

## بررسی قابلیت اطمینان برداشت انرژی از امواج دریا به وسیله تیر پیزوالکتریک با در نظر گرفتن تئوری موج تصادفی جانسواپ

میرمحمد اتفاق\*، هادی میراب و رضا فتحی  
دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه تبریز، تبریز

(دریافت مقاله: ۱۳۹۴/۰۸/۱۳ - دریافت نسخه نهایی: ۱۳۹۵/۰۵/۱۲)

**چکیده** - یکی از روش‌های جدید برای تأمین انرژی سیستم‌های الکتریکی کم مصرف مورد استفاده در دریا، استفاده از انرژی مکانیکی امواج است. در این روش با استفاده از مبدل پیزوالکتریک، انرژی ناشی از امواج دریا به الکتریسیته تبدیل می‌شود. مزیت این روش عدم نیاز به تعویض یا شارژ باتری سیستم مورد نظر است. در تحقیقات پیشین، مطالعاتی در زمینه برداشت انرژی از امواج دریا انجام شده ولی تحقیقی کامل در زمینه برداشت انرژی با در نظر گرفتن مدل موج تصادفی جانسواپ انجام نشده است. مدل موج تصادفی جانسواپ تقریب بهتری برای شبیه‌سازی امواج دریا نسبت به مدل موج منظم ابری است. به همین منظور در این مقاله یک تیر قائم متصل به کف دریا که مجهز به وصله‌های پیزوالکتریک است، به عنوان برداشت کننده انرژی در نظر گرفته شده و بعد از مدل‌سازی با استفاده از نرم‌افزار متلب شبیه‌سازی می‌شود. در ادامه با در نظر گرفتن مدل موج نامنظم جانسواپ پاسخ ارتعاشی تیر و به تبع آن توان تولیدی محاسبه شده و قابلیت اطمینان سیستم و تأثیر مقدار نامعینی‌های وصله‌های پیزوالکتریک روی توان تولیدی به صورت آماری بررسی می‌شود. در نهایت احتمال خرابی برداشت کننده انرژی بر پایه تعریف مناسبی از معیار تخطی مطالعه شده است.

واژه‌های کلیدی: برداشت انرژی، پیزوالکتریک، مدل موج تصادفی جانسواپ، قابلیت اطمینان.

## Reliability Study of Energy Harvesting from Sea Waves by Piezoelectric Patches Considering Random JONSWAP Wave Theory

M. Etefagh\*, H. Mirab and R. Fathi

Department of Mechanical Engineering, University of Tabriz, Tabriz, Iran

**Abstract:** One of the new methods for powering low-power electronic devices employed in the sea, is using of mechanical energies of sea waves. In this method, piezoelectric material is employed to convert the mechanical energy of sea waves into electrical energy. The advantage of this method is based on not implementing the battery charging system. Although, many studies have been done about energy harvesting from sea waves, energy harvesting with considering random JONSWAP wave theory is not fully studied up to now. The random JONSWAP wave model is a more realistic approximation of sea waves in comparison of Airy wave model. Therefore, in this paper a vertical beam with the piezoelectric patches, which is fixed to the

\* : مسئول مکاتبات، پست الکترونیکی: ettefagh@tabrizu.ac.ir

seabed, is considered as energy harvester system. The energy harvesting system is simulated by MATLAB software, and then the vibration response of the beam and consequently the generated power is obtained considering the JONSWAP wave theory. In addition, the reliability of the system and the effect of piezoelectric patches uncertainties on the generated power are studied by statistical method. Furthermore, the failure possibility of harvester based on violation criteria is investigated.

**Keywords:** Energy harvesting, Piezoelectric, Random JONSWAP wave theory, Reliability.

## فهرست علائم

A	سطح مقطع ( $m^2$ )	I	مان اینرسی سطحی ( $m^4$ )
$a_x$	شتاب افقی ذرات آب ( $m/s^2$ )	k	عدد موج
b	عرض تیر (m)	$M'$	جرم مجموعه تیر و جرم متمرکز (kg)
$c_D$	ضریب پسا	$P_e$	توان الکتریکی (watt)
$c_M$	ضریب اینرسی تیر	Q	بار الکتریکی (c)
$c_m$	ضریب اینرسی جرم افزوده	q	پاسخ زمانی
$c_v$	ظرفیت الکتریکی وصله (nF)	$u_x$	سرعت افقی ذرات آب (m/s)
d	عمق دریا (m)	v	ولتاژ الکتریکی (v)
E	مدول الاستیسیته (GPa)	W	شکل مود
$e_{31}$	ثابت پیزو ( $c/m^2$ )	w	جابه‌جایی افقی تیر (m)
$f_p$	فرکانس غالب موج (Hz)		علائم یونانی
g	شتاب گرانشی ( $m/s^2$ )	$\rho$	چگالی تیر ( $kg/m^3$ )
h	ضخامت تیر (m)	$\rho_w$	چگالی آب دریا ( $kg/m^3$ )
$H_s$	ارتفاع مؤثر موج (m)	$\omega$	فرکانس طبیعی سیستم (rad/s)
$h_1$	ضخامت وصله (m)	$\omega_f$	فرکانس زاویه‌ای موج (rad/s)

## ۱- مقدمه

نگهداری سیستم‌ها را به همراه دارد. از طرفی دیگر استفاده از باتری‌ها هم با توجه به وزن زیاد، عمر محدودشان و همچنین مشکل تعویض آنها در جاهای غیرقابل دسترس، مثل رادارهای شناور امکان‌پذیر نیست. به‌همین دلیل یکی از روش‌های تأمین انرژی این سیستم‌ها استفاده از انرژی ناشی از ارتعاشات است. در میان مکانیزم‌های مختلفی که برای تبدیل انرژی ارتعاشات به الکتریسیته وجود دارد، از قبیل الکترومغناطیس، پیزوالکتریک و الکترواستاتیک، مکانیزم

امروزه کاربرد حسگرهای الکترونیکی کم‌مصرف و وسایل ارتباطی بی‌سیم در صنایع مختلف از جمله صنعت دریانوردی، پایش سلامت سازه‌ها و وسایل هشدار دهنده، حائز اهمیت است. از مهمترین کاربردهای این حسگرها در صنعت دریانوردی می‌توان به رادارهای شناور روی سطح آب و حسگرهای زیردریایی‌ها اشاره کرد. تأمین انرژی این حسگرها به‌صورت مستقیم، با منبعی جداگانه مشکلاتی نظیر تعمیر و

پیزوالکتریک به دلیل راحتی استفاده از آن و دارا بودن خاصیت ذاتی کوپلینگ، بیشترین توجه را به خود اختصاص داده است [۱ و ۲]. تاکنون مطالعات وسیعی در مورد برداشت انرژی با استفاده از مبدل پیزوالکتریک انجام شده است که از آن جمله می‌توان به موارد زیر اشاره کرد:

اسمیت و چوی [۳] معادلات اساسی را برای یک برداشت کننده پیزوالکتریک، که شامل یک لایه پیزوالکتریک و یک لایه از جنس غیرپیزوالکتریک تشکیل شده بود، ارائه کردند و تحت شرایط مرزی مختلف، شامل اعمال گشتاور متمرکز به سر آزاد تیر، اعمال نیروی متمرکز و همچنین اعمال نیروی گسترده در طول تیر، رفتار الکترومکانیکی تیر را به دست آوردند. ارتورک [۴] سیستم پل-خودرو را به وسیله یک تیر با بار متمرکز متحرک مدل کرد و سپس با حل تحلیلی معادلات تیر، جابه‌جایی هر نقطه از آن را استخراج کرد. در ادامه مقدار ولتاژ تولید شده با توجه به جابه‌جایی تیر به وسیله مبدل پیزو را بررسی کرد. کیم و همکاران [۵] به بررسی تجربی امکان برداشت انرژی از ارتعاش پل و تبدیل آن به انرژی الکتریکی با استفاده از مواد پیزوالکتریک پرداختند. آنها با اعمال بار با دامنه و فرکانس‌های مختلف روی تیر، مدل عبوری خودرو با وزن و سرعت‌های مختلف را شبیه‌سازی کرده و مقدار ولتاژ خروجی را اندازه‌گیری کردند. وو و لی [۶] یک سیستم برداشت انرژی با مبدل پیزوالکتریک را طراحی کردند که از طریق جریان باد روی آسیاب بادی، انرژی الکتریکی تولید می‌کرد و با فرستادن سیگنال هشدار، آتش سوزی جنگل‌ها را کنترل می‌کرد. آنها این سیستم را به صورت مدل سه‌بعدی شبیه‌سازی و تست‌های عملی انجام دادند. ونگ و زو [۷] اثر خواص سطحی<sup>۱</sup> بر رفتار الکترومکانیکی برداشت کننده انرژی را مطالعه کردند. آنان در مطالعات خود یک مدل برای آنالیز تجربی ارائه دادند و با نتایج شبیه‌سازی المان محدود مقایسه کردند. تیلور و همکاران [۸] یک سیستم برداشت انرژی مارماهی با استفاده از پلیمر پیزوالکتریک پلی وینیلیدین فلورید برای تبدیل انرژی

مکانیکی موجود در جریان رودخانه به توان الکتریکی طراحی کردند. زورکیندن و همکاران [۹] چندین وسیله مبدل پیزوالکتریک مشابه، تحت تحریک موج با فرکانس مشخص برای برداشت انرژی از امواج سطحی اقیانوس طراحی کردند و با مدل کردن این سیستم با یک مدار الکتریکی معادل، تأثیر پارامترهای مختلف مانند سطح آزاد موج، اندرکنش سیال-سازه، انرژی مکانیکی ورودی به ماده پیزوالکتریک و انرژی الکتریکی خروجی را با شبیه‌سازی چند مرحله‌ای بررسی کردند. موری و رستگار [۱۰] دسته تازه‌ای از ژنراتورهای الکتریکی دو مرحله‌ای برای سازه‌های شناور طراحی کردند. سیستم آنها قادر است فرکانس کم و حرکت شناوری متغیر را به فرکانس ارتعاشی ثابت و بسیار بالا تبدیل کند. ونگ و همکاران [۱۱] مدل جدیدی از برداشت کننده انرژی را ارائه کردند که در مدل آنها دو صفحه افقی دارای وصله‌های پیزوالکتریک به صورت گیردار به دو طرف یک تیر وصل شده بودند. آنها نشان دادند با افزایش ارتفاع موج، افزایش طول صفحات و کاهش فاصله سطح آزاد دریا تا صفحات، انرژی الکتریکی تولیدی افزایش می‌یابد. یکی از جدیدترین تحقیقات در مورد برداشت انرژی از امواج دریا با استفاده از مبدل پیزو توسط ونگ و همکاران [۱۲] انجام گرفته است. آنها با در نظر گرفتن مدل موج ایبری به بررسی تأثیر پارامترهای مختلف بر توان تولیدی یک تیر قائم با وصله‌های پیزوالکتریک پرداختند. آنها نشان دادند با افزایش ارتفاع موج و افزایش نسبت عرض به ضخامت تیر برداشت کننده، انرژی الکتریکی تولیدی افزایش می‌یابد.

با مرور تحقیقات پیشین مشخص است که پژوهشی در زمینه برداشت انرژی با در نظر گرفتن مدل دقیق‌تری از موج که خواص نامنظم و تصادفی موج را شامل شود، مانند مدل موج جانسواپ، انجام نگرفته است. به همین منظور در این مقاله یک تیر قائم متصل به کف دریا که مجهز به وصله پیزوالکتریک است، به عنوان برداشت کننده انرژی در نظر گرفته شده و تحریک این سیستم با مدل موج اتفاقی جانسواپ صورت می‌گیرد. لازم به

تیر به کف دریا به عمق  $d$ ، در اثر برخورد امواج به آن، تیر مرتعش شده و باعث ایجاد کرنش دینامیکی در لایه‌های پیزوالکتریک می‌شود که این امر منجر به تولید توان الکتریکی می‌شود. برای استخراج معادلات تیر مورد نظر، حرکت عرضی تیر را می‌توان به صورت رابطه (۱) در نظر گرفت:

$$EI \frac{\partial^4 w(z, t)}{\partial z^4} + M'g \frac{\partial^2 w(z, t)}{\partial z^2} + \rho A \frac{\partial^2 w(z, t)}{\partial t^2} = f_H(t, z) \quad (1)$$

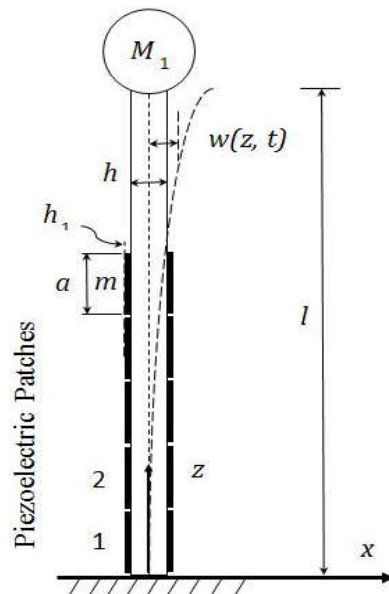
که در آن  $M'$  مجموع جرم تیر و جرم متمرکز انتهای آزاد تیر،  $EI$  مدول خمشی تیر،  $\rho$  چگالی تیر،  $A$  سطح مقطع عرضی تیر،  $w(z, t)$  جابه‌جایی افقی تیر در موقعیت  $z$  و  $f_H(t, z)$  نیروی وارده از طرف امواج دریا است. نیروی افقی وارده به تیر از طرف امواج دریا، از رابطه نیروی موریسون که در رابطه (۲) نشان داده شده استخراج می‌شود [۱۳]:

$$f_H(t, z) = \frac{1}{\rho} c_D \rho_w b \left( u_x - \frac{\partial w}{\partial t} \right) \left| u_x - \frac{\partial w}{\partial t} \right| + c_M \rho_w b h a_x - c_m \rho_w b h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \quad (2)$$

که در آن  $c_D$ ،  $c_M$ ،  $c_m$ ،  $\rho_w$ ،  $b$ ،  $h$ ،  $u_x$  و  $a_x$  به ترتیب ضریب پسای تیر، ضریب اینرسی تیر، ضریب اینرسی جرم افزوده، چگالی آب دریا، عرض تیر، ضخامت تیر، سرعت افقی و شتاب افقی ذرات آب هستند. در واقع نیروی موریسون شامل دو مؤلفه نیروی پسای و اینرسی است که مؤلفه سوم موجود در رابطه (۲) مربوط به اثر جرم افزوده است. نیروی پسای نتیجه جدایی جریان ناشی از سرعت نسبی سیال نسبت به سازه و نیروی اینرسی ناشی از تغییرات فشار مربوط به شتاب سیال است. دلیل در نظر گرفتن اثر جرم افزوده این است که علاوه بر خود سازه، جرمی از سیال اطراف سازه نیز با حرکت آن، در اثر فشار وارده، شتاب می‌گیرد.

## ۲-۲- تئوری موج تصادفی جانسواپ

امواج واقعی دریا ناشی از باد، منظم نیستند و ماهیتی تصادفی و نامنظم دارند. در واقع تئوری‌های موج منظم شرایط واقعی امواج را به شکل تقریبی مدل‌سازی می‌کنند. ولی تئوری‌های موج نامنظم با دقت بیشتری شرایط امواج دریا را مدل می‌کنند. یکی از



شکل ۱- مجموعه تیر برداشت انرژی [۱۲]

ذکر است که پدیده‌های تصادفی در سیستم‌ها به علت عدم وجود نظم مشخص به وجود می‌آید که می‌تواند ناشی از عدم قطعیت در ویژگی‌های داخلی سیستم و یا کنش‌های خارجی باشد که در این پژوهش علاوه بر ماهیت اتفاقی تحریک سیستم، در قسمت تولید توان الکتریکی سیستم نیز عدم قطعیت و نامعینی وجود دارد. پس از مدل‌سازی و شبیه‌سازی این سیستم در نرم‌افزار متلب، با روش عددی پاسخ ارتعاشی تیر به دست آورده می‌شود. با در دست داشتن جابه‌جایی تیر، توان تولیدی محاسبه شده و تأثیر نامعینی‌های موجود در وصله‌های پیزوالکتریک بر توان تولیدی مطالعه شده و در نهایت احتمال خرابی برداشت کننده بررسی می‌شود.

