

# توسعه مدل دیسک دایره‌ای در نانوکامپوزیت‌های پایه پلیمری و تحلیل میکرومکانیک تنش‌های پسماند در الیاف تقویت شده با نانولوله‌های کربنی

احمدرضا قاسمی\* و محمد محمدی  
دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه کاشان

(دریافت مقاله: ۱۳۹۴/۰۴/۱۲ - دریافت نسخه نهایی: ۱۳۹۴/۰۸/۲۳)

DOI: 10.18869/acadpub.jcme.35.2.177

**چکیده** - در این تحقیق با توسعه مدل دیسک دایره‌ای (CDM)، به مطالعه تنش‌های پسماند در یک سلول واحد دو فازی و سه فازی پرداخته شده است. سلول واحد در نظر گرفته شده، به صورت دو فازی شامل رشته کربن و ماتریس و به صورت سه فازی، شامل رشته کربن، نانولوله کربنی و ماتریس است. در حالت سه فازی، رشته کربنی توسط نانولوله‌های کربنی، با استفاده از روش الکتروفورز تقویت شده است. برای درصد‌های حجمی متفاوت نانولوله‌های کربنی، خواص حرارتی نانولوله کربنی و رشته کربنی در راستای طولی و عرضی و نحوه قرارگیری نانولوله‌ها به صورت متفاوت در نظر گرفته شده است. همچنین توزیع تنش‌های پسماند در سلول واحد دو فازی و سه فازی، به شکل جداگانه مطالعه شده است. نتایج تحلیل میکرومکانیک تنش‌های پسماند به دست آمده، با استفاده از دو روش مجزا المان محدود و مدل دیسک دایره‌ای، نشان‌دهنده صحت ارزیابی انجام شده و توسعه روش دیسک دایره‌ای را در حالت سه بعدی است.

واژه‌های کلیدی: مدل دیسک دایره‌ای، نانولوله کربنی، تنش‌های پسماند، سلول واحد سه فازی، تحلیل میکرومکانیک.

## Development of Circular Disk Model for Polymeric Nanocomposites and Micromechanical Analysis of Residual Stresses in Reinforced Fibers with Carbon Nanotubes

A. R. Ghasemi\* and M. Mohammadi

Department of Mechanical Engineering, University of Kashan

**Abstract:** *In this study, Circular Disk Model (CDM) has been developed to determine the residual stresses in two-phase and three-phase unit cell. The two-phase unit cell is consisting of carbon fiber and matrix. The three-phase unit cell is consisting of carbon fiber, carbon nanotubes and matrix in which the carbon fiber is reinforced with the carbon nanotube using electrophoresis method. For different volume fractions of carbon nanotubes, thermal*

\* : مسئول مکاتبات، پست الکترونیکی: ghasemi@kashanu.ac.ir

*properties of the carbon fiber and carbon nanotube in different linear and lateral directions and also different placement conditions of carbon nanotubes have been considered. Also, residual stresses distribution in two and three phases has been studied, separately. Results of micromechanical analysis of residual stresses obtained from Finite Element Method and CDM, confirms the evaluation and development of three dimensional CDM.*

**Keywords:** Circular Disk Model, Carbon Nanotubes, Residual Stresses, Three-Phase Unit Cell, Micromechanical Analysis.

## فهرست علائم

کرنش مماسی فاز رشته کربنی	$\epsilon_{d,t}$	مدول الاستیک فاز رشته کربنی	$E_d$
کرنش شعاعی فاز ماتریس	$\epsilon_{m,r}$	مدول الاستیک فاز ماتریس	$E_m$
کرنش شعاعی فاز نانو	$\epsilon_{n,r}$	مدول الاستیک فاز نانو	$E_n$
ضریب پواسان فاز رشته کربنی	$\nu_d$	درصد سطحی فاز رشته کربنی به فاز ماتریس	$f$
ضریب پواسان فاز ماتریس	$\nu_m$	شعاع سلول واحد	$r$
ضریب پواسان فاز نانو	$\nu_n$	شعاع فاز رشته کربنی	$r_d$
تنش پسماند شعاعی بین فازی	$\sigma_{b,r}, \sigma_a$	شعاع خارجی فاز ماتریس	$r_m$
تنش شعاعی فاز رشته کربنی	$\sigma_{d,r}$	شعاع خارجی فاز نانو	$r_n$
تنش مماسی فاز رشته کربنی	$\sigma_{d,t}$	اختلاف درجه حرارت ناشی از پخت	$\Delta T$
تنش شعاعی فاز ماتریس	$\sigma_{m,r}$	علائم یونانی	
تنش مماسی فاز ماتریس	$\sigma_{m,t}$	ضریب انبساط حرارتی فاز رشته کربنی	$\alpha_d$
تنش شعاعی فاز نانو	$\sigma_{n,r}$	ضریب انبساط حرارتی فاز ماتریس	$\alpha_m$
تنش مماسی فاز نانو	$\sigma_{n,t}$	ضریب انبساط حرارتی فاز نانو	$\alpha_n$
		کرنش شعاعی فاز رشته کربنی	$\epsilon_{d,r}$

پسماند در مواد کامپوزیتی، شامل تنش‌های پسماند در مقیاس ماکرو، و تنش‌های پسماند در مقیاس میکرو هستند. تنش‌های پسماند ماکرو در مواد کامپوزیتی، در بیشتر اوقات در بین لایه‌های مختلف مواد کامپوزیتی اتفاق می‌افتد. این نوع تنش‌های پسماند، ناشی از متفاوت بودن ضریب انبساط حرارتی هر یک از لایه‌ها با یکدیگر هستند. تنش‌های پسماند میکرو، در بین اجزای مواد کامپوزیتی ایجاد می‌شوند، که ناشی از متفاوت بودن ضریب انبساط حرارتی و مدول الاستیسیته هر یک از اجزاء هستند. در سال ۲۰۰۱، کوئیک به بررسی تنش‌های پسماند در مقیاس میکرو در یک سلول واحد شامل رشته کربن و ماتریس

## ۱- مقدمه

با کاربرد روزافزون مواد کامپوزیتی در صنایع مختلف، یکی از مباحثی که بیش از پیش مورد توجه محققین قرار گرفته است، تحلیل تنش‌های پسماند در مواد کامپوزیتی است. با توجه به اینکه مواد کامپوزیتی<sup>۱</sup> شامل بیش از یک ماده هستند، پس از فرآیند پخت در اینگونه مواد، به وجود آمدن تنش‌های پسماند، امری اجتناب ناپذیر است که بر مقاومت ماده کامپوزیتی بسیار تأثیرگذار هستند. مهمترین عامل به وجود آمدن چنین تنش‌های پسماند در مواد کامپوزیتی، متفاوت بودن خواص حرارتی و مکانیکی مواد تشکیل دهنده است. به‌طور کلی، تنش‌های

پردازد. او با استفاده از روابط انرژی، توزیع تنش‌های پسماند در طول سلول واحد را به دست آورده است [۱]. قاسمی و شکریه نیز جهت بررسی تنش‌های پسماند ماکرو، به تعیین ضرایب کالیبراسیون<sup>۲</sup> در روش سوراخکاری مرحله‌ای در مواد اورتوتروپیک<sup>۳</sup>، با استفاده از یک حل دقیق پرداختند. آنها با استفاده از روش انتگرال به تعیین تنش‌های پسماند غیریکنواخت در لایه‌های متفاوت صفحات مواد کامپوزیتی پرداختند [۴-۲]. در سال‌های بعد، قاسمی و محمدی به تعیین ضرایب کالیبراسیون و تعیین تنش‌های پسماند در چند لایه‌های کامپوزیت-فلز با استفاده از حل دقیق و به صورت آزمایشی، با استفاده از روش سوراخکاری مرحله‌ای پرداختند که نتایج آنها از تطابق مناسبی برخوردار بود [۵ و ۶]. شکریه و همکاران نیز [۷]، برای تحلیل تنش‌های پسماند در یک سلول واحد، علاوه بر فاز رشته و ماتریس، ناحیه بین دوفازی در مرز دو فاز را نیز در نظر گرفتند. آنها با استفاده از معادلات انرژی و مقایسه با نتایج آلمان محدود، به بررسی تنش‌های پسماند در طول سلول واحد پرداختند. با افزایش اهمیت نانو در افزایش خواص مکانیکی مواد، از جمله کامپوزیت‌ها، و کاربرد نانوکامپوزیت‌ها، بررسی تنش‌های پسماند در اینگونه مواد بسیار مورد توجه قرار گرفت. لوین و همکارانش [۸]، به تحلیل تنش‌های پسماند در ماده کامپوزیتی تشکیل شده از نانوذرات کاربید سیلیکون در زمینه فلزی آلومینیوم پرداختند. در این تحقیق آنها برای مطالعه تنش‌های پسماند موجود در ماده نانوکامپوزیت دو فازی کاربید سیلیکون-آلومینیوم، از روش آزمایشی پراش اشعه ایکس<sup>۴</sup> استفاده کردند. توزیع تنش‌های پسماند در نانوکامپوزیت کاربید سیلیکون-آلومینیوم، در سال‌های بعد توسط تُد [۹]، با استفاده از روش پراش نوترونی<sup>۵</sup> و توسط وو [۱۰]، با استفاده از روش تحلیلی دیسک دایره‌ای<sup>۶</sup> انجام شده است که نتایج آنها، تطابق قابل قبولی نیز داشتند. در سال‌های اخیر، نانوکامپوزیت‌های چند فازی بسیار مورد توجه محققین قرار گرفته است که ترکیبی از مواد نانو، ماتریس و رشته‌های کربنی تقویت کننده هستند. از اینگونه مواد، با توجه به خواص مکانیکی و حرارتی ویژه

مواد نانو، جهت تقویت فاز زمینه یا رشته کربنی استفاده شده است. به منظور تقویت فاز زمینه با استفاده از ذرات نانو، این ذرات با استفاده از روش‌های مختلفی مانند همزن گوی مغناطیسی<sup>۷</sup> و آلتراسونیک<sup>۸</sup> به خوبی در فاز زمینه پخش شده و سپس از رشته کربنی جهت تقویت زمینه به وجود آمده، استفاده می‌شود. در تحقیقات گذشته‌ای که در زمینه تنش‌های پسماند در اینگونه مواد انجام شده است، با استفاده از روابط میکرومکانیک، خواص فاز زمینه، شامل ماتریس و نانو ذرات تعیین شده است و در نهایت با توجه به خواص به دست آمده، تنش‌های پسماند موجود بین فاز رشته کربنی و زمینه محاسبه شده است [۱۳-۱۱]، لیکن تنش‌های پسماند به صورت مجزا، در فاز ماتریس و نانو مورد بررسی قرار نگرفته است. علاوه بر تقویت فاز ماتریس با استفاده از مواد نانو، از مواد نانو جهت تقویت رشته کربنی در کامپوزیت سه فازی نیز استفاده شده است. از بین مواد نانو، جهت تقویت رشته کربنی، نانولوله‌های کربنی<sup>۱۲</sup> کاربرد بسیار وسیعی در این زمینه دارد. جهت تقویت رشته کربنی با استفاده از نانولوله‌های کربنی از سه روش متداول استفاده می‌شود [۱۴]. روش اول، روش سایزینگ<sup>۹</sup> است که رشته کربنی از درون ترکیب ماتریس و نانولوله کربنی عبور داده می‌شود، تا مخلوط رزین و نانولوله بر روی رشته کربنی قرار گیرد و موجب تقویت رشته کربنی شود [۱۵]. در روش دوم که به روش الکتروفورز<sup>۱۰</sup> معروف است، با استفاده از ایجاد قطب‌های غیرهمنام بین محلول نانولوله و رشته کربنی، نانولوله‌های کربنی را وادار به قرار گرفتن بر روی رشته کربنی می‌کنند [۱۸-۱۶]. روش سوم، موسوم به انباشت به روش تبخیر شیمیایی<sup>۱۱</sup> است که در آن، بر اثر یک واکنش شیمیایی در درجه حرارت بالا، نانولوله‌های کربنی به صورت عمودی بر سطح رشته کربنی مورد نظر رشد می‌کند [۱۹ و ۲۰]. تحقیقاتی که در زمینه تقویت رشته کربنی، توسط نانو مواد انجام شده است، تنها به بررسی خواص مکانیکی در اینگونه مواد پرداخته‌اند و در زمینه تنش‌های پسماند در اینگونه مواد تحقیقی صورت نگرفته است [۲۳-۲۱].

