

# طراحی بهینه مبتنی بر قابلیت اعتماد سازه‌ها براساس روش شبیه‌سازی وزنی اصلاح شده

ناصر صفائیان حمزه کلای، محمود میری\* و محسن راشکی  
گروه عمران، دانشکده مهندسی، دانشگاه سیستان و بلوچستان

(دریافت مقاله: ۱۳۹۴/۰۴/۰۹ - دریافت نسخه نهایی: ۱۳۹۵/۰۱/۱۶)

DOI: 10.18869/acadpub.jcme.35.2.1

**چکیده** - اخیراً طراحی براساس شبیه‌سازی وزنی به‌عنوان یک روش مؤثر جهت طرح بهینه بر مبنای قابلیت اطمینان گسترش یافته است. علی‌رغم سادگی، این روش از دقت کافی جهت محاسبه پاسخ بهینه برای مسائل طراحی بهینه بر مبنای قابلیت اطمینان با ابعاد بالا برخوردار نیست. همچنین، دامنه کاربرد این روش محدود به مسائل طراحی بهینه با متغیرهای تصادفی است. در این تحقیق، از استراتژی جستجوی محلی جهت افزایش دقت روش طراحی براساس شبیه‌سازی وزنی به همراه کاهش حجم محاسبات استفاده شده است. همچنین یک استراتژی انتقال، جهت افزایش دامنه کاربرد روش فوق برای بررسی مسائل کلی طراحی بهینه، ارائه شده است. کارآمدی روش‌های پیشنهادی با حل مسائل مختلف مورد ارزیابی قرار گرفته است. مقایسه نتایج به دست آمده با حل دقیق بیانگر دقت و برتری روش پیشنهادی برای حل مسائل مختلف مهندسی است.

واژه‌های کلیدی: طراحی بهینه، قابلیت اطمینان، شبیه‌سازی وزنی، جستجوی محلی، بردار انتقال.

## Reliability-Based Design Optimization of Structures using Modified Weighted Simulation Method

N. Safaeian Hamzeh Kolaei, M. Miri\* and M. Rashki

Department of Civil Engineering, Faculty of Engineering, University of Sistan and Baluchestan

**Abstract:** *Weighted Simulation-based Design Method (WSDM) is recently developed as an efficient method for Reliability-Based Design Optimization (RBDO). Despite simplicity, this method degrades effectiveness to obtain accurate optimum design for high dimension RBDO. Besides, its application range is restricted to RBDOs including only random design variables. In the present study, local search strategy is employed to enhance the accuracy of conventional WSDOM, and to reduce the*

\*: مسئول مکاتبات، پست الکترونیکی: mmiri@eng.usb.ac.ir

computational cost. Besides, a shifting strategy is proposed to increase the application range of WSDM for handling general RBDO problems. The efficiency of the proposed methods is investigated by solving some structural reliability problems. Comparison of the obtained results with exact solutions confirms accuracy and superiority of the proposed method for solving various engineering problems.

**Keywords:** Optimum design, Reliability, Weighted simulation, Local search, Shift vector.

## فهرست علائم

w	بردار وزن نمونه‌های شبیه‌سازی شده	C	تابع هدف (هزینه)
X	بردار متغیرهای تصادفی	d	بردار متغیرهای طراحی
علائم یونانی		f	تابع چگالی احتمال
شاخص قابلیت اطمینان		F	تابع توزیع تجمعی احتمال
خطای محاسبه شاخص قابلیت اطمینان	$\varepsilon$	G	تابع شرایط حدی
حداکثر درصد خطای مجاز	$\varepsilon_{max}$	I	تابع شمارنده
انحنای تابع شرایط حدی	$\kappa$	$P_f$	احتمال خرابی
میانگین متغیر تصادفی	$\mu$	Q	پارامتر بارگذاری
انحراف معیار متغیر تصادفی	$\sigma$	R	پارامتر مقاومت
تابع چگالی احتمال نرمال	$\phi$	S	بردار خطای شاخص قابلیت اطمینان
تابع توزیع تجمعی نرمال استاندارد		U	متغیر تصادفی در فضای نرمال استاندارد

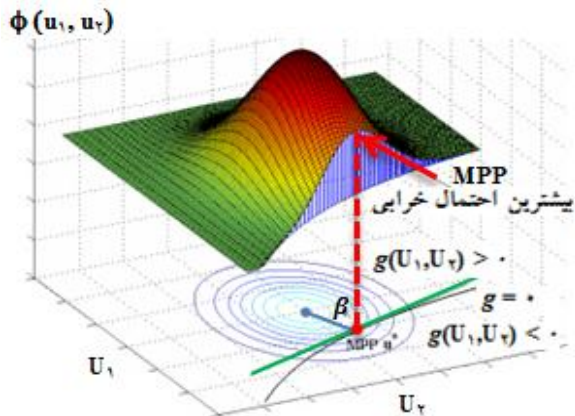
## مقدمه

که حصول جواب مستقیم برای آن دشوار بوده (با توجه به پیچیدگی تابع چگالی احتمال توأم، به‌خصوص برای متغیرهای با توزیع غیرنرمال) و در اکثر موارد با استفاده از فرضیات ساده کننده با روش‌های تقریبی مبتنی بر شاخص قابلیت اطمینان<sup>۲</sup> (مرتب اول و دوم) و یا روش‌های مبتنی بر شبیه‌سازی، که احتمال خرابی را به‌صورت مستقیم و با استفاده از نمونه‌گیری محاسبه می‌کند، صورت می‌گیرد.

یکی از ساده‌ترین روش‌های تخمینی مرتبه اول قابلیت اطمینان<sup>۳</sup> که توسط کرنل ارائه شده است، بر مبنای جداسازی ناحیه سلامت ( $g > 0$ ) و خرابی ( $g < 0$ )، بسط خطی تابع شرایط حدی حول نقطه میانگین و در نهایت تعریف شاخص قابلیت اطمینان ( $\beta$ ) به صورت  $\beta = \mu_g / \sigma_g$  بنا نهاده شده است [۱]. به دلیل در نظر نگرفتن تابع توزیع احتمال متغیرهای تصادفی و همچنین حصول جواب‌های متفاوت در حالت تغییر در شکل بیان تابع شرایط حدی، روش کرنل جهت حل مسائل قابلیت

در سال‌های اخیر، طراحی بهینه بر مبنای قابلیت اطمینان<sup>۱</sup> (RBDO) به‌شکل گسترده‌ای مورد توجه طراحان قرار گرفته و به‌عنوان جایگزین مناسبی برای روش کلاسیک طراحی بهینه سازه‌ها مطرح شده است. در این روش، عدم قطعیت‌های احتمالاتی به‌صورت متغیرهای تصادفی در مدل طراحی در نظر گرفته شده و هدف طرح سازه‌ای است که علاوه بر اقتصادی بودن، سطح ایمنی در نظر گرفته شده را نیز ارضا کند. چنانچه در تحلیل یک سیستم، ناحیه خرابی توسط تابع  $g(R, Q) = [(R - Q) - 0]$  تعریف شود؛ که در اینجا R و Q بیانگر مقادیر مقاومت و بار وارد بر سازه باشند، احتمال خرابی سازه را می‌توان با در نظر گرفتن تابع چگالی احتمال توأم  $f_{R, Q}$  برای متغیرهای تصادفی R و Q به‌صورت زیر بیان نمود:

$$P_f = P\{g(R, Q) \leq 0\} = \int_{g \leq 0} f_{R, Q} dR dQ \quad (1)$$



شکل ۱- شاخص قابلیت اطمینان هاسوفر- لیند

در روابط فوق  $\mu_x^e$  و  $\sigma_x^e$  میانگین و انحراف معیار متغیر  $x^*$  بوده؛  $f_x$  و  $F_x$  به ترتیب تابع چگالی و توزیع تجمعی احتمال بوده و پارامترهای  $\phi$  و  $\Phi$  نیز به ترتیب تابع چگالی و توزیع تجمعی احتمال نرمال استاندارد هستند. چنانچه متغیری دارای تابع توزیع غیرنرمال باشد، روش فوق با استفاده از نگاشت متغیر را به فضای نرمال استاندارد انتقال می‌دهد؛ که سبب افزایش قابل توجه درجه غیرخطی تابع شرایط حدی و متعاقباً کاهش دقت محاسبات خواهد شد. مرجع [۴] نشان داده است که به کارگیری نگاشت، حتی برای توابع شرایط حدی خطی نیز سبب بروز خطاهای بزرگ (حدود ۳۵ درصد) در ارزیابی احتمال خرابی سازه خواهد شد.

در روش‌های مرتبه دوم قابلیت اطمینان<sup>۶</sup> با استفاده از بسط مرتبه دوم تابع شرایط حدی، احتمال خرابی محاسبه شده توسط روش مرتبه اول به صورت زیر اصلاح می‌شود [۵]:

$$P_f = P\{g \leq 0\} = \Phi(-\beta) \prod_{i=1}^{n-1} (1 + \beta \kappa_i)^{1/2} \quad (6)$$

که در اینجا  $\kappa_i$  بیانگر  $i$ امین انحنای تابع شرایط حدی در نقطه طراحی است. در شکل (۲)، مقایسه‌ای بین تقریب مرتبه اول و دوم قابلیت اطمینان صورت گرفته است.

علی‌رغم سادگی، روش‌های مبتنی بر شاخص قابلیت اطمینان دارای معایبی از جمله: وابستگی پاسخ به نقطه شروع جستجو، لزوم خطی‌سازی تابع شرایط حدی، لزوم انتقال متغیرها

اطمینان چندان کارآمد نیست.

هاسوفر و لیند [۲] در سال ۱۹۷۴ بر پایه ایده کرنل و با استفاده از فرم خطی تابع شرایط حدی در ترکیب با یک نگاشت جهت انتقال متغیرهای تصادفی از فضای طراحی به فضای استاندارد نرمال (با میانگین صفر و انحراف معیار واحد)، شاخص قابلیت اطمینان جدیدی به‌عنوان فاصله هندسی حداقل میان مبدأ و تابع شرایط حدی انتقال یافته تعریف نمودند. مطابق تعریف ارائه شده توسط هاسوفر و لیند، نقطه طراحی نقطه‌ای روی تابع شرایط حدی ( $g=0$ ) است که کمترین فاصله را از مبدأ در فضای نرمال استاندارد داشته باشد؛ این نقطه همچنین با عنوان نقطه با بیشترین احتمال وقوع خرابی<sup>۴</sup> (MPP) نیز شناخته می‌شود (شکل (۱)). فاصله این نقطه تا مبدأ به‌عنوان شاخص قابلیت اطمینان در نظر گرفته شده که توسط رابطه  $P_f = \Phi(-\beta)$  امکان تخمین احتمال خرابی سازه را فراهم می‌سازد. لذا محاسبه نقطه طراحی نیازمند استفاده از الگوریتم بهینه‌ساز<sup>۵</sup> به صورت زیر است:

$$\text{Min } \beta = \sqrt{\sum_{i=1}^n U_i^2} \quad (2)$$

Subject to  $g(U) = 0$ .

که در آن  $U_i$  مقدار متغیر تصادفی  $i$ ام در فضای نرمال استاندارد و  $n$  تعداد متغیرهای تصادفی است.

ایده ارائه شده توسط هاسوفر و لیند برای متغیرهای تصادفی غیرنرمال صحیح نبوده و لذا رکویتز و فیسلر [۳] در سال ۱۹۷۶ با استفاده از روش انتقال نرمال معادل دو پارامتری، محدودیت این روش را مرتفع نمودند. متداول‌ترین روش انتقال موقعیت یک متغیر غیرنرمال به متغیر نرمال استاندارد معادل، به صورت زیر است:

$$\sigma_x^e = \frac{1}{f_x(x^*)} \phi\left(\Phi^{-1}(F_x(x^*))\right) \quad (3)$$

$$\mu_x^e = x^* - \sigma_x^e \left(\Phi^{-1}(F_x(x^*))\right) \quad (4)$$

$$U = \frac{x^* - \mu_x^e}{\sigma_x^e} \quad (5)$$

است [۸]، پژوهشگران به سمت روش‌های نوین شبیه‌سازی براساس کاهش واریانس نظیر: شبیه‌سازی جهتی [۹]، نمونه‌گیری مبتنی بر اهمیت [۱۰]، شبیه‌سازی زیرمجموعه‌ای [۱۱-۱۳]، نمونه‌گیری خطی [۱۴]، روش سطح پاسخ [۱۵] و غیره [۱۶ و ۱۷]، سوق یافته‌اند.

