

# مطالعه عددی تأثیر نانوسیال بر انتقال حرارت یک کانال در حضور میدان مغناطیسی متغیر با ایجاد موانع

پرویز گیلاوند' و حمیدرضا حیدری<sup>۲\*</sup> ۱. دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه آزاد دورود، لرستان ۲. دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه ملایر، ملایر

(دریافت مقاله: ۱۳۹۹/۵/۲۲ – دریافت نسخه نهایی: ۳/۳/۰۰ (۱۴۰

چکیده – در این مقاله، تأثیر نانوسیال آب-اکسیدآهن ( Fe<sub>r</sub>O<sub>4</sub>) بر انتقال حرارت یک کانال در حضور میدان مغناطیسی متغیر عمود بر جریان، با ایجاد موانع بهصورت محوری با استفاده از مدل تکفازی مخلوط مطالعه میشود. اثرات میدان مغناطیسی با نوشتن کدهایی به معادلات حاکم بر فروسیال اضافه شده و هندسه مسئله در نرمافزار 2.4 Gambit 2.4 و شبکهبندی میشود. شبکه حاصل بهصورت سهبعدی تشکیل شده و معادلات دیفرانسیل غیر خطی حاکم بر مسئله نیز براساس روش حجم محدود با کمک نرمافزار فلوئنت تحلیل میشود. همچنین اثر پارامترهایی نظیر اثر موانع در مسیر جریان، عدد بی بعد شدت میدان مغناطیسی و عدد بی بعد رینولدز بر انتقال حرارت مطالعه شده است. نتایج نشان می دهد، ایجاد موانع در مسیر جریان بعدث اغتشاش بی بعد شدت میدان مغناطیسی و عدد بی بعد رینولدز بر انتقال حرارت مطالعه شده است. نتایج نشان می دهد، ایجاد موانع در مسیر جریان بعث ا بی بعد شدت میدان مغناطیسی و عدد بی بعد رینولدز بر انتقال حرارت مطالعه شده است. نتایج نشان می دهد، ایجاد موانع در مسیر جریان بعث ا مریا سیال شده، که این اغتشاش باعث افزایش انتقال حرارت کلی می شود. همچنین اعمال میدان مغناطیسی بر نانوسیال مغناطیسی سبب نفوذ لایه مرزی خنک در قسمتهای مرکزی کانال شده و با افزایش شدت میدان مغناطیسی نفوذ این لایه نیز افزایش می یابد. در نتیجه مقدار عدد ناسلت و انتقال حرارت افزایش یافته که این بهبود انتقال حرارت و عدد ناسلت با افزایش عدد رینولدز بیشتر می شود.

واژههای کلیدی: نانوسیال، کانال، عدد ناسلت، موانع، میدان مغناطیسی.

# Numerical Study of the Effect of Nanofluid on Heat Transfer of a Channel in the Presence of Variable Magnetic Field with Obstacles

P. Gilavand<sup>1</sup> and H. R. Heidari<sup>2,\*</sup>

Mechanical Engineering, Azad University Doroud Branch, Doroud, Iran.
 Mechanical Engineering, Malayer University, Malayer, Iran.

Abstract: In this paper, the effect of water- iron oxide (Fe<sub>3</sub>O<sub>4</sub>) nanofluid on a channel heat transfer in the presence of

\* : مسئول مكاتبات، پست الكترونيكي: hr.heidari@malayeru.ac.ir

perpendicular to the flow variable magnetic field with creating axial obstacles using a mixed single-phasee model is investigated numerically. The effects of magnetic field are added to governing equations of ferrofluid by writing codes and the problem geometry is generated and networked in Gambit 2.4 software. The network used is constructed in a three-dimensional and the governing non-linear differential equations are solved according to the finite volume method by using the Fluent software. Also, the effect of parameters such as obstacles in the flow path, dimensionless number of magnetic field intensity and Reynolds dimensionless number on heat transfer have been studied. The results show that creating obstacles in the flow path causes turbulence in the fluid flow, which increases the overall heat transfer. Also, the application of a magnetic field on the magnetic nanofluid causes the penetration of the cool boundary layer in the central parts of the channel and with increasing the intensity of the magnetic field, the penetration of this layer increases. As a result, the amount of Nusselt number and heat transfer has increased, and this improvement in heat transfer and Nusselt number increases with increasing Reynolds number.

Keywords: Nanofluid, Channel, Nusselt number, Obstacles, Magnetic field.

$$\begin{array}{cccc} & & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & \\ &$$

#### ۱ – مقدمه

فہ ست علائم

افزایش انتقال حرارت موضوع بسیاری از تحقیقات در دهههای اخیر بوده است. برای افزایش انتقال حرارت و بازده حرارتی در یک هندسه مشخص راههای مختلفی وجود دارد، کارهایی نظیر به کارگیری جریانهای آشفته استفاده از پرهها و بفاهای مختلف، موجدار کردن لوله، حضور میدان مغناطیسی، استفاده از موانع در مسیر جریان و وجود موانع در مسیر جریان باعث اغتشاش در جریان سیال شده که افزایش انتقال حرارت کلی را به همراه دارد. بررسیها نشان می دهد که وجود المان مغناطیسی سبب افزایش عدد ناسلت<sup>۱</sup> متوسط می شود و با بالارفتن شدت میدان، این پارامتر نیز افزایش یافته که در نتیجه منجر به افزایش انتقال حرارت بیشتر می شود همچنین یکی از عوامل تأثیرگذار در افزایش انتقال حرارت، انتخاب سیال دارای خواص حرارتی مناسب است. سیالات انتقالدهنده حرارت، شرایط را برای