## ۲- مدل‌سازی سیستم برداشت کننده انرژی با در نظر

### گرفتن تئوری موج جانسواپ

#### ۱-۱- معادله ارتعاشی تیر تحت امواج دریا

همان‌طور که در شکل (۱) نشان داده شده است تیر یک‌سر گیردار به طول  $l$  با وصله‌های پیزوالکتریک به‌عنوان استحصال کننده انرژی در نظر گرفته شده است. در این روش با اتصال پایه

لازم به ذکر است در روابط فوق  $N$  تعداد نمونه فرکانسی،  $f_{start}$  فرکانس شروع طیف،  $f_{stop}$  فرکانس پایان طیف،  $k_i$  عدد موج متناظر فرکانس زاویه‌ای موج حاصل شده از طریق رابطه (۶) و  $\phi_i$  زاویه فاز تصادفی بین صفر و  $2\pi$  است.

### ۲-۳- استخراج پاسخ ارتعاشی

#### ۲-۳-۱- فرکانس‌های طبیعی و مودهای ارتعاشی

با معلوم بودن مقدار نیروی وارد بر برداشت کننده، می‌توان پاسخ معادلات استخراج شده (۱) را با استفاده از روش جمع‌زنی مودها بر پایه جداسازی متغیرها به صورت رابطه (۱۰) به دست آورد:

$$w(z, t) = \sum_{i=1}^N W_i(z) q_i(t) \quad (10)$$

که در آن  $W(z)$  تابع شکل مود و  $q(t)$  پاسخ زمانی است. تابع مود برای ارتعاش عرضی تیر برابر است با:

$$W(z) = c_1 \cosh s_1 z + c_2 \sinh s_1 z + c_3 \cosh s_2 z + c_4 \sinh s_2 z \quad (11)$$

که در آن  $s_1$  و  $s_2$  به صورت رابطه (۱۲) است. با توجه به شرایط مرزی تیر که به صورت روابط (۱۳) نشان داده شده است (در سر گیردار تیر، خیز و شیب صفر است و در انتهای آزاد تیر نیز ممان خمشی تیر صفر و نیروی برشی تیر برابر نیروی اینرسی جرم متمرکز است):

$$s_{1,2} = \sqrt{\pm \frac{M'g}{\gamma EI} + \sqrt{\frac{(M'g)^2}{\gamma^2 (EI)^2} + \frac{\omega^2 (k_r + \rho A)}{EI}}} \quad (12)$$

$$B.C: \begin{cases} z = -d \rightarrow \begin{cases} W(z) = 0 \\ \frac{dW(z)}{dz} = 0 \end{cases} \\ z = 0 \rightarrow \begin{cases} EI \frac{d^2 W(z)}{dz^2} = 0 \\ EI \frac{d^3 W(z)}{dz^3} = -M_1 \omega^2 W(z) \end{cases} \end{cases} \quad (13)$$

ثابت‌های  $c_1$  تا  $c_4$  با اعمال شرایط مرزی اخیر توسط رابطه (۱۴) قابل حصول است:

$$[S] \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (14-f)$$

این تئوری‌های موج نامنظم، تئوری جانسواپ است. در این تئوری، طیف توزیع امواج طبق رابطه (۳) بیان می‌شود [۱۴]:

$$S(f) = \alpha H_s^2 f_p^{-2} f^{-5} \gamma^{\beta} \exp\left(-\frac{5}{\gamma} \left(\frac{f_p}{f}\right)^{\gamma}\right) \quad (3)$$

که در آن  $H_s$ ،  $\gamma$ ،  $f_p$  و  $f$  به ترتیب ارتفاع مؤثر موج، ضریب افزایشی نقطه بیشینه، فرکانس غالب موج و فرکانس موج هستند. همچنین  $\alpha$  و  $\beta$  طبق روابط (۴) و (۵) به دست می‌آیند:

$$\alpha = \frac{0.0624}{0.230 + 0.336\gamma - \left(\frac{0.185}{1/\gamma + \gamma}\right)} \quad (4)$$

$$\beta = \exp\left(-\frac{(f - f_p)^{\gamma}}{\gamma \sigma^2 f_p^{\gamma}}\right) \quad (5)$$

که در آن  $f_p = \frac{1/2568}{2\pi\sqrt{H_s}}$  و  $\sigma = \begin{cases} 0.07 & \text{if } f < f_p \\ 0.09 & \text{if } f \geq f_p \end{cases}$  است.

شکل موج نامنظم نیز از رابطه (۶) به دست می‌آید و سرعت و شتاب افقی ذرات آب در طیف موج جانسواپ با استفاده از بسط فوریه و بر پایه تئوری ایری طبق روابط (۷) و (۸) قابل حصول است [۱۵-۱۹]:

$$\eta(t) = \sum_{i=1}^N a_i \omega_i \cos(\omega_i t + \phi_i) \quad (6)$$

$$u_x(z, t) = \sum_{i=1}^N a_i \omega_i \frac{\cosh(k_i(z+d))}{\sinh(k_i d)} \cos(\omega_i t + \phi_i) \quad (7)$$

$$a_x(z, t) = \sum_{i=1}^N -a_i \omega_i^2 \frac{\cosh(k_i(z+d))}{\sinh(k_i d)} \sin(\omega_i t + \phi_i) \quad (8)$$

که  $a_i$  دامنه موج تصادفی که با تعریف  $\Delta f$  بازه فرکانسی،  $f_i$  فرکانس موج و  $\omega_i$  فرکانس زاویه‌ای موج به صورت روابط (۹) قابل حصول است:

$$a_i = \sqrt{2S(f_i)\Delta f} \quad (9-f)$$

$$\Delta f = \frac{f_{stop} - f_{start}}{N} \quad (9-b)$$

$$f_i = f_{start} + i\Delta f - \frac{\Delta f}{\gamma} \quad (9-c)$$

$$\omega_i = 2\pi f_i \quad (9-d)$$

که در آن

$$[S] = \begin{bmatrix} \cosh s_1 d & -\sinh s_1 d & \cosh s_2 d & -\sinh s_2 d \\ -s_1 \sinh s_1 d & s_1 \cosh s_1 d & s_2 \sinh s_2 d & s_2 \cosh s_2 d \\ s_1^2 & 0 & -s_2^2 & 0 \\ M_1 \omega^2 & EI s_1^3 & M_2 \omega^2 & -EI s_2^3 \end{bmatrix} \quad (14-ب)$$

است. برای حل غیربدهی (جواب غیر صفر) معادله اخیر، بایستی دترمینان ماتریس ضرایب مساوی صفر شود. با بسط دترمینان مذکور، معادله مشخصه سیستم به دست می آید که ریشه های آن فرکانس های طبیعی سیستم هستند.

