## مطالعهٔ عددی انتقال حرارت جابهجایی طبیعی نانوسیال در یک محیط متخلخل مربعی شکل با استفاده از روش شبکه بولتزمن

احمدرضا رحمتی <sup>\*</sup> و رضا حاج زمان دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه کاشان

(دریافت مقاله: ۱۳۹۴/۱۰/۲۱ – دریافت نسخه نهایی: ۱۳۹۴/۱۰/۲۹) DOI: 10.18869/acadpub.jcme.35.2.47

چکیده – در این تحقیق برای اولین بار انتقال حرارت جابهجایی طبیعی نانوسیال آب- اکسید آلومینیوم با خـواص ثابت و متغیـر در محـیط متخلخل مربعی شکل با استفاده از روش شبکه بولتزمن بررسی میشود. دیوارههای افقی محفظه عایق بوده و دیوارهٔ عمودی سمت چـپ گـرم و دیواره عمودی سمت راست سرد است. مطالعه در اعداد رایلی <sup>۲</sup> ۱۰، <sup>۴</sup> ۱۰، <sup>۵</sup> ۱۰، <sup>۲</sup> ۱۰، <sup>۲</sup> ۱۰، <sup>۲</sup> ۲۰، ضرایب تخلخل ۲/۰، ۲/۰، ۲/۰ و کسـر حجمی نانوذرات ۱۰، ۲/۰، ۲۰/۰، ۲۰/۰ انجام شده است. بهمنظور درنظر گرفتن اثر محیط متخلخل از مدل دارسی- فورشیمر استفاده شده است. نتایج نشان میدهد حضور محیط متخلخل سرعت نانوسیال و در نتیجه قدرت جریان را کاهش میدهد. با کاهش عدد دارسی و ضریب تخلخل نتایج نشان میدهد حضور محیط متخلخل سرعت نانوسیال و در نتیجه قدرت جریان را کاهش میدهد. با کاهش عدد دارسی و ضریب تخلخل انتقال حرارت جابهجایی طبیعی ضعیف شده و رفتار جابهجایی طبیعی نانوسیال به هدایت حرارتی نزدیک میشود. با افزایش عدد رایلی قـدرت جریان در محفظه زیاد میشود و باعث افزایش عدد ناسلت متوسط خواهد شد. در همهٔ موارد مورد مطالعه افزایش کسر حجمی نانوذرات موجب بهبود در انتقال حرارت میشود و باعث افزایش عدد ناسلت متوسط خواهد شد. در همهٔ موارد مورد مطالعه افزایش کسر حجمی نانوذرات موجب افزایش پیدا می مربع می شود. در مدل خواص ثابت با افزایش کسر حجمی نانوذرات مقدار عدد ناسلت متوسط بیشـتر از مـدل خـواص متغیـر افزایش پیدا می کند. نتایج نشان میده دروش شبکه بولتزمن توانایی شبیهسازی جریان در محیطهای متخلحل را دارد.

واژههای کلیدی: محیط متخلخل، نانوسیال، جابهجایی طبیعی، روش شبکه بولتزمن.

### Numerical Study of Natural Convection Heat Transfer of Nanofluid in a Square Shaped Porous Media using Lattice Boltzmann Method

#### A. R. Rahmati<sup>\*</sup> and R. Hajzaman

Department of Mechanical Engineering, Kashan University

**Abstract:** In this study, for the first time natural convection heat transfer of Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>-water nanofluid with constant and variable properties is investigated within square shape porous media using the lattice Boltzmann method. The horizontal walls of the cavity are insulated, and left and right vertical walls are hot and cold, respectively. The Study have been carried out for Rayleigh numbers of 10<sup>3</sup>, 10<sup>4</sup>, 10<sup>5</sup>, 10<sup>6</sup>, Darcy numbers of 10<sup>-2</sup>, 10<sup>-4</sup>, porosity coefficients of 0.4, 0.6, 0.9 and solid volume fraction of 0, 0.01, 0.02 and 0.03. In order to consider the effect of porous media, Darcy-Forchheimer model is used. The results show that the

\* : مسئول مكاتبات، پست الكترونيكي: ar\_rahmati@kashanu.ac.ir

presence of the porous media decreases the velocity of nanofluid and consequently decreases the strength of the flow. With decreasing Darcy number and porosity coefficient, natural convection heat transfer weakens and the mechanism of natural convection of nano-fluids tends to that of thermal conduction. With increasing Rayleigh number, the strength of flow in cavity and average Nusselt number increases. In all cases studied, increase in volume fraction improves heat transfer. In constant properties model, by increasing solid volume fraction, average Nusselt number increases more than that of variable properties model. The results show that Lattice Boltzmann method has the ability to simulate flow in porous media.

Keywords: Porous media, Nanofluid, Natural convection, Lattice Boltzmann method.



فهرست علائم

۱- مقدمه

الكتريكي، طراحي بهينة كورهها و كلكتورهاي خورشيدي، رشد کریستال در مایعات، ایمنی و عایقبندی راکتورهای مهم در عرصه های علمی و مهندسی است. در مکانیک 🦳 هسته ای، تکنولوژی عایق های متخلخل و پروسه های مربوط سیالات بحث دینامیک جریان سیال در یک محیط متخلخل 🦳 به نگهداری مواد غذایی تنها بخشی از کاربردهای این

دیوال دیویس [۱] انتقال حـرارت جابـهجـایی طبیعـی را برای هوا در یک محفظه بهصورت عددی با استفاده از روش شبکه بولتزمن مورد بررسے قرار داد. در این محفظه

روش های عددی در مهندسی، سال ۳۵، شمارهٔ ۲، زمستان ۱۳۹۵

مطالعهٔ فیزیک جریان در محیط متخلخل از مسائل پیچیـده و یک موضوع نسبتاً قدیمی است و تئوری اصلی آن از قرن موضوع است. نوزدهم سرچشمه می گیرد. با این حال بحث انتقال حرارت جابهجایی در محیط متخلخل از اواخر قرن بیستم مورد توجه قرار گرفت. انتشار آلایندهها در زمین، خنـک کـاری وسـایل

