

## مروری بر تئوری پدیداینامیک و کاربردهای آن؛ بخش دوم: کاربرد پدیداینامیک در تحلیل مسائل مختلف

پوریا شیخ‌بهائی و فرشید مسیبی\*

گروه مهندسی عمران، دانشکده مهندسی عمران و حمل‌ونقل، دانشگاه اصفهان، اصفهان

(دریافت مقاله: ۱۴۰۱/۶/۵ - دریافت نسخه نهایی: ۱۴۰۱/۸/۲۱)

**چکیده-** در پژوهش‌های منتشر شده، از پدیداینامیک برای تحلیل رشد ترک در مواد ترد و شبه‌ترد، تحلیل رفتار پلاستیک و حل معادلات دیفرانسیل استفاده شده است. با توجه به چنین دستاوردهایی، دامنه مسائل قابل بررسی با پدیداینامیک روزبه‌روز در حال گسترش است. استفاده از پدیداینامیک برای تحلیل مسائل ضربه و انتشار موج از ابتدا مدنظر بوده است. به علت وجود یک طول مشخصه در روابط پدیداینامیک، استفاده از آن برای حل مسائل در مقیاس‌های گوناگون مورد توجه قرار گرفته است. برخی از پژوهشگران نیز از مدل‌های چندفیزیکی پدیداینامیک برای تحلیل مسائل انتقال حرارت، انتشار و بررسی رفتار سیالات استفاده کرده‌اند. تحلیل گسترش آسیب در مواد مرکب و نیز بررسی مسائل ژئومکانیک از دیگر دستاوردهای استفاده از پدیداینامیک است. در کنار تمام این موارد، استفاده از پدیداینامیک برای بررسی مسائل زیستی نیز در سال‌های اخیر مورد توجه واقع شده است. در این پژوهش، مقالات منتشر شده با موضوع استفاده از پدیداینامیک برای حل مسائل مختلف مرور شده‌اند.

واژه‌های کلیدی: پدیداینامیک، مکانیک شکست، مدل غیرمحلی، رشد ترک، آسیب.

## A Review of Peridynamics and its Applications; Part 2: Applications of Peridynamics to the Solution of Different Problems

P. Sheikhbahaei and F. Mossaiby\*

Department of Civil Engineering, University of Isfahan, Isfahan, Iran.

**Abstract:** In the published studies, peridynamics has been used to simulate crack growth in brittle and quasi-brittle materials, simulation of plastic behaviour and solution of differential equations. With such achievements, the extent of problems which can be solved using peridynamics is growing. Peridynamics was intended to analyze the impact and the wave propagation problems since its introduction. Due to existence of the characteristic length in peridynamics relations, it has been used to solve problems

\*: مسئول مکاتبات، پست الکترونیکی: [mossaiby@eng.ui.ac.ir](mailto:mossaiby@eng.ui.ac.ir)

*in various scales. Some researchers have also used peridynamics multiphysics models to analyze heat transfer, diffusion and fluid behavior problems. Analyzing the damage growth in composite materials and investigation of geomechanical problems are among other achievements of using peridynamics. In addition to all these cases, application of peridynamics to biological problems has also received attention in recent years. This paper reviews the studies on the applications of peridynamics in the solution of different problems.*

**Keywords:** Peridynamics, Fracture mechanics, Nonlocal model, Crack growth, Damage.

## فهرست علائم

f	تابع اسکالر نیروی پیوند	S	تغییر شکل نسبی پیوند
S'	تغییر شکل نسبی پسماند فشاری پیوند	S <sub>0</sub>	تغییر شکل نسبی بحرانی کششی پیوند
S <sub>1</sub>	تغییر شکل نسبی بحرانی فشاری پیوند	S <sub>2</sub>	تغییر شکل نسبی نهایی فشاری پیوند
t	زمان		

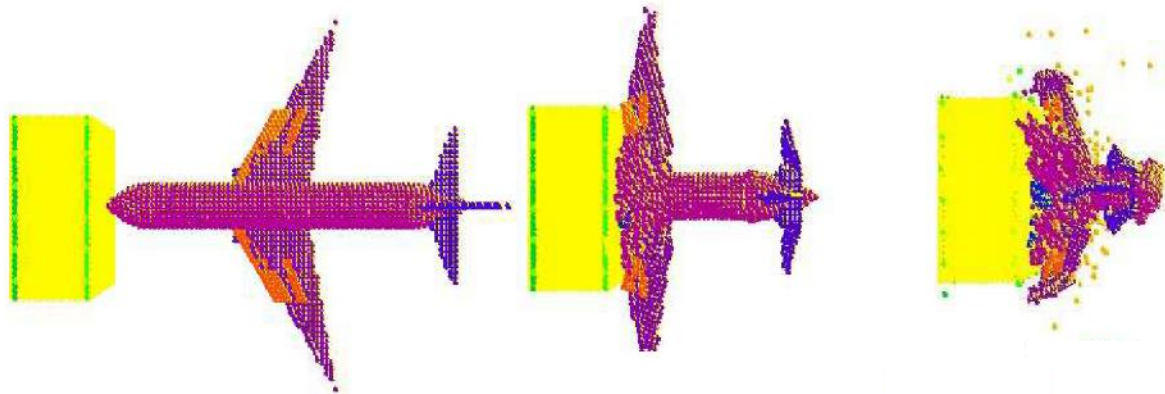
## ۱- مقدمه

پدیدانامیک در اصل برای تحلیل مسائل دارای ناپیوستگی معرفی شده است؛ از این رو، در نخستین پژوهش‌های انجام شده در این زمینه بررسی مسائل مکانیک شکست مدنظر بوده است. در این مطالعات، معمولاً پدیده رشد ترک دینامیکی در مواد ترد بررسی شده است. با توجه به توسعه مدل‌های مبتنی بر پدیدانامیک، به تدریج بحث استفاده از این تئوری برای تحلیل مسائل مختلف مطرح شده است. در مقالات منتشر شده تاکنون، از پدیدانامیک برای تحلیل مسائل ضربه، انتشار موج، سازه‌های ایده‌آل و مسائل چندمقیاسی استفاده شده است. در برخی از مطالعات نیز مدل‌های چندفیزیکی پدیدانامیک برای تحلیل مسائل انتقال حرارت، انتشار و تحلیل رفتار سیالات معرفی شده‌اند. تعدادی از پژوهشگران نیز از پدیدانامیک برای تحلیل گسترش آسیب در مواد مرکب و بررسی مسائل ژئومکانیک استفاده کرده‌اند. در کنار چنین موضوعاتی، بحث استفاده از پدیدانامیک برای تحلیل مسائل زیستی در سال‌های اخیر مورد توجه قرار گرفته است. در ادامه به بررسی این مباحث پرداخته شده است.

## ۲- تحلیل مسائل ضربه

شکست دینامیکی ناشی از ضربه، یکی از موضوعات مورد توجه در علم مکانیک شکست است. به عنوان مهم‌ترین مسائل مطرح

شده در این حوزه، می‌توان به تحلیل نفوذ پرتابه، تصادف اتومبیل، برخورد قطعات هواپیما با اجسام و ضربه خوردن وسایل الکترونیکی اشاره کرد [۱ و ۲]. در فرایند ضربه، انرژی جنبشی جسم ضربه‌زننده در قالب انرژی‌های جنبشی و داخلی به جسم دیگر منتقل می‌شود. الگوی ایجاد آسیب در دو جسم به میزان و نحوه انتقال انرژی و نیز نیروی تماسی حاکم میان آنها وابسته است [۲ و ۳]. احتمال وقوع حالت‌های مختلف آسیب، بسته به شرایط حاکم بر مسئله، موجب پیچیدگی تحلیل مسائل ضربه شده است [۱ و ۴]. محدودیت استفاده از تئوری مکانیک محیط‌های پیوسته برای دامنه‌های دارای ناپیوستگی نیز پیچیدگی تحلیل مسائل ضربه را دوچندان کرده است. با وجود تمام تلاش‌های انجام شده در این حوزه، استفاده از روش‌های مبتنی بر مکانیک محیط‌های پیوسته (مانند مدل ناحیه چسبنده<sup>۱</sup> و روش اجزای محدود توسعه‌یافته) برای تحلیل چنین مسائلی همچنان نیازمند فرضیات اضافه است [۱]. ایده استفاده از پدیدانامیک برای تحلیل مسائل ضربه برای اولین بار توسط سیلینگ و عسکری در سال ۲۰۰۴ مطرح شده است [۵]. با استفاده از یک کد سه‌بعدی با نام EMU در این پژوهش، مسائل مختلف شامل آزمون شارپی، ایجاد آسیب در بتن در اثر ضربه‌های متوالی و تکه‌تکه<sup>۲</sup> شدن ترک در یک ورق شیشه‌ای بررسی شده است. در پژوهشی دیگر در سال ۲۰۰۷ [۶]، دمی و سیلینگ کد EMU را


 $t = 0 \text{ s}$ 
 $t = 0.05 \text{ s}$ 
 $t = 0.09 \text{ s}$ 

شکل ۱- الگوی وضعیت ماده در مساله برخورد هواپیما به یک قطعه بتن‌آرمه [۶].

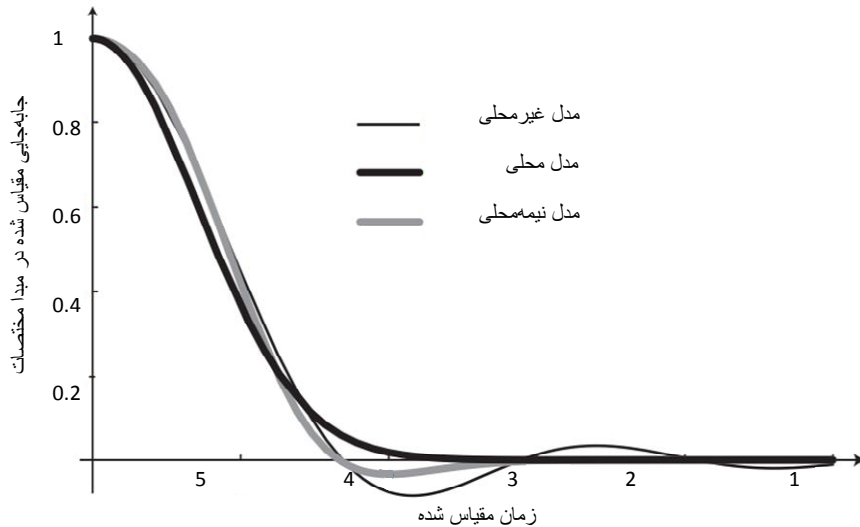
آسیب ناشی از ضربه در ورق‌های شیشه‌ای [۱۳-۱۶]، سازه‌های سنگی [۱۷] و سازه‌های بتنی [۱۸-۲۱] با استفاده از پدیدانامیک اشاره کرد. برای جزئیات بیشتر در مورد توسعه مدل‌های پدیدانامیک برای تحلیل مسائل ضربه به مراجع [۱، ۴ و ۲۲-۲۹] مراجعه شود.

### ۳- تحلیل مسائل انتشار موج

لحاظ کردن اندرکنش‌های دوربرد<sup>۳</sup> در پدیدانامیک منجر به پراکنش<sup>۴</sup> موج در این تئوری می‌شود. این موضوع برای اولین بار در سال ۲۰۰۵ توسط وکتر و ایباراته مطرح شده است [۳۰]. برای اثبات این ادعا، وکتر و ایباراته اثر نیروهای دوربرد بر رفتار دینامیکی یک میله را بررسی کرده‌اند. اثر اندرکنش‌های دوربرد بر الگوی جابه‌جایی نقطه مبدا در مثال حل شده در این پژوهش در شکل (۲) ترسیم شده است. طبق نتایج به دست آمده، با کاهش افق و تبدیل نیروهای دوربرد به نیروهای نزدیک‌برد<sup>۵</sup>، مدل پدیدانامیک به مدل الاستیسیته خطی همگرا شده است. در پژوهشی دیگر در سال ۲۰۱۱ نیز زینگلس بحث بررسی مشخصه‌های پراکنش موج پدیدانامیک را مطرح کرده است. بدین منظور، مدل‌های دینامیک خرابی، پدیدانامیک و مدل غیرمحلی ارینگن با یکدیگر ترکیب شده‌اند. با استفاده از یک مدل ترکیبی، الگوی گسترش موج پدیدانامیک در یک محیط

برای تحلیل مسئله برخورد هواپیما به قطعات بتن‌آرمه و بررسی انفجار گاز در این قطعات توسعه داده‌اند. الگوی وضعیت ماده در زمان‌های مختلف در مساله برخورد هواپیما در این پژوهش در شکل (۱) ترسیم شده است. با توجه به نتایج به دست آمده، دمی و سیلینگ پیشنهاد استفاده از پدیدانامیک برای تحلیل رفتار سیالات را نیز مطرح کرده‌اند. از زمان انتشار این مقالات، استفاده از پدیدانامیک برای تحلیل مسائل ضربه به یک موضوع کاربردی تبدیل شده است، به طوری که تاکنون از مدل‌های پدیدانامیک برای تحلیل مسائل ضربه در صنایع مختلف استفاده شده است.

با گسترش استفاده از قطعات الکترونیکی در صنایع مختلف و کوچک‌تر شدن تدریجی این قطعات، بحث جلوگیری از ایجاد آسیب در دستگاه‌های الکترونیکی نیز مورد توجه واقع شده است. به‌عنوان اولین پژوهش‌های کاربردی در حوزه استفاده از پدیدانامیک برای تحلیل مسائل ضربه، گسترش ترک در قطعات الکترونیکی تحت اثر ضربه [۷ و ۸] توسط آگوی و همکاران بررسی شده است. از دیگر موضوعات مورد توجه در حوزه رشد ترک دینامیکی، می‌توان به گسترش آسیب در مواد مرکب تحت اثر ضربه اشاره کرد. در تعداد قابل توجهی از پژوهش‌های انجام شده از سال ۲۰۰۸ تاکنون، از پدیدانامیک برای بررسی چنین مسائلی استفاده شده است [۹-۱۲]. از دیگر دستاوردهای به دست آمده در طول این سال‌ها می‌توان به مواردی چون تحلیل



شکل ۲- مقایسه اثر اندرکنش‌های دوربرد بر الگوی جابه‌جایی نقطه مبدا در یک مساله یک‌بعدی در مرجع [۳۰].

در فرمول‌بندی حالت-مبنا به‌طور قابل ملاحظه‌ای بیشتر از پراکنش موج در نسخه پیوند-مبنا گزارش شده است [۳۴]. در مرجع [۳۵] نیز گسترش موج پدیدانامیک در یک میله با وجود گسسته‌سازی غیریکنواخت به‌صورت تحلیلی بررسی شده است. از دیگر مطالعات انجام شده در این زمینه می‌توان به بررسی رابطه پراکنش و انرژی الاستیک پدیدانامیک [۳۶]، مقایسه پراکنش موج مدل‌های پیوسته و گسسته‌سازی شده پدیدانامیک [۳۷]، ارائه رابطه تحلیلی پراکنش موج در نسخه پیوند-مبنا [۳۸] و کاهش پراکنش موج پدیدانامیک با استفاده از میکرومدول گسسته [۳۹] اشاره کرد. در مراجع [۳، ۲۳ و ۴۰-۴۸] نیز در مورد روش‌های دقیق‌تر برای تحلیل گسترش موج با استفاده از پدیدانامیک و بررسی مشخصه‌های پراکنش موج این تئوری صحبت شده است.

در مقاله‌ای در سال ۲۰۱۴، وایلدمن و گزناس پراکنش موج پدیدانامیک و روش تفاضل محدود را در محیط‌های یک‌بعدی و دوبعدی به‌طور هم‌زمان بررسی کرده‌اند. طبق نتایج به‌دست‌آمده، نوسان ضریب شدت تنش در پدیدانامیک منجر به تغییر الگوی ترک می‌شود. علاوه بر این، استفاده از پدیدانامیک در مرزهای مساله منجر به کاهش دقت نتایج شده است. در عین حال، استفاده از روش تفاضل محدود برای بررسی مسائل رشد ترک با

الاستیک یک‌بعدی بررسی شده است [۳۱]. به‌عنوان یکی دیگر از پژوهش‌های انجام شده در این زمینه، پاسخ تحلیلی مسائل پری‌استاتیک و پدیدانامیک برای یک میله بی‌نهایت در فضای یک‌بعدی توسط میکاتا در سال ۲۰۱۲ استخراج شده است. با بررسی منحنی‌های سرعت‌های گروهی در این پژوهش، امکان استفاده از پدیدانامیک برای تحلیل مسائل مختلف با وجود پراکنش غیرعادی<sup>۶</sup> نیز اثبات شده است [۳۲]. بات و همکاران نیز در پژوهش دیگری در سال ۲۰۱۷ مشخصه‌های پراکنش موج در فرمول‌بندی حالت-مبنا را بررسی کرده‌اند. هدف اصلی این مقاله بررسی رابطه حاکم میان افق و پراکنش موج عنوان شده است. بدین منظور، روابط پراکنش موج پدیدانامیک برای مسائل یک‌بعدی، دوبعدی و سه‌بعدی استخراج شده است. ایده استفاده از توابع تأثیر پدیدانامیک برای کاهش پراکنش موج نیز در این پژوهش مطرح شده است [۳۳]. در مقاله‌ای دیگر، بازان و همکاران ویژگی‌های پراکنش موج پدیدانامیک مبتنی بر فرمول‌بندی پیوند-مبنا را در محیط‌های یک‌بعدی و دوبعدی بررسی کرده‌اند. در این پژوهش همچنین موج پدیدانامیک با موج مربوط به تئوری‌های غیرمحلّی کلاسیک مقایسه شده است. طبق نتایج به‌دست‌آمده، پراکنش موج پدیدانامیک تنها در فرکانس‌های بالا مشاهده شده است. علاوه بر این، پراکنش موج

نانونوارهای گرافن [۵۵]، تحلیل آزمون فشار هاپکینسون<sup>۸</sup> برای بتن [۵۶] و بررسی گسترش موج لمب<sup>۹</sup> هدایت شده [۵۷] از دیگر دستاوردهای استفاده از پریداینامیک در سال‌های اخیر است.