روش‌های شبیه‌سازی فوق حجم محاسباتی کمتری نسبت به روش مونت- کارلو دارند، ولی بسیار پیچیده‌تر از روش مونت- کارلو بوده و غالباً نیازمند اطلاعات اضافی از مسأله هستند (به‌عنوان مثال: نقطه و یا نواحی با بیشترین احتمال خرابی). ضمناً روش‌های شبیه‌سازی اشاره شده، قادر به تخمین MPP نیز نیستند. راشکی و همکارانش [۱۸]، یک روش جدید شبیه‌سازی وزنی<sup>۱</sup> (WSM) ارائه کردند که علاوه بر سادگی و توانایی بالا جهت ارزیابی قیده‌های احتمالاتی غیرخطی، امکان تخمین نقطه MPP را نیز فراهم می‌کند. دقت بالا در محاسبه احتمال خرابی با به‌کارگیری تعداد نقاط شبیه‌سازی کم، از ویژگی‌های این روش است.

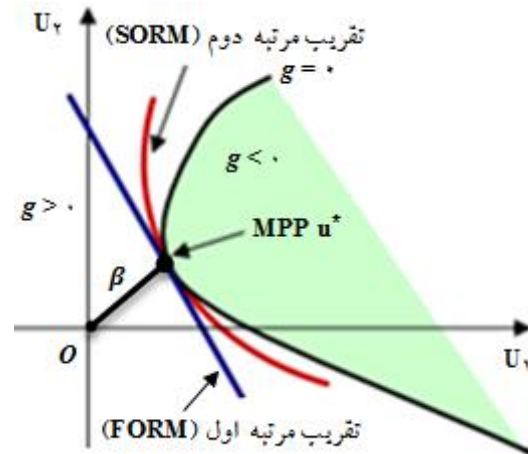
## ۲- بهینه‌سازی بر مبنای قابلیت اطمینان (RBDO)

شکل کلی یک مسأله بهینه‌سازی بر مبنای قابلیت اطمینان با در نظر گرفتن فیود احتمالاتی به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\begin{aligned} \text{Find:} & \quad d=(d_1, \dots, d_b) \\ \text{Minimize:} & \quad \text{Cost}=C(X,d) \\ \text{Subject to:} & \quad P_{fi} \{G_i(X,d) \leq 0\} \leq P_{fi}^*, i=1, \dots, M. \\ \text{where} & \quad d^L \leq d \leq d^U \end{aligned} \quad (7)$$

که  $X \in \mathbb{R}^m$  و  $d \in \mathbb{R}^D$  به ترتیب بردار متغیرهای تصادفی و متغیرهای طراحی (شامل متغیرهای معین و تصادفی) هستند؛  $f$  تابع هدف،  $G_i$  و  $P_{fi}^*$  نیز به ترتیب بیانگر  $i$  امین قید احتمالاتی و احتمال خرابی هدف<sup>۹</sup> هستند. همچنین  $d^L$  و  $d^U$  به ترتیب کران پایین و بالای متغیرهای طراحی هستند.

با توجه به استراتژی به‌کار گرفته شده جهت محاسبه احتمال خرابی (رابطه (۱)) و روش بهینه‌یابی در حل مسائل بهینه‌سازی بر مبنای قابلیت اطمینان (رابطه (۷))، روش‌های



شکل ۲- مقایسه تقریب مرتبه اول و دوم قابلیت اطمینان

به فضای نرمال استاندارد و نیز همگرا شدن به پاسخ بهینه محلی برای مسائل با چندین نقطه طراحی هستند [۶]. باید توجه داشت که ممکن است نتایج روش‌های مرتبه دوم نیز برای شاخص قابلیت اطمینان بالا (احتمال خرابی کم) و همچنین انحنای زیاد تابع شرایط حدی (شکل (۲))، نادرست باشد. این روش‌ها در بررسی قیده‌های غیرخطی محدب (یا مقعر) احتمال خرابی را کمتر (یا بیشتر) از مقدار واقعی تخمین می‌زنند؛ که موجب طرح نایمن (یا غیراقتصادی) خواهد شد. از اینرو در بررسی مسائل غیرخطی شامل متغیرهای تصادفی با توزیع غیرنرمال، استفاده از روش‌های مبتنی بر شبیه‌سازی اجتناب‌ناپذیر خواهد بود.

به‌عنوان قدیمی‌ترین و پرکاربردترین روش شبیه‌سازی، می‌توان به روش شبیه‌سازی مونت- کارلو<sup>۷</sup> (MCS) اشاره نمود که توسط متروپولیس و اولام در سال ۱۹۴۹ ارائه شده است [۷]. این روش دقیق‌ترین روش تخمین احتمال خرابی سازه است که بر پایه تولید نمونه‌های تصادفی براساس تابع چگالی احتمال هر متغیر بنا نهاده شده است. احتمال خرابی یک سیستم در روش مونت- کارلو، از تقسیم تعداد نقاط واقع در ناحیه خرابی بر تعداد کل نمونه‌های شبیه‌سازی شده به دست می‌آید. از آنجا که روش مونت- کارلو نیازمند تعداد شبیه‌سازی بسیار زیاد (به‌خصوص برای مقادیر کم احتمال خرابی) و در نتیجه حجم بالای فراخوانی تابع شرایط حدی

موجود را می‌توان در سه دسته: (۱) روش‌های دوحلقه‌ای<sup>۱۰</sup>، (۲) روش‌های جداساز<sup>۱۱</sup> و (۳) روش‌های تک حلقه‌ای<sup>۱۲</sup> طبقه‌بندی نمود.

در روش طراحی دوحلقه‌ای یا تودرتو که در سال ۱۹۸۸ توسط نیکولایدیس و بوردیسو [۱۹] معرفی شده است، یک حلقه خارجی عملیات بهینه‌سازی را انجام می‌دهد؛ در حالی که هر گزینه طراحی (پاسخ بهینه محتمل) توسط یک حلقه داخلی مورد ارزیابی قابلیت اطمینان قرار می‌گیرد. روش‌های دوحلقه‌ای به دو زیرمجموعه شامل روش‌های مبتنی بر شاخص قابلیت اطمینان<sup>۱۳</sup> (RIA) و اندازه‌گیری عملکرد<sup>۱۴</sup> (PMA) تقسیم‌بندی می‌شوند [۲۰ و ۲۱]. با توجه به اینکه روش‌های دوحلقه‌ای مسئله قابلیت اطمینان را با یک الگوریتم بهینه‌ساز خارجی ترکیب می‌کنند، فراخوانی تابع شرایط حدی افزایش یافته و لذا کارایی این روش را در مسائل کاربردی دشوار می‌سازد [۲۲].

در روش‌های جداساز شده، مراحل بهینه‌سازی و ارزیابی قابلیت اطمینان به صورت دو سیکل مجزا انجام می‌گیرد. این استراتژی نخستین بار توسط دو و چن به کار برده شده و به روش SORA نام گرفت [۲۳]. در این روش، ابتدا پاسخ بهینه مسئله در فضای طراحی تعیین شده و سپس قیدهای احتمالاتی براساس نقطه طراحی محاسبه شده، جابه‌جا می‌شوند. با جابه‌جایی تابع شرایط حدی، مسئله بهینه‌سازی با قید قطعی مجدداً حل شده و نقاط طراحی جدید براساس روش معکوس قابلیت اطمینان محاسبه می‌شوند [۲۴-۲۶]. این روند تا ایجاد همگرایی کامل الگوریتم به پاسخ نهایی ادامه می‌یابد. با توجه به اینکه این روش‌ها مبتنی بر نقطه طراحی هستند، در صورتی که تابع شرایط حدی بسیار غیر خطی بوده یا دارای چندین نقطه طراحی باشد، قادر به محاسبه جواب نخواهند بود [۲۳ و ۲۷]. به‌طور کلی در بررسی مسائل غیرخطی، روش دوحلقه‌ای مبتنی بر اندازه‌گیری عملکرد و روش جداساز دارای برتری نسبی نسبت به سایر روش‌ها هستند [۲۸ و ۲۹]. روش‌های تک حلقه‌ای مانند روش SLA و SLSV، نیز جزء

کارآمدترین روش‌ها جهت حل مسائل بهینه‌سازی بر مبنای قابلیت اطمینان هستند. در این روش‌ها قیدهای احتمالاتی مسئله به یک قید قطعی معادل تبدیل شده و در نتیجه حجم محاسبات به شدت کاهش می‌یابد [۳۰ و ۳۱].

با جمع‌بندی مطالب ذکر شده، می‌توان نتیجه گرفت که ضعف اصلی همه روش‌های اشاره شده مربوط به بررسی مسائل قابلیت اطمینان با قیدهای غیرخطی و شامل متغیرهای طراحی غیرنرمال، است. بدین ترتیب، در بررسی مسائل طراحی براساس قابلیت اطمینان سازه‌ای عمدتاً با دو چالش اساسی مواجه خواهیم بود: (۱) استفاده از یک روش مناسب جهت تخمین احتمال خرابی که با دقت کافی همراه باشد. (۲) به‌کارگیری یک استراتژی مناسب در فرآیند طراحی بهینه که ضمن در نظر گرفتن قیدهای مسئله، حجم محاسبات را کاهش داده و قادر به محاسبه نقطه طراحی نیز باشد.

اخیراً، راشکی و همکاران [۳۲] روشی جدید برای طراحی و بهینه‌سازی براساس قابلیت اطمینان ارائه کردند که اساس آن استفاده از روش شبیه‌سازی وزنی [۱۸] جهت ارزیابی قیدهای احتمالاتی است. این روش در بررسی مسائل قابلیت اطمینان با قیدهای احتمالاتی بسیار پیچیده و غیرخطی بسیار کارآمد بوده و مشکل نیاز به استفاده از نمونه‌های زیاد در روش مونت-کارلو را نیز مرتفع نموده است. از محدودیت‌های روش فوق می‌توان به موارد زیر اشاره نمود:

(۱) با توجه به اینکه در این روش توزیع متغیرهای تصادفی در فضای طراحی به صورت یکنواخت صورت می‌گیرد، با افزایش تعداد متغیرها (بیشتر از ۳ متغیر) و یا افزایش دامنه تغییرات (انحراف معیار) متغیرهای طراحی، تعداد نقاط لازم جهت پوشش فضای طراحی به شدت افزایش یافته و لذا هزینه محاسباتی افزایش خواهد یافت. همچنین، با توجه به ماهیت کلی روش‌های شبیه‌سازی، جواب بهینه محاسبه شده تقریبی بوده و جهت حصول به نقطه طراحی<sup>۱۵</sup> دقیق، باید تعداد نقاط شبیه‌سازی شده را به شدت افزایش داد.

(۲) دامنه کاربرد روش فوق محدود به بررسی مسائل

در مرحله بعد، به هر نمونه وزنی متناسب با حاصل ضرب تابع چگالی احتمال متغیرها اختصاص داده می‌شود:

$$W_i = \prod_{j=1}^s \text{PDF}(X_{ji}, \mu_j, \sigma_j) \quad (9)$$

در معادله فوق  $W_i$  وزن نمونه  $i$ ام،  $X_{ji}$  عدد تصادفی تولید شده  $i$ ام برای زامین متغیر تصادفی و  $\text{PDF}(X_{ji}, \mu_j, \sigma_j)$  مقدار حاصل از تابع چگالی احتمال برای نمونه  $i$ ام از متغیر زام (با میانگین  $\mu_j$  و انحراف معیار  $\sigma_j$ ) است. به منظور محاسبه احتمال خرابی باید نقاط موجود در ناحیه خرابی را مشخص نمود. تابع شمارنده (I) نقاط موجود در ناحیه خرابی را از سایر نقاط به صورت زیر جدا می‌سازد:

$$I_i = \begin{cases} 1 & \text{if } g(x_i) \leq 0 \\ 0 & \text{else} \end{cases} \quad (10)$$

در نهایت احتمال خرابی به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$P_f = \frac{\sum_{i=1}^n (I_i \cdot W_i)}{\sum_{i=1}^n (W_i)} \quad (11)$$

یکی از ویژگی‌های مهم این روش که به عنوان "انعطاف‌پذیری وزنی" شناخته شده است، امکان محاسبه احتمال خرابی برای حالت‌های مختلف تغییر در ورودی‌های مسئله است. چنانچه پارامترهای آماری (میانگین یا انحراف معیار) و یا تابع چگالی احتمال متغیرهای تصادفی تغییر نمایند، وزن نسبت داده شده به نمونه‌های شبیه‌سازی شده تغییر خواهد کرد. از طرفی مؤلفه‌های تابع شمارنده (I) تغییر نمی‌کنند؛ زیرا موقعیت نمونه‌ها ثابت بوده و لذا وضعیت سلامت یا خرابی نمونه نیز بدون تغییر خواهد ماند. بنابراین، به منظور محاسبه احتمال خرابی، لازم است که وزن جدیدی ( $W_i'$ ) را به نمونه‌ها تخصیص داد، بدون آنکه نیاز به انجام شبیه‌سازی مجزا باشد:

$$W_i' = \prod_{j=1}^s \text{PDF}(X_{ji}, \mu_j', \sigma_j'); P_f^{\text{New}} = \frac{\sum_{i=1}^n (I_i \cdot W_i')}{\sum_{i=1}^n (W_i')} \quad (12)$$

بر این اساس، هر زمان که نحوه وزندهی برای یک مسئله خاص تغییر نماید، احتمال خرابی جدید را می‌توان براساس نتایج شبیه‌سازی اولیه (قبلی) محاسبه نمود.