حقشناس و همکاران [۶] جابهجایی طبیعی را در یک محیط متخلخل در محفظه باز با استفاده از روش شبکه بولتزمن مورد بررسی قرار دادند. در این محفظه باز دیواره های افقی عایق و دیواره عمودی سمت چپ دما ثابت درنظر گرفته شد. براساس نتایج آنها با افزایش عدد رایلی در تمام ضرائب تخلخل، عدد ناسلت متوسط افزایش پیدا کرد. لای و یانگ [٧] اثرات نانوسیال آب- اکسید آلومینیوم را روی انتقال حرارت جابهجایی طبیعی، در محفظه مربعی مورد ارزیابی قرار دادند. آنها از سه مدل برای شبیهسازی نانوسیال آب-اکسید آلومینیوم استفاده کردند. براساس یافته های آنها با افزایش عدد رایلی و کسر حجمی نانوذرات، عدد ناسلت متوسط در هر سه مدل افزایش پیدا کرد. لیو و همکاران [۸] انتقال حرارت جابهجایی طبیعی را در محیط متخلخل در دو محفظهٔ مربعی با شرایط مرزی مختلف با استفاده از روش شبکه بولتزمن با ضریب تخفیف چندتایی مورد بررسی قرار دادند. در محفظه اول دیوارههای افقی عایق است و دیواره عمودي سمت چپ گرم و ديواره عمودي سمت راست سرد است. در این تحقیق اثرات تخلخل بـهصورت یک نیـروی خارجی درنظر گرفته شد. در محفظه دوم تمامی دیواره، ا، دما ثابت و سرد است و یک چشمه حرارتی در محفظه قـرار دارد. در این کار سرعتهای افقی و عمودی بیشینه و عـدد ناسلت متوسط در محدودهٔ اعداد رایلی ۱۰<sup>۳</sup> تا ۱۰<sup>۹</sup> بهدست آورده شد و خطوط جریان و همدما بهازای اعداد دارسی ۲-۱۰، ۴-۱۰، ۶-۱۰ رسم شد. هدف از این تحقیق بررسی اثـر حضور محيط متخلخل بر ميدان جريان و انتقال حرارت جابهجایی طبیعی نانوسیال در محفظهٔ مربعی است. پس از انتخاب روابط مناسب براي تعيين خواص نانوسيال، معادلات ديفرانسيل حاكم بر جريان سيال در محيط متخلخل و شرايط مرزی حاکم بر آن تعیین میشود.

۲-هندسه و معادلات حاکم شکل (۱) هندسه موردنظر را به همراه شرایط مرزی آن نشان

دیوارههای افقی عایق و دیوارهٔ عمودی سمت چـپ گـرم و سمت راست سرد است. براساس یافته های این محقق، با افزایش عدد رایلی، عدد ناسلت متوسط، سرعتهای بیشینهٔ افقی و عمودی در محفظه، افزایش پیدا میکند. نیتیاراسو و همکاران [۲] انتقال حرارت از طریق جابهجایی طبیعی را در محيط متخلخل، مورد بررسی قرار دادند. آنها برای مدلسازی محیط متخلخل از روابط دارسی، فورشیمر، بریکمن و مدل عمومی (بریکمن- فورشیمر) بهره بردند. براساس نتایج آنها رابطه دارسی برای اعداد رایلی پایین مناسب است. از طرفی برای اعداد رایلے و دارسے پایین، عدد ناسلت میانگین اغلب به مقادیر ضریب تخلخل، عدد دارسی و رایلی وابسته است. گو و ژائو [۳] انتقـال حـرارت از طریق جابه جایی طبیعی را در یک محفظه با محیط متخلخل با استفاده از روش شبکه بولتزمن مورد ارزیابی قرار دادند. براساس یافتههای این محققین با افزایش عدد دارسی و ضریب تخلخل عدد ناسلت متوسط افـزایش پیـدا میکند. ستا و همکاران [۴] جابهجایی طبیعی را در یک محيط متخلخل، داخل محفظة مربعي با ديوارههاي افقى عایق و دیواره های عمودی دما ثابت به وسیلهٔ روش شبکه بولتزمن مورد بررسي قرار دادند. أنها اثرات محيط متخلخـل را بهوسیلهٔ یک نیروی خارجی در محفظه لحاظ کردند. ستا و همکاران [۴] نشان دادند که با افزایش عدد رایلی در تمام ضرائب تخلخل و اعداد دارسی، عدد ناسلت متوسط افزایش مییابد. شکوهمند و همکاران [۵] جابه جایی اجباری را برای جریان آرام در یک کانال با محیط متخلخل مورد بررسی قرار دادند. آنها اثـر تخلخـل را بـهصـورت نيـروي خارجی لحاظ کردنـد و پروفیـل سـرعت و عـدد ناسـلت را برای جریان آرام کاملاً توسعه یافته درون کانال بهدست آوردند. آنها نشان دادند که در کانال با کـاهش عـدد دارسـی عدد ناسلت افزایش می یابد از طرفی هم نمی توان عدد دارسی را بهصورت قابل توجهی کاهش داد چون در اين صورت به پمپ با توان بيشتري نياز خواهد بود.



شکل ۱- نمای شماتیک هندسه مورد بررسی و شرایط مرزی آن

میدهد. دیوارههای افقی محفظه عایق بوده، دیـواره عمـودی در سمت چپ در دما ثابت T<sub>h</sub> و دیواره عمودی سـمت راسـت در دمای ثابت T<sub>c</sub> (T<sub>h</sub>>T<sub>c</sub>) قرار دارد.

برای رسیدن به معادلات حاکم، یک مدل پیوسته برای محیط متخلخل که بر پایه مفهوم حجم مشخصه اولیه<sup>۱</sup> بنا شده است، ایجاد می شود. یک مرجع دکارتی تعریف می شود و یک المان حجم به اندازه کافی بزرگ (نسبت به حجم حفرهها) مورد بررسی قرار می گیرد تا میانگین گیری قابل اعتمادی حاصل شود. معادلات حاکم براساس فرضیات زیر به صورت دو بعدی در دستگاه مختصات دکارتی و برای نانوسیال نوشته شده است [۲ و ۱۱]:

۱) محیط همگن است، بهعبارت دیگر مواد جامد و سیال نشت کرده در منافذ به صورت یکنواخت در سرتاسر محیط متخلخل توزیع شده است. ۲) محیط همسانگرد است. ۳) سیال غیرقابل تراکم و جریان دائم است. ۴) در هر نقطه از محیط متخلخل، ماتریس جامد در حال تعادل حرارتی با سیال موجود در منافذ است. ۵) از تقریب بوزینسک استفاده می شود.

• aslells پيوستگى:  

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = \circ$$
(1)  
• aslell action of the second secon

$$u\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{v}{\varepsilon}\right) + v\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{v}{\varepsilon}\right) = -\frac{v}{\rho_{nf}}\left[\frac{\partial}{\partial y}(\varepsilon P)\right] + \frac{\mu_{nf}}{\rho_{nf}}\left[\frac{\partial^{2}v}{\partial x^{2}} + \frac{\partial^{2}v}{\partial y^{2}}\right] + \left[-\varepsilon\frac{\mu_{nf}}{\rho_{nf}k}v - \frac{v/v\Delta}{\sqrt{v\Delta^{2}\varepsilon k}}\left(u^{2} + v^{2}\right)^{\frac{1}{2}}v + \beta_{nf}g\varepsilon\left(T - T_{m}\right)\right]$$
(Y)
(Y)

$$\begin{split} u\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{u}{\epsilon}\right) + v\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{u}{\epsilon}\right) &= -\frac{v}{\rho_{nf}}\left[\frac{\partial}{\partial x}(\epsilon P)\right] + \frac{\mu_{nf}}{\rho_{nf}}\left[\frac{\partial^{v}u}{\partial x^{v}} + \frac{\partial^{v}u}{\partial y^{v}}\right] \\ &+ \left[-\epsilon\frac{\mu_{nf}}{\rho_{nf}k}u - \frac{v/v_{0}}{\sqrt{v_{0} \cdot \epsilon k}}\left(u^{v} + v^{v}\right)^{\frac{1}{v}}u\right] \end{split}$$
(7)

