

حل سینماتیک مستقیم روبات استوارت- گوف با استفاده از روش ترکیبی بهبود یافته (ترکیب شبکه عصبی و نیوتن- رافسون مرتبه ۳)

هادی کلانی^۱، علیرضا اکبرزاده توتونچی^{۱*}، سحر مقیمی^۲ و ناهید خوشرفتار^۳

۱. گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه فردوسی مشهد

۲. گروه مهندسی برق، دانشگاه فردوسی مشهد

۳. دانشکده تربیت بدنی، دانشگاه فردوسی مشهد

۴. قطب علمی رایانش نرم و پردازش هوشمند اطلاعات، دانشگاه فردوسی مشهد

(دریافت مقاله: ۱۳۹۳/۰۸/۰۳ - دریافت نسخه نهایی: ۱۳۹۴/۱۰/۲۶)

DOI: 10.18869/acadpub.jcme.35.2.113

چکیده - در سال‌های اخیر تلاش‌های زیادی برای کاهش زمان تحلیل سینماتیک مستقیم روبات‌های موازی صورت گرفته است. این مقاله با سینماتیک روبات موازی شروع می‌شود و سپس با استفاده از الگوریتم پیشنهادی برای سینماتیک مستقیم روبات به پایان می‌رسد. در این مطالعه برای افزایش دقت و سرعت الگوریتم‌های عددی در سینماتیک روبات‌های موازی، ترکیب شبکه‌های عصبی مصنوعی و یک تکنیک عددی مرتبه ۳، پیشنهاد شده است. در ابتدا با استفاده از شبکه‌های عصبی یک پاسخ تقریبی از مسأله سینماتیک مستقیم روبات ایجاد می‌شود. این پاسخ تقریبی به عنوان حدس اولیه روش عددی نیوتن-رافسون با مرتبه ۳ در نظر گرفته می‌شود. سپس برای بررسی عملکرد و کارایی روش پیشنهادی در این مقاله، روبات موازی استوارت-گوف اختیار شده است. نتایج نشان می‌دهند که جایگزینی روش نیوتن-رافسون با روش مرتبه ۳ باعث کاهش تعداد تکرارهای لازم برای رسیدن به دقت موردنظر و در نتیجه کاهش زمان تحلیل سینماتیک مستقیم روبات می‌شود. در انتها از روبات استوارت برای شبیه‌سازی حرکت آرواره استفاده شده است. الگوریتم جدید پیشنهاد شده در این مقاله را می‌توان برای حل سینماتیک مستقیم هر نوع روبات سری یا موازی دیگر نیز استفاده کرد.

واژه‌های کلیدی: سینماتیک روبات‌های موازی، شبکه عصبی مصنوعی، روش عددی نیوتن رافسون، روبات موازی استوارت-گوف.

*: مسئول مکاتبات، پست الکترونیکی: ali_akbarzadeh@um.ac.ir

Forward Kinematics Solution of Stewart-Gough using Improved Hybrid Strategy (Neural Network and 3rd-order Newton-Raphson)

H. Kalani^{1,4}, A. Akbarzadeh^{1,4*}, S. Moghimi^{2,4} and N. Khoshraftar³

1. Mechanical Engineering Department, Ferdowsi University of Mashhad
2. Electrical Engineering Department, Ferdowsi University of Mashhad
3. Faculty of Sports and Physical Education, Ferdowsi University of Mashhad
4. Center of Excellence on Soft Computing and Intelligent Information Processing

Abstract: Many efforts have been done in recent years to decrease the required time for analysis of FKP (Forward Kinematics Problem) of parallel robots. This paper starts with developing kinematics of a parallel robot and finishes with a suggested algorithm to solve forward kinematics of robots. In this paper, by combining the artificial neural networks and a 3rd-order numerical algorithm, an improved hybrid strategy is proposed in order to increase the accuracy and speed of forward kinematics analysis of parallel manipulators. First, an approximate solution of the forward kinematics problem is produced by the neural network. This approximate solution is then considered as the initial guess for the 3rd-order Newton-Raphson numerical technique. By applying Stewart-Gough parallel manipulator, the efficiency of the proposed method is evaluated. It is shown that replacing the Newton-Raphson algorithm by the 3rd-order one leads to a reduction of the iterations required to reach the desired accuracy level and thus a reduction of the FKP analysis time. Finally, Stewart robot is used to simulate the movement of jaw. This novel algorithm can be applied to any forward kinematics of serial or parallel robots.

Keywords: Kinematics of parallel robots, Parallel Robot, Artificial Neural Networks, Newton Rophson method, Stewart-Gough Parallel Robot.

فهرست علائم

s_i	بردار طول لینک	$A(x,y,z)$	دستگاه مختصات بر روی صفحه ثابت
x_p	موقعیت مرکز جرم صفحه متحرک در جهت محور x	A_i	نقطه متصل به مفصل یونیورسال
y_p	موقعیت مرکز جرم صفحه متحرک در جهت محور	a_i	بردار موقعیت A_i نسبت به دستگاه مختصات ثابت
z_p	موقعیت مرکز جرم صفحه متحرک در جهت محور z	$B(x,y,z)$	دستگاه مختصات بر روی صفحه متحرک
علائم یونانی		B_i	نقطه متصل به مفصل کروی
θ_i	دوران حول محور y'_i	b_i	بردار موقعیت B_i نسبت به دستگاه مختصات متحرک
ϕ_i	دوران حول محور z_i	E_{max}	حداکثر خطای مجاز
ϕ_x	دوران حول محور x	$F(x)$	دستگاه معادله غیرخطی با n معادله و n مجهول
ϕ_z	دوران حول محور z	F'	ماتریس ژاکوبین
ϕ_y	دوران حول محور y	P	موقعیت مرکز جرم صفحه متحرک نسبت به صفحه ثابت
$\omega_p = [\dot{\phi}_x, \dot{\phi}_y, \dot{\phi}_z]$	بردار سرعت زاویه‌ای صفحه متحرک	$q_i^{a,c}$	اندازه طول لینک
$\dot{\omega}_p = [\ddot{\phi}_x, \ddot{\phi}_y, \ddot{\phi}_z]$	بردار شتاب زاویه‌ای صفحه متحرک	${}^A R_B$	ماتریس دوران صفحه متحرک
		${}^A R_i$	ماتریس دوران لینک

میان باشد، باید تحلیل سینماتیکی روبات را مدنظر قرار داد. در حقیقت سینماتیک علم حرکت مکانیزم‌ها است. آنالیز سینماتیک روبات‌های موازی در مقالات بسیاری مورد تحلیل قرار گرفته و

۱- مقدمه
وقتی تنها بحث حرکت و تحلیل مقادیر مختص‌های حرکتی برای روبات بدون در نظر گرفتن نیروهای به وجود آورنده در

روش‌های مختلفی برای آن ارائه شده است [۱ و ۲]. یکی از مراحل اساسی در مدل‌سازی و کنترل روبات‌های موازی، مخصوصاً در کاربردهای لحظه‌ای، به‌دست آوردن مدلی سریع و دقیق برای سینماتیک مستقیم است. با کاهش زمان مصرفی برای محاسبه پارامترهای سینماتیکی، زمان بیشتری می‌توان به الگوریتم‌های کنترلی اختصاص داد. بنابراین، الگوریتم‌های پیچیده با عملکرد بهتر را می‌توان برای کنترل روبات استفاده کرد. لذا پیدا کردن راهی برای کاهش زمان محاسبات تحلیل سینماتیک مستقیم روبات‌های موازی، همواره مورد توجه محققین زیادی بوده است.

برخلاف روبات‌های سری مسأله سینماتیک مستقیم روبات‌های موازی بسیار پیچیده است. معمولاً مسأله سینماتیک مستقیم روبات‌های موازی به حل یک چندجمله‌ای با درجه بالا منجر می‌شود که با حل این معادله چندین جواب برای روبات به‌دست می‌آید. تعدادی از جواب‌ها به‌دلیل موهومی بودن و همچنین قرار نداشتن در حالت‌های ایزوتروپیک روبات از دسته جواب‌ها حذف می‌شوند [۳]. اما در انتها هنوز تعدادی جواب حقیقی برای روبات باقی خواهد ماند که با شرایط روبات سازگار هستند. روش‌های تحلیلی که براساس بردارهای مکان روبات ارائه شده‌اند، معمولاً به حل یک معادله با درجه n منجر می‌شوند که تمامی جواب‌ها برای روبات صحیح نیستند [۳ و ۴]. این جواب‌ها شامل یک سری جواب‌های حقیقی درست و نیز یک دسته جواب‌های موهومی است. همچنین یک سری جواب‌های حقیقی در میان جواب‌های به‌دست آمده وجود دارد که در فضای کاری روبات نمی‌توان به آنها رسید. یعنی خارج از محدوده جواب‌ها هستند [۴ و ۵]. اما روش‌های هندسی براساس قیدهای منطقی روبات نوشته و ارائه شده و سینماتیک روبات براساس این قیود منطقی حل می‌شوند. بنابراین تعداد جواب‌های به‌دست آمده از روش هندسی معمولاً کمتر و شامل جواب‌های حقیقی روبات فضای کاری روبات هستند. همچنین در روش‌های هندسی، جواب‌های موهومی و

غیرمنطقی دیده نمی‌شود [۶-۳].

