجــزا شــامل توليـد سنگدانهها، چینش در فضای نمونه بـتن، تعیـین سـلولهـای محاسباتی دارای اندرکنش و تعیین مرزها و نقاط محاسباتی توسعه یافته است. به این نکته باید اشاره نمود که راهكارهاي پيشنهادي براي اجزاي مختلف مدل توسعه يافتـه قابل تعمیم به حالت سهبعدی است. در بخـش نهـایی مقالـه نمونههایی شامل سنگدانههای دایروی، بیضی با نسبت شعاع

واژەنامە

مراجع

- 1. representative volume element
- 2. meso-structure
- 3. meso-scale
- 4. interfacial transition zone (ITZ)
- 5. continuum
- 6. discrete

- 7. beam-spring network
- 8. rigid body-spring network
- 9. lattice discrete particle model (LDPM)
- 10. confinement shear lattice model (CSLM)
- 11. discrete particle model (DPM)
- 12. Delaunay tessellation
- 13. strut
- 14. computational point
- 15. super-ellipsoid

- Lee, J. and Fenves, G. L., "A Plastic-Damage Concrete Model for Earthquake Analysis of Dams", *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, Vol. 27, pp. 937-956, 1998.
- Jefferson, A. D., "Craft–A Plastic-Damage-Contact Model for Concrete. I. Model Theory and Thermodynamic Considerations", *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 40, pp. 5973-5999, 2003.
- 3. Jason, L., Huerta, A., Pijaudier-Cabot, G., and Ghavamian, S., "An Elastic Plastic Damage Formulation for Concrete: Application to Elementary Tests and Comparison with an Isotropic Damage Model", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 195, pp. 7077-7092, 2006.
- 4. Wu, J. Y., Li, J., and Faria, R., "An Energy Release Rate-Based Plastic-Damage Model for Concrete", *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 43, pp. 583-612, 2006.
- Grassl, P., and Jirasek, M., "Damage-Plastic Model for Concrete Failure", *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 43, pp. 7166-7196, 2006.
- Cervenka, J., and Papanikolaou, V. K., "Three Dimensional Combined Fracture-Plastic Material Model for Concrete", *International Journal of Plasticity*, Vol. 24, pp. 2192-2220, 2008.
- Nguyen, G. D., "A Thermodynamic Approach to Non-Local Damage Modelling of Concrete", *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 45, pp. 1918-1934, 2008.
- Grassl, P., Xenos, D., Nystrom, N., Rempling, R., and Gylltoft, K., "CDPM2: A Damage-Plasticity Approach to Modelling the Failure of Concrete", *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 50, pp. 3805-3816, 2013.
- Shahbeyk, S., Hosseini, M., and Yaghoobi, M., "Mesoscale Finite Element Prediction of Concrete Failure", *Computational Materials Science*, Vol. 50, pp. 1973-1990, 2011.
- Kim, S. M., Rashid, K., and Al-Rub, A., "Meso-Scale Computational Modeling of the Plastic-Damage Response of Cementitious Composites", *Cement and Concrete Research*, Vol. 41, pp. 339-358, 2011.
- 11. Bolander, J. E., and Saito, S., "Fracture Analyses

using Spring Networks with Random Geometry", *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 61, pp. 569-591, 1998.

- Cusatis, G., Pelessone, D., and Mencarelli, A., "Lattice Discrete Particle Model (LDPM) for Failure Behavior of Concrete. I: Theory", *Cement and Concrete Composites*, Vol. 33, pp. 881-890, 2011.
- Cusatis, G., Pelessone, D., and Mencarelli, A., "Lattice Discrete Particle Model (LDPM) for Failure Behavior of Concrete. II: Calibration and Validation", *Cement and Concrete Composites*, Vol. 33, pp. 891-905, 2011.
- 14. Cusatis, G., Bazant, Z. P., and Cedolin, L., "Confinement-Shear Lattice Model for Concrete Damage in Tension and Compression: I. Theory", *ASCE Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 129, pp. 1439-1448, 2003.
- 15. Cusatis, G., Bazant, Z. P., and Cedolin, L., "Confinement-Shear Lattice Model for Concrete Damage in Tension and Compression: II. Computation and Validation", ASCE Journal of Engineering Mechanics, Vol. 129, pp. 1449-1458, 2003.
- 16. Cusatis, G., Bazant, Z. P., and Cedolin, L., "Confinement-Shear Lattice CSL Model for Fracture Propagation in Concrete", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 195, pp. 7154-7171, 2006.
- 17. Schauffert, E., and Cusatis, G., "Lattice Discrete Particle Model for Fiber-Reinforced Concrete. I: Theory", *ASCE Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 138, pp. 826-833, 2012.
- Alnaggar, M., Cusatis, G., and Di Luzio, G., "Lattice Discrete Particle Modeling (LDPM) of Alkali Silica Reaction (ASR) Deterioration of Concrete Structures", *Cement and Concrete Composites*, Vol. 41, pp. 45-59, 2013.
- 19. Smith, J., Cusatis, G., Pelessone, D., Landis, E., O'Daniel, J., and Baylot, J., "Discrete Modeling of Ultra-High-Performance Concrete with Application to Projectile Penetration", *International Journal of Impact Engineering*, Vol. 65, pp. 13-32, 2014.
- Javidan, F., Shahbeyk, S., and Safarnejad, M., "Lattice Discrete Particle Modeling of Compressive Failure in Hollow Concrete Blocks", *Computers and*
- روش های عددی در مهندسی، سال ۳۵، شمارهٔ ۱، تابستان ۱۳۹۵

Concrete, Vol. 13, pp. 437-456, 2014.

- 21. Wang, Z. M., Kwan, A. K. H., and Chan, H. C., "Mesoscopic Study of Concrete I: Generation of Random Aggregate Structure and Finite Element Mesh", *Computers & Structures*, Vol. 70, pp. 533-544, 1999.
- 22. Junyong, W., and Zhengyue, R., "Generation and Evaluation on Random Polyhedron Aggregate Model", Proceeding of the 12th International Conference of International Association for Computer Methods and Advances in Geomechanics,

Goa, India, 2008.

- 23. Caballero, A., Lopez, C. M., and Carlo, I., "3D Meso-Structural Analysis of Concrete Specimens under Uniaxial Tension", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 195, pp. 7182-7195, 2006.
- 24. Hafner, S., Eckardt, S., Luther, T., and Konke, C., "Mesoscale Modeling of Concrete: Geometry and Numeric", *Computers & Structures*, Vol. 84, pp. 450-461, 2006.