در نظر گرفته شده است، که به صورت شماتیک در شکل (۱) نشان داده شده است. تنش‌های پسماند شعاعی در مرز دو فاز<sup>۱۳</sup> به صورت  $\sigma_a$  نشان داده شده است، که با توجه به شرایط مرزی کرنش‌های مماسی یکسان در مرز دو فاز، معادلات تنش و روابط تنش-کرنش، محاسبه شده است. همچنین توزیع تنش‌های پسماند شعاعی، مماسی و مجموع تنش‌های نرمال در هر یک از دو فاز، با توجه به معادلات (۵) و (۶) قابل محاسبه است [۱۰ و ۲۴].

$$f = \frac{r_d^2}{r_m^2 - r_d^2} \quad (1)$$

$$\sigma_{d,t} = \sigma_{d,r} = \sigma_a \quad (2)$$

$$\sigma_{m,r} = \frac{r_d^2 + f r_d^2 - f r^2}{r^2} \times \sigma_a \quad (3)$$

$$\sigma_{m,t} = -\frac{r_d^2 + f r_d^2 + f r^2}{r^2} \times \sigma_a \quad (4)$$

$$\sigma_{d,t} + \sigma_{d,r} = 2\sigma_a \quad (5)$$

$$\sigma_{m,r} + \sigma_{m,t} = -2f\sigma_a \quad (6)$$

$$\sigma_a = \frac{E_m E_d (\alpha_m - \alpha_d) \Delta T}{E_m (1 - \nu_d) + E_d (1 + 2f + \nu_m)} \quad (7)$$

علاوه بر روش تحلیلی ذکر شده در بالا، با استفاده از نرم‌افزار المان محدود آباکوس<sup>۱۴</sup> نیز، به بررسی توزیع تنش‌های پسماند پرداخته شده است و نتایج مقایسه شده‌اند. مدل ایجاد شده در نرم‌افزار المان محدود، در شکل (۲) نشان داده شده است که از المان‌های CPS4R که المان مناسب برای حالت تنش صفحه‌ای است، استفاده شده است و مرز دو فاز نیز جهت محاسبه بهتر نتایج از المان<sup>۱۵</sup> ریزتری استفاده شده است. تعداد المان مناسب در راستای شعاعی برابر با ۴۵ المان و در راستای محیط دایره برابر با ۱۴۰ المان با استفاده از تست همگرایی به دست آمده است [۳]. مدل دوبعدی در مجموع از ۶۳۰۰ المان تشکیل شده است. شرایط مرزی در این مدل با ثابت نگه داشتن مرکز دیسک در راستاهای

در این تحقیق، با در نظر گرفتن رشته کربنی تقویت شده با نانولوله‌های کربنی به روش الکتروفورز، به ارائه یک مدل تحلیلی سه‌فازی، برای تحلیل تنش‌های پسماند در سلول واحد ماده کامپوزیتی، شامل رشته کربنی، نانولوله کربنی و ماتریس پرداخته شده است. در این تحلیل، تنش‌های پسماند در هر سه فاز، به صورت جداگانه محاسبه و ارائه شده است. تحلیل المان محدود نیز به صورت دوبعدی و سه‌بعدی، برای یک سلول واحد سه‌فازی ارائه شده است. در این تحلیل، اثرات جهت‌گیری متفاوت نانولوله کربنی در روش الکتروفورز، بر توزیع تنش‌های پسماند، شامل تنش‌های شعاعی، مماسی و طولی در هر فاز، بررسی شده است.

## ۲- تحلیل تنش‌های پسماند در سلول واحد

در این بخش تحلیل دوبعدی و سه‌بعدی تنش‌های پسماند، برای سلول واحد دوفازی و سه‌فازی انجام شده است. سلول واحد دوفازی، شامل رشته کربنی و ماتریس است که رشته کربنی مورد استفاده، از جنس کربن، و ماتریس مورد نظر از جنس اپوکسی ML506 در نظر گرفته شده است. سلول واحد سه‌فازی مورد نظر نیز شامل، رشته کربنی، نانولوله کربنی و ماتریس است که رشته کربنی و ماتریس، همانند حالت دو فازی در نظر گرفته شده است و فاز نانوی آن شامل نانولوله‌های کربنی است.

## ۲-۱- تحلیل دوبعدی تنش‌های پسماند در سلول واحد مواد

### کامپوزیتی دو فازی

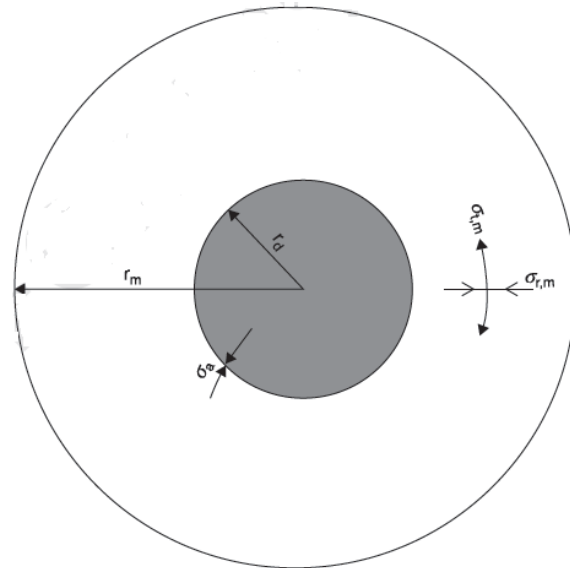
در این تحقیق به منظور مطالعه تنش‌های پسماند در مواد کامپوزیتی دو فازی، از مدل دیسک دایره‌ای استفاده شده است. این مدل توسط وو [۱۰]، برای بررسی تنش‌های پسماند نانوکامپوزیت آلومینیومی تقویت شده با ذرات نانوکاربید سیلیکون مورد استفاده قرار گرفته است. در این مدل، رشته کربنی به صورت دیسکی توپر در مرکز با شعاع  $r_d$  و ماتریس نیز به صورت حلقه‌ای با شعاع داخلی  $r_d$  و شعاع خارجی  $r_m$

دو فاز آن، در جدول (۱) نشان داده شده است. با توجه به اینکه سلول واحد به صورت دوبعدی در نظر گرفته شده است، ضریب انبساط حرارتی عرضی رشته کربنی مورد استفاده قرار گرفته است.

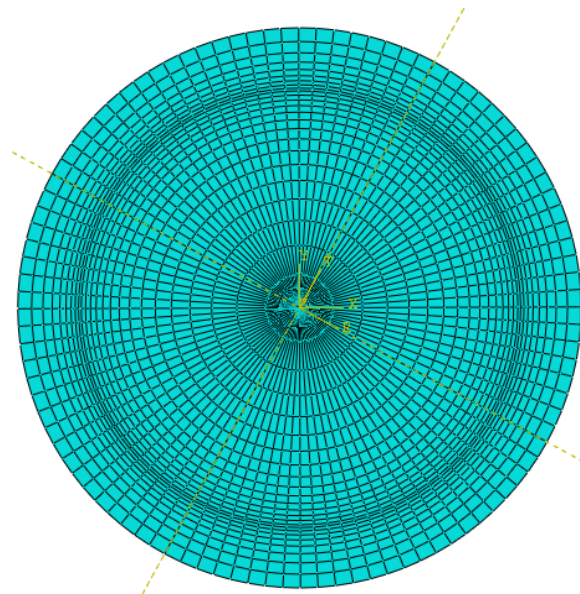
در حالت دوفازی و به صورت دوبعدی، درصد سطحی رشته کربنی به صورت  $0.5^\circ$ ،  $0.55^\circ$ ،  $0.6^\circ$ ،  $0.65^\circ$  و  $0.7^\circ$  در نظر گرفته شده است. در شکل (۳)، نمودار مربوط به توزیع تنش شعاعی در طول شعاع سلول واحد نشان داده شده است. تنش شعاعی در فاز رشته کربنی، برای هر درصد سطحی رشته کربنی، مقدار ثابتی است، که با افزایش درصد سطحی رشته کربنی، مقدار تنش شعاعی فشاری کاهش می‌یابد. با افزایش درصد سطحی رشته کربنی مقادیر کاهش تنش شعاعی به شکل غیرخطی ولی به میزان اندک است. توزیع تنش شعاعی در فاز ماتریس به گونه‌ای است که در سطح آزاد سلول واحد به مقدار صفر رسیده است.

توزیع تنش مماسی در سلول واحد در شکل (۴) نشان داده شده است. با توجه به وجود شرط پیوستگی کرنش مماسی، اختلاف ضریب انبساط حرارتی و مدول الاستیسیته دو فاز، در نمودار تنش مماسی در مرز دو فاز ناپیوستگی به وجود آمده است. تنش مماسی در فاز رشته کربنی، در هر درصد سطحی رشته کربنی مقدار ثابتی است و برابر با تنش شعاعی در فاز رشته کربنی به دست آمده است. توزیع تنش مماسی از فاز رشته کربنی به فاز ماتریس تبدیل به تنش کششی شده است. تنش مماسی در فاز ماتریس در مرز دو فاز برای درصد سطحی رشته کربنی  $0.5^\circ$ ،  $0.55^\circ$ ،  $0.6^\circ$ ،  $0.65^\circ$  و  $0.7^\circ$  به ترتیب برابر با  $13/07$ ،  $13/29$ ،  $13/5$ ،  $13/69$  و  $13/88$  مگاپاسکال به دست آمده است. تنش مماسی به وجود آمده در سطح آزاد سلول واحد، با افزایش درصد سطحی رشته کربنی نیز افزایش یافته است.

در شکل (۵)، مجموع تنش‌های نرمال برای درصد سطحی متفاوت رشته کربنی نشان داده شده است که در هر فاز برابر مقداری یکسان است. این مقادیر در فاز رشته کربنی به صورت



شکل ۱- شماتیکی از مدل دیسک دایره‌ای سلول دوفازی [۱۰]



شکل ۲- مدل المان محدود سلول واحد دوبعدی

متفاوت اعمال شده است و نوع بارگذاری آن اعمال بار حرارتی با اختلاف درجه حرارت  $100^\circ$  درجه است.

سلول واحد دوفازی در نظر گرفته شده در این تحقیق، شامل رشته کربنی و ماتریس پلیمری است، که خواص مکانیکی هر

جدول ۱- خواص مکانیکی و حرارتی مواد تشکیل دهنده سلول واحد دو فازی [۲۵]

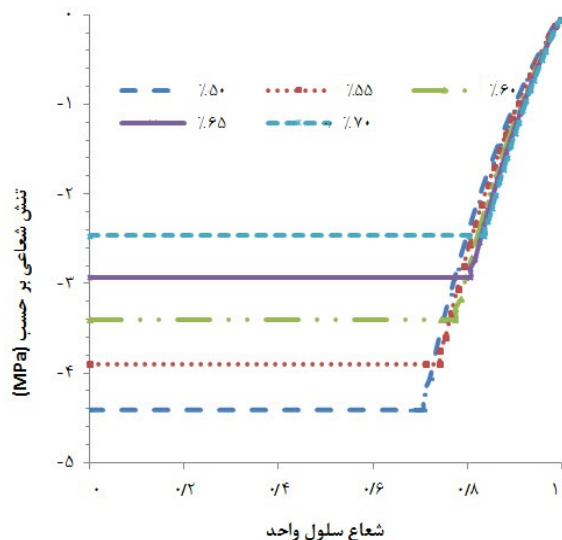
$\Delta T$	$\alpha \left(\frac{1}{C}\right) \times 10^{-6}$ طولی	$\alpha \left(\frac{1}{C}\right) \times 10^{-6}$ عرضی	$\nu$	E (GPa)	
۱۰۰	-۰/۴۱	۱۵	۰/۲	۲۳۰	رشته کربنی
۱۰۰	۶۲/۴۵	۶۲/۴۵	۰/۳۵	۳/۱۳	ماتریس ML506

فشاری، و در فاز ماتریس به صورت کششی به دست آمده است، که نشان دهنده مقدار بالای تنش مماسی کششی، نسبت به تنش شعاعی فشاری در فاز ماتریس است. با افزایش درصد سطحی رشته کربنی، از مجموع تنش های نرمال فشاری فاز رشته کربنی کاسته، و بر مجموع تنش های نرمال کششی فاز ماتریس، افزوده شده است.

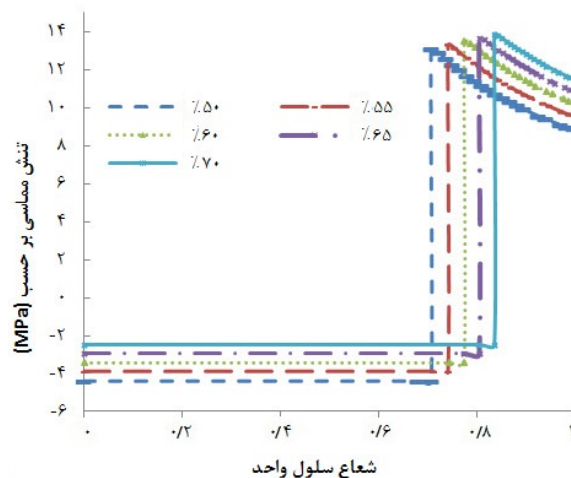
به منظور مقایسه توزیع تنش های شعاعی و مماسی دو روش المان محدود و مدل دیسک دایره ای در سلول واحد، توزیع تنش در دو حالت ۵۰٪ و ۷۰٪ درصد سطحی رشته کربن در شکل (۶) و شکل (۷) مقایسه شده است و تطابق دو روش کاملاً مشهود است.