#### ۴- تحلیل سازه‌های ایده‌آل

تا پیش از گسترش رایانه‌های امروزی، تحلیل سازه‌های مهندسی با محدودیت‌های جدی همراه بوده است. به‌منظور رفع این محدودیت‌ها، روابط دیفرانسیلی برای محاسبه شیب، خیز و انحنای اعضای سازه‌ای استاندارد توسعه یافته‌اند. با وجود افزایش توان محاسباتی رایانه‌ها و نیز گسترش روش‌های محاسباتی، همچنان در برخی از مطالعات از روابط استاندارد برای تحلیل سازه‌های مهندسی استفاده می‌شود. در این حالت، یک سازه پیچیده به‌صورت مجموعه‌ای متشکل از سازه‌های ایده‌آل شامل انواع تیر، میله، پوسته<sup>۱۰</sup> و غشا<sup>۱۱</sup> در نظر گرفته می‌شود. به‌منظور تحلیل چنین اعضای، شرایط مرزی مناسب بر معادلات دیفرانسیل مکانیک محیط‌های پیوسته اعمال می‌شوند. حاصل این امر، توسعه مدل‌های تیر اویلر-برنولی، تیر تیموشنکو و صفحات نازک است. طبق بررسی‌های انجام شده، پریداینامیک روابط مبتنی بر مکانیک محیط‌های پیوسته برای تحلیل سازه‌های ایده‌آل را نیز بازیابی می‌کند.

به‌عنوان اولین تلاش صورت گرفته در راستای استفاده از پریداینامیک برای تحلیل سازه‌های ایده‌آل، یک مدل برای توصیف رفتار غشاها با امکان رشد ترک در سال ۲۰۰۵ توسط سیلینگ و بوبارو توسعه داده شده است [۵۸]. در پژوهشی دیگر در همان سال نیز بوبارو و همکاران از مدل پریداینامیک برای تحلیل رشد ترک دینامیکی در غشاها و شبکه‌های الیافی استفاده کرده‌اند [۵۹]. در این مدل، نیروهای واندروالسی در شبکه‌های الیافی در مقیاس نانو لحاظ شده‌اند. در مقاله‌ای در سال ۲۰۱۳ نیز یک مدل مبتنی بر پریداینامیک برای تحلیل رفتار پوسته‌های نازک توسعه داده شده است. با استفاده از این مدل، شکست در یک نمونه ترد دارای یک ترک میانی تحت بارگذاری کششی بررسی شده است. گردی و فاستر در سال ۲۰۱۴ برای اولین بار یک مدل

محدودیت همراه است. بر این مبنا، یک مدل ترکیبی پریداینامیک-تفاضل محدود مبتنی بر الگوریتم جایگزینی تطبیقی در این مقاله معرفی شده است. با استفاده از این راهکار، از پریداینامیک تنها در نواحی پیرامون ترک استفاده می‌شود؛ بنابراین خطای مربوط استفاده از پریداینامیک در مرزها و نیز خطای ناشی از نوسان موج پریداینامیک تا حد قابل‌قبولی از بین رفته است. نویسندگان مقاله معتقدند که تفاوت موج پریداینامیک و روش تفاضل محدود موجب بازگشت غیرواقعی موج در ناحیه انتقالی می‌شود؛ بنابراین ارائه راهکار برای کاهش بازگشت موج در این ناحیه ضروری به نظر می‌رسد [۴۹]. به‌منظور کاهش بازگشت موج در ناحیه انتقالی موجود میان یک تئوری محلی و غیرمحلی، یک مدل مبتنی بر قانون توانی<sup>۷</sup> توسط رحمان و فاستر در سال ۲۰۱۶ معرفی شده است. با تغییر مؤلفه‌های در نظر گرفته شده در این مدل، تغییر فرکانس امواج دوربرد و نزدیک‌برد ممکن شده است. با استفاده از این راهکار، مساله بازگشت موج غیرواقعی تا حد زیادی رفع شده است [۵۰]. گیاناکیز و همکاران نیز در پژوهشی در سال ۲۰۱۹، بازگشت غیرواقعی موج در ناحیه اندرکنشی موجود در مدل‌های ترکیبی اجزای محدود و پریداینامیک را بررسی کرده‌اند. در این پژوهش نیز راهکاری برای حداقل شدن بازگشت موج پیشنهاد شده است [۵۱]. مطالعه‌ای با همین موضوع و در همان سال نیز توسط کولکارنی و همکاران انجام شده است [۵۲].

در پژوهش‌های عنوان شده به بررسی مشخصه‌های موج پریداینامیک و مقایسه آن با موج مربوط به تئوری‌های کلاسیک پرداخته شده است، اما بحث استفاده از پریداینامیک برای تحلیل مسائل گسترش موج نیز به‌تدریج مورد توجه قرار گرفته است. به‌عنوان یکی از اولین مطالعات انجام شده در این حوزه، سیلینگ در پژوهشی در سال ۲۰۱۶ امکان تحلیل گسترش موج منفرد غیرپراکنشی را با استفاده از پریداینامیک بررسی کرده است [۵۳]. در پژوهشی دیگر در سال ۲۰۱۸ نیز پگو و ون از پریداینامیک برای تحلیل موج منفرد با وجود بازگشت موج در محیط‌های محدود استفاده کرده‌اند [۵۴]. بررسی گسترش موج در

می‌توان به استفاده توأم از مکانیک محیط‌های پیوسته و دینامیک مولکولی در یک مساله اشاره کرد [۱۰۱]. به‌دلیل پیچیدگی‌های استفاده از دو مدل مختلف در کنار یکدیگر و امکان ایجاد نیروهای اضافه در ناحیه اندرکنش آنها، معرفی مدل‌های چندمقیاسی جدید نیز همواره مورد نظر بوده است [۱۰۲]. به‌عنوان یک راهکار نسبتاً منطقی برای این موضوع، استفاده از پدیدانامیک برای حل مسائل چندمقیاسی توسط عسکری در سال ۲۰۰۸ پیشنهاد شده است. طبق نظر نویسنده این مقاله، افق در پدیدانامیک یک مقیاس طولی است که محدوده نانو تا ماکروسکوپی را پوشش می‌دهد. به‌منظور اثبات این موضوع، با استفاده از کدهای LAMMPS و EMU، مسائل با مقیاس‌های طولی مختلف در این پژوهش بررسی شده است [۱۰۱]. در پژوهشی دیگر در سال ۲۰۰۹، بویارو و همکاران امکان تغییر افق در یک دامنه را برای مسائل یک‌بعدی بررسی کردند [۱۰۳]. در مقاله‌ای در سال ۲۰۱۱ از این روش برای تحلیل مسائل در فضای دوبعدی استفاده شده است [۱۰۴]. هدف اصلی این دو پژوهش، کاهش هزینه محاسباتی استفاده از پدیدانامیک بوده است. در پژوهشی دیگر در سال ۲۰۱۰ نیز، سلسون بحث استفاده از پدیدانامیک برای توصیف رفتار مواد چندمقیاسی در فضای یک‌بعدی و دوبعدی را مطرح کرده است [۱۰۵]. بدین منظور، دو افق متفاوت در دامنه حل مساله تعریف شده است. نتایج این پژوهش نیز امیدوارکننده بوده است.

به‌عنوان یکی از کاربردهای مدل‌های چندمقیاسی، می‌توان به تحلیل رفتار مواد ناهمگن اشاره کرد. در پژوهشی در سال ۲۰۱۲ [۱۰۶] برای اولین بار یک مدل دومقیاسی پدیدانامیک برای تحلیل رفتار مواد ناهمگن توسعه داده شده است. از آن سال تاکنون، پژوهش‌های مشابهی با موضوع ارائه مدل‌های پدیدانامیک چندمقیاسی برای تحلیل مواد پایه سیمانی [۱۰۷]، سازه‌های بتنی [۱۰۸]، و سایر مواد ناهمگن ارائه شده است [۱۰۹-۱۱۱]. با وجود چنین پژوهش‌هایی، می‌توان گفت که پدیدانامیک یک تئوری غیرمحلّی چندمقیاسی کارآمد برای تحلیل مواد ناهمگن با وجود ناپیوستگی در دامنه است.

مبتنی بر فرمول‌بندی حالت-مبنای پدیدانامیک را برای توصیف رفتار خمشی تیر اویلر-برنولی ارائه کردند [۶۰]. نتایج حاکی از آن است که با کاهش افق، مدل پدیدانامیک به سمت روابط کلاسیک اویلر-برنولی میل می‌کند. در پژوهش منتشر شده دیگری در همان سال نیز آنها یک مدل مبتنی بر فرمول‌بندی حالت-مبنا را برای توصیف خمش ورق‌های<sup>۱۲</sup> نازک ارائه کردند [۶۱]. به‌منظور اثبات کارایی این مدل، از آن برای تحلیل یک نمونه ترد با وجود ترک اولیه استفاده شده است. در پژوهشی دیگر در سال ۲۰۱۵ یک مدل یک‌بعدی تیر تیموشنکو مبتنی بر مدل میکروپلار ارائه شده است. برای در نظر گرفتن طول مشخصه ماده در فرمول‌بندی حالت-مبنا به‌صورت واقعی‌تر، در این مدل درجات آزادی چرخشی نیز برای ذرات ماده لحاظ شده است. طبق نتایج ارائه شده، با استفاده از مدل میکروپلار در مقایسه با مدل معمولی، طول مشخصه در ماده به‌صورت واقعی‌تر لحاظ شده است [۶۲]. اوترکوس و معدنچی نیز در سال ۲۰۱۵ یک مدل پدیدانامیک را برای تحلیل رفتار تیرها با در نظر گرفتن برش خارج از صفحه و تغییر شکل‌های پیچشی معرفی کردند [۶۳]. مدل پدیدانامیک دیگری نیز در همان سال توسط دیاراولو و همکاران برای بررسی رفتار تیرها و پوسته‌ها با مدنظر داشتن برش خارج از صفحه معرفی شده است [۶۴]. از آن زمان تا به امروز پژوهش‌های متعددی پیرامون مدل‌سازی رفتار تیرها [۶۵-۸۰]، پوسته‌ها [۷۳، ۷۸ و ۸۱-۸۹]، غشاها [۵۸، ۸۳ و ۹۰-۹۲] و ورق‌ها [۶۵، ۶۷ و ۷۷ و ۹۳-۱۰۰] با استفاده از پدیدانامیک ارائه شده است، که بررسی جزئیات آن از حوصله این بحث خارج است.

## ۵- مسائل چندمقیاسی

تحلیل رفتار برخی از مواد، تحت شرایط محیطی و بارگذاری حاکم، نیازمند استفاده از مدل‌های چندمقیاسی مکانی یا زمانی است. در اغلب پژوهش‌های انجام شده در این حوزه، از دو یا چند مدل مختلف با مقیاس‌های زمانی یا مکانی متفاوت در کنار یکدیگر استفاده شده است. به‌عنوان یکی از موارد متداول،

پژوهش‌ها پرداخته شده است.

#### ۶-۱- تحلیل مسائل انتقال حرارت

برای تحلیل مکانیکی-حرارتی اتصالات و قطعات الکترونیکی معمولاً چند طول مشخصه مختلف در یک مساله در نظر گرفته می‌شود؛ بنابراین استفاده از مدل‌های کلاسیک برای حل چنین مسائلی چالش‌برانگیز است. علاوه بر این، وجود ناپیوستگی در چنین قطعاتی منجر به محدودیت در استفاده از تئوری مکانیک محیط‌های پیوسته کلاسیک می‌شود. به‌منظور رفع چنین محدودیت‌هایی، یک تابع پاسخ مبتنی بر پدیدانامیک برای تحلیل مسائل تحت اثر بارگذاری حرارتی توسط کلیک و معدنچی در سال ۲۰۰۹ پیشنهاد شده است [۱۲۶]. از این تابع پاسخ برای تحلیل ایجاد و رشد ترک در قطعات مشتمل بر دو ماده تحت بارگذاری مکانیکی-حرارتی استفاده شده است. در پژوهشی دیگر در سال ۲۰۱۰، یک مدل حرارتی مبتنی بر پدیدانامیک برای تحلیل مسائل یک‌بعدی با وجود ناپیوستگی در دامنه معرفی شده است [۱۲۷]. امکان استفاده از این مدل برای مسائل دوبعدی با وجود ترک پیش‌رونده نیز در سال ۲۰۱۱ [۱۲۸] بررسی شده است. با وجود تغییر در الگوهای جریان حرارت به دلیل رشد ترک‌ها، نتایج همچنان قابل قبول بوده است. یک فرمول‌بندی ترکیبی مشتمل بر معادله حرارت و پدیدانامیک نیز توسط آگوی و همکاران در سال ۲۰۱۲ برای تحلیل مسائل در فضای یک‌بعدی معرفی شده است [۱۲۹]. با استفاده از مدل پیشنهادی، اثر جابه‌جایی بر میدان حرارت و عکس آن با دقت قابل قبولی توصیف شده است. در پژوهشی متفاوت در سال ۲۰۱۳ [۱۳۰]، شکست ناشی از کرنش‌های حرارتی با استفاده از پدیدانامیک بررسی شده است. با مدل‌سازی پیوندهای میان ذرات به‌صورت المان‌های خرابایی، از نرم‌افزار اجزای محدود تجاری ABAQUS برای اهداف این پژوهش استفاده شده است. طبق نتایج به‌دست‌آمده، الگوی رشد ترک از افق مستقل بوده است. در عوض، تغییر اندازه گام بارگذاری منجر به تغییر الگوی ترک شده است. به‌منظور جلوگیری از چنین پدیده‌ای، تعریف اندازه گام

به‌منظور تعیین مشخصه‌های بسیاری از مواد، معمولاً از مدل‌های مبتنی بر یک تئوری پیوسته و مدل‌های گسسته در ابعاد نانو در کنار یکدیگر استفاده می‌شود؛ هرچند که استفاده از چنین روش‌هایی با پیچیدگی‌هایی همراه است [۱۱۲]. به‌عنوان یکی از پژوهش‌های ارائه شده در این حوزه، با لحاظ کردن نیروهای اتمی در یک مدل چندمقیاسی مبتنی بر پدیدانامیک، مشخصه‌های نانوسیم‌ها در مقیاس ماکروسکوپی استخراج شده است [۱۱۳]. در تعدادی از مقالات منتشر شده در سال‌های اخیر نیز مدل‌های چندمقیاسی مبتنی بر پدیدانامیک و دینامیک مولکولی معرفی شده‌اند [۱۱۴-۱۱۷]، که تعیین مشخصات مواد در مقیاس ماکروسکوپی با استفاده از آنها امکان‌پذیر است. از دیگر کاربردهای خاص مدل‌های چندمقیاسی مبتنی بر پدیدانامیک می‌توان به حل مساله چندمقیاسی گریفیث [۱۱۸] و بررسی مسئله شکست ناشی از تماس غلتک با جسم [۱۱۹] اشاره کرد. برای جزئیات بیشتری پیرامون مدل‌های چندمقیاسی پدیدانامیک و کاربردهای آنها به مراجع [۱۲۰-۱۲۴] رجوع شود.

#### ۶- توسعه فرمول‌بندی‌های چندفیزیکی مبتنی بر

##### پدیدانامیک

در بسیاری از پدیده‌های فیزیکی، طول مسیر حرکت ذرات ماده در مقایسه با فواصل میان آنها زیاد است. توصیف چنین پدیده‌هایی معمولاً مستلزم استفاده از مدل‌های غیرمحلّی است. به‌عنوان یکی از انواع مدل‌های غیرمحلّی کارآمد، می‌توان به مدل‌های مبتنی بر پدیدانامیک اشاره کرد. گرسل در پژوهشی در سال ۲۰۰۸ عنوان کرد که پدیدانامیک می‌تواند به‌طور هم‌زمان برای تحلیل پدیده‌های فیزیکی مختلف شامل انواع تغییر شکل، میدان‌های حرارتی، میدان‌های الکتریکی و انتشار اتمی استفاده شود [۱۲۵]. در این مطالعه او یک فرمول‌بندی مبتنی بر پدیدانامیک برای تحلیل مسائل الکتریکی در فضای یک‌بعدی را توسعه داده است. از آن زمان تا به امروز، فرمول‌بندی‌های مبتنی بر پدیدانامیک برای تحلیل مسائل مکانیکی، حرارتی، شیمیایی، الکتریکی و انتشار گسترش یافته‌اند. در ادامه به مرور این

روش‌های عددی در مهندسی، سال ۴۱، شماره ۲، زمستان ۱۴۰۱

کاربردهای مدل‌های حرارتی مبتنی بر پدیدانامیک است. بررسی رشد ترک‌های حرارتی در سنگ [۱۴۸-۱۵۰]، سرامیک [۱۵۱]، مواد پایه-سیمانی (از جمله بتن) [۱۵۲ و ۱۵۳]، مواد مرکب [۱۵۴]، مواد ناهمگن [۱۵۵] و پوسته‌ها [۱۵۶] با استفاده از پدیدانامیک نیز در سال‌های اخیر به شدت مورد توجه واقع شده است. به منظور کاهش هزینه محاسباتی استفاده از پدیدانامیک برای حل مسائل حرارتی نیز، گسسته‌سازی غیریک‌نواخت دامنه در دو پژوهش منتشر شده در سال‌های اخیر [۱۵۱ و ۱۵۷] پیشنهاد شده است. در مرجع [۱۵۱] از یک الگوریتم جایگزینی تطبیقی نیز برای شناسایی نواحی بحرانی و کاهش فواصل میان نقاط در این نواحی استفاده شده است. نتایج به دست آمده برای یکی از مثال‌های بررسی شده، با استفاده از مدل‌های استاندارد و تطبیقی، در شکل (۳) نمایش داده شده است. مطابق شکل، تطابق خوبی میان داده‌های آزمایشگاهی و مدل‌های پدیدانامیک مشاهده می‌شود. با وجود تمام این دستاوردها، توسعه مدل‌های حرارتی مبتنی بر پدیدانامیک همچنان مورد توجه پژوهشگران است. پژوهش‌های متعدد انجام شده در دو سال اخیر [۱۵۸-۱۶۳] گواهی بر این ادعا است.