بهینه‌سازی شامل متغیرهای طراحی تصادفی است. لذا، در صورتی که متغیر طراحی در یک مسأله از نوع متغیرهای معین (غیر تصادفی) باشد، این روش قابل استفاده نخواهد بود.

در این تحقیق، دو راهکار اساسی جهت افزایش دامنه کاربرد و همچنین افزایش دقت روش شبیه‌سازی وزنی، ضمن کاهش حجم محاسبات (کاهش تعداد نقاط شبیه‌سازی شده) ارائه شده است. الگوریتم اصلاح شده پیشنهادی در این تحقیق قادر به بررسی مسائل کلی قابلیت اطمینان شامل هرگونه متغیرهای طراحی (تصادفی و معین)، با تعداد نقاط شبیه‌سازی شده کمتر نسبت به روش سنتی شبیه‌سازی وزنی است. جزئیات روش پیشنهادی پس از مروری مختصر بر روش شبیه‌سازی وزنی، ارائه خواهد شد.

### ۳- روش شبیه‌سازی وزنی

در این قسمت طراحی بهینه مبتنی بر قابلیت اطمینان براساس روش شبیه‌سازی وزنی متداول، به اختصار شرح داده می‌شود:

#### ۳-۱- محاسبه احتمال خرابی

جهت محاسبه احتمال خرابی براساس روش شبیه‌سازی وزنی، ابتدا تولید نمونه به صورت یکنواخت در فضای طراحی انجام شده و مقادیر حاصل ضرب تابع چگالی احتمال متغیرهای تصادفی برای وزندهی هر نقطه در نظر گرفته می‌شود. سپس، احتمال خرابی به صورت "نسبت وزن نمونه‌های موجود در ناحیه خرابی به وزن کل نمونه‌های تولید شده براساس تابع چگالی یکنواخت" محاسبه می‌شود [۱۸].

با فرض اینکه  $S$  تعداد کل متغیرهای تصادفی مسأله بوده و  $n$  تعداد نقاط شبیه‌سازی شده باشد؛ ماتریس متغیرهای تصادفی شبیه‌سازی شده ( $\mathbf{X}$ )، به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\mathbf{X} = \begin{Bmatrix} \mathbf{X}_1 \\ \mathbf{X}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{X}_i \\ \vdots \\ \mathbf{X}_S \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2n} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ x_{i1} & x_{i2} & \dots & x_{in} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ x_{s1} & x_{s2} & \dots & x_{sn} \end{bmatrix} \quad (8)$$

### ۲-۳- طراحی بهینه بر مبنای قابلیت اطمینان



شکل ۳- مراحل روش طراحی بر اساس شبیه سازی وزنی

استفاده از یک الگوریتم بهینه ساز در ترکیب با روش شبیه سازی است. از طرفی، با توجه به ضعف الگوریتم های بهینه ساز گرادیانی در بررسی قیدهای غیرخطی (و توابع دارای بهینه محلی) و همچنین وابستگی همگرایی الگوریتم به نقطه شروع، استفاده از این روش ها در بررسی مسائل با قیدهای پیچیده، کارساز نخواهد بود. این مشکل، برای مسائل با توابع شرایط حدی مشتق ناپذیر یا ناپیوسته و نیز مسائل با تابع شرایط حدی ضمنی بیشتر نمود پیدا می کند.

راهکار پیشنهادی در این قسمت، استفاده از یک روش جستجو یا شبیه سازی محلی در اطراف نقطه طراحی اولیه (نتایج روش شبیه سازی وزنی) است. بدین منظور، ابتدا تعدادی نقاط جدید در اطراف نقطه طراحی اولیه ( $d_0^*$ )، شبیه سازی خواهد شد. سپس، با ارزیابی قیدهای احتمالاتی و تابع هزینه برای این نقاط، موقعیت دقیق نقطه طراحی محاسبه می شود. لازم به ذکر است که جهت ارزیابی قیدهای

در طراحی بهینه بر اساس روش متداول شبیه سازی وزنی، هر نمونه تولید شده به عنوان یک گزینه محتمل برای پاسخ بهینه در نظر گرفته می شود. سپس با استفاده از تابع شمارنده (رابطه (۱۰))، نمونه های موجود در ناحیه سلامت از سایر نمونه ها مجزا می شود. مشخصاً نمونه های موجود در ناحیه خرابی نمی توانند به عنوان پاسخ بهینه مطرح شوند؛ لذا جهت بررسی سطح ایمنی (یا احتمال خرابی) هر نامزد طراحی تنها لازم است که قیدهای احتمالاتی را برای نقاط موجود در ناحیه سلامت مورد ارزیابی قرار دهد. در مرحله بعد، مجموعه نقاطی از نمونه های موجود در ناحیه سلامت که سطح ایمنی هدف را نیز برآورده نموده اند، در لیست نمونه های ایمن (نمونه هایی که قیدهای قابلیت اطمینان را ارضا نموده اند) قرار می گیرند. سپس، تابع هزینه برای نقاط موجود در ناحیه ایمن برآورد شده و نمونه با کمترین مقدار تابع هزینه در ناحیه ایمن به عنوان پاسخ بهینه مسأله طراحی بر مبنای قابلیت اطمینان انتخاب می شود [۳۲]. مراحل طراحی بهینه بر اساس روش شبیه سازی وزنی در شکل (۳) ارائه شده است.

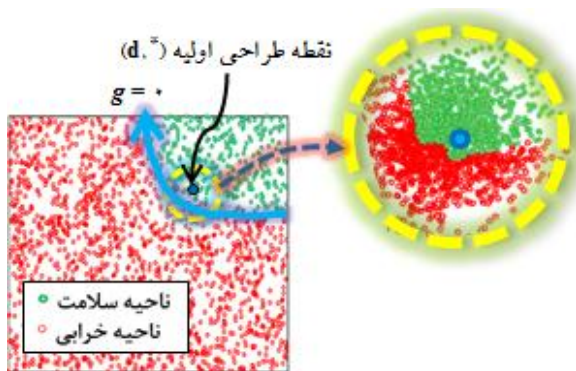
### ۴- روش پیشنهادی طراحی بهینه بر مبنای قابلیت

#### اطمینان

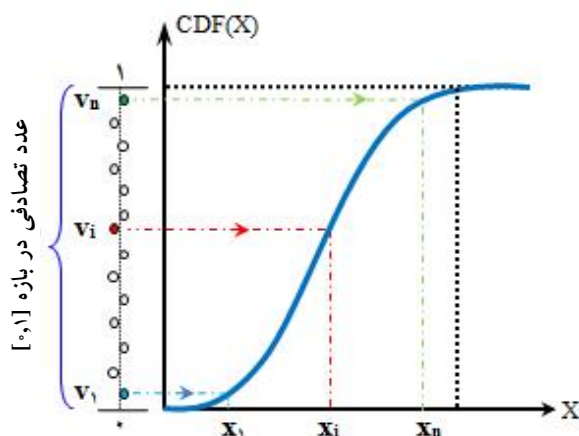
همان طور که در بخش دوم ذکر شد، عدم دقت کافی در محاسبه نقطه طراحی (پاسخ بهینه)، عدم کارایی لازم در بررسی مسائل طراحی بهینه شامل متغیرهای قطعی (غیرتصادفی) و همچنین افزایش هزینه محاسباتی در صورت افزایش تعداد متغیرهای طراحی، سه ضعف اساسی روش متداول شبیه سازی وزنی [۳۲] است. در این قسمت راهکارهای پیشنهادی جهت رفع معایب فوق ارائه شده است:

#### ۱-۴- راهکار پیشنهادی جهت افزایش دقت شبیه سازی وزنی

یک استراتژی ساده جهت محاسبه دقیق نقطه طراحی،



شکل ۴- استراتژی جستجوی محلی در روش شبیه‌سازی وزنی (رنگی در نسخه الکترونیکی)



شکل ۵- تولید نمونه‌های تصادفی در روش مونت- کارلو

با توجه به تابع تجمعی احتمال (CDF)

(رنگی در نسخه الکترونیکی)

مقدار اعداد تولید شده به ترتیب برابر با ۳۱۵ و ۱۰۸ است (شکل ۶). به طور مشابه، بازه مناسب جهت تولید نمونه برای متغیر  $X_2$  با توزیع استاندارد نرمال (میانگین صفر و انحراف معیار ۱) به ترتیب برابر با  $3/4$  و  $2/9$  است. پس از محاسبه بازه مناسب برای تولید نمونه، شبیه‌سازی با تولید یکنواخت نمونه‌ها در فضای طراحی صورت می‌گیرد. مراحل فوق برای محاسبه بازه تولید نمونه و همچنین شبیه‌سازی تصادفی یکنواخت برای متغیرهای  $X_1$  و  $X_2$  در شکل ۶، نشان داده است.

احتمالاتی در این قسمت می‌توان از ویژگی انعطاف‌پذیری وزنی (بخش ۳-۱)) استفاده نمود؛ بدون اینکه نیاز به انجام شبیه‌سازی جدید باشد. از طرفی، با توجه به اینکه در بررسی مسائل با ابعاد بالا (بیش از ۳ متغیر) تعداد نمونه‌های لازم جهت حل مسأله به‌روشنی معمول شبیه‌سازی وزنی به‌شدت افزایش می‌یابد؛ لذا استراتژی به‌کار گرفته در اینجا امکان محاسبه موقعیت دقیق نقطه طراحی را با تعداد نقاط شبیه‌سازی شده کمتر فراهم می‌سازد. این ویژگی به‌صورت ساده در شکل ۴) نشان داده شده است. مراحل روش پیشنهادی شبیه‌سازی وزنی اصلاح شده به‌صورت زیر است:

#### گام اول: توزیع یکنواخت نمونه در فضای طراحی

ابتدا باید بازه مناسب برای تولید نمونه تعیین شود. ساده‌ترین روش جهت تعیین بازه تولید نمونه، استفاده از روش مونت‌کارلو است. بدین منظور، ابتدا تعداد نقاط لازم جهت تولید نمونه تخمین زده شده (با توجه به احتمال خرابی هدف) و تولید نمونه با در نظر گرفتن تابع چگالی احتمال هر متغیر به‌صورت زیر صورت می‌گیرد:

۱. تولید اعداد تصادفی  $(V)$  در بازه  $[0,1]$

۲. انتقال مقدار  $V_i$  به تابع تجمعی احتمال (CDF)

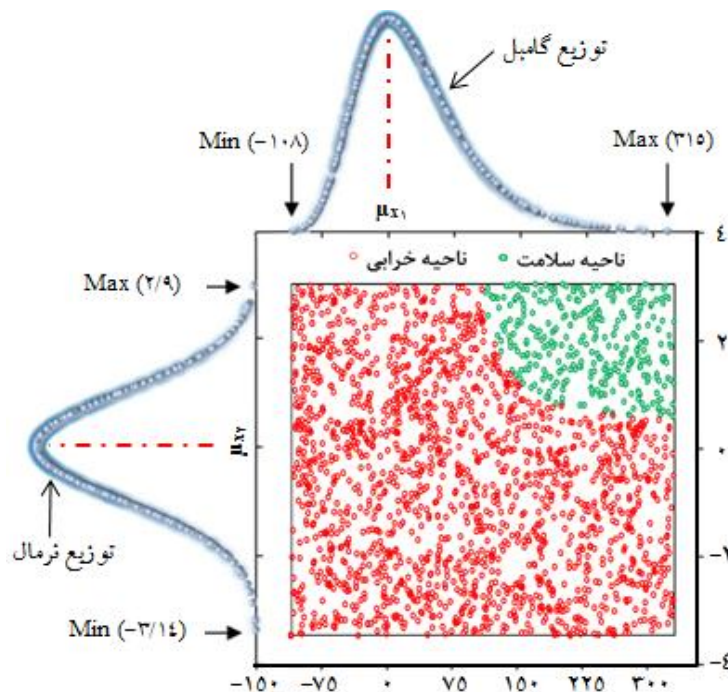
۳. محاسبه مقدار متناظر برای متغیر تصادفی  $X_i$  با استفاده از

$$X_i = F_X^{-1}(V_i) : V_i \text{ احتمال در نقطه}$$

مراحل فوق به‌صورت ساده در شکل ۵) نشان داده شده است.