تبادل انرژی در یک سیستم مهیا میکنند و اثرات آنها بستگی به ویژگیهای فیزیکی از قبیل هدایت حرارتی، لزجت و چگالی دارد. از محدودیتهای سیالات انتقالدهنده، هدایت حرارتی پایین آنها است. از سیالات مناسب جهت افزایش انتقال حرارت می توان به نانوسیالات که در حقیقت سوسپانسیون پایداری از نانو فیبرها و نانوذرات جامداند اشاره کرد. پیشرفتهای اخیر در مهندسی مواد و توسعه فناوریهای جدید زمینه را برای تولید ذرات با اندازه بین ۱ تا ۱۰۰ نانومتر فراهم کرده است. این گرفته شده است. نانومواد، خواص حرکتی و حرارتی سیال را به شدت تحت تأثیر قرار میدهند. نانوذرات در مقایسه با ذرات هستند که قابلیت انتقال انرژی را بین ذرات جامد و سیال افزایش میدهند. مزیت دیگر این نوع سیال کوچک بودن

نانوذرات پخش شده در آن است که این ذرات دارای ممنتوم کمتری هستند که در نتیجه از خوردگی دیواره لوله و کانالها جلوگیری می شود و امکان تهنشینی این ذرات به دلیل وزن کم آن کمتر است. تحقیقات اخیر روی نانوسیالات، افزایش قابل توجهی را در هدایت گرمای آنها نسبت به سیالات بدون نانوذرات و یا همراه با ذرات بزرگتر (ماکروذرات) نشان می دهد از دیگر تفاوتهای این نوع سیالات تابعیت شدید هدایت گرمایی از دما و همچنین افزایش فوق العاده شار گرمایی بحرانی در انتقال گرمای آنها است.

با توجه به رشد روزافزون کاربرد نانوسیالات در سیستمهای حرارتی، صنایع میکروالکترونیک، روغن موتورها، روانکنندهها و سایر فناوریها، این دسته از سیالات امروزه به شدت در كانون توجه محققان قرار گرفتهاند. با ييشرفت تكنولوژي، توليد ذرات جامد در اندازههای بسیار ریز در مقیاس نانو فراهم شد که با اضافه کردن این نانو ذرات به سیال پایه، سیال جدیدی حاصل می شود که چـوی [۱] بـرای اولـین بـار آن را نانوسـیال نامید. چوی و همکاران با اضافه کردن مقدار کم این ذرات به سیال پایه بهبود چشمگیر ضریب انتقال حرارت رسانایی این نوع سیال را نسبت به سیال پایه گزارش کردند. پـس از معرفـی نانو سیال کارهایی بهمنظور تعیین خواص ترموفیزیکی آن و بررسی عملکرد آن برای انتقال حرارت در رژیمهای مختلف جریان و شرایط کاری مختلف انجام گرفت. پک و چـو [۲] عملكرد انتقال حرارت نانوذرات اكسيد ألومينيوم و اكسيد تیتانیوم پراکنده شده در آب و جاری در یک لوله مدور افقی را مورد بررسی قرار دادند. نـانوذرات اکسـید آلومینیـوم و اکسـید تیتانیوم بهترتیب دارای قطرهای ۱۳ نانومتر و ۲۷ نانومتر بودنـد. آنها متوجه شدند که عدد ناسلت نانوسیالات با افزایش عدد رینولدز و غلظت حجمی نانوذرات افزایش می یابد، اما در عدد رينولدز أثابت ضريب انتقال حرارت جابهجايي نانوسيالات حاوى ٣٪ نانوذرات، ١٢٪ نسبت به سيال خالص كـاهش نشـان داده است. علت آن ممكن است این باشد كه نانوسیالات لزجت بالاترى نسبت به سيالات خالص دارند و اين لزجت با افـزايش

ذرات بیشتر می شود، نهایتا رابطه انتقال حرارتی جدیـدی بـرای پیش بینی ضریب انتقال حرارت جابه جایی نانوسیالات در رژیـم جریان آشفته پیشنهاد کردند.

داس و همکاران [۳] در یک آزمایشگاه تحقیقاتی، رسانش گرمایی نانوسیال آب - ۸۹٬۵۰ و آب - ۲۵۵ را در کسرهای حجمی مختلف اندازه گیری کردند و تغییرات نسبتاً قابل توجهی را با تغییر دما نتیجه گرفتند. به عنوان مثال در کسر حجمی ۴ درصد از ذرات اکسیدآلومینیوم با تغییر ۳۰ درجهای دمای نانوسیال، حدود ۱۵ درصد افزایش در هدایت حرارتی نانوسیال مشاهده کردند.

از طرفی دیگر، کانالهای موجدار در بسیاری از کاربردهای مهندسی دیده می شوند. تحقیقات آزمایشگاهی زیادی روی این گونه کانالها انجام شده است. اولین بار گلدستین و اسپارو [۴] آزمایشهایی را روی مشخصههای انتقال حرارت در جریان داخل یک کانال موجی با سطح مقطع مستطیلی و ثابت انجام دادند. آزمایشهای آنها بر مبنای روش تصعید نفتالین، برای به دست آوردن مقادیر محلی و متوسط مشخصههای حرارتی، انجام شد. آنها مشخصههای انتقال حرارت و جرم را در جریانهای آرام و گذرا و همچنین رژیم آشفته در اعداد رینولدز پایین بررسی کردند. نتایج آنها نشان داد در رژیم آرام این افزایش انتقال حرارت در کانال موجی، نسبت به کانال با دو صفحه موازی، تنها کمی بیشتر است. از سوی دیگر برای رژیم آشفته در اعداد رینولدز پایین، این افزایش قابل توجه است.