همان‌طور که گفته شد برای حل سینماتیک مستقیم و معکوس روبات‌های موازی روش‌های گوناگونی ارائه شده است برای مثال وو [۷] با ترکیب دو روش نیوتن و هوموتوپی^۱، روش ترکیبی برپایه حل عددی معادلات قید روبات برای حل سینماتیک روبات‌های موازی ارائه کرده‌اند. کمالی و اکبرزده [۴] روش نوینی برای حل سینماتیک مستقیم با ارائه مفهومی جدید برای نواحی اساسی و پایه‌ای^۲ روبات‌های موازی ارائه کردند. از میان انواع تکنیک‌های عددی روش نیوتن-رافسون به‌صورت گسترده‌ای در تحلیل سینماتیک مستقیم روبات‌های موازی مورد استفاده قرار گرفته است [۸-۱۳]. مشکل اساسی این روش در وابستگی شدید به حدس اولیه است به‌گونه‌ای که به‌ازای برخی از حدس‌های اولیه ممکن است این روش واگرا شده و کارایی خود را از دست بدهد. برای رفع این مشکل پاریک و لام [۱۴] یک روش ترکیبی را به معادلات سینماتیک مستقیم روبات‌های موازی اعمال کرده و نشان دادند که استفاده از روش ترکیبی باعث کاهش تعداد تکرارهای مورد نیاز برای دست‌یابی به دقت موردنظر و در نتیجه کوتاه‌تر شدن زمان تحلیل‌ها می‌شود.

شبکه‌های عصبی مصنوعی به‌دلیل سرعت بسیار زیاد و توانایی فوق‌العاده‌ای که در تخمین روابط بین داده‌ها دارند، به‌صورت روزافزون جهت مدل‌سازی سیستم‌های پیچیده و غیرخطی از جمله سینماتیک مستقیم روبات‌های موازی مورد استفاده قرار گرفته‌اند [۱۹-۱۵]. دقت مدل استخراج شده توسط شبکه‌های عصبی تابع عوامل مختلفی مانند میزان نحوه انتخاب داده‌های آموزشی، ساختمان شبکه (تعداد لایه‌ها، تعداد نرون‌های هر لایه و ...) و الگوریتم مورد استفاده جهت آموزش آن است [۱۵]. در حالت کلی صرفاً با استفاده از شبکه‌های عصبی نمی‌توان دقت‌های بسیار زیاد را در کنار سرعت اجرای مناسب ایجاد کرد [۱۵ و ۱۹]. روش‌های تحلیلی متعددی برای سینماتیک مستقیم

شبکه عصبی) در بخش (۳) معرفی شده است. در بخش (۴)، عملکرد روش ترکیبی بهبود یافته در مقایسه با روش ترکیبی [۱۴] و الگوریتم نیوتن-رافسون ارزیابی شده و برتری روش ترکیبی بهبود یافته نشان داده شده است. همچنین برای بررسی دقت این الگوریتم در کاربردهای عملی، از ایده روبات استوارت به عنوان روبات جویدن^۵ استفاده شده است. در نهایت بخش (۵) جمع‌بندی کار حاضر را ارائه می‌کند.

۲- سینماتیک روبات استوارت-گوف

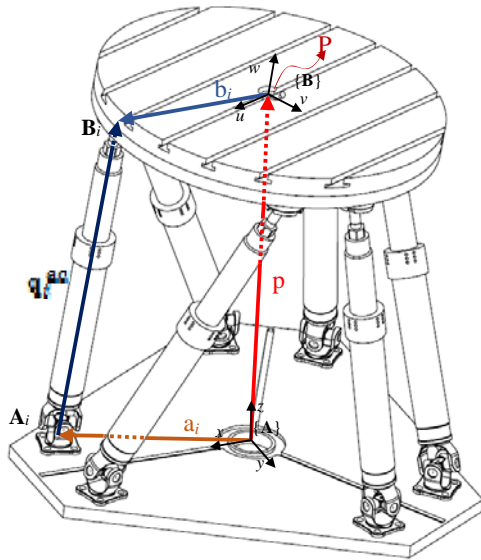
روبات موازی استوارت در شکل (۱-الف) نشان داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود این روبات دارای ۶ رابط بوده و در هر رابط یک سلیندر و پیستون توسط یک مفصل کشویی به یکدیگر متصل شده‌اند. هر رابط توسط یک مفصل کروی به صفحه متحرک و یک مفصل یونیورسال به صفحه ثابت متصل شده است. هر مفصل کشویی می‌تواند دارای یک سیستم هیدرولیکی و یا بال اسکرو^۶ باشد.

برای شروع آنالیز، ابتدا دستگاه مختصات $A(x,y,z)$ بر روی صفحه ثابت و دستگاه مختصات $B(x,y,z)$ بر روی صفحه متحرک در نظر گرفته شده است (شکل ۱-ب). به علاوه یک دستگاه مختصات محلی $c(x_i, y_i, z_i)$ بر روی نقطه A_i در نظر گرفته شده است، به طوری که محور Z_i چسبیده به جهت رابط است. به عبارت دیگر همواره هم‌راستای خطی است که نقاط A_i را به B_i متصل می‌کند. برای راحتی دستگاه مختصات B بر روی مرکز صفحه متحرک نصب شده است. می‌توان موقعیت صفحه متحرک نسبت به صفحه ثابت را با P و چرخش آن را با A_{RB} توصیف کرد. چنانچه دوران حول محورهای x ، y و z با ϕ_x ، ϕ_y و ϕ_z نشان داده شود، ماتریس دوران به صورت زیر نوشته می‌شود:

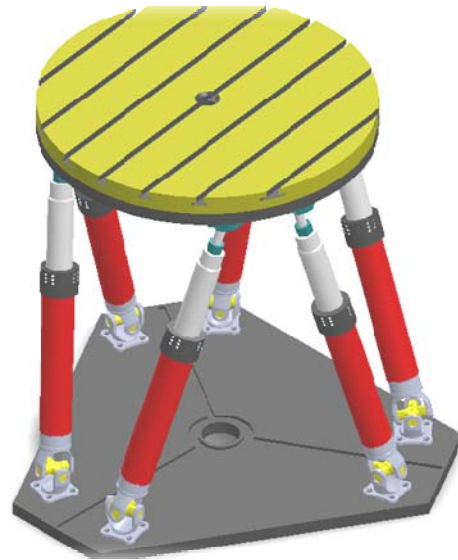
$${}^A R_B = \begin{bmatrix} \cos \phi_z \cos \phi_y & \cos \phi_z \sin \phi_y \sin \phi_x - \sin \phi_z \cos \phi_x & \cos \phi_z \sin \phi_y \cos \phi_x + \sin \phi_z \sin \phi_x \\ \sin \phi_z \cos \phi_y & \sin \phi_z \sin \phi_y \sin \phi_x + \cos \phi_z \cos \phi_x & \sin \phi_z \sin \phi_y \cos \phi_x - \cos \phi_z \sin \phi_x \\ -\sin \phi_y & \cos \phi_y \sin \phi_x & \cos \phi_y \cos \phi_x \end{bmatrix} \quad (1)$$

روبات استوارت-گوف ارائه شده است. راخوان [۲۰] از اولین کسانی بود که به بررسی سینماتیک مستقیم روبات استوارت-گوف پرداخت. او توانست به ۴۰ جواب برای حل سینماتیک مستقیم این روبات در ناحیه اعداد مختلط دست یابد. سپس هوستی [۲۱] با استفاده از روش حذفی و به دست آوردن یک چندجمله‌ای تک متغیره از درجه ۴۰، توانست حلی برای سینماتیک مستقیم روبات استوارت-گوف ارائه دهد. اینوستی [۲۲] توانست معادلات فیود را با یک معادله خطی بیان کند. او با ب.م.گیری (بزرگترین مقسوم علیه مشترک) از چندجمله‌ای میانی با درجه ۳۲۰ به یک چندجمله‌ای از درجه ۴۰ دست یابد. دینگرا و همکارانش [۲۳] از روش ترکیبی گروبنر-سیلوستر برای محاسبه چندجمله‌ای از درجه ۲۰ به صورت مستقیم از ماتریس 15×15 استفاده کردند که در آن ماتریس سیلوستر^۳ با محاسبه پایه‌های گروبنر^۴ برای سکوی استوارت به صورت صفحه‌ای به دست می‌آید. با وجود این محاسبات سمبلیک به دلیل بازده پایین محاسبات با شکست روبرو شد. اما روش‌های تحلیلی در کاربردهای بلادرنگ چندان کاربرد ندارند. در کاربردهای لحظه‌ای هرچه زمان لازم برای محاسبه پارامترهای سینماتیک مستقیم روبات کمتر باشد امکان پیاده‌سازی کنترل کننده‌های پیچیده‌تری وجود خواهد داشت. همچنین در صورت کاهش زمان محاسبات می‌توان فرکانس نمونه‌برداری را بالاتر برده و دقت عملکرد روبات را افزایش داد [۲۴]. از اینرو در این مقاله تلاش شده است که با بهبود روش ترکیبی [۱۴] زمان اختصاص داده شده برای استخراج پارامترهای سینماتیکی بیش از پیش کاهش داده شود.