معادله انرژی:

$$u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial y} = \alpha_{nf} \left[ \frac{\partial^{Y}T}{\partial x^{Y}} + \frac{\partial^{Y}T}{\partial y^{Y}} \right]$$
(Y)

اثرات محيط متخلخل بهصورت يـک نيـروی خـارجی درنظـر

گرفته شد. این نیرو به همراه نیروی شناوری بهصورت بـرداری در رابطه (۵) آورده شده است:

$$\mathbf{F} = -\frac{\epsilon v}{k} \mathbf{u} - \frac{v / v_{\Delta}}{\sqrt{v_{\Delta} \cdot \epsilon k}} |\mathbf{u}| \mathbf{u} + \epsilon \beta_{nf} \mathbf{g} \left( \mathbf{T} - \mathbf{T}_{m} \right)$$
( $\boldsymbol{\Delta}$ )

اولین عبارت در معادلهٔ (۵)، عبارت دارسی است. دارسی رابطهای خطی را برای سرعت سیال بیان میکند، این عبارت تا وقتی اعتبار دارد که سرعت به اندازهٔ کافی کوچک، یا به اصطلاح جریان خزشی باشد. مجموع عبارت اول و دوم، عبارت فورشیمر نام دارد. با افزایش سرعت دیگر نمی توان از عبارت دارسی استفاده کرد و ازعبارت فورشیمر که اثرات درگ غیرخطی ناشی از حضور ماده متخلخل را بیان میکند استفاده می شود و در نهایت هم آخرین عبارت، اثرات نیروی شناوری است [۱۰].

## ۳- نوع و مدل انتخاب شده برای شبیهسازی نانوسیال

نانوسیالی که برای شبیه سازی انتخاب شد، نانوسیال آب – اکسید آلومینیوم است. خواص این نانوسیال در جدول (۱) آمده است. مدل هایی که برای شبیه سازی ضریب هدایت حرارتی نانوسیال آب – اکسید آلومینیوم انتخاب شد، مدل ماکسول [۱۱] برای خواص ثابت، و مدل پاتل [۱۲] برای خواص متغیر است:

$$\frac{k_{nf}}{k_{f}} = \frac{k_{p} + rk_{f} + r(k_{p} - k_{f})\phi}{k_{p} + rk_{f} - (k_{p} - k_{f})\phi}$$
(9)

$$\frac{k_{nf}}{k_{f}} = \left[ v + \frac{k_{p}A_{p}}{k_{f}A_{f}} + Ck_{p}Pe\frac{A_{p}}{k_{f}A_{f}} \right]$$
(V)

$$\frac{A_p}{A_f} = \frac{d_f}{d_p} \frac{\phi}{\nu - \phi} \tag{A}$$

$$Pe = \frac{u_p d_p}{\alpha_f} \tag{9}$$

$$u_{p} = \frac{\gamma k_{B}T}{\pi \mu_{f} d_{p}^{r}} \tag{10}$$

در رابطه (۷) C ثابت تجربی است و برای نانوسیال آب-اکسید آلومینیوم ۲۵۰۰۰ است. up سرعت حرکت براونی نانوذرات است. kB ثابت بولتزمن است و مقدار آن

روش های عددی در مهندسی، سال ۳۵، شمارهٔ ۲، زمستان ۱۳۹۵

$$\rho_{nf} = (1 - \phi)\rho_f + \phi\rho_p \tag{11}$$

$$(\rho\beta)_{nf} = (\gamma - \phi)(\rho\beta)_{f} + \phi(\rho\beta)_{p}$$
(17)

$$\left(\rho c_{p}\right)_{nf} = \left(1 - \phi\right) \left(\rho c_{p}\right)_{f} + \phi \left(\rho c_{p}\right)_{p} \tag{14}$$

$$\alpha_{nf} = \frac{k_{nf}}{\left(\rho c_p\right)_{nf}} \tag{10}$$

#### ۴- مدل شبکه بولتزمن

در روش شبکه بولتزمن از مدل دوبعدی نه سرعتی یا به اصطلاح D2Q9 که در شکل (۲) نشان داده شده است، استفاده شد [۱۷]. بردارهای سرعت و ضرایب وزنی برای این مدل بهصورت رابطه (۱۶) و (۱۷) تعریف می شود [۱۸ و ۱۹]: (۰,۰)

$$\boldsymbol{c}_{i} = \begin{cases} \cos\left((i-\tau)\frac{\pi}{\tau}\right), \sin\left((i-\tau)\frac{\pi}{\tau}\right) & i = \tau, \tau, \tau, \tau \\ \sqrt{\tau} \left[\cos\left((i-\delta)\frac{\pi}{\tau} + \frac{\pi}{\tau}\right), \sin\left((i-\delta)\frac{\pi}{\tau} + \frac{\pi}{\tau}\right) \right] & i = \delta, \varepsilon, \tau, \Lambda \end{cases}$$

$$(1 \varepsilon)$$

$$\begin{cases} w_{i} = \frac{r}{q} & i = 0 \\ w_{i} = \frac{r}{q} & i = 0, r, r, r \end{cases}$$

$$(1V)$$

$$w_{i} = \frac{r}{rr} & i = 0, r, v, h \end{cases}$$

	1	
اكسيد ألومينيوم	آب	خواص فيزيكي
٧۶۵	4114	ظرفیت گرمای ویژه (J/kg°k)
٣٩٧.	<b>٩</b> ٩٧/١	چگالی (kg/m <sup>3</sup> )
۴۰	۰ <i>/۶</i> ۱۳	ضریب هدایت حرارتی (w/m°k)
•/Ad×1 • <sup>-2</sup>	51×1°-0	ضریب انبساط حجمی (۱/°k)
-	$\Lambda/\Delta\Delta \times 1 \circ^{-4}$	لزجت دینامیکی (kg/m.s)

جدول ۱– خواص فیزیکی نانوسیال آب– اکسید آلومینیوم [۱۲ و ۱۳]

در رابطهٔ (۱۹) فرکانس برخورد، ۵m از معادله (۲۰) بهدست میآید [۲۲]. Fi، نیروی خارجی بهواسطهٔ وجود محیط متخلخل است:

$$\omega_{\rm m} = \frac{\gamma}{\gamma_{\rm U} + \circ / \Delta} \tag{(Y \circ)}$$

از طرفی fi<sup>eq</sup> از رابطه (۲۱) بهدست می آید [۲۳ و ۲۴].

$$\mathbf{f}_{i}^{eq} = \mathbf{w}_{i} \rho \left[ \mathbf{v} + \mathbf{r} \mathbf{c}_{i} \cdot \mathbf{u} + \frac{\mathbf{q}}{\mathbf{r} \epsilon} (\mathbf{c}_{i} \cdot \mathbf{u})^{\mathbf{r}} - \frac{\mathbf{r}}{\mathbf{r}} \frac{(\mathbf{u})^{\mathbf{r}}}{\epsilon} \right]$$
(71)