وانگ و چن [۵] در سال ۲۰۰۲ جابهجایی اجباری در یک کانال موجی را با استفاده از روش تبدیل مختصات ساده، مورد مطالعه قرار دادند. آنها تأثیر پارامترهایی مانند ضریب شکل، عدد رینولدز و عدد پرانتل<sup>۳</sup> را بر اصطکاک پوستهای و عدد ناسلت، مورد بررسی قرار دادند. آنها نشان دادند در ضرایب شکل پایین، این افزایش انتقال حرارت نسبت به کانال با دو صفحه موازی، ناچیز است. اما در مقادیر بیشتر ضریب شکل این تأثیرات قابل توجه است. نتایج آنها نشان داد که حداکثر اصطکاک پوستهای و حداکثر عدد ناسلت در قسمت همگرای

کانال و درست قبل از قله موج سینوسی اتفاق میافتد. محل این افزایش مستقل از ضریب شکل است. حداقل مقادیر عدد ناسلت و اصطکاک پوستهای کمی بعد از قله موج سینوسی و در قسمت واگرای کانال است. محل این کاهش، با افزایش ضریب شکل، افزایش مییابد و فاصلهاش با قله موج سینوسی بیشتر میشود. آنها نتیجه گرفتند کانالهای با صفحات موجی شکل در رینولدز بالا، میتوانند نقش مؤثری در مبدلهای حرارتی داشته باشند.

حیدری و کرمانی [۶] به صورت عددی به بررسی جریان نانوسیال در یک کانال سینوسی پرداختند. آنها با بررسی اعداد رینولدز بین ۵ تا ۱۵۰۰، درصد حجمی نانو ذرات تا ۲۰ درصد و ضریب شکل بین صفر تا ۲۰، نتیجه گرفتند که به کمک ذرات نانو و موجدار کردن کانال، می توان انتقال حرارت را تا حد زیادی افزایش داد. آنها نشان دادند با اضافه کردن ۱۰ درصد ذرات مس به سیال آب، می توان انتقال حرارت را در عدد رینولدز ۲۵ تا ۱۰۰۰ درصد افزایش داد. همچنین نشان دادند که با افزایش ضریب شکل از صفر تا ۲۰، انتقال حرارت تا ۵۰ درصد افزایش می یابد. نتایج آنها نشان داد با افزایش عدد رینولدز، خطوط هم دما بیشتر به سمت دیواره حرکت می کنند و عدد ناسلت افزایش می یابد. همچنین مقادیر نسبت به تغییرات

لیانـگ و همکـاران [۷] بـه بررسـی انتقـال حـرارت در میکروکانال با صفحات مـوجی شکل پرداختنـد. آنهـا در ایـن بررسی از نرمافزار تجاری فلوئنت<sup>۴</sup> استفاده کردند و جریان سـه بعدی و آرام را برای یک کانـال در انـدازه میکـرو، بـهصـورت پارامتری مورد مطالعه قرار دادند. آنها اعداد رینولدز بـین ۵۰ تـا ۱۵۰ را برای دو نوع کانال موجی شکل و در شار حرارتی ثابت بررسی کردند. نتایج آنها نشان داد که حداکثر ۵۵ درصد افزایش انتقال حرارت کلی در این کانالها، نسبت به کانال بـا صفحات مسطح اتفاق میافتد. نتایج آنها نشان داد افت فشار در کانالهای موجی شکل با اختلاف فاز ۱۸۰ درجه، نسبت به کانالهای نـوع اول

برای انتقال حرارت مناسب تر هستند. همچنین آنها نشان دادند که هر چه عدد رینولدز بیشتر باشد این افزایش بیشتر است. آنها نتیجه گرفتند کانالهای موجی شکل گزینه مناسبی برای خنک کاری وسایل الکترونیکی هستند.

وانگ و همکاران [۸] بررسی انتقال حرارت به وسیله فلزات مایع در یک محفظه مستطیلی با یک مقطع مربعی تحت تأثیر میدان مغناطیسی افقی یکنواخت انجام شده است. دو دیواره مخالف عمودی در دماهای مختلف نگهداری می شود و دیوارهای دیگر عایق حرارتی هستند. میدان مغناطیسی اعمال شده عمود بر گرادیان درجه حرارت است. نافون و همکاران شده عمود بر گرادیان درجه حرارت است. نافون و همکاران در لولههای مارپیچی پیچ خورده پرداختند نانوسیالها به داخل لوله پیچ خورده وارد می شوند و در محدوده داخلی قرار می گیرند و در امتداد دمای دیواره لوله ثابت قرار می گیرند.

می توان نشان داد که اگر اندازه نانوذرات از یک حد معینی تجاوز نکند و از بهم چسبیدن آنها در مایع حامل جلوگیری شود، حرکت براونی نانو ذرات که ناشی از انرژی جنبشی گرمایی در دمای اتاق است می تواند بر انرژی گرانشی و مغناطیسی ناشی از میدان گرانشی و مغناطیسی خارجی غلبه کند و بنابراین مانع تهنشین شدن نانو ذرات شود [۱۰].

ژان و همکاران [۱۱] با استفاده از روش بولتزمن شبکهای به مطالعه عددی انتقال حرارت جابهجایی نانوسیال مغناطیسی در حضور میدانهای مغناطیسی غیریکنواخت داخل یک میکروکانال پرداختند. نتایج آنها نشانگر امکان کنترل میزان انتقال حرات با تغییر جهت گرادیان میدان مغناطیسی است. بیشترین میزان افزایش انتقال حرارت هنگامی است که گرادیان میدان همجهت با جریان سیال باشد و هنگامی که گرادیان میدان برخلاف جهت جریان باشد، کاهش انتقال حرارت مشاهده شده است.

ثروتی و همکاران [۱۲] تأثیر میدان مغناطیسی روی جریان جابهجایی اجباری نانوسیالات در کانالی که تا اندازهای با محیط متخلخل پر شده است، را با استفاده از روش بولتزمن شبکهای<sup>۵</sup>

بررسی کردهاند. در این شبیهسازی اثر میدان مغناطیسی عمودی یکنواخت روی الگوی جریان و انتقال حرارت یک کانال که تا حدی با محیط متخلخل از نانوسیال آب– آلومینا که یک سیال با خواص حساس به دما است، بررسی شده است. در استفاده از روش بولتزمن شبکهای، سه تابع توزیع برای جریان، گرما و میدان مغناطیسی در نظر گرفته شده است.