در این مقاله در بخش (۲) ساختمان روبات استوارت-گوف مختصراً معرفی و معادلات لازم برای حل مسأله سینماتیک مستقیم این روبات استخراج شده است. روش ترکیبی بهبود یافته (روش عددی نیوتن-رافسون مرتبه ۳+)



(ب)



(الف)

شکل ۱- الف) شماتیک روبات موازی استورات و ب) حلقه سینماتیک برای روبات

زیر تعریف نمود:

$${}^A R_i = \begin{bmatrix} \cos \phi_i \cos \theta_i & -\sin \phi_i & \cos \phi_i \sin \theta_i \\ \sin \phi_i \cos \theta_i & \cos \phi_i & \sin \phi_i \sin \theta_i \\ -\sin \theta_i & 0 & \cos \theta_i \end{bmatrix} \quad (7)$$

از ستون سوم این معادله می توان s_i را محاسبه نمود:

$$s_i = \begin{bmatrix} \cos \phi_i \sin \theta_i \\ \sin \phi_i \sin \theta_i \\ \cos \theta_i \end{bmatrix} \quad (8)$$

با استفاده از معادله (۸) می توان ϕ_i و θ_i را به صورت زیر محاسبه نمود:

$$\begin{aligned} \cos \theta_i &= s_{iz} \\ \sin \theta_i &= \sqrt{s_{ix}^2 + s_{iy}^2} \quad (0 \leq \theta_i \leq \pi), \\ \sin \phi_i &= s_{iy} / \sin \theta_i, \\ \cos \phi_i &= s_{ix} / \sin \theta_i. \end{aligned} \quad (9)$$

به کمک معادلات (۵) الی (۹) می توان با استفاده از موقعیت صفحه متحرک، جهت و زوایای اوپلر رابط λ ام را محاسبه کرد.

لذا رابطه (۴) نشان دهنده ۶ معادله برداری است که

بردارهای سرعت زاویه ای و شتاب زاویه صفحه متحرک نیز به صورت زیر تعریف می شوند:

$$\omega_p = [\dot{\phi}_x, \dot{\phi}_y, \dot{\phi}_z] \quad (2)$$

$$\dot{\omega}_p = [\ddot{\phi}_x, \ddot{\phi}_y, \ddot{\phi}_z] \quad (3)$$

با توجه به شکل (۱-ب)، می توان حلقه زیر را نوشت:

$$a_i + q_i^{ac} s_i = p + b_i \quad (4)$$

با حل معادله (۴) می توان s_i را به صورت زیر تعریف نمود:

$$s_i = (p + b_i - a_i) / q_i^{ac} \quad (5)$$

که در آن:

$$q_i^{ac} = \|p + b_i - a_i\| \quad (6)$$

از آنجایی که هر رابط توسط یک مفصل یونیورسال به صفحه ثابت متصل شده است می توان جهت آن را با داشتن دو زاویه اوپلر توصیف نمود. همان طور که در شکل (۲) نشان داده شده است، دستگاه مختصات محلی رابط λ ام از چرخش ϕ_i حول محور Z_i و سپس دوران به اندازه θ_i حول محور Y_i' نتیجه می شود. لذا می توان ماتریس دوران رابط λ ام را به صورت

روش نیوتن-رافسون با یک روش عددی با همگرایی مرتبه ۳ [۲۵] جایگزین شده است. الگوریتم عددی مذکور در بخش (۱-۳) و ساختمان شبکه عصبی مورد استفاده برای تولید حدس‌های اولیه در بخش ۲-۳ شرح داده شده‌اند.

۱-۳- روش عددی نیوتن-رافسون با همگرایی مرتبه ۳

یکی از مشکلات استفاده از روش نیوتن-رافسون با مرتبه ۳ محاسبه مشتق دوم است که استفاده از آن پیچیده و بفرنج است. درویشی و براتی [۲۵] یک روش با همگرایی مرتبه ۳ که نیازی به محاسبه مشتق دوم معادلات ندارد را توسعه داده و برای حل دستگاه معادلات غیرخطی استفاده کرده‌اند. در این مقاله نیز از الگوریتم شرح داده شده در [۲۵] برای حل دستگاه معادلات غیرخطی مربوط به سینماتیک مستقیم روبات‌های موازی بهره گرفته شده است که در ادامه شرح داده می‌شود.

فرض کنید یک دستگاه معادله غیرخطی با n معادله و n مجهول به صورت رابطه (۶) داده شده است که در آن $\mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n \subseteq \Omega: \mathbb{F}^{n \times 1}$ یک تابع برداری غیرخطی و $\mathbf{x}^{n \times 1} = [x^1, x^2, \dots, x^n]^T$ بردار پارامترهای سینماتیکی روبات است. درویشی و براتی [۲۵] برای حل دستگاه معادلات (۱۱)، رابطه تکراری (۱۲) را پیشنهاد داده و نشان داده‌اند که سرعت همگرایی این الگوریتم از مرتبه ۳ است:

$$\mathbf{F}(\mathbf{x}) = \mathbf{0} \quad (11)$$

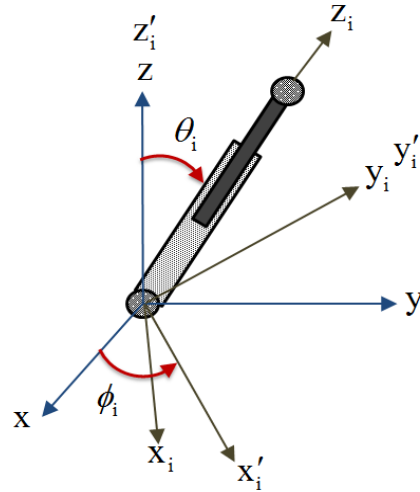
$$\mathbf{x}_{m+1} = \mathbf{x}_m - \mathbf{F}'(\mathbf{x}_m)^{-1} (\mathbf{F}(\mathbf{x}_m) + \mathbf{F}(\mathbf{x}_{m+1}^*)) \quad (12)$$

$$\mathbf{x}_{m+1}^* = \mathbf{x}_m - \mathbf{F}'(\mathbf{x}_m)^{-1} \mathbf{F}(\mathbf{x}_m) \quad (13)$$

در روابط فوق \mathbf{F}' ماتریس ژاکوبین سیستم معادلات (۴) با ابعاد $n \times n$ بوده و:

$$(\mathbf{F}')^{i,j} = \frac{\partial F^i}{\partial x^j} \quad (14)$$

این الگوریتم ابتدا یک حدس اولیه از پاسخ به صورت بردار \mathbf{x}_0 انتخاب کرده و سپس با تکرار روابط (۱۲) و (۱۳) پاسخ مسئله را با دقت موردنظر محاسبه می‌کند. تکرار الگوریتم زمانی



شکل ۲- زاویای اویلر در یک لینک

مجموعاً یک دستگاه معادلات غیرخطی با ۱۸ معادله و ۱۸ مجهول را تشکیل می‌دهد. در مسأله سینماتیک مستقیم روبات استوارت میزان جابه‌جایی مفاصل کشویی محرک $(q_1^{ac}, q_2^{ac}, q_3^{ac}, q_4^{ac}, q_5^{ac}, q_6^{ac})$ به عنوان ورودی مسأله معلوم بوده و سایر مجهولات از حل دستگاه معادلات (۴) محاسبه می‌شوند. مجهولات این مسأله عبارتند از:

$$\mathbf{x} = [x^1, x^2, \dots, x^{18}]^T \quad (10)$$

$$= [x_p, y_p, z_p, \phi_x, \phi_y, \phi_z, \phi_1, \dots, \phi_6, \theta_1, \dots, \theta_6]^T$$

برای پیدا کردن پاسخ معادلات سینماتیک مستقیم روبات‌های موازی از جمله روبات استوارت-گوف می‌توان از روش‌های مختلفی مانند روش‌های عددی، شبکه‌های عصبی مصنوعی و روش‌های ترکیبی استفاده کرد. در بخش بعد یک روش ترکیبی بهبود یافته برای حل معادلات سینماتیک مستقیم روبات‌های موازی پیشنهاد شده است.

۳- روش ترکیبی بهبود یافته برای تحلیل سینماتیک

مستقیم روبات‌های موازی

در این مقاله مشابه با روش ترکیبی [۱۴] از شبکه‌های عصبی مصنوعی برای ایجاد حدس‌های اولیه استفاده می‌شود با این تفاوت که در اینجا، برای کاهش زمان موردنیاز برای حل مسأله،

متوقف می شود که رابطه (۱۵) برقرار شود:

$$\|x_{n+1} - x_n\|_{\infty} < E_{\max} \quad (15)$$

در این رابطه E_{\max} حداکثر خطای مجاز پارامترها بوده و

$$\|x\|_{\infty} = \max(|x^1|, \dots, |x^n|) \quad (16)$$

هرچه حدس اولیه به پاسخ مسأله نزدیکتر باشد، تعداد تکرارهای لازم برای رسیدن به دقت مطلوب کمتر بوده و زمان حل کاهش خواهد یافت. در این مقاله مانند آنچه در [۱۴] آورده شده است، از شبکه های عصبی مصنوعی برای تهیه حدس های اولیه مناسب استفاده می شود.

۳-۲- شبکه های عصبی مصنوعی MLP^۶

یک شبکه عصبی MLP از مجموعه ای از نرون ها^۸ تشکیل شده است که در لایه های مختلف قرار گرفته اند. نرون های موجود در هر لایه می توانند با همه یا قسمتی از نرون های لایه های مجاور از طریق یک سری اتصالات وزن دار در ارتباط باشند. بنابراین ورودی هر نرون مجموعی از خروجی نرون های لایه قبل است که در وزن های مربوطه ضرب شده اند.