#### ۶-۲- بررسی مسائل انتشار

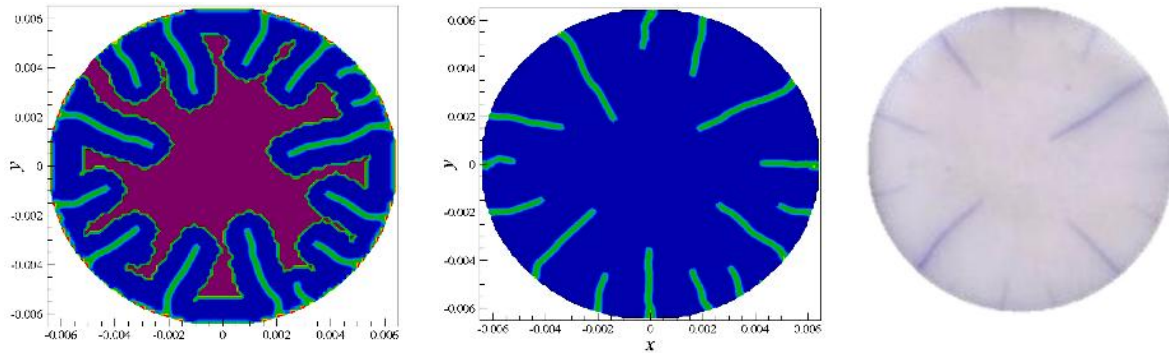
مدل‌سازی انتشار برای تفسیر بسیاری از پدیده‌های فیزیکی مانند انتقال حرارت، تمرکز رطوبت و رسانایی الکتریکی امری اجتناب‌ناپذیر است [۱۶۴]. استفاده بهینه از انرژی در فرایندهای سرمایشی و گرمایشی نیز نیازمند دانش اولیه برای مدل‌سازی انتشار است [۱۶۵]. به دلیل اهمیت موضوع، در پژوهش‌های منتشر شده تاکنون روش‌های مختلف بر پایه معادلات انتشار محلی کلاسیک توسعه یافته‌اند. در بسیاری از این مطالعات، از معادلات انتشار محلی مبتنی بر رسانایی گرمایی یا انتقال جرم برای توصیف پدیده‌های فیزیکی در مقیاس ماکروسکوپی استفاده شده است. با وجود این، لحاظ کردن اثر اندرکنش‌های غیرمحلی برای توصیف برخی از پدیده‌های فیزیکی امری اجتناب‌ناپذیر است [۱۶۶]. به عنوان مثال می‌توان به مسئله انتقال

بارگذاری بسیار کوچک پیشنهاد شده است. به عنوان دیگر کارهای شاخص انجام شده در این زمینه، مدل‌های انتشار حرارتی [۱۳۱ و ۱۳۲] و اندرکنش مکانیکی-حرارتی پدیدانامیک [۱۳۳] توسط اوترکوس و همکاران در سال ۲۰۱۴ معرفی شده است.

با استناد به پژوهش‌های انجام شده، استفاده از مدل‌های حرارتی مبتنی بر فرمول‌بندی پیوند-مینا موفقیت‌آمیز بوده است. در عین حال، استفاده از این فرمول‌بندی برای تحلیل مواد شکل‌پذیر و بررسی تغییر شکل پلاستیک با وجود سخت‌شوندگی با محدودیت همراه است. برای رفع چنین محدودیت‌هایی، ارائه مدل‌های حرارتی مبتنی بر فرمول‌بندی حالت-مینا نیز به تدریج مورد توجه قرار گرفته است. در مراجع [۱۳۴ و ۱۳۵] مدل‌های الاستیک و پلاستیک حرارتی مبتنی بر فرمول‌بندی حالت-مینای معمول معرفی شده است. در مرجع [۱۳۶] نیز از یک مدل مکانیکی-حرارتی پدیدانامیک برای تحلیل رفتار مواد مرکب استفاده شده است. یک مدل مکانیکی-حرارتی مبتنی بر فرمول‌بندی حالت-مینای غیرمعمول نیز برای تحلیل گسترش ترک‌های حرارتی در سنگ‌ها در سال ۲۰۱۹ معرفی شده است [۱۳۷]. در پژوهشی دیگر در همین سال، از این مدل برای تحلیل پدیده‌های تغییر شکل پلاستیک-ویسکوز-حرارتی و شکست استفاده شده است [۱۳۸]. با توجه به نتایج این مطالعات، استفاده از مدل‌های حرارتی مبتنی بر فرمول‌بندی‌های حالت-مینا برای حل مسائل مختلف موفقیت‌آمیز بوده است.

با توجه به پیشرفت‌های حاصل شده، بحث استفاده از مدل‌های حرارتی پدیدانامیک در صنایع مختلف نیز به تدریج مطرح شده است. در تعدادی از این پژوهش‌ها، از پدیدانامیک برای تحلیل نفوذ رطوبت [۱۳۹]، گسترش ترک‌های حرارتی [۱۴۰] و شکست دی‌الکتریک [۱۴۱] در قطعات الکترونیکی استفاده شده است. در دسته‌ای دیگر از پژوهش‌ها [۱۴۲-۱۴۴]، از مدل‌های پدیدانامیک حرارتی برای تحلیل شکست ناشی از حرارت در مواد طبقه‌بندی تابعی<sup>۱۳</sup> استفاده شده است. تحلیل شوک حرارتی در مواد مختلف [۱۴۳ و ۱۴۵-۱۴۷] از دیگر





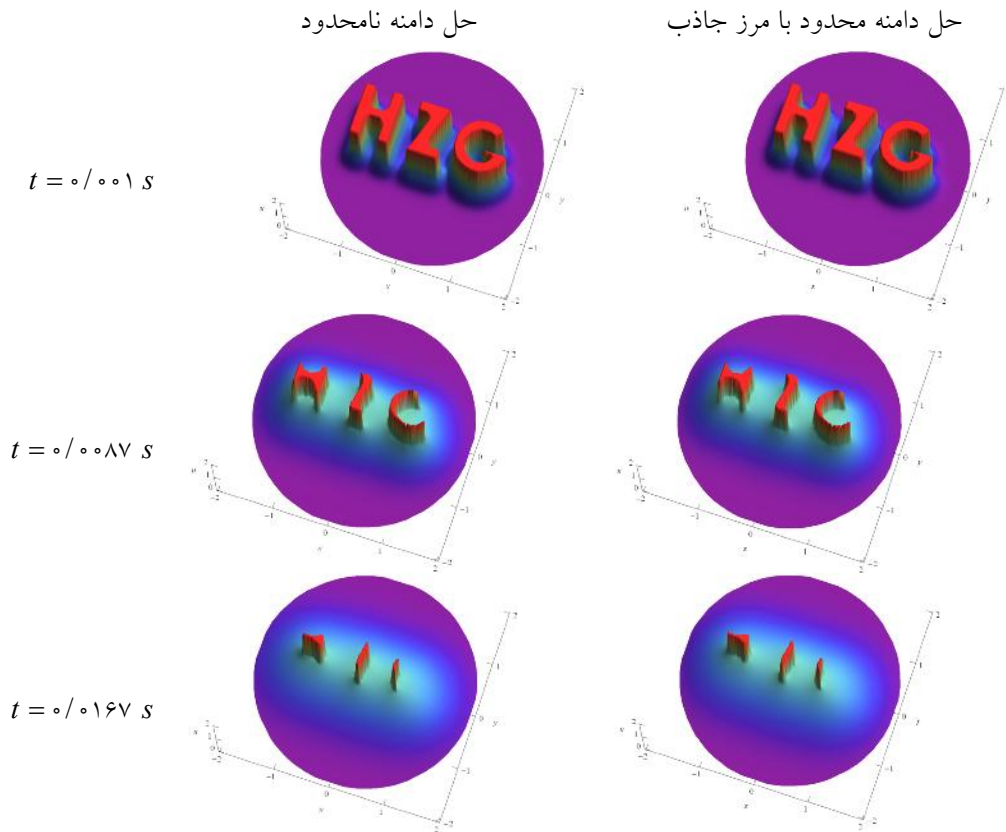
شکل ۳- ایجاد ترک در نمونه سرامیکی تحت اثر تنش حرارتی [۱۵۱]؛ راست: نتایج آزمایشگاهی؛ وسط: مدل مکانیکی-حرارتی پدیدانامیک با فواصل یکنواخت؛ چپ: مدل مکانیکی-حرارتی پدیدانامیک تطبیقی.

الکترونیکی از دیگر نتایج توسعه مدل‌های انتشار مبتنی بر پدیدانامیک است، که در مرجع [۱۳۹] به‌طور کامل در مورد آن صحبت شده است. موضوعاتی چون تحلیل انتشار کلر در بتن تحت اثر شرایط محیطی حاکم با استفاده از مدل‌های تک‌مقیاسی [۱۶۸] و چندمقیاسی [۱۵۳ و ۱۶۹] و تحلیل انتشار حرارتی در سازه‌های بتنی با استفاده از پدیدانامیک نیز در دو سال اخیر مورد توجه واقع شده است. به‌عنوان یکی دیگر از نوآوری‌های به‌دست‌آمده در این زمینه، یک مدل انتشار مبتنی بر پدیدانامیک برای تحلیل مسئله خوردگی در فضای نامحدود در سال ۲۰۲۰ پیشنهاد شده است [۱۶۶]. در این مدل، یک دامنه محاسباتی از دامنه بی‌نهایت انتخاب می‌شود. با اعمال شرط مرزی جاذب بر مرزهای این دامنه، پاسخ مربوط به دامنه به پاسخ دامنه بی‌نهایت میل می‌کند. الگوی خوردگی در یکی از مثال‌های بررسی شده در این پژوهش در شکل (۴) نمایش داده شده است. همان‌طور که در شکل مشاهده می‌شود، تطابق خوبی میان نتایج حاصل از حل محیط نامحدود و محیط محدود با شرط مرزی جاذب وجود دارد. از دیگر پژوهش‌های انجام شده در این حوزه می‌توان به مواردی چون تحلیل مسئله خوردگی حفره‌ای [۱۷۰]، ارائه مدل پدیدانامیک برای تحلیل پدیده فرارفت-انتشار<sup>۱۵</sup> [۱۷۱] و توسعه مدل انتشار پدیدانامیک مبتنی بر توابع گرین<sup>۱۶</sup> [۱۷۲] اشاره کرد.

### ۳-۶- تحلیل رفتار سیالات

در بسیاری از مسائل، مانند مسائل تخلخل، پدیده انتشار

حرارت با وجود تغییرات حرارتی ناگهانی، شکست هیدرولیکی، جریان رطوبت و خوردگی حفره‌ای<sup>۱۴</sup> اشاره کرد [۱۶۵ و ۱۶۶]. به‌دلیل استفاده کردن از روابط دیفرانسیلی در معادلات محلی انتشار، استفاده از آنها برای مسائل دارای ناپیوستگی با محدودیت جدی همراه است. در نتیجه، مدل‌سازی انتشار نیازمند وجود یک تئوری غیرمحلی است که روابط آن در ناپیوستگی‌ها نیز صادق باشد [۱۶۵]. با توجه به قابلیت‌های تئوری پدیدانامیک، ایده استفاده از این تئوری برای توصیف پدیده انتشار در سال ۲۰۰۸ توسط گرسل و همکاران [۱۲۵] مطرح شده است. در این پژوهش، از یک مدل پدیدانامیک برای شبیه‌سازی مسئله الکترومغناطیس استفاده شده است. در این مدل ترکیبی، پدیده‌های فیزیکی تغییر شکل مکانیکی، انتقال حرارت، توزیع پتانسیل الکتریکی و انتشار به‌طور هم‌زمان لحاظ شده‌اند. گرسل و همکاران معتقد بودند که امکان استفاده از مدل معرفی شده برای تحلیل رفتار قطعات الکترونیکی با وجود ترک حائز اهمیت است. به‌منظور صحت‌سنجی، از این مدل برای بررسی یک مسئله در فضای یک‌بعدی استفاده شده است. در دو پژوهش دیگر در سال‌های ۲۰۱۰ و ۲۰۱۲ نیز مدل‌های پدیدانامیک برای توصیف پدیده‌های انتقال حرارت (یا انتقال جرم) با وجود پدیده رشد ترک در فضای یک‌بعدی [۱۲۷] و دوبعدی [۱۲۸] معرفی شده‌اند. از آن زمان تاکنون، انواع فرمول‌بندی‌های انتشار حرارتی مبتنی بر پدیدانامیک در مقالات مختلف [۱۳۱، ۱۳۲، ۱۶۰ و ۱۶۷] توسعه داده شده است. تحلیل تمرکز رطوبت در قطعات



شکل ۴- حل مساله خوردگی یک قطعه فلزی در یک الکترولیت با استفاده از مدل انتشار پدیدانامیک در زمان‌های مختلف [۱۶۶].

ترک‌های ناشی از جریان سیال توسعه داده شده است [۱۷۴]. در مرجع [۱۷۵] نیز از پدیدانامیک برای تحلیل انتقال سیال در خاک ناهمگن غیراشباع استفاده شده است. نویسندگان این مقاله معتقدند که به دلیل عدم وجود مشتقات مکانی متغیرها در روابط این مدل، امکان استفاده از آن برای تحلیل ترک‌های ناشی از انقباض و انقباض وجود دارد؛ بنابراین استفاده از این مدل برای تحلیل مسائل نفوذ، انتقال آلاینده‌ها و پایداری شیب‌ها نیز ممکن است. توصیف پدیده تحکیم در دامنه‌های متخلخل اشباع از دیگر دستاوردهای استفاده از مدل‌های مبتنی بر فرمول‌بندی حالت-مبنا است، که جزئیات آن در مرجع [۱۷۶] منتشر شده است. در مرجع [۱۷۷] نیز یک مدل پدیدانامیک برای تحلیل انتقال چندفازی سیالات تراکم‌پذیر غیرنیوتنی در محیط‌های متخلخل معرفی شده است. مدل‌سازی ترکیبی جریان سیال و انتقال شیمیایی در محیط متخلخل غیراشباع [۱۷۸] و نیز تحلیل ترکیبی

غیرعادی<sup>۱۷</sup> رخ می‌دهد. این موضوع موجب محدودیت در استفاده از روابط کلاسیک همرفت-انتشار برای بررسی این مسائل می‌شود. امکان استفاده از پدیدانامیک برای تحلیل چنین مسائلی، برای اولین بار در سال ۲۰۱۴ توسط کاتیار و همکاران بررسی شده است. در این مطالعه، یک فرمول‌بندی پدیدانامیک برای انتقال سیال همرفتی<sup>۱۸</sup> تحت فشار در محیط متخلخل<sup>۱۹</sup> معرفی شده است. از شاخصه‌های این مدل می‌توان به در نظر گرفتن پدیده انتشار غیرعادی به دلیل انتقال غیرمحلی سیال اشاره کرد؛ همچنین استفاده از این مدل با وجود ناپیوستگی در سیال بدون محدودیت خاصی امکان‌پذیر است. به‌عنوان یک حالت خاص از فرمول‌بندی حالت-مبنا، مدلی منطبق بر فرمول‌بندی پیوند-مبنا نیز در این پژوهش استخراج شده است [۱۷۳]. در مقاله‌ای دیگری در سال ۲۰۱۵، یک مدل ترکیبی ژئومکانیک و جریان متخلخل مبتنی بر فرمول‌بندی حالت-مبنا برای توصیف

تحلیل اندرکنش آب و یخ با استفاده از مدل هیدرودینامیک لاگرانژی [۱۹۱]، تحلیل مکانیک سیالات و آکوستیک [۱۹۲] و بررسی سیالات ویسکوز [۱۹۳] اشاره کرد. در تعدادی از مطالعات نیز از عملگرهای دیفرانسیلی پدیداینامیک برای تحلیل جریان سیال در فضای دوبعدی [۱۹۴]، مدل‌سازی چندفازی جریان سیال [۱۹۵]، تحلیل عددی غیرمحلّی حرکت سیال با عدد رینولدز کم [۱۹۶] و شبیه‌سازی ترکیبی جریان سیال و انتقال حرارت [۱۹۷] استفاده شده است. به‌کارگیری عملگرهای دیفرانسیلی پدیداینامیک برای تحلیل اندرکنش سیال و سازه در مخازن ذخیره آب [۱۹۸] و سدها [۱۹۹] نیز از دیگر ایده‌های مطرح شده در سال‌های اخیر است.

#### ۷- تحلیل گسترش آسیب در مواد مرکب

افزایش روزافزون استفاده از مواد مرکب در صنایع مختلف واقعیتی انکارناپذیر است. به‌موازات این امر، به‌کارگیری روش‌های عددی و تحلیلی برای توصیف رفتار چنین موادی نیز رو به افزایش است. به‌دلیل محدودیت‌های روش‌های حاضر، در بسیاری از این مطالعات، مواد مرکب به شکل همگن در نظر گرفته شده‌اند؛ هرچند که چنین فرضی ممکن است موجب تغییر نتایج شود. در نظر گرفتن الگوهای ایجاد آسیب در سازه‌های متشکل از مواد مرکب با استفاده از تئوری مکانیک محیط‌های پیوسته کلاسیک نیز چالش‌برانگیز است. به‌عنوان یک راهکار ساده، استفاده از پدیداینامیک برای تحلیل رفتار مواد مرکب برای اولین بار توسط کلیک و همکاران در سال ۲۰۰۹ پیشنهاد شده است [۲۰۰]. در این مطالعه، با مدل کردن الیاف و ماده رزین به‌صورت مجزا، گسترش آسیب در ورق‌های چندلایه با ترک میانی بررسی شده است. در پژوهشی دیگر در سال ۲۰۱۱، هو و همکاران یک فرمول‌بندی پدیداینامیک برای تحلیل رفتار مواد مرکب الیافی را ارائه کردند [۲۰۱]. در این فرمول‌بندی، ارتباطی منطقی میان مشخصه‌های الاستیک و شکست ماده در مقیاس ماکروسکوپی و میکروسکوپی برقرار شده است. نتایج به‌دست‌آمده نیز منطبق بر داده‌های آزمایشگاهی بوده است.

سیال-مکانیکی سنگ‌های متخلخل شکاف‌دار [۱۷۹] از دیگر موضوعات مطرح شده در این حوزه است. به‌عنوان جدیدترین پژوهش منتشر شده در این زمینه، نیکولاو و همکاران در سال ۲۰۲۲ یک مدل مبتنی بر فرمول‌بندی پیوند-مبنا را برای تحلیل انتقال حرارت و جریان آب با امکان تغییر فاز در محیط متخلخل اشباع معرفی کرده‌اند.