در شکل (۸)، به مقایسه مجموع تنش های نرمال برای درصد سطحی های متفاوت رشته کربنی ۵۰٪، ۵۵٪، ۶۰٪، ۶۵٪ و ۷۰٪ به دست آمده از نرم افزار المان محدود و نتایج حاصل از روش تحلیلی دیسک دایره ای پرداخته شده است، که مقادیر این دو نوع تحلیل نیز، کاملاً بر هم منطبق هستند.

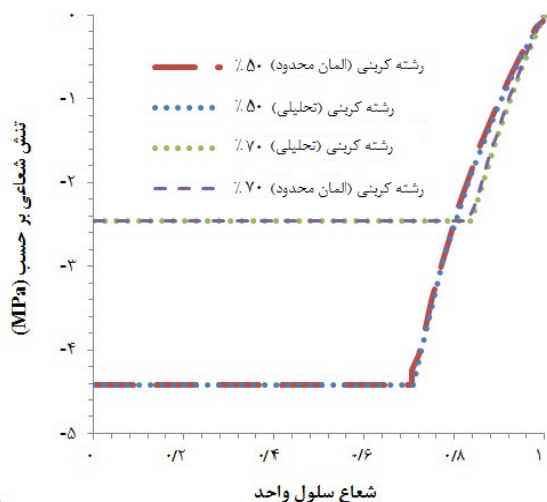
به منظور ارزیابی مدل المان محدود به کار برده شده در این تحقیق، نتایج و [۱۰] که به صورت تحلیلی برای کربید سیلیکون، در زمینه فلزی آلومینیوم انجام گرفته است و تطابق مناسبی با نتایج آزمایشی که توسط لوین [۸] و تُد [۹] داشته است، مورد استفاده قرار می گیرد. همانگونه که در شکل (۹) مشاهده می شود، نتایج به دست آمده مربوط به مدل المان محدود در نظر گرفته شده، و مدل تحلیلی و [۱۰] برای دو فاز کربید سیلیکون و آلومینیوم کاملاً بر هم منطبق هستند و از اعتبار کافی، جهت استفاده در تحلیل برخوردار است.



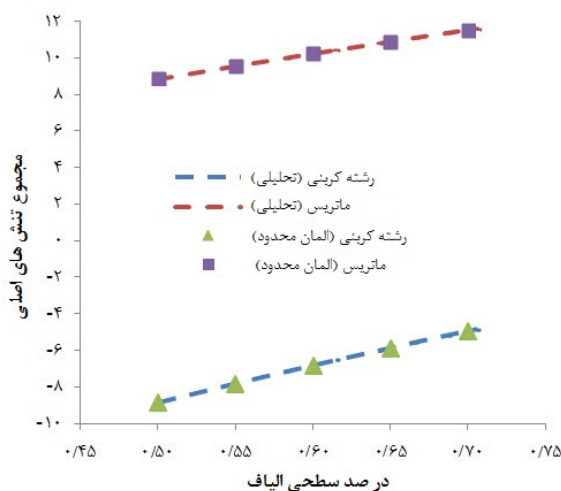
شکل ۳- توزیع تنش شعاعی در سلول واحد دوبعدی به صورت دو فازی برای درصد سطحی متفاوت رشته کربنی



شکل ۴- توزیع تنش مماسی در سلول واحد دوبعدی به صورت دو فازی برای درصد سطحی متفاوت رشته کربنی

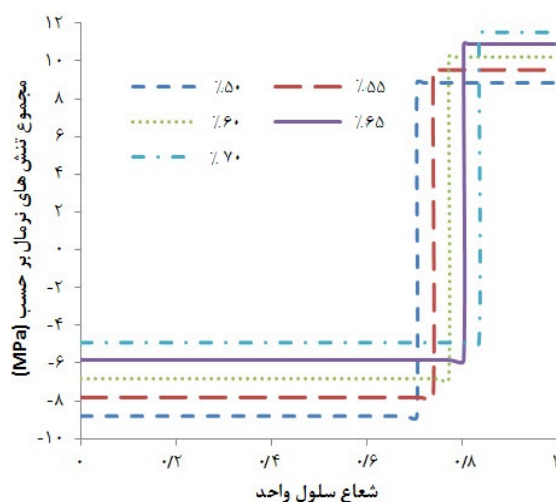


شکل ۶- مقایسه توزیع تنش شعاعی در سلول واحد دوبعدی به دو روش تحلیلی و المان محدود

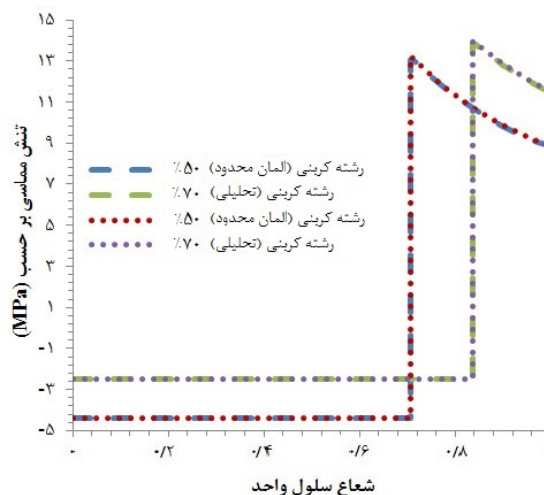


شکل ۸- مقایسه مجموع تنش‌های نرمال به روش تحلیلی و المان محدود در هر یک از دو فاز

کربنی در راستای عرضی، طولی و اتفاقی بودن نحوه قرارگیری نانولوله‌های کربنی بر رشته کربن در روش الکتروفورز، در این تحقیق نحوه قرارگیری نانولوله‌های کربنی، به صورت مجزای موازی با رشته کربن و به صورت حلقه‌ای بر رشته کربنی در نظر گرفته شده است. فاز نانو در هریک از مدل قرارگیری بر روی رشته کربن، به صورت پیوسته در نظر گرفته شده است. خواص نانولوله کربنی در نظر گرفته شده در جدول (۲) نشان داده



شکل ۵- توزیع مجموع تنش‌های نرمال در سلول واحد دوبعدی به صورت دوفازی برای درصد سطحی متفاوت رشته کربنی



شکل ۷- مقایسه توزیع تنش مماسی در سلول واحد دوبعدی به دو روش تحلیلی و المان محدود

## ۲-۲- تحلیل دوبعدی تنش‌های پسماند در سلول واحد سه فازی

سلول واحد سه فازی در نظر گرفته شده، شامل رشته کربنی است که با استفاده از روش الکتروفورز، توسط نانولوله‌های کربنی تقویت شده است، و علاوه بر دو فاز رشته کربنی و نانولوله کربنی، دارای فاز ماتریس نیز است. سلول واحد سه فازی به منظور تحلیل دوبعدی، در شکل (۱۰) نشان داده شده است. با توجه به متفاوت بودن ضریب انبساط حرارتی نانولوله

جدول ۲- خواص مکانیکی و حرارتی مربوط  
به نانولوله کربنی [۱۰، ۲۶]

$\alpha \left(\frac{1}{\text{C}}\right) \times 10^{-6}$	$\alpha \left(\frac{1}{\text{C}}\right) \times 10^{-6}$	$\nu$	E (GPa)	
طولی	عرضی			نانولوله
-۱/۵	۱۵	۰/۱	۱۰۰۰	کربنی

دیسک دایره‌ای استفاده شده است. تنش بین دو فاز رشته کربنی-نانو،  $\sigma_a$  و تنش بین دو فاز نانو-ماتریس،  $\sigma_b$  در نظر گرفته شده است. توزیع تنش در هر یک از فازها، با توجه به شرط تساوی کرنش مماسی در مرز هر فاز، معادلات تنش حاکم بر دیسک و روابط تنش-کرنش، در روابط (۱۷) تا (۲۳) بیان شده است. در روابط ذکر شده، اندیس d مربوط به رشته کربنی، اندیس n مربوط به فاز نانو و اندیس m مربوط به فاز ماتریس است:

$$r = r_d \quad \varepsilon_{d,t} = \varepsilon_{n,t} \quad (۸)$$

$$r = r_n \quad \varepsilon_{n,t} = \varepsilon_{m,t} \quad (۹)$$

$$\varepsilon_{d,t} = \frac{\sigma_{d,t} - \nu_d \sigma_{d,r}}{E_d} + \alpha_d \Delta T \quad (۱۰)$$

$$\varepsilon_{n,t} = \frac{\sigma_{n,t} - \nu_n \sigma_{n,r}}{E_n} + \alpha_n \Delta T \quad (۱۱)$$

$$\varepsilon_{m,t} = \frac{\sigma_{m,t} - \nu_m \sigma_{m,r}}{E_m} + \alpha_m \Delta T \quad (۱۲)$$

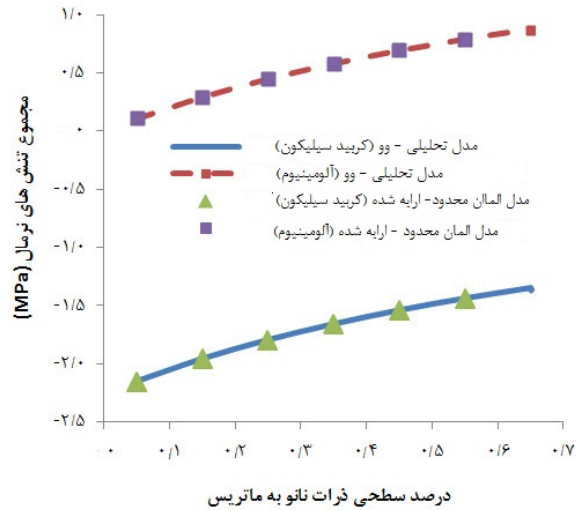
$$k = \frac{1 - \nu_d}{E_d} + \frac{\nu_a + 1 + \nu_n}{E_n} \quad (۱۳)$$

$$a = \frac{r_d^2}{r_n^2 - r_d^2} \quad (۱۴)$$

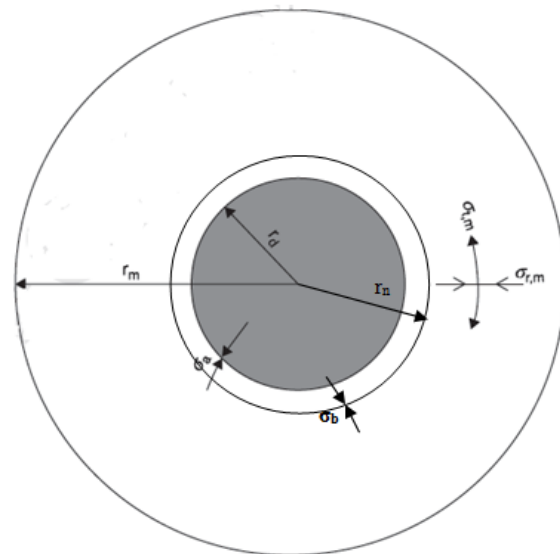
$$c = \frac{r_n^2}{r_m^2 - r_n^2} \quad (۱۵)$$

$$z = -\frac{E_n}{2a} \left( \frac{-2a - 1 - \nu_n}{E_n} + \frac{-2c - 1 - \nu_m}{E_m} \right) \quad (۱۶)$$

$$0 < r \leq r_d \quad \sigma_{d,t} = \sigma_{d,r} = \sigma_a \quad (۱۷)$$



شکل ۹- بررسی نتایج به دست آمده برای مجموع تنش های نرمال مدل المان محدود و مدل تحلیلی وو [۱۰]



شکل ۱۰- مدل در نظر گرفته شده برای سلول واحد سه فازی

شده است.