در حالت کلی هر نرون را می توان شامل دو قسمت مجزا در نظر گرفت. در قسمت اول مجموع ورودی ها محاسبه شده و در قسمت دوم یک تابع که به آن تابع فعالیت نرون^۹ گفته می شود بر روی این حاصل جمع عمل کرده و خروجی نرون را محاسبه می کند. از توابع مختلفی می توان به عنوان تابع فعالیت هر نرون استفاده کرد که از آن میان می توان به تابع علامت^{۱۰}، تابع خطی (purelin)، تابع tansig، تابع logsig اشاره کرد. هر کدام از این توابع ویژگی های خاص خود را داشته و در موارد مختلف قابل استفاده هستند.

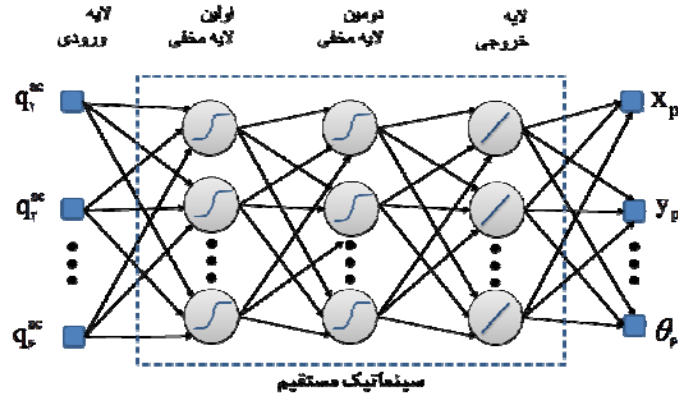
برای مدل سازی سینماتیک مستقیم روبات های موازی باید شبکه عصبی را به گونه ای طراحی کرد که میزان جابه جایی مفاصل محرک را در ورودی دریافت کرده و سایر پارامترهای مرتبط با سینماتیک روبات را در خروجی تخمین بزند. به عنوان مثال در مورد روبات استوارت-گوف پارامترهای $(q_1^{ac}, q_2^{ac}, q_3^{ac}, q_4^{ac}, q_5^{ac}, q_6^{ac})$ به عنوان ورودی و

پارامترهای $[x_p, y_p, z_p, \phi_x, \phi_y, \phi_z, \phi_1, \dots, \phi_6, \theta_1, \dots, \theta_6]^T$ به عنوان خروجی شبکه در نظر گرفته می شوند.

برای استفاده از شبکه های عصبی مصنوعی باید ابتدا یک مجموعه از ورودی ها به همراه خروجی های متناظرشان را تهیه کرده و به شبکه آموزش داد. این مجموعه آموزشی باید به گونه ای انتخاب شود که حاوی اطلاعات کافی در مورد رفتار سیستم باشد. در این مطالعه از حل سینماتیک معکوس برای تهیه داده های آموزشی استفاده شده است. بدین صورت که ابتدا موقعیت و جهت گیری عملگر نهایی در فضای کاری روبات انتخاب شده و سپس با استفاده از سینماتیک معکوس، متغیرهای مفاصل محرک و سایر پارامترهای سینماتیکی محاسبه می شوند. حال متغیرهای مفاصل محرک به عنوان ورودی و مکان و جهت گیری عملگر نهایی به همراه سایر پارامترهای سینماتیکی به عنوان خروجی متناظر با آن به شبکه آموزش داده می شوند.

بهتر است که از یک شبکه عصبی MLP با حداقل تعداد لایه پنهان و نرون استفاده شود، زیرا در اینجا شبکه های عصبی تنها برای ایجاد یک تخمین اولیه از پاسخ مورد استفاده قرار می گیرند و در عملکرد این شبکه ها مسأله سرعت بیش از دقت مورد توجه است. شماتیک کلی این شبکه در شکل (۳) نشان داده شده است.

واضح است که هرچه جواب اولیه بهتری انتخاب شود، روش نیوتن-رافسون در تکرار و در نتیجه زمان کمتری جواب مطلوب را پیدا خواهد کرد. بنابراین با پیدا کردن یک ساختار بهینه برای شبکه عصبی، می توان تخمین مناسب تری را برای روش نیوتن-رافسون پیدا کرد. اگرچه ممکن است افزایش تعداد نرون در هر لایه و افزایش تعداد لایه باعث بهبود عملکرد شبکه عصبی در تخمین جواب اولیه شود، اما افزایش این دو پارامتر ممکن است باعث رخ دادن پدیده نفرین^{۱۱} ابعاد شود. لذا اگرچه این شبکه قادر خواهد بود تخمین اولیه مناسب تری برای روش نیوتن-رافسون بزند، اما زمان بیشتری برای این کار نیاز خواهد داشت. به عبارت



شکل ۳- شمای کلی از شبکه عصبی مورد استفاده برای تخمین پاسخ سینماتیک مستقیم روبات استوارت- گوف

شده و کارایی آن در مقایسه با روش نیوتن-رافسون و روش ترکیبی [۱۴ و ۱۵] ارزیابی شده است. ابتدا مراحل انتخاب یک ساختار مناسب برای شبکه عصبی شرح داده شده و سپس نتایج حاصل از استفاده از روش ترکیبی بهبود یافته آورده شده است.

در این مطالعه از حل سینماتیک معکوس برای تهیه داده‌های آموزشی استفاده شده است. بدین صورت که ابتدا ۲۰۱ مقدار تصادفی برای موقعیت $(x_p, y_p, z_p)^T$ و جهت‌گیری عملگر نهایی $(\phi_x, \phi_y, \phi_z)^T$ در فضای کاری روبات انتخاب شده و سپس با استفاده از سینماتیک معکوس، متغیرهای مفاصل محرک $(q_1^{ac}, q_2^{ac}, q_3^{ac}, q_4^{ac}, q_5^{ac}, q_6^{ac})$ و سایر پارامترهای سینماتیکی $(\theta_1, \dots, \theta_6, \phi_1, \dots, \phi_6)^T$ محاسبه می‌شوند. حال متغیرهای مفاصل محرک $(q_1^{ac}, q_2^{ac}, q_3^{ac}, q_4^{ac}, q_5^{ac}, q_6^{ac})$ به‌عنوان ورودی و مکان و جهت‌گیری عملگر نهایی به‌همراه سایر پارامترهای سینماتیکی $(x_p, y_p, z_p, \phi_x, \phi_y, \phi_z, f_1, \dots, f_6, \theta_1, \dots, \theta_6)^T$ به‌عنوان خروجی متناظر با آن، به شبکه آموزش داده می‌شوند. به‌علاوه بایستی خاطر نشان کرد که انتخاب تعداد ۲۰۱ نقطه آموزش براساس معیار خاصی نیست و فقط بایستی به‌طور تصادفی در فضای کاری ربات انتخاب شوند.

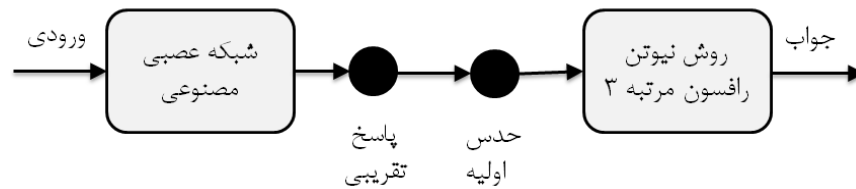
در این مقاله یک شبکه عصبی ۴ لایه (۲ لایه پنهان)، با ۶ نرون در لایه ورودی، ۱۰ نرون در هر کدام از لایه‌های پنهان و

دیگر بایستی تعامل مناسبی بین پیچیدگی شبکه عصبی و دقت تخمین موردنیاز برای روش نیوتن-رافسون وجود داشته باشد. به‌علاوه نشان داده شده است که یک شبکه عصبی MLP را می‌توان به‌عنوان یک تقریب‌گر عمومی در نظر گرفت. به‌عبارت دیگر به‌کمک یک شبکه عصبی می‌توان هر تابع غیرخطی، با هر پیچیدگی و با هر میزان خطایی، را تقریب زد. برای این منظور بایستی این شبکه داری دو شرط باشد: (۱) حداقل دارای یک لایه پنهان باشد، (۲) تابع فعالیت نرون‌های لایه پنهان از نوع سیگموئید^{۱۲} و تابع فعالیت لایه خروجی از نوع خطی باشد [۲۴، ۲۶ و ۲۷]. به‌عبارت دیگر برای روبات‌های پیچیده‌تر نیاز به استفاده از لایه‌های پنهان بیشتر نیست، بلکه با تغییر تعداد نرون در لایه پنهانی، می‌توان به دقت موردنظر دست یافت.

همان‌طور که قبلاً نیز اشاره شد، در این مقاله مشابه با روش ترکیبی [۱۴] ابتدا شبکه عصبی مصنوعی یک حدس اولیه از پاسخ مسأله ایجاد کرده و سپس تکنیک عددی مرتبه ۳ با استفاده از این حدس اولیه، پاسخ مسأله سینماتیک مستقیم روبات را با دقت موردنظر محاسبه می‌کند. شکل (۴)، شماتیک الگوریتم پیشنهادی را نشان می‌دهد.