فریدونی مهر و همکاران [۱۳] به بررسی تحلیلی جریان سیال و انتقال حرارت و جرم در جریان سیال سهبعدی آرام پایا هیدرودینامیک مغناطیسی روی یک صفحه گسترش یافتـه بـا شرط مرزى همرفت سطحي بـ كمـك روش أنـاليز هموتـوپي بهینه پرداختند. در ایـن مسـئله، تـأثیرات نانوسـیال بـهصـورت تأثیرات همزمان حرکت براونی و انتشار حرارتی در نظر گرفته شده است. تأثير پارامترهای فيزيکي مختلف جريان روی مؤلفه های سرعت سیال، توزیع دمایی و غلظت و همچنین ضرایب اصطکاک پوسته ای در جهات x و y، عدد ناسلت محلی و عدد شروود<sup>ع</sup> محلی مورد بررسی قرار گرفته شده است. این مطالعه نشان میدهـد کـه نـانوذرات در سـیال پایـه پتانسیل خوبی را در راستای افزایش عملکرد انتقال حرارت همرفتي سيالات مختلفي از خود نشان مريدهند. نتايج نشان میدهد کـه گرادیـان دمـای دیـواره بـا افـزایش پـارامتر انتشـار حرارتی و یا کاهش پارامتر حرکت براونی کاهش مییابد. اکبرزاده و همکاران [۱۴] جریان هیـدرودینامیک مغناطیسی نانوسیال در یک کانـال منحنـی در محـیط متخلخـل بـا دیـواره موجدار متحرک به همراه چشمه حرارتی مورد بررسی قرار دادهاند. با فرض جريان تراكمناپذير؛ معادلات حاكم براي جريان، انتقال حرارت و انتقال جرم براي طول موج بلند بهدست آمدهاند. برای حل عددی معادلات، از روش تقریب تفاضل مرکزی و روش ضمنی جعبهای کلر استفاده شده است. افزایش تخلخل در محیط، سبب افزایش انتقال حرارت شده است.

بررسیهای انجام شده روی تحقیقات گذشته مؤید این مطلب است که اگرچه مطالعات متعددی پیرامون تأثیر نانوسیال،

با وجود موانع و یا در حضور میدان مغناطیسی متغیر بر افزایش انتقال حرارت از یک کانال انجام شده اما فقدان تحقیقی روی تأثیر همزمان استفاده از نانوسیال در حضور میدان مغناطیسی متغیر در یک کانال با وجود موانع در مسیر جریان احساس میشود. در این مقاله تلاش شده است که ابتدا معادلات حاکم بر مسئله استخراج شوند. سپس نتایج بهصورت عددی با استفاده از مدل تکفازی مخلوط برای کانال با موانع مورد بررسی قرار گرفته شده است.

۲- شرح مسئله

همان طور که شماتیک مسأله در شکل (۱) نمایش داده شده است. ۶ مانع در مسیر جریان در داخل کانال وجود دارد و میدان مغناطیسی عمود بر جریان وارد می شود. در این هندسه نیز همچنین آب به عنوان سیال پایه است و ۴٪ نانو ذره اکسید آهن(  $Fe_rO_r$ ) به آن افزوده می شود. جدار کانال در ابتدا و انتهای کانال به صورت ایزوله در نظر گرفته شده و بقیه جدار کانال شار حرارتی ثابت ( m'''m' = 0) وارد می شود. ارتفاع کانال H، فاصله بین ورودی نانوسیال و اولین مانع La مانع آخر و خروجی نانوسیال موانع متوالی Ls و فاصله بین مانع آخر و خروجی نانوسیال موانع متوالی در است. همچنین فرض می شود ذرات نانو و ذرات سیال در تعادل حرارتی هستند و از ترمهای اتلاف حرارتی نیز صرفنظر می شود.

میدان مغناطیسی توسط یک سیم باریک حامل جریان الکتریکی، ایجاد میشود که بهصورت موازی با محور طولی کانال و (محور Z)، در زیر کانال با فاصلهای مشخص و نزدیک به آن قرار گرفته است و جریان داخل سیم در جهت مثبت محور Zها شارش مییابد. سیم حامل جریان الکتریکی، باعث ایجاد یک میدان مغناطیسی غیریکنواخت متقاطع در تمام طول کانال و عمود بر جریان فروسیال جاری در آن خواهد شد و با اعمال میدانهای مغناطیسی مختلف مورد بررسی قرار می گیرد. همچنین لازم به ذکر است که برای تأثیر میدان مغناطیسی بر



شکل ۱ – کانال با وجود موانع در مسیر جریان در حضور میدان مغناطیسی الف) نمای سهبعدی ب) نمای بالا

$$M = M_{s}L(\xi)$$

$$M_{s} = \alpha_{p}M_{d} = N_{p}m_{p}$$

$$N_{p} = \frac{\prime}{V_{p}} = \frac{\vartheta}{\pi d_{p}^{r}}$$

$$L(\xi) = \cot(\xi) - \frac{\prime}{\xi}$$

$$\xi = \frac{\mu_{*}m_{p}H}{k_{B}T}$$
(1)

با ترکیب روابط (۱)، درنهایت رابطه (۲) برای مغناطیس پذیری نانوسیال مغناطیسی بهدست می آید.

$$M = \frac{{}^{\varsigma}m_{p}}{\pi d_{p}^{r}}L(\xi)$$
<sup>(Y)</sup>

تعادل مغناطیسی یک پارامتر کلیدی در مباحث مربوط به فروهیدرودینامیک است. منظور از تعادل مغناطیسی این است که گشتاور مغناطیسی اولیه ذره در راستای میدان اعمالی قرار گیرد. اگر مقدار متوسط مغناطیس پذیری در مقایسه با مقیاس زمانی فرایندهای ماکروسکوپی، بسیار سریع حاصل شود و یا به عبارت دیگر، بردار مغناطیس پذیری M به سرعت با بردار میدان مغناطیسی H همسو شود، میتوان نانوسیال را در حالت تعادل مغناطیسی فرض کرد.