همان‌طور که در شکل (۱۰) نشان داده شده است، رشته کربنی در مرکز، ماتریس به صورت حلقه خارجی و نانولوله کربنی به صورت حلقه میانی در نظر گرفته شده است. به منظور توزیع تنش‌های پسماند در این سلول سه فازی نیز، از روش



موازی با رشته کربنی در نظر گرفته شده است، به طوری که نانولوله‌های کربنی به صورت موازی با رشته کربنی، بر روی سطح رشته کربنی قرار می‌گیرند. جهت تحلیل دوبعدی، ضریب انبساط حرارتی فاز کربن و فاز نانولوله، به صورت یکسان و برابر با ضریب انبساط حرارتی عرضی آنها  $(\frac{1}{\alpha_c}) \times 10^{-6}$  در نظر گرفته شده است. درصد سطحی رشته کربن به صورت ثابت و برابر با ۶۰٪ در نظر گرفته شده است، و درصدهای سطحی نانولوله‌های کربنی از ۰٪ تا ۵٪ متغیر است، که با توجه به تغییرات درصد نانولوله‌های کربنی، مقدار درصد سطحی ماتریس از ۳۵٪ تا ۴۰٪ متغیر است. در شکل (۱۱)، توزیع تنش شعاعی در یک سلول واحد نشان داده شده است، به طوری که این تنش در فاز رشته کربن، به صورت ثابت است. با افزایش درصد سطحی نانولوله‌های کربنی از ۰٪ تا ۵٪، تنش شعاعی فشاری در رشته کربن از تنش فشاری ۳/۴- به ۲/۶۶- مگاپاسکال کاهش یافته است. البته این افزایش درصد سطحی نانولوله‌های کربنی از ۱٪ تا ۵٪ موجب افزایش برهم‌کنش بین دوفاز نانولوله- رشته کربن و نانولوله- ماتریس شده است. در فاز ماتریس، تنش شعاعی با رسیدن به سطح آزاد سلول واحد کاهش یافته، تا به مقدار صفر رسیده است. در بعضی از درصدهای حجمی، تنش شعاعی ماتریس در سطح آزاد سلول واحد برابر مقدار ناچیز (۱۸/۰ مگاپاسکال) است، که ناشی از اندازه المان در این ناحیه است، که با افزایش تعداد المان این مقدار به سمت صفر میل می‌نماید.

نمودار مربوط به تحلیل المان محدود تنش مماسی نیز در شکل (۱۲) نشان داده است. مقدار تنش مماسی نیز، در فاز رشته کربنی به صورت ثابت است و رفتاری شبیه به تنش شعاعی در فاز رشته کربنی دارد، به طوری که با افزایش درصد نانولوله‌های کربنی از ۰٪ تا ۵٪، تنش فشاری مماسی، مانند تنش فشاری شعاعی از ۳/۴- به ۲/۶۶- مگاپاسکال در رشته کربنی کاهش یافته است. وجود نانولوله‌های کربنی، باعث ایجاد برهم‌کنش در فاز نانولوله می‌شود، که با افزایش درصد نانولوله از ۱٪ تا ۵٪ از مقدار تنش مماسی در این فاز

$$r_d \leq r \leq r_n \quad (18)$$

$$\sigma_{n,r} = \frac{r_d r_n^{\gamma} (\sigma_a - \sigma_b)}{(r_n^{\gamma} - r_d^{\gamma}) r^{\gamma}} + \frac{r_n^{\gamma} \sigma_b - r_d^{\gamma} \sigma_a}{r_n^{\gamma} - r_d^{\gamma}}$$

$$\sigma_{n,t} = -\frac{r_d r_n^{\gamma} (\sigma_a - \sigma_b)}{(r_n^{\gamma} - r_d^{\gamma}) r^{\gamma}} + \frac{r_n^{\gamma} \sigma_b - r_d^{\gamma} \sigma_a}{r_n^{\gamma} - r_d^{\gamma}} \quad (19)$$

$$r_n \leq r \leq r_m \quad (20)$$

$$\sigma_{m,r} = \frac{r_m^{\gamma} r_n^{\gamma} \sigma_b}{(r_m^{\gamma} - r_n^{\gamma}) r^{\gamma}} - \frac{r_n^{\gamma} \sigma_b}{r_m^{\gamma} - r_n^{\gamma}}$$

$$\sigma_{m,t} = -\frac{r_m^{\gamma} r_n^{\gamma} \sigma_b}{(r_m^{\gamma} - r_n^{\gamma}) r^{\gamma}} - \frac{r_n^{\gamma} \sigma_b}{r_m^{\gamma} - r_n^{\gamma}} \quad (21)$$

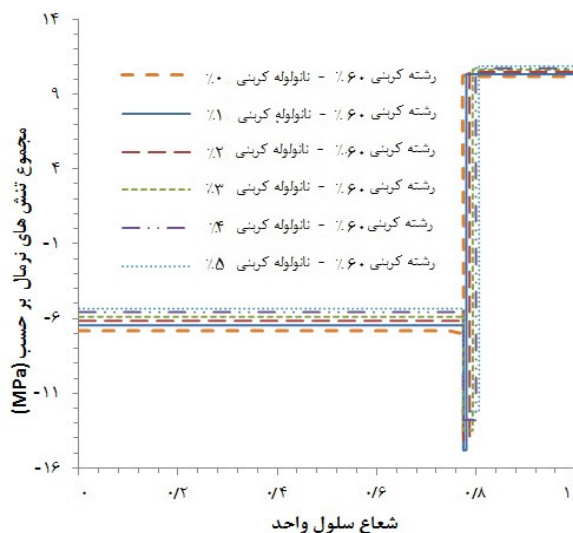
$$\sigma_a = \left( 1 - \frac{z E_n k}{r(a+\gamma)} \right)^{-1} \left( \frac{z E_n}{r(a+\gamma)} (\alpha_f - \alpha_n) \Delta T + \frac{E_n}{r a} (\alpha_n - \alpha_m) \Delta T \right) \quad (22)$$

$$\sigma_b = \left( \frac{E_n}{r(a+\gamma)} \right) ((\alpha_f - \alpha_n) \Delta T + k \sigma_a) \quad (23)$$

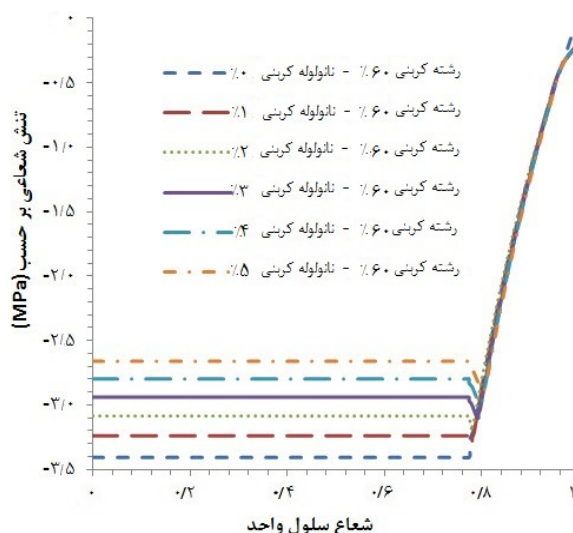
علاوه بر مدل دیسک دایره‌ای ذکر شده، با استفاده از نرم‌افزار المان محدود آباکوس به تحلیل مدل دوبعدی سلول واحد سه فازی پرداخته شده است. اعمال بارگذاری و شرایط مرزی مشابه حالت دو فازی در نظر گرفته شده است. تعداد المان در راستای مماسی برابر با ۱۴۰ المان و تعداد المان در راستای شعاعی برابر ۵۸ المان، که در مجموع مدل شامل ۸۱۲۰ المان است. ناحیه فاز نانولوله که بین دو فاز قرار گرفته است، نیز شامل ۵۶۰ المان است. در تحلیل المان محدود نیز، نحوه قرار گرفتن نانولوله‌های کربنی بر رشته کربن، نانولوله‌های کربنی به صورت موازی و به صورت حلقه‌گون، بر رشته کربنی در نظر گرفته شده است و نتایج به دست آمده از تحلیل المان محدود و مدل دیسک دایره‌ای با یکدیگر نیز مقایسه شده‌اند.

## ۲-۲-۱- نانولوله‌های کربنی موازی با رشته کربن

در این حالت، نحوه قرار گرفتن نانولوله‌های کربنی جهت تقویت رشته کربنی با استفاده از روش الکتروفورز، به صورت

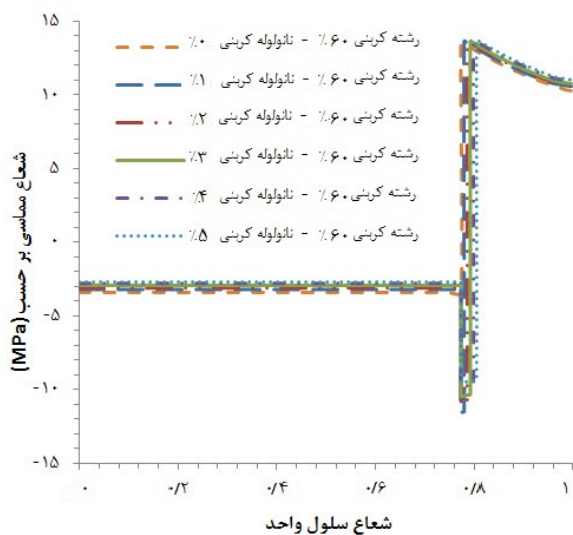


شکل ۱۳- توزیع مجموع تنش‌های نرمال در سلول واحد سه فازی به صورت دوبعدی در حالت موازی بودن راستای رشته کربنی و نانولوله



شکل ۱۱- توزیع تنش شعاعی در سلول واحد سه فازی به صورت دوبعدی در حالت موازی بودن راستای رشته کربنی و نانولوله

مجموع تنش‌های نرمال (تنش شعاعی و تنش مماسی) در شکل (۱۳) ترسیم شده است. با توجه به شکل (۱۳)، مجموع تنش‌های نرمال در ناحیه هر فاز، دارای مقادیر یکسانی است، که این مقادیر در فاز ماتریس به صورت کششی، و در دو فاز رشته کربنی و نانولوله کربنی به صورت فشاری است. با افزایش درصد سطحی نانولوله‌های کربنی از ۰٪ تا ۵٪، مجموع تنش‌های شعاعی و مماسی در فاز رشته کربنی که به صورت فشاری است، از  $6/8$  - به  $5/3$  - مگاپاسکال کاهش یافته است. در فاز ماتریس، با افزایش درصد سطحی نانولوله‌های کربنی از ۰٪ تا ۵٪، مجموع تنش‌های نرمال به صورت کششی است. تنش مماسی در فاز ماتریس در درصد سطحی نانولوله ۰٪ و ۵٪ به ترتیب برابر با  $10/21$  و  $10/87$  مگاپاسکال به دست می‌آید. مجموع تنش‌های نرمال فاز نانولوله که در بین دو فاز رشته کربنی و ماتریس است، در شکل (۱۳) به صورت یک اوج نشان داده شده است. مجموع تنش‌های نرمال با افزایش درصدهای سطحی نانو از ۰٪ تا ۵٪، از  $14/8$  - تا  $12/2$  - مگاپاسکال به ترتیب کاسته شده است. در شکل (۱۴)، نتایج به دست آمده در شکل (۱۳) با نتایج تحلیلی به دست آمده از روش دیسک دایره‌ای مقایسه شده است، که کاملاً منطبق بر یکدیگر هستند.



شکل ۱۲- توزیع تنش مماسی در سلول واحد سه فازی به صورت دوبعدی در حالت موازی بودن راستای رشته کربنی و نانولوله

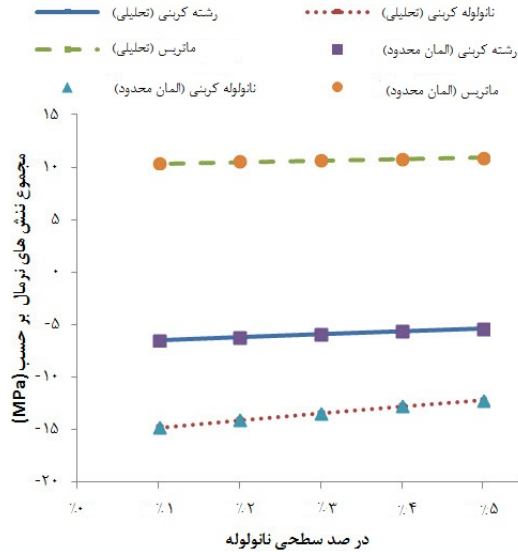
کاسته شده است. تنش مماسی در فاز ماتریس به صورت کششی است که به تدریج، از مرز بین دو فاز ماتریس و نانو، تا سطح آزاد سلول واحد کاهش می‌یابد. با افزایش درصد سطحی نانولوله، از ۰٪ تا ۵٪، مقدار تنش مماسی در فاز ماتریس افزایش یافته است، که در سطح آزاد برابر با  $10/27$  تا  $11/06$  مگاپاسکال است.

