

امکان‌سنجی مدل‌سازی رشد سه‌بعدی ترک در محیط‌های متخلخل با حفرات دایروی با استفاده از مقاطع دوبعدی

محمد بشارتی^۱، سید احمد لاجوردی^{۲*}، صادق کریم‌پولی^۱ و محمد رضانزاد^۱

۱- گروه مهندسی معدن، دانشگاه زنجان

۲- گروه مهندسی مواد، دانشگاه زنجان

(دریافت مقاله: ۱۴۰۰/۱/۱۰ - دریافت نسخه نهایی: ۱۴۰۰/۸/۹)

چکیده - با توجه به پیچیدگی‌های مطالعات آزمایشگاهی رشد ترک در مقیاس حفره، روش‌های عددی متعددی در تحلیل مسایل محیط‌های متخلخل استفاده شده است. این روش‌ها، در مورد نمونه‌های سه بعدی حجیم با هزینه‌های محاسباتی زیادی همراه است. بنابراین، ارائه روش‌هایی جهت کم نمودن هزینه‌های محاسباتی، اهمیت ویژه‌ای دارد. یکی از این راهکارها، شبیه‌سازی فرآیند رشد ترک و شکست به صورت دوبعدی و تعمیم آن به فضای سه‌بعدی است. در این پژوهش، امکان استفاده از این راهکار در تحلیل فرآیند تخریب مدل‌های سه‌بعدی و تخمین سریع‌تر رفتار ماده بررسی می‌شود. ابتدا، مدل‌های شامل یک ترک و یک حفره در نرم افزار آباکوس مدل‌سازی شده و در ادامه به مدل‌های پیچیده‌تر حاوی پنج حفره در آرایش‌های مختلف، تعمیم یافتند. مسیر رشد ترک و میزان مقاومت کششی مدل‌های سه‌بعدی و مقاطع دوبعدی به طور جداگانه محاسبه و مقایسه شدند. همچنین، مقاطع دوبعدی ابتدا در یک صفحه مختصات سه‌بعدی به یکدیگر الحاق شده و در نهایت در فضای سه‌بعدی نمایش داده شدند. نتایج نشان داد که مقاطع دوبعدی که شامل بیشترین تعداد حفرات مدل سه‌بعدی هستند، جواب‌های بهتری ارائه می‌دهند. از طرفی، صفحه نهایی شکستگی نمونه در مقاطع دوبعدی همانند مدل سه‌بعدی است. میانگین مقاومت کششی مقاطع دوبعدی تطابق قابل قبولی با مدل‌های سه‌بعدی دارند، به طوری که مقدار مقاومت محاسبه شده در بیشتر موارد، کمتر از ۶٪ با نمونه سه‌بعدی اصلی اختلاف دارند. نزدیکی نتایج مقاطع دوبعدی با مدل سه‌بعدی و همچنین کاهش زمان پردازش مساله در حدود ۸۵٪، نشان از کارایی روش پیشنهادی در این پژوهش است.

واژه‌های کلیدی: محیط متخلخل، رشد ترک، مدل‌سازی، آباکوس، مقاطع دوبعدی.

Feasibility Study of Three-Dimensional Crack Growth Modeling in Porous Media with Circular Pores Using Two-Dimensional Sections

M. Besharati¹, S. A. Lajevardi^{2*}, S. Karimpouli¹ and M. Rezanezhad¹

1. Faculty of Engineering, University of Zanjan .

2. Materials Engineering Group, Faculty of Engineering, University of Zanjan.

Abstract: Due to the complexity of laboratory studies of crack growth in pore scale, several numerical methods have been used

*: مسئول مکاتبات، پست الکترونیکی: lajevardi@znu.ac.ir

to analyze the porous media problems. These methods have high computational costs for large 3D samples. Therefore, it is important to provide bypath methods to reduce the computational costs. One of these methods is to simulate the crack growth and failure process in 2D, and generalize it to 3D space. In this research, the possibility of using this method for failure analysis of 3D models and faster estimation of material behavior is investigated. First, models including one crack and one pore were modeled in ABAQUS software, and then generalized to more complex models containing five pores in different arrangements. Crack growth path and tensile strength of 3D models and 2D sections were calculated and compared separately. Also, the 2D sections were first merged into a 3D coordinate plane and finally displayed in 3D space. The results showed that the 2D sections which include the largest number of pores in the 3D model, provide better results. Moreover, the final fracture plane of the sample in 2D sections is the same as the 3D model. The average tensile strength of 2D sections is acceptable compared to 3D models and shows less than 6% difference from the original models in most cases. The close match between 2D and 3D models, as well as reducing the run time of processing to about 85%, is promising and indicates the efficiency of such methods.

Keywords: Porous media, Crack growth, Modeling, Abaqus, Two-dimensional sections.

فهرست علائم

انرژی معادل نهایی در مدهای I، II و III	$G_{I, II, III}$	بردار جابجایی	u
انرژی معادل نهایی بحرانی در مدهای I، II و III	$G_{IC, IIC, IIIC}$	شماره گره	i
انرژی تغییر شکل موجود در واحد حجم	U_d	توابع شکل	$N(x)$
ضریب پواسون	ν	توابع تعمیم یافته هویساید	$H(x)$
مدول یانگ	E	بردار گره‌ای غنی شده درجه آزادی در سطح ترک	a
چقرمگی شکست	K_{IC}	توابع الاستیک جانبی نوک ترک	$f_x(x)$
زاویه دو حفره حول حفره مرکزی نسبت به محور افق	α	بردار گره‌ای غنی شده درجه آزادی در نوک ترک	b
زاویه دو حفره جانبی (کناری) نسبت به خط افق	β	حداکثر تنش اصلی	σ_{max}
فاصله حفره‌های میانی حول حفره مرکزی	d_α	حداکثر تنش اصلی بحرانی	σ_{max}^o
فاصله دو حفره جانبی (کناری) با حفره مرکزی	d_β	نرخ انرژی شکست المان	G_{equiv}
زاویه دو حفره جانبی (عمقی) نسبت به خط افق	γ	نرخ انرژی شکست نهایی المان	G_{equivC}

شکل‌گیری ترک را مدل می‌کنند، از نظر محاسباتی گران محسوب می‌شوند؛ زیرا در این موارد طول نمونه بسیار بزرگ‌تر از اندازه ترک خواهد بود [۱]. در میان روش‌های مختلف محاسباتی برای شکستگی گسسته، روش المان محدود توسعه یافته^۱ در دهه گذشته به دلیل مزایایی از جمله عدم نیاز به مش‌بندی مجدد در حین رشد ترک، مورد توجه بسیاری قرار گرفته است [۳ و ۴]. روند کار اغلب پژوهش‌های انجام شده در این زمینه، به صورت مطالعات آزمایشگاهی، شبیه‌سازی عددی نمونه‌های آزمایشگاهی به صورت سه‌بعدی و یا تلفیقی از این روش‌ها بوده است [۵-۸]. روش المان محدود توسعه یافته را می‌توان از مهم‌ترین راه حل‌های عددی برای حل انواع معادلات نام برد. هدف اصلی روش المان محدود توسعه یافته مدل کردن ناپیوستگی‌ها در یک

۱- مقدمه

مدل‌سازی شکست در محیط‌های متخلخل غیرهمگن، همچنان یکی از چالش‌های بزرگ در مواد و سازه‌های مهندسی است [۱]. محیط‌های متخلخل دارای ترک‌های فراوان چه به صورت طبیعی و چه به صورت مصنوعی (ناشی از بارگذاری‌های ثانویه و شرایط محیطی مانند هوازدگی) هستند. ترک‌ها بر رفتار مکانیکی محیط، بسیار تأثیرگذار بوده و عملکرد محیط‌های متخلخل را دست‌خوش تغییرات قابل توجهی می‌کنند. آگاهی از این رفتارها و پیش‌بینی عملکرد آنها، می‌تواند راه‌گشای بسیاری از مسائل مهندسی در استفاده از مواد متخلخل باشد [۲]. روش‌های محاسباتی بسیاری مانند روش المان مجزا و روش المان محدود برای مدل‌سازی ترک وجود دارد. روش‌های مکانیکی پیوسته که

حاضر میزان تأثیر بعد سوم در شبیه‌سازی عددی و نتایج حاصل از آن بررسی می‌شود. در واقع در این مقاله سعی شده است با ارائه راهکاری که منجر به صرف هزینه‌های محاسباتی کمتر می‌شود، با استفاده از مقاطع دو بعدی، نحوه شکست و میزان تغییرات خواص مکانیکی نمونه‌ها را در حالت سه بعدی تخمین زد. لازم به ذکر است که برای درک صحیحی از مساله رشد ترک در اطراف حفرات، باید مساله در ابعاد میکرو مورد ارزیابی قرار گیرد و بنابراین از پارامترهایی نظیر درصد حجمی فضاهای خالی در این تحقیق صرف نظر شده است.