پس از تولید اعداد تصادفی با روش مونت- کارلو، مقادیر حداقل و حداکثر نمونه‌های تولید شده به‌عنوان بازه تولید نمونه در روش شبیه‌سازی وزنی مورد استفاده قرار می‌گیرد. به‌عنوان مثال در صورتی که احتمال خرابی برابر با  $0/1$  باشد، تقریباً ۱۰۰۰ نمونه جهت محاسبه احتمال خرابی به‌روش مونت- کارلو نیاز است. حال چنانچه برای متغیر  $X_1$  با تابع توزیع حد نهایی نوع ۱ (گامبل)<sup>۱۶</sup> با میانگین صفر و انحراف معیار ۵۰، تولید نمونه صورت گیرد؛ بیشترین و کمترین





شکل ۶- تعیین بازه مناسب جهت تولید نمونه برای دو متغیر  $X_1$  و  $X_2$  و انجام شبیه‌سازی یکنواخت در فضای طراحی (رنگی در نسخه الکترونیکی)

به صورت زیر قابل محاسبه خواهد بود:

$$W'_j = \prod_{i=1}^m \text{PDF}(X_i, \mu_{x_i}, \sigma_{x_i}) \cdot \prod_{k=1}^D \text{PDF}(d_k, d_{kj}, \sigma_{d_k}) \quad (13)$$

در نهایت، احتمال خرابی برای هر نمونه با به کارگیری ویژگی انعطاف‌پذیری وزنی (رابطه (۱۲))، قابل محاسبه است.

#### گام چهارم: جداسازی نمونه‌های ایمن

در این مرحله، نمونه‌هایی که قیدهای احتمالاتی مسأله را ارضا نموده‌اند از سایر نمونه‌ها جدا می‌شوند. این نمونه‌ها شامل نقاط سالمی هستند که احتمال خرابی کمتر یا مساوی احتمال خرابی هدف دارند (اصطلاحاً در ناحیه ایمن واقع شده‌اند) و جواب بهینه در میان آنها قرار دارد.

#### گام پنجم: محاسبه تابع هدف برای نمونه‌های ایمن

پس از جداسازی نمونه‌های ایمن، تابع هدف (هزینه) برای نمونه‌های موجود در ناحیه ایمن محاسبه می‌شود. نمونه‌ای

#### گام دوم: تعیین نمونه‌های موجود در ناحیه سلامت

در این مرحله، نقاط موجود در ناحیه سلامت از سایر نقاط شبیه‌سازی شده مجزا می‌شوند. این امر با به کارگیری تابع شمارنده (رابطه (۱۰)) برای هر یک از قیدهای احتمالاتی (به صورت مجزا) صورت می‌گیرد.

#### گام سوم: محاسبه احتمال خرابی برای نمونه‌های سالم

بدین منظور، هر نقطه موجود در ناحیه سلامت به‌عنوان یک موقعیت محتمل برای مقدار میانگین متغیرهای طراحی (پاسخ مسأله) در نظر گرفته می‌شود. هر بار که میانگین متغیرهای طراحی تغییر می‌کند (یک نمونه جدید به‌عنوان پاسخ طراحی در نظر گرفته می‌شود)، رابطه (۱۳) احتمال خرابی متناظر با آن نمونه را محاسبه می‌نماید. پس از جداسازی بردار متغیرهای تصادفی شبیه‌سازی شده  $X_{m \times n}$  از بردار متغیرهای طراحی  $d_{(D \times n)}$ ؛ چنانچه موقعیت نمونه زام به‌عنوان میانگین متغیرهای طراحی در نظر گرفته شود، وزن متناظر با این نمونه

که کمترین مقدار هزینه را در ناحیه ایمن دارا باشد، به عنوان جواب بهینه تقریبی یا نقطه طراحی اولیه ( $d_i^*$ ) در نظر گرفته می شود.

### گام ششم: انجام شبیه سازی محلی (جدید) اطراف نقطه طراحی اولیه

جهت تخمین دقیق نقطه طراحی، ابتدا پاسخ بهینه اولیه به عنوان میانگین متغیرهای طراحی در نظر گرفته شده ( $\mu_d = d_i^*$ ) و سپس شبیه سازی ثانویه اطراف جواب بهینه محلی انجام می شود. جهت تولید نمونه های محلی ثانویه می توان از استراتژی شرح داده شده در گام اول برای روش مونت- کارلو با توزیع یکنواخت و یا توزیع نرمال استفاده کرد. به منظور پوشش (جستجوی) مؤثر اطراف نقطه طراحی اولیه، باید شبیه سازی ثانویه با انحراف معیار بسیار پایین (ترجیحاً با ضریب تغییرات کمتر از ۰/۰۱) صورت گیرد. همچنین، تعداد نقاط شبیه سازی شده بستگی به ابعاد مسأله و دقت مورد نظر دارد. بدین ترتیب، با افزایش تعداد متغیرهای طراحی و یا جهت افزایش دقت مورد نظر، می توان تعداد نقاط شبیه سازی شده محلی را افزایش داد.

### گام هفتم: محاسبه نقطه بهینه جدید

در این مرحله باید احتمال خرابی متناظر با هر نقطه شبیه سازی شده محلی را محاسبه نمود. بدین منظور، ابتدا وضعیت سلامت هر یک از نقاط شبیه سازی را تعیین نموده (با استفاده از رابطه (۱۰)) و با استفاده از ویژگی انعطاف پذیری وزنی (رابطه (۱۲))، احتمال خرابی برای نقاط واقع در ناحیه سلامت محاسبه می شود. سپس، نقاط جدید واقع در ناحیه ایمن را تعیین کرده و در نهایت، نقطه با کمترین هزینه در این ناحیه به عنوان جواب بهینه جدید ( $d_i^*$ )، تعیین می شود. در واقع، این مرحله مستلزم تکرار مراحل ۳ تا ۵ از الگوریتم پیشنهادی جهت تعیین موقعیت دقیق نقطه طراحی است.

### ۴-۲- روش پیشنهادی جهت بررسی مسائل کلی طراحی بهینه شامل متغیرهای قطعی و غیر تصادفی

ضعف اساسی روش متداول طراحی براساس شبیه سازی وزنی [۳۲]، عدم کارایی در بررسی مسائل طراحی بهینه شامل متغیرهای قطعی (غیر تصادفی) است. در این قسمت یک الگوریتم تکراری ساده جهت افزایش دامنه کاربرد روش شبیه سازی وزنی برای بررسی مسائل کلی قابلیت اطمینان شامل متغیرهای طراحی معین و غیر تصادفی، ارائه شده است.

بدین منظور، ابتدا یک انحراف معیار فرضی برای متغیرهای طراحی معین در نظر گرفته می شود. بنابراین، نقطه طراحی تقریبی را می توان با استفاده از روش شبیه سازی پیشنهادی (بخش (۴-۱)) محاسبه نمود. بدیهی است که تصادفی در نظر گرفتن متغیرهای معین موجب ایجاد خطا در مدل بهینه سازی شده و لذا جواب محاسبه شده دقیق نیست. در این تحقیق، به منظور حذف یا کاهش میزان خطا، سطح ایمنی هدف جریمه می شود. بدین منظور، ابتدا مقدار خطای ناشی از تصادفی در نظر گرفتن متغیرهای طراحی معین با انجام شبیه سازی دقیق مونت کارلو حول نقطه طراحی اولیه، تخمین زده می شود. سپس، میزان اختلاف در سطوح ایمنی محاسبه شده (با و بدون در نظر گرفتن عدم قطعیت برای متغیرهای طراحی معین) به عنوان جریمه برای سطح ایمنی هدف در نظر گرفته می شود. جزئیات الگوریتم برداری پیشنهادی در مراحل زیر ارائه شده است:

### مرحله ۱- متغیرهای قطعی به صورت متغیر تصادفی فرض می شوند:

بدین منظور، ابتدا یک انحراف معیار کم برای متغیرهای غیر تصادفی در نظر گرفته می شود (متغیرهای غیر تصادفی به صورت یک متغیر تصادفی نرمال با ضریب تغییرات پایین فرض می شوند). بدین ترتیب می توان جواب بهینه تقریبی مسأله را با استفاده از روش شبیه سازی پیشنهادی (بخش (۴-۱)) محاسبه نمود. با توجه به اینکه متغیرهای تصادفی دارای ضریب تغییرات کمتر از ۵ تا ۱۰ درصد هستند (این میزان برای

در نظر گرفتن متغیر در نقطه طراحی ( $d^*$ )، محاسبه شده‌اند.

### مرحله ۳- محاسبه شاخص قابلیت اطمینان هدف معادل

به منظور اصلاح نتایج به دست آمده ناشی از تصادفی فرض کردن متغیرهای قطعی، لازم است که شاخص قابلیت اطمینان هدف ( $\beta_i^T$ ) را به اندازه میزان خطای محاسبه شده جابه‌جا نمود. بنابراین شاخص قابلیت اطمینان معادل ( $\beta_i^{eq}$ ) به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\beta_i^{eq} = \beta_i^T - S_i \quad (15)$$

### مرحله ۴- محاسبه نقطه طراحی جدید

پس از محاسبه شاخص قابلیت اطمینان معادل، مسأله بهینه‌سازی با شاخص قابلیت اطمینان هدف انتقال یافته (شاخص قابلیت اطمینان معادل) مجدداً با استفاده از روش شبیه‌سازی وزنی مورد بررسی قرار گرفته و نقطه طراحی جدید محاسبه می‌شود. باید در نظر داشت با توجه به اینکه موقعیت و وزن نقاط شبیه‌سازی شده اولیه دچار تغییر نشده‌اند، لذا احتمال خرابی برای همه نقاط بدون تغییر مانده و فقط کافی است که ناحیه ایمن و نقطه بهینه جدید محاسبه شود (مراحل ۴ و ۵ از بخش پیشنهادی (۴-۱)).

### مرحله ۵- بررسی همگرایی الگوریتم پیشنهادی

به منظور کنترل همگرایی الگوریتم برداری پیشنهادی، معیار حداکثر درصد خطا به صورت زیر ارائه شده است [۳۳ و ۳۴]:

$$\varepsilon_i = \left| \frac{\beta_i^{Med} - \beta_i^T}{\beta_i^T} \right| \times 100 \leq \varepsilon_{max} \quad (16)$$

که در رابطه فوق  $\varepsilon_i$  خطای محاسبه شاخص قابلیت اطمینان  $i$  امین قید احتمالاتی بوده و  $\varepsilon_{max}$  حداکثر خطای مجاز است که در این تحقیق ۱٪ فرض شده است. بنابراین، مراحل ۲ تا ۵ از این بخش، تا ایجاد همگرایی کامل الگوریتم باید تکرار شود. لازم به ذکر است که در کلیه مراحل روش پیشنهادی، نیاز به انجام شبیه‌سازی جدید نبوده و تمامی مراحل تا ایجاد همگرایی کامل، تنها با یک شبیه‌سازی انجام می‌گیرد. با توجه به

متغیرهای مقاومت مصالح و همچنین ابعاد سازه‌ای نظیر مقاومت تسلیم فولاد، قطر میل‌گرد، ابعاد تیر و ستون کمتر از ۲ درصد است؛ بهتر است که انحراف معیار فرضی مقدار کمی باشد تا الگوریتم سریع‌تر به همگرایی برسد. حتی اگر میزان انحراف معیار در نظر گرفته شده مناسب نباشد، این امکان وجود دارد تا فرض اولیه را اصلاح نمود. بدین منظور، ابتدا الگوریتم با یک مقدار فرضی برای انحراف معیار متغیرهای غیرتصادفی اجرا شده و جواب بهینه اولیه ( $d^*$ ) محاسبه می‌شود. حال با توجه به نکته اشاره شده، می‌توان یک مقدار مناسب برای انحراف معیار فرضی در نظر گرفت

$$\sigma_d = (0.01 \sim 0.02) \times d^*$$

### مرحله ۲- محاسبه بردار خطا در محاسبه شاخص قابلیت اطمینان

واضح است که نقطه طراحی به دست آمده در مرحله قبلی تقریبی بوده و تصادفی فرض کردن متغیرهای قطعی موجب ایجاد خطا خواهد شد. از طرفی، میزان خطای ناشی از تصادفی در نظر گرفتن متغیرهای قطعی را می‌توان با محاسبه شاخص قابلیت اطمینان مسأله در دو حالت زیر محاسبه نمود [۳۳ و ۳۴]:

(۱) در مدل اصلی

(۲) در مدل فرضی که متغیرهای قطعی غیرتصادفی به صورت متغیر تصادفی نرمال با ضریب تغییرات کم فرض شده‌اند.

چنانچه از روش دقیق شبیه‌سازی مونت-کارلو جهت محاسبه شاخص قابلیت اطمینان مدل اصلی ( $\beta^{Med}$ ) و مدل فرضی ( $\beta^{Dis}$ ) استفاده شود؛ خطای ناشی از تصادفی فرض کردن متغیرهای قطعی به صورت زیر قابل محاسبه است:

$$S_i = \beta_i^{Med} - \beta_i^{Dis} \quad (14)$$

که در اینجا  $S_i$  خطای ناشی از تصادفی فرض کردن متغیرها در محاسبه شاخص قابلیت اطمینان  $i$  امین قید احتمالاتی بوده؛  $\beta_i^{Med}$  و  $\beta_i^{Dis}$  به ترتیب شاخص قابلیت اطمینان مدل اصلی و مسأله فرضی هستند که به ترتیب با فرض قطعی بودن و تصادفی

توضیحات ارائه شده در بخش‌های (۱-۴) و (۲-۴)، مراحل الگوریتم ترکیبی پیشنهادی جهت طراحی بهینه بر مبنای قابلیت اطمینان، در شکل (۷) ارائه شده است.