با اعمال میدان مغناطیسی به یک نانوسیال در حالت حرکت، عبارت (۳) به معادله ممنتوم آن اضافه می شود [۱۶]: نانوسیال، نیازمند استفاده از نانوذراتی نظیر اکسیدآهـن، نیکـل و یا کبالت است که خاصیت مغناطیسی داشته و با اعمـال میـدان، دوقطبیهای مغناطیسی آنها با میدان اعمالی همسو شود.

## ۳– اصول فروهیدرودینامیک

زمینه مطالعه در مورد نانوسیالهای مغناطیسی امروزه با عنوان فروهیدرودینامیک شناخته می شود. نانوسیالهای مغناطیسی معمول، عمدتاً از نانوذرات مغناطیسی تک دامنه با قطر ۳ تا ۱۵ نانومتر تشکیل یافتهاند. نتایج تحقیقات نشان می دهند که اگر قطر ذرات کوچکتر از ۲ نانومتر باشد خاصیت مغناطیسی آنها از بین خواهد رفت. یک ماده فرومغناطیسی برای کاهش سطح انرژی خود به دامنههای زیادی تقسیم می شود. زیرا که اگر این اتفاق نمی افتاد تمام گشتاورهای مغناطیسی در یک جهت قرار گرفته و در نتیجه سطح انرژی بسیار بالا می رفت. نانوذرات مغناطیسی در داخل سیال پایه شبیه مولکولهای یک گاز پارامغناطیس هستند. در این مقاله از همین روابط برای فروسیالها استفاده می شود. قانون مغناطیس پذیری برای یک گاز پارامغناطیس به وسیله تابع لانژوئن (٤) L به صورت رابطه (۱) توصیف می شود [۵]:



شکل ۲- جهت گیری نانو ذرات الف) قبل و ب) بعد از اعمال یک میدان مغناطیسی یکنواخت

حجم ذرہ به حجم مولکول محاسبه میشود: $N_{M} = \frac{V_{p}}{V_{M}} \tag{V}$ 

و درنهایت گشتاور مغناطیسی هر ذره از اکسید آهن بـهصـورت رابطه (۸) بهدست میآید:

$$m_{p} = N_{M}m_{M} = \frac{{}^{*}\mu_{B}\pi d_{p}^{*}}{{}^{*}_{*} {}^{*}$$

$$H_{x}(x,y) = \frac{I}{r\pi} \frac{(x-a)}{(x-a)^{r} + (y-b)^{r}}$$

$$H_{y}(x,y) = \frac{I}{r\pi} \frac{(y-b)}{(x-a)^{r} + (y-b)^{r}}$$
(4)

اندازه شدت میدان مغناطیسی طبق رابطه (۱۰) بهدست می آید:

$$H(x,y,z) \equiv H(x,y) = \frac{I}{\gamma \pi} \frac{\gamma}{\sqrt{(x-a)^{\gamma} + (y-b)^{\gamma}}}$$
(1°)

۴-۲- معادلات حاکم بر رفتار هیدرودینامیکی در مقاله حاضر از مدل تکفازی برای حل جریان نانوسیال استفاده می شود. معادلات حاکم شامل معادله بقای جرم، معادله (۳) (۳)  $\mu_{c}\left(\vec{M}.\nabla\right) + \frac{1}{7} + \frac{1}{7} (\vec{M} \times \vec{H})$   $\lambda_{r} < r$  که در آن جمله اول معروف به نیروی کلوین بوده و از تنش یک میدان الکترومغناطیس مشتق شده و جمله دوم نیز با درنظر گرفتن یک ممنتوم زاویهای داخلی در تانسور تنش لزجت بدست آمده است. با توجه به این که در کار حاضر معادلات در حالت پایه حل می شوند، می توان نانوسیال را در حالت تعادل مغناطیسی فرض کرد. بنابراین با توجه به شکل (۲)  $\vec{H} \times \vec{M}$ مغر بوده و رابطه (۳) به  $H \nabla M_{\mu}$  کاهش می یابد. در نهایت خواهد شد.

$$F_{\text{ferromag}} = \mu_{\circ} M \nabla H \tag{(f)}$$

که در آن M از رابطه (۲) محاسبه میشود.

در مطالعه حاضر برای نانوسیال مغناطیسی از ذرات اکسید آهن Fe<sub>r</sub>O<sub>۴</sub> استفاده شده است. گشتاور مغناطیسی هر مولکول از اکسید آهن از رابطه زیر محاسبه می شود.

$$\begin{split} \mu_{\rm B} &= 4 / \gamma_{\rm V} \times 1 \, {\rm e}^{-\gamma_{\rm F}} \, {\rm Am}^{-\gamma} \\ \Lambda_{\rm m} &= {\rm f} \mu_{\rm B} \end{split} \tag{(b)}$$

که در آن  $\mu_B$  مگنتون بوهر است. حجم هر سلول از ساختار بلوری اکسید آهن نیز برابر با مقدار  $m^{*}m^{*}$ ۰۰×۰۰۰ و است. با توجه به این که هر سلول از ساختار بلوری اکسید آهن شامل هشت مولکول است، حجم هر مولکول از آن برابر با مقدار زیر خواهد بود:

$$V_{M} = \frac{V_{cell}}{\Lambda} = 91/\gamma_{0} \times 10^{-7^{\circ}} \text{m}^{7}$$
(9)

بنابراین تعداد مولکول اکسید آهن در هر ذره از آن، از نسبت

گرفته شده است.