پیچیدگی بخش‌بندی در روش المان محدود توسعه یافته، تعداد مش‌های بالای بکار برده شده، نیاز به فضای ذخیره‌سازی بالا و مدت زمان طولانی اجرای برنامه از مهم‌ترین مشکلات مدل‌های سه‌بعدی هستند. از طرفی ارائه راهکاری جهت تخمین خواص مکانیکی و چگونگی رشد ترک با صرف هزینه‌های محاسباتی اندک، جهت بررسی و شناخت رفتار تغییر شکل نمونه‌های متخلخل در طول بارگذاری، بسیار حائز اهمیت است. یکی از این راهکارها، بررسی دوبعدی شکست در مواد متخلخل و تعمیم آن به فضای سه‌بعدی است. در این پژوهش سعی شده است تا با ارائه روشی دقیق و با استفاده از مقاطع دو بعدی، نحوه رشد ترک و مقاومت بیشینه نمونه‌های متخلخل در شرایط سه‌بعدی تخمین زده شود تا از هزینه‌های محاسباتی کاسته شود. هدف از این روش، ارائه راهکاری است که محققان را در رسیدن هر چه سریع‌تر به جواب یاری دهد، به‌طوری که جواب‌های حاصل از مقاطع دوبعدی با مدل سه‌بعدی اصلی هم‌خوانی قابل قبولی داشته باشد. ذکر این نکته ضروری است با اینکه سنگ‌ها در محیط طبیعی عمده‌تاً تحت بارگذاری فشاری قرار دارند اما یکی از علومی که در مکانیک شکست به شدت مورد مطالعه قرار می‌گیرد و اهمیت زیادی دارد، شکست هیدرولیکی است. در تکنیک شکست هیدرولیکی، فرآیند شروع و گسترش شکستگی در سنگ، ناشی از فشار هیدرولیکی اعمال شده توسط سیال است. از این رو شکستی که در دیواره چاه به واسطه افزایش فشار داخلی چاه ایجاد می‌شود را معمولاً به

محیط پیوسته بر اساس روش المان محدود استاندارد است. بنابراین بر اساس اصل تفکیک پیوستگی (که پایه اصلی روش المان محدود استاندارد است) و با اعمال توابع غنی‌ساز مناسب در این اصل، روش المان محدود توسعه‌یافته پایه‌گذاری شد. برای اولین بار ملنک و همکارش در سال ۱۹۹۶ [۹]، اصل تفکیک پیوستگی را با اعمال توابع خاص جهت حل معادلات دیفرانسیل با شرایط مرزی داخلی به‌کار گرفتند. بعدها از همین روش برای مدل کردن ناپیوستگی‌ها در المان محدود استاندارد بهره گرفته شد. تانگ و همکاران شکست ناشی از بارگذاری فشاری در مواد جامد متخلخل و ناهمگن را بررسی کردند [۱۰]. آنها با استفاده از یک کد عددی توسعه‌یافته به نام MFPA به‌صورت دوبعدی پارامترهای مختلفی مانند قطر حفره و عرض نمونه در فرآیند رشد را تحت نظر قرار دادند، که مطابق نتایج آنها، ترک‌ها میل به رشد از حفره‌های بزرگ‌تر داشتند. فو و همکاران [۸] با استفاده از رزین و ایجاد یک حفره در آن، فرآیند شکست نمونه‌های ترد را تحت فشار تک‌محوری به‌صورت آزمایشگاهی مورد مطالعه قرار دادند و مراحل رشد ترک در هر مرحله از بارگذاری را ارزیابی کردند. رضائزاد و همکاران [۱۱] با استفاده از XFEM تغییرات اندازه و فاصله حفره از ترک را به‌صورت سه‌بعدی مدل‌سازی کردند و قوانینی در خصوص حداقل زاویه مورد نیاز جهت انحراف ترک به‌سمت حفره ارائه کردند. آنها همچنین در مطالعه‌ای دیگر به تأثیر مکان و زاویه قرارگیری حفره نسبت به ترک پرداختند [۱۲]. نتایج نشان داد حفره‌هایی که در جوانب ترک قرار می‌گیرند از نوع حفره مقاوم بوده و با افزایش زاویه قرارگیری حفره نسبت به نوک ترک، مقاومت بیشینه نمونه‌های سنگی کاهش می‌یابد. در مطالعات گذشته به‌طور مستقیم به تأثیر تخلخل بر رشد ترک و بررسی تغییرات خواص مکانیکی نمونه با تغییر اندازه، فاصله، مکان و زاویه قرارگیری تخلخل پرداخته شده است. در این مطالعات برای شبیه‌سازی مدل‌های عددی و جهت تسریع در حصول جواب نهایی، بعد سوم در مقایسه با سایر ابعاد بسیار ناچیز در نظر گرفته شده بود. اما در مطالعه

فون میسر، نیروی عکس‌العملی و چگونگی گسترش ترک پرداخت [۱، ۵، ۷، ۱۱، ۱۲ و ۱۵-۱۷]. امروزه روش المان محدود توسعه یافته در علوم مهندسی به ویژه در زمینه شبیه‌سازی رشد ترک به دلیل مزایای آن و رفع نواقص روش المان محدود استاندارد، جایگاه ویژه‌ای پیدا کرده است. در روش XFEM، وضعیت مکانی ترک به‌صورت ضمنی و به‌طور معمول با استفاده از مجموعه‌های سطح، نمایش داده شده که این امر باعث مستقل شدن کامل ترک‌ها از شبکه اصلی می‌شود (شکل ۱) [۱۸]. در تحلیل‌های مکانیک شکست، توابع غنی‌سازی آن دسته از توابعی هستند که به محاسبه رفتار ترک در نقاط تکین به وجود آمده در نوک ترک می‌پردازند. همچنین دسته دیگری از این توابع، توابع ناپیوسته‌ای هستند که حرکت نوک ترک در هر مرحله را نمایش می‌دهند که جابجایی ترک توسط تابع برداری u به‌صورت زیر است [۱۹]:

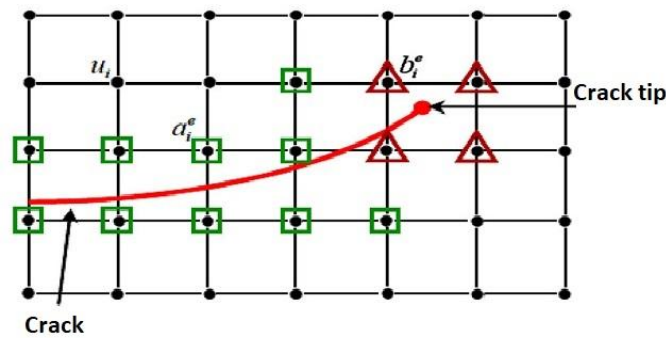
$$u = \sum_{I=1}^N N_I(x) \left[u_I + H(x) a_I + \sum_a^* F_a(x) b_I^a \right] \quad (1)$$

که در آن $N_I(X)$ توابع معمول شکل گره، u_I بردار جابجایی گره به همراه ناحیه پیوسته روش المان محدود، است. ترم بعدی، ضرب داخلی بردار گره‌ای غنی‌شده درجه آزادی a_I ، در تابع تعمیم یافته هویساید $H(x)$ در امتداد سطح ترک و ترم آخر، ضرب داخلی بردار گره‌ای غنی‌شده درجه آزادی $b_I x$ در توابع الاستیک جانبی نوک ترک $f_x(x)$ است. اگر در رابطه (۱) دقت شود، در سمت راست معادله، جمله اول برای همه گره‌های موجود در مدل در نظر گرفته شده است و در واقع همان تقریب المان محدود متداول است که از قبل نیز وجود داشت. آنچه در این رابطه بسیار مهم است و نقش اساسی را در المان محدود توسعه یافته، ایفا می‌کند، جملات دوم و سوم معادله است که می‌توان به وسیله آنها ناپیوستگی‌ها را به‌ترتیب در بدنه و نوک ترک مدل کرد. در روش XFEM پنج معیار برای ایجاد ترک وجود دارد که روش مورد استفاده در مقاله جاری روش حداکثر معیار تنش اصلی^۳ است. در این روش زمانی که تنش اصلی در المان بیشتر از مقدار بحرانی آن باشد، شکست در قطعه ایجاد می‌شود.

عنوان شکست کششی یا نوع مد یک شکست در نظر می‌گیرند. در اغلب موارد از این فرضیه برای شکست هیدرولیکی استفاده می‌شود [۱۳]. همچنین به دلیل اینکه عملیات شکست هیدرولیکی وابسته به علوم مکانیک سنگ است، می‌توان جهت تعیین تنش‌ها و مطالعه و بررسی نوع شکست و گسیختگی، از مبانی مکانیک سنگ استفاده کرد از این رو با توجه به اینکه در این مقاله شکست در مواد ترد رخ می‌دهد، سعی شده است با اعمال تنش کششی و استفاده از مقاطع دو بعدی به نوعی زمینه را برای مطالعات آتی در نمونه‌های سه بعدی و مطالعات مشابه آسان‌تر کرد. در ادامه، ابتدا نرم‌افزار و روش عددی به‌کارگرفته شده معرفی می‌شود. سپس نمونه‌های مکعبی حاوی یک حفره و یک ترک مدل‌سازی می‌شود و نحوه تهیه مقاطع دو بعدی و ترکیب آنها تشریح می‌شود. در پایان، در نمونه‌های با تعداد حفره بیشتر (پنج حفره)، آرایش‌های مختلف قرارگیری حفره به صورت سه‌بعدی مدل‌سازی شده و مقاطع دو بعدی در مدل تهیه و نحوه رشد ترک و مقاومت بیشینه محاسبه و با مدل سه‌بعدی اصلی مقایسه می‌شوند.