## ۵- مثال‌ها و بررسی نتایج

به منظور ارزیابی دقت و توانمندی روش پیشنهادی، چهار مسأله بهینه‌سازی بر مبنای قابلیت اطمینان با توابع شرایط حدی پیچیده مورد ارزیابی قرار گرفته است. برای هر مثال، پاسخ حاصل از روش پیشنهادی با نتایج حاصل از روش متداول شبیه‌سازی وزنی و همچنین روش‌های دو حلقه‌ای RIA و PMA، روش تک حلقه‌ای SLSV و روش جداساز SORA مورد مقایسه قرار گرفته است.

### مثال ۱- طرح بهینه مستهلک کننده انرژی ضربه خودرو

به عنوان اولین مثال، طرح بهینه سیستم تعلیق و مستهلک کننده انرژی ضربه خودرو (شکل (۸))، مورد بررسی قرار گرفته است [۳۲ و ۳۵ و ۳۶]. در مسأله حاضر، هدف بهینه ساختن مقدار مربع میانگین شتاب ارتعاش عمودی ( $\ddot{z}$ ) بدنه خودرو است؛ در حالی که قیود احتمالاتی مرتبط با: (۱) حد پایین توانایی در مسیر نگاه داشتن خودرو، (۲) حد بالای زاویه غلتش، (۳) حد بالای جابه‌جایی دینامیک تعلیقی (برای جلوگیری از ضربه خوردن سپر) و (۴) حد پایین سختی لاستیک است (زیرا عمر لاستیک تابعی از سختی آن است). مسأله طراحی در رابطه (۱۷) ارائه شده است که در آن کلیه پارامترهای سختی  $c$  (kg/cm)، سختی لاستیک  $c_k$  (kg/cm) و ضرایب استهلاک  $k$  (kg/cm s) به عنوان متغیرهای طراحی نرمال با انحراف معیار معادل ۱۰ در نظر گرفته شده‌اند:

$$\begin{aligned} \text{Find} \quad & d = \{c, c_k, k\} \\ \text{Minimize:} \quad & \ddot{z}^T = \left( \pi AV / m^2 \right) \left( c_k k + (M+m) c^T k^{-1} \right) \\ \text{Subject to:} \quad & P_f [G_i(d) \geq 0] \leq P_f^*; \quad i = 1, \dots, 4. \end{aligned} \quad (17)$$

که در اینجا:

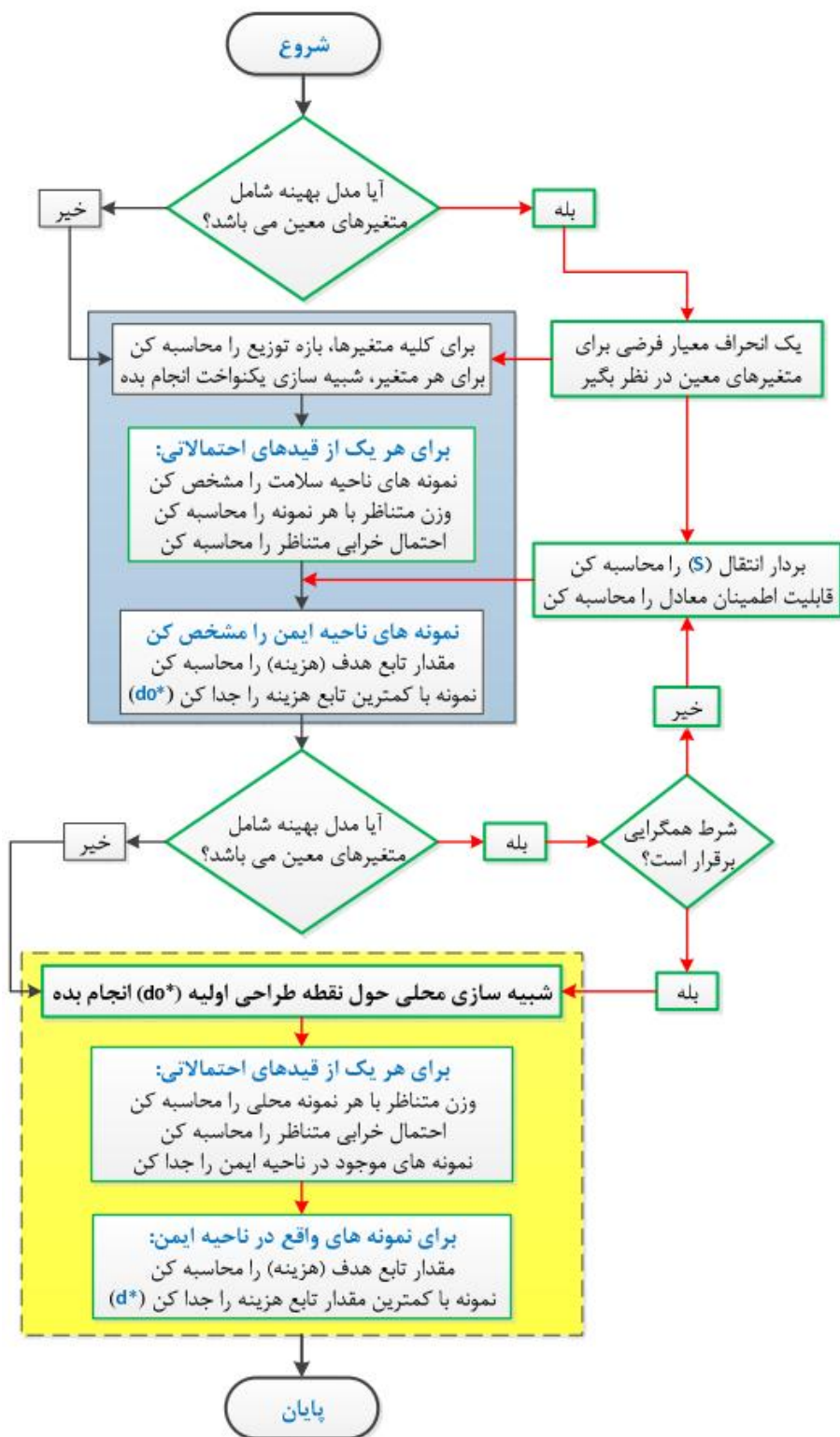
$$\begin{aligned} G_1 &= 1 - \left( \frac{\pi AV}{b \cdot g^T k} \right) \left( \left( \frac{c_k}{M+m} - \frac{c}{M} \right)^2 + \frac{c^2}{Mm} + \frac{c_k k^2}{M^T m} \right), \\ G_2 &= 1 - \sqrt[5]{\frac{4000c(Mg)^{-1/5} - 1}{6394}}, \\ G_3 &= 1 - \sqrt[5]{(Mg)^{-0.5} \left( k^2 c_k c^{-1} (M+m)^{-1} + c \right)}, \\ G_4 &= 1 - c_k^{-1} \times (g(M+m))^{0.877} \end{aligned} \quad (18)$$

سایر پارامترهای مورد استفاده نیز به صورت زیر است:

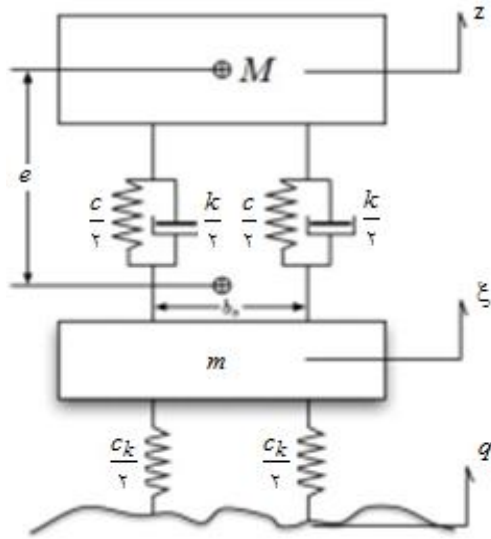
$$\begin{aligned} A &= 1 \text{ (cm}^3/\text{cycle m)}, \quad b = 0.27, \quad M = 3/266 \text{ (kg s}^2/\text{cm)}, \\ V &= 10 \text{ (m/s)}, \quad m = 0.8158 \text{ (kg s}^2/\text{cm)} \end{aligned}$$

برای این مثال، مرجع [۳۶] برای احتمال خرابی هدف ۰/۱۵ پاسخ بهینه  $(c^*, c_k^*, k^*) = (400/98, 1451/7, 31/56)$  را با احتمال خرابی ٪ ۱۵/۰۵ ارائه نموده، ولی برای احتمال خرابی کمتر از ارائه جواب ناتوان بوده است. جهت اثبات دقت و صحت روش پیشنهادی، جواب بهینه برای دو سطح خرابی هدف ۰/۰۵ و ۰/۰۰۵ در جدول (۱) ارائه شده است. بدین منظور یک مرحله شبیه‌سازی با ۵۰۰۰ نمونه انجام شده و جواب بهینه برای سطح خرابی هدف ۰/۰۵ محاسبه شده است (با به کارگیری استراتژی اول برای تولید ۱۰۰۰ نمونه محلی حول نقطه طراحی). سپس سطح خرابی هدف به مقدار ۰/۰۰۵ کاهش داده شده و با استفاده از ویژگی انعطاف‌پذیری روش شبیه‌سازی وزنی (رابطه (۱۲) از بخش (۳-۱)) جواب‌های بهینه جدید بدون انجام شبیه‌سازی مجزا محاسبه شده است.

با توجه به نتایج ارائه شده در جدول (۱)، مشخص است که نقطه طراحی به دست آمده (با به کارگیری ۱۵۰۰۰ نمونه) با روش سنتی شبیه‌سازی وزنی [۳۲]، تقریبی بوده و غیراقتصادی نیز است. برای سطح خرابی ۰/۰۰۵، روش پیشنهادی تنها با تولید ۵۰۰۰ نمونه یکنواخت و ۱۰۰۰ نمونه محلی حول نقطه طراحی اولیه، جواب بهینه را با ٪ ۱/۴۸ کاهش در تابع هزینه نسبت به روش سنتی شبیه‌سازی وزنی تخمین زده است. به کارگیری استراتژی تولید نمونه محلی در



شکل ۷- مراحل روش پیشنهادی جهت طراحی بهینه بر مبنای قابلیت اطمینان



شکل ۸- سیستم مستهلک کننده انرژی ضربه در بدنه خودرو

جدول ۱- خلاصه نتایج طراحی بهینه برای مثال مستهلک کننده انرژی ضربه خودرو

احتمال خرابی هدف ( $P_f^*$ )		نتایج طراحی	روش
۰/۰۰۵	۰/۰۵		
$c = 423/2421$	$c = 408/00$	متغیرهای طراحی	شبیه‌سازی وزنی [۳۲]
$c_k = 1479/907$	$c_k = 1461/859$		
$k = 46/9763$	$k = 37/5761$		
$401592969/82$	$343599437/22$	تابع هزینه	
$Pf_r = 0/004940$	$Pf_r = 0/049861$	احتمال خرابی	
تعداد نمونه: ۱۵۰۰۰ نمونه یکنواخت شبیه‌سازی شده است.			
$c = 416/747$	$c = 407/077$	متغیرهای طراحی	مطالعه حاضر
$c_k = 1467/48$	$c_k = 1457/983$		
$k = 46/8156$	$k = 37/5765$		
$395731942/428$	$343528132/432$	تابع هزینه	
$Pf_r = 0/004979$	$Pf_r = 0/05001$	احتمال خرابی	
تعداد نمونه: ۵۰۰۰ نمونه یکنواخت و ۱۰۰۰ نمونه محلی استفاده شده است.			

مثال ۲- مسأله طراحی بهینه با متغیرهای طراحی معین  
 برای نشان دادن دقت روش پیشنهادی جهت بررسی مسائل کلی طراحی بهینه بر مبنای قابلیت اطمینان، در مثال حاضر مسأله طراحی شامل دو متغیر تصادفی نرمال  $\{X_1, X_2\}$  با میانگین

این مثال، علاوه بر افزایش دقت روش شبیه‌سازی وزنی، کاهش حجم محاسبات را نیز به همراه داشته است (فراخوانی تابع شرایط حدی در مقایسه با روش شبیه‌سازی وزنی به یک سوم کاهش یافته است).