۴- نتایج شبیه‌سازی الگوریتم پیشنهادی

در این بخش از روش ترکیبی بهبود یافته برای تحلیل سینماتیک مستقیم روبات موازی استوارت-گوف استفاده



شکل ۴- شماتیک الگوریتم پیشنهادی

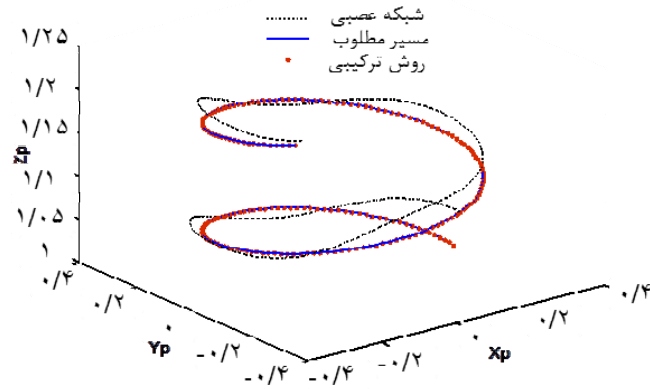
مشاهده می‌شود، با استفاده از روش ترکیبی [۱۴ و ۱۵] می‌توان به مسیر مطلوب در تعداد تکرار کم نزدیک شد. در این شکل خطای مطلق طولی (مکان عملگر نهایی) از مرتبه 10^{-4} متر و خطای مطلق متغیرهای زاویه‌ای (جهت‌گیری عملگر نهایی و جهت‌های لینک‌ها) از مرتبه 10^{-4} رادیان هستند. انطباق بسیار خوب مسیر محاسبه شده بر مسیر مطلوب و کوچک بودن مقادیر خطای پارامترهای سینماتیکی حکایت از عملکرد بسیار مطلوب روش ترکیبی دارد که توانسته است تنها با دو بار تکرار دقت‌های خوبی را ایجاد نماید.

همچنین شکل (۶)، مقایسه خروجی مطلوب، شبکه عصبی و روش ترکیبی را نشان می‌دهد. این شکل نشان می‌دهد که اگرچه شبکه عصبی در بعضی پارامترها (مانند پارامتر ϕ) نتوانسته به خوبی عمل کند، اما با ترکیب شدن با روش نیوتن-رافسون، این عیب برطرف شده است. لذا با کمک این روش می‌توان حتی با یک شبکه عصبی ضعیف غیربهبوده نیز به جواب‌های خیلی خوبی دست یافت. شماتیک رویات استوارت-گوف در شکل (۷) نشان داده شده است.

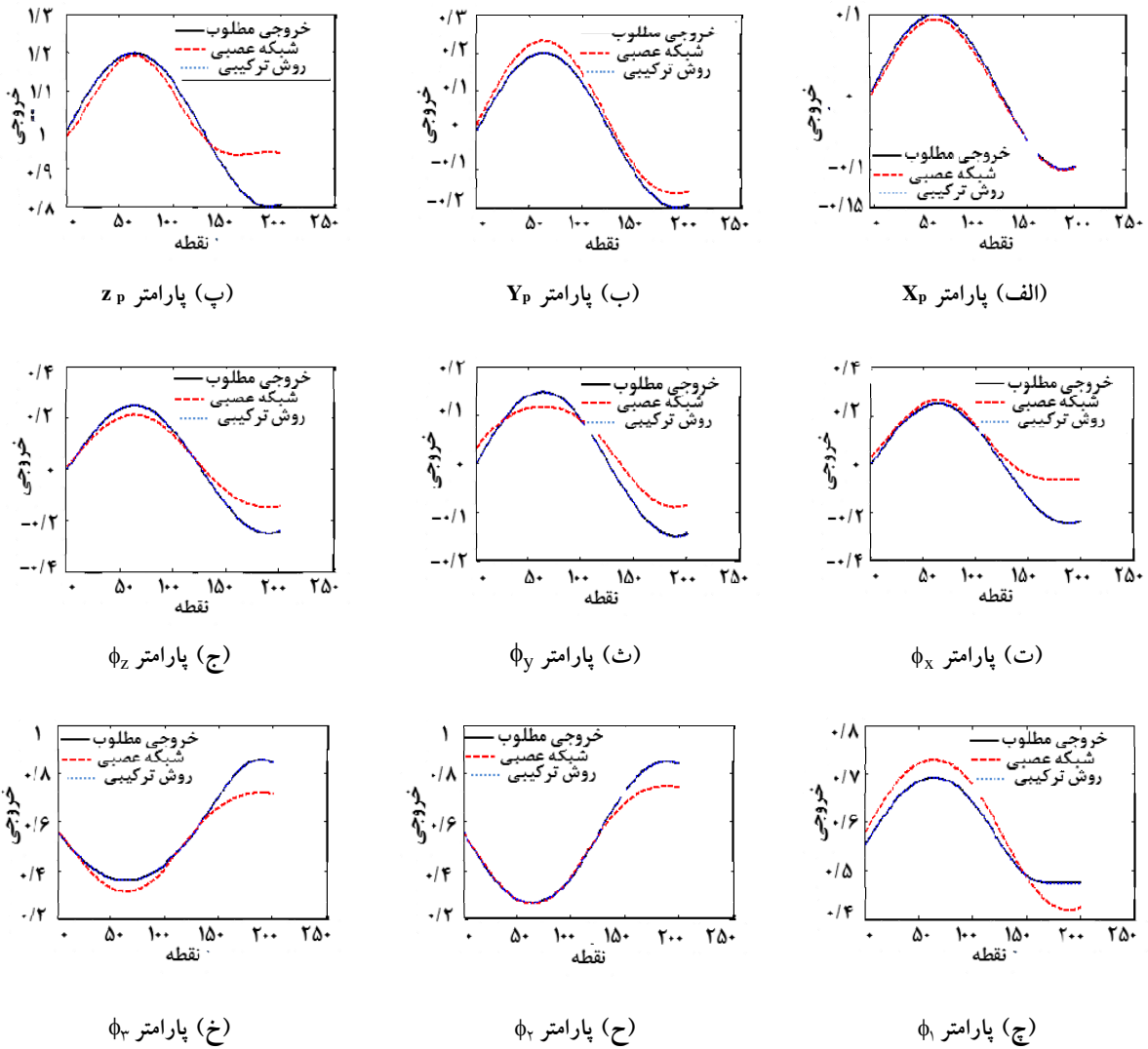
واضح است که برای دستیابی به دقت‌های بالاتر باید تعداد تکرار الگوریتم عددی را افزایش داد. تعداد تکرارهای موردنیاز برای دستیابی به دقت‌های مختلف با استفاده از روش ترکیبی بهبود یافته، روش ترکیبی [۱۴] و روش نیوتن-رافسون در جدول (۱) و شکل (۸) مقایسه شده است. برای تهیه این جدول ۲۰۱ مقدار تصادفی برای هرکدام از متغیرهای q_1^{ac} ، q_2^{ac} ، q_3^{ac} ، q_4^{ac} ، q_5^{ac} و q_6^{ac} در نظر گرفته شده و تعداد تکرارهای لازم برای رسیدن به دقت مطلوب در هر نمونه محاسبه شده و در کل نمونه‌ها میانگین‌گیری شده است.

۱۸ نرون در لایه خروجی برای تخمین پارامترهای سینماتیکی رویات استوارت انتخاب شده است. تابع فعالیت تمامی لایه‌های پنهان از نوع سیگموئید و تابع فعالیت لایه خروجی از نوع خطی در نظر گرفته شده است. ساختار شبکه استفاده شده در این مطالعه، ممکن است یک ساختار بهینه برای تخمین پارامترهای سینماتیکی رویات استوارت نباشد. زیرا در این تحقیق از شبکه عصبی برای پیدا کردن جواب اولیه برای روش نیوتن-رافسون استفاده شده است تا بتوان مقایسه‌ای بین روش‌های ترکیبی ارائه شده و روش نیوتن-رافسون معمولی انجام داد. اما مطمئناً هرچه شبکه عصبی بتواند جواب اولیه مناسب‌تری برای روش نیوتن-رافسون پیدا کند تعداد تکرارهای لازم برای رسیدن به دقت مطلوب و در نتیجه زمان لازم برای حل سینماتیک مستقیم کاهش می‌یابد.

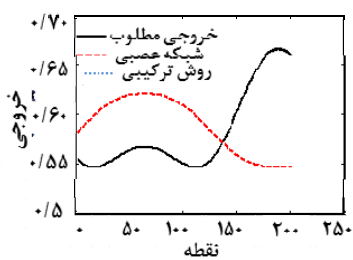
برای ارزیابی عملکرد روش ترکیبی بهبود یافته، خروجی‌های این روش با تنها دو بار تکرار الگوریتم عددی، برای تعقیب یک مسیر حلقوی در شکل (۵) ارائه شده است. مقادیر پارامترهای ورودی لازم برای حرکت در مسیر مذکور از حل سینماتیک معکوس رویات حاصل شده است که در اینجا به آن اشاره‌ای نشده است اما به راحتی می‌توان آن را از معادله (۴) محاسبه کرد. کل مسیر به ۲۰۱ نقطه تقسیم شده و طول رابط‌های متناظر (یعنی هرکدام از متغیرهای q_1^{ac} ، q_2^{ac} ، q_3^{ac} ، q_4^{ac} ، q_5^{ac} و q_6^{ac}) با استفاده از سینماتیک معکوس محاسبه می‌شوند. این طول‌ها به عنوان ورودی‌های شبکه عصبی که قبلاً تعلیم یافته، داده می‌شوند. سپس خروجی شبکه عصبی به عنوان تخمین اولیه برای روش نیوتن-رافسون در نظر گرفته می‌شود. همان‌طور که در شکل (۵)