در معادلهٔ (۲۱) بردار سرعت **u** با استفاده از یک بـردار سـرعت موقتی بهنام v که اثـرات محـیط متخلخـل را در معادلـه لحـاظ میکند، بهدست میآید:

$$\boldsymbol{v} = \sum_{i=*}^{\Lambda} \frac{\boldsymbol{c}_i \boldsymbol{f}_i}{\rho} + \frac{\gamma}{\gamma} \epsilon \beta_{nf} \boldsymbol{g} \left( \boldsymbol{T} - \boldsymbol{T}_m \right) \tag{YY}$$

$$\mathbf{u} = \frac{\mathbf{v}}{c_{\circ} + \sqrt{c_{\circ}^{Y} + c_{\circ} |\mathbf{v}|}} \tag{YT}$$

که مقادیر ثابت .c و .c به صورت رابطه (۲۴) تعریف می شود [۲۵]:

$$c_{\circ} = \frac{1}{r} \left( 1 + \epsilon \frac{1}{r} \frac{v}{k} \right), \quad c_{1} = \frac{\epsilon}{r} \frac{1/V\Delta}{\sqrt{1\Delta \circ \epsilon^{r} k}}$$
(74)

در رابطه (۲۴)، ٤ ضریب تخلخل و k نفوذپذیری در محیط متخلخل است و با استفاده از عدد بدون بعد دارسی که بهصورت رابطه (۲۵) تعریف میشود، بهدست میآید [۲۶]:  $Da = \frac{k}{H^{\gamma}}$  (۲۵)

نیروی خارجی Fi که در معادله بولتزمن وجود دارد بیانگر



شکل ۲- آرایش شبکه برای مدل دو بعدی نهسرعتی، مدل DYQ۹

در شبیه سازی با استفاده از روش شبکه بولتزمن، باید پارامترهای کنترل کننده در جابه جایی طبیعی مانند عدد رایلی و پرانتل مشخص شود. در این حالت برای شبیه سازی میدان جریان و میدان دما از دو تابع توزیع f و g استفاده می شود [۰۰]:

$$Ra = \frac{g\beta_f (T_h - T_c) H^r}{\alpha_f v_f}, \quad Pr = \frac{v_f}{\alpha_f}$$
(1A)

معادله بولتزمن با درنظر گرفتن نیروی خارجی، برای تابع توزیع fi بهصورت رابطه (۱۹) نوشته میشود [۲۱].

$$\begin{split} f_{i}\left(\boldsymbol{x} + \Delta \boldsymbol{x}, t + \Delta t\right) - f_{i}\left(\boldsymbol{x}, t\right) = \\ & -\omega_{m} \bigg[ f_{i}\left(\boldsymbol{x}, t\right) - f_{i}^{eq}\left(\boldsymbol{x}, t\right) \bigg] + \Delta t F_{i} \end{split} \tag{19}$$

اثرات نیروی حجمی، ناشی از وجود محیط متخلخل است و  
بااستفاده از رابطه (۲۶) بهدست میآید:  
$$F_{i} = w_{i}\rho(1-0/\Delta \omega_{m}) \bigg[ \operatorname{r}(\mathbf{c_{i}}.\mathbf{F}) + \frac{9}{\epsilon} (\mathbf{uF}:\mathbf{c_{i}}\mathbf{c_{i}}) - \frac{\operatorname{r}}{\epsilon} (\mathbf{u.F}) \bigg]$$
(۲۶)  
در معادلهٔ (۲۶) **F** از رابطه (۵) بهدست میآید.

(۲۷) معادله بولتزمن برای تابع توزیع g به صورت رابط (۲۷) نوشته می شود:  
نوشته می شود:  
$$g_i(\mathbf{x} + \Delta \mathbf{x}, t + \Delta t) - g_i(\mathbf{x}, t) = -\omega_s \left[ g_i(\mathbf{x}, t) - g_i^{eq}(\mathbf{x}, t) \right]$$
  
(۲۷)

$$\omega_{\rm s} = \frac{1}{r\alpha + \cdot /\Delta} \tag{YA}$$

$$\mathbf{g}_{i}^{eq} = \mathbf{w}_{i} T \Big[ \mathbf{v} + \mathbf{r} \big( \mathbf{c}_{i} . \mathbf{u} \big) \Big]$$
(Y9)

خواص ماکروسکوپیک از قبیل چگالی، سرعت و دمای سیال بهصورت روابط (۳۰)، (۳۱) و (۳۲) محاسبه می شود:

$$\rho(\mathbf{x}, t) = \sum_{i=0}^{N} f_i(\mathbf{x}, t)$$
 (\mathcal{T} \cdots)

$$\rho(\mathbf{x}, t) \mathbf{u}(\mathbf{x}, t) = \sum_{i=0}^{N} \mathbf{c}_{i} \mathbf{f}_{i}(\mathbf{x}, t)$$
(T1)

$$T(\mathbf{x},t) = \sum_{i=0}^{N} g_i(\mathbf{x},t)$$
 (YY)

## ۴–۱– شرایط مرزی در روش شبکه بولتزمن

یکی از مهمترین و تعیین کنندهترین موضوعات در شبیه ازی جریان با استفاده از روش شبکه بولتزمن، دقت در مدل سازی شرایط مرزی است. تعیین شرایط مرزی برای معادلات ناویر – استوکس به نوعی آسان و ساده است ولی برای شبکه بولتزمن این گونه نیست. در این روش توابع توزیع ورودی به دامنه حل باید برروی مرزها مشخص شود. بنابراین برای یک شرط مرزی معین، معادلات مناسبی به منظور محاسبهٔ توابع توزیع برروی مرزها نیاز است.

روش های عددی در مهندسی، سال ۳۵، شمارهٔ ۲، زمستان ۱۳۹۵

با توجه به شکل (۳) بالا معادلات شرط مرزی کمانه کـردن بهصورت زیر نوشته می شود:

$$\begin{split} f_{\lambda}^{n,m} &= f_{\gamma}^{n+\lambda,m-\lambda} \\ f_{\gamma}^{n,m} &= f_{\gamma}^{n,m-\lambda} \\ f_{\nu}^{n,m} &= f_{\lambda}^{n-\lambda,m-\lambda} \end{split} \tag{(YYY)}$$

۵٫۹ ۲**-۱-۲ شرط مرزی عایق**  
زمانی که یک مرز از هندسهٔ موردنظر عایق است بیانگر این  
<sup>gi</sup>  
نکته است که هیچ انتقال حرارتی در جهت عمود بر آن سطح  
وجود ندارد و بنابراین طبق قانون فوریه میتوان نوشت:  
$$\frac{dT}{dy} = 0$$

$$T(m) = T(m-1) \tag{7a}$$

در نهایت برای شبکهٔ دوبعدی و نهسرعتی با توجه به معادله (۳۲) می توان نوشت:

$$\sum_{i=\bullet}^{\Lambda} g(i,n,m) = \sum_{i=\bullet}^{\Lambda} g(i,n,m-1)$$
(3.9)

در رابطه (۳۶) یکی از حالتهای تساوی این است که تک تک عبارتهای دو طرف معادله با هم برابر باشد.