$\{0/3$  و  $0/5\}$  و انحراف معیار  $\{0/9$  و  $1/5\}$  و همچنین دو متغیر طراحی غیرتصادفی  $\{d_1, d_2\}$ ، با تابع شرایط حدی غیرخطی مورد بررسی قرار گرفته است [۲۹]:

$$\text{Find } 0 \leq d = \{d_1, d_2\} \leq 10$$

$$\text{Minimize: } C = d_1^2 + d_2^2$$

$$\text{Subject to: } P_f [G(X, d) \geq 0] \leq \Phi(-\beta^T); \quad \beta^T = 2/32.$$

(۱۹)

برای این مثال، جواب بهینه برای دو تابع شرایط حدی متفاوت به صورت زیر مورد بررسی قرار گرفته است:

$$G_1(X, d) = X_1 - \frac{1}{5} d_1 d_2 X_2^2 \quad \text{تابع شرایط حدی اول:}$$

$$G_2(X, d) = \ln(X_1) - d_1 d_2 X_2 \quad \text{تابع شرایط حدی دوم:}$$

از آنجا که متغیرهای طراحی از نوع معین (غیر تصادفی) هستند، حل مسأله با استفاده از روش سنتی شبیه‌سازی وزنی [۳۲] امکان‌پذیر نبوده؛ لذا از استراتژی پیشنهادی دوم (بخش (۴-۲)) به همراه جستجوی محلی در نقطه طراحی، جهت حل این مسأله استفاده شده است. برای هر دو تابع شرایط حدی مورد بررسی، ۲۵۰۰۰ نمونه یکنواخت به همراه ۱۰۰۰ نمونه محلی شبیه‌سازی شده و همگرایی نتایج حاصل از سه مرتبه تکرار الگوریتم پیشنهادی در جدول (۲) مورد بررسی قرار گرفته است. با توجه به اینکه اطلاعاتی از پاسخ بهینه در دسترس نیست، می‌توان انحراف معیار فرضی را در محدوده کمتر از ۰/۰۱ الی ۰/۰۵ برابر کران بالا ( $d^u=10$ ) یا کران متوسط ( $d^{ave}=5$ ) متغیرهای طراحی در نظر گرفت. همچنین، از نکات اشاره شده در مرحله اول بخش (۴-۲) نیز می‌توان بهره گرفت.

جهت اثبات دقت روش، خلاصه نتایج به دست آمده از چهار مقدار متفاوت برای انحراف معیار متغیرهای طراحی در جدول (۲) ارائه شده و با نتایج حاصل از روش‌های مرتبه اول قابلیت اطمینان [۲۹] مقایسه شده است.

برای هر یک از مقادیر انحراف معیار در نظر گرفته شده، ابتدا پاسخ بهینه تقریبی با استفاده از روش شبیه‌سازی وزنی محاسبه شد (با توجه به توضیحات بخش (۴-۲)). سپس،

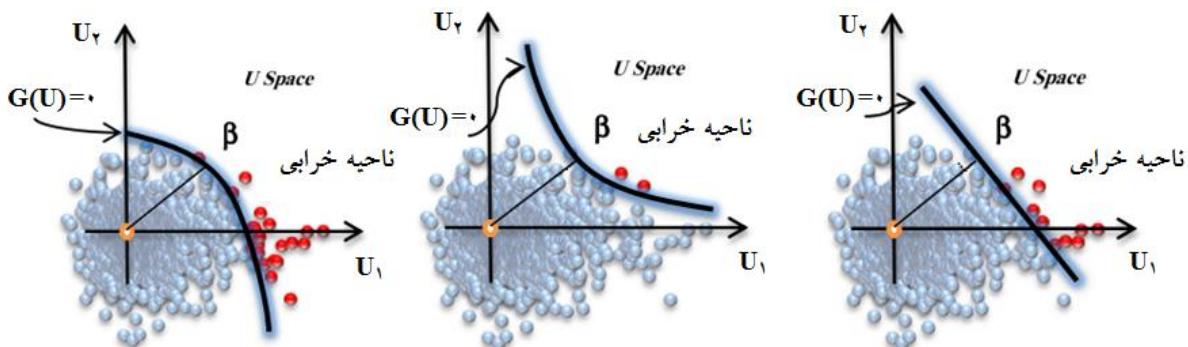
شاخص قابلیت اطمینان مسأله در دو حالت: (۱) با در نظر گرفتن عدم قطعیت (Dis) و (۲) بدون در نظر گرفتن انحراف معیار متغیرهای طراحی (Med) محاسبه شد. در ادامه، شاخص قابلیت اطمینان هدف معادل محاسبه شده و نقطه بهینه جدید به دست آمد. مراحل فوق تا ایجاد همگرایی به شاخص قابلیت اطمینان هدف تکرار شد. با توجه به نتایج جدول (۲) مشخص است که برای کلیه مقادیر انحراف معیار فرضی، درصد خطای محاسباتی الگوریتم پیشنهادی در تکرارهای متوالی کاهش یافته و تنها پس از ۲ مرحله اجرای الگوریتم، می‌توان با دقت قابل قبولی به جواب بهینه رسید. لازم به ذکر است که در اینجا، مقادیر انحراف معیار فرض شده نسبت به پاسخ بهینه مسأله نسبتاً زیاد بوده است؛ به نحوی که ضریب تغییرات حداقل و حداکثر در نظر گرفته شده برای توابع شرایط حدی اول و دوم به ترتیب برابر با (۸/۵ و ۱۲) و (۷/۵ و ۱۵) درصد هستند. در حالت کلی با انتخاب ضریب تغییرات کمتر (ترجیحاً کمتر از ۰/۰۲) می‌توان با سرعت و دقت بالاتری به جواب بهینه دست یافت.

نتایج به دست آمده از روش پیشنهادی، ضمن ارضای سطح ایمنی در نظر گرفته شده، تابع هدف بهینه کمتری نسبت به روش‌های مرتبه اول [۲۹]، ارائه کرده است (به ترتیب ۳/۴٪ و ۲/۳٪ برای قید اول و دوم). به دلیل ضعف روش‌های مرتبه اول قابلیت اطمینان در بررسی مسائل با قیود غیرخطی، نتایج به دست آمده از این روش‌ها غیراقتصادی و محافظه کارانه است. به طور کلی روش‌های مرتبه اول قابلیت اطمینان در بررسی مسائل با قیدهای به صورت محدب (یا مقعر)، احتمال خرابی را کمتر (یا بیشتر) از مقدار واقعی تخمین می‌زنند (شکل (۹)). بنابراین نتایج حاصل از این روش‌ها در بررسی قیدهای محدب و مقعر به ترتیب غیرایمن یا غیراقتصادی خواهد بود [۳۲]. از طرفی چنانچه از روش مونت- کارلو جهت ارزیابی دقیق قیدهای احتمالاتی مسأله استفاده شود، حداقل به ۲۰۰,۰۰۰ نمونه در هر سیکل بهینه‌سازی نیاز است؛ که موجب افزایش

جدول ۲- خلاصه نتایج طراحی بهینه برای مثال (۲) با متغیرهای طراحی معین

روش های مرتبه اول [۲۹] RIA, PMA, SLA, SORA	تکرار سوم	تکرار دوم	تکرار اول	نتایج طراحی	انحراف معیار فرضی
$d = (۶۵/۵, ۶۵/۵)$	$(۵/۳۵۸۵, ۵/۷۶۹۸)$	$(۵/۳۶۱۳, ۵/۸۷۴۲)$	$(۶۵/۴۷۳, ۵/۷۲۶۸)$	متغیرهای طراحی	
$C = ۶۳/۸۸$	۶۱/۷۹۰۹	۶۳/۲۵۰۴	۶۶۴/۸۸۷	تابع هدف	تابع شرایط حدی اول
$MCS = (۲/۳۳۷۱)$	$(۲/۳۰۹۶, ۲/۳۲۰۲)$	$(۲/۳۱۶۳, ۲/۳۳۰۴)$	$(۲/۳۳۲۹, ۲/۳۴۳۴)^*$	شاخص اطمینان*	$\sigma_d = [۰/۵, ۰/۵]$
$\varepsilon = ۰/۷۴ \%$	۰/۰۰۹ %	۰/۴۵ %	۱/۰۱ %	درصد خطا (ε)	
$d = (۶۵/۵, ۶۵/۵)$	$(۵/۳۳۱۸, ۵/۷۵۱۲)$	$(۵/۳۳۹۸, ۵/۸۴۶۷)$	$(۵/۴۷۳۱, ۵/۸۹۰۷)$	متغیرهای طراحی	
$C = ۶۳/۸۸$	۶۱/۹۳۲۵	۶۶۲/۹۶۷	۶۶۴/۵۵۲	تابع هدف	تابع شرایط حدی دوم
$MCS = (۲/۳۳۷۱)$	$(۲/۲۹۸۶, ۲/۳۲۰۵)$	$(۲/۳۰۲۵, ۲/۳۲۵۱)$	$(۲/۳۲۱۲, ۲/۳۴۰۶)$	شاخص اطمینان	$\sigma_d = [۰/۷, ۰/۷]$
$\varepsilon = ۰/۷۴ \%$	۰/۰۲۱ %	۰/۲۲ %	۰/۸۹ %	درصد خطا (ε)	
$d = (۱/۳۵, ۱/۳۵)$	$(۱/۲۸۰۹, ۱/۳۹۶۱)$	$(۱/۳۷۱۵, ۱/۳۱۳۱)$	$(۱/۲۳۶۲, ۱/۴۴۶۰)$	متغیرهای طراحی	تابع شرایط حدی دوم
$C = ۶۳/۷$	۳/۵۸۹۸	۶۳/۰۵۲	۶۳/۱۹۲	تابع هدف	تابع شرایط حدی دوم
$MCS = (۲/۳۴۰۶)$	$(۲/۲۹۳۴, ۲/۳۲۰۱)$	$(۲/۳۰۰۲, ۲/۳۲۶۴)$	$(۲/۲۹۳۸, ۲/۳۲۱۵)$	شاخص اطمینان	$\sigma_d = [۰/۱, ۰/۱]$
$\varepsilon = ۰/۸۹ \%$	۰/۰۰۴ %	۰/۲۷ %	۰/۰۶۵ %	درصد خطا (ε)	
$d = (۱/۳۵, ۱/۳۵)$	$(۱/۲۹۴۱, ۱/۳۸۱۶)$	$(۱/۳۹۰۳, ۱/۳۲۰۵)$	$(۱/۳۶۶۱, ۱/۴۳۰۵)$	متغیرهای طراحی	تابع شرایط حدی دوم
$C = ۳/۶۷$	۳/۵۸۳۵	۶۳/۷۶۶	۳/۹۱۲۶	تابع هدف	تابع شرایط حدی دوم
$MCS = (۲/۳۴۰۶)$	$(۲/۱۹۰۴, ۲/۳۲۰۹)$	$(۲/۲۲۵۱, ۲/۳۴۶۳)$	$(۲/۳۰۳۸, ۲/۴۰۶۶)$	شاخص اطمینان	$\sigma_d = [۰/۲, ۰/۲]$
$\varepsilon = ۰/۸۹ \%$	۰/۰۳۹ %	۱/۱۳ %	۳/۷۳ %	درصد خطا (ε)	

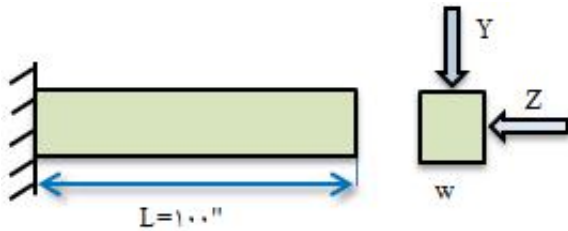
\* (-,-) = (Dis, Med).



شکل ۹- مقایسه بین احتمال خرابی مونت- کارلو و روش مرتبه اول قابلیت اطمینان برای تابع شرایط حدی محدب و مقعر

(رنگی در نسخه الکترونیکی)





شکل ۱۰- تیر طره تحت بارگذاری عرضی

جدول ۳- پارامترهای آماری و متغیرهای تصادفی مثال (۳)

متغیر تصادفی	تابع توزیع	میانگین	انحراف معیار
X (psi)	نرمال	۴۰۰۰۰	۲۰۰۰
Y (lb)	نرمال	۱۰۰۰	۱۰۰
Z (lb)	نرمال	۵۰۰	۱۰۰
E (psi)	نرمال	$29 \times 10^6$	$1/45 \times 10^6$

$(w^*, t^*) = (2/4575, 3/8752)$  و مقدار بهینه تابع هدف  $C^* = 9/5233$  را با دقت بسیار زیادی (تنها با ۰/۰۰۳٪ خطا نسبت به حل دقیق ارائه شده در مرجع [۳۷]) تخمین زده است.