### ۲-۳-۲- پاسخ در حوزه زمانی

با بسط پاسخ تیر براساس رابطه (۱۰) و همچنین استفاده از شرایط تعامد مودها، معادلات پاسخ زمانی به دست می آید. با حل عددی این معادلات به ازای نیروی وارد از طرف امواج، پاسخ ارتعاشی برداشت کننده به صورت زیر استخراج می شود. با جای گذاری رابطه (۱۰) در معادله ارتعاشی تیر (۱)، رابطه (۱۵) حاصل می شود:

$$EI \sum_{i=1}^N W_i^{(*)}(z) q_i(t) + M_1 g \sum_{i=1}^N W_i''(z) q_i(t) + (k_r + \rho A) \sum_{i=1}^N W_i(z) \ddot{q}_i(t) = f_H(t, z) \quad (15)$$

با ضرب  $W_j(z)$  در طرفین رابطه (۱۵) و با انتگرال گیری در طول تیر از  $-d$  تا  $0$  و با توجه این نکته که ترتیب عمل جمع زنی سیگما و انتگرال گیری می تواند عوض شود، رابطه (۱۶) حاصل می شود:

$$EI \sum_{i=1}^N \int_{-d}^0 W_i^{(*)}(z) W_j(z) dz q_i(t) + M_1 g \sum_{i=1}^N \int_{-d}^0 W_i''(z) W_j(z) dz q_i(t) + (k_r + \rho A) \sum_{i=1}^N \int_{-d}^0 W_i(z) W_j(z) dz \ddot{q}_i(t) = \int_{-d}^0 f_H(t, z) W_j(z) dz \quad (16)$$

با بسط رابطه اخیر نسبت به  $i$  و  $j$  معادله دیفرانسیل (۱۷) به دست می آید:

$$[M] \{\ddot{q}(t)\} + [K] \{q(t)\} = \{Q\} \quad (17)$$

که در آن  $[M]$  ماتریس جرمی،  $[K]$  ماتریس سفتی،  $\{Q\}$

نیروی تعمیم یافته،  $\{q(t)\}$  مختصات تعمیم یافته و  $\{\ddot{q}(t)\}$  مشتق دوم مختصات تعمیم یافته است که عناصر این ماتریس ها به ترتیب در روابط (۱۸) تا (۲۰) نشان داده شده است:

$$M_{ij} = (k_r + \rho A) \int_{-d}^0 W_i(z) W_j(z) dz \quad (18)$$

$$K_{ij} = EI \int_{-d}^0 W_j^{(*)}(z) W_i(z) dz + M_1 g \int_{-d}^0 W_j''(z) W_i(z) dz \quad (19)$$

$$Q_i = \int_{-d}^0 f_H(t, z) W_i(z) dz \quad (20)$$

برای حل معادله دیفرانسیل (۱۷)، با استفاده از فضای حالت، می توان رابطه (۲۱) را نوشت:

$$\begin{cases} \{y_1\} = \{\dot{q}\} \\ \{y_2\} = \{q\} \end{cases} \rightarrow \{\dot{y}_1\} = \{y_2\} \quad (21)$$

با جای گذاری رابطه (۲۱) در معادله (۱۷) و با تبدیل روابط به فرم ماتریسی، رابطه (۲۲) حاصل می شود و با تغییراتی، به فرم استاندارد (۲۳) تبدیل می شود:

$$\begin{bmatrix} [M] [0] \\ [0] [I] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{\dot{y}_1\} \\ \{\dot{y}_2\} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} [0] [K] \\ [-I] [0] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{y_1\} \\ \{y_2\} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \{Q\} \\ \{0\} \end{bmatrix} \quad (22)$$

$$\begin{bmatrix} \{\dot{y}_1\} \\ \{\dot{y}_2\} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [M] [0] \\ [0] [I] \end{bmatrix}^{-1} \left\{ - \begin{bmatrix} [0] [K] \\ [-I] [0] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{y_1\} \\ \{y_2\} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \{Q\} \\ \{0\} \end{bmatrix} \right\} \quad (23)$$

در این پژوهش از روش رانگ-کوتا برای حل عددی معادله بالا استفاده شده است.

### ۲-۴- محاسبه توان الکتریکی تولیدی

با در دست داشتن تابع جابه جایی تیر تحت تحریک نیروی موج، بار الکتریکی و ولتاژ الکتریکی تولید شده توسط وصله های پیزوالکتریک در زمان  $t$  به صورت روابط (۲۴) و (۲۵) بیان می شوند [۲۰]:

$$Q_g^{pp}(t) = -e_{r1} b \left( \frac{h+h_1}{2} \right) \times \left( \frac{\partial w(z,t)}{\partial z} \right)_{z=-d+(pp.a)} - \left( \frac{\partial w(z,t)}{\partial z} \right)_{z=-d+((pp-1).a)} \quad (24)$$

$$V_g^{pp}(t) = \frac{Q_g^{pp}(t)}{c_v} = -e_{p1} \left( \frac{h+h_1}{2c_v} \right) \times \left( \frac{\partial w(z,t)}{\partial z} \Big|_{z=-d+(pp.a)} - \frac{\partial w(z,t)}{\partial z} \Big|_{z=-d+((pp-1).a)} \right) \quad (25)$$

که در آنها  $e_{p1}$  ثابت پیزو،  $h_1$  ضخامت،  $c_v$  ظرفیت الکتریکی بر واحد عرض،  $a$  طول و  $N'$  تعداد وصله‌ها است. توان الکتریکی تولید شده در زمان  $t$  به صورت رابطه (۲۶) بیان می‌شود:

$$Pe(t) = \sum_{pp=1}^{N'} \frac{dQ_g^{pp}(t)}{dt} V_g^{pp}(t) \quad (26)$$

همچنین میانگین توان الکتریکی تولیدی به صورت رابطه (۲۷) بیان می‌شود که در آن  $T_{ot}$  زمان کل شبیه‌سازی است:

$$Pe^{rms} = \sqrt{\frac{1}{T_{ot}} \int_0^{T_{ot}} [Pe(t)]^2 dt} \quad (27)$$

### ۳- بررسی آماری

#### ۳-۱- برآورد به وسیله فاصله‌های اطمینان

فاصله اطمینان عبارت است از فاصله‌ای از مقادیری که انتظار می‌رود مقدار واقعی پارامتر در آن فاصله باشد [۲۱]. برای این منظور فرض می‌شود،  $X_1, X_2, \dots, X_q$  نمونه‌ای تصادفی و  $\theta$  یک پارامتر نامعلوم جامعه باشد. هر فاصله اطمینان برای  $\theta$ ، فاصله‌ای به صورت  $(L, U)$  است که از روی مشاهدات نمونه‌ای  $X_1, X_2, \dots, X_q$  محاسبه می‌شود، به طوری که، این فاصله شامل مقدار واقعی نامعلوم  $\theta$  با احتمال مشخصی است. این احتمال که با « $1-\alpha$ » نشان داده می‌شود، معمولاً برابر با  $0/95$  یا  $0/99$  در نظر گرفته می‌شود؛ به عبارت دیگر فرض می‌شود که « $1-\alpha$ » مشخص باشد و  $(L, U)$  توابعی از  $X_1, X_2, \dots, X_q$  باشند، به طوری که:

$$P[L < \theta < U] = 1 - \alpha \quad (28)$$

آنگاه فاصله  $(L, U)$  یک فاصله اطمینان  $(1-\alpha)$ ٪ برای پارامتر است، و  $(1-\alpha)$  سطح اطمینان مربوط به فاصله نامیده می‌شود. برای روشن شدن این مفاهیم، فاصله اطمینانی برای میانگین  $\mu$  جامعه، وقتی که حجم نمونه بزرگ است و انحراف