#### ۵- شبیهسازی عددی

در این قسمت، نتایج حاصل از شبیهسازی عددی نانوسیال آب- اکسید آلومینیوم در هندسه و شرایط مورد بررسی، ارائه میشود. ابتدا شبکهای یکنواخت و مناسب بر میدان حل



شکل ۳- رفتار گرههای دیواره با روش کمانه کردن

منطبق می شود و سپس به منظور اعتبارسنجی نتایج برنامه محاسباتی تهیه شده، سه شبیه سازی عددی انجام و نتایج حاصل از آن با نتایج ارائه شده در متون علمی در دسترس مقایسه می شود.

#### ۵–۱– استقلال نتایج از شبکه

به منظور یافتن شبکه ای مناسب که منجربه استقلال نتایج از شبکه شود، عدد ناسلت متوسط برای نانوسیال آب – اکسید آلومینیوم در شبکه هایی با تعداد نقاط مختلف، برای عدد دارسی <sup>۲</sup>-۱۰، ضریب تخلخل ۰۶، عدد رایلی <sup>۱</sup>۰۴ در کسر حجمی ۱۰/۰ محاسبه شده و در جدول (۲) مقایسه شده اند. با بررسی عدد ناسلت در جدول (۲) مشخص می شود که تعداد نقاط ۱۰۰×۱۰۰ برای مسأله مناسب است.

۵–۲– اعتبار سنجی برنامه

در ابتدا صحت عملکرد برنامه محاسباتی با نتایج دیوال دیویس [۱] در جدول (۳) بررسی میشود. برای این منظور در صورتی که ضریب تخلخل نزدیک به یک (۹۹۹۹)=ع) و عدد دارسی، عدد بزرگی (۲۰<sup>۹</sup>=Da) لحاظ شود، میتوان اثرات محیط متخلخل را نادیده گرفت و به شرایط درنظر گرفته شده در کار دیوال دیویس رسید. در شبیهسازی دوم، جریان انتقال حرارت جابه جایی طبیعی در یک حفرهٔ مربعی شکل با درنظر گرفتن اثر محیط متخلخل برای اعداد رایلی، دارسی و ضریب تخلخل (۶/۰=ع) انجام میشود. با این کار

می توان بـه شـرایط درنظـر گرفتـه شـده در کـار نیتاراسـو و همکاران [۲] که براساس روش حجم محدود است و همچنین به شرایط ستا و همکاران [۴] که براساس روش شبکه بولتزمن است، رسید. همانطور که در جدول (۴) مشاهده می شود اختلاف بین نتایج با کار نیتاراسو و همکاران و ستا و همکاران ناچیز است. نهایتاً هم جریان انتقال حرارت جابهجایی طبیعی در یک حفرهٔ مربعی شکل با درنظر گرفتن نانوسیال آب- اکسید آلومینیوم و ضریب تخلخل نزدیک به یک (۹۹۹۹/۰=٤) و عدد دارسی ۱۰<sup>۷</sup> در اعداد رایلی ۱۰<sup>۳</sup> تـا ۱۰۶ شبیهسازی می شود. با این کار می توان اثرات محیط متخلخل را بهنوعی نادیده گرفت و به شرایط درنظر گرفته شده در کار لای و یانگ [۷] رسید. جـدول (۵) نتایج کـار حاضر و نتایج عـددی کـار لای و یانـگ را نشـان مـیدهـد. همانطور که مشاهده میشود درصد اختلاف بین نتایج با کـار لای و یانے کمتر از ۳ درصد است. پس از اطمینان از صحت عملکرد برنامه محاسباتی، به حل مسأله مورد بررسی در این تحقیق، پرداخته می شود.

# ۶- نتایج و بحث ۱-۶- بررسی میدان جریان، دما و عدد ناسلت در Ra=۱۰<sup>۳</sup> با مدل خواص ثابت

جدول (۶) عدد ناسلت متوسط را برای رایلی <sup>۱</sup>۰۳ بهازای اعداد دارسی، کسر حجمی و ضرایب تخلخل مختلف نشان می دهد. همانطور که در جدول (۶) مشخص است، با کاهش عدد دارسی، عدد ناسلت متوسط کاهش می یابد و از طرفی هم با افزایش ضریب تخلخل عدد ناسلت افزایش پیدا می کند. علت کاهش عدد ناسلت متوسط با کاهش عدد دارسی این است که، منگامی که عدد دارسی کاهش پیدا می کند طبق رابطه (۲۵) نفوذپذیری جریان در داخل محیط کاهش می یابد و زمانی که جریان نتواند به راحتی در داخل محیط نفوذ کند مکانیزم انتقال حرارت از جابه جایی به سمت هدایت می رود و با توجه به این که ناسلت نسبت انتقال حرارت از طریق جابه جایی به هدایت

ناسلت متوسط	تعداد نقاط
<i>\/۶</i> • V	۶۰×۶۰
1/292	∧ •×∧ •
1/011	1 ° ° × 1 ° °
1/014	17°×17°
١/۵٨٠	140×140

جدول۲- عدد ناسلت متوسط روی دیوارهٔ گرم برای نانوسیال آب- اکسید آلومینیوم در ۹۰٬۰۰، <sup>۴</sup>، ۳a=۱۰<sup>۴</sup>، ۶/۰، Da=۱۰<sup>-۲</sup>

جدول ۳- مقایسه عدد ناسلت متوسط برای تحقیق حاضر با نتایج دیوال دیویس [۱] در اعداد رایلی مختلف برای Pr=۰/۷۱

درصد اختلاف	کار حاضر	ديوال ديويس [۱]	Ra
۲۵۲	1/188	1/119	١٠٣
۲/۲۸	۲/۲۸۵	٢/٢٣۴	1.0 *
۲/۲۶	4/817	۴/۵۱۰	۱۰۵
٣/۶۵	٩/١٢ •	$\Lambda/V$ ۹ $\Lambda$	١٠۶

جدول ۴- مقایسه عدد ناسلت متوسط بهدست آمده در کار حاضر با نتایج نیتاراسو و همکاران [۲]، ستا و همکاران [۴] در Pr =۱

	E=°/Ŷ	De		Da
كارحاضر	ستا و همکاران [۴]	نیتاراسو و همکاران [۲]	Kä	Da
۵۲ • ۱/	1/017	۱/۰۱۵	١٠٣	
1/019	1/493	۱/۵۳۰	1.,	۱ • -۲
٣/۵١۶	٣/4٣٣	٣/۵۵۵	۱۰۵	
۱/•۸۲	\/oFF	۱/•V۱	۱۰۵	۰۴
٢/٧٨٩	۲/۶۱۰	۲/۷۲۵	۱۰۶	1 0

با مشاهدهٔ جدول (۷) مشخص می شود که با افزایش کسر حجمی نانوذرات در محیط متخلخل ناسلت متوسط افزایش پیدا می کند. به طور کلی افزودن نانوذرات دو اثر مخالف روی عدد ناسلت دارد، یک اثر مطلوب که افزایش ضریب هدایت حرارتی است و یک اثر نامطلوب که افزایش لزجت سیال طبق رابطه (۱۱) است. از طرفی چون محیط مورد بررسی یک محیط متخلخل است دارای یک محدودیت جدی در مقدار اضافه است، با کاهش سهم انتقال حرارت جابهجایی و افـزایش سـهم هدایت ناسلت متوسط کاهش پیدا خواهد کرد.