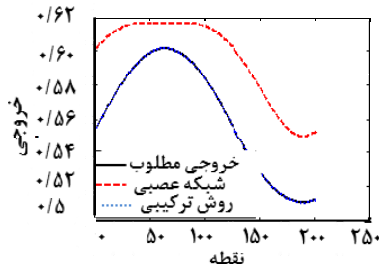
شکل ۵- ارزیابی روش ترکیبی در یک مسیر دلخواه



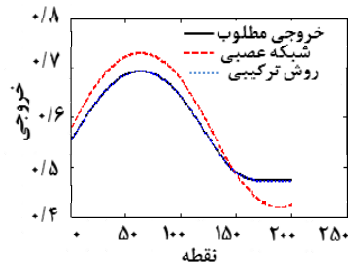
شکل ۶- مقایسه خروجی مطلوب، شبکه عصبی و روش ترکیبی



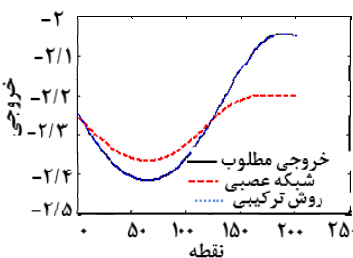
(ر) پارامتر ϕ_6



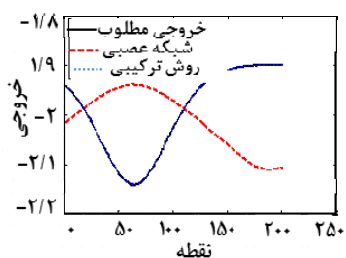
(ذ) پارامتر ϕ_5



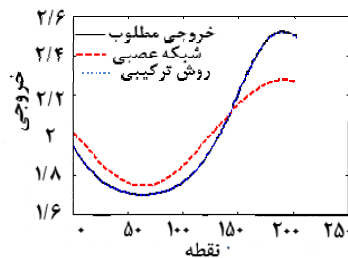
(د) پارامتر ϕ_4



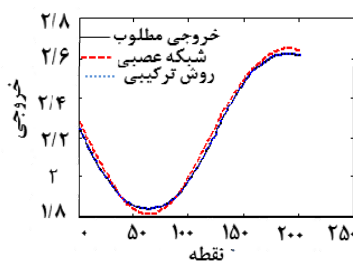
(س) پارامتر θ_3



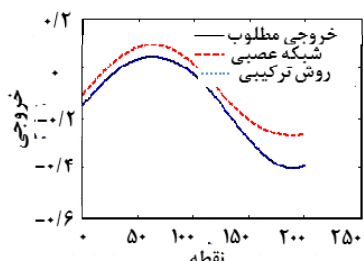
(ز) پارامتر θ_2



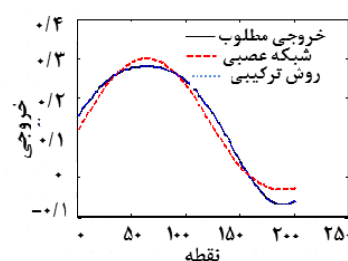
(ز) پارامتر θ_1



(ض) پارامتر ϕ_7



(ص) پارامتر ϕ_5



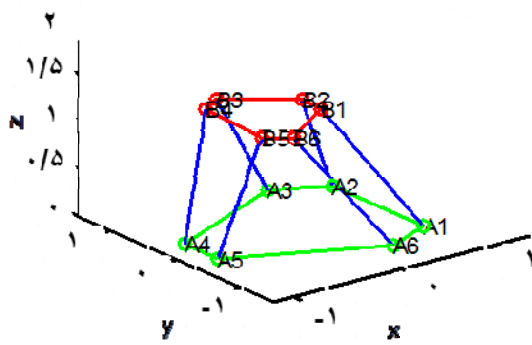
(ش) پارامتر ϕ_4

ادامه شکل ۶- مقایسه خروجی مطلوب، شبکه عصبی و روش ترکیبی

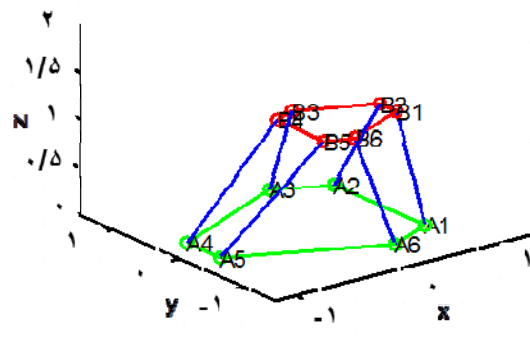
حدس اولیه مناسبی وجود داشته باشد. در غیر این صورت ماتریس ژاکوبی تکین می‌شود.

روش ترکیبی [۱۴] و ترکیبی بهبود یافته مشکل پیدا کردن حدس اولیه مناسب برای روش نیوتن-رافسون را از بین برده‌اند. لذا سرعت همگرایی در این روش‌ها بالاتر است. همچنین از جدول (۱) و شکل (۸) مشخص است که تکرار موردنیاز برای رسیدن به دقت موردنظر در روش ترکیبی بهبود یافته کمتر است. لذا سرعت همگرایی در روش ترکیبی پیشنهاد شده نسبت به دو روش دیگر بالاتر است. نکته جالب دیگری

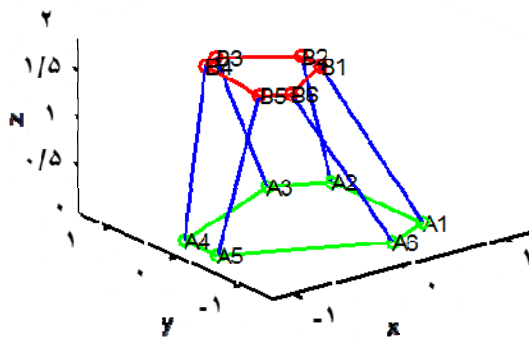
در این مقاله برای مقایسه جامع‌تر و بهتر بین روش‌های ذکر شده، چهار سطح دقت با معیارهای توقف متفاوت 10^{-6} ، 10^{-5} ، 10^{-4} ، 10^{-3} ، 10^{-2} در نظر گرفته شده است. همان‌طور که در جدول (۱) مشاهده می‌شود میانگین تعداد تکرار در روش ترکیبی بهبود یافته از دو روش دیگر برای هر چهار سطح کمتر است. همان‌طور که از به‌علاوه جدول (۱) نشان می‌دهد، سرعت همگرایی روش نیوتن-رافسون بسیار به حدس اولیه وابسته است. استفاده از این روش برای این روبات بسیار سخت است، زیرا در اینجا برای ۱۸ مجهول بایستی



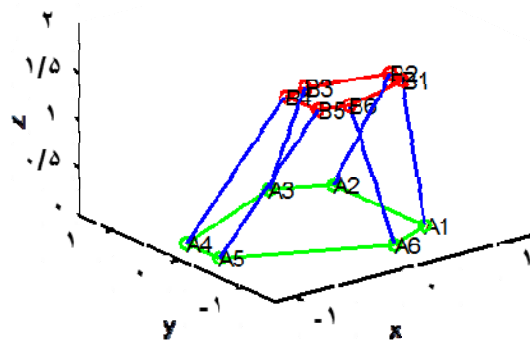
حالت ۲



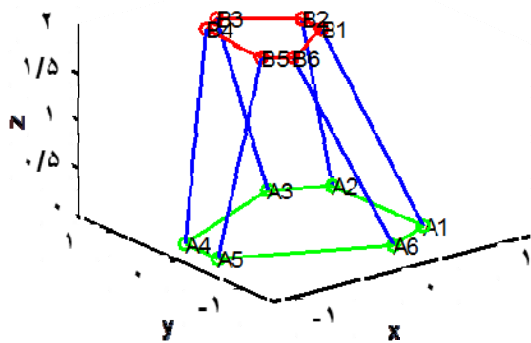
حالت ۱



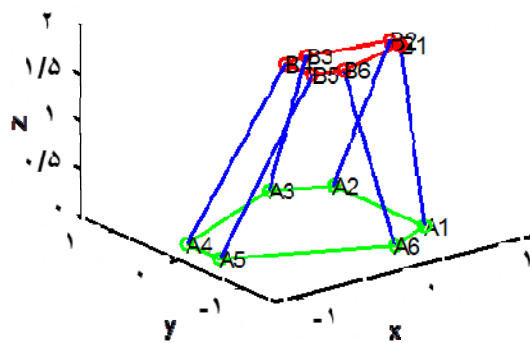
حالت ۴



حالت ۳



حالت ۶



حالت ۵

شکل ۷- شماتیک روبات استوارت- گوف در یک مسیر دلخواه

از متغیرهای $q_1^{ac}, q_2^{ac}, q_3^{ac}, q_4^{ac}, q_5^{ac}, q_6^{ac}$ و q_7^{ac} را نشان می‌دهد. به طور کلی هر چه توزیع به سمت صفر (محور عمودی) میل کند، الگوریتم بهتر عمل کرده است. لذا همان‌طور که در شکل (۹) واضح است، برای هر چهار سطح دقت، الگوریتم پیشنهادی بهتر از

که می‌توان از شکل (۸) نتیجه گرفت آن است که تعداد تکرار در سطوح ۲، ۳ و ۴ تقریباً ثابت شده است. اما در دو روش دیگر تعداد تکرار با افزایش سطح دقت، افزایش می‌یابد. شکل (۹) توزیع تکرار برای ۲۰۱ مقدار تصادفی برای هر کدام