#### مثال ۴- طراحی بهینه خرابای مسطح

به‌عنوان آخرین مثال، طراحی بهینه خرابای مسطح ۱۰ عضوی با مدول الاستیسیته (E)، جرم مخصوص ( $\rho = 0.1 \text{ lb/in}^3$ ) تحت بارهای متمرکز تصادفی (P) در گره‌های ۲ و ۴، مطابق شکل (۱۱) مورد بررسی قرار گرفته است. متغیرهای طراحی تصادفی مسأله شامل سطح مقطع میله‌ها ( $A_i$ ) بوده و تابع هدف کمینه کردن وزن خرپا (W) تحت قید جابه‌جایی حداکثر گره ۲ است ( $U_{\max} = 2$ ). مشخصات آماری متغیرهای تصادفی و همچنین متغیرهای طراحی برای این مثال در جدول (۵) ارائه شده است. مسأله طراحی بهینه مبتنی بر قابلیت اطمینان خرپا به‌صورت زیر است [۳۹-۴۱]:

$$\begin{aligned} \text{Find} \quad & d = \{A_1, A_2, \dots, A_{10}\} \\ \text{Minimize:} \quad & W = \rho \sum_{i=1}^{10} (A_i \times L_i) \\ \text{Subject to:} \quad & P_f [U_p - 2(\text{in}) \geq 0] \leq \Phi(-\beta^T) \end{aligned} \quad (22)$$

شدید هزینه محاسباتی می‌شود. لازم به ذکر است که، نتایج ارائه شده تنها با یک مرحله شبیه‌سازی و با استفاده از ویژگی انعطاف‌پذیری روش پیشنهادی محاسبه شده‌اند.

#### مثال ۳- طراحی بهینه تیر طره

به‌عنوان مثال دیگر جهت اثبات دقت روش پیشنهادی، طرح بهینه تیر طره فولادی (شکل (۱۰)) به طول  $L=100$  عرض (w)، و ارتفاع (t)، با ۴ متغیر تصادفی شامل: مقاومت تسلیم (X)، بار قائم (Y) و افقی (Z)، و مدول الاستیسیته (E) با مشخصات آماری مطابق جدول (۳)، مورد بررسی قرار گرفته است. تابع هدف مسأله، کمینه کردن وزن تیر تحت قیدهای قابلیت اطمینان جابه‌جایی و تنش حداکثر، مطابق روابط زیر است [۳۷]:

$$\begin{aligned} \text{Find} \quad & d = \{w, t\} \\ \text{Minimize:} \quad & C = w \times t \\ \text{Subject to:} \quad & P_f [G_i(d) \geq 0] \leq \Phi(-\beta^T); \quad i = 1, 2. \end{aligned} \quad (20)$$

که در اینجا:

$$\begin{aligned} G_1(w, t, X, Y, Z) &= \left( \frac{600}{wt^2} Y + \frac{600}{w^2 t} Z \right) - X, \\ G_2(w, t, Y, Z, E) &= \frac{4L^3}{Ewt} \sqrt{\left( \frac{Y}{t} \right)^2 + \left( \frac{Z}{w} \right)^2} - D. \end{aligned} \quad (21)$$

خلاصه نتایج بهینه‌سازی برای سطح ایمنی هدف  $\beta^T = 3$  و  $D_0 = 2/5$ ، در جدول (۴) ارائه شده است. برای این مثال مرجع [۳۸] با استفاده از روش جداساز، نقطه طراحی  $(w^*, t^*) = (2/1812, 4/3625)$  را با مقدار تابع هدف بهینه  $C^* = 9/5156$  ارائه کرده است.

همان‌طور که در جدول (۴) نشان داده شده، در حالی‌که جواب بهینه ارائه شده توسط مرجع [۳۸] سطح ایمنی هدف را ارضا نکرده و غیرایمن است (با توجه به توضیحات ذکر شده در مثال قبلی): روش پیشنهادی تنها با ۱۵۰۰۰ شبیه‌سازی یکنواخت و تولید ۱۰۰۰ نمونه محلی، نقطه دقیق طراحی

جدول ۴- خلاصه نتایج بهینه‌سازی مثال (۳). با فرض انحراف معیار ۰/۰۵ برای متغیرهای طراحی

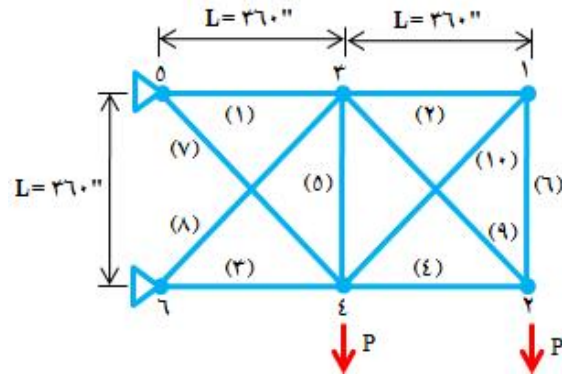
نتایج طراحی	تکرار اول	تکرار دوم	تکرار سوم	روش جداساز [۳۸]	حل دقیق [۳۷]
متغیرهای طراحی	(۲/۴۷۴۵, ۳/۸۶۸۷)	(۶۲/۱۴۵, ۶۳/۴۳۶)	(۲/۴۵۷۵, ۳/۸۷۵۲)	d=(۲/۱۸۱۲, ۴/۳۶۲۵)	d=(۲/۴۵۷۳, ۳/۸۷۴۳)
تابع هدف	۹/۵۷۰۷	۹/۵۲۶۴	۹/۵۲۳۳	C=۹/۵۱۵۶	C=۹/۵۲۰۳
شاخص قابلیت اطمینان	(۲/۸۸۵۹, ۳/۰۸۱۰)*	(۲/۸۰۴۳, ۲/۹۸۳۹)	(۲/۸۲۱۹, ۳/۰۰۴۲)	$\beta_1^{MCS} = ۲/۹۱۹۵$	$\beta_1^{MCS} = ۳/۰۰۰۰$
	(۶۳/۴۵۲, ۴/۰۵۵۶)	(۴/۰۲۰۸, ۴/۴۵۴۷)	(۳/۵۲۹۹, ۳/۹۳۹۴)	$\beta_2^{MCS} = ۲/۳۱۶۰$	$\beta_2^{MCS} = ۳/۹۴۷۸$
درصد خطا (ε)	۲/۶۷٪**	۰/۵۴٪	۰/۱۴٪	ε=۲۲/۴۷٪	ε=۰/۰۰٪

تعداد نمونه: ۱۵۰۰۰ نمونه یکنواخت و ۱۰۰۰ نمونه محلی شبیه‌سازی شده است.

\*(-,-) = ( $\beta_i^{Dis}$ ,  $\beta_i^{Med}$ ).

مورد مقایسه قرار گرفته است. در این جدول، پارامترهای  $d^*$  و  $d^*$  مقادیر متناظر با پاسخ بهینه روش شبیه‌سازی وزنی، به ترتیب قبل و بعد از به‌کارگیری استراتژی جستجوی محلی هستند، که با تولید ۱۱۵،۰۰۰ نمونه شبیه‌سازی شده یکنواخت و ۲۵۰،۰۰۰ نمونه محلی، محاسبه شده‌اند. ابتدا پاسخ بهینه برای  $\beta^T=۲/۵$  محاسبه شده و سپس سطح قابلیت اطمینان هدف به ۳/۰ افزایش داده شد. جهت محاسبه پاسخ بهینه برای  $\beta^T=۳/۰$  باید نقاط موجود در ناحیه سلامت که سطح ایمنی جدید را ارضا می‌کنند، از لیست نمونه‌های سالم اولیه مجزا شده و سپس پاسخ تقریبی جدید محاسبه شود. بنابراین، بدون نیاز به فراخوانی مجدد تابع شرایط حدی (بدون نیاز به تحلیل مجدد سازه) و فقط با انجام شبیه‌سازی محلی مجزا، می‌توان پاسخ بهینه متناظر با سطح ایمنی جدید را محاسبه نمود. با مقایسه تابع هدف متناظر با نقاط بهینه تقریبی ( $d^*$ ) و همچنین پاسخ بهینه دقیق ( $d^*$ )، مشخص است که به‌کارگیری استراتژی جستجوی محلی موجب کاهش تابع هدف بهینه به اندازه ۱/۲۳٪ و ۱/۸۶٪ به ترتیب در سطوح قابلیت اطمینان هدف ۲/۵ و ۳/۰ شده است.

همچنین، با توجه به نتایج ارائه شده در جدول (۶) مشخص است که روش‌های گرادیانی RIA، PMA و SORA به جواب‌های غیرایمن همگرا شده‌اند، چرا که جواب بهینه حاصل



شکل ۱۱- خرپای مسطح ۱۰ عضوی

جدول ۵- پارامترهای آماری و متغیرهای تصادفی مثال (۴)

متغیر تصادفی	تابع توزیع	میانگین	ضریب تغییرات
$A_i$ (in <sup>2</sup> )	نرمال	متغیر طراحی است	۰/۰۵
P (lb)	نرمال	۱۰ <sup>۵</sup>	۰/۰۵
E (psi)	نرمال	۱۰ <sup>۷</sup>	۰/۰۵

این مسأله برای دو سطح قابلیت اطمینان هدف (۳/۰ و  $\beta^T=۲/۵$ ) مورد بررسی قرار گرفته و نتایج به‌دست آمده از روش پیشنهادی با نتایج روش‌های دو حلقه‌ای RIA و PMA از مرجع [۳۹]، روش ترکیبی FORM و الگوریتم ژنتیک (FORM-GA) [۴۰] و همچنین روش جداساز SORA [۴۱]، در جدول (۶)

جدول ۶- خلاصه نتایج بهینه‌سازی برای طراحی بهینه خرپای مسطح (مثال (۴))

مطالعه حاضر		سطح ایمنی هدف ۳/۰				سطح ایمنی هدف ۲/۵				
مطالعه حاضر		FORM-GA	SORA	PMA	RIA	مطالعه حاضر		FORM-GA		
d*	d*	[۴۰]	[۴۱]	[۳۹]	[۳۹]	d*	d*	[۴۰]		
۳۷/۳۱۶	۳۸/۰۹۸	۳۴/۳۵۲	۳۹/۳۹	۳۹/۱۶	۳۸/۵۱	۳۵/۰۰	۳۴/۸۴۸	۳۴/۳۵۲	A <sub>۱</sub> (in <sup>۲</sup> )	
۰/۱	۰/۱۱۶	۰/۱	۰/۱	۰/۱	۰/۱	۰/۱	۰/۱۲۷	۰/۱	A <sub>۲</sub>	
۲۸/۱۱۸	۶۲۸/۲۲	۶۲۹/۸۳	۲۷/۰۳	۶۲۷/۷	۲۶/۸۸	۲۹/۴۱۲	۲۹/۹۷۳	۲۸/۷۲۹	A <sub>۳</sub>	
۱۹/۵۱۶	۱۹/۷۶۵	۲۶/۲۷۵	۱۸/۹۹	۱۹/۱۶	۱۹/۰۷	۱۹/۵۱۱	۱۹/۹۳۶	۱۸/۷۷۷	A <sub>۴</sub>	
۰/۱	۰/۱۳۴	۰/۱	۰/۱	۰/۱	۰/۱	۰/۱	۰/۱۲۱	۰/۱	A <sub>۵</sub>	
۰/۱	۰/۱۲۶	۰/۱	۰/۱	۰/۱	۰/۱	۰/۱	۰/۱۳۶	۰/۱۳۴	A <sub>۶</sub>	
۳/۲۰۸	۳/۵۶۹	۳/۳۳۷	۳/۱۹	۶۲/۴	۶/۱۸	۳/۱۹۰	۳/۲۵۳	۶۶/۷۸	A <sub>۷</sub>	
۲۸/۰۱۵	۲۸/۳۸۱	۲۸/۳۵۴	۲۸/۲۲	۲۸/۰۳	۲۷/۳۵	۲۶/۵۵۵	۲۶/۹۲۴	۲۵/۹۶۸	A <sub>۸</sub>	
۲۸/۱۹۱	۲۸/۵۳۶	۲۶/۱۳۸	۲۷/۲۴	۲۷/۴۹	۲۷/۱۳	۲۶/۳۹۳	۲۶/۷۰۴	۶۲۶/۸۴	A <sub>۹</sub>	
۰/۱	۰/۱۱۷	۰/۱	۰/۱	۰/۱	۰/۱	۰/۱	۰/۱۳۲	۰/۱	A <sub>۱۰</sub>	
۶۰۹۹/۰	۶۲۱۲/۴	۶۲۱۱/۳	۶۰۷۶/۷۲	۶۰۷۲/۱	۶۶۱۴۴/	۵۸۹۵/۲	۵۹۶۷/۷	۵۹۸۸/۰۴	W(lb)	
۳/۰۱	۳/۱۶۱	۳/۰۳۲	۲/۹۸۶	۲/۹۴۲	۲/۹۶۷	۲/۵۰۱	۲/۵۶۷	۲/۵۱	β <sup>MCS</sup>	

بر مبنای قابلیت اطمینان ارائه شده است که ضمن کاهش حجم محاسبات، نتایج دقیق‌تری نسبت به روش سنتی شبیه‌سازی وزنی ارائه می‌کند. همچنین، با معرفی الگوریتم پیشنهادی شبیه‌سازی برداری، امکان استفاده از روش شبیه‌سازی وزنی جهت بررسی مسائل کلی بهینه‌سازی شامل متغیرهای غیرتصادفی نیز فراهم شده است.