## ۶-۲- بررسی میدان جریان، دما و عدد ناسلت در Ra=۱۰<sup>۴</sup> با مدل خواص ثابت

جدول (۷) عدد ناسلت متوسط را برای رایلی <sup>۴</sup>۱۰ بهازای اعداد دارسی، کسر حجمی و ضرایب تخلخل مختلف نشان میدهـد.

				-		
	$\phi{=}{\circ}/{\circ} {}^{\!$			$\phi = {\circ} / {\circ} {Y}$		D -
درصد اختلاف	کار حاضر	لای و یانگ [۷]	درصد اختلاف	کار حاضر	لای و یانگ [۷]	ка
1/V1	٥٠٢/٢	1/779	۰/۸۳	1/1/7	1/197	۱۰۳
1/37	7/407	۲/۴۸۵	۰ /٣٧	۲/۴۰۹	۲/۴۱۸	۱۰۴
• / <del>9</del> •	۵/۱۰۹	0/140	۰/۱۹	۵/۰۱۱	$\Delta / \circ \circ 1$	۱۰۵
0/8¥	10/087	٩/٩۶٨	1/٣۶	٩/٨٢٩	٩/۶٩٧	۱۰۶

جدول ۵- مقایسه عدد ناسلت متوسط بهدست آمده در کار حاضر با نتایج لای و یانگ [۷] در Pr =۵/۸۵

جدول ۶- مقادیر عدد ناسلت متوسط روی دیوارهٔ گرم در محفظهٔ مربعی برای نانوسیال آب– اکسید آلومینیوم در <sup>۳</sup> «Ra=۱

e=•/٩	£=°/Ŷ	۴/∘=3	(/.) φ	Da
4/1900	T/VOVV	377707	٥	
4/1204	۳/۸۱۶۰	٣/٣٨٨٢	١	<b>1</b> - −Y
4/3044	$\gamma/\Lambda\Lambda 89$	۳/۴۵۰۴	۲	1 0
4/4211	37/9085	٣/۵۱۱۸	٣	
1/0140	1/011	<b>\/ • \/ ٩ •</b>	o	
1/1104	1/1 °VV	1/1.07	١	<b>,</b> _¥
1/1824	1/1380	1/1840	۲	1 0
1/1812	1/1801	1/1984	٣	

جدول ۷- مقادیر عدد ناسلت متوسط روی دیوارهٔ گرم در محفظهٔ مربعی برای نانوسیال آب- اکسید آلومینیوم در <sup>۴</sup>، Ra=۱

¢/•=3	ε=°/۶	۴/∘=3	('/.) φ	Da
١/٧٠١١	1/0910	1/4202	o	
۱/۷۳۰۲	1/0119	1/4047	١	<b>↓</b> _ −Y
1/VQ91	1/8180	۱/۴۸۰۹	۲	10
1/VAVY	1/8438	١/۵ • ٧۵	٣	
1/0138	1/0180	1/0184	o	
1/0422	1/0421	1/0470	١	<b>1</b> − <sup>+</sup>
1/•V1r	1/°V17	1/0411	۲	1 °
<b>١/١००९</b>	١/١٠٠٨	١/١ • •٧	٣	

نانوذرات را افزایش زیادی داد چون باعث رسوب و بسته شدن منفذها در محیط متخلخل می شود. به همین دلیل کسر حجمی نانوذرات حداکثر ۰/۰۳ درنظر گرفته شد. کردن نانوذرات است. با اضافه کردن نانوذرات در هـر محیطـی بحث تهنشینی ذرات و رسوب مطرح مـیشـود و بـا توجـه بـه اینکه محیط نیز دارای خلل و فرج است، نمی توان کسر حجمی

## ۹-۳- بررسی میدان جریان، دما و عدد ناسلت در Ra=۱۰<sup>۵</sup> با مدل خواص ثابت

جدول (۸) عدد ناسلت متوسط را برای رایلی <sup>۵</sup> ۱۰ بهازای اعداد دارسی، کسر حجمی و ضرایب تخلخل مختلف نشان می دهد. با بررسی جدول (۸) مشخص می شود که با افزایش ضریب تخلخل مقدار ناسلت متوسط افزایش می یابد. ضریب تخلخل بیانگر میزان حفرهدار بودن (حضور خلل و فرج در یک حجم معین) یک محیط متخلخل است. زمانی که ضریب تخلخل به سمت صفر میل می کند محیط از حالت متخلخل به حالت جامد تبدیل می شود و انتظار این است که مکانیزم انتقال حرارت به سمت هدایت برود و عدد ناسلت هم کوچک شود. از طرفی هرچه ضریب تخلخل افزایش می یابد، در نتیجه انتقال موجود در محیط متخلخل افزایش می یابد، در نتیجه انتقال حرارت غالب، جابه جایی است که باعث می شود عدد ناسلت افزایش پیدا کند.

## ۶-۴- بررسی میدان جریان، دما و عدد ناسلت در Ra=۱۰<sup>6</sup> با مدل خواص ثابت

جدول (۹) عدد ناسلت متوسط را برای رایلی <sup>۹</sup>۰۶ بهازای اعداد دارسی، کسر حجمی نانوذرات و ضرایب تخلخل مختلف نشان میدهد. با ارزیابی جداول (۶) تا (۹) مشاهده می شود که با افزایش عدد رایلی، ناسلت متوسط افزایش پیدا می کند.

## Ra=۱۰<sup>°</sup> بررسی میدان جریان، دما و عدد ناسلت در Ra=۱۰<sup>°</sup> با مدل خواص متغیر

جدول (۱۰) عدد ناسلت متوسط را برای رایلی <sup>۳</sup>۰۳ بهازای اعداد دارسی، کسر حجمی و ضرایب تخلخل مختلف نشان میدهد. با بررسی اعداد ناسلت بهدست آمده از جدول (۱۰) میتوان دریافت که در مدل خواص متغیر پاتل، همانند مدل خواص ثابت ماکسول، با افزایش ضریب تخلخل و عدد دارسی ناسلت متوسط افزایش پیدا میکند.

با مشاهدهٔ شکل (۴) می توان دریافت که در مدل پاتل با



افزایش کسر حجمی نانوذرات مقدار عدد ناسلت متوسط نسبت به مدل ماکسول کمتر افزایش پیدا میکند. دلیل آن این است که در مدل پاتل اندازه نانوذرات، سیال پایه و حرکت براونی نانوذرات لحاظ شده است در حالی که در مدل ماکسول این ویژگی ها لحاظ نشده است.