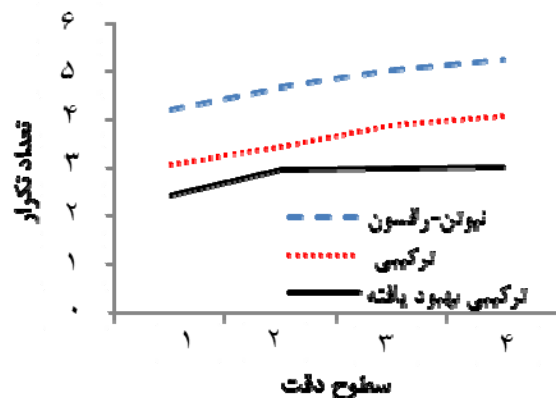
جدول ۱- میانگین تعداد تکرارهای لازم برای رسیدن به دقت مطلوب

(مقادیر آورده شده، میانگین تعداد تکرارهای لازم برای رسیدن به دقت مطلوب برای کل ۲۰۱ نقطه تصادفی را نشان می‌دهند. روش نیوتن رافسون برای چهار حدس اولیه متفاوت گزارش داده شده است. همانطور که مشاهده می‌شود، تعداد تکرار در این روش به حدس اولیه وابسته است)

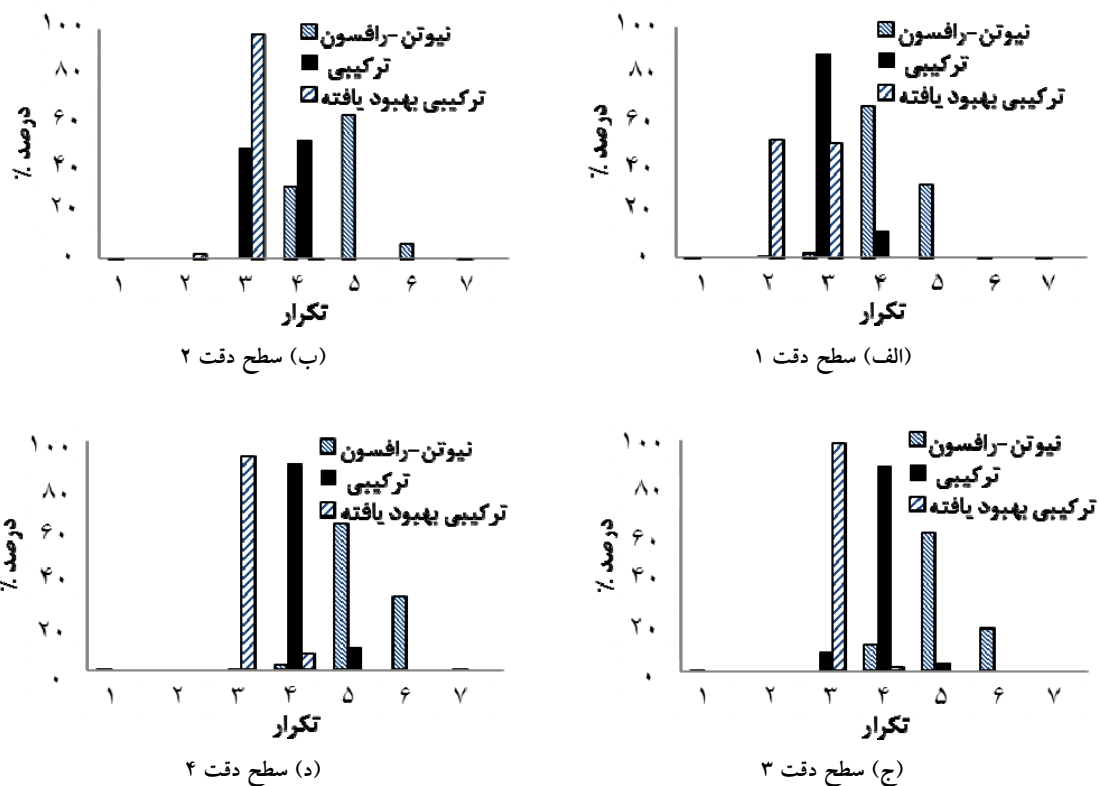
سطح دقت	معیار توقف E_m^*	نیوتن-رافسون	ترکیبی [۱۴]	ترکیبی بهبود یافته
۱	10^{-3}	۴/۱۹	۳/۰۷۹۶	۲/۴۲۲۹
		۳۹۵/۴۸۷۶ ۴/۲۰۹۰ واگر		
۲	10^{-4}	۴/۵۹۷۰	۳/۴۱۷۹	۲/۹۶۰۲
		۳۹۵/۸۰۱۰ ۴/۶۶۱۷ واگر		
۳	10^{-5}	۴/۹۷۰۱	۳/۸۸۵۶	۳
		۳۹۶/۱۹۴۰ ۵/۰۲۹۹ واگر		
۴	10^{-6}	۵/۲۴۸۸	۴/۰۸۴۶	۳/۰۳۴۸
		۳۹۶/۴۴۷۸ ۵/۲۳۳۸ واگر		

E_m^* برای متغیرهای طولی، دارای بعد (m) و برای متغیرهای زاویه‌ای دارای بعد (rad) است.

دو روش دیگر عمل می‌کند. برای مثال در سطح دقت ۴، بیش از ۸۰ درصد این ۲۰۱ نقطه تصادفی در تعداد تکرار سه، در روش ترکیبی بهبود یافته به معیار توقف ($E_m = 10^{-6}$) می‌رسند. در صورتی که برای روش ترکیبی در سطح چهار، بیش از ۸۰ درصد این نقاط تصادفی در تعداد تکرار چهار به معیار توقف می‌رسند. لذا توزیع روش ترکیبی بهبود یافته نزدیک‌تر از روش ترکیبی به سمت محور عمودی بوده و بنابراین سرعت همگرایی در روش ترکیبی بهبود یافته بیشتر از روش ترکیبی [۱۴] است. با توجه به موارد فوق می‌توان نتیجه گرفت که روش ترکیبی بهبود یافته در مقایسه با روش ترکیبی [۱۴] و روش نیوتن-رافسون



شکل ۸- تعداد تکرارهای مورد نیاز در روش‌های مختلف



شکل ۹- توزیع تکرار برای سطوح دقت

با تعداد تکرارهای کمتر و در نتیجه زمان کوتاه‌تری به دقت مطلوب دست پیدا می‌کند. این مسأله نشان می‌دهد که روش ترکیبی بهبود یافته به‌خوبی توانسته است هدف موردنظر را، که همان کاهش زمان تحلیل سینماتیک مستقیم روبات است، برآورده سازد.

۱-۴- کاربرد روبات استوارت در ایجاد مسیر حرکت آرواره

در این بخش از روبات استوارت به‌عنوان ایده‌ای برای روبات جویدن استفاده شده است (شکل (۱۰)). بدین منظور برای ردیابی مسیر حرکت آرواره سه نشانگر بر روی فک و سه نشانگر بر روی پیشانی متصل شده‌اند (شکل (۱۱)).

قطر نشانگرها ۱۰mm است. از نشانگرهای پیشانی به‌عنوان مرجع استفاده شده است. مسیریابی از طریق سیستم [۲۵ Simi Reality Motion] انجام شده است. خروجی دوربین‌ها بر روی ۲۵۰ frames/s تنظیم شده و از فرکانس‌های بالای ۴Hz صرف‌نظر شده است.



شکل ۱۰- روبات استوارت به‌عنوان روبات جویدن

مسیر سه بعدی از حرکت آرواره در شکل (۱۲) نشان داده شده است. این مسیر از نشانگر قرار گرفته شده بر روی چانه به دست آمده است.

با در نظر گرفتن این مسیر می توان سینماتیک معکوس را حل کرد و طول هر یک از لینک ها را تعیین نمود. اکنون با قرار دادن این طول ها در سینماتیک مستقیم می توان مسیر شکل (۱۲) را با دقت بسیار مناسبی در اختیار داشت (شکل (۱۳)).

۵- جمع بندی

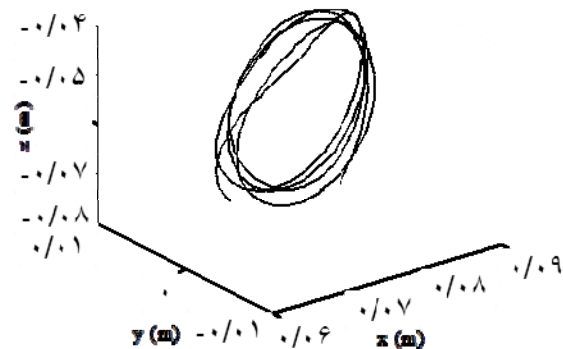
در این مطالعه یک روش ترکیبی بهبود یافته برای تحلیل سینماتیک مستقیم روبات های موازی پیشنهاد داده شده و کارایی آن در ارتباط با روبات موازی استوارت-گوف نشان داده شده است. در این روش ابتدا از یک شبکه عصبی مصنوعی استفاده شده تا تخمینی مناسب از سینماتیک مستقیم روبات ایجاد شود، سپس از این تخمین به عنوان حدس اولیه روش نیوتن-رافسون مرتبه ۳ استفاده می شود. در واقع با این الگوریتم سرعت و دقت هم زمان افزایش می یابد. در حالتی که صرفاً با استفاده از شبکه های عصبی نمی توان دقت های بسیار زیاد را در کنار سرعت اجرای مناسب ایجاد کرد.