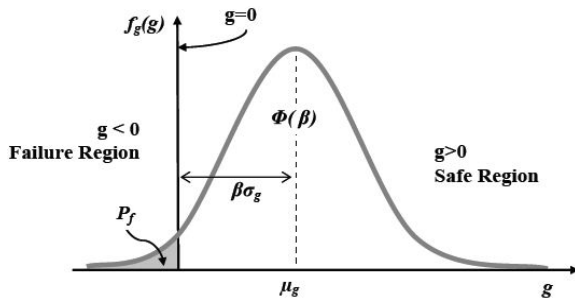
معیار  $\sigma$  معلوم است، فرض می‌شود. در قسمت بعد  $\sigma$  نامعلوم فرض می‌شود که منجر به فرمول‌بندی واقع بینانه‌تری از مسئله خواهد شد. حکم احتمالی درباره میانگین نمونه بر مبنای توزیع نرمال، پایه‌ای برای شرح و بسط فاصله‌های اطمینان فراهم می‌کند. بر طبق قضیه حد مرکزی، توزیع  $\bar{X}$  را می‌توان با تقریب خوبی برابر با توزیع نرمال  $N(\mu, \sigma/\sqrt{q_n})$  گرفت که در آن  $\sigma/\sqrt{q_n}$  عددی معلوم است. این توزیع تقریب خوبی برای نمونه‌گیری بزرگ از جامعه‌های غیرنرمال است، ولی وقتی که توزیع جامعه نرمال است، توزیع فوق به طور دقیق به ازای تمام مقادیر نمونه تصادفی،  $q_n$  برقرار است. در نتیجه احکام احتمالی برای جامعه‌های نرمال به طور دقیق و برای جامعه‌های غیرنرمال به طور تقریبی، درحالی که نمونه بزرگ باشد، برقرار است. به طور کلی وقتی که  $q_n$  بزرگ و  $\sigma$  معلوم است، فاصله اطمینان  $(1-\alpha)$ ٪ برای  $\mu$  از رابطه زیر حاصل می‌شود:

$$\left( \bar{X} - Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{q_n}}, \bar{X} + Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{q_n}} \right) \quad (29)$$

که اصطلاحاً  $Z_{\alpha/2}$  نقطه  $\alpha/2$  بالای توزیع نرمال استاندارد را نشان می‌دهد یعنی مساحت سمت راست  $Z_{\alpha/2}$  برابر با  $\alpha/2$  است. مقادیر مذکور را می‌توان از جداول آماری پیوستی در مرجع [۲۱] به دست آورد.

#### ۳-۲- فاصله اطمینان مبتنی بر نمونه بزرگ برای $\mu$ با $\sigma$ نامعلوم

حال که مفاهیم اساسی مربوط به فاصله‌های اطمینان بیان شد، به حالت واقع بینانه‌تری روی آورده می‌شود که در آن انحراف معیار جامعه نامعلوم است. اگر حجم نمونه بزرگ باشد، رابطه (۲۹) همچنان صحیح است، ولی چون  $\sigma$  نامعلوم است، این فاصله را نمی‌توان از روی داده‌های نمونه محاسبه کرد و بنابراین به عنوان یک فاصله اطمینان قابل استفاده نیست. در نتیجه چون  $q_n$  بزرگ است، جایگزینی  $\sigma$  به وسیله برآورد کننده آن، یعنی  $d_e$ ، تأثیر قابل ملاحظه‌ای در حکم احتمالی نخواهد داشت. به طور خلاصه وقتی که  $q_n$  بزرگ است و  $\sigma$  جامعه نامعلوم است، فاصله اطمینان  $(1-\alpha)$ ٪ برای  $\mu$  عبارت است از:



شکل ۲- چگالی احتمال برای حد حالت [۲۲]

احتمال خرابی به طور مستقیم با درنظر گرفتن متغیر تصادفی  $M$  نیز به عنوان حاشیه ایمنی نیز درنظر گرفته می شود. حال احتمال خرابی از رابطه (۳۳) قابل محاسبه است:

$$P(R - F_e \leq 0) = P(M \leq 0) \quad (33)$$

که در آن  $M$  به صورت نرمال توزیع شده و دارای میانگین  $\mu_M = \mu_R - \mu_S$  و انحراف استاندارد  $\sigma_M = \sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}$  است. احتمال خرابی با استفاده از تابع توزیع نرمال استاندارد زیر تعیین شود:

$$P_f\left(\frac{-\mu_M}{\sigma_M}\right) = \Phi(-\beta) \quad (34)$$

که در آن  $\beta = \frac{\mu_M}{\sigma_M}$  شاخص ایمنی و  $\Phi$  تابع توزیع تجمعی عادی استاندارد است. تفسیر هندسی از شاخص ایمنی در شکل (۲) نشان داده شده است. ناحیه سایه دار از این شکل احتمال خرابی را نشان می دهد.

#### ۴- شبیه سازی و استخراج نتایج

خصوصیات تیر برداشت کننده انرژی و خواص موج که در شبیه سازی به کار رفته است به ترتیب در جدول های (۱) و (۲) آورده شده است. با درنظر گرفتن این مقادیر، معادلات سیستم برداشت انرژی به کمک نرم افزار متلب حل شده و با یافتن پاسخ ارتعاشی و به تبع آن، توان الکتریکی تولیدی محاسبه شده است. در شکل (۳) یک نمونه از شکل موج جانسوپ تولیدی از اجرای برنامه شبیه سازی شده توسط روش مونت-کارلو به ازای  $f_{\max} = 63/52 \text{ Hz}$  و  $H_s = 2m$  نشان داده شده است. همچنین

$$\left(\bar{X} - Z_{\alpha/2} \frac{d_e}{\sqrt{q_n}}, \bar{X} + Z_{\alpha/2} \frac{d_e}{\sqrt{q_n}}\right) \quad (30)$$

که در آن  $d_e$ ، انحراف معیار نمونه است و در مورد نوع توزیع جامعه، هیچ فرضی غیر از متناهی بودن  $\sigma$  لازم نیست.

#### ۳-۳- قابلیت اطمینان و معیار تخطی

در این بخش به بررسی قابلیت اطمینان سیستم مورد نظر پرداخته می شود. قابلیت اطمینان، احتمال خرابی سیستم را براساس معیار تابع حد حالت<sup>۳</sup> بررسی می کند. لازم به ذکر است که بررسی قابلیت اطمینان به محاسبه احتمال شکست محدود نمی شود و منظور از خرابی، شکست سازه نیست. بررسی خواص مختلف آماری، مانند توابع توزیع احتمال و فاصله اطمینان از پاسخ سیستم نیز در بررسی قابلیت اطمینان حائز اهمیت است. هنگامی که یک سازه بیش از حد تعیین شده کار می کند، سازه مورد نظر عملکرد مطلوب مورد نیاز خود را از دست می دهد. این حد تعیین شده همان تابع حد حالت است. بنابراین سیستم زمانی در حالت عدم اطمینان قرار دارد که احتمال خرابی و تخطی از حد حالت موجود باشد. به عبارتی تجاوز از یک حد مشخص برای سیستم برابر با خرابی سیستم تلقی می شود. برای بسیاری از سازه ها، حد حالت را می توان به دو دسته تقسیم کرد [۲۲]:

۱- خراب شدن سازه

۲- اختلال در عملکرد عادی

به طور کلی حد حالت، حاشیه ایمنی بین مقاومت و بار وارد بر سازه را نشان می دهد. روابط (۳۱) و (۳۲) مربوط به تابع حد حالت و احتمال خرابی هستند:

$$M = R - F_e \quad (31)$$

متغیر  $R$  نشان دهنده مقاومت سازه و متغیر  $F_e$  نشانگر بار خاجی وارد بر سیستم است. برای حالت خاصی که در آن مقاومت،  $R$ ، و بارگذاری،  $F_e$ ، دارای توزیع نرمال بوده و ناهمبسته باشند:

$$P_f = P(R \leq F_e) \quad (32)$$

تابع حد حالت نیز دارای توزیع نرمال است. در این حالت

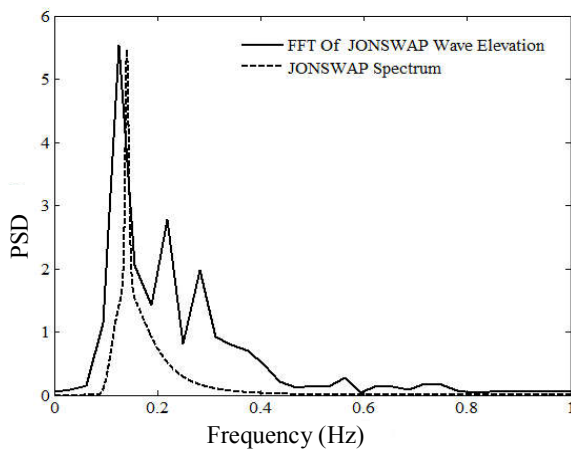


جدول ۱- خصوصیات برداشت کننده انرژی

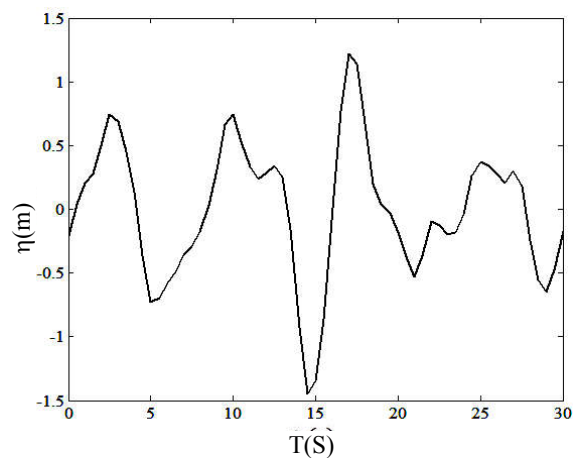
مقدار	علامت اختصاری پارامتر	نام پارامتر
۰/۷۵	$c_v$ (nF)	ظرفیت الکتریکی وصله‌ها
-۲/۸	$e_{31}$ (C/m <sup>2</sup> )	ثابت پیزو
۳	$l$ (m)	طول تیر
۱/۷	$c_M$	ضریب اینرسی تیر
۰/۸	$c_D$	ضریب پسای تیر
۱	$c_m$	ضریب اینرسی جرم افزوده
۷۵۰۰	$\rho$ (kg/m <sup>۳</sup> )	چگالی تیر
۷۸	$E$ (GPa)	مدول الاستیسیته تیر

جدول ۲- خواص دریا

مقدار	علامت اختصاری پارامتر	نام پارامتر
۳	$d$ (m)	عمق دریا
۱۰۲۵	$\rho_w$ (kg/m <sup>۳</sup> )	چگالی آب دریا



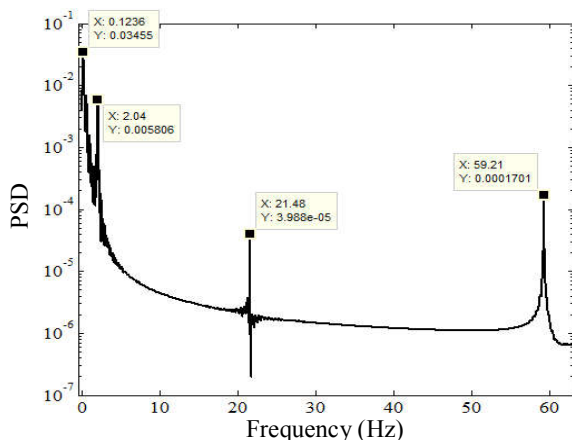
شکل ۴- مقایسه طیف موج جانسواپ با تبدیل فوریه شکل موج جانسواپ



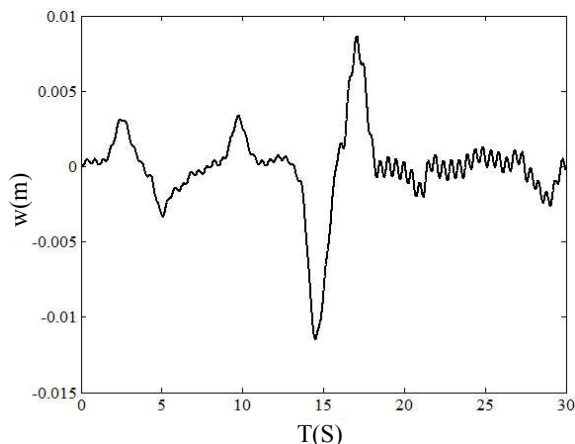
شکل ۳- شکل موج تصادفی جانسواپ

جانسواپ تاکنون توسط محققین دیگر بررسی نشده است، برای اعتبار سنجی شبیه‌سازی، ابتدا با در نظر گرفتن  $N = 3812$  و  $H_s = 2m$ ، فرکانس غالب موج  $0.14$  هرتز به دست می‌آید. همچنین پاسخ ارتعاشی تیر در حوزه زمانی و به تبع آن در حوزه فرکانسی استخراج می‌شود که به ترتیب در شکل‌های (۵) و (۶) نشان داده شده است. همان‌طور که از شکل (۶)

در شکل (۴) طیف موج جانسواپ با تبدیل فوریه شکل موج جانسواپ مقایسه شده است. مشاهده می‌شود که فرکانس غالب موج  $(f_p = \frac{1/2568}{2\pi\sqrt{H_s}})$  با فرض ارتفاع مؤثر موج  $H_s = 2m$ ، هر دو نمایان است که نشانگر صحت مدل موج است. به دلیل اینکه سیستم برداشت انرژی با در نظر گرفتن مدل موج



شکل ۶- تبدیل فوریه سیگنال تغییر مکان سر آزاد سیستم برداشت انرژی



شکل ۵- تغییر مکان سر آزاد سیستم برداشت انرژی

ارتفاع مؤثر موج جانسواپ با در نظر گرفتن نامعینی در طول و ضخامت وصله‌ها، نامعینی در طول وصله‌ها و نامعینی در ضخامت وصله‌ها نشان داده شده‌اند. همان‌طور که از این شکل‌ها مشاهده می‌شود به‌ازای افزایش ارتفاع موج، توان الکتریکی تولیدی طبق انتظار افزایش می‌یابد ولی با توجه به افزایش فاصله حد بالا از حد پایین قابلیت اطمینان سیستم کم می‌شود.

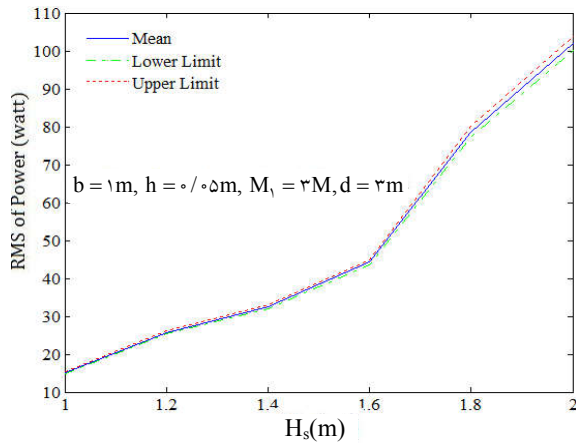
در شکل‌های (۱۰) تا (۱۲) توان الکتریکی تولیدی برحسب نسبت عرض به ضخامت تیر به‌ازای سه حالت مذکور رسم شده‌اند. همان‌طور که از این شکل‌ها مشاهده می‌شود به‌ازای افزایش عرض تیر به ضخامت، توان الکتریکی تولیدی افزایش می‌یابد. همچنین در شکل‌های (۱۳) تا (۱۵) توان الکتریکی تولیدی برحسب عمق دریا نشان داده شده است. همان‌طور که در شکل‌ها ملاحظه می‌شود با افزایش عمق دریا که طبق فرض مسئله برابر با طول تیر است، توان الکتریکی تولیدی افزایش می‌یابد. دلیل این امر این است که با افزایش طول تیر به تبع آن نیروی خمشی ناشی از امواج دریا بیشتر شده و توان تولیدی افزایش می‌یابد.

برای بررسی تأثیر نامعینی‌ها در توان تولیدی، در جدول (۳) مقدار میانگین فاصله حد بالا و پایین هر یک حالت‌های مذکور نشان داده شده است.