از دیگر موارد استفاده از پدیداینامیک در حوزه سیالات می‌توان به تحلیل پدیده شکست هیدرولیکی اشاره کرد، که ایده آن توسط اوچی و همکاران در سال ۲۰۱۵ مطرح شده است [۱۸۰]. طبق نظر نویسندگان مقاله، استفاده از مدل اجزای محدود برای تحلیل شکست غیرمسطح با الگوهای پیچیده با محدودیت همراه است؛ در حالی که چنین محدودیت‌هایی در مورد پدیداینامیک صادق نیست. به‌منظور اثبات این موضوع، یک مدل پدیداینامیک در این پژوهش معرفی شده است. با استفاده از این مدل، یک ارتباط منطقی میان شکست هیدرولیکی و شکست طبیعی ایجاد شده است. از مدل معرفی شده برای بررسی پدیده شکست مکانیکی در مخازن ناهمگن در فضای سه‌بعدی استفاده شده است. در پژوهشی دیگر در سال ۲۰۱۶ نیز ندیمی و همکاران یک مدل پدیداینامیک مبتنی بر فرمول‌بندی پیوند-مبنا را برای تحلیل مسائل در فضای سه‌بعدی معرفی کردند [۱۸۱]. اثر لحاظ کردن تخلخل در مقیاس کوچک در مسائل شکست هیدرولیکی نیز با استفاده از یک مدل پدیداینامیک در سال ۲۰۱۷ بررسی شده است [۱۸۲]. استفاده از مدل ترکیبی مبتنی بر اجزای محدود و پدیداینامیک برای تحلیل شکست هیدرولیکی در محیط متخلخل از دیگر نتایج استفاده از پدیداینامیک در سال‌های اخیر است. در این مدل، از پدیداینامیک برای توصیف رفتار بخش جامد و از اجزای محدود برای تحلیل رفتار سیال استفاده شده است [۱۸۳]. برای جزئیات بیشتر پیرامون استفاده از مدل‌های پدیداینامیک برای تحلیل شکست هیدرولیکی به مراجع [۱۸۴-۱۹۰] رجوع شود.

پژوهش‌های متعدد دیگری نیز در حوزه تحلیل رفتار سیالات با استفاده از پدیداینامیک در سال‌های اخیر انجام شده است. به‌عنوان مثال می‌توان به تحلیل مسئله همرفت-انتشار [۱۷۱]،

است [۲۵۶]. از آن زمان تاکنون، از پدیدانیمیک برای بررسی مسائل مختلف در حوزه ژئومکانیک استفاده شده است.

به‌عنوان یکی از مسائل مورد توجه محققان در حوزه رفتار مواد سنگ‌دانه‌ای، بحث تحلیل پدیده انفجار در خاک همواره در پژوهش‌ها مطرح بوده است. لازمه تحلیل چنین مسائلی، در نظر گرفتن اندرکنش میان ذرات گاز و خاک و نیز لحاظ کردن نرخ کرنش بالا به‌دلیل وقوع انفجار است. استفاده از روش‌های لاگرانژی منطبق بر شبکه‌بندی برای حل چنین مسائلی معمولاً منجر به تخریب شبکه‌بندی می‌شود؛ بنابراین تحلیل چنین مسائلی نیازمند استفاده از یک روش بدون شبکه است. به‌دلیل عملکرد خوب پدیدانیمیک در تحلیل مسائل ضربه با وجود چند مدل ماده مختلف، یک مدل ترکیبی مبتنی بر نسخه حالت-مبنا و هیدروانیمیک هموار شده ذرات برای تحلیل پدیده انفجار در خاک در سال ۲۰۱۴ توسط رن و همکاران معرفی شده است. در این مدل، از هیدروانیمیک هموار شده ذرات برای مدل‌سازی پدیده انفجار استفاده می‌شود. فرایند تکه‌تکه شدن خاک نیز با استفاده از مدل پدیدانیمیک شبیه‌سازی شده است [۲۵۷]. در پژوهشی مشابه نیز یک مدل ترکیبی مبتنی بر نسخه حالت-مبنا و هیدروانیمیک هموار شده ذرات برای تحلیل پدیده تکه‌تکه شدن خاک تحت بار انفجار توسعه داده شده است [۲۵۸].

به‌منظور کاهش هزینه محاسباتی استفاده از مدل ترکیبی مبتنی بر نسخه حالت-مبنا و هیدروانیمیک هموار شده ذرات نیز از بستر OpenMP در [۲۵۹] استفاده شده است. به‌عنوان یکی دیگر از مطالعات انجام شده در این زمینه، یک مدل مبتنی بر فرمول‌بندی حالت-مبنا برای تحلیل رفتار ژئومواد اشباع و زهکشی شده در سال ۲۰۱۵ توسط لای و همکاران معرفی شده است. به‌منظور اثبات کارایی این مدل، از آن برای تحلیل تکه‌تکه شدن ژئومواد تحت بارهای ضربه‌ای استفاده شده است [۲۶۰]. از دیگر نوآوری‌های حاصل شده در این زمینه می‌توان به تحلیل رشد ترک در مواد سنگی با فرم حلقوی تحت اثر بار دینامیکی [۲۶۱]، بررسی گسترش آسیب در سنگ تحت اثر انفجار [۲۶۲] و تحلیل ایجاد آسیب در جان‌پناه‌های سنگی<sup>۲</sup> تحت اثر برخورد سنگ [۲۶۳] اشاره کرد. اعمال فشار بر سنگ‌ها یک پدیده غالب در حوزه مسائل

پژوهش‌های مشابهی نیز برای تحلیل رفتار مواد مرکب الیافی با استفاده از مدل پدیدانیمیک [۲۰۲-۲۰۴] و مدل ترکیبی مشتمل بر اجزای محدود و پدیدانیمیک [۲۰۵] در سال ۲۰۱۲ انجام شده است. با وجود نتایج ارائه شده در این پژوهش‌ها، کارایی پدیدانیمیک برای تحلیل رفتار مواد مرکب تا حد زیادی اثبات شده است. در پژوهشی دیگر در سال ۲۰۱۵، گسترش آسیب در مواد مرکب تحت اثر ضربه بررسی شده است. در این مورد نیز نتایج قابل‌قبول بوده است [۲۰۶]. در دیگر پژوهش‌های منتشر شده از آن زمان تاکنون، انواع مدل‌های پدیدانیمیک برای تحلیل مواد مرکب چندلایه تحت اثر بارهای حرارتی [۲۰۷ و ۲۰۸]، شیمیایی [۲۰۹] و مکانیکی [۱۰ و ۲۱۰-۲۴۲] معرفی شده است. تحلیل مواد سیمانی (مانند بتن معمولی و انواع بتن‌های الیافی) [۱۰۷ و ۲۴۳-۲۴۹]، مواد طبقه‌بندی تابعی [۲۵۰-۲۵۲] و نانوکامپوزیت‌ها [۲۵۳-۲۵۵] از دیگر موارد استفاده از پدیدانیمیک برای تحلیل رفتار مواد مرکب در سال‌های اخیر است. با استناد به پژوهش‌های متعدد انجام شده در دو سال اخیر، با وجود تلاش‌های فراوان پیرامون توسعه مدل‌های پدیدانیمیک برای تحلیل رفتار مواد مرکب، همچنان این موضوع مورد توجه قرار دارد.

## ۸- تحلیل مسائل ژئومکانیک

استفاده از مدل‌های مکانیک شکست برای تحلیل شکست و تکه‌تکه شدن ژئومواد، مانند سنگ و خاک، همواره چالش‌برانگیز بوده است. از چالش‌های مطرح شده در این زمینه می‌توان به محدودیت در استفاده از مدل‌های کلاسیک برای تحلیل مسائل رشد ترک و نیز تحلیل اندرکنش حاکم میان خاک و سیال اشاره کرد. به‌منظور بررسی این مواد، عموماً از مدل‌های غیرالاستیک وابسته به فشار استفاده می‌شود. ایده به‌کارگیری این مدل‌ها در پدیدانیمیک در سال ۲۰۱۲ توسط لامی و وگلر مطرح شده است. با در نظر گرفتن اندرکنش میان ذرات ماده در مقیاس مزوسکوپی، در این پژوهش رابطه میان سرعت موج ناشی از ضربه و سرعت حرکات ذرات در مواد سنگ‌دانه‌ای بررسی شده

استاتیکی استفاده شده است. از دیگر دستاوردهای حاصل شده در این حوزه می‌توان به استفاده از یک مدل پدیدانامیک ناهمگن برای تحلیل مواد سنگی [۲۷۰]، استفاده از مدل پیوند-مبنای اصلاح شده [۲۷۰] و تحلیل توده‌های سنگی با استفاده از پدیدانامیک [۲۷۱] اشاره کرد.

تحلیل جریان سیال در محیط‌های متخلخل، ایجاد ترک در ژئومواد تحت اثر جریان سیال و پدیده شکست هیدرولیکی [۱۷۴-۱۹۰] از دیگر موارد چالش‌برانگیز در حوزه ژئومکانیک است، که در بخش ۶-۳ با جزئیات بیشتر در مورد آن صحبت شده است.

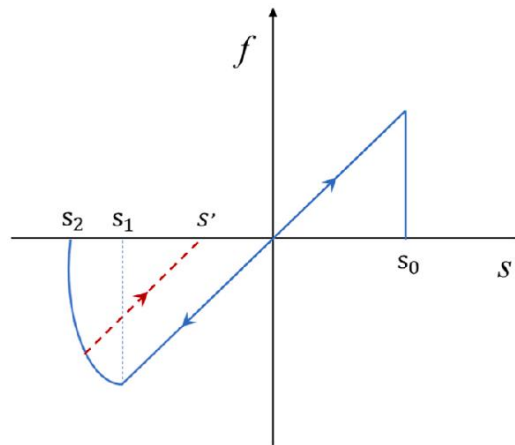
از دیگر مباحث مطرح شده پیرامون استفاده از پدیدانامیک برای تحلیل مسائل ژئومکانیک می‌توان به استفاده از مدل‌های مکانیکی-حرارتی برای تحلیل ایجاد ترک‌های حرارتی در ژئومواد [۱۳۷، ۱۴۹ و ۱۷۹]، بررسی روند فرسایش در خاک رس [۲۷۲]، تحلیل پایداری شیب‌ها [۲۷۳] و شکست سنگ تحت اثر انفجار دی‌اکسیدکربن مایع [۲۷۴] اشاره کرد. استفاده از مدل دراگر-پراگر برای شبیه‌سازی حفاری تونل [۲۷۵]، مدل‌سازی سه‌بعدی برش سنگ با استفاده از دستگاه TBM [۲۷۶] و نیز گسترش ترک در سنگ‌های پیرامونی در هنگام حفاری تونل [۲۷۷] از دیگر مباحث موردتوجه پژوهشگران برای استفاده از مدل‌های مبتنی بر پدیدانامیک در سال‌های اخیر است. در مرجع [۲۷۸] نیز از یک مدل میکروالاستوپلاستیک مبتنی بر فرمول‌بندی پیوند-مبنا برای تحلیل رفتار غیرخطی سنگ‌ها استفاده شده است. مدل میکروالاستوپلاستیک تعریف شده در این پژوهش در شکل (۵) قابل مشاهده است. برای مطالعه سایر پژوهش‌های مرتبط به [۲۷۹-۲۹۳] مراجعه شود.

## ۹- تحلیل مسائل زیستی

از دیگر کاربردهای پدیدانامیک در سال‌های اخیر می‌توان به تحلیل مسائل زیستی اشاره کرد. به‌عنوان اولین پژوهش انجام شده در این زمینه، رشد ریزترک‌ها و بهبود آنها در استخوان با استفاده از یک مدل مبتنی بر پدیدانامیک بررسی شده است

ژئوتکنیک است. به‌دلیل پیچیده بودن الگوی گسترش آسیب، تحلیل چنین مسائلی با استفاده از مدل‌های مکانیک شکست با پیچیدگی‌هایی همراه است. به‌منظور بررسی چنین پدیده‌ای، یک مدل مبتنی بر روش اجزای محدود و فرمول‌بندی پیوند-مبنا بر پایه قانون شکست الاستیک خطی در سال ۲۰۱۵ توسط ها و همکاران معرفی شده است [۲۶۴]. هدف از توسعه این مدل، کاهش هزینه محاسباتی پدیدانامیک عنوان شده است. به‌منظور اثبات کارایی این مدل، از آن برای تحلیل رشد ترک در نمونه‌های سنگی استفاده شده است. به‌عنوان راهکاری دیگر برای کاهش هزینه محاسباتی استفاده از پدیدانامیک برای تحلیل مساله اعمال فشار بر مواد سنگی، از یک مدل پیوند-مبنا با افق دوگانه نیز در [۲۶۵] استفاده شده است. با استفاده از مدل معرفی شده و به‌کارگیری ضریب میرایی در معادله حرکت پدیدانامیک، مسئله اعمال فشار شبه‌استاتیکی بر سنگ‌ها بررسی شده است. در پژوهشی دیگر در سال ۲۰۱۶، استفاده از فرمول‌بندی حالت-مبنای غیرمعمول به‌همراه مدل مور-کولمب<sup>۲۱</sup> برای تحلیل چنین مسائلی توسط ونگ و همکاران پیشنهاد شده است. در این پژوهش، علاوه بر الگوی رشد ترک، منحنی‌های نیرو-جابجایی نیز بررسی شده است. تطابق خوبی نیز میان نتایج به‌دست‌آمده با داده‌های آزمایشگاهی گزارش شده است [۲۶۶]. در مرجع [۲۶۷] نیز یک مدل پیوند-مبنای اصلاح شده برای تحلیل مساله گسترش آسیب در مواد سنگی تحت فشار ارائه شده است. هدف از انجام این پژوهش، رفع محدودیت ضریب پواسون در فرمول‌بندی پیوند-مبنا بوده است. بدین منظور، مؤلفه‌های مماسی نیز در اندرکنش حاکم میان ذرات ماده لحاظ شده‌اند. نتایج به‌دست‌آمده با استفاده از این مدل با داده‌های آزمایشگاهی صحت‌سنجی شده است. ونگ و همکاران نیز در پژوهشی مشابه در سال ۲۰۱۷ از یک مدل پدیدانامیک اصلاح شده برای تحلیل رفتار مواد سنگی تحت اثر فشار استفاده کرده‌اند. این مدل نیز با هدف رفع محدودیت ضریب پواسون در فرمول‌بندی پیوند-مبنا معرفی شده است [۲۶۸]. در مرجع [۲۶۹] نیز از یک مدل میکروپلار پدیدانامیک به‌همراه حلگر ضمنی برای حل مساله گسترش آسیب در سنگ‌ها تحت اثر بارگذاری

روش‌های عددی در مهندسی، سال ۴۱، شماره ۲، زمستان ۱۴۰۱



شکل ۵- مدل الاستوپلاستیک معرفی شده در مرجع [۲۷۸].

پدیدانامیک [۳۰۰] و توسعه یک مدل پدیدانامیک برای مدل سازی غیرمحملی استخوان [۳۰۱] اشاره کرد.

### ۱۰- جمع بندی

با اثبات قابلیت های پدیدانامیک، روزبه روز بر تعداد پژوهش های انجام شده در این زمینه افزوده می شود. با توجه به تعداد زیاد پژوهش های منتشر شده، مطالعه مدل های مبتنی بر پدیدانامیک و بررسی پژوهش های انجام شده با استفاده از این مدل ها نیز زمان بر است. بر این مبنای، در سال های اخیر اهمیت ارائه مقالاتی با موضوع مرور تئوری پدیدانامیک و موارد استفاده از آن در پژوهش های مختلف دوچندان شده است. ارائه پژوهش هایی با موضوع مرور پدیدانامیک [۱۱۲]، مرور مدل سازی گسیختگی و آسیب ناشی از ضربه با پدیدانامیک [۲۹]، مرور استفاده از پدیدانامیک برای مسائل انتشار [۱۶۵]، مرور پدیدانامیک برای مسائل مکانیک شکست [۳۰۲]، مرور پدیدانامیک برای تحلیل سازه های بتنی [۳۰۳] و مرور بررسی مسائل آزمایشگاهی با استفاده از پدیدانامیک گواهی بر اهمیت این موضوع است [۳۰۴]. در سال ۲۰۲۲ نیز پژوهشی بسیار جالب به مناسبت بیست سالگی پدیدانامیک منتشر شده است. در این پژوهش یک شبکه همکاری مربوط به محققان حوزه پدیدانامیک استخراج شده است [۳۰۵]. با وجود چنین مقالاتی،

[۲۹۴]. در پژوهشی دیگر در سال ۲۰۱۶، از پدیدانامیک برای تحلیل شکست خودجوش در غشاهای زیستی استفاده شده است [۹۰]. در مرجع [۲۹۵] نیز با ترکیب یک روش مبتنی بر تصویر و روش پدیدانامیک مشخصه های چوب برحسب ساختار سلولی آن تعیین شده است.

به عنوان یکی از پژوهش های شاخص انجام شده در حیطه تحلیل مسائل زیستی، لژیون و لیندر [۲۹۶] در سال ۲۰۱۷ از یک مدل محاسباتی مبتنی بر پدیدانامیک برای ایجاد رابطه میان زاویه تقسیم سلولی و ژنتیک<sup>۲۲</sup> استفاده کرده اند. در پژوهشی دیگر در همان سال نیز امکان استفاده از پدیدانامیک برای مدل سازی رشد تومور توسط آنها بررسی شده است [۲۹۷]. در این روش، هر سلول به عنوان یک ذره گسسته در نظر گرفته شده است. لژیون و لیندر معتقدند که پدیدانامیک یک مدل چندمقیاسه است که می تواند برای تحلیل رفتار سلول ها در هر دو مقیاس پیوسته و گسسته بدون فرضیات خاصی استفاده شود. به منظور بررسی ناهمگونی های مولکول های تک لایه و کروی در مراحل اولیه رشد تومور نیز یک مدل بهینه پدیدانامیک با دقت بالا در مرجع [۲۹۸] معرفی شده است. در مرجع [۲۹۹] نیز از یک مدل پدیدانامیک ناهمگن برای ایجاد ارتباط میان مرگ سلولی و انقباض بافت بدن استفاده شده است. از دیگر پژوهش های نسبتاً جدید انجام شده در این حوزه، می توان به تحلیل مواد زیستی با استفاده از

مسائل چندمقیاسی، مسائل چندفیزیکی، گسترش آسیب در مواد مرکب، ژئومکانیک و مسائل زیستی مرور شده‌اند.