نتایج حاصل از اعمال روش های مختلف به سینماتیک مستقیم روبات موازی استوارت-گوف نشان می دهند که:

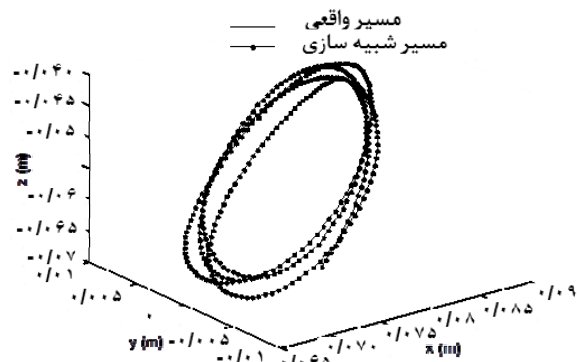
- روش ترکیبی بهبود یافته نسبت به الگوریتم نیوتن-رافسون و روش ترکیبی [۱۴] در تعداد تکرارهای کمتر و در نتیجه زمان کوتاه تری به دقت مطلوب دست پیدا می کند.
- این روش تعداد تکرار را در تحلیل سینماتیک مستقیم روبات موازی استوارت-گوف به اندازه ۷۲٪ نسبت به روش نیوتن-رافسون و ۳۴٪ نسبت به روش ترکیبی [۱۴] کاهش داده است.
- یکی از معایب شبکه عصبی مبهم بودن ساختاری است (تعداد نرون و لایه پنهان) که باید از آن استفاده کرد. لذا برای یافتن ساختار مناسب باید تعداد زیادی آزمایش انجام گیرد که این خود باعث صرف زمان زیادی می شود.



شکل ۱۱- نمایش مکان نشانگرها بر روی صورت (رنگی در نسخه الکترونیکی)



شکل ۱۲- مسیر حرکت آرواره



شکل ۱۳- مقایسه مسیر واقعی و مسیر شبیه سازی شده توسط سینماتیک مستقیم

نیست. اما همان‌طور که در این مقاله نشان داده شد با آنکه تعداد خروجی‌ها ۱۸ است، با استفاده از روش پیشنهادی به دقت بالاتر در زمان کوتاه‌تر می‌توان دست یافت. استفاده از روش‌های عددی با مرتبه همگرایی بالاتر و همچنین ساختارهای دیگری از شبکه‌های عصبی مصنوعی با سرعت و دقت بیشتر می‌تواند کارایی روش ترکیبی بهبود یافته را بیش از پیش افزایش دهد.

همچنین با تغییر در ساختار روبات بایستی ساختار شبکه عصبی را نیز تغییر داد. لذا شبکه عصبی کارایی خوبی در این مورد ندارد. برای پوشش این عیب می‌توان از روش ترکیبی بیان شده استفاده کرد. با این کار حتی با یک شبکه عصبی ضعیف غیربهنه نیز می‌توان به دقت‌های بسیار مطلوبی دست یافت (شکل ۶). به‌علاوه زمانی که تعداد خروجی‌ها زیاد باشد، استفاده از یک شبکه عصبی مناسب

واژه‌نامه

- | | | |
|------------------|---------------------------|-------------------------------|
| 1. homotopy | 5. chewing robot | 9. neuron activation function |
| 2. basic regions | 6. ball- screw | 10. sign function |
| 3. silvester | 7. multi-layer perceptron | 11. curse of dimensionality |
| 4. grübner | 8. neuron | 12. sigmoid |

مراجع

- Patel, A. J., and Ehmann, K. F., "Calibration of a Hexapod Machine Tool Using a Redundant Leg", *International Journal of Machine Tools & Manufacture*, Vol. 40, pp. 489-512, 2000.
- Enferadi, J., and Akbarzadeh Tootoonchi, A., "Accuracy and Stiffness Analysis of a 3-RRP Spherical Parallel Manipulator", *Robotica*, Vol. 29, pp. 193-209, 2011.
- Enferadi, J., and Akbarzadeh, A., "A Novel Approach for Forward Position Analysis of a Double-Triangle Spherical Parallel Manipulator", *European Journal of Mechanics- A/Solids*, Vol. 29, No. 3, pp. 348-355, 2010.
- Kamali, K., and Akbarzadeh, A., "A Novel Method for Direct Kinematics Solution of Fully Parallel Manipulators Using Basic Regions Theory", *Journal of Systems and Control Engineering*, Vol. 225, pp. 683-701, 2011.
- Gregorio, R. Di., and Parenti-Castelli, V., "Position Analysis in Analytical Form of the 3-PSP Mechanism", *Journal of Mechanical Design*, Vol. 123, pp. 51-57, 2001.
- Rezaei, A., Akbarzadeh, A., and Mahmoodi Nia, P., "Position, Jacobian and Workspace Analysis of a 3-PSP Spatial Parallel Manipulator", *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, Vol. 29, pp. 158-173, 2013.
- Zhang, Y., Liu, H., and Wu, X., "Kinematics Analysis of a Novel Parallel Manipulator", *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 44, pp. 1648-1657, 2009.
- Merlet, J. P., "Direct Kinematics of Parallel Manipulators". *Robotics and Automation, IEEE Transactions on*, Vol. 9, No. 6, pp. 842-846, 1993.
- Der-Ming, Ku., "Direct Displacement Analysis of a Stewart Platform Mechanism", *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 34, No. 3, pp. 453-465, 1999.
- Sadjadian, H., and Taghirad, H. D., "Numerical Methods for Computing the Forward Kinematics of a Redundant Parallel Manipulator", *Proceedings of the IEEE Conference on Mechatronics and Robotics*, Aachen, Germany, 2004.
- Liu, K., Fitzgerald, J. M., and Lewis, F. L., "Kinematic Analysis of a Stewart Platform Manipulator", *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, Vol. 40, No. 2, pp. 282-293, 1993.
- Li, Y., and Xu, Q., "Kinematic Analysis of a 3-PRS Parallel Manipulator", *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, Vol. 23, No. 4, pp.395-408, 2007.
- Cheng, H. H., Lee, J. J., and Penkar, R., "Kinematic Analysis of a Hybrid Serial-and-parallel-driven Redundant Industrial Manipulator", *International Journal of Robotics and Automation*, Vol. 10, No. 4, pp. 159-166, 1995.
- Parikh, P. J., and Lam, S. S., "A Hybrid Strategy to Solve the Forward Kinematics Problem in Parallel Manipulators", *Robotics, IEEE Transactions on*, Vol. 21, No. 1, pp. 18-25, 2005.
- Laosiritaworn, W., and Chotchaithanakorn, N., "Artificial Neural Networks Parameters Optimization with Design of Experiments: An Application in Ferromagnetic Materials Modeling", *Chiang Mai Journal of Science*, Vol. 36, No. 1, pp. 83-91, 2009.
- Sekar, B. D., Dong, M. C., Shi, J., and Hu, X. Y., "Fused Hierarchical Neural Networks for

- Cardiovascular Disease Diagnosis”, *Sensors Journal, IEEE*, Vol. 12, No. 3, pp. 644-650, 2012.
17. Boudreau, R., Levesque, G., and Darenfed, S., “Parallel Manipulator Kinematics Learning Using Holographic Neural Network Models”, *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, Vol. 14, No. 1, pp. 37-44, 1998.
 18. Sadjadian, H., Taghirad, H. D., and Fatehi, A., “Neural Networks Approaches for Computing the Forward Kinematics of a Redundant Parallel Manipulator”, *International Journal of Computational Intelligence*, Vol. 2, No. 1, pp. 40-47, 2005.
 19. Kang, R., Chanal, H., Bonnemains, T., Pateloup, S., Branson D. T., and Ray, P., “Learning the Forward Kinematics Behavior of a Hybrid Robot Employing Artificial Neural Networks”, *Robotica*, Vol. 30, No. 5, pp. 847-855, 2012.
 20. Raghavan, M., “The Stewart Platform of General Geometry Has 40 Configurations”, *ASME Journal of Mechanical Design*, Vol. 115, No. 2, pp. 277-282, 1993.
 21. Husty, M. L., “An Algorithm for Solving the Direct Kinematics of General Stewart-Gough Platforms”, *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 31, No. 4, pp. 365-380, 1996.
 22. Innocenti, C., “Forward Kinematics in Polynomial Form of the General Stewart Platform”, *Journal of Mechanical Design*, Vol. 123, No. 2, pp. 254-260, 2001.
 23. Dhingra, A., Almadi, A., and Kohli, D., “A Gröbner-Sylvester Hybrid Method for Closed-Form Displacement Analysis of Mechanisms”, *25th Biennial Mechanisms Conference, Atlanta GA*, Paper: DETC98/MECH-5969, 1998.
 24. Kardan, I., and Akbarzadeh, A., “An Improved Hybrid Method for Forward Kinematics Analysis of Parallel Robots”, *Advanced Robotics*, Vol. 29, No. 6, pp. 401-411, 2015.
 25. Darvishi, M. T., and Barati, A. “A Third-order Newton-type Method to Solve Systems of Nonlinear Equations”, *Applied Mathematics and Computation*, Vol. 187, No. 2, pp. 630-635, 2007.
 26. Hagan, M. T., and Demuth, H. B., “Neural Networks for Control”, *Preceeding of 1999 American Control Conference*, Vol. 3, No. 5, pp. 1642-1656, 1999.
 27. Hagan, M. T., Demuth, H. B., and Jesus, O. De., “An Introduction to the Use of Neural Networks in Control Systems”, *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, Vol. 12, No. 11, pp. 959-985, 2002.