## ۲-۲-۲- نانوولوله کربنی به صورت حلقه گون بر رشته کربنی

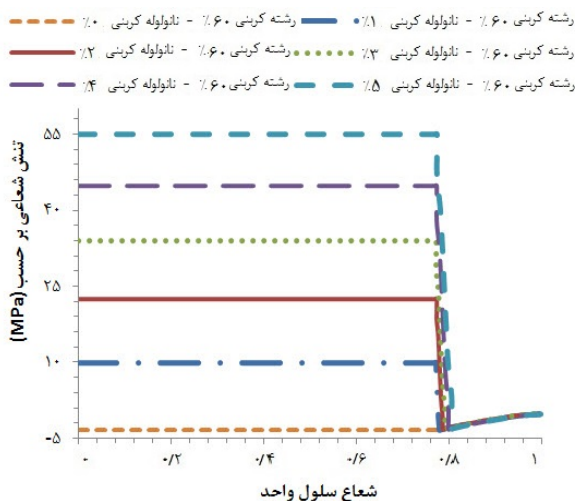
نحوه دیگر قرار گرفتن نانوولوله‌های کربنی بر روی رشته‌های کربنی، به گونه‌ای است که نانوولوله‌های کربنی به صورت حلقه‌هایی دور تا دور رشته کربنی را فرا گرفته است، به طوری که راستای طولی هر یک از نانوولوله‌های کربنی عمود بر راستای طولی رشته کربنی است. بنابراین برای تحلیل دوبعدی تنش پسماند، فاز مربوط به رشته کربنی دارای ضریب انبساط حرارتی برابر با  $(\frac{1}{\rho}) \times 10^{-6} \times 15$  و فاز مربوط به نانوولوله کربنی دارای ضریب انبساط حرارتی برابر با  $(\frac{1}{\rho}) \times 10^{-6} \times 15$  است.

نمودار توزیع تنش شعاعی در سلول واحد با استفاده از روش المان محدود در شکل (۱۵) نشان داده است. مقدار تنش شعاعی در فاز رشته کربنی به ازای هر درصد سطحی برابر با مقدار ثابتی است. با افزایش درصد سطحی نانوولوله‌های کربنی، تنش شعاعی به صورت قابل ملاحظه‌ای تغییر کرده است. به طوری که در حالتی که فاز نانو وجود ندارد، تنش شعاعی در ناحیه رشته کربنی برابر  $3/4$  - مگاپاسکال است و وجود  $1/1$  نانوولوله، موجب تغییر تنش شعاعی در فاز رشته کربنی از حالت فشاری به کششی برابر با  $9/96$  مگاپاسکال شده است. با افزایش درصد سطحی نانوولوله به مقدار  $1/5$ ، تنش شعاعی در فاز نانو به مقدار  $55$  مگاپاسکال افزایش یافته است. در فاز نانو برهم کنش بالایی وجود دارد، به طوری که در مرز با فاز رشته کربنی تنش به صورت کششی و در مرز با ماتریس تنش به صورت فشاری است. در فاز ماتریس، تنش شعاعی به تدریج کاهش یافته است تا به سطح آزاد سلول واحد و به تنش برابر صفر رسیده است. اثر نانوولوله‌ها بر توزیع تنش در فاز ماتریس بسیار ناچیز است.

توزیع تنش مماسی در سلول واحد در شکل (۱۶) نشان داده شده است. نحوه توزیع تنش مماسی در ناحیه رشته کربنی مشابه با توزیع تنش شعاعی است، که در شکل (۱۷) تفسیر شد. توزیع تنش مماسی در فاز نانو به گونه‌ای است که برهم کنش بسیار بالایی در مرز با این فاز وجود دارد، به طوری که در حالت وجود نانوولوله برابر با درصد سطحی  $1/1$ ، تنش مماسی از

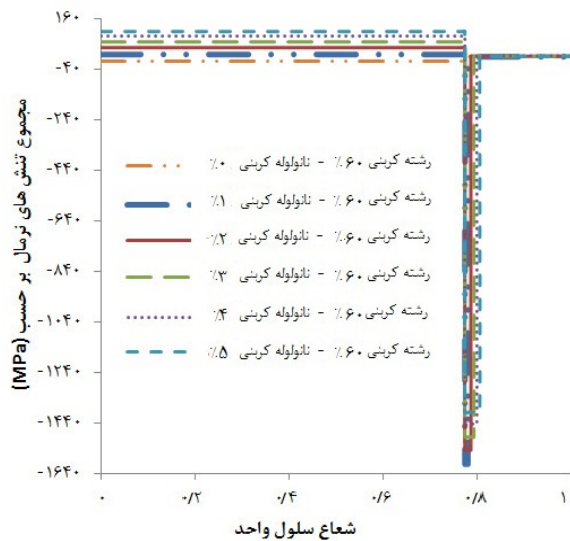


شکل ۱۴- مقایسه نتایج مجموع تنش‌های نرمال به صورت تحلیلی و المان محدود در هر فاز در حالت موازی بودن راستای رشته کربنی و نانوولوله

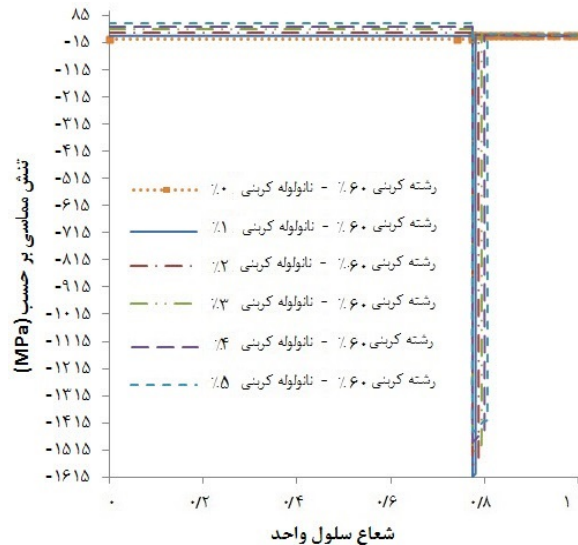


شکل ۱۵- توزیع تنش شعاعی در سلول واحد سه فازی به صورت دوبعدی در حالت عمود بودن راستای رشته کربنی و نانوولوله (حلقه گون)

مقدار تنش کششی  $9/96$  مگاپاسکال در فاز رشته کربنی به تنش فشاری  $161/8$  - مگاپاسکال در فاز نانوولوله تغییر و در مرز فاز ماتریس به تنش کششی  $13/8$  مگاپاسکال در فاز ماتریس رسیده



شکل ۱۷- توزیع مجموع تنش‌های نرمال در سلول واحد سه فازی به صورت دویبعی در حالت عمود بودن راستای رشته کربنی و نانولوله (حلقه گون)



شکل ۱۶- توزیع تنش مماسی در سلول واحد سه فازی به صورت دویبعی در حالت عمود بودن راستای رشته کربنی و نانولوله (حلقه گون)

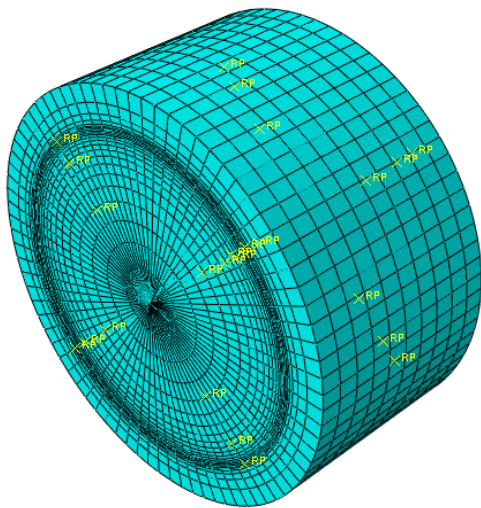
تنش‌های نرمال برای درصد سطحی نانولوله ۱٪ و ۵٪ مقدار ۱۶۰۴- و ۱۳۹۸- مگاپاسکال به دست آمده است، که نشان‌دهنده کاهش تنش بر اثر افزایش درصد سطحی نانولوله است. در ناحیه ماتریس، برای درصد سطحی نانولوله برابر با ۰٪ و ۵٪، مقدار تنش ۱۰/۲۳ و ۱۱/۴۸ مگاپاسکال است که افزایش تنش در فاز ماتریس، هنگام افزایش درصد سطحی نانولوله را نشان می‌دهد. در شکل (۱۸) به بررسی مقادیر مجموع تنش‌های نرمال به دست آمده از تحلیل دویبعی المان محدود و روش تحلیلی دیسک دایره‌ای پرداخته شده است، که نتایج به دست آمده کاملاً بر یکدیگر منطبق هستند.

### ۲-۳- تحلیل المان محدود تنش‌های پسماند در سلول واحد سه‌بعی

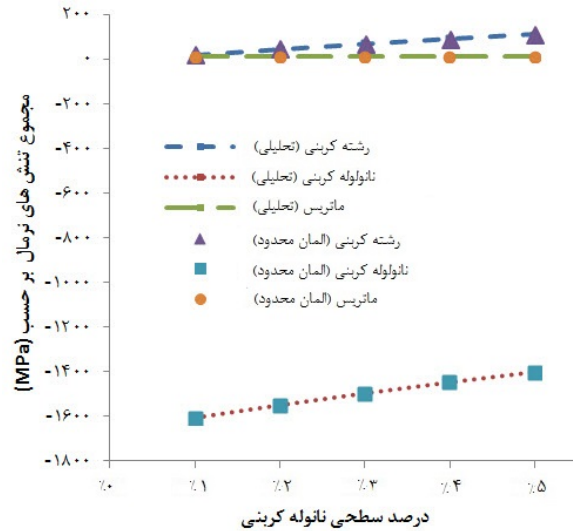
در این بخش به بررسی تحلیل تنش‌های پسماند در یک سلول واحد سه‌بعی، متشکل از سه فاز، با استفاده از نرم‌افزار المان محدود آباکوس پرداخته شده است. مدل المان محدود سلول واحد سه فازی، به صورت سه‌بعی در شکل (۱۹) نشان داده شده است، که طول و شعاع سلول به میزان واحد در نظر گرفته

است، که این اختلاف ناشی از تفاوت فاحش ضریب انبساط حرارتی، مدول بالا و درصد سطحی پایین نانولوله است. با افزایش درصد سطحی نانولوله از این اختلاف کاسته شده است، به طوری که در درصد سطحی ۵٪ نانولوله، تنش مماسی فاز رشته کربنی، از ۵۵ مگاپاسکال در مرز دو فاز رشته کربنی و نانو، به ۱۴۴۵- مگاپاسکال در نانولوله رسیده است و این مقدار در مرز فاز ماتریس و نانولوله به ۱۴/۵ مگاپاسکال رسیده است. در فاز ماتریس، از مقدار تنش مماسی به تدریج کاسته شده است، تا در لبه آزاد به مقدار ۱۰ مگاپاسکال رسیده است که در تمامی درصدهای سطحی، تنش مماسی در فاز ماتریس با اختلاف ناچیزی چنین رفتاری را نشان می‌دهد.

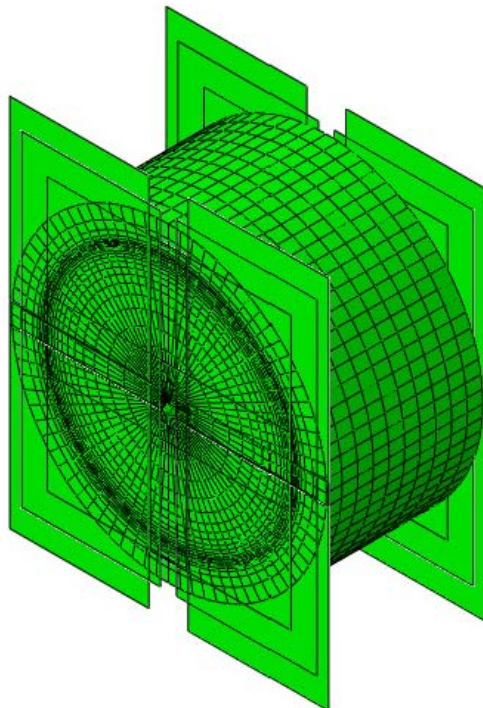
مجموع تنش‌های نرمال در سلول واحد، در شکل (۱۷) نشان داده شده است که در هر فاز، مجموع تنش‌های نرمال مقدار ثابتی است، که بیشینه آن در فاز نانولوله قرار دارد. در فاز رشته کربنی، مجموع تنش‌های نرمال برای درصد سطحی نانولوله ۰٪ و ۵٪ به ترتیب برابر با ۶/۸- و ۱۰۹/۸ مگاپاسکال است که نشان‌دهنده تغییر تنش به صورت کششی بر اثر افزایش درصد سطحی نانولوله است. در ناحیه نانولوله، مجموع



شکل ۱۹- سلول واحد مدل‌سازی و مش‌بندی شده



شکل ۱۸- مقایسه نتایج آلمان محدود و تحلیل مجموع تنش‌های نرمال در سلول واحد سه فازی به صورت دوبعدی در حالت عمود بودن راستای رشته کربنی و نانولوله (حلقه گون)