ارائه پژوهش‌هایی با موضوع مرور پدیدانامیک همچنان حائز اهمیت است. در این پژوهش، مقالات منتشر شده در زمینه استفاده از پدیدانامیک برای بررسی مسائل ضربه، انتشار موج،

## واژه‌نامه

- |                         |                                   |                         |
|-------------------------|-----------------------------------|-------------------------|
| 1. cohesive zone model  | 9. Lamb                           | 17. anomalous diffusion |
| 2. fragmentation        | 10. shell                         | 18. convective          |
| 3. long-range           | 11. membrane                      | 19. porous media        |
| 4. dispersion           | 12. plates                        | 20. rock sheds          |
| 5. short-range          | 13. functionally graded materials | 21. Mohr–Coulomb        |
| 6. anomalous dispersion | 14. pitting corrosion             | 22. genetics            |
| 7. power-law            | 15. advection-diffusion           |                         |
| 8. hopkinson            | 16. the Green's functions         |                         |

## مراجع

- Liu, N., Liu, D., and Zhou, W., "Peridynamic Modelling of Impact Damage in Three-Point Bending Beam with Offset Notch", *Applied Mathematics and Mechanics*, Vol. 38, No. 1, pp. 99-110, 2017.
- Lee, J., Liu, W., and Hong, J. W., "Impact Fracture Analysis Enhanced by Contact of Peridynamic and Finite Element Formulations", *International Journal of Impact Engineering*, Vol. 87, pp. 108-119, 2016.
- Wu, L. and Huang, D., "Energy Dissipation Study in Impact: From Elastic and Elastoplastic Analysis in Peridynamics", *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 234, p. 111279, 2022.
- Kazemi, S. R., "Plastic Deformation Due to High-Velocity Impact Using Ordinary State-Based Peridynamic Theory", *International Journal of Impact Engineering*, Vol. 137, p. 103470, 2020.
- Silling, S. A., and Askari, E., "Peridynamic Modeling of Impact Damage", *ASME Pressure Vessels and Piping Conference*, San Diego, California, Vol. 46849, pp. 197-205, 2004.
- Demmie, P., and Silling, S., "An Approach to Modeling Extreme Loading of Structures Using Peridynamics", *Journal of Mechanics of Materials and Structures*, Vol. 2, No. 10, pp. 1921-1945, 2007.
- Agwai, A., Guven, I., and Madenci, E., "Peridynamic Theory for Impact Damage Prediction and Propagation in Electronic Packages Due to Drop", *58th Electronic Components and Technology Conference*, Lake Buena Vista, FL, USA, pp. 1048-1053, 2008.
- Agwai, A., Guven, I., and Madenci, E., "Damage Prediction for Electronic Package Drop Test Using Finite Element Method and Peridynamic Theory", *59th Electronic Components and Technology Conference*, San Diego, CA, USA, pp. 565-569, 2009.
- Xu, J., Askari, A., Weckner, O., and Silling, S., "Peridynamic Analysis of Impact Damage in Composite Laminates", *Journal of Aerospace Engineering*, Vol. 21, No. 3, pp. 187-194, 2008.
- Sun, C., and Huang, Z., "Peridynamic Simulation to Impacting Damage in Composite Laminate", *Composited Structures*, Vol. 138, pp. 335-341, 2016.
- Zhou, W., and Liu, D., "Analyzing Impact-Induced Damage and Delamination in Laminated Composite Materials with Peridynamic Modeling", *AIAA/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference*, Kissimmee, Florida, 2018.
- Zhou, Z., Wu, S., Mu, Z., Wang, W., and Jiang, N., "Feasibility Exploration on Simulation Study Based on Peridynamic for the Bio-Inspired Nacre Nano Composite Against the Impact", *International Conference on Aerospace System Science and Engineering*, Singapore, pp. 419-434, 2020.
- Bobaru, F., Ha, Y. D., and Hu, W., "Damage Progression from Impact in Layered Glass Modeled with Peridynamics", *Central European Journal of Engineering*, Vol. 2, No. 4, pp. 551-561, 2012.
- Jafaraghaei, Y., Yu, T., and Bui, T. Q., "Peridynamics Simulation of Impact Failure in Glass Plates", *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, p. 103424, 2022.
- Ha, Y. D., "An Extended Ghost Interlayer Model in Peridynamic Theory for High-Velocity Impact Fracture of Laminated Glass Structures", *Computers & Mathematics with Applications*, Vol. 80, No. 5, pp. 744-761, 2020.
- Hu, W., Wang, Y., Yu, J., Yen, C. F., and Bobaru, F., "Impact Damage on a Thin Glass Plate with a Thin

- Polycarbonate Backing”, *International Journal of Impact Engineering*, Vol. 62, pp. 152-165, 2013.
17. Zhou, X., Du, E., and Wang, Y., “Thermo-Hydro-Chemo-Mechanical Coupling Peridynamic Model of Fractured Rock Mass and Its Application in Geothermal Extraction”, *Computers and Geotechnics*, Vol. 148, p. 104837, 2022.
  18. Gu, X., and Zhang, Q., “A Modified Conjugated Bond-Based Peridynamic Analysis for Impact Failure of Concrete Gravity Dam”, *Meccanica*, Vol. 55, No. 3, pp. 547-566, 2020.
  19. Wu, L. and Huang, D., “Peridynamic Modeling and Simulations on Concrete Dynamic Failure and Penetration Subjected to Impact Loadings”, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 259, p. 108135, 2022.
  20. Yang, S., Gu, X., Xia, X., and Zhang, Q., “Explosion Damage Analysis of Concrete Structure with Bond-Associated Non-Ordinary State-Based Peridynamics”, *Engineering with Computers*, 2022, <https://doi.org/10.1007/s00366-022-01620-x>.
  21. Zheng, J., Shen, F., Gu, X., and Zhang, Q., “Simulating Failure Behavior of Reinforced Concrete T-Beam under Impact Loading by Using Peridynamics”, *International Journal of Impact Engineering*, Vol. 165, p. 104231, 2022.
  22. Oterkus, E., Guven, I., and Madenci, E., “Impact Damage Assessment by Using Peridynamic Theory”, *Central European Journal of Engineering*, Vol. 2, No. 4, pp. 523-531, 2012.
  23. Diehl, P., and Schweitzer, M. A., “Simulation of Wave Propagation and Impact Damage in Brittle Materials Using Peridynamics”, in *Recent Trends in Computational Ece2014*, Springer, pp. 251-265, 2015.
  24. Demmie, P. and Ostoja-Starzewski, M., “Local and Nonlocal Material Models, Spatial Randomness, and Impact Loading”, *Archive of Applied Mechanics*, Vol. 86, No. 1, pp. 39-58, 2016.
  25. Zhang, G., Gazonas, G. A., and Bobaru, F., “Supershear Damage Propagation and Sub-Rayleigh Crack Growth from Edge-on Impact: A Peridynamic Analysis”, *International Journal of Impact Engineering*, Vol. 113, pp. 73-87, 2018.
  26. Akbari, M., and Kazemi, S., “Peridynamic Analysis of Cracked Beam under Impact”, *Journal of Mechanics*, Vol. 36, No. 4, pp. 451-463, 2020.
  27. Anicode, V., Diyaroglu, C., and Madenci, E., “Peridynamic Modeling of Damage Due to Multiple Sand Particle Impacts in the Presence of Contact and Friction”, *AIAA Scitech 2020 Forum*, Orlando, FL, p. 0968, 2020.
  28. Jin, D., and Liu, W., “A Peridynamic Modeling Approach of Solid State Impact Bonding and Simulation of Interface Morphologies”, *Applied Mathematical Modelling*, Vol. 92, pp. 466-485, 2021.
  29. Isiet, M., Mišković, I., and Mišković, S., “Review of Peridynamic Modelling of Material Failure and Damage Due to Impact”, *International Journal of Impact Engineering*, Vol. 147, p. 103740, 2021.
  30. Weckner, O., and Abeyaratne, R., “The Effect of Long-Range Forces on the Dynamics of a Bar”, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 53, No. 3, pp. 705-728, 2005.
  31. Zingales, M., “Wave Propagation in 1D Elastic Solids in Presence of Long-Range Central Interactions”, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 330, No. 16, pp. 3973-3989, 2011.
  32. Mikata, Y., “Analytical Solutions of Peristatic and Peridynamic Problems for a 1D Infinite Rod”, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 49, No. 21, pp. 2887-2897, 2012.
  33. Butt, S. N., Timothy, J. J., and Meschke, G., “Wave Dispersion and Propagation in State-Based Peridynamics”, *Computational Mechanics*, Vol. 60, No. 5, pp. 725-738, 2017.
  34. Bažant, Z. P., Luo, W., Chau, V. T., and Bessa, M. A., “Wave Dispersion and Basic Concepts of Peridynamics Compared to Classical Nonlocal Damage Models”, *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 83, No. 11, p. 111004, 2016.
  35. Kulkarni, S., and Tabarraei, A., “An Analytical Study of Wave Propagation in a Peridynamic Bar with Nonuniform Discretization”, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 190, pp. 347-366, 2018.
  36. Dayal, K., “Leading-Order Nonlocal Kinetic Energy in Peridynamics for Consistent Energetics and Wave Dispersion”, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 105, pp. 235-253, 2017.
  37. Mutnuri, V., and Gopalakrishnan, S., “A Comparative Study of Wave Dispersion between Discrete and Continuum Linear Bond-Based Peridynamics Systems: 1D Framework”, *Mechanics Research Communications*, Vol. 94, pp. 40-44, 2018.
  38. Wang, B., Oterkus, S., and Oterkus, E., “Closed-Form Dispersion Relationships in Bond-Based Peridynamics”, *Procedia Structural Integrity*, Vol. 28, pp. 482-490, 2020.
  39. Wildman, R. A., “Discrete Micromodulus Functions for Reducing Wave Dispersion in Linearized Peridynamics”, *Journal of Peridynamics and Nonlocal Modeling*, Vol. 1, No. 1, pp. 56-73, 2019.
  40. Nishawala, V. V., Ostoja-Starzewski, M., Leamy, M. J., and Demmie, P. N., “Simulation of Elastic Wave Propagation Using Cellular Automata and Peridynamics, and Comparison with Experiments”, *Wave Motion*, Vol. 60, pp. 73-83, 2016.
  41. Herrmann, M., and Matthies, K., “Solitary Waves in Atomic Chains and Peridynamical Media”, *Solitary Waves in Atomic Chains and Peridynamical Media*, Vol. 1, No. 2, pp. 281-308, 2019.
  42. Butt, S. N., and Meschke, G., “Wave Dispersion and



- Propagation in a Linear Peridynamic Solid”, *PAMM*, Vol. 17, No. 1, pp. 409-410, 2017.
43. Mutnuri, V., and Gopalakrishnan, S., “A Re-Examination of Wave Dispersion and on Equivalent Spatial Gradient of the Integral in Bond-Based Peridynamics”, *Journal of Peridynamics and Nonlocal Modeling*, Vol. 2, No. 3, pp. 243-277, 2020.
  44. Chan, W., and Chen, H., “Peridynamic Bond-Associated Correspondence Model: Wave Dispersion Property”, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 122, No. 18, pp. 4848-4863, 2021.
  45. Alebrahim, R., Packo, P., Zaccariotto, M., and Galvanetto, U., “Wave Propagation Improvement in Two-Dimensional Bond-Based Peridynamics Model”, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, Vol. 235, No. 14, pp. 2542-2553, 2021.
  46. Li, S., Jin, Y., Lu, H., Sun, P., Huang, X., and Chen, Z., “Wave Dispersion and Quantitative Accuracy Analysis of Bond-Based Peridynamic Models with Different Attenuation Functions”, *Computational Materials Science*, Vol. 197, p. 110667, 2021.
  47. Alebrahim, R., Packo, P., Zaccariotto, M., and Galvanetto, U., “Improved Wave Dispersion Properties in 1D and 2D Bond-Based Peridynamic Media”, *Computational Particle Mechanics*, Vol. 9, No. 4, pp. 597-614, 2022.
  48. Ma, X., Feng, Q., Liu, L., Xu, J., Zhang, P., and Chen, H., “A Non-Local Method in Peridynamic Theory for Simulating Elastic Wave Propagation in Solids”, *Applied Mathematical Modelling*, Vol. 103, pp. 360-375, 2022.
  49. Wildman, R. A., and Gazonas, G. A., “A Finite Difference-Augmented Peridynamics Method for Reducing Wave Dispersion”, *International Journal of Fracture*, Vol. 190, No. 1, pp. 39-52, 2014.
  50. Rahman, R., and Foster, J. T., “Onto Resolving Spurious Wave Reflection Problem with Changing Nonlocality among Various Length Scales”, *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, Vol. 34, pp. 86-122, 2016.
  51. Giannakeas, I. N., Papanthasiou, T. K., and Bahai, H., “Wave Reflection and Cut-Off Frequencies in Coupled FE-Peridynamic Grids”, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 120, No. 1, pp. 29-55, 2019.
  52. Kulkarni, S. S., Tabarraei, A., and Wang, X., “Study of Spurious Wave Reflection at the Interface of Peridynamics and Finite Element Regions”, *ASME International Mechanical Engineering Congress and Exposition*, Vol. 52149, p. V009T12A054, 2018.
  53. Silling, S. A., “Solitary Waves in a Peridynamic Elastic Solid”, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 96, pp. 121-132, 2016.
  54. Pego, R. L., and Van, T. S., “Existence of Solitary Waves in One Dimensional Peridynamics”, *Journal of Elasticity*, Vol. 136, No. 2, pp. 207-236, 2019.
  55. Martowicz, A., Staszewski, W., Ruzzene, M., and Uhl, T., “Peridynamics as an Analysis Tool for Wave Propagation in Graphene Nanoribbons”, *Sensors and Smart Structures Technologies for Civil, Mechanical, and Aerospace Systems*, Vol. 9435, pp. 148-155, 2015.
  56. Jia, T., and Liu, D., “Simulating Wave Propagation in SHPB with Peridynamics”, in *Dynamic Behavior of Materials*, Volume 1, Springer, pp. 195-200, 2014.
  57. Alebrahim, R., “Peridynamic Modeling of Lamb Wave Propagation in Bimaterial Plates”, *Composite Structures*, Vol. 214, pp. 12-22, 2019.
  58. Silling, S. A., and Bobaru, F., “Peridynamic Modeling of Membranes and Fibers”, *International Journal of Non-Linear Mechanics*, Vol. 40, No. 2-3, pp. 395-409, 2005.
  59. Bobaru, F., Silling, S. A., and Jiang, H., “Peridynamic Fracture and Damage Modeling of Membranes and Nanofiber Networks”, *Proceedings of the XI International Conference on Fracture*, Turin, Italy, Vol. 5748, pp. 1-6, 2005.
  60. O’Grady, J., and Foster, J., “Peridynamic Beams: A Non-Ordinary, State-Based Model”, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 51, No. 18, pp. 3177-3183, 2014.
  61. O’Grady, J., and Foster, J., “Peridynamic Plates and Flat Shells: A Non-Ordinary, State-Based Model”, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 51, No. 25-26, pp. 4572-4579, 2014.
  62. Chowdhury, S. R., Rahaman, M. M., Roy, D., and Sundaram, N., “A Micropolar Peridynamic Theory in Linear Elasticity”, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 59, pp. 171-182, 2015.
  63. Oterkus, S., and Madenci, E., “Peridynamics for Antiplane Shear and Torsional Deformations”, *Journal of Mechanics of Materials and Structures*, Vol. 10, No. 2, pp. 167-193, 2015.
  64. Diyaroglu, C., Oterkus, E., Oterkus, S., and Madenci, E., “Peridynamics for Bending of Beams and Plates with Transverse Shear Deformation”, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 69, pp. 152-168, 2015.
  65. O’Grady, J. and Foster, J. T., “Peridynamic Beams and Plates: A Non-Ordinary State-Based Model”, *ASME International Mechanical Engineering Congress and Exposition*, Montreal, Canada, Vol. 46421, p. V001T01A059, 2014.
  66. Diyaroglu, C., Oterkus, E., and Oterkus, S., “An Euler-Bernoulli Beam Formulation in an Ordinary State-Based Peridynamic Framework”, *Mathematics and Mechanics of Solids*, Vol. 24, No. 2, pp. 361-376, 2019.