توانمندی و دقت روش ارائه شده با بررسی مسائل مختلف در قالب طرح بهینه مستهلک کننده ضربه خودرو، مسأله طراحی ریاضی با قیدهای بسیار غیرخطی، طرح بهینه تیر طره فولادی با تابع شرایط حدی پیچیده و همچنین طراحی بهینه خرپای مسطح، مورد ارزیابی قرار گرفته است. نتایج بیانگر دقت بالا و توانایی روش پیشنهادی در حل مسائل مختلف قابلیت اطمینان و همچنین برتری آن نسبت به روش‌های بهینه‌سازی گرادیانی است.

ویژگی‌های مهم روش پیشنهادی به صورت زیر است:  
با به کارگیری الگوریتم جستجوی محلی در ترکیب با روش

از این روش‌ها سطح ایمنی هدف را ارضا نکرده است. همان‌طور که در قسمت‌های قبلی اشاره شد، ضعف اصلی روش‌های گرادیانی در برخورد با مسائل با قیدهای غیرصریح (مشتق ناپذیر) است. روش‌های فوق برای محاسبه مشتقات تابع شرایط حدی غیرصریح از تکنیک‌های عددی مانند روش اختلاف محدود استفاده می‌کنند، که به شدت دقت الگوریتم را کاهش داده و موجب افزایش هزینه محاسباتی نیز می‌شود. از میان ۴ روش گرادیانی مورد مقایسه، تنها روش ترکیبی FORM-GA به جواب‌های ایمن، ولی با تابع هدفی به اندازه ۱/۵۷٪ و ۱/۸۴٪ بیشتر از نتایج روش پیشنهادی همگرا شده است (به ترتیب برای سطح ایمنی هدف ۲/۵ و ۳/۰).

## ۵- نتیجه گیری

در مقاله حاضر، با ترکیب روش شبیه‌سازی وزنی اصلاح شده با الگوریتم جستجوی محلی (شبیه‌سازی محلی) حول نقطه طراحی، یک روش جدید جهت بررسی مسائل طراحی بهینه

است.

در صورتی که متغیرهای ورودی مسأله تغییر کنند، الگوریتم پیشنهادی تنها با انجام یک مرحله شبیه‌سازی یکنواخت قادر به محاسبه پاسخ بهینه جدید است. در کلیه حالت‌هایی که: (۱) سطح ایمنی هدف تغییر کند، (۲) تابع چگالی احتمال متغیرها تغییر کند و (۳) تعداد متغیرهای طراحی تغییر کند؛ تنها با استفاده از نتایج یک مرحله شبیه‌سازی می‌توان به نتایج بهینه جدید دست یافت. لازم به ذکر است که سایر روش‌های متداول طراحی بهینه بر مبنای قابلیت اطمینان نیازمند تکرار مراحل تحلیل قابلیت اطمینان و سیکل بهینه‌سازی هستند.

شبیه‌سازی وزنی، امکان محاسبه دقیق نقطه طراحی (پاسخ بهینه) با تعداد شبیه‌سازی کمتر و دقت بالاتر نسبت به روش معمول شبیه‌سازی وزنی و همچنین بدون نیاز به استفاده از نگاشت نسبت به روش‌های مرتبه اول قابلیت اطمینان (در فضای اصلی طراحی) فراهم شده است.

برخلاف روش شبیه‌سازی وزنی که محدود به بررسی مسائل بهینه شامل فقط متغیرهای طراحی پیوسته است، الگوریتم ترکیبی پیشنهادی امکان بررسی مسائل کلی بهینه‌سازی شامل هرگونه متغیر طراحی تصادفی و غیرتصادفی (معین) را با دقت بسیار بالاتری نسبت به روش‌های مرتبه اول (به‌خصوص برای توابع شرایط حدی پیچیده و غیرخطی) فراهم ساخته

## واژه‌نامه

1. reliability-based design optimization (RBDO)
2. reliability index
3. first order reliability method (FORM)
4. most probable point (MPP)
5. optimization algorithm
6. second order reliability method (SORM)
7. Monte Carlo simulation (MCS)
8. weighted simulation method (WSM)
9. target failure probability
10. double-loop algorithms
11. decouple approaches
12. single-loop approaches
13. reliability-index approach (RIA)
14. performance measure approach (PMA)
15. design point
16. Gumbel

## مراجع

1. Cornell, C. A., "A Probability Based Structural Code", *Journal of the American Concrete Institute*, Vol. 12, pp. 974-985, 1969.
2. Hasofer, A. M., and Lind, N. C., "Exact and Invariant Second-Moment Code Format", *Journal of the Engineering Mechanics Division ASCE*, Vol. 100, pp. 111-121, 1974.
3. Rackwitz, R., and Fiessler, B., "Structural Reliability under Combined Random Load Sequences", *Computers and Structures*, Vol. 9, pp. 489-494, 1978.
4. Qin, Q., Lin, D., Mei, G., and Chen, H., "Effects of Variable Transformations on Errors in FORM Results", *Reliability Engineering and Systems Safety*, Vol. 91, pp. 112-118, 2006.
5. Fiessler, B., Neumann, H. J., and Rackwitz, R., "Quadratic Limit States in Structural Reliability", *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 105, pp. 661-676, 1979.
6. Choi, S. K., and Grandhi, R. A., *Reliability-Based Structural Design*, Springer, London, 2007.
7. Metropolis, N., and Ulam, S., "The Monte Carlo Method", *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 44, pp. 335-341, 1949.
8. Melchers, R. E., *Structural Reliability Analysis and Prediction*, John Wiley & Sons, Chichester, 1999.
9. Olsson, A., Sandberg, G., and Dahlblom, O., "On Latin Hypercube Sampling for Structural Reliability Analysis", *Structural Safety*, Vol. 25, pp. 47-68, 2003.
10. Ibrahim, Y., "Observations on Applications of Importance Sampling in Structural Reliability Analysis", *Structural Safety*, Vol. 9, pp. 269-281, 1991.
11. Pradlwarter, H. J., and Schuëller, G. I., "Local Domain Monte Carlo simulation", *Structural Safety*, Vol. 32, pp. 275-280, 2010.
12. Au, S. K., Ching, J., and Beck, J. L., "Application of Subset Simulation Methods to Reliability Benchmark Problems", *Structural Safety*, Vol. 29, pp. 183-193, 2007.

13. Miao, F., and Ghosn, M., "Modified Subset Simulation Method for Reliability Analysis of Structural Systems", *Structural Safety*, Vol. 33, pp. 251-260, 2011.
14. Pradlwarter, H. J., Schueller, G. I., Koutsourelakis, P. S., and Charmpis, D. C., "Application of Line Sampling Simulation Method to Reliability Benchmark Problems", *Structural Safety*, Vol. 29, pp. 208-221, 2007.
15. Allaix, D. L., and Carbone, V. I., "An Improvement of the Response Surface Method", *Structural Safety*, Vol. 33, pp. 165-172, 2011.
16. Faulim, J., Juan, A. A., Jose, S. M., and Marquez, E. R., *Simulation Methods for Reliability and Availability of Complex Systems*, Springer, London, 2010.
17. Torrie, G. M., and Valleau, P. J., "Nonphysical Sampling Distribution in Monte Carlo Free-Energy Estimation: Umbrella Sampling", *Journal of Computational Physics*, Vol. 23, pp. 187-199, 1977.
18. Rashki, M., Miri, M., and Azhdary Moghaddam, M. A., "A New Efficient Simulation Method to Approximate the Probability of Failure and Most Probable Point", *Structural Safety*, Vol. 39, pp. 22-29, 2012.
19. Nikolaidis, E., and Burdisso, R., "Reliability Based Optimization: A Safety Index Approach", *Computers & Structures*, Vol. 28, pp. 781-788, 1988.
20. Tu, J., Choi, K. K., and Park, Y. H., "A New Study on Reliability-Based Design Optimization", *Journal of Mechanical Design*, Vol. 121, pp. 557-564, 1999.
21. Ohk, J. L., Yang, Y. S., and Ruy, W. S., "A Comparative Study on Reliability-Index and Target-Performance-Based Probabilistic Structural Design Optimization", *Computers & Structures*, Vol. 80, pp. 257-269, 2002.
22. Mohsine, A., and El Hami, A., "A Robust Study of Reliability-Based Optimization Methods under Eigen-Frequency", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 199, pp. 1006-1018, 2010.
23. Dubourg, V., Sudret, B., and Bourinet, J. M., "Reliability-Based Design Optimization using Kriging Surrogates and Subset Simulation", *Structural Multidisciplinary Optimum*, Vol. 44, pp. 673-690, 2011.
24. Royset, J. O., Der Kiureghian, A., and Polak, E., "Reliability-Based Optimal Structural Design by the Decoupling Approach", *Reliable Engineering & System Safety*, Vol. 73, pp. 213-221, 2001.
25. Du, X., and Chen, W., "Sequential Optimization and Reliability Assessment Method for Efficient Probabilistic Design", *Journal of Mechanical Design*, Vol. 126, pp. 225-233, 2004.
26. Chen, Z., Qiu, H., Gao, L., and Li, P., "An Adaptive Decoupling Approach for Reliability-Based Design Optimization", *Computers & Structures*, Vol. 117, pp. 58-66, 2013.
27. Yang, T., and Hsieh, Y. H., "Reliability-Based Design Optimization with Discrete Design Variables and Non-Smooth Performance Functions: AB-PSO Algorithm", *Automation in Construction*, Vol. 20, pp. 610-619, 2011.
28. Schueller, G. I., and Jensen, H. A., "Computational Methods in Optimization Considering Uncertainties-An Overview", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 198, pp. 2-13, 2008.
29. Aoues, Y., and Chateauneuf, A., "Benchmark Study of Numerical Methods for Reliability-Based Design Optimization", *Structural Multidisciplinary Optimum*, Vol. 41, pp. 277-294, 2010.
30. Chen, X., Hasselman, T. K., and Neill, D. J., "Reliability Based Structural Design Optimization for Practical Applications", *AIAA Journal*, Vol. 97, pp. 1403-1415, 1997.
31. Shan, S., and Wang, G. G., "Reliable Design Space and Complete Single-Loop Reliability-Based Design Optimization", *Reliable Engineering and System Safety*, Vol. 93, pp. 1218-30, 2008.
32. Rashki, M., Miri, M., and Azhdary Moghaddam, M., "A Simulation-Based Method for Reliability Based Design Optimization Problems with Highly Nonlinear Constraints", *Automation in Construction*, Vol. 47, pp. 24-26, 2014.
33. Madsen, H. O., "Omission Sensitivity Factors", *Structural Safety*, Vol. 5, pp. 35-45, 1988.
34. Hamed, M. M., and Bedient, P. B., "On the Effect of Probability Distributions of Input Variables in Public Health Risk Assessment", *Risk Analysis*, Vol. 17(1), pp. 97-105, 1997.
35. Zhang, Y. M., and Yang, Z., "Reliability-Based Sensitivity Analysis of Vehicle Components with Non-Normal Distribution Parameters", *International Journal of Automotive Technology*, Vol. 10, pp. 181-194, 2009.
36. Hsu, K. S., and Chan, K. Y., "A Filter-Based Sample Average SQP for Optimization Problems with Highly Nonlinear Probabilistic Constraints", *Journal of Mechanical Design*, Vol. 132, pp. 111002-111009, 2010. DOI: 10.1115/DETC2009-86183.
37. Wu, Y. T., Shin, Y., Sues, R., and Cesare, M., "Safety-Factor Based Approach for Probability-Based Design Optimization", *19th AIAA Applied Aerodynamics Conference, Fluid Dynamics and Co-located Conferences*, Anaheim, CA, U.S.A, pp. 1522, 2001.
38. Li, F., Wu, T., Hu, M., and Dong, J., "An Accurate Penalty-Based Approach for Reliability-Based Design Optimization", *Research in Engineering Design*, Vol. 21, pp. 87-98, 2010.
39. Lee, J. O., Yang, Y. S., and Ruy, W. S., "A Comparative Study on Reliability-Index and Target Performance-Based Probabilistic Structural Design

- Optimization”, *Computers & Structures*, Vol. 80, pp. 257-269, 2002.
40. Shayanfar, M., Abbasnia, R., and Khodam, A., “Development of a GA-Based Method for Reliability-Based Optimization of Structures with Discrete and Continuous Design Variables Using OpenSees and Tcl”, *Finite Element Analysis and Design*, Vol. 90, pp. 61-73, 2014.
41. Hu, V. H., Thoi, T. N., Anh, L. L., and Trang, T. N., “An Effective Reliability-Based Improved Constrained Differential Evolution for Reliability-Based Design Optimization of Truss Structures”, *Advances in Engineering Software*, Vol. 92, pp. 48-56, 2016.