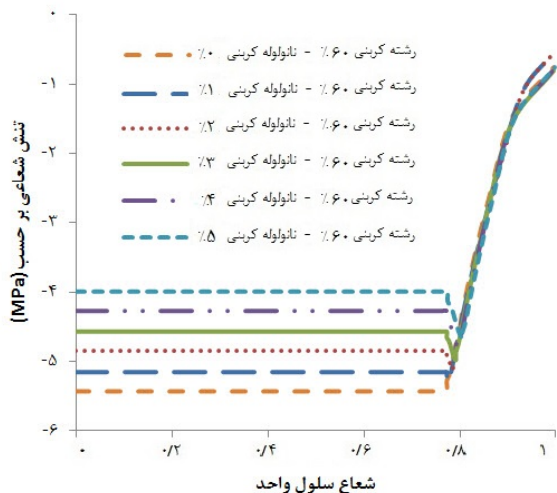


شکل ۲۰- شرایط مرزی اعمال شده بر سلول واحد در نرم‌افزار آلمان محدود

برابر با ۶۰٪ است. ضرایب انبساط حرارتی برای رشته کربنی و نانولوله کربنی در حالت طولی و عرضی به صورت متفاوت اعمال شده است. نحوه قرارگیری نانولوله کربنی بر رشته کربنی

شده است. نوع آلمان‌های در نظر گرفته شده برای مدل آلمان محدود سلول واحد، C3D8R است. در مدل مورد نظر، رشته کربن به صورت استوانه‌ای در مرکز، ماتریس پلیمری در سطح خارجی استوانه، و در بین رشته کربنی و ماتریس نیز، خواص نانولوله کربنی در نظر گرفته شده است. تعداد آلمان مناسب مدل برابر با ۷۲۰۰ آلمان است. اعمال بارگذاری سلول واحد سه‌بعدی مشابه حالت دوبعدی، به صورت ایجاد اختلاف درجه حرارت برابر با ۱۰۰ درجه در نظر گرفته شده است. به منظور ایجاد فرض عدم جدایش لبه‌های سلول واحد، تحت تأثیر تنش‌های پسماند ناشی از متفاوت بودن ضریب انبساط حرارتی، در هر طرف از لبه سلول واحد شرایط مرزی به گونه‌ای اعمال شده که لبه‌های ابتدایی و انتهایی سلول واحد به صورت صفحه و موازی با یکدیگر باقی بمانند. در شکل (۲۰) شرایط مرزی اعمال شده در نرم‌افزار نشان داده شده است. علاوه بر آن در مرکز دایره یک سر سلول واحد، در تمام جهات شرط مرزی عدم جابجایی اعمال شده است. مقدار درصد‌های حجمی نانولوله‌های کربنی در نظر گرفته شده شامل، ۵٪، ۴٪، ۳٪، ۲٪، ۱٪ و ۰٪ است که در تمامی حالات، درصد حجمی رشته کربنی





شکل ۲۱- توزیع تنش شعاعی در سلول واحد سه فازی به صورت سه بعدی در حالت موازی بودن رشته کربنی و نانولوله

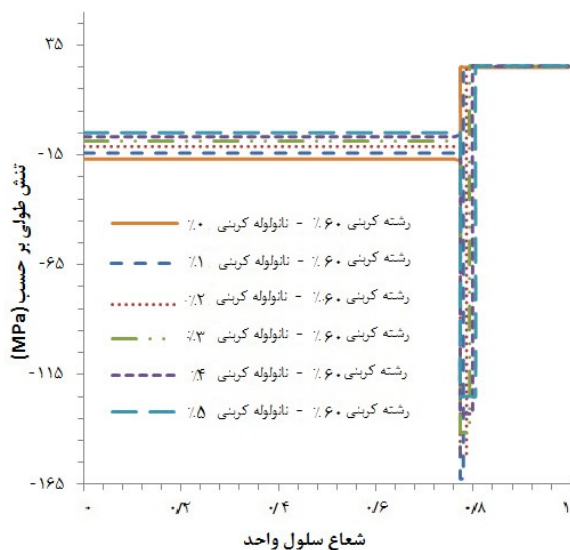
است. تنش شعاعی در فاز ماتریس، در سطح آزاد سلول واحد در نهایت به مقدار صفر رسیده است. تفاوت اندک تنش شعاعی در لبه آزاد با مقدار صفر در بعضی از درصدهای حجمی، ناشی از اندازه المان در نظر گرفته است.

نحوه توزیع تنش‌های مماسی در شکل (۲۲) ارائه شده است. توزیع تنش مماسی در فاز رشته کربنی مشابه به توزیع تنش شعاعی در فاز رشته کربنی در شکل (۲۱) است. توزیع تنش مماسی در فاز نانو به صورت فشاری است که به صورت پرش در نمودار مشهود است و با افزایش درصد حجمی نانولوله، به مقدار برهم‌کنش در فاز نانو با دیگر فازها افزوده می‌شود. در حالت وجود ۱٪ حجمی نانولوله، تنش مماسی فشاری در مرز، در فاز رشته کربنی برابر با ۵/۱۴- مگاپاسکال و در فاز نانو برابر با ۲۲/۶۷- مگاپاسکال و در حالت درصد حجمی ۵٪ در مرز، در فاز رشته کربنی برابر با ۳/۹۸- مگاپاسکال و در فاز نانولوله برابر با ۲۲/۶۱- مگاپاسکال است. در مرز فاز نانو به فاز ماتریس تنش مماسی از حالت فشاری به حالت کششی تغییر کرده است. با وجود ۱٪ حجمی نانولوله، تنش مماسی در مرز، در فاز نانو برابر با ۲۲/۵۷- مگاپاسکال و در فاز ماتریس برابر با ۲۱/۷۵ مگاپاسکال و در حالت درصد حجمی ۵٪ نانولوله در

نیز در دو حالت موازی با رشته کربنی و به صورت حلقه‌گون بر رشته کربنی در نظر گرفته شده است.

### ۲-۳-۱- نانولوله‌های کربنی موازی با رشته کربنی

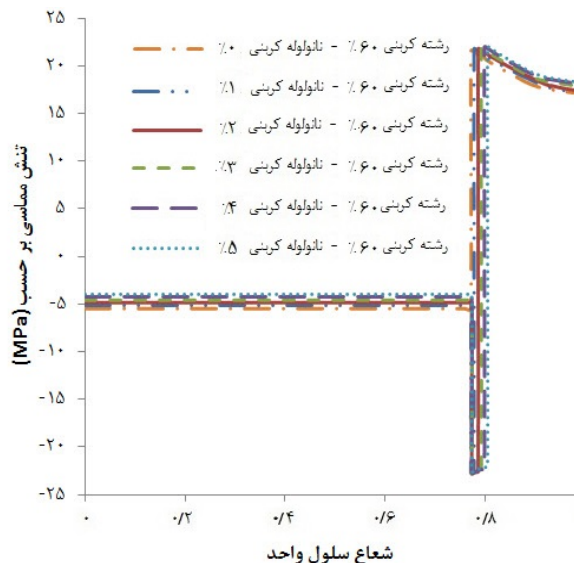
در این بخش به تحلیل سه بعدی بر روی سلول واحد، در حالتی که نانولوله‌های کربنی بر روی رشته کربنی به صورت موازی قرار گرفته است، پرداخته شده است. با توجه به خواص حرارتی عرضی رشته کربنی و نانولوله‌های کربنی، ضریب انبساط حرارتی در راستای عرضی برای هر دو جنس برابر با  $(\frac{1}{6} \times 10^{-6})$  است، اما ضریب انبساط حرارتی طولی رشته کربنی و نانولوله با یکدیگر متفاوت است. در شکل (۲۱)، نمودار مربوط تنش شعاعی در یک سلول واحد برای درصد حجمی مختلف نانولوله کربنی رسم شده است. توزیع تنش شعاعی در فاز رشته کربنی به صورت ثابت است، که با افزایش درصد حجمی نانولوله از مقدار تنش شعاعی فشاری در رشته کربنی کاسته شده است. در حالتی که نانولوله کربنی وجود ندارد، تنش پسماند شعاعی در رشته کربنی برابر با ۵/۴- مگاپاسکال است که با وجود ۱٪ حجمی نانولوله کربنی به مقدار ۵/۱۴- مگاپاسکال تغییر می‌یابد و در حالت ۵٪ حجمی نانولوله کربنی به ۴/۲۷- مگاپاسکال کاهش یافته است. ناحیه پرش ایجاد شده در شکل (۲۱)، مربوط به فاز نانولوله کربنی است که با افزایش درصد حجمی نانولوله کربنی، برهم‌کنش شعاعی بین فاز نانو و رشته کربنی افزایش یافته است، به طوری که با وجود ۱٪ حجمی نانولوله، تنش شعاعی در مرز دو فاز رشته کربنی و نانو از ۵/۱۴- به ۵/۲۹- مگاپاسکال در فاز نانو رسیده است. این تغییر در حالت ۵٪ حجمی نانولوله از ۳/۹۸- به ۴/۹۶- مگاپاسکال رسیده است. مقدار تنش پسماند شعاعی فشاری در فاز ماتریس، در ناحیه بین دو فاز ماتریس و نانو، با افزایش درصد حجمی نانولوله، کاهش می‌یابد. در حالت عدم وجود فاز نانو، تنش شعاعی در مرز فاز ماتریس برابر با ۵/۴۳- مگاپاسکال، در حالت ۱٪ حجمی نانولوله به ۵/۲۹- مگاپاسکال و در حالت ۵٪ حجمی نانولوله به ۴/۶۶- مگاپاسکال رسیده



شکل ۲۳- توزیع تنش طولی در سلول واحد سه فازی به صورت سه بعدی در حالت موازی بودن رشته کربنی و نانولوله

۱۵۱/۴، -۱۴۱/۵، -۱۳۲/۷ و -۱۲۴/۸- مگاپاسکال برای تنش طولی در فاز نانو به دست آمده است که نشان دهنده کاهش تنش فشاری در فاز نانو، با افزایش درصد حجمی این فاز است. تنش طولی در فاز ماتریس به صورت کششی است که ناشی از ضریب انبساط منفی دو فاز نانو و رشته کربنی، مثبت بودن ضریب انبساط حرارتی ماتریس و شرط مرزی اعمال شده است. تنش طولی در فاز ماتریس با افزایش درصد حجمی نانولوله به مقدار کمی افزایش یافته است، به طوری که برای درصد حجمی های ۰، ۱، ۵ و به ترتیب برابر با ۲۵/۳، ۲۵/۱۸ و ۲۵/۷۵ مگاپاسکال است. نمودار مربوط به مجموع تنش های نرمال در شکل (۲۴) رسم شده است و مجموع تنش های نرمال در هر فاز مقدار ثابتی است که در فاز رشته کربنی و نانو به صورت فشاری و در فاز ماتریس به صورت کششی است. از مقدار تنش های فشاری نرمال در فاز رشته کربنی و نانولوله با افزایش درصد حجمی نانولوله کاسته شده است.

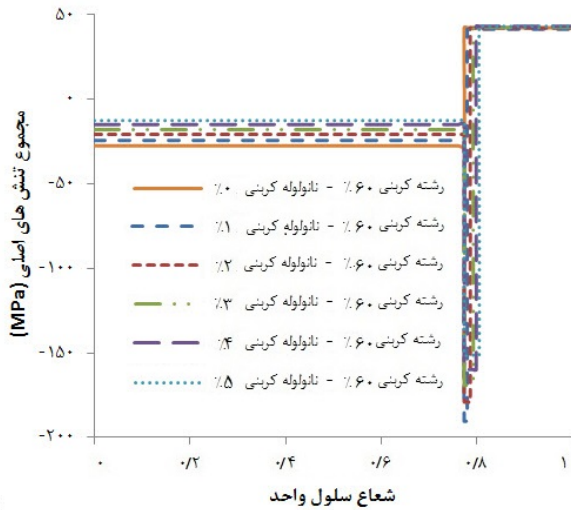
۲-۳-۲- نانولوله های کربنی به صورت حلقه گون بر رشته کربنی در نحوه دیگر قرار گرفتن نانولوله ها، نانولوله های کربنی



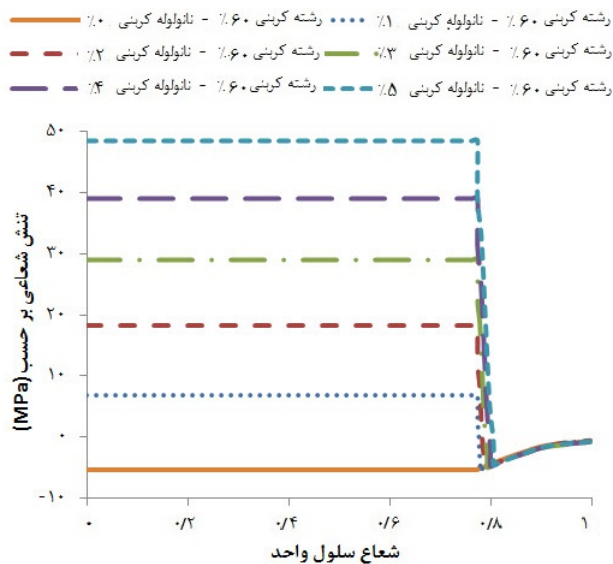
شکل ۲۲- توزیع تنش مماسی در سلول واحد سه فازی به صورت سه بعدی در حالت موازی بودن رشته کربنی و نانولوله

مرز، در فاز نانولوله برابر با ۲۲- مگاپاسکال و در فاز ماتریس برابر با ۲۲ مگاپاسکال است. در نهایت توزیع تنش مماسی در فاز ماتریس کاهش یافته است تا به سطح آزاد سلول واحد ختم شده است. تنش مماسی در لبه آزاد با افزایش درصد حجمی نانو افزایش یافته است به طوری که در حالت عدم وجود نانولوله، ۱٪ حجمی نانولوله و ۵٪ حجمی نانولوله به ترتیب تنش مماسی برابر با ۱۷/۰۶، ۱۷/۱ و ۱۸/۲۴ مگاپاسکال به دست آمده است.