۲- معرفی نرم‌افزار آباکوس و روش المان محدود توسعه یافته

آباکوس مجموعه‌ای از برنامه‌های شبیه‌ساز قدرتمند مهندسی است که بر پایه روش المان محدود بنا نهاده شده است و می‌تواند مسائلی با طیف گسترده از یک تحلیل خطی ساده تا تحلیل‌های غیرخطی بسیار پیچیده را حل کند. این نرم‌افزار، شامل مجموعه گسترده‌ای از المان‌هاست که می‌تواند هر نوع هندسه‌ای را به‌صورت مجازی مدل‌سازی کند [۱۴]. آباکوس شامل فهرست گسترده‌ای از مدل‌های رفتاری ماده است که می‌تواند رفتار اغلب مصالح مهندسی را شبیه‌سازی نماید. با استفاده از این نرم‌افزار و با بهره‌گیری از روش‌های المان محدود^۲ و المان محدود توسعه‌یافته، می‌توان فرآیند شروع شکست در یک محیط متخلخل را شبیه‌سازی کرد و به تحلیل پارامترهای مکانیک شکست شامل فاکتور شدت تنش، تنش



شکل ۱- رویکرد غنی‌سازی ترک با استفاده از XFEM [۲۰]

تا قبل از شکست کامل مقداری انرژی توسط ماده جذب می‌شود. این میزان انرژی، مقدار بحرانی انرژی شکست نامیده می‌شود و جهت تکمیل فرآیند شکست، رشد و گسترش ترک است. در انتهای فرآیند که شکست کامل شد، مقدار آسیب برابر با ۱ است. در نرم‌افزارهای المان محدود مانند آباکوس، یکی از روش‌های موجود برای محاسبه نرخ انرژی شکست، روش توانی است که فرمول آن به صورت رابطه (۴) تعریف می‌شود و نسبت بین انرژی معادل نهایی و انرژی معادل نهایی بحرانی را نشان می‌دهد.

$$\frac{G_{equiv}}{G_{equivC}} = \left(\frac{G_I}{G_{IC}} \right)^{a_m} + \left(\frac{G_{II}}{G_{IIC}} \right)^{a_n} + \left(\frac{G_{III}}{G_{IIIC}} \right)^{a_0} \quad (4)$$

سه ضریب a_m ، a_n و a_0 مربوط به پارامترهای ماده هستند. در مقاله حاضر، این مقادیر یکسان در نظر گرفته شده و در شبیه‌سازی مورد استفاده قرار گرفته است [۲۳]. در تکنیک XFEM برای شبیه‌سازی رشد ترک در محیط متخلخل به دو روش می‌توان عمل کرد. در روش اول برای مشخص کردن نقاطی که نمونه دارای تخلخل است، خواصی مشابه با خواص نمونه اصلی اما با مدول یانگ بسیار کمتر به حفره اختصاص داده می‌شود ولی در روش دوم حفره‌ها به صورت حفرات واقعی در نظر گرفته می‌شود و با توجه به قرارگیری حفره‌ها، نمونه پارتیشن‌بندی شده و هر بخش به صورت مجزا غنی‌سازی می‌شود. در این مقاله با استفاده از روش دوم به تهیه مدل‌های سه‌بعدی و همچنین مقاطع دو بعدی از مدل‌های سه‌بعدی

$$f = \left\{ \frac{\langle \sigma_{max} \rangle}{\sigma_{max}^0} \right\} \quad (2)$$

به‌طور کلی رفتار بعد از شکست در روش المان محدود، به دو صورت جابجایی و انرژی شبیه‌سازی می‌شود. در روش جابجایی نمی‌توان مقادیر مختلفی را برای شکست تحت تنش‌های نرمال یا برشی تعریف کرد و تنها مقدار جابجایی بعد از شروع شکست باید تعریف شود. اما در روش انرژی، می‌توان رفتار و استحکام‌های متفاوتی از نظر تنش نرمال و تنش برشی در جهت‌های مختلف برای شبیه‌سازی رفتار شکست المان تعریف کرد. در حالت کلی و بدون وابستگی به موده‌های مختلف شکست، مقدار انرژی شکست به صورت رابطه (۳) تعریف می‌شود که نسبت نرخ انرژی شکست المان به نرخ انرژی شکست نهایی المان است. زمانی که مقدار f بیشتر از یک باشد، نوک ترک گسیخته^۴ می‌شود [۲۱ و ۲۲]:

$$f = \frac{G_{equiv}}{G_{equivC}} \geq 1 \quad (3)$$

به عبارت دیگر چون رشد و گسترش ترک مدنظر است، بنابراین باید اطلاعات مربوط به شکست، آسیب و از بین رفتن ماده نیز تعریف شود. در آغاز فرآیند شکست، مقدار آسیب برابر با صفر است. از آنجایی که در روش XFEM نوک ترک می‌تواند درون المان قرار گیرد، برای جلوگیری از تکینگی نوک ترک، رفتار بعد از شکست به صورت انرژی تعریف شده است. در واقع تکامل محدوده آسیب^۵ با استفاده از یک رویکرد مبتنی بر انرژی توصیف شده است و طبق آن پس از رسیدن تنش به حد نهایی

پرداخته شده است. اطلاعات تکمیلی در مورد این دو روش و مزایا و معایب هرکدام، در مراجع [۱۱، ۱۲ و ۱۶] قابل دست‌یابی است.

۳- فرضیات و معادلات حاکم

در محیط متخلخل و در شبیه‌سازی‌های عددی رشد ترک، زمانی که بعد سوم بسیار کوچک باشد و در جایی که نمونه حاوی ترک باشد به راحتی می‌توان با تعریف پارامتر فاکتور شدت تنش، میزان تنش حول نوک ترک را به‌دست آورد و با سنجش مقادیر آن در خصوص تأثیر تغییرات تخلخل بر رشد ترک اظهار نظر کرد. ولی در جایی که بعد سوم نمونه‌های مورد مطالعه قابل توجه هستند، ترک به صورت یک صفحه است و عملاً به‌دست آوردن فاکتور شدت تنش امکان‌پذیر نخواهد بود. یک راهکار این است که می‌توان مقدار فاکتور شدت تنش در همه گره‌های المان حاوی نوک ترک را به‌دست آورد و نهایتاً با میانگین‌گیری از آنها به یک مقدار واحد رسید. این روش بسیار زمان‌بر است و با اهداف مقاله در تناقض است. همچنین در بسیاری از مدل‌ها نمونه فاقد ترک اولیه بوده و بنابراین برای پیش‌بینی محل شکست و چگونگی نحوه توزیع تنش و مقدار آن حول تخلخل‌ها یک معیار مبتنی با تنش لازم است. با توجه به نحوه بارگذاری کششی مدل‌ها، معیار تنش فون میسز با بررسی اینکه المان‌هایی که تحت تنش قرار دارند به نقطه تسلیم رسیده یا خیر می‌توان جهت برآورد ایمنی سازه از آن استفاده کرد. این معیار در بسیاری از مقالات مشابه که به بررسی رشد ترک در مواد ترد پرداخته‌اند (مانند [۱۱ و ۱۲]) نیز مورد استفاده قرار گرفته است.

تئوری که به‌صورت گسترده مورد پذیرش قرار گرفته است، تئوری انرژی تغییر شکل نام دارد زمانی که یک جسم تحت بارگذاری و تنش قرار می‌گیرد دو نوع تغییر شکل در آن رخ می‌دهد که یا به‌صورت تغییر شکل‌های حجمی و یا به‌صورت تغییر شکل‌های هندسی است. مورد دوم به تغییر شکل زاویه‌ای یا برشی معروف است. در تغییر شکل حجمی شکل هندسی تغییر نمی‌کند اما حجم آن دگرگون می‌شود ولی در تغییر شکل

زاویه‌ای، هندسه تغییر کرده اما حجم ثابت باقی مانده است. بر اساس تئوری تغییر شکل علت اصلی شکست، تغییر شکل برشی است. علت این مساله لغزش بین مولکولی در این حالت است و همان‌طور که از اسم این تئوری مشخص است با انرژی ارتباط دارد، که انرژی تغییر شکل نام دارد. به‌طور کلی دو حالت برای انرژی تغییر شکل وجود دارد؛ انرژی تغییر شکل در آزمایش کشش ساده و انرژی تغییر شکل در واحد حجم بیان می‌شود و با علامت U_d نشان داده می‌شود. تئوری انرژی تغییر شکل بیان می‌کند که اگر انرژی تغییر شکل موجود در واحد حجم در سیستم واقعی از انرژی تغییر شکل در آزمایش کشش ساده بیشتر باشد شکست رخ می‌دهد ($U_d \geq U_{d,sim}$). اولین چیزی که برای بیان انرژی تغییر شکل نیاز است رابطه (۵) است که در آن σ_1 ، σ_2 و σ_3 تنش‌های اصلی موجود در جسم هستند.