۴-۳- خواص ترموفیزیکی مخلوط

دیگر خواص مهم غیر از هدایت حرارتی که بر ضریب انتقال حرارت اثر میگذارد، عبارتند از: چگالی، گرمای ویژه و لزجت نانوسیال. با فرض پراکندگی یکنواخت نانوذرات داخل سیال پایه، خواص حرارتی و فیزیکی نانوسیال در ادامه آورده شده است. نانوسیال مغناطیسی استفاده شده در این مقاله، شامل آب دریا و ۴٪ حجمی Fe<sub>r</sub>O<sub>4</sub> است که در کانال جریان دارد. که خواص ترموفیزیکی آنها در جدول (۱) نشان داده شده است. پک و چو [۱۸] رابطه زیر را برای محاسبهی چگالی و لزجت مخلوطها معرفی کردهاند:

$$\rho_{\rm m} = \varphi \rho_{\rm p} + (1 - \varphi) \rho_{\rm f}$$

$$\mu_{\rm m} = \frac{1}{\left(1 - \varphi\right)^{\gamma/2}} \mu_{\rm f}$$
(12)

برای محاسبه دانسیته نانوسیال آزمایش های گوناگون بر روی نانوسیالات مختلف نشان داده است که این مدل دقت خوبی در محاسبه دانسیته نانو سیال دارد. رابطه (۱۶) اولین بار توسط همیلتون و کراسر [۱۹] برای رسانش گرمایی و گرمای ویژه بیان شده است.

$$\begin{split} k_{m} = & \left[ \frac{k_{p} + rk_{f} - r\phi(k_{f} - k_{p})}{k_{p} + rk_{f} + \phi(k_{f} - k_{p})} \right] k_{f} \\ cp_{m} = & \frac{\phi(\rho c_{p})_{p} + (r - \phi)(\rho c_{p})_{f}}{\rho_{m}} \end{split}$$
 (19)

۵– استقلال شبکه و نتایج شبیهسازی

برای آزمون استقلال از شبکه برای مسئله، چهار مش با تعداد مشهای مختلف مورد بررسی قرار گرفته است. شکل (۳) نمونهای از شبکه تولید شده در کانال را نشان میدهد. شبکه مورد استفاده همان طور که در شکل (۳- الف) نشان داده شده، بهصورت سهبعدی تشکیل شده است.

در سیم حامل جریان الکتریسیته، در جهت x و y میدان مغناطیسی متقاطع غیریکنواخت تولید میکند که این میدان

روشهای عددی در مهندسی، سال ۴۰، شماره ۲، زمستان ۱۴۰۰

ممنتوم و معادله انرژی است. نیـروی کلـوین، نیـروی ناشـی از میدان مغناطیسی است که به معادله ممنتوم در دو راستای X و Y اضافه میشود. معادله پیوستگی:

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{x}} + \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial \mathbf{y}} + \frac{\partial \mathbf{w}}{\partial \mathbf{z}} = \mathbf{o}$$
(11)

معادله ممنتوم در جهات X، X و Z:

$$\begin{split} \rho_{m} & \left( u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x} \\ & + \mu_{m} \left( \frac{\partial^{Y} u}{\partial x^{Y}} + \frac{\partial^{Y} u}{\partial y^{Y}} + \frac{\partial^{Y} u}{\partial z^{Y}} \right) + F_{xK} \\ \rho_{m} & \left( u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial y} \\ & + \mu_{m} \left( \frac{\partial^{Y} v}{\partial x^{Y}} + \frac{\partial^{Y} v}{\partial y^{Y}} + \frac{\partial^{Y} v}{\partial z^{Y}} \right) + F_{yK} \\ \rho_{m} & \left( u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial z} \\ & + \mu_{m} \left( \frac{\partial^{Y} w}{\partial x^{Y}} + \frac{\partial^{Y} w}{\partial y^{Y}} + \frac{\partial^{Y} w}{\partial z^{Y}} \right) \end{split}$$

معادله انرژي:

$$\begin{aligned} \left(\rho_{m}c_{p}\right)_{m} & \left(u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial y} + w\frac{\partial T}{\partial z}\right) \\ & = k_{m} \left(\frac{\partial^{v}T}{\partial x^{v}} + \frac{\partial^{v}T}{\partial y^{v}} + \frac{\partial^{v}T}{\partial z^{v}}\right) \end{aligned}$$
(17)

F<sub>xK</sub> و F<sub>yK</sub> مربوط به نیروی کلوین است که در صورت نبودن گرادیان میدان مغناطیسی برابر صفر خواهد بود و در صورت وجود گرادیان مغناطیسی طبق رابطه (۱۴) بیان میشود.

$$F_{xK} = \mu_* M \frac{\partial H}{\partial x}$$

$$F_{yK} = \mu_* M \frac{\partial H}{\partial y}$$
(14)

در این روابط M مغناطیس پذیری نانوسیال مغناطیسی است کـه طبق رابطه (۲) محاسبه میشود.

در این مقاله اثرات میدان مغناطیسی ذکر شده بر رفتار هیدرودینامیکی و حرارتی فروسیال با استفاده از مدل تکفازی مورد بررسی قرار گرفته است. ورودی و خروجی کانال شرایط مرزی ٥= "q (شار صفر) در نظر گرفته شده و در بقیه قسمتهای کانال شار ثابت m / w ٥٠٠٥ = "q قرار داده شده است و کل سطوح را در نظر میگیرد. همچنین ابعاد هندسه کانال له در نظر می گیرد. همچنین ابعاد هندسه



شکل ۳– شبکهبندی استفاده شده در کانال در حضور موانع در مسیر جریان الف) نمای سهبعدی ب) شبکهبندی در مقطع کانال روی محور y و z

عمود بر جهت جریان فروسیال است. با افزایش شدت میدان مغناطیسی، نیروی به وجود آمده در صفحه متقاطع افزایش پیدا کرده و سبب ایجاد جریان های ثانویه شده که به واسطه آن دو گردابه به وجود خواهد آمد. با توجه به این که نیروی مغناطیسی همواره در جهت افزایش گرادیان مغناطیسی است در نتیجه به واسطه وجود این نیرو؛ پروفیل سرعت محوری حاصل تغییر خواهد کرد (شکل ۴) و خطوط جریان برای کانال را در حضور میدان مغناطیسی متقاطع غیریکنواخت نشان می دهد. همان طور که ملاحظه می شود به سبب اعمال میدان مغناطیسی متقاطع





شکل ۵- نمودار عدد ناسلت در کانال برای مقادیر مختلف عدد مغناطیس

گردابه ها فروسیال را از دو طرف مقطع (در صفحه x-y) به سمت دیواره ها انتقال میدهند. این دو گرداب دقیقاً نسبت به محور Xها با هم متقارن هستند. همان طور که ملاحظه می شود به سبب وارد شدن نیروی کلوین خطوط جریان از پایین (نزدیک سیم حامل جریان) دور می شوند.