67. Yang, Z., Oterkus, E., Nguyen, C. T., and Oterkus, S., "Implementation of Peridynamic Beam and Plate Formulations in Finite Element Framework", *Continuum Mechanics and Thermodynamics*, Vol. 31, No. 1, pp. 301-315, 2019.
68. Nguyen, C. T., and Oterkus, S., "Peridynamics Formulation for Beam Structures to Predict Damage in Offshore Structures", *Ocean Engineering*, Vol. 173, pp. 244-267, 2019.
69. Jafari, A., Ezzati, M., and Atai, A. A., "Static and Free Vibration Analysis of Timoshenko Beam Based on Combined Peridynamic-Classical Theory Besides FEM Formulation", *Computers & Structures*, Vol. 213, pp. 72-81, 2019.
70. Yang, Z., Oterkus, S., and Oterkus, E., "Peridynamic Formulation for Timoshenko Beam", *Procedia Structural Integrity*, Vol. 28, pp. 464-471, 2020.
71. Yang, Z., Oterkus, E., and Oterkus, S., "Peridynamic Higher-Order Beam Formulation", *Journal of Peridynamics and Nonlocal Modeling*, Vol. 3, No. 1, pp. 67-83, 2021.
72. Chen, J., "Peridynamics Beam Equation", in *Nonlocal Euler-Bernoulli Beam Theories*, Springer, pp. 9-21, 2021.
73. Shen, G., Xia, Y., Hu, P., and Zheng, G., "Construction of Peridynamic Beam and Shell Models on the Basis of the Micro-Beam Bond Obtained Via Interpolation Method", *European Journal of Mechanics-A/Solids*, Vol. 86, p. 104174, 2021.
74. Yang, Z., Oterkus, E., and Oterkus, S., "Analysis of Functionally Graded Timoshenko Beams by Using Peridynamics", *Journal of Peridynamics and Nonlocal Modeling*, Vol. 3, No. 2, pp. 148-166, 2021.
75. Liu, S., Fang, G., Liang, J., Fu, M., Wang, B., and Yan, X., "Study of Three-Dimensional Euler-Bernoulli Beam Structures Using Element-Based Peridynamic Model", *European Journal of Mechanics-A/Solids*, Vol. 86, p. 104186, 2021.
76. Nguyen, C. T., and Oterkus, S., "Peridynamics for Geometrically Nonlinear Analysis of Three-Dimensional Beam Structures", *Engineering Analysis with Boundary Elements*, Vol. 126, pp. 68-92, 2021.
77. Yang, Z., Oterkus, E., and Oterkus, S., "Beam and Plate Models in Peridynamics", in *Peridynamic Modeling, Numerical Techniques, and Applications*, Elsevier, pp. 97-112, 2021.
78. Shen, G., Xia, Y., Li, W., Zheng, G., and Hu, P., "Modeling of Peridynamic Beams and Shells with Transverse Shear Effect Via Interpolation Method", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 378, p. 113716, 2021.
79. Zheng, G., Li, L., Han, F., Xia, Y., Shen, G., and Hu, P., "Coupled Peridynamic Model for Geometrically Nonlinear Deformation and Fracture Analysis of Slender Beam Structures", *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2022, <https://doi.org/10.1002/nme.6984>.
80. Madenci, E., Roy, P., and Behera, D., "Peridynamic Modeling of Finite Deformation of Beams", in *Advances in Peridynamics*, Springer, pp. 243-282, 2022.
81. Chowdhury, S. R., Roy, P., Roy, D., and Reddy, J., "A Peridynamic Theory for Linear Elastic Shells", *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 84, pp. 110-132, 2016.
82. Zhang, Q., Li, S., Zhang, A. M., Peng, Y., and Yan, J., "A Peridynamic Reissner-Mindlin Shell Theory", *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 122, No. 1, pp. 122-147, 2021.
83. Oterkus, E., Madenci, E., and Oterkus, S., "Peridynamic Shell Membrane Formulation", *Procedia Structural Integrity*, Vol. 28, pp. 411-417, 2020.
84. Dai, M. J., Tanaka, S., Guan, P. C., Oterkus, S., and Oterkus, E., "Ordinary State-Based Peridynamic Shell Model with Arbitrary Horizon Domains for Surface Effect Correction", *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, Vol. 115, p. 103068, 2021.
85. Dai, M. J., Tanaka, S., Bui, T. Q., Oterkus, S., and Oterkus, E., "Fracture Parameter Analysis of Flat Shells under out-of-Plane Loading Using Ordinary State-Based Peridynamics", *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 244, p. 107560, 2021.
86. Dai, M. J., Tanaka, S., Oterkus, S., and Oterkus, E., "Mixed-Mode Stress Intensity Factors Evaluation of Flat Shells under in-Plane Loading Employing Ordinary State-Based Peridynamics", *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, Vol. 112, p. 102841, 2021.
87. Xia, Y., Wang, H., Zheng, G., Shen, G., and Hu, P., "Discontinuous Galerkin Isogeometric Analysis with Peridynamic Model for Crack Simulation of Shell Structure", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 398, p. 115193, 2022.
88. Behzadinasab, M., Alaydin, M., Trask, N., and Bazilevs, Y., "A General-Purpose, Inelastic, Rotation-Free Kirchhoff-Love Shell Formulation for Peridynamics", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 389, p. 114422, 2022.
89. Zheng, G., Yan, Z., Xia, Y., Hu, P., and Shen, G., "Peridynamic Shell Model Based on Micro-Beam Bond", *CMES-Computer Modeling in Engineering & Sciences*, 2022, <https://doi.org/10.32604/cmes.2022.021415>.
90. Taylor, M., Gözen, I., Patel, S., Jesorka, A., and Bertoldi, K., "Peridynamic Modeling of Ruptures in Biomembranes", *PloS one*, Vol. 11, No. 11, p. e0165947, 2016.
91. Bang, D., and Madenci, E., "Peridynamic Modeling

- of Hyperelastic Membrane Deformation”, *Journal of Engineering Materials and Technology*, Vol. 139, No. 3, p. 031007, 2017.
92. Li, H., Zheng, Y., Zhang, Y., Ye, H., and Zhang, H., “Large Deformation and Wrinkling Analyses of Bimodular Structures and Membranes Based on a Peridynamic Computational Framework”, *Acta Mechanica Sinica*, Vol. 35, No. 6, pp. 1226-1240, 2019.
93. Taştan, A., Yolum, U., Güler, M. A., Zaccariotto, M., and Galvanetto, U., “A 2D Peridynamic Model for Failure Analysis of Orthotropic Thin Plates Due to Bending”, *Procedia Structural Integrity*, Vol. 2, pp. 261-268, 2016.
94. Yang, Z., Vazic, B., Diyaroglu, C., Oterkus, E., and Oterkus, S., “A Kirchhoff Plate Formulation in a State-Based Peridynamic Framework”, *Mathematics and Mechanics of Solids*, Vol. 25, No. 3, pp. 727-738, 2020.
95. Yolum, U., and Güler, M. A., “On the Peridynamic Formulation for an Orthotropic Mindlin Plate under Bending”, *Mathematics and Mechanics of Solids*, Vol. 25, No. 2, pp. 263-287, 2020.
96. Yang, Z., Oterkus, E., and Oterkus, S., “Peridynamic Formulation for Higher-Order Plate Theory”, *Journal of Peridynamics and Nonlocal Modeling*, Vol. 3, No. 3, pp. 185-210, 2021.
97. Nguyen, C. T. and Oterkus, S., “Ordinary State-Based Peridynamics for Geometrically Nonlinear Analysis of Plates”, *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, Vol. 112, p. 102877, 2021.
98. Naumenko, K. and Eremeyev, V. A., “A Non-Linear Direct Peridynamics Plate Theory”, *Composite Structures*, Vol. 279, p. 114728, 2022.
99. Shafiei, Z., Sarrami, S., Azhari, M., Galvanetto, U., and Zaccariotto, M., “A Coupled Peridynamic and Finite Strip Method for Analysis of in-Plane Behaviors of Plates with Discontinuities”, *Engineering with Computers*, 2022, <https://doi.org/10.1007/s00366-022-01665-y>.
100. Liu, F., Hu, Y. M., Feng, G. Q., Zhao, W. D., and Ren, H. L., “Study on Elastoplastic Analysis of Metal Plate Based on Peridynamic Differential Operator”, *Thin-Walled Structures*, Vol. 180, p. 109836, 2022.
101. Askari, E., Bobaru, F., Lehoucq, R., Parks, M., Silling, S., and Weckner, O., “Peridynamics for Multiscale Materials Modeling”, *Journal of Physics: Conference Series*, Washington, USA, Vol. 125, No. 1, p. 012078, 2008.
102. Bobaru, F., “Peridynamics and Multiscale Modeling”, *International Journal for Multiscale Computational Engineering*, Vol. 9, No. 6, pp. vii-ix, 2011.
103. Bobaru, F., Yang, M., Alves, L. F., Silling, S. A., Askari, E., and Xu, J., “Convergence, Adaptive Refinement, and Scaling in 1D Peridynamics”, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 77, No. 6, pp. 852-877, 2009.
104. Bobaru, F. and Ha, Y. D., “Adaptive Refinement and Multiscale Modeling in 2D Peridynamics”, *International Journal for Multiscale Computational Engineering*, Vol. 9, No. 6, pp. 635-660, 2011.
105. Seleson, P. D., “Peridynamic Multiscale Models for the Mechanics of Materials: Constitutive Relations, Upscaling from Atomistic Systems, and Interface Problems”, Ph.D. Thesis, The Florida State University, Tallahassee, Florida, 2010.
106. Alali, B., and Lipton, R., “Multiscale Dynamics of Heterogeneous Media in the Peridynamic Formulation”, *Journal of Elasticity*, Vol. 106, No. 1, pp. 71-103, 2012.
107. Yaghoobi, A., Chorzepa, M. G., Kim, S. S., and Durham, S. A., “Mesoscale Fracture Analysis of Multiphase Cementitious Composites Using Peridynamics”, *Materials*, Vol. 10, No. 2, p. 162, 2017.
108. Zhao, J., Chen, Z., Mehrmashhadi, J., and Bobaru, F., “A Stochastic Multiscale Peridynamic Model for Corrosion-Induced Fracture in Reinforced Concrete”, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 229, p. 106969, 2020.
109. Du, Q., Lipton, R., and Mengesha, T., “Multiscale Analysis of Linear Evolution Equations with Applications to Nonlocal Models for Heterogeneous Media”, *ESAIM: Mathematical Modelling and Numerical Analysis*, Vol. 50, No. 5, pp. 1425-1455, 2016.
110. Ahadi, A., and Krochmal, J., “Anisotropic Peridynamic Model—Formulation and Implementation”, *AIMS Materials Science*, Vol. 5, No. 4, pp. 742-755, 2018.
111. Nayak, S., Ravinder, R., Krishnan, N. A., and Das, S., “A Peridynamics-Based Micromechanical Modeling Approach for Random Heterogeneous Structural Materials”, *Materials*, Vol. 13, No. 6, p. 1298, 2020.
112. Javili, A., Morasata, R., Oterkus, E., and Oterkus, S., “Peridynamics Review”, *Mathematics and Mechanics of Solids*, Vol. 24, No. 11, pp. 3714-3739, 2019.
113. Celik, E., Guven, I., and Madenci, E., “Simulations of Nanowire Bend Tests for Extracting Mechanical Properties”, *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, Vol. 55, No. 3, pp. 185-191, 2011.
114. Rahman, R., and Foster, J., “Bridging the Length Scales through Nonlocal Hierarchical Multiscale Modeling Scheme”, *Computational Materials Science*, Vol. 92, pp. 401-415, 2014.
115. Sadat, M. R., Muralidharan, K., Frantziskonis, G. N., and Zhang, L., “From Atomic-Scale to Mesoscale: A Characterization of Geopolymer Composites Using Molecular Dynamics and Peridynamics Simulations”, *Computational*

- Materials Science*, Vol. 186, p. 110038, 2021.
116. Tong, Q., and Li, S., "Multiscale Coupling of Molecular Dynamics and Peridynamics", *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 95, pp. 169-187, 2016.
  117. Rahman, R., Foster, J. T., and Haque, A., "A Multiscale Modeling Scheme Based on Peridynamic Theory", *International Journal for Multiscale Computational Engineering*, Vol. 12, No. 3, 2014.
  118. Ballarini, R., Diana, V., Biolzi, L., and Casolo, S., "Bond-Based Peridynamic Modelling of Singular and Nonsingular Crack-Tip Fields", *Meccanica*, Vol. 53, No. 14, pp. 3495-3515, 2018.
  119. Ghaffari, M. A., Gong, Y., Attarian, S., and Xiao, S., "Peridynamics with Corrected Boundary Conditions and Its Implementation in Multiscale Modeling of Rolling Contact Fatigue", *Journal of Multiscale Modelling*, Vol. 10, No. 01, p. 1841003, 2019.
  120. Mengesha, T., and Du, Q., "Multiscale Analysis of Linearized Peridynamics", *Communications in Mathematical Sciences*, Vol. 13, No. 5, pp. 1193-1218, 2015.
  121. Xu, F., Gunzburger, M., Burkhart, J., and Du, Q., "A Multiscale Implementation Based on Adaptive Mesh Refinement for the Nonlocal Peridynamics Model in One Dimension", *Multiscale Modeling & Simulation*, Vol. 14, No. 1, pp. 398-429, 2016.
  122. Gu, X., Zhang, Q., and Xia, X., "Voronoi-Based Peridynamics and Cracking Analysis with Adaptive Refinement", *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 112, No. 13, pp. 2087-2109, 2017.
  123. Zaccariotto, M., Sarego, G., Dipasquale, D., Shojaei, A., Bazazzadeh, S., Mudric, T., Duzzi, M., and Galvanetto, U., "Discontinuous Mechanical Problems Studied with a Peridynamics-Based Approach", *Aerotecnica Missili & Spazio*, Vol. 96, No. 1, pp. 44-55, 2017.
  124. Birner, M., Diehl, P., Lipton, R., and Schweitzer, M. A., "A Fracture Multiscale Model for Peridynamic Enrichment within the Partition of Unity Method: Part I", *Computational Engineering, Finance, and Science* 2021, <https://doi.org/10.48550/arXiv.2108.02336>.
  125. Gerstle, W., Silling, S., Read, D., Tewary, V., and Lehoucq, R., "Peridynamic Simulation of Electromigration", *Comput Mater Continua*, Vol. 8, No. 2, pp. 75-92, 2008.
  126. Kilic, B., and Madenci, E., "Peridynamic Theory for Thermomechanical Analysis", *IEEE Transactions on Advanced Packaging*, Vol. 33, No. 1, pp. 97-105, 2009.
  127. Bobaru, F., and Duangpanya, M., "The Peridynamic Formulation for Transient Heat Conduction", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 53, No. 19-20, pp. 4047-4059, 2010.
  128. Bobaru, F., and Duangpanya, M., "A Peridynamic Formulation for Transient Heat Conduction in Bodies with Evolving Discontinuities", *Journal of Computational Physics*, Vol. 231, No. 7, pp. 2764-2785, 2012.
  129. Agwai, A., Guven, I., and Madenci, E., "Failure Prediction in Fully Coupled Thermal and Deformational Fields with Peridynamics", *IEEE 62nd Electronic Components and Technology Conference*, San Diego, California, USA, pp. 1223-1232, 2012.
  130. Beckmann, R., Mella, R., and Wenman, M., "Mesh and Timestep Sensitivity of Fracture from Thermal Strains Using Peridynamics Implemented in Abaqus", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 263, pp. 71-80, 2013.
  131. Oterkus, S., Madenci, E., and Agwai, A., "Peridynamic Thermal Diffusion", *Journal of Computational Physics*, Vol. 265, pp. 71-96, 2014.
  132. Gu, X., Zhang, Q., and Madenci, E., "Refined Bond-Based Peridynamics for Thermal Diffusion", *Engineering Computations*, Vol. 36, No. 8, pp. 2557-2587, 2019.
  133. Oterkus, S., Madenci, E., and Agwai, A., "Fully Coupled Peridynamic Thermomechanics", *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 64, pp. 1-23, 2014.
  134. Gao, Y. and Oterkus, S., "Ordinary State-Based Peridynamic Modelling for Fully Coupled Thermoelastic Problems", *Continuum Mechanics and Thermodynamics*, Vol. 31, No. 4, pp. 907-937, 2019.
  135. Amani, J., Oterkus, E., Areias, P., Zi, G., Nguyen-Thoi, T., and Rabczuk, T., "A Non-Ordinary State-Based Peridynamics Formulation for Thermoplastic Fracture", *International Journal of Impact Engineering*, Vol. 87, pp. 83-94, 2016.
  136. Gao, Y., and Oterkus, S., "Fully Coupled Thermomechanical Analysis of Laminated Composites by Using Ordinary State Based Peridynamic Theory", *Composite Structures*, Vol. 207, pp. 397-424, 2019.
  137. Shou, Y., and Zhou, X., "A Coupled Thermomechanical Nonordinary State-Based Peridynamics for Thermally Induced Cracking of Rocks", *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, Vol. 43, No. 2, pp. 371-386, 2020.
  138. Wang, H., Xu, Y., and Huang, D., "A Non-Ordinary State-Based Peridynamic Formulation for Thermo-Visco-Plastic Deformation and Impact Fracture", *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 159, pp. 336-344, 2019.
  139. Diyaroglu, C., Oterkus, S., Oterkus, E., Madenci, E., Han, S., and Hwang, Y., "Peridynamic Wetness Approach for Moisture Concentration Analysis in Electronic Packages", *Microelectronics Reliability*,

- Vol. 70, pp. 103-111, 2017.
140. Ladányi, G., and Gonda, V., "Peridynamic Modelling of Crack Initiation and Propagation in Thermo-Mechanically Loaded Electronic Devices", *19th International Conference on Thermal, Mechanical and Multi-Physics Simulation and Experiments in Microelectronics and Microsystems (EuroSimE)*, Hannover, Germany, pp. 1-5, 2018.
  141. Wildman, R., and Gazonas, G., "A Dynamic Electro-Thermo-Mechanical Model of Dielectric Breakdown in Solids Using Peridynamics", *Journal of Mechanics of Materials and Structures*, Vol. 10, No. 5, pp. 613-630, 2015.
  142. Li, Z., Huang, D., Xu, Y., and Yan, K., "Nonlocal Steady-State Thermoelastic Analysis of Functionally Graded Materials by Using Peridynamic Differential Operator", *Applied Mathematical Modelling*, Vol. 93, pp. 294-313, 2021.
  143. He, D., Huang, D., and Jiang, D., "Modeling and Studies of Fracture in Functionally Graded Materials under Thermal Shock Loading Using Peridynamics", *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, Vol. 111, p. 102852, 2021.
  144. Liao, Y., Liu, L., Liu, Q., Lai, X., Assefa, M., and Liu, J., "Peridynamic Simulation of Transient Heat Conduction Problems in Functionally Gradient Materials with Cracks", *Journal of Thermal Stresses*, Vol. 40, No. 12, pp. 1484-1501, 2017.
  145. Wang, Y., Zhou, X., and Kou, M., "An Improved Coupled Thermo-Mechanic Bond-Based Peridynamic Model for Cracking Behaviors in Brittle Solids Subjected to Thermal Shocks", *European Journal of Mechanics-A/Solids*, Vol. 73, pp. 282-305, 2019.
  146. Giannakeas, I. N., Papathanasiou, T. K., and Bahai, H., "Simulation of Thermal Shock Cracking in Ceramics Using Bond-Based Peridynamics and FEM", *Journal of the European Ceramic Society*, Vol. 38, No. 8, pp. 3037-3048, 2018.
  147. D'Antuono, P., and Morandini, M., "Thermal Shock Response Via Weakly Coupled Peridynamic Thermo-Mechanics", *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 129, pp. 74-89, 2017.
  148. Wang, Y., Zhou, X., and Kou, M., "A Coupled Thermo-Mechanical Bond-Based Peridynamics for Simulating Thermal Cracking in Rocks", *International Journal of Fracture*, Vol. 211, No. 1, pp. 13-42, 2018.
  149. Wang, Y., and Zhou, X., "Peridynamic Simulation of Thermal Failure Behaviors in Rocks Subjected to Heating from Boreholes", *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, Vol. 117, pp. 31-48, 2019.
  150. Mu, D., Li, Z., Tang, A., Liu, Q., and Huang, D., "A Coupled Thermo-Mechanical Bond-Based Smoothed Particle Dynamics Model for Simulating Thermal Cracking in Rocks", *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 265, p. 108364, 2022.
  151. Bazazzadeh, S., Mossaiby, F., and Shojaei, A., "An Adaptive Thermo-Mechanical Peridynamic Model for Fracture Analysis in Ceramics", *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 223, p. 106708, 2020.
  152. Bazazzadeh, S., Morandini, M., Zaccariotto, M., and Galvanetto, U., "Simulation of Chemo-Thermo-Mechanical Problems in Cement-Based Materials with Peridynamics", *Meccanica*, Vol. 56, No. 9, pp. 2357-2379, 2021.
  153. Chen, W., Gu, X., Zhang, Q., and Xia, X., "A Refined Thermo-Mechanical Fully Coupled Peridynamics with Application to Concrete Cracking", *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 242, p. 107463, 2021.
  154. Gao, Y., and Oterkus, S., "Coupled Thermo-Fluid-Mechanical Peridynamic Model for Analysing Composite under Fire Scenarios", *Composite Structures*, Vol. 255, p. 113006, 2021.
  155. Mikata, Y., "Peridynamics for Heat Conduction", *Journal of Heat Transfer*, Vol. 142, No. 8, p. 081402, 2020, 10.1115/1.4047058.
  156. Nguyen, C. T., and Oterkus, S., "Peridynamics for the Thermomechanical Behavior of Shell Structures", *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 219, p. 106623, 2019.
  157. Hu, Y., Chen, H., Spencer, B. W., and Madenci, E., "Thermomechanical Peridynamic Analysis with Irregular Non-Uniform Domain Discretization", *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 197, pp. 92-113, 2018.
  158. Zhao, T., and Shen, Y., "An Embedded Discontinuity Peridynamic Model for Nonlocal Heat Conduction with Interfacial Thermal Resistance", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 175, p. 121195, 2021.
  159. Pathrikar, A., Tiwari, S. B., Arayil, P., and Roy, D., "Thermomechanics of Damage in Brittle Solids: A Peridynamics Model", *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, Vol. 112, p. 102880, 2021.
  160. Chen, Z., Peng, X., Jafarzadeh, S., and Bobaru, F., "Analytical Solutions of Peridynamic Equations. Part I: Transient Heat Diffusion", *Journal of Peridynamics and Nonlocal Modeling*, Vol. 4, pp. 303-335, 2022.
  161. Madenci, E., Roy, P., and Behera, D., "Peridynamic Modeling of Thermoelastic Deformation", in *Advances in Peridynamics*, Springer, pp. 173-184, 2022.
  162. Wang, B., Oterkus, S., and Oterkus, E., "Thermomechanical Phase Change Peridynamic Model for Welding Analysis", *Engineering Analysis with Boundary Elements*, Vol. 140, pp. 371-385, 2022.
  163. Zhang, H., and Zhang, X., "Peridynamic Analysis of Materials Interface Fracture with Thermal Effect",

- Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, p. 103420, 2022.
164. Diyaroglu, C., Oterkus, S., Oterkus, E., and Madenci, E., "Peridynamic Modeling of Diffusion by Using Finite-Element Analysis", *IEEE Transactions on Components, Packaging and Manufacturing Technology*, Vol. 7, No. 11, pp. 1823-1831, 2017.
  165. Zeleke, M. A., and Ageze, M. B., "A Review of Peridynamics (PD) Theory of Diffusion Based Problems", *Journal of Engineering*, 2021, <https://doi.org/10.1155/2021/7782326>.
  166. Shojaei, A., Hermann, A., Seleson, P., and Cyron, C. J., "Dirichlet Absorbing Boundary Conditions for Classical and Peridynamic Diffusion-Type Models", *Computational Mechanics*, Vol. 66, No. 4, pp. 773-793, 2020.
  167. Wang, B., Oterkus, S., and Oterkus, E., "Thermal Diffusion Analysis by Using Dual Horizon Peridynamics", *Journal of Thermal Stresses*, Vol. 44, No. 1, pp. 51-74, 2020.
  168. Li, W., and Guo, L., "Peridynamic Investigation of Chloride Diffusion in Concrete under Typical Environmental Factors", *Ocean Engineering*, Vol. 239, p. 109770, 2021.
  169. Guo, L., Zhang, X., Li, W., and Zhou, X., "Multi-Scale Peridynamic Formulations for Chloride Diffusion in Concrete", *Engineering Analysis with Boundary Elements*, Vol. 120, pp. 107-117, 2020.
  170. Chen, Z., and Bobaru, F., "Peridynamic Modeling of Pitting Corrosion Damage", *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 78, pp. 352-381, 2015.
  171. Zhao, J., Chen, Z., Mehrmashhadi, J., and Bobaru, F., "Construction of a Peridynamic Model for Transient Advection-Diffusion Problems", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 126, pp. 1253-1266, 2018.
  172. Wang, L., Xu, J., and Wang, J., "The Green's Functions for Peridynamic Non-Local Diffusion", *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, Vol. 472, No. 2193, p. 20160185, 2016.
  173. Katiyar, A., Foster, J. T., Ouchi, H., and Sharma, M. M., "A Peridynamic Formulation of Pressure Driven Convective Fluid Transport in Porous Media", *Journal of Computational Physics*, Vol. 261, pp. 209-229, 2014.
  174. Ouchi, H., Katiyar, A., York, J., Foster, J. T., and Sharma, M. M., "A Fully Coupled Porous Flow and Geomechanics Model for Fluid Driven Cracks: A Peridynamics Approach", *Computational Mechanics*, Vol. 55, No. 3, pp. 561-576, 2015.
  175. Jabakhanji, R., "Peridynamic Modeling of Coupled Mechanical Deformations and Transient Flow in Unsaturated Soils", Ph.D. Thesis, Purdue University, West Lafayette, Indiana, 2013.
  176. Zhang, H., Li, H., Ye, H., and Zheng, Y., "A Coupling Peridynamic Approach for the Consolidation and Dynamic Analysis of Saturated Porous Media", *Computational Mechanics*, Vol. 64, No. 4, pp. 1097-1113, 2019.
  177. Katiyar, A., Agrawal, S., Ouchi, H., Seleson, P., Foster, J. T., and Sharma, M. M., "A General Peridynamics Model for Multiphase Transport of Non-Newtonian Compressible Fluids in Porous Media", *Journal of Computational Physics*, Vol. 402, p. 109075, 2020.
  178. Yan, H., Sedighi, M., and Jivkov, A. P., "Peridynamics Modelling of Coupled Water Flow and Chemical Transport in Unsaturated Porous Media", *Journal of Hydrology*, Vol. 591, p. 125648, 2020.
  179. Shou, Y., and Zhou, X., "A Coupled Hydro-Mechanical Non-Ordinary State-Based Peridynamics for the Fissured Porous Rocks", *Engineering Analysis with Boundary Elements*, Vol. 123, pp. 133-146, 2021.
  180. Ouchi, H., Katiyar, A., Foster, J. T., and Sharma, M. M., "A Peridynamics Model for the Propagation of Hydraulic Fractures in Heterogeneous, Naturally Fractured Reservoirs", *SPE Hydraulic Fracturing Technology Conference*, The Woodlands, Texas, USA, Vol. 22, No. 4, pp. SPE-173361-PA, 2015.
  181. Nadimi, S., Miscovic, I., and McLennan, J., "A 3D Peridynamic Simulation of Hydraulic Fracture Process in a Heterogeneous Medium", *Journal of Petroleum Science and Engineering*, Vol. 145, pp. 444-452, 2016.
  182. Ouchi, H., Agrawal, S., Foster, J. T., and Sharma, M. M., "Effect of Small Scale Heterogeneity on the Growth of Hydraulic Fractures", *SPE Hydraulic Fracturing Technology Conference and Exhibition*, The Woodlands, Texas, USA, pp. SPE-184873-MS, 2017.
  183. Ni, T., Pesavento, F., Zaccariotto, M., Galvanetto, U., Zhu, Q., and Schrefler, B. A., "Hybrid FEM and Peridynamic Simulation of Hydraulic Fracture Propagation in Saturated Porous Media", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 366, p. 113101, 2020.
  184. Zhang, Y., Huang, D., Cai, Z., and Xu, Y., "An Extended Ordinary State-Based Peridynamic Approach for Modelling Hydraulic Fracturing", *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 234, p. 107086, 2020.
  185. Li, C., and Wang, J., "Peridynamic Simulation on Hydraulic Fracture Propagation in Shale Formation", *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 258, p. 108095, 2021.
  186. Qin, M., Yang, D., and Chen, W., "Three-Dimensional Hydraulic Fracturing Modeling Based on Peridynamics", *Engineering Analysis with Boundary Elements*, Vol. 141, pp. 153-166, 2022.
  187. Wu, F., Li, S., Duan, Q., and Li, X., "Application of

- the Method of Peridynamics to the Simulation of Hydraulic Fracturing Process”, *International Conference on Discrete Element Methods*, Dalian, China, pp. 561-569, 2016.
188. Zheng, S., Manchanda, R., and Sharma, M. M., “Development of a Fully Implicit 3-D Geomechanical Fracture Simulator”, *Journal of Petroleum Science and Engineering*, Vol. 179, pp. 758-775, 2019.
  189. Agrawal, S., “An Integrated Peridynamics-Finite Volume Based Multi-Phase Flow, Geomechanics and Hydraulic Fracture Model”, Ph.D. Thesis, The University of Texas at Austin, Austin, 2019.
  190. Zhou, X., Wang, Y., and Shou, Y., “Hydromechanical Bond-Based Peridynamic Model for Pressurized and Fluid-Driven Fracturing Processes in Fissured Porous Rocks”, *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, Vol. 132, p. 104383, 2020.
  191. Liu, R., Yan, J., and Li, S., “Modeling and Simulation of Ice–Water Interactions by Coupling Peridynamics with Updated Lagrangian Particle Hydrodynamics”, *Computational Particle Mechanics*, Vol. 7, No. 2, pp. 241-255, 2020.
  192. Mikata, Y., “Peridynamics for Fluid Mechanics and Acoustics”, *Acta Mechanica*, Vol. 232, No. 8, pp. 3011-3032, 2021.
  193. Zhao, J., Larios, A., and Bobaru, F., “Construction of a Peridynamic Model for Viscous Flow”, *Journal of Computational Physics*, p. 111509, 2022, <https://doi.org/10.1016/j.jcp.2022.111509>.
  194. Chang, H., Chen, A., Kareem, A., Hu, L., and Ma, R., “Peridynamic Differential Operator-Based Eulerian Particle Method for 2D Internal Flows”, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 392, p. 114568, 2022.
  195. Gao, Y., and Oterkus, S., “Multi-Phase Fluid Flow Simulation by Using Peridynamic Differential Operator”, *Ocean Engineering*, Vol. 216, p. 108081, 2020.
  196. Gao, Y., and Oterkus, S., “Nonlocal Numerical Simulation of Low Reynolds Number Laminar Fluid Motion by Using Peridynamic Differential Operator”, *Ocean Engineering*, Vol. 179, pp. 135-158, 2019.
  197. Gao, Y., and Oterkus, S., “Non-Local Modeling for Fluid Flow Coupled with Heat Transfer by Using Peridynamic Differential Operator”, *Engineering Analysis with Boundary Elements*, Vol. 105, pp. 104-121, 2019.
  198. Bazazzadeh, S., Shojaei, A., Zaccariotto, M., and Galvanetto, U., “Application of the Peridynamic Differential Operator to the Solution of Sloshing Problems in Tanks”, *Engineering Computations*, Vol. 36, No. 1, pp. 45-83, 2018.
  199. Gao, Y., and Oterkus, S., “Fluid-Elastic Structure Interaction Simulation by Using Ordinary State-Based Peridynamics and Peridynamic Differential Operator”, *Engineering Analysis with Boundary Elements*, Vol. 121, pp. 126-142, 2020.
  200. Kilic, B., Agwai, A., and Madenci, E., “Peridynamic Theory for Progressive Damage Prediction in Center-Cracked Composite Laminates”, *Composite Structures*, Vol. 90, No. 2, pp. 141-151, 2009.
  201. Hu, W., Ha, Y. D., and Bobaru, F., “Modeling Dynamic Fracture and Damage in a Fiber-Reinforced Composite Lamina with Peridynamics”, *International Journal for Multiscale Computational Engineering*, Vol. 9, No. 6, pp. 707-726, 2011.
  202. Oterkus, E., and Madenci, E., “Peridynamic Analysis of Fiber-Reinforced Composite Materials”, *Journal of Mechanics of Materials and Structures*, Vol. 7, No. 1, pp. 45-84, 2012.
  203. Hu, W., Ha, Y. D., and Bobaru, F., “Peridynamic Model for Dynamic Fracture in Unidirectional Fiber-Reinforced Composites”, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 217, pp. 247-261, 2012.
  204. Oterkus, E., and Madenci, E., “Peridynamic Theory for Damage Initiation and Growth in Composite Laminate”, *Key Engineering Materials*, Vol. 488, pp. 355-358, 2012.
  205. Oterkus, E., Madenci, E., Weckner, O., Silling, S., Bogert, P., and Tessler, A., “Combined Finite Element and Peridynamic Analyses for Predicting Failure in a Stiffened Composite Curved Panel with a Central Slot”, *Composite Structures*, Vol. 94, No. 3, pp. 839-850, 2012.
  206. Diyaroglu, C., Oterkus, E., Madenci, E., Rabczuk, T., and Siddiq, A., “Peridynamic Modeling of Composite Laminates under Explosive Loading”, *Composite Structures*, Vol. 144, pp. 14-23, 2016.
  207. Buryachenko, V. A., “Some General Representations in Thermoperistatics of Random Structure Composites”, *International Journal for Multiscale Computational Engineering*, Vol. 12, No. 4, pp. 331-350, 2014.
  208. Wu, L., Xu, Y., Huang, D., and Wang, L., “Influences of Temperature and Impacting Velocity on Dynamic Failure of Laminated Glass: Insights from Peridynamic Simulations”, *Composite Structures*, Vol. 259, p. 113472, 2021.
  209. Madenci, E., and Oterkus, S., “Peridynamic Modeling of Thermo-Oxidative Damage Evolution in a Composite Lamina”, *58th AIAA/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference*, Grapevine, Texas, USA, p. 0197, 2017.
  210. Fang, G., Liu, S., Liang, J., Fu, M., Wang, B., and Meng, S., “A Stable Non-Ordinary State-Based Peridynamic Model for Laminated Composite Materials”, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 122, No. 2, pp. 403-430, 2021.

211. Rädcl, M., Willberg, C., and Krause, D., "Peridynamic Analysis of Fibre-Matrix Debond and Matrix Failure Mechanisms in Composites under Transverse Tensile Load by an Energy-Based Damage Criterion", *Composites Part B: Engineering*, Vol. 158, pp. 18-27, 2019.
212. Zhou, W., Liu, D., and Liu, N., "Analyzing Dynamic Fracture Process in Fiber-Reinforced Composite Materials with a Peridynamic Model", *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 178, pp. 60-76, 2017.
213. ZHOU, W., and LIU, D., "A Peridynamic Model for Analyzing Crack Propagation in Unidirectional Composite Lamina", *Proceedings of the American Society for Composites: Thirty-First Technical Conference*, Williamsburg VA, USA, 2016.
214. Yu, Y., and Wang, H., "Peridynamic Analytical Method for Progressive Damage in Notched Composite Laminates", *Composite Structures*, Vol. 108, pp. 801-810, 2014.
215. Xia, W., Galadima, Y. K., Oterkus, E., and Oterkus, S., "Representative Volume Element Homogenization of a Composite Material by Using Bond-Based Peridynamics", *Journal of Composites and Biodegradable Polymers*, Vol. 7, pp. 51-56, 2019.
216. Silling, S. A., "Origin and Effect of Nonlocality in a Composite", *Journal of Mechanics of Materials and Structures*, Vol. 9, No. 2, pp. 245-258, 2014.
217. Shang, S., Qin, X., Li, S., Li, H., Cao, X., and Li, Y., "A Bond-Based Peridynamic Modeling of Machining of Unidirectional Carbon Fiber Reinforced Polymer Material", *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, Vol. 102, No. 9, pp. 4199-4211, 2019.
218. Shang, S., Qin, X., Li, H., and Cao, X., "An Application of Non-Ordinary State-Based Peridynamics Theory in Cutting Process Modelling of Unidirectional Carbon Fiber Reinforced Polymer Material", *Composite Structures*, Vol. 226, p. 111194, 2019.
219. Roy, P., Deepu, S., Pathrikar, A., Roy, D., and Reddy, J., "Phase Field Based Peridynamics Damage Model for Delamination of Composite Structures", *Composite Structures*, Vol. 180, pp. 972-993, 2017.
220. Ren, B., Wu, C., Seleson, P., Zeng, D., Nishi, M., and Pasetto, M., "An FEM-Based Peridynamic Model for Failure Analysis of Unidirectional Fiber-Reinforced Laminates", *Journal of Peridynamics and Nonlocal Modeling*, Vol. 4, No. 1, pp. 139-158, 2022.
221. Ren, B., Wu, C., Seleson, P., Zeng, D., and Lyu, D., "A Peridynamic Failure Analysis of Fiber-Reinforced Composite Laminates Using Finite Element Discontinuous Galerkin Approximations", *International Journal of Fracture*, Vol. 214, No. 1, pp. 49-68, 2018.
222. Mehrmashhadi, J., Chen, Z., Zhao, J., and Bobaru, F., "A Stochastically Homogenized Peridynamic Model for Intraply Fracture in Fiber-Reinforced Composites", *Composites Science and Technology*, Vol. 182, p. 107770, 2019.
223. Madenci, E., Yaghoobi, A., Barut, A., and Phan, N., "Peridynamic Modeling of Compression after Impact Damage in Composite Laminates", *Journal of Peridynamics and Nonlocal Modeling*, Vol. 3, No. 4, pp. 327-347, 2021.
224. Madenci, E., Barut, A., Yaghoobi, A., Phan, N., and Fertig III, R., "Combined Peridynamics and Kinetic Theory of Fracture for Fatigue Failure of Composites under Constant and Variable Amplitude Loading", *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, Vol. 112, p. 102824, 2021.
225. Ma, Q., Wu, L., and Huang, D., "An Extended Peridynamic Model for Dynamic Fracture of Laminated Glass Considering Interfacial Debonding", *Composite Structures*, Vol. 290, p. 115552, 2022.
226. Jiang, X. W., Wang, H., and Guo, S., "Peridynamic Open-Hole Tensile Strength Prediction of Fiber-Reinforced Composite Laminate Using Energy-Based Failure Criteria", *Advances in Materials Science and Engineering*, 2019, <https://doi.org/10.1155/2019/7694081>.
227. Jiang, X. W., and Wang, H., "Ordinary State-Based Peridynamics for Open-Hole Tensile Strength Prediction of Fiber-Reinforced Composite Laminates", *Journal of Mechanics of Materials and Structures*, Vol. 13, No. 1, pp. 53-82, 2018.
228. Jiang, X. W., Guo, S., Li, H., and Wang, H., "Peridynamic Modeling of Mode-I Delamination Growth in Double Cantilever Composite Beam Test: A Two-Dimensional Modeling Using Revised Energy-Based Failure Criteria", *Applied Sciences*, Vol. 9, No. 4, p. 656, 2019.
229. Hu, Y., Yu, Y., and Madenci, E., "Peridynamic Modeling of Composite Laminates with Material Coupling and Transverse Shear Deformation", *Composite Structures*, Vol. 253, p. 112760, 2020.
230. Hu, Y., Madenci, E., and Phan, N. D., "Peridynamics for Predicting Tensile and Compressive Strength of Notched Composites", *57th AIAA/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference*, San Diego, California, USA, p. 1723, 2016.
231. Hu, Y., Madenci, E., and Phan, N. D., "Peridynamic Modeling of Defects in Composites", *56th AIAA/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference*, Kissimmee, Florida, p. 1875, 2015.
232. Hu, Y., Madenci, E., and Phan, N., "Peridynamics for Predicting Damage and Its Growth in Composites", *Fatigue & Fracture of Engineering*