$$U_d = \frac{1+\nu}{3E} \left[\frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}{2} \right] \quad (5)$$

تنش‌های اصلی بیش‌ترین و یا کم‌ترین مقدار تنش نرمال در یک نقطه از جسم هستند که با استفاده از تحلیل تنش‌ها می‌توان آنها را محاسبه کرد پس این معادله مقدار انرژی تغییر شکل برای یک سیستم واقعی سه بعدی رو نشان می‌دهد. اما انرژی تغییر شکل کشش ساده مطابق رابطه (۶) و با قرار دادن $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$ و σ_1 برابر با تنش جاری محاسبه می‌شود:

$$U_{d,sim} = \frac{1+\nu}{3E} \sigma_y^2 \quad (6)$$

مقایسه دو رابطه فوق رابطه (۷) به وجود می‌آید:

$$\left[\frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}{2} \right]^{1/2} \geq \sigma_y \quad (7)$$

که عبارت سمت چپ آن شرط وقوع شکست بر اساس تئوری انرژی تغییر شکل است. زمانی که این عبارت در سیستم واقعی بزرگ‌تر از تنش جاری شود شکست رخ می‌دهد. این کمیت تنش فون میسز نامگذاری می‌شود. این تئوری به عنوان تئوری تنش فون میسز نیز شناخته می‌شود. رابطه (۷) را می‌توان

به صورت رابطه (۸) ساده کرد:

$$\sigma_v \geq \sigma_y \quad (8)$$

زمانی که تنش فون میسر به وجود آمده در جسم از تنش جاری به دست آمده است از کشش ساده بیش تر شود شکست رخ می دهد [۲۴ و ۲۵].

۴- امکان سنجی در نمونه های ساده (شامل یک حفره و یک ترک داخلی)

در این بخش از مدل های سه بعدی مکعبی با اندازه $80 \times 80 \times 80$ میلی متر حاوی یک حفره کروی و یک ترک استفاده شده است. در تمام شبیه سازی ها، از معیار حداکثر تنش اصلی به عنوان معیار اصلی شکست و روش میزان انرژی (از نوع توانی) برای مدل سازی رفتار بعد از شکست، بهره گرفته شده است. در این مدل ها، ترک به صورت یک صفحه دوبعدی و با اندازه 15×15 میلی متر، که به طور کامل زیر حفره قرار گرفته با فاصله مرکز حفره تا مرکز ترک 30 میلی متر در نظر گرفته شده است.

در محاسبه فاکتور شدت تنش، طول اولیه ترک و اندازه تخلخل بسیار مهم است و باید اثر اندازه های نامحدود رعایت شود. به بیان دیگر باید اندازه ترک و شعاع حفرات در مقایسه با اندازه ابعاد نمونه ناچیز باشد تا نوک ترک و سطوح تخلخل تحت تاثیر مرزهای خارجی قرار نگیرد [۲۶]. به همین دلیل در شبیه سازی ها جهت محاسبه تنش، اندازه ترک اولیه و شعاع تخلخل تقریباً یک دهم ابعاد اصلی نمونه در نظر گرفته شده است. البته بدیهی است که با افزایش طول ترک و کاهش فاصله میان ترک و تخلخل، مقدار تنش بیش تر می شود.

در تمامی مدل ها، نمونه تحت جابجایی از طرفین به صورت کششی قرار گرفته و تا شکست نمونه، این جابجایی ادامه یافته است. به این ترتیب، می توان حداکثر مقاومت کششی مدل در برابر شکست را، که مهم ترین پارامتر رشد ترک در محیط های متخلخل است، اندازه گیری کرد. در تمامی مدل ها، شرایط مرزی به دو طرف نمونه که تحت کشش قرار دارد اعمال شده است به طوری که درجه آزادی جابجایی در راستای Y و Z و درجه

آزادی چرخشی در راستای X برابر با صفر است. همچنین نمونه ها تحت جابجایی افقی (در راستای X) به صورت یکنواخت قرار دارند. باتوجه به اینکه یکی از پارامترهای مورد بررسی در نمونه ها، تنش است جهت مقایسه صحیح نتایج تحلیل بین مدل ها، در حالت دو بعدی، در بخش مش بندی از المان های کرنش صفحه ای استفاده شده است. به این ترتیب، تنش های به دست آمده در مدل های دوبعدی را می توان با نتایج مدل های سه بعدی تطبیق داد. زیرا در این حالت، عمق مدل های دوبعدی به اندازه ای در نظر گرفته می شود که کرنش در آن ناچیز بوده و تنش های حاصل با مدل های سه بعدی برابر باشد.

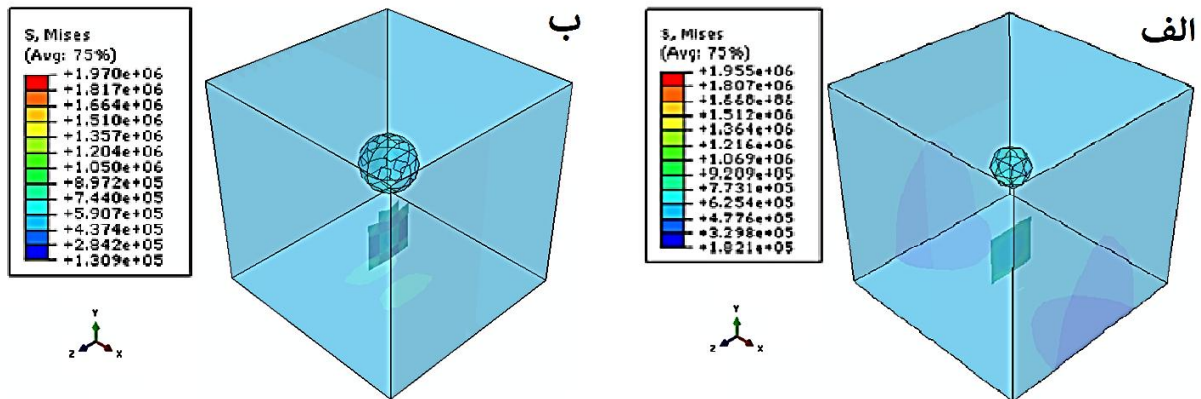
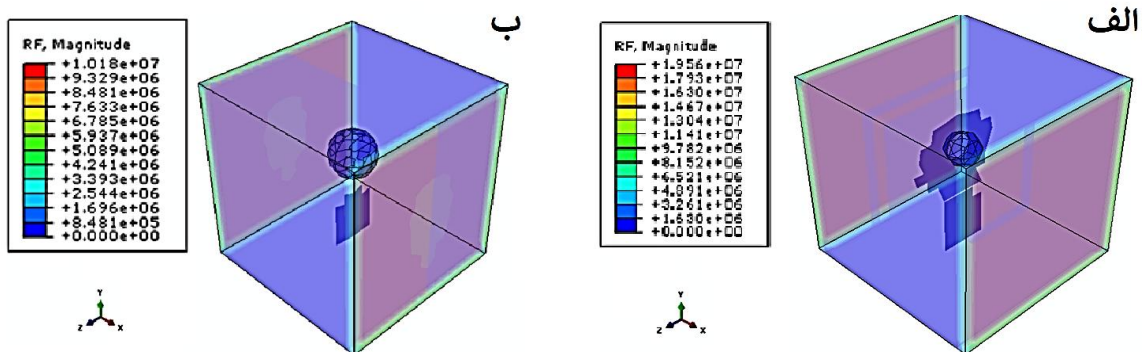
جدول (۱) خصوصیات کوارتز (SiO_2) را که به عنوان یک زمینه همگن در تمامی مدل ها استفاده شده است، نشان می دهد. انتخاب این زمینه همگن، باعث می شود که تاثیر پارامترهای مختلف حفره و ترک اولیه را در نتایج به دست آمده، بهتر ملاحظه کرد. در واقع در مدل سازی های انجام شده کل نمونه به صورت همگن در نظر گرفته شده است و از درصد حجمی فضاهای خالی احتمالی صرف نظر شده است. علت این امر این است که فقط حفرات ایجاد شده، نقش تخلخل را داشته باشند و اتصال بین دانه های ضعیف و سایر عوامل، مسیر رشد ترک را تغییر ندهد تا بتوان تحلیل درستی از نتایج داشت.

۴-۱- حفره مقابل ترک

در این بخش، برای بررسی اثر اندازه حفرات، از دو مدل با حفره هایی با قطرهای مختلف (۱۵ و ۲۰ میلی متر) و با فاصله مرکز حفره تا مرکز ترک 30 میلی متر استفاده شده است. قطر حفره در مدل اول (S_1) برابر ۱۵ و در مدل دوم (S_2) برابر ۲۰ میلی متر است. در شکل (۲) نتایج تنش فون میسر در مراحل آغازین رشد ترک برای هر نمونه آورده شده است. همان طور که در شکل (۲-الف) دیده می شود، تنش بین نوک ترک و حفره قابل توجه است. همچنین با توجه به نمودار توزیع تنش فون میسر، حداکثر تنش ممکن در مراحل آغازین شکست در نوک ترک $1/955$ مگاپاسکال است. با افزایش اندازه حفره از ۱۵ به ۲۰ میلی متر، توزیع تنش بین ترک و حفره نسبت به قبل

جدول ۱- خصوصیات کوارتز (SiO_2) جهت استفاده به‌عنوان زمینه همگن در مدل‌سازی [۱۵].