توزیع تنش طولی در سلول واحد سه فازی به صورت سه بعدی در شکل (۲۳) نشان داده شده است که با توجه به اعمال شرط مرزی و یکسان بودن کرنش های سه فاز در لبه آزاد، مقدار تنش در هر فاز به صورت ثابت است. با افزایش درصد حجمی نانولوله های کربنی، میزان تنش طولی در فاز رشته کربنی با درصد حجمی های ۰، ۱، ۵ و نانولوله، به ترتیب برابر با ۱۶/۸، -۱۳/۷ و -۴/۶۳ مگاپاسکال است. در فاز نانو، تنش طولی فشاری به وجود آمده، با افزایش درصد حجمی نانولوله کاهش می یابد به طوری برای درصد حجمی های ۰، ۱، ۲، ۳، ۴ و ۵ نانولوله به ترتیب مقادیر ۱۶۲/۵،



شکل ۲۴- توزیع مجموع تنش‌های نرمال در سلول واحد سه فازی به صورت سه‌بعدی در حالت موازی بودن رشته کربنی و نانولوله



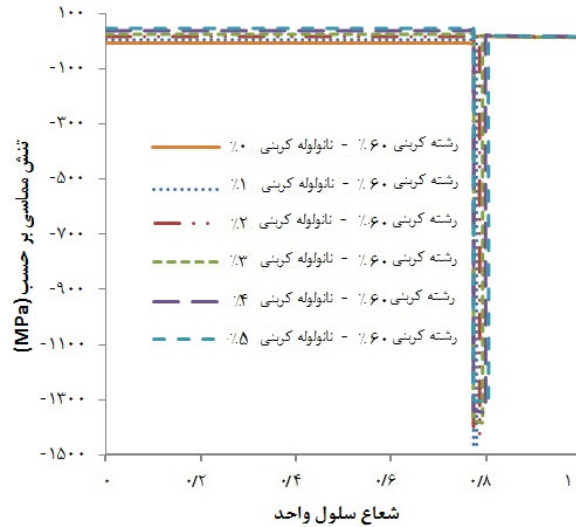
شکل ۲۵- توزیع تنش شعاعی در سلول واحد سه فازی به صورت سه بعدی در حالت عمود بودن راستای رشته کربنی و نانولوله (حلقه‌گون)

نانولوله، تنش فشاری به وجود آمده در فاز نانو کاهش می‌یابد. بیشینه تنش مماسی فشاری در فاز نانو مربوط به وجود ۱٪ حجمی نانولوله و برابر با ۱۴۷۰ مگاپاسکال به دست آمده است، که این مقدار در حالت ۵٪ حجمی نانولوله، به ۱۳۱۲-

به صورت حلقه‌گون رشته کربنی را در برمی‌گیرد. در این حالت ضریب انبساط حرارتی نانولوله کربنی و رشته کربنی برای هر یک جداگانه به صورت غیرایزوتروپیک اعمال شده است. برای این حالت قرارگیری نانولوله کربنی بر رشته کربنی، نمودار توزیع تنش‌های شعاعی برای در صد های حجمی متفاوت نانولوله‌های کربنی در شکل (۲۵) نشان داده شده است. همان‌طور که در شکل ۲۵ مشاهده می‌شود، وجود نانولوله‌های کربنی باعث تغییر نوع تنش در رشته کربنی شده است، به نحوی که در حالت عدم وجود، نانولوله‌های کربنی، تنش شعاعی در رشته کربنی به صورت فشاری و برابر ۵/۴۳ مگاپاسکال است. وجود نانولوله کربنی به مقدار ۱٪ حجمی، موجب تغییر تنش شعاعی در فاز رشته کربنی به صورت کششی و برابر ۶/۸۶ مگاپاسکال شده است که با توجه به تغییر نوع تنش فشاری به کششی بسیار حائز اهمیت است. افزایش درصد حجمی نانولوله به مقدار ۵٪ موجب افزایش تنش شعاعی می‌شود به طوری که، تنش شعاعی در فاز رشته کربنی برابر با ۴۸/۴۹ مگاپاسکال به دست آمده است. تنش شعاعی به وجود آمده در فاز نانو به گونه‌ای است که با افزایش درصد حجمی نانولوله، برهم‌کنش دو فاز رشته کربنی و ماتریس با فاز نانو نیز افزایش می‌یابد. در حالت ۱٪ حجمی نانولوله کربنی تنش در ناحیه مرز رشته کربنی و نانو برابر با ۶/۸۶ مگاپاسکال و در مرز نانو و ماتریس برابر ۵/۲۱ مگاپاسکال به دست آمده است که این مقادیر به ترتیب برای حالت ۵٪ حجمی نانولوله کربنی برابر ۴۸/۴۹ و ۴/۴۹ مگاپاسکال است. در فاز ماتریس تنش‌های شعاعی با درصد حجمی نانولوله کربنی متفاوت به تدریج کاهش یافته‌اند، تا در لبه سطح آزاد سلول واحد، به مقادیری برابر با ۰/۲- تا ۰/۸- رسیده‌اند. با تغییر اندازه المان، این مقادیر به مقدار صفر نزدیک می‌شوند.

توزیع تنش مماسی نیز در شکل (۲۶) نشان داده شده است که توزیع تنش مماسی در فاز رشته کربنی، دقیقاً شبیه به توزیع تنش شعاعی در فاز رشته کربنی است. تنش مماسی به وجود آمده در فاز نانو به گونه‌ای است که با افزایش درصد حجمی



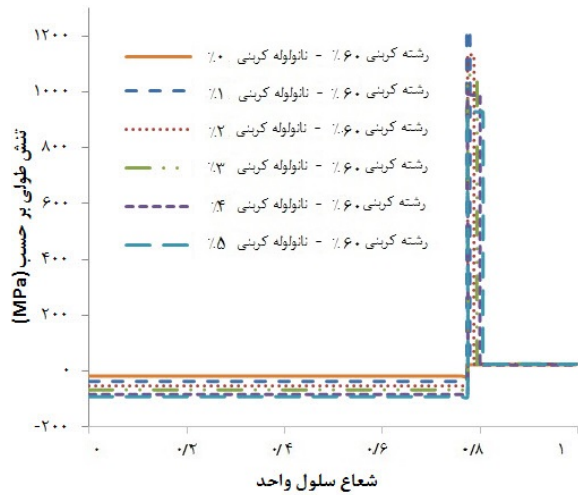


شکل ۲۶- توزیع تنش مماسی در یک سلول واحد سه فازی به صورت سه بعدی در حالت عمود بودن راستای رشته کربنی و نانولوله (حلقه گون)

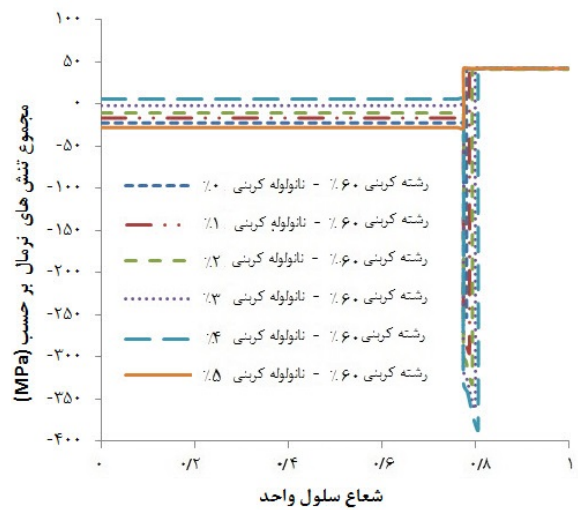
مگاپاسکال افزایش یافته است. وجود چنین تنش بالایی ناشی از عدم تطابق ضریب انبساط حرارتی در فاز نانو با دو فاز دیگر است زیرا در این چینش، ضریب انبساط حرارتی عرضی سلول واحد در فاز نانو مقداری منفی و برابر با  $(\frac{1}{6}) \times 10^{-6}$  است در حالی که ضریب انبساط حرارتی عرضی سلول واحد در فاز رشته کربنی برابر  $(\frac{1}{6}) \times 10^{-6}$  است. البته مدول بالا و درصد حجمی پایین فاز نانولوله نسبت به دو فاز دیگر نیز، عامل ایجاد چنین تنش بالایی در فاز نانولوله است. در فاز ماتریس تنش مماسی به صورت کششی است، که با افزایش درصد حجمی نانولوله تنش مماسی در لبه آزاد به مقدار کمی افزایش می یابد. برای حالت  $0.5\%$ ،  $1\%$  و  $5\%$  حجمی نانولوله کربنی، تنش مماسی در لبه آزاد سلول واحد برابر با  $17/06$ ،  $17/15$  و  $18/47$  مگاپاسکال رسیده است. با افزایش درصد حجمی نانولوله از برهم کنش فاز نانو با دیگر فازها کاسته شده است. در حالت وجود  $1\%$  حجمی نانولوله، اختلاف تنش مماسی در مرز فاز رشته کربنی و نانولوله برابر با  $1477$  مگاپاسکال و در مرز فاز

ماتریس و نانولوله  $1492$  مگاپاسکال است. با افزایش درصد حجمی نانولوله به  $5\%$ ، اختلاف تنش مماسی در مرز فاز رشته کربنی و نانولوله، برابر با  $1350$  مگاپاسکال و در مرز فاز ماتریس و نانولوله،  $1334$  مگاپاسکال است. در نهایت توزیع تنش مماسی در فاز ماتریس کاهش یافته و به سطح آزاد سلول واحد ختم شده است. تنش مماسی در لبه آزاد با افزایش درصد حجمی نانو افزایش یافته است به طوری که در حالت  $0.5\%$ ،  $1\%$  و  $5\%$  حجمی نانولوله به ترتیب تنش مماسی برابر با  $17/06$ ،  $17/15$  و  $18/47$  مگاپاسکال به دست آمده است. توزیع تنش طولی در سلول واحد در شکل (۲۷) نشان داده شده است، به طوری که در حالت عدم وجود نانولوله، تنش طولی در فاز رشته کربنی و ماتریس به ترتیب برابر با  $16/79$ - و  $25/19$  مگاپاسکال است. در حالت  $1\%$  حجمی نانولوله، تنش محوری در فازهای رشته کربنی، نانو و ماتریس در سلول واحد به ترتیب برابر با  $35/6$ ،  $1223$  و  $24/95$  مگاپاسکال به دست آمده است. با افزایش درصد حجمی نانولوله به  $5\%$ ، تنش محوری در هر یک از فازهای ذکر شده، به ترتیب برابر با  $91/6$ ،  $929$  و  $24/36$  مگاپاسکال به دست آمده است. نحوه توزیع تنش طولی در سلول واحد ناشی از شرایط مرزی اعمال شده، ضرایب انبساط حرارتی متفاوت و مدول الاستیسیته سه فاز است. نمودار مربوط به مجموع تنش های نرمال در شکل (۲۸) نشان داده شده است، به طوری که مجموع تنش های پسماند در فاز رشته کربنی، در حالت عدم وجود نانولوله برابر با  $27/6$ - مگاپاسکال است که در حالت  $5\%$  حجمی نانولوله به مقدار  $5/36$  مگاپاسکال رسیده است. بیشینه مجموع تنش ها در فاز نانو مربوط به حالت  $5\%$  حجمی نانولوله است که برابر با  $380$ - مگاپاسکال است که در حالت  $1\%$  حجمی برابر  $280$ - به دست آمده است. مجموع تنش های نرمال در فاز ماتریس با افزایش درصد حجمی نانولوله به مقدار کمی تغییرات داشته است، به طوری که برای  $0.5\%$ ،  $1\%$  و  $5\%$  به ترتیب برابر با  $42/3$ ،  $41/5$  و  $42$  مگاپاسکال به دست آمده است.