## ۶-۶- بررسی میدان جریان، دما و عدد ناسلت در Ra=۱۰<sup>6</sup> با مدل خواص متغیر

جدول (۱۱) عدد ناسلت متوسط را برای رایلی <sup>۶</sup> ۱۰ بهازای اعداد دارسی، کسر حجمی و ضرایب تخلخل مختلف نشان می دهد. با ارزیابی شکل (۵) می توان نتیجه گرفت که با کاهش عدد دارسی سرعت جریان در داخل محفظه کاهش می یابد. دلیل آن این است که با کاهش عدد دارسی قدرت نفوذپذیری سیال در داخل محیط متخلخل کم می شود و یا به اصطلاح، قدرت عبوردهی ماده متخلخل کاهش می یابد و سیال نمی تواند به راحتی در داخل محیط متخلخل حرکت کند، این عامل سبب می شود که سرعت سیال در داخل محیط متخلخل کاهش پیدا کند.

 1		1 -		-
۶ו=3	$\vartheta = \circ / \vartheta$	°/¥ ∘=3	(/.)φ	Da
 ۱/۰۳۲۰	1/ • YFY	1/0818	٥	
1/0088	۱/۰۵۰۵	1/0480	١	<b>1</b> − <sup>7</sup>
١/•٨•٨	۱/•V۵۲	۱/•V•A	۲	١٥
۱/۱۰۵۸	1/1004	<b>\/०९%</b> •	٣	
1/0180	1/0184	۱/۰۱۳۳	٥	
۱/۰۳۸۱	١/٥٣٨٥	1/034	١	<b>、</b> −¥
1/09371	1/0830	1/0829	۲	١٥
١/•٨٨۵	1/°XA4	۱/۰۸۸۳	٣	

جدول ۸- مقادیر عدد ناسلت متوسط روی دیوارهٔ گرم در محفظهٔ مربعی برای نانوسیال آب– اکسید آلومینیوم در <sup>۵</sup>ه Ra=۱

جدول ۹– مقادیر عدد ناسلت متوسط روی دیوارهٔ گرم در محفظهٔ مربعی برای نانوسیال آب– اکسید آلومینیوم در <sup>۴</sup> Ra=۱۰

٩/ • = 3	۶ – ۰ /۶	۴ / • = 3	(%) φ	Da
٨/٧٩٨٣	V/ <b>\</b> ٣۶۶	6/9092	٥	
$\Lambda/\Lambda$	V/A&%	8/9127	١	Y
A/AV14	V/919D	۷/ ۰ ۱۳۲	۲	10
٨/٩ • ٣4	V/9739	V/ ° WVV	٣	
2/9212	2/1491	7/1888	٥	
2/9318	۲/۸۵۶۴	Y/V91V	١	· _¥
2/9320	۲/۸۶۱۱	Y/V90V	۲	10
2/9452	۲/Л۶۶۲	۲/۸۰۱۶	٣	



روش های عددی در مهندسی، سال ۳۵، شمارهٔ ۲، زمستان ۱۳۹۵

_	1		1		
_	۹\ • = 3	$\varepsilon = \circ / \hat{\gamma}$	۴/∘=3	('/.) φ	Da
	۱/۰۳۲۰	1/0787	1/0718	٥	
	1/034	1/0317	1/°7V°	١	, -Y
	۱/۰۴۳۰	۱/ • ۳۷۳	1/0777	۲	10
	١/•۴٨٧	۱/۰۴۳۰	1/0328	٣	
	1/0180	1/0184	۱/۰۱۳۳	٥	
	۱/۰۱۹۰	١/ • ١٨٩	١/•١٨٨	١	14
	1/0747	1/0748	1/0740	۲	10
	١/٥٣٠۵	1/0704	١/٥٣٥٣	٣	

جدول ۱۰– مقادیر عدد ناسلت متوسط روی دیوارهٔ گرم در محفظهٔ مربعی برای نانوسیال آب– اکسید آلومینیوم در<sup>۳</sup>۰۳ Ra

جدول ۱۱– مقادیر عدد ناسلت متوسط روی دیوارهٔ گرم در محفظهٔ مربعی برای نانوسیال آب– اکسید آلومینیوم در <sup>۲</sup>۳۶۹ Ra

Da	(′/.) φ	۴/∘=3	$\varepsilon = \circ / \hat{\gamma}$	۶×۰۹
	۰	6/9097	V/ <b>\</b> 399	$\Lambda/VA\Lambda$ r
• −ĭ	١	V/ 1 • 7 7	V/99A1	٨/٩٨٢۵
10	۲	V/744°	٨/١٥٨٥	9/1888
	٣	$V/$ $\mathcal{V}/\mathcal{V}\wedge \Delta \circ$	$\Lambda/\Upsilon$ ) $\Lambda\Lambda$	9/341
	٥	7/1888	۲/۸۴۹۱	2/9212
۲. –۲	١	7/2908	۲/۸۷۹۸	2/9080
10	۲	7/1794	Y/9177	2/9/92
	٣	2/1610	۲/9400	۳/ ۰ ۲ ۱ ۲

۷- نتیجه گیری

در این تحقیق برای اولین بار به بررسی تأثیر حضور محیط متخلخل بر میدان جریان، دما و عدد ناسلت متوسط برای نانوسیال آب – اکسید آلومینیوم با خواص ثابت و متغیر در فرآیند جابه جایی طبیعی داخل محفظهای مربعی شکل با استفاده از روش شبکه بولتزمن پرداخته شد و قابلیت این روش در شبیه سازی این گونه جریانها مورد بررسی قرار گرفت و نتایج زیر به دست آمد. ۱) با افزایش عدد رایلی در محفظه، مکانیزم انتقال حرارت از هدایت به سمت انتقال حرارت جابه جایی می رود و باعث می شود که عدد ناسلت متوسط در محفظه زیاد شود. ۲) افزایش عدد رایلی در محفظه، باعث می شود که سرعت جریان داخل محفظه افزایش پیدا کند و به تبع آن قدرت جریان در محفظه زیاد شود. ۳) کاهش عدد

دارسی موجب می شود که قدرت جریان در محفظه کاهش پیدا کند و مکانیزم انتقال حرارت غالب، هدایت شود، که منجربه کاهش عدد ناسلت می شود. از طرفی با افزایش عدد دارسی قدرت جریان داخل محفظه افزایش می یابد که منجربه افزایش عدد ناسلت خواهد شد. ۴) افزایش کسر حجمی نانوذرات در داخل محفظه منجربه افزایش عدد ناسلت و در نتیجه بهبود انتقال حرارت می شود. ۵) کاهش ضریب تخلخل در محفظه باعث می شود که محیط به سمت جامد شدن برود و در این حالت عدد ناسلت و قدرت جریان داخل محفظه کاهش می یابد و از طرفی هم با افزایش ضریب تخلخل حجم حفرههای موجود در محفظه افزایش می یابد و به تبع آن عدد ناسلت افزایش خواهد یافت. ۶) با افزایش عدد رایلی خط وط جریان در شکل های (۶) و (۷)