- Materials & Structures*, Vol. 40, No. 8, pp. 1214-1226, 2017.
233. Hu, Y., and Madenci, E., "Peridynamic Modeling of Fatigue Damage in Notched Composite Laminates", *58th AIAA/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference*, Grapevine, Texas, p. 1140, 2017.
  234. Hu, Y., and Madenci, E., "Peridynamics for Fatigue Life and Residual Strength Prediction of Composite Laminates", *Composite Structures*, Vol. 160, pp. 169-184, 2017.
  235. Hu, Y., and Madenci, E., "Bond-Based Peridynamic Modeling of Composite Laminates with Arbitrary Fiber Orientation and Stacking Sequence", *Composite Structures*, Vol. 153, pp. 139-175, 2016.
  236. Hu, Y., De Carvalho, N., and Madenci, E., "Peridynamic Modeling of Delamination Growth in Composite Laminates", *Composite Structures*, Vol. 132, pp. 610-620, 2015.
  237. Gok, E., Yolum, U., and Güler, M. A., "Mode II and Mixed Mode Delamination Growth in Composite Materials Using Peridynamic Theory", *Procedia Structural Integrity*, Vol. 28, pp. 2043-2054, 2020.
  238. Gao, Y., and Oterkus, S., "Peridynamic Analysis of Marine Composites under Shock Loads by Considering Thermomechanical Coupling Effects", *Journal of Marine Science and Engineering*, Vol. 6, No. 2, p. 38, 2018.
  239. Dorduncu, M., "Peridynamic Modeling of Delaminations in Laminated Composite Beams Using Refined Zigzag Theory", *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, Vol. 112, p. 102832, 2021.
  240. Cao, X., Qin, X., Li, H., Shang, S., Li, S., and Liu, H., "Non-Ordinary State-Based Peridynamic Fatigue Modelling of Composite Laminates with Arbitrary Fibre Orientation", *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, Vol. 120, p. 103393, 2022.
  241. Askari, A., Azdoud, Y., Han, F., Lubineau, G., and Silling, S., "Peridynamics for Analysis of Failure in Advanced Composite Materials", in *Numerical Modelling of Failure in Advanced Composite Materials*, Elsevier, pp. 331-350, 2015.
  242. Askari, E., Xu, J., and Silling, S., "Peridynamic Analysis of Damage and Failure in Composites", *44th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*, Reno, Nevada, p. 88, 2006.
  243. Cheng, Z., Hu, Y., Chu, L., Yuan, C., and Feng, H., "Peridynamic Modeling of Engineered Cementitious Composite with Fiber Effects", *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 245, p. 107601, 2021.
  244. Wu, P., Yang, F., Chen, Z., and Bobaru, F., "Stochastically Homogenized Peridynamic Model for Dynamic Fracture Analysis of Concrete", *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 253, p. 107863, 2021.
  245. Jones, R., Rimsza, J., Trageser, J., and Hogancamp, J., "Simulation of Hardened Cement Degradation and Estimation of Uncertainty in Predicted Failure Times with Peridynamics", *Construction and Building Materials*, Vol. 286, p. 122927, 2021.
  246. Zhang, Y., and Qiao, P., "A Fully-Discrete Peridynamic Modeling Approach for Tensile Fracture of Fiber-Reinforced Cementitious Composites", *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 242, p. 107454, 2021.
  247. Hou, D., Zhang, W., Ge, Z., Wang, P., Wang, X., and Zhang, H., "Experimentally Validated Peridynamic Fracture Modelling of Mortar at the Meso-Scale", *Construction and Building Materials*, Vol. 267, p. 120939, 2021.
  248. Wu, P., Zhao, J., Chen, Z., and Bobaru, F., "Validation of a Stochastically Homogenized Peridynamic Model for Quasi-Static Fracture in Concrete", *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 237, p. 107293, 2020.
  249. Yaghoobi, A., and Chorzepa, M. G., "Fracture Analysis of Fiber Reinforced Concrete Structures in the Micropolar Peridynamic Analysis Framework", *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 169, pp. 238-250, 2017.
  250. Candaş, A., Oterkus, E., and İmrak, C. E., "Peridynamic Simulation of Dynamic Fracture in Functionally Graded Materials Subjected to Impact Load", *Engineering with Computers*, 2021, <https://doi.org/10.1007/s00366-021-01540-2>.
  251. Cheng, Z., Zhang, G., Wang, Y., and Bobaru, F., "A Peridynamic Model for Dynamic Fracture in Functionally Graded Materials", *Composite Structures*, Vol. 133, pp. 529-546, 2015.
  252. Ozdemir, M., Kefal, A., Imachi, M., Tanaka, S., and Oterkus, E., "Dynamic Fracture Analysis of Functionally Graded Materials Using Ordinary State-Based Peridynamics", *Composite Structures*, Vol. 244, p. 112296, 2020.
  253. Decklever, J., and Spanos, P., "Nanocomposite Material Properties Estimation and Fracture Analysis Via Peridynamics and Monte Carlo Simulation", *Probabilistic Engineering Mechanics*, Vol. 44, pp. 77-88, 2016.
  254. Duzzi, M., Zaccariotto, M., and Galvanetto, U., "Application of Peridynamic Theory to Nanocomposite Materials", *Advanced Materials Research*, Vol. 1016, pp. 44-48, 2014.
  255. Sadowski, T., and Pankowski, B., "Peridynamical Modelling of Nanoindentation in Ceramic Composites", *Solid State Phenomena*, Vol. 254, pp. 55-59, 2016.
  256. Lammi, C. J., and Vogler, T. J., "Mesoscale Simulations of Granular Materials with Peridynamics", *AIP Conference Proceedings, Puertollano, Spain*, Vol. 1426, No. 1, pp. 1467-1470, 2012.
  257. Ren, B., Fan, H., Bergel, G. L., Regueiro, R. A.,

- Lai, X., and Li, S., "A Peridynamics-SPH Coupling Approach to Simulate Soil Fragmentation Induced by Shock Waves", *Computational Mechanics*, Vol. 55, No. 2, pp. 287-302, 2015.
258. Fan, H., and Li, S., "A Peridynamics-SPH Modeling and Simulation of Blast Fragmentation of Soil under Buried Explosive Loads", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 318, pp. 349-381, 2017.
259. Fan, H., and Li, S., "Parallel Peridynamics-SPH Simulation of Explosion Induced Soil Fragmentation by Using OpenMP", *Computational Particle Mechanics*, Vol. 4, No. 2, pp. 199-211, 2017.
260. Lai, X., Ren, B., Fan, H., Li, S., Wu, C., Regueiro, R. A., and Liu, L., "Peridynamics Simulations of Geomaterial Fragmentation by Impulse Loads", *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, Vol. 39, No. 12, pp. 1304-1330, 2015.
261. Zhang, Y., Deng, H., Deng, J., Liu, C., and Ke, B., "Peridynamics Simulation of Crack Propagation of Ring-Shaped Specimen Like Rock under Dynamic Loading", *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, Vol. 123, p. 104093, 2019.
262. Zhu, F., and Zhao, J., "Peridynamic Modelling of Blasting Induced Rock Fractures", *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 153, p. 104469, 2021.
263. Wang, H., Guo, C., Wang, F., Ni, P., and Sun, W., "Peridynamics Simulation of Structural Damage Characteristics in Rock Sheds under Rockfall Impact", *Computers and Geotechnics*, Vol. 143, p. 104625, 2022.
264. Ha, Y. D., Lee, J., and Hong, J., "Fracturing Patterns of Rock-Like Materials in Compression Captured with Peridynamics", *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 144, pp. 176-193, 2015.
265. Rabczuk, T., and Ren, H., "A Peridynamics Formulation for Quasi-Static Fracture and Contact in Rock", *Engineering Geology*, Vol. 225, pp. 42-48, 2017.
266. Wang, Y., Zhou, X., and Xu, X., "Numerical Simulation of Propagation and Coalescence of Flaws in Rock Materials under Compressive Loads Using the Extended Non-Ordinary State-Based Peridynamics", *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 163, pp. 248-273, 2016.
267. Zhou, X., and Shou, Y., "Numerical Simulation of Failure of Rock-Like Material Subjected to Compressive Loads Using Improved Peridynamic Method", *International Journal of Geomechanics*, Vol. 17, No. 3, p. 04016086, 2017.
268. Wang, Y., Zhou, X., and Shou, Y., "The Modeling of Crack Propagation and Coalescence in Rocks under Uniaxial Compression Using the Novel Conjugated Bond-Based Peridynamics", *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 128, pp. 614-643, 2017.
269. Diana, V., Labuz, J. F., and Biolzi, L., "Simulating Fracture in Rock Using a Micropolar Peridynamic Formulation", *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 230, p. 106985, 2020.
270. Zhang, Y., Deng, H., Deng, J., Liu, C., and Yu, S., "Peridynamic Simulation of Crack Propagation of Non-Homogeneous Brittle Rock-Like Materials", *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, Vol. 106, p. 102438, 2020.
271. Gao, C., Zhou, Z., Li, L., Li, Z., Zhang, D., and Cheng, S., "Strength Reduction Model for Jointed Rock Masses and Peridynamics Simulation of Uniaxial Compression Testing", *Geomechanics and Geophysics for Geo-Energy and Geo-Resources*, Vol. 7, No. 2, pp. 1-21, 2021.
272. Sedighi, M., Yan, H., and Jivkov, A. P., "Peridynamic Modelling of Clay Erosion", *Géotechnique*, Vol. 72, No. 6, pp. 510-521, 2022.
273. Lai, X., Liu, L. S., Liu, Q. W., Cao, D. F., Wang, Z., and Zhai, P. C., "Slope Stability Analysis by Peridynamic Theory", *Applied Mechanics and Materials*, Vol. 744, pp. 584-588, 2015.
274. Zhang, Y., Deng, J., Deng, H., and Ke, B., "Peridynamics Simulation of Rock Fracturing under Liquid Carbon Dioxide Blasting", *International Journal of Damage Mechanics*, Vol. 28, No. 7, pp. 1038-1052, 2019.
275. Zhang, T., Zhou, X., and Qian, Q., "The Peridynamic Drucker-Prager Plastic Model with Fractional Order Derivative for the Numerical Simulation of Tunnel Excavation", *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, Vol. 46, No. 9, pp. 1620-1659, 2022.
276. Butt, S., and Meschke, G., "A 3D Peridynamic Model of Rock Cutting with TBM Disc Cutters", *Proceedings of the 7th GACM Colloquium on Computational Mechanics*, Stuttgart, Germany, 2017.
277. Gao, C., Zhou, Z., Li, Z., Li, L., and Cheng, S., "Peridynamics Simulation of Surrounding Rock Damage Characteristics During Tunnel Excavation", *Tunnelling and Underground Space Technology*, Vol. 97, p. 103289, 2020.
278. Zhou, Z., Li, Z., Gao, C., Zhang, D., Wang, M., Wei, C., and Bai, S., "Peridynamic Micro-Elastoplastic Constitutive Model and Its Application in the Failure Analysis of Rock Masses", *Computers and Geotechnics*, Vol. 132, p. 104037, 2021.
279. Zhou, X., and Wang, Y., "Numerical Simulation of Crack Propagation and Coalescence in Pre-Cracked Rock-Like Brazilian Disks Using the Non-Ordinary State-Based Peridynamics", *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, Vol. 89, pp. 235-249, 2016.
280. Zhu, F., and Zhao, J., "Sand Grain Crushing under Multi-Axial Loading Conditions", *International*

- Geotechnics Symposium cum International Meeting of CSRME 14th Biennial National Congress*, Hong Kong, China, 2016.
281. Panchadhara, R., Gordon, P. A., and Parks, M. L., "Modeling Propellant-Based Stimulation of a Borehole with Peridynamics", *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, Vol. 93, pp. 330-343, 2017.
282. Song, X., and Khalili, N., "A Peridynamics Model for Strain Localization Analysis of Geomaterials", *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, Vol. 43, No. 1, pp. 77-96, 2019.
283. Chen, J., Liao, H., Yang, B., Tian, Y., Xin, Y., and Yan, Z., "Adaptive Modeling of Rock Crack Mechanism During Drilling Operation Based on Modified Peridynamics", *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 217, p. 106538, 2019.
284. Chen, Z., Niazi, S., and Bobaru, F., "A Peridynamic Model for Brittle Damage and Fracture in Porous Materials", *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, Vol. 122, p. 104059, 2019.
285. Zhu, F., and Zhao, J., "Modeling Continuous Grain Crushing in Granular Media: A Hybrid Peridynamics and Physics Engine Approach", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 348, pp. 334-355, 2019.
286. Yan, H., Sedighi, M., and Jivkov, A., "Peridynamic Modelling of Coupled Hydro-Chemical Effects on Bentonite Erosion", *3rd International Symposium on Coupled Phenomena in Environmental Geotechnics*, 2020.
287. Zhou, X., and Wang, Y., "State-of-the-Art Review on the Progressive Failure Characteristics of Geomaterials in Peridynamic Theory", *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 147, No. 1, p. 03120001, 2021.
288. Gao, C., Li, L., Zhou, Z., Li, Z., Cheng, S., Wang, L., and Zhang, D., "Peridynamics Simulation of Water Inrush Channels Evolution Process Due to Rock Mass Progressive Failure in Karst Tunnels", *International Journal of Geomechanics*, Vol. 21, No. 4, p. 04021028, 2021.
289. Jha, P. K., Desai, P. S., Bhattacharya, D., and Lipton, R., "Peridynamics-Based Discrete Element Method (Peridem) Model of Granular Systems Involving Breakage of Arbitrarily Shaped Particles", *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 151, p. 104376, 2021.
290. Oterkus, S., Madenci, E., and Oterkus, E., "Application of Peridynamics for Rock Mechanics and Porous Media", in *Peridynamic Modeling, Numerical Techniques, and Applications*, Elsevier, pp. 387-401, 2021.
291. Ni, T., Pesavento, F., Zaccariotto, M., Galvanetto, U., and Schrefler, B. A., "Numerical Simulation of Forerunning Fracture in Saturated Porous Solids with Hybrid FEM/Peridynamic Model", *Computers and Geotechnics*, Vol. 133, p. 104024, 2021.
292. Zhou, X., Zhang, T., and Qian, H., "A Two-Dimensional Ordinary State-Based Peridynamic Model for Plastic Deformation Based on Drucker-Prager Criteria with Non-Associated Flow Rule", *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, Vol. 146, p. 104857, 2021.
293. Zhang, Y., Liu, C., Deng, H., Lin, Y., Li, J., and Gao, F., "Peridynamic Simulation of Heterogeneous Rock Based on Digital Image Processing and Low-Field Nuclear Magnetic Resonance Imaging", *International Journal of Geomechanics*, Vol. 22, No. 6, p. 04022083, 2022.
294. Deng, Q., Chen, Y., and Lee, J., "An Investigation of the Microscopic Mechanism of Fracture and Healing Processes in Cortical Bone", *International Journal of Damage Mechanics*, Vol. 18, No. 5, pp. 491-502, 2009.
295. Perré, P., Almeida, G., Ayouz, M., and Frank, X., "New Modelling Approaches to Predict Wood Properties from Its Cellular Structure: Image-Based Representation and Meshless Methods", *Annals of Forest Science*, Vol. 73, No. 1, pp. 147-162, 2016.
296. Lejeune, E., and Linder, C., "Quantifying the Relationship between Cell Division Angle and Morphogenesis through Computational Modeling", *Journal of Theoretical Biology*, Vol. 418, pp. 1-7, 2017.
297. Lejeune, E., and Linder, C., "Modeling Tumor Growth with Peridynamics", *Biomechanics and Modeling in Mechanobiology*, Vol. 16, No. 4, pp. 1141-1157, 2017.
298. Lejeune, E., and Linder, C., "Modeling Mechanical Inhomogeneities in Small Populations of Proliferating Monolayers and Spheroids", *Biomechanics and Modeling in Mechanobiology*, Vol. 17, No. 3, pp. 727-743, 2018.
299. Lejeune, E., and Linder, C., "Understanding the Relationship between Cell Death and Tissue Shrinkage Via a Stochastic Agent-Based Model", *Journal of Biomechanics*, Vol. 73, pp. 9-17, 2018.
300. Lejeune, E., and Linder, C., "Modeling Biological Materials with Peridynamics", in *Peridynamic Modeling, Numerical Techniques, and Applications*, Elsevier, pp. 249-273, 2021.
301. Schaller, E., Javili, A., Schmidt, I., Papastavrou, A., and Steinmann, P., "A Peridynamic Formulation for Nonlocal Bone Remodelling", *Computer Methods in Biomechanics and Biomedical Engineering*, 2022, <https://doi.org/10.1080/10255842.2022.2039641>.
302. Diehl, P., Lipton, R., Wick, T., and Tyagi, M., "A Comparative Review of Peridynamics and Phase-Field Models for Engineering Fracture Mechanics", *Computational Mechanics*, Vol. 69, pp. 1259-1293, 2022.

303. Hattori, G., Hobbs, M., and Orr, J., "A Review on the Developments of Peridynamics for Reinforced Concrete Structures", *Archives of Computational Methods in Engineering*, Vol. 28, No. 7, pp. 4655-4686, 2021.
304. Diehl, P., Prudhomme, S., and Lévesque, M., "A Review of Benchmark Experiments for the Validation of Peridynamics Models", *Journal of Peridynamics and Nonlocal Modeling*, Vol. 1, No. 1, pp. 14-35, 2019.
305. Dahal, B., Seleson, P., and Trageser, J., "The Evolution of the Peridynamics Co-Authorship Network", *Journal of Peridynamics and Nonlocal Modeling*, 2022, <https://doi.org/10.1007/s42102-022-00082-5>.