لازم بهذکر است که میدان مغناطیسی متقاطع غیریکنواخت همانند میدان مغناطیسی محوری غیریکنواخت تأثیر خیلی کمی در MHD<sup>۷</sup> (هیدرودینامیک مغناطیسی) دارد. لذا از ترم مربوط به MHD در معادلات ممنتوم صرفنظر شده است.

اعمال میدان مغناطیسی بر نانو سیال مغناطیسی سـبب نفـوذ لایه مرزی خنک در قسمتهای مرکزی کانال شده و با افـزایش

شدت میدان مغناطیسی نفوذ این لایه نیز افزایش مییابد. در نتیجه مقدار عدد ناسلت و انتقال حرارت افزایش یافته که این بهبود انتقال حرارت و عدد ناسلت با افزایش عدد رینولدز بیشتر میشود.

شکل (۵) نمودار عدد ناسلت در سه عدد رینولدز ۳۰ ه ۹۰۰ ه ۹۰۱ و ۹۵۰ = Re را برای مقادیر مختلف عدد مغناطیس در داخل کانال در حضور موانع در مسیر جریان نشان داده شده است. همان طور که ملاحظه می شود در مرحله اول در حالت بدون حضور میدان مغناطیسی، با ایجاد موانع در مسیر جریان کانال باعث افزایش عدد ناسلت می شود و در مرحله دوم با اعمال میدان مغناطیسی به کانال در حضور موانع باعث



 $Mn = \Lambda / 19 \times 10^{\circ}$  ( و ب Mn = 0 و ب  $Mn = \Lambda / 10^{\circ} \times 10^{\circ}$ 

افزایش مجدد عدد ناسلت میشود و با افزایش عدد مغناطیس مقدار ناسلت افزایش مییابد. در واقع اعمال میدان مغناطیسی غیریکنواخت متقاطع سبب افزایش گرادیان سرعت در نزدیکی دیواره ها شده و در نهایت منجر به بهبود عدد ناسلت می شود.

شکل (۶) تغییرات دمای بی بعد نسبت به دمای ورودی سیال در اثر اعمال میدان مغناطیسی متقاطع غیریکنواخت را در کانال نشان می دهد. اعمال میدان مغناطیسی سبب نفوذ لایه مرزی خنک در قسمتهای مرکزی کانال شده و با افزایش شدت میدان مغناطیسی، نفوذ این لایه نیز افزایش خواهد یافت.

در شکل (۷) مقایسهای بین عدد ناسلت در اعدد رینولدز مختلف در داخل کانال در دو حالت بدون موانع و در حالت وجود موانع در مسیر جریان نشان داده شده است. مقدار عدد مغناطیس برای هر دو حالت ٥٠ Mn است. همان طور که ملاحظه می شود با افزایش عدد رینولدز مقادیر عدد ناسلت برای هر دو حالت به طور کلی افزایش می یابد. دلیل این امر این است که با افزایش عدد رینوادز، لایه مرزی کمتر رشد می کند و سرعت متوسط در نزدیکی دیواره ها افزایش می یابد. در نتیجه

مقدار عدد ناسلت افزایش می یابد.

شکل (۸) توزیع سرعت محوری بی بعد فروسیال به صورت سه بعدی در کانال را برای شدت های مختلف میدان مغناطیسی نشان می دهد. همان طور که ملاحظه می شود با افزایش شدت میدان مغناطیسی، فروسیال به سمت دیواره کانال هدایت می شود.

اثر افزایش شدت میدان مغناطیسی بر روی میانگین عدد ناسلت متوسط در داخل کانال برای دو حالت، بدون حضور مانع و در حالت حضور موانع در مسیر جریان در شکل (۹) نشان داده شده است. مشاهده می شود که با ایجاد موانع در مسیر جریان باعث افزایش میانگین عدد ناسلت شده و همچنین با افزایش شدت میدان مغناطیسی، میانگین عدد ناسلت به طور کلی افزایش می یابد.

## ۶- نتيجه گيري

در این مقاله، تأثیر نانوسیال آب – اکسیدآهن ( Fe<sub>r</sub>O<sub>r</sub> ) بر انتقال حرارت یک کانال در حضور میدان مغناطیسی متغیر عمود بر جریان، با ایجاد موانع بهصورت محوری با استفاده از مدل



شکل ۷- نمودار عدد ناسلت برای رینولدز مختلف در داخل کانال الف) بدون حضور موانع ب) در حضور موانع در مسیر جریان



شکل ۸- تأثیر میدان مغناطیسی متقاطع غیریکنواخت بر توزیع سرعت محوری در کانال الف) ۰۰ Mn و ب) ۶۰×۸۰ Mn Mn



شکل ۹– بررسی میانگین عدد ناسلت متوسط فروسیال در شدت میدان مغناطیسی مختلف در داخل کانال در دو حالت، بدون حضور مانع و