شکل ۶- خطوط دما ثابت (دو ردیف بالا) و خطوط جریان (دو ردیف پایین) برای نانوسیال آب– اکسید آلومینیوم با خواص ثابت در ۶/۰ = ٤، ۲۰/۰ = φ ، ۱۰<sup>۴</sup> ، ۹



شکل ۷- خطوط دما ثابت (دو ردیف بالا) و خطوط جریان (دو ردیف پایین) برای نانوسیال آب– اکسید آلومینیوم با خواص ثابت در ۶/۰ = ٤، ۲۰٪۰ = φ ، <sup>۶</sup>۰، ه۱۰<sup>۵</sup> Ra=۱۰

افزایش پیدا میکند، که دلیل آن این است که در مدل پاتل اندازه نانوذرات و سیال پایه درنظر گرفت همی شود و از طرفی هم حرکت براونی نانوذرات لحاظ شده است در حالی که در مدل ماکسول این ویژگی ها لحاظ نشده است. ۸) روش شبکه بولتزمن توانایی شبیه سازی جریان در محیط متخلخل را به خوبی دارد. در مرکز محفظه به شکل بیضی در می آید و تأثیر جابه جایی در خطوط همدما بیشتر مشخص می شود. گرادیان دما نزدیک دیواره های عمودی شدیدتر می شود؛ در عین حال، خطوط همدما در مرکز محفظه به طور افقی موازی با دیوار می شوند که علت این امر مکانیزم جابه جایی و نیروی شناوری است. ۷) در مدل خواص متغیر پاتل با افزایش کسر حجمی نانو ذرات، مقدار عدد ناسلت متوسط نسبت به مدل خواص ثابت ماکسول کمتر

1-representative elementary volume scale

مراجع

واژەنامە

- 1. De Vahl Davis, G., "Natural Convection of Air in a Square Cavity a Bench Mark Numerical Solution", *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 3, pp. 249-264, 1983.
- Nithiarasu, P., Seetharamu, K., and Sundararajan, T., "Natural Convective Heat Transfer in a Fluid Saturated Variable Porosity Medium", *International Journal Heat and Mass Transfer*, Vol. 40, pp. 3955-3967, 1997.
- Guo, Z., and Zhao, T., "Lattice Boltzmann Model for Incompressible Flows through Porous Media", *Physical Rewiew*, Vol. 66, pp. 036304, 2002.
- Seta, T., Takegoshi, E., and Okui, K., "Lattice Boltzmann Simulation of Natural Convection in Porous Media", *Mathematics and Computers in Simulation*, Vol. 72, pp. 195-200, 2006.
- Shokouhmand, H., Jam, F., and Salimpour, M., "Simulation of Laminar flow and Convective Heat Transfer in Conduits Filled with Porous Media Using Lattice Boltzmann Method", *International Communication in Heat and Mass Transfer*, Vol. 36, pp. 378-384, 2009.
- Haghshenas, A., Rafatinasr, M., and Rahimian, M., "Numerical Simulation of Natural Convection in an Open-ended Square Cavity Filled with Porous Medium by Lattice Boltzamann Method", *Intrernational Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 37, pp. 1513-1519, 2010.
- Lai, F., and Yang, Y., "Lattice Boltzmann Simulation of Natural Convection Heat Transfer of Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>/Water Nanofluids in a Squre Enclosure", *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 50, pp. 1930-1941, 2011.
- Liu, Q., He, Y., Li, Q., and Tao, W., "A Multiple-Relaxation-Time Lattice Boltzmann Model for Convection Heat Transfer in Porous Media", *International Journal of Heat and Mass Transfer*,

Vol. 73, pp. 761-775, 2014.

- Neild, D., and Bejan, A., Convection in Porous Media, 3rd Edition, Springer, 2006.
- Irwan, M., and Azwadi, C., "Simplified Mesoscale Lattice Boltzmann Numerical Model for Predication of Natural Convection in a Square Enclosure Filled with Homogeneous Porous Media", Wseas Transactions on Fluid Mechanics, Vol. 5, pp. 186-195, 2010.
- 11. Maxwell, J., A Treatise on Electricity and Magnetism Unabridged, Dover, 1954.
- Sheikhzadeh, G., and Nazari, S., "Numerical Study of Natural Convection in a Square Cavity Filled with a Porous Medium Saturated with Nanofluid", *Transport Phenomena in Nano and Micro Scale*, Vol. 1, pp. 138-146, 2013.
- Incropera, F., Dewitt, D., Bergman, T., and Lavine, A., *Fundamentals of Heat and Mass Transfer*, John Wiley, 2011.
- Brinkman, H., "The Viscosity of Concentrated Suspensions and Solutions", *Journal of Chemical Physics*, Vol. 20, pp. 571-581, 1952.
- Lai, F., and Yang, Y., "Lattice Boltzmann Simulation of Natural Convection Heat Transfer of Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>/water Nanofluids in a Squre Enclosure", *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 50, pp. 1930-1941, 2011.
- 16. Guiet, J., Reggio, M., and Vasseur, P., "Natural Convection of Nanofluids in Heated Enclosures using the Lattice Boltzmann Method", *Computational Thermal Sciences*, Vol.3, 2011.
- 17. Mohamad, A., *Lattice Boltzmann Method*, Springer, 2011.
- Rong, F., Guo, Z., Chai, Z., and Shi, B., "A Lattice Boltzmann Model for Axisymmetric Thermal Flows through Porous Media", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 53, pp. 5519-5527,

2010.

Accadmico, 2011.

- 23. Wolf-Gladrow, D., Lattice Gas Cellular Automata and Lattice Boltzmann Models, Springer, 2000.
- 24. T. Bach, A Python Environment for Cellular and Lattice Gas Automata, Boston University, 2005.
- 25. Irwan, M., Fudhail, A., Nor Azwadi, C., and Masoud, G., "Numerical Investigation of Incompressible Fluid Flow through Porous Media in a Lid Driven Square Cavity", *American Journal of Applied Sciences*, Vol. 7, pp. 1341-1344, 2010.
- 26. Vafai, K., *Hand Book of Porous Media*, Taylor & Francis, 2005.
- 19. Hasanpour, A., Sedighi, K., and Farhadi, M., "Effect of Porous Screen on Flow Stabilization and Heat Transfer in a Channel using Variable Porosity Model by the Lattice Boltzmann Method", *Turkish Journal* of Engineering and Environmental Sciences, Vol. 36, pp. 45-58, 2012.
- 20. Bejan, A., *Convection Heat Transfer*, 3rd Edition, John Wiley and Sons, 2004.
- 21. Sukop, M., and Thorne, D., *Lattice Boltzmann Modeling*, Springer, 2005.
- 22. Lomaazzi, A., Lattice Boltzmann Method for three Dimentional Fluid Flow Simulation, Anno