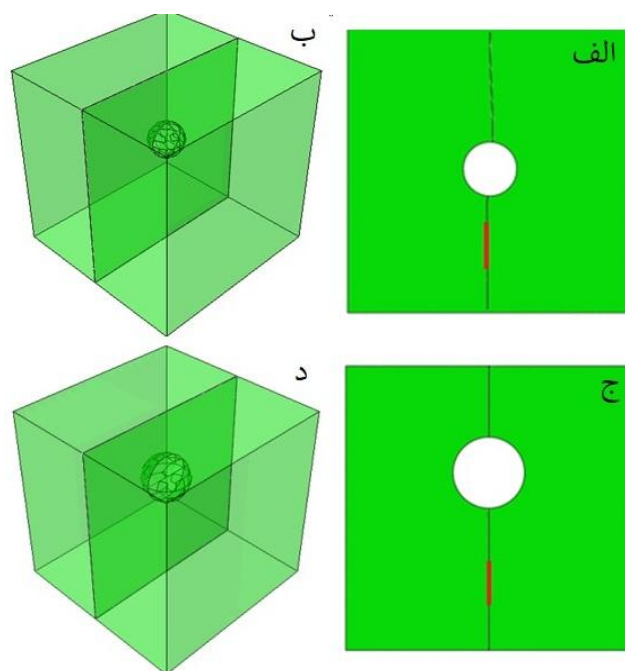
چگالی (kg/m^3)	انرژی شکست (J/m^2)	مدول یانگ (GPa)	ضریب پواسون	K_{IC} $\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$
۲۷۰۰	۶/۷	۷۳	۰/۱۷	۰/۷


 شکل ۲- توزیع تنش در مراحل آغازین رشد ترک برای نمونه‌های الف (S_1) و ب (S_2)

 شکل ۳- نیروی عکس‌العملی در مراحل آغازین رشد ترک برای نمونه‌های الف (S_1) و ب (S_2)

همچنین، هرچه قدر حفره بزرگ‌تر باشد، نمونه مقاومت کمتری از خود در برابر رشد ترک نشان می‌دهد. به‌طوری‌که در نمونه S_1 ، بیش‌ترین نیروی عکس‌العملی، ۱۹۵۶ نیوتن است که با بزرگ‌تر شدن قطر حفره، این عدد به ۱۰۱۸ نیوتن، در نمونه S_2 کاهش می‌یابد (شکل ۳).

شکل (۴)، مسیر نهایی رشد ترک در مدل‌های دو بعدی و سه‌بعدی S_1 و S_2 را نشان می‌دهد. همان‌طور که از این شکل‌ها مشخص است، در هر دو نمونه ترک اولیه بدون هیچ‌گونه

بیشتر شده و همان‌گونه که در شکل (۲-ب) نشان داده شده است، حداکثر تنش فون میسز در نوک ترک به $1/970$ مگاپاسکال می‌رسد. بنابراین مشخص است که با افزایش اندازه حفره، میزان تنش وارده بر نوک ترک افزایش می‌یابد. این تغییرات با نتایج مقالات قبلی نویسندگان حاضر در مدل‌های دو بعدی [۱۱ و ۱۲]، تطابق دارد. در ضمن تمام حفره‌هایی که در مقابل ترک قرار می‌گیرند، به دلیل افزایش میزان تمرکز تنش در نوک ترک، به عنوان حفره‌های مخرب شناخته می‌شوند [۱۱ و ۱۲].



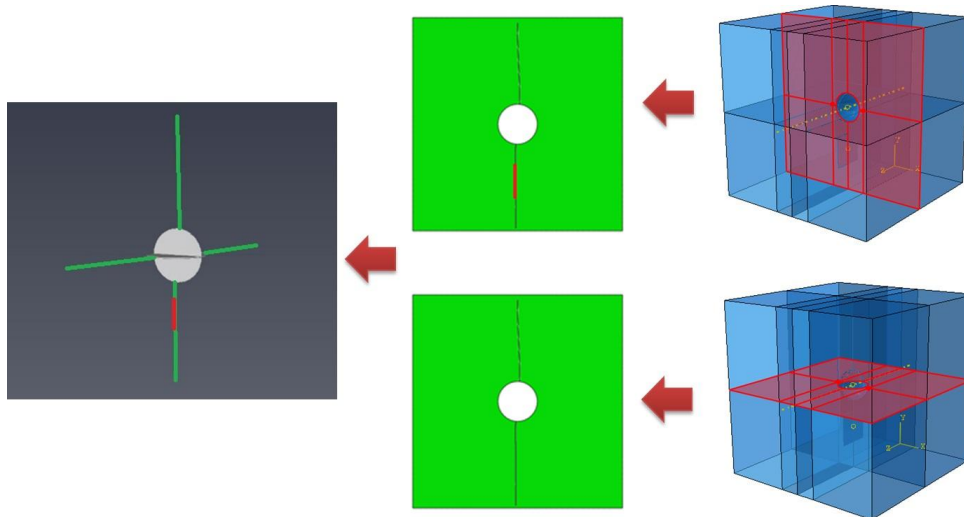
شکل ۴- صفحه شکست نهایی برای نمونه‌های الف (S_1 و ب) S_2

منطقی به نظر می‌رسد. بنابراین، در ادامه به منظور تسریع در تعیین مسیر رشد ترک و به‌دست آوردن پارامترهای رشد ترک، امکان استفاده از مقاطع دوبعدی از مدل سه‌بعدی مورد ارزیابی قرار گرفته است. این موضوع می‌تواند در مدل‌سازی‌های مرتبط با رشد ترک به‌ویژه در محیط متخلخل، پژوهشگران را سریع‌تر و با حجم محاسبات کمتر به نتایج مشابه برساند. یک مرحله چالشی در این مطالعه تلفیق نتایج مدل‌سازی‌های مقاطع دو بعدی و نمایش آنها به در فضای سه بعدی مشابه نمونه اصلی است. جهت انجام این کار، از نتایج مدل‌سازی‌های مقاطع دو بعدی (حداقل دو مقطع عمود بر هم) از نرم‌افزار آباکوس خروجی گرفته می‌شوند. سپس از یک کد که توسط نویسندگان مختص این کار و در محیط متلب برنامه‌نویسی شده است، مقاطع دو بعدی در یک فضای سه بعدی در محل مربوط به خود قرار داده می‌شوند. در نهایت از نرم‌افزار آویزو برای نمایش نتایج مدل‌سازی‌های مقاطع دو بعدی در فضای سه بعدی استفاده می‌شود (شکل ۵).

در شکل (۵) مقاطع دو بعدی مدل S_1 حاوی تخلخلی با قطر ۱۵ میلیمتر ارائه شده است. در این مدل، با مقایسه مسیر

انحرافی از حفره عبور کرده و منجر به شکست نهایی قطعه شده است. نتایج شبیه‌سازی برای هر نمونه نشان داد که، میزان نیرویی که برای شکست مدل سه بعدی S_1 نیاز است برابر با ۲/۵۸۸ و برای مدل دو بعدی ۲/۳۸۴ مگاپاسکال است (اختلاف حدود ۷/۸٪). همچنین در نمونه S_2 ، مقاومت کششی برای مدل سه‌بعدی برابر با ۲/۲۶۱ و برای مدل دو بعدی، ۲/۱۴۱ مگاپاسکال است که اختلافی حدود ۵/۳٪ دارند. لازم به ذکر است که صحت سنجی نتایج حاصل، توسط روش تحلیلی پیشنهادی در کتاب Sih انجام شده است که در نتایج آن در مقالات قبلی نویسندگان حاضر (مراجع [۱۱، ۱۲ و ۲۹]) به چاپ رسیده است که جهت پرداختن به هدف اصلی این مقاله، از تکرار آنها خودداری شده است.

این نتایج نشان می‌دهد که مدل‌های دوبعدی در هر دو نمونه، مسیر رشد ترک و میزان مقاومت کششی را با تقریب بسیار خوبی تخمین زده‌اند. در ضمن، مقاومت کششی در مدل‌های دوبعدی در هر دو نمونه، کمتر از مدل‌های سه‌بعدی تخمین زده شده است که با توجه به اصول طراحی مهندسی و در نظر گرفتن فاکتور ایمنی در سازه‌ها، استفاده از نتایج مدل‌های دوبعدی



شکل ۵- موقعیت انتخابی مقاطع دوبعدی، نتایج مدل‌سازی آنها و صفحه شکست نهایی برای نمونه S₁

که دارای اندازه حفره بزرگ‌تر نسبت به مدل S₁ است. همان‌طور که در این شکل نیز مشخص است، اندازه حفره تأثیری در مسیر شکست نهایی این مدل نداشته است و نتایج ترکیب مقاطع دوبعدی در این شکل با نتایج مسیر رشد ترک در مدل سه‌بعدی (شکل ۴-د) یکسان است.