استفاده از روش تحلیلی دیسک دایره‌ای و المان محدود، به صورت دوبعدی و سه‌بعدی پرداخته شده است. با توجه به متفاوت بودن خواص حرارتی نانولوله در راستاهای متفاوت، نحوه قرارگیری نانولوله‌های کربنی بر روی رشته کربنی، به صورت موازی با راستای طولی و به صورت حلقه‌گون، برای درصد‌های حجمی متفاوت نانولوله در نظر گرفته شده است. افزایش درصد حجمی نانولوله‌های کربنی، موجب تغییر در تنش‌های پسماند فشاری در فاز رشته کربنی شده است، به طوری که، در حالتی که نانولوله به صورت موازی بر روی رشته کربنی قرار می‌گیرند، با اضافه کردن ۱٪ حجمی نانولوله به سلول واحد دو فازی، تنش‌های پسماند فشاری شعاعی و مماسی به طور یکسان و به مقدار ۷٪ در حالت دوبعدی و ۵٪ در حالت سه‌بعدی، کاهش یافته است. اما با افزایش درصد حجمی نانولوله به مقدار ۵٪، همچنان تنش به صورت باقی مانده است. این تغییرات در حالتی که نانولوله به صورت حلقه‌گون بر رشته کربن قرار می‌گیرند، به گونه‌ای است که تنش‌های پسماند شعاعی و مماسی در فاز رشته کربنی از حالت فشاری به حالت کششی تغییر پیدا کرده است و با افزایش درصد حجمی نانولوله برابر با ۱٪ بر مقدار تنش کششی رشته کربنی افزوده شده است. به طوری که وجود ۱٪ نانولوله نسبت به حالت دو فازی موجب تغییر تنش شعاعی و مماسی در فاز رشته کربن، از ۳/۴- به ۹/۹۶ مگاپاسکال در حالت دوبعدی، و از ۵/۴۳- به ۸/۸۶ مگاپاسکال در حالت سه‌بعدی تغییر کرده است، که نشان‌دهنده اثر نحوه قرارگیری نانولوله بر توزیع تنش‌های پسماند در سلول واحد است. توزیع تنش‌های پسماند محوری در فاز رشته کربنی در حالت دو فازی به صورت فشاری به دست آمده است، که با توجه به تحو قرارگیری نانولوله، به صورت موازی با محور رشته کربنی از تنش‌های پسماند فشاری در فاز رشته کربنی کاسته شده است، به طوری که از مقدار ۱۶/۸- مگاپاسکال در حالت دو فازی به مقدار ۴/۶۳- مگاپاسکال به ازای ۵٪ حجمی نانولوله رسیده است. در حالتی که نانوله به صورت حلقه‌ای بر محیط رشته کربنی قرار



شکل ۲۷- توزیع تنش طولی در یک سلول واحد سه فازی به صورت سه‌بعدی در حالت عمود بودن راستای رشته کربنی و نانولوله (حلقه‌گون)



شکل ۲۸- توزیع مجموع تنش‌های نرمال در سلول واحد سه فازی به صورت سه‌بعدی در حالت عمود بودن راستای رشته کربنی و نانولوله (حلقه‌گون)

### ۳- نتیجه گیری

در این تحقیق به بررسی تنش‌های پسماند در یک سلول واحد سه فازی، شامل رشته کربن، نانولوله کربنی و ماتریس، با

نانولوله‌های کربنی نه تنها تنش‌های پسماند به مقدار قابل توجهی تغییر کرده است، بلکه با توجه به نحوه قرارگیری نانولوله بر رشته کربنی نوع تنش‌های پسماند از جمله فشاری یا کششی بودن آن در هر فاز نیز تغییر کرده است. نتایج به‌دست آمده نشان می‌دهد توزیع مجموع تنش‌های اصلی در روش المان محدود و مدل دیسک دایره‌ای کاملاً بر یکدیگر منطبق هستند.

گرفته است، روند تغییرات تنش‌های پسماند محوری در فاز رشته متفاوت است، به‌طوری که با افزایش درصد حجمی نانولوله بر مقدار تنش فشاری محوری افزوده شده است، یعنی از مقدار ۱۶/۸- مگاپاسکال در حالت دو فازی، به مقداری برابر با ۹۱/۶- مگاپاسکال در حالت وجود ۵٪ حجمی نانولوله، رسیده است. در مورد فاز ماتریس با توجه به قرار گرفتن در سطح بیرونی سلول واحد، اثرات نانولوله بر توزیع تنش در فاز ماتریس قابل توجه نیست. بنابراین با تقویت رشته کربنی با

## واژه‌نامه

1. composite materials
2. calibration factors
3. orthotropic materials
4. X ray diffraction
5. neutron diffraction
6. CDM
7. magnetic ball
8. ultrasonic
9. sizing method
10. electrophoresis method
11. CVD
12. carbon nanotubes
13. interphase
14. ABAQUS 6.10
15. element

## مراجع

1. Quek, M., "Analysis of Residual Stresses in a Single Fibre-Matrix Composite", *International Journal of Adhesion and Adhesives*, Vol. 24, pp. 379-388, 2004.
۲. قاسمی، ا. ر. و شکرپه، م.، "توسعه روش انتگرال برای تعیین تنش‌های پسماند غیریکنواخت در چند لایه‌های کامپوزیتی"، *مجله علوم و تکنولوژی پلیمر*، سال ۲۱، شماره ۴ ص ۳۴۷-۳۵۵، ۱۳۸۷.
3. Shokrieh, M. M., and Ghasemi, A. R., "Simulation of Central Hole Drilling Process for Measurement of Residual Stresses in Isotropic, Orthotropic, and Laminated Composite Plates", *Journal of Composite Materials*, Vol. 41, pp. 435-452, 2007.
4. Ghasemi, A., Taheri-Behrooz, F., and Shokrieh, M., "Determination of Non-Uniform Residual Stresses in Laminated Composites Using Integral Hole Drilling Method: Experimental Evaluation", *Journal of Composite Materials*, Vol. 41, pp. 2293-2311, 2013.
5. Ghasemi, A., and Mohammadi, M., "Calculation of Calibration Factors for Determination of Residual Stresses in Fiber-Metal Laminates using Incremental Hole-Drilling Method", *Journal of the Science and Technology of Composites*, Vol. 1, pp. 35-44, 2014.
۶. قاسمی، ا. ر. و محمدی، م.، "اعمال روش سوراخکاری مرحله‌ای برای اندازه‌گیری تنش‌های پسماند غیریکنواخت در کامپوزیت‌های لایه‌ای الیاف-فلز"، *مجله مهندسی مکانیک مدرس*، سال ۱۵، شماره ۵، ص ۳۴۵-۳۳۵، ۱۳۹۴.
7. Shokrieh, M., Safarabadi, M., and Ghaanee, A. A., "New Three-Dimensional Analytical Model to Simulate Microresidual Stresses in Polymer Matrix Composites", *Mechanics of Composite Materials*, Vol. 48, pp. 273-284, 2012.
8. Levin, I., Kaplan, W. D., Brandon, D., and Wieder, T., "Residual Stresses in Alumina-SiC Nanocomposites". *Acta Metallurgica et Materialia*, Vol. 42, pp. 1147-1154, 1994.
9. Todd, R., Bourke, M., Borsa, C., and Brook, R., "Neutron Diffraction Measurements of Residual Stresses in Alumina/SiC Nanocomposites", *Acta Materialia*, Vol. 45, pp. 1791-1800, 1997.
10. Wu H., "Understanding residual stresses and fracture toughness in ceramic nanocomposites", Chapter 10, In Shokrieh MM (ed.) *Residual stresses in composite materials.*, Oxford: Woodhead Publishing, pp.256-292, 2014.

۱۱. قاسمی، ا. ر.، محمدی، م. و مرادی، م.، "مطالعه خواص مکانیکی و گرمایی کامپوزیت های پلیمری تقویت شده با نانولوله کربنی چند دیواره برای کاهش تنش های پسماند"، مجله علوم و تکنولوژی پلیمر، سال ۲۷، شماره ۳، ص ۲۳-۲۱۳، ۱۳۹۳.

12. Gabr, M. H., Okumura, W., Ueda, H., Kuriyama, W., Uzawa, K., and Kimpara, I., "Mechanical and Thermal Properties of Carbon Fiber/Polypropylene Composite Filled with Nano-Clay", *Composites Part B: Engineering*, Vol. 69, pp. 94-100, 2015.

13. Ghasemi, A., Mohammadi, M., and Mohandes, M., "The Role of Carbon Nanofibers on Thermo-Mechanical Properties of Polymer Matrix Composites and Their Effect on Reduction of Residual Stresses", *Composites Part B: Engineering*, Vol. 77, pp. 519-527, 2015.

14. Lubineau, G., and Rahaman, A., "A Review of Strategies for Improving the Degradation Properties of Laminated Continuous-Fiber/Epoxy Composites with Carbon-Based Nanoreinforcements", *Carbon*, Vol. 50, pp. 2377-2359, 2012.

15. Barber, A., Zhao, Q., Wagner, H., and Baillie, C., "Characterization of E-Glass-Polypropylene Interfaces Using Carbon Nanotubes as Strain Sensors", *Composites Science and Technology*, Vol. 64, pp. 1915-1919, 2004.

16. Haddon, RC., Itkis, ME., Bekyarova, E., and Yu, A., Multiscale Carbon Nanotube-Fiber Reinforcements for Composites, US Pattern. 7,867,468, 2011.

17. Li, J., Wu, Z., Huang, C., Li, L., "Multiscale Carbon Nanotube-Woven Glass Fiber Reinforced Cyanate Ester/Epoxy Composites for Enhanced Mechanical and Thermal Properties", *Composites Science and Technology*, Vol. 104, pp. 81-88, 2014.

18. An, Q., Rider. AN., and Thostenson, ET., "Electrophoretic Deposition of Carbon Nanotubes onto Carbon-Fiber Fabric for Production of Carbon/Epoxy Composites with Improved

Mechanical Properties", *Carbon*, Vol. 50, pp. 4130-4143, 2012.

19. Otsuka, K., Abe, Y., Kanai, N., Kobayashi, Y., Takenaka, S., and Tanabe, E., "Synthesis of Carbon Nanotubes on Ni/Carbon-Fiber Catalysts under Mild Conditions", *Carbon*, Vol. 42, pp. 727-736, 2004.

20. Ismagilov, Z. R., Shikina, N. V., Kruchinin, V. N., Rudina, N. A., Ushakov, V. A., Vasenin, N. T., and Veringa, H. J., "Development of Methods of Growing Carbon Nanofibers on Silica Glass Fiber Supports", *Catalysis Today*, Vol. 102, pp. 85-93, 2005.

21. Rahaman, A., Kar, K., "Carbon Nanomaterials Grown on E-Glass Fibers and Their Application in Composite", *Composites Science and Technology*, Vol. 101, pp. 1-10, 2014.

22. Rahman, M., Zainuddin, S., Hosur, M., Malone, J., Salam, M., Kumar, A., and Jeelani, S., "Improvements in Mechanical and Thermo-Mechanical Properties of E-Glass/Epoxy Composites using Amino Functionalized MWCNTs", *Composite Structures*, Vol. 94, pp. 2397-2406, 2012.

23. Shazed, M., Suraya, A., Rahmanian, S., Salleh, M. M., "Effect of Fibre Coating and Geometry on the Tensile Properties of Hybrid Carbon Nanotube Coated Carbon Fibre Reinforced Composite", *Materials & Design*, Vol. 54, pp. 660-669, 2014.

24. Hsueh, C. H., Becher, P. F., and Sun, E. Y., "Analyses of Thermal Expansion Behavior of Intergranular Two-Phase Composites", *Journal of Materials Science*, Vol. 36, pp. 255-261, 2001.

25. Shokrieh, M., Daneshvar, A., and Akbari, S., "Reduction of Thermal Residual Stresses of Laminated Polymer Composites by Addition of Carbon Nanotubes", *Materials & Design*, Vol. 53, pp. 209-216, 2014.

26. Hu, N., Qiu, J., Li, Y., Chang, C., Atobe, S., Fukunaga, H., Liu, Y., Ning, H., Wu, L., Li, J., Yuan, W., Watanabe, T., Yan, C., and Zhang, Y., "Multi-Scale Numerical Simulations of Thermal Expansion Properties of CNT-Reinforced Nanocomposites", *Nanoscale Research Letters*, Vol. 8, pp. 1-8, 2013.