در حالت حضور موانع در مسیر جریان

این امر این است که با افزایش عدد رینولدز، لایه مرزی کمتر رشد میکند و سرعت متوسط در نزدیکی دیواره ها افزایش می یابد. در نتیجه مقدار عدد ناسلت افزایش می یابد. درنهایت اعمال میدان مغناطیسی متغیر باعث افزایش عدد ناسلت می شود. این افزایش عدد ناسلت با وجود موانع در مسیر جریان و در حضور میدان مغناطیسی، نسبت به کانال بدون موانع و بدون میدان مغناطیسی ۴۴/۸ درصد است و با افزایش میدان مغناطیسی مقدار عدد ناسلت هم افزایش می یابد. تکفازی مخلوط مطالعه شد. ابتدا معادلات دیفرانسیل غیرخطی حاکم بر مسئله براساس روش حجم محدود حل می شود و سپس اثر پارامترهایی نظیر موانع در مسیر جریان، شدت میدان مغناطیسی و عدد رینولدز بر انتقال حرارت مورد مطالعه قرار گرفت. نتایج نشان می دهد که ایجاد موانع در مسیر جریان کانال، باعث هدایت سیال به سمت جدار کانال می شود و این امر باعث افزایش انتقال حرارت در داخل کانال می شود. همچنین با افزایش عدد رینولدز مقادیر عدد ناسلت به طور کلی افزایش می یابد. دلیل

- 1. Nusselt
- 2. Reynolds

- 4. fluent
- 5. Lattice Boltzmann method

3. Prandtl

- Sherwood number
- Choi, U. S. S., "Enhancing Thermal Conductivity of Fluids with Nanoparticles", *International Mechanical Engineering Congress & Exposition*, ASME, pp. 99-105, 1995.
- Pak, B. C. and Cho, Y. I., "Hydrodynamic and Heat Transfer Study of Dispersed Fluids with Submicron Metallic Oxide Particles", *Experimental Heat Transfer an International Journal*, Vol. 11, No. 2, pp. 151-170, 1998.
- 3. Das, S. K., Putra, N., Thiesen, P. and Roetzel, W., "Temperature Dependence of Thermal Conductivity Enhancement for Nanofluids", *Journal of Heat Transfer*, Vol. 125, No. 4, pp. 567-574, 2003.
- Goldstein, L. and Sparrow, E. M., "Heat/Mass Transfer Characteristics for Flow in a Corrugated Wall Channel", *Journal of Heat Transfer*, Vol. 99, No. 2, pp. 187-195, 1977.
- Wang, C. C. and Chen, C. K., "Forced Convection in a Wavy-Wall Channel", *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 45, No. 12, pp. 2587-2595, 2002.
- Heidary, H. and Kermani, M. J., "Effect of Nano-Particles on Forced Convection in Sinusoidal-Wall Channel", *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 37, No. 1, pp. 1520-1527, 2010.
- Liang, G., Krishna, K., Wenquan, T. and Yogendra, J., "Parametric Numerical Study of Flow and Heat Transfer in Microchannels with Wavy Walls", *Journal of Heat Transfer*, Vol. 133, No. 5, pp. 1-10, 2011.
- 8. Wang., Z. H. and Meng., X., "Liquid Metal

7. magnetohydrodynamics

Buoyancy Driven Convection Heat Transfer in a Rectangular Enclosure in the Presence of a Transverse Magnetic Field", *International International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 113, No. 1, pp. 514-523, 2017.

- Naphon, P., Wiriyasarta., S. and Arisariyawonga., T., "Magnetic Field Effect on the Nanofluids Convective Heat Transfer and Pressure Drop in The Spirally Coiled Tubes", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 110, No. 1, pp. 739-745, 2017.
- Odenbach, S., "Ferrofluids—Magnetically Controlled Suspensions", *Colloids and Surfaces A: Physicochemical and Engineering Aspects*, Vol. 217, No. 1-3, pp. 171-178, 2003.
- Xuan, Y., Li, Q. and Ye, M., "Investigations of Convective Heat Transfer in Ferrofluid Microflows Using Lattice-Boltzmann Approach", *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 46, No. 2, pp. 105-111, 2007.
- 12. Servati, A. A., Javaherdeh, K., and Ashorynejad, H. R., "Magnetic Field Effects on Force Convection Flow of a Nanofluid in a Channel Partially Filled with Porous Media Using Lattice Boltzmann Method", *Advanced Powder Technology*, Vol. 25, No. 2, pp. 666-675, 2014.
- Freidoonimehr, N. and Rahimi, A. B., "Investigation of MHD Nano-Fluid Flow over Stretching Surface with Velocity Slip and Convective Surface Boundary Conditions", *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 3, pp. 208-218, 2015 (in Persian).
- 14. Akbarzadeh, P. and Panahdoost, H., "MHD Flow of a Nanofluid Inside a Peristaltic Curved Porous

مراجع

واژەنامە

Channel with Internal Heat Source", *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 10, pp. 165-175, 2018. (in Persian)

- Rosensweig, R. E., *Ferrohydrodynamics*, Courier Dover Publications, Dover Books on Physics, Cambridge University Press, 1997.
- Kittel, C. and McEuen, P., *Introduction to solid state physics*, Wiley and Sons Eds., 8<sup>th</sup> Edition, New York, 1976.
- Valiallah Mousavi, S., Sheikholeslami, M. and Barzegar Gerdroodbary, M., "The Influence of Magnetic Field on Heat Transfer of Magnetic

Nanofluid in a Sinusoidal Double Pipe Heat Exchanger", *Chemical Engineering Research and Design*, Vol. 113, No. 1, pp. 112-124, 2016.

- Pak, B. C., and Cho, Y. I., "Hydrodynamic and Heat Transfer Study of Dispersed Fluid with Submicron Metallic Oxide Partical", *Experimental Heat Transfer*, Vol. 11, No. 2, pp. 151-170, 1998.
- 19. Hamilton, R. L. and Crosser, O. K., "Thermal Conductivity of Heterogeneous Two-Component System", *Industrial and Engineering Chemistry Fundamentals*, Vol. 1, No. 3, pp. 187-191, 1962.