مقادیر مقاومت‌های کششی مقاطع دوبعدی و مدل سه‌بعدی در نمونه S₂ در جدول (۳) آورده شده است. در این نمونه، اختلاف مقاومت کششی مدل سه‌بعدی با میانگین نتایج مقاطع دوبعدی در حدود ۳/۸۴٪ است. افزایش اختلاف بین نتایج مدل سه‌بعدی با مقاطع دوبعدی در این نمونه در قیاس با نمونه S₁، به دلیل اندازه بزرگ‌تر حفره در این نمونه و افزایش میزان تنش حداکثر (شکل ۲) است؛ به نحوی که مقاومت کششی در هر دو مقطع دوبعدی نشان داده شده در شکل (۶)، کمتر از مدل سه‌بعدی است. همچنین لازم به ذکر است که رفتار مکانیکی سنگ‌های متخلخل تحت تأثیر رفتارهای میکرومکانیکی نقص‌ها و به‌طور خاص هندسه و شکل تخلخل‌ها قرار می‌گیرد و به عنوان یکی از مولفه‌ای بسیار مهم، نحوه گسترش ترک و مقاومت نهایی سنگ‌ها را کنترل می‌کند [۲۷-۲۹]. لذا از بررسی تأثیر اندازه و شکل تخلخل‌ها بر پارامترهای رشد ترک در نمونه‌های متخلخل صرف‌نظر شده است تا بتوان، پارامترهای دیگر را با دقت بیشتری مورد ارزیابی قرار داد. در صورت

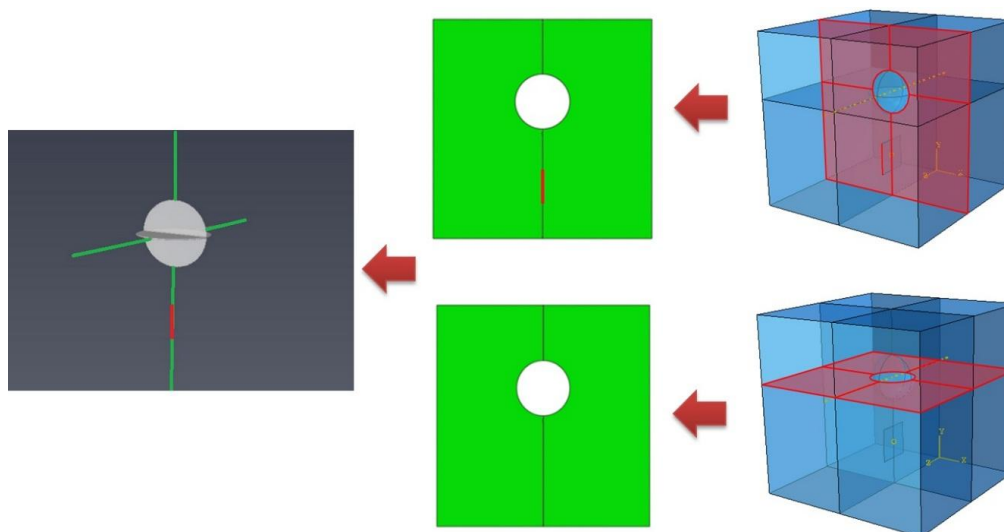
شکستگی نهایی مدل سه‌بعدی (شکل ۴-ب) و ترکیب مقاطع دوبعدی ترکیب‌شده در شکل (۵)، مشاهده می‌شود که مسیر رشد ترک در هر دو روش انطباق خوبی با هم دارد. در شکل (۵)، خطوط سبز رنگ، مسیر رشد ترک در مقاطع دوبعدی را نشان می‌دهند که با ترکیب آنها با هم می‌توان به صفحه ترک سه‌بعدی دست یافت. از طرفی، پاره خط قرمز رنگ در این شکل، ترک اولیه را نشان می‌دهد که با گسترش و گذر از حفره روبروی آن، صفحه رشد ترک ایجاد شده است.

هر چند خواص فیزیکی و مکانیکی مقاطع دوبعدی و مدل سه‌بعدی کاملاً یکسان اعمال شده است؛ ولی با این توجه به اینکه هر مقطع دوبعدی شامل بخش خاصی از مدل سه‌بعدی می‌شود، مقاومت کششی آنها متفاوت است. در جدول (۲) مقاومت‌های کششی مقاطع دو بعدی و مدل سه‌بعدی آورده شده است. مقطع XY که شامل ترک و حفره است، مقاومت کششی کمتری نسبت به مقطع XZ که فقط شامل یک حفره است، نشان می‌دهد. اما با میانگین‌گیری از این دو مقطع، می‌توان مقدار مقاومت کششی نزدیکی به مدل سه‌بعدی پیدا کرد و بنابراین اختلاف مقاومت کششی میانگین مقاطع دوبعدی با مدل سه‌بعدی، ۲/۴٪ است. این امر نشان‌دهنده اختلاف اندک این پارامتر در مقاطع دوبعدی نسبت به مدل سه‌بعدی است.

در شکل (۶) مقاطع دو بعدی مدل S₂ نشان داده شده است

جدول ۲- مقایسه مقاومت کششی مدل سه‌بعدی و مقاطع دوبعدی در نمونه S1.

میانگین مقاومت کششی مقاطع	مقاومت کششی (MPa)	
-	۲/۵۸۸	مدل سه‌بعدی
۲/۵۲۶	۲/۳۸۴	مقطع XY (شامل حفره و ترک)
	۲/۶۶۸	مقطع XZ (شامل حفره)



شکل ۶- موقعیت انتخابی مقاطع دوبعدی، نتایج مدل‌سازی آنها و صفحه شکست نهایی برای نمونه S2

جدول ۳- مقایسه مقاومت کششی مدل سه‌بعدی و مقاطع دوبعدی در نمونه S2.

میانگین مقاومت کششی مقاطع	مقاومت کششی (MPa)	
-	۲/۲۶۱	مدل سه‌بعدی
۲/۱۷۴	۲/۱۴۱	مقطع XY (شامل حفره و ترک)
	۲/۲۰۷	مقطع XZ (شامل حفره)

کناری تا ترک در فواصل ۳۰، ۲۰ و ۱۵ میلی‌متر است. در شکل (۷)، نتایج تنش فون میسز و میزان نیروی عکس العمل در نمونه S3 نشان داده شده است. همان‌طور که در شکل‌های (۷-الف) و (۷-ب) دیده می‌شود، حداکثر تنش ممکن در مراحل آغازین شکست در نوک ترک ۲/۹۹۷ مگاپاسکال و میزان نیروی عکس العملی قبل از شروع رشد ترک، برابر با ۱۰۵/۸ نیوتن است.

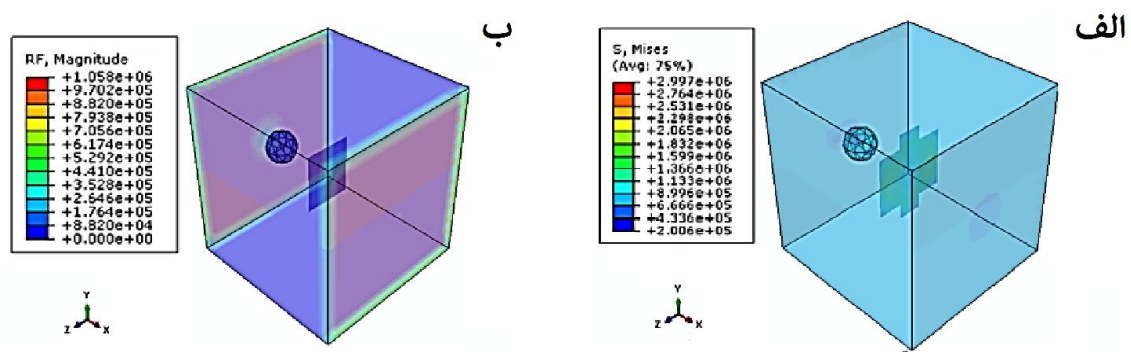
با توجه به نتایج مقالات قبلی نویسندگان حاضر [۱۱، ۱۲ و ۱۵] در مدل‌های دوبعدی، حفره‌های کناری در صورتی که به اندازه کافی نزدیک به ترک نزدیک باشند، باعث کم شدن میزان

تمایل در مراجع [۱۶] و [۲۷] از نویسندگان حاضر می‌توان تاثیر شکل تخلخل در رشد ترک را مطالعه کرد.

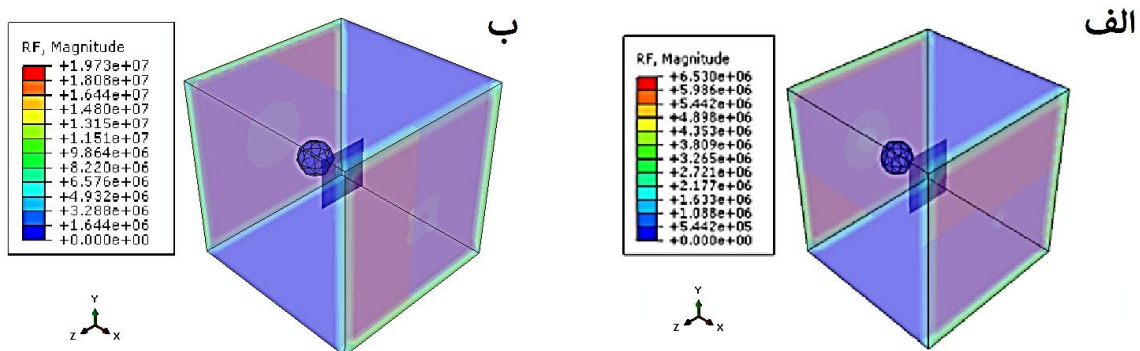
در ادامه این مقاله، از بررسی تأثیر اندازه حفره‌ها بر پارامترهای رشد ترک در نمونه‌های متخلخل صرف‌نظر شده است تا بتوان، پارامترهای دیگر را با دقت بیشتری مورد ارزیابی قرار داد.