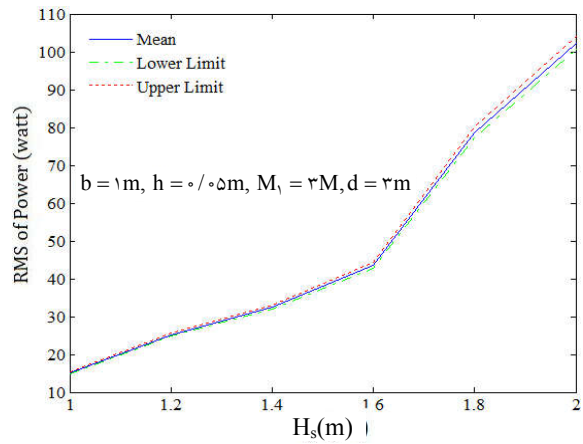
مشاهده می‌شود فرکانس‌های ظاهر شده، نشانگر فرکانس طبیعی سیستم برداشت کننده و فرکانس غالب موج است که این نشان‌دهنده این موضوع است که شبیه‌سازی سیستم برداشت کننده انرژی با در نظر گرفتن مدل موج جانسواپ به‌درستی انجام شده است. لازم به ذکر است که فرکانس‌های طبیعی سیستم که ریشه‌های دترمینان ماتریس ضرایب رابطه (۱۹) است به‌ترتیب  $۲/۰۳$ ،  $۲۰/۳۵$  و  $۶۳/۵۲$  هرتز است.

بعد از اطمینان از صحت مدل، حال نامعینی‌هایی در طول و ضخامت وصله‌های پیزوالکتریک که مقدار نامی آنها به‌ترتیب  $۰/۱$  و  $۰/۰۱$  متر است، در نظر گرفته می‌شود. کران بالا و پایین این دو پارامتر نامعین  $\pm ۵$  درصد مقدار نامی در نظر گرفته شده و با توزیع یکنواخت، تولید می‌شوند. سپس مقدار RMS توان الکتریکی تولیدی برحسب ارتفاع مؤثر موج، عرض به ضخامت تیر و عمق دریا با در نظر گرفتن تئوری موج جانسواپ استخراج می‌شود. همچنین برای بررسی تأثیر نامعینی‌ها در توان تولیدی برداشت کننده انرژی، حد بالا و پایین توان با استفاده از روش‌های آماری توضیح داده شده در سه حالت نامعینی همزمان در طول و ضخامت وصله‌ها، نامعینی فقط در طول وصله‌ها و نامعینی در ضخامت وصله‌ها استخراج و در شکل‌های (۷) تا (۱۵) نشان داده شده‌اند.

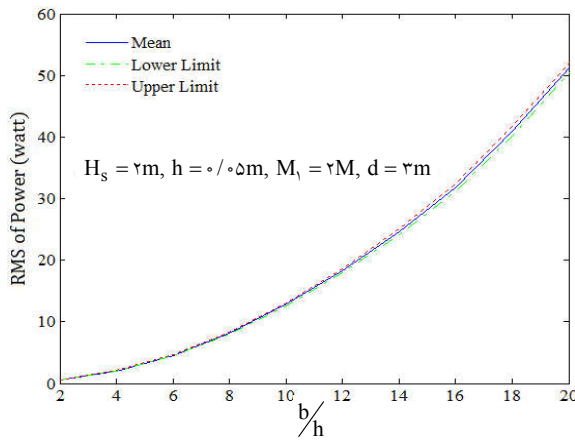
در شکل‌های (۷) تا (۹) توان الکتریکی تولیدی برحسب



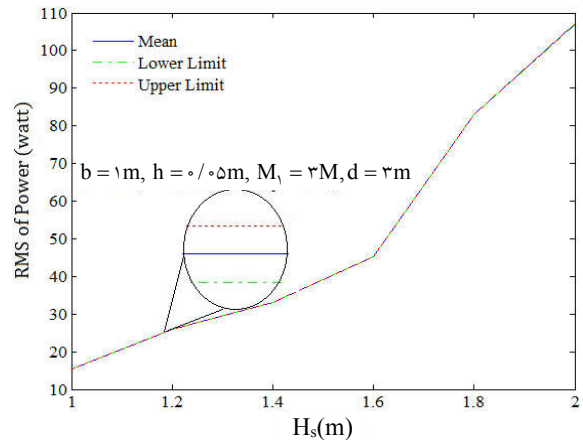
شکل ۸- توان الکتریکی تولیدی برحسب ارتفاع مؤثر موج جانسواپ با در نظر گرفتن نامعینی در طول وصله‌ها



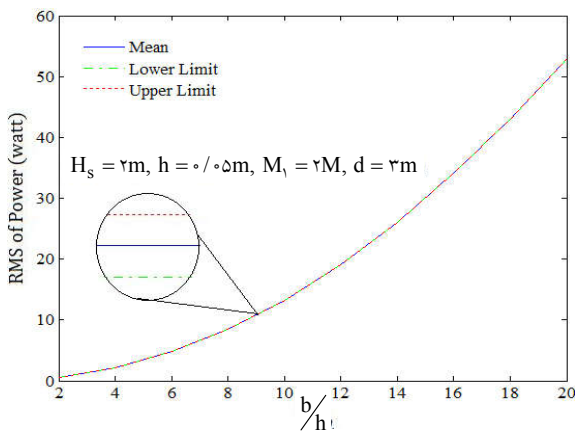
شکل ۷- توان الکتریکی تولیدی برحسب ارتفاع مؤثر موج جانسواپ با در نظر گرفتن نامعینی در طول و ضخامت وصله‌ها



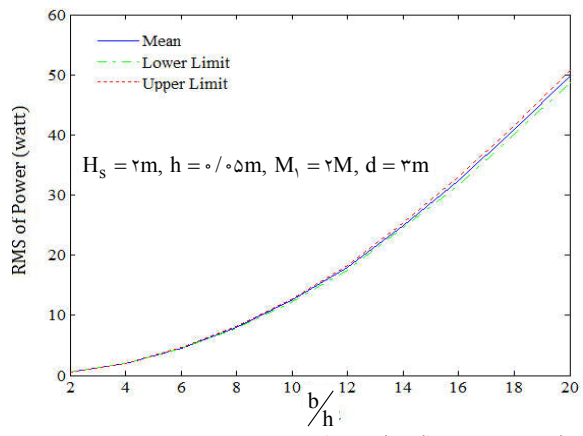
شکل ۱۰- توان الکتریکی تولیدی برحسب عرض به ضخامت تیر در تئوری موج جانسواپ با در نظر گرفتن نامعینی در طول و ضخامت وصله‌ها



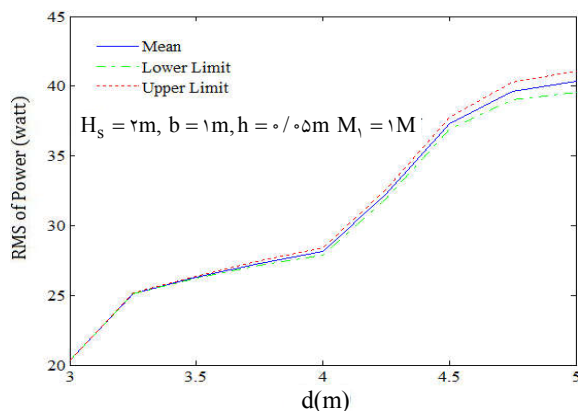
شکل ۹- توان الکتریکی تولیدی برحسب ارتفاع مؤثر موج جانسواپ با در نظر گرفتن نامعینی در ضخامت وصله‌ها



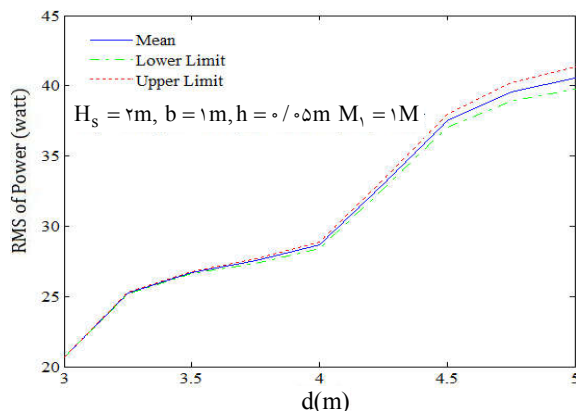
شکل ۱۲- توان الکتریکی تولیدی برحسب عرض به ضخامت تیر در تئوری موج جانسواپ با در نظر گرفتن نامعینی در ضخامت وصله‌ها