۲-۴- حفره کنار ترک

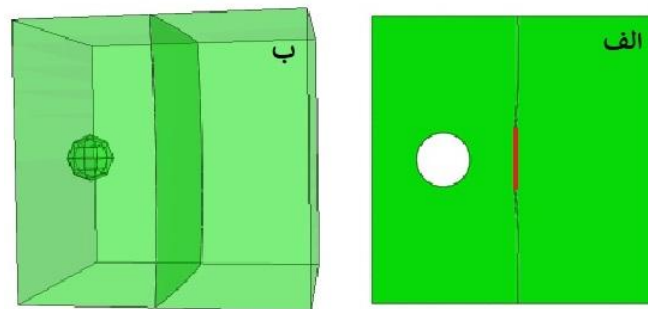
در این بخش، حفره به جای آن که در مقابل ترک قرار گیرد، در کنار آن قرار داده شده است و پارامتر مورد بررسی فاصله حفره



شکل ۷- الف) توزیع تنش و ب) نیروی عکس‌العملی در مراحل آغازین رشد ترک برای نمونه S_3



شکل ۸- نیروی عکس‌العملی در مراحل آغازین رشد ترک برای نمونه‌هایی با فاصله الف) ۲۰ و ب) ۱۵ میلی‌متر

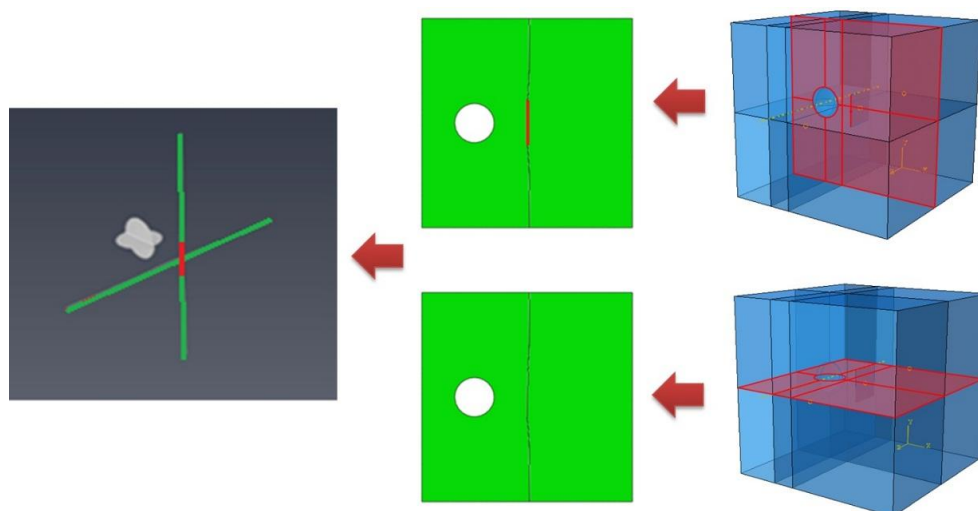


شکل ۹- مسیر نهایی رشد ترک در مدل‌های الف) دوبعدی و ب) سه‌بعدی برای نمونه S_3

۱۹۷۳ نیوتن افزایش می‌یابد که نشان از مقاوم‌تر شدن حفره در قبال رشد ترک بوده و مطابق مدل‌سازی‌های دوبعدی، نتایج قبلی را تأیید می‌کند.

مسیر نهایی رشد ترک در مدل‌های دوبعدی و سه‌بعدی نمونه S_3 در شکل (۹) نشان داده شده است. همان‌طور که از این شکل مشخص است، در این نمونه، ترک اولیه هیچ گونه

رشد ترک و در نتیجه بالا رفتن مقاومت کششی نمونه‌های متخلخل می‌شوند. برای بررسی این نتیجه در فضای سه‌بعدی، در تصاویر شکل (۸)، فاصله حفره کناری و ترک از ۳۰ میلی‌متر در نمونه S_3 به ترتیب به ۲۰ و ۱۵ میلی‌متر کاهش یافت. با توجه به شکل ۸ ملاحظه می‌شود که با کاهش فاصل حفره کناری با ترک، میزان نیروی عکس‌العملی به ترتیب به ۶۵۳ و



شکل ۱- موقعیت انتخابی مقاطع دوبعدی، نتایج مدل‌سازی آنها و صفحه شکست نهایی برای نمونه S3

جدول ۴- مقایسه مقاومت کششی مدل سه‌بعدی و مقاطع دوبعدی در نمونه S3

میانگین مقاومت کششی مقاطع	مقاومت کششی (MPa)	
-	۲/۸۵۴	مدل سه‌بعدی
۲/۷۶۰	۲/۷۵۶	مقطع XY (شامل حفره و ترک)
	۲/۷۶۴	مقطع XZ (شامل حفره)

۵- امکان‌سنجی در نمونه‌های پیچیده (شامل پنج حفره و بدون ترک داخلی)

از آنجا که مساله رشد ترک در محیط سه‌بعدی متخلخل بسیار پیچیده بوده و بررسی رفتار ترک و حفره در آن دشوار است؛ در عمل شبیه‌سازی شکست نهایی برای تمامی حالت‌ها میسر نیست. بنابراین در این بخش، رشد ترک یک نمونه حاوی پنج حفره در شش حالت مختلف به صورت سه‌بعدی بررسی می‌شود به نحوی که پارامترهای تأثیرگذارتر مانند فاصله و زاویه قرارگیری حفره مورد ارزیابی قرار می‌گیرد. بدین منظور فاصله حفرات داخلی با حفره مرکزی در دو سطح ۲۰ و ۴۰ میلی‌متر بررسی شده است. همچنین، زوایای بتا و گاما در دو سطح مختلف (به ترتیب ۰ و ۴۵ درجه برای زاویه بتا و ۰ و ۲۵ درجه برای زاویه گاما) و زاویه آلفا در سه سطح ۰، ۴۵ و ۹۰ درجه مورد ارزیابی قرار گرفته است (تعاریف این پارامترها در بخش‌های بعدی آورده شده است). لازم به ذکر است که فاصله حفرات خارجی

تأثیری بر مسیر رشد ترک نداشته و مسیر شکستگی نهایی از ترک صفحه‌ای موجود در مدل ایجاد شده است. نتایج شبیه‌سازی برای نمونه S3 نشان داد که، میزان نیرویی که برای شکست مدل سه بعدی نیاز است برابر با ۲/۸۵۴ و برای مدل دو بعدی ۲/۷۵۶ مگاپاسکال است که ۳/۴٪ اختلاف دارند.

شکل (۱۰)، مقاطع دو بعدی مدل S3 و نتیجه ترکیب آنها را نشان می‌دهد. در این نمونه نیز با مقایسه مسیر شکستگی نهایی مدل سه‌بعدی و مقاطع دوبعدی ترکیب‌شده، مشاهده می‌شود که این مسیر در این مدل نیز انطباق خوبی با هم دارند.

مقاومت‌های کششی مدل سه‌بعدی و مقاطع دوبعدی در این نمونه، در جدول (۴) آورده شده‌اند. همان‌طور که در این جدول دیده می‌شود، مقدار مقاومت دو مقطع دوبعدی تهیه شده در این نمونه به هم نزدیک بوده و در نتیجه اختلاف مقاومت کششی بین مدل سه‌بعدی و میانگین مقاومت مقاطع دو مقطع، حدود ۳/۳٪ است.

برای بررسی شکست در شرایط دوبعدی، دو مقطع مطابق شکل (۱۲) تعریف شده است که هر دو شامل پنج حفره است. در حالت دو بعدی مشابه حالت سه بعدی شروع و گسترش ترک در دو حفره جانبی اتفاق افتاده است.

مقاومت‌های کششی مقاطع دوبعدی و مدل سه‌بعدی در جدول (۵) آورده شده است که مطابق آن مقاومت دو مقطع XZ و XY مشابه و برابر ۳/۳۶۷ مگاپاسکال است، که این مقدار برای حالت سه‌بعدی ۳/۵۱۶ مگاپاسکال است. اختلاف مقاومت کششی بین مدل سه‌بعدی و مقاومت مقاطع دوبعدی در حدود ۴/۱٪ است.