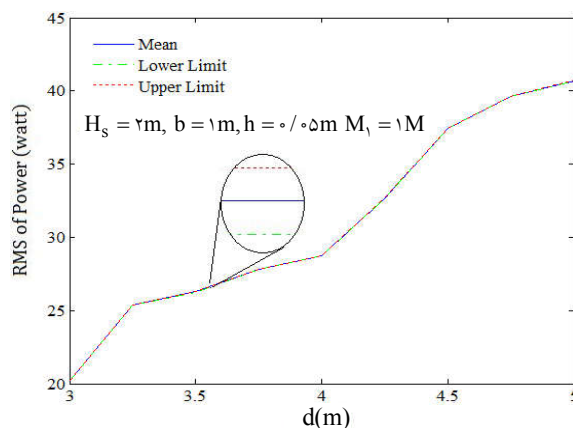
شکل ۱۱- توان الکتریکی تولیدی برحسب عرض به ضخامت تیر در تئوری موج جانسواپ با در نظر گرفتن نامعینی در طول وصله‌ها



شکل ۱۴- توان الکتریکی تولیدی برحسب عمق دریا برای موج  
موج جانسواپ با درنظر گرفتن نامعینی در طول وصله‌ها



شکل ۱۳- توان الکتریکی تولیدی برحسب عمق دریا برای موج موج  
جانسواپ با درنظر گرفتن نامعینی در طول و ضخامت وصله‌ها



شکل ۱۵- توان الکتریکی تولیدی برحسب عمق دریا برای موج موج جانسواپ با درنظر گرفتن نامعینی در ضخامت وصله‌ها

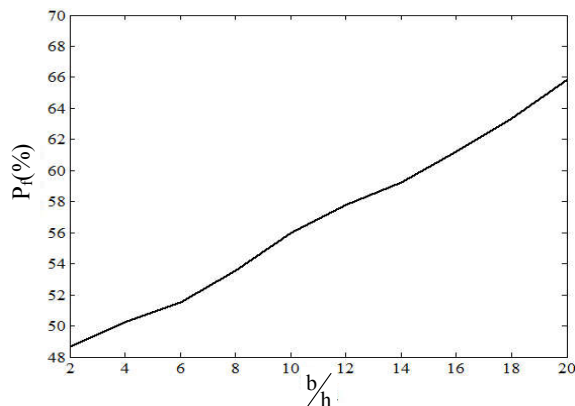
جدول ۳- میانگین فاصله حدود بالا و پایین

نامعینی در ضخامت وصله‌ها	نامعینی در طول وصله‌ها	نامعینی در طول و ضخامت وصله‌ها	
۰/۰۱۹۰	۱/۷۰۸۲	۱/۶۳۵۸	توان برحسب ارتفاع مؤثر موج
۰/۰۰۷۲	۰/۷۳۱۳	۰/۷۱۴۳	توان برحسب عرض به ضخامت تیر
۰/۰۰۶۲	۰/۵۹۶۷	۰/۶۰۵۲	توان برحسب عمق دریا

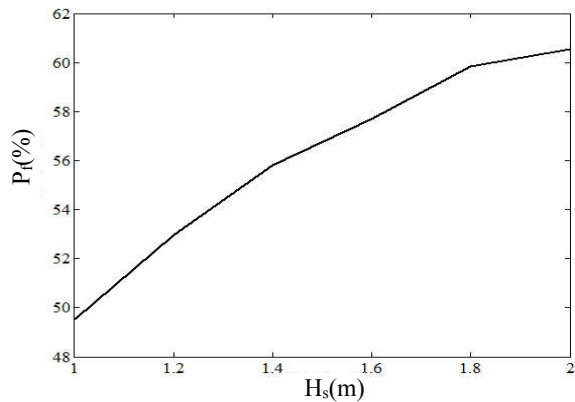
نتایج حاصل از بررسی احتمال خرابی سیستم برداشت کننده براساس معیار تخطی استخراج و در شکل‌های (۱۶) تا (۱۸) نشان داده شده است. همچنین لازم به ذکر است با توجه به ارتباط مستقیم توان تولیدی با ولتاژ تولیدی توسط وصله‌های پیزوالکتریک، معیار تخطی به این صورت درنظر گرفته می‌شود که چنانچه

همان‌طور که از جدول (۳) مشاهده می‌شود نامعینی در طول وصله‌ها تأثیرگذارتر از نامعینی در ضخامت وصله‌ها بر توان تولیدی است. پس توان تولیدی برداشت کننده نسبت به طول وصله‌ها حساس‌تر است.

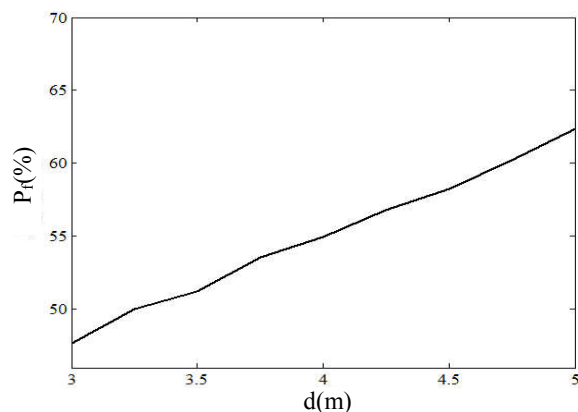
در ادامه با استفاده از روش توضیح داده شده در بخش ۳-۳



شکل ۱۷- احتمال خرابی براساس معیار تخطی در مقابل عرض به ضخامت تیر



شکل ۱۶- احتمال خرابی براساس معیار تخطی در مقابل ارتفاع مؤثر موج جانسواپ



شکل ۱۸- احتمال خرابی براساس معیار تخطی در مقابل عمق دریا

معادلات، مقدار توان تولیدی به ازای پارامترهای مختلف تیر و دریا بررسی شده است. همچنین تأثیر نامعینی‌ها در طول و ضخامت وصله‌های پیزوالکتریک بر توان تولیدی بررسی شده است. مهم‌ترین نتایج به شرح زیر است:

۱- با افزایش ارتفاع موج توان الکتریکی تولیدی افزایش می‌یابد ولی با توجه به افزایش فاصله حد بالا از حد پایین قابلیت اطمینان سیستم کم می‌شود.

۲- به ازای افزایش پارامتر عرض تیر به ضخامت، توان الکتریکی تولیدی افزایش می‌یابد.

۳- نامعینی در طول وصله‌ها تأثیرگذارتر از نامعینی در ضخامت وصله‌ها، بر توان تولیدی است.

۴- احتمال خرابی با توان تولیدی رابطه مستقیم دارد.

متوسط توان الکتریکی میانگین از نصف توان بیشینه در هر اجرا بیشتر شود خرابی رخ می‌دهد. در شکل‌های (۱۶) تا (۱۸) درصد احتمال خرابی سیستم در اثر عبور ولتاژ غیر مجاز به ازای ارتفاع موج، عرض به ضخامت تیر و عمق دریا به ترتیب نشان داده شده‌اند. همان‌طور که از این شکل‌ها مشاهده می‌شود با افزایش سه پارامتر مذکور احتمال شکست نیز افزایش می‌یابد.

## ۵- نتیجه‌گیری

در این مقاله سیستم برداشت انرژی از امواج دریا به ازای مدل موج جانسواپ که مدل واقع بینانه‌تری از موج است مدل‌سازی شده است. در ادامه بعد از مدل‌سازی سیستم و استخراج