حفره‌های نمونه C_2 در حالت سه‌بعدی دارای دو زاویه متغیر α و β نسبت به خط افق هستند. مطابق شکل (۱۳)، α زاویه دو حفره حول حفره مرکزی نسبت به محور افق و β زاویه دو حفره جانبی (کناری) نسبت به خط افق تعریف شده‌اند (عدم نمایش زاویه β در شکل (۱۳)، به دلیل پیچیدگی نمایش سه‌بعدی بوده که در شکل (۱۲) نشان داده شده است). d_α فاصله حفره‌های میانی حول حفره مرکزی و d_β فاصله دو حفره جانبی (کناری) با حفره مرکزی است. در نمونه C_2 زاویه $\alpha = 45^\circ$ و $\beta = 0^\circ$ و منطبق بر خط افق گذرنده از مرکز حفره مرکزی است و فواصل d_α و d_β به ترتیب ۴۰ و ۲۰ میلی‌متر است.

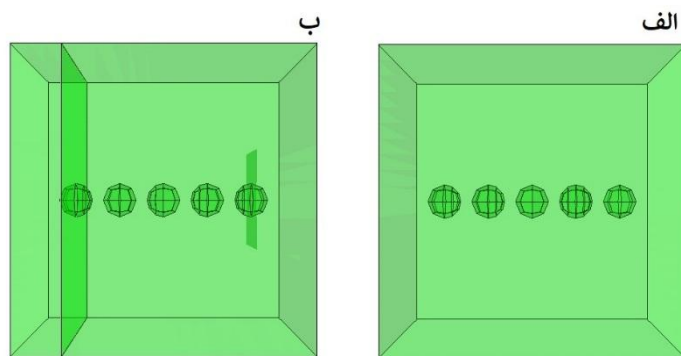
در این نمونه، حفره‌های میانی حول حفره مرکزی (α)، زاویه ۴۵ درجه دارند و از حالت خطی خارج شده‌اند. این عامل سبب شده است تا مطابق شکل (۱۴) عمده توزیع تنش در این ناحیه متمرکز شود؛ به‌طوری که با بارگذاری کششی، تنش فون میسز برای رشد ترک نسبت به نمونه C_1 (آرایش خطی) در اطراف دو حفره دارای زاویه ۴۵ درجه، بیشتر شود. با جذب تنش بالاتر، شروع رشد ترک از این دو حفره آغاز می‌شود که مقدار ابتدایی آن ۱/۵۹۶ مگاپاسکال است (شکل ۱۴-الف). در این نمونه مطابق شکل (۱۴-ب)، جهت گسترش ترک به سمت حفره مرکزی و عمود بر محور کشش است. در نمونه C_2 با تغییر زاویه آلفای دو حفره میانی از صفر به ۴۵ درجه، توزیع تنش نسبت به نمونه قبلی تغییر و سبب التهاب سطوح دو حفره

با حفره مرکزی در تمام نمونه‌ها ثابت و برابر با ۴۰ میلی‌متر در نظر گرفته شده است تا در تمامی حالت‌ها، حفرات خارجی به اندازه کافی از مرز نمونه‌ها فاصله داشته باشند. در ادامه این بخش، نتایج ارائه می‌شوند که میزان دقت ترکیب مقاطع دو بعدی در تخمین پارامترهای رشد ترک در مدل سه‌بعدی را تضمین می‌کنند. در نهایت و پایان این بخش، محدودیت‌های روش پیشنهادی در استفاده از ترکیب مقاطع دوبعدی به‌صورت خلاصه اشاره شده است.

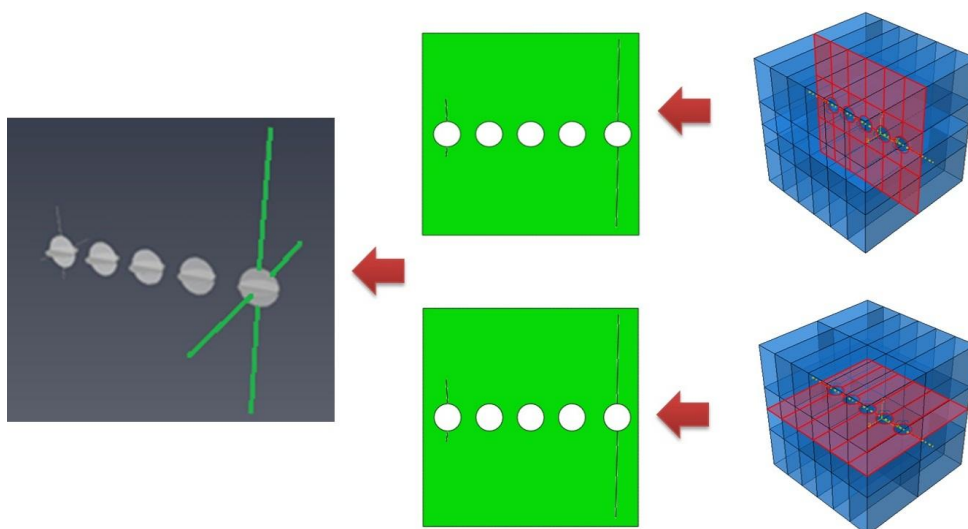
۵-۱- حالت‌های مختلف در نحوه قرارگیری حفره‌ها در نمونه‌های پیچیده

مدل‌ها در این بخش شامل مکعبی با اندازه $120 \times 120 \times 120$ میلی‌متر بوده و قطر تمامی حفره‌ها ۱۵ میلی‌متر در نظر گرفته است. در این بخش نیز، بارگذاری به صورت کششی بوده و مقدار آن در تمامی مدل‌ها به‌صورت جابجایی تا لحظه گسیختگی نهایی اعمال شده است.

اولین حالت، آرایش خطی همه حفره‌ها است که در آن فاصله مرکز تا مرکز حفره‌ها ۲۰ میلی‌متر لحاظ شده است (نمونه C_1 در شکل (۱۱-الف)). رشد ترک در این نمونه به صورت کاملاً متقارن از دو حفره کناری شروع می‌شود. دو حفره کناری هم زمان با اعمال نیروی کشش شروع به رشد ترک می‌کنند ولی در ادامه یکی از حفره‌ها (حفره سمت چپ) سبب ایجاد صفحه شکستگی نهایی می‌شود (شکل ۱۱-ب). نتایج، کم‌ترین میزان تنش‌ها در اطراف حفره مرکزی را نشان می‌دهد که نشان از جذب تنش‌ها از دو حفره جانبی (کناری) است. در نمونه C_1 بعد از اعمال تنش کششی و به دلیل آرایش خطی حفره‌ها، دو حفره جانبی که با مرز نمونه فاصله کمتری دارند، ملتهب شده و تنش به وجود آمده سبب ایجاد شکست اولیه می‌شود. از آنجا که در این نمونه، حفره‌ها در آرایش خطی قرار دارند، سطوح سایر حفرات تنش بالایی جذب نکرده و در نتیجه بر حفره‌های کناری تأثیری نداشته که این امر موجب گسترش ترک از حفره جانبی شده است.



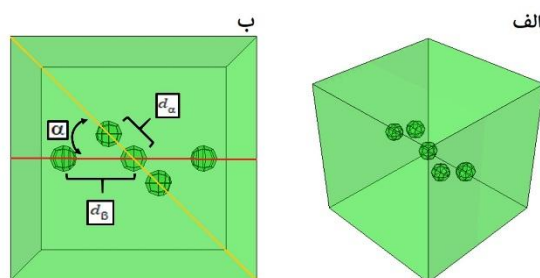
شکل ۱۱- الف) نحوه قرارگیری حفره‌ها و ب) مسیر نهایی شکست در نمونه C1 (آرایش خطی حفره‌ها)



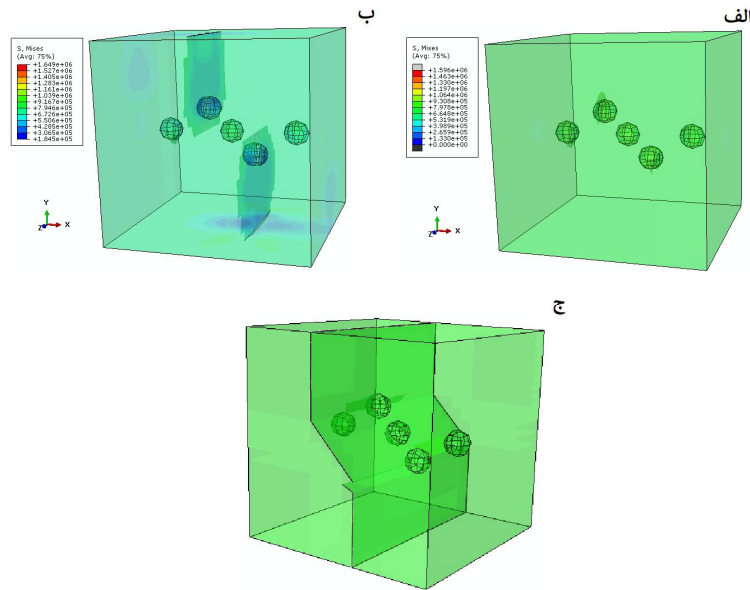
شکل ۱۲- موقعیت انتخابی مقاطع دوبعدی، نتایج مدل‌سازی آنها و صفحه شکست نهایی برای نمونه C1.

جدول ۵- مقایسه مقاومت کششی مدل سه‌بعدی و مقاطع دوبعدی در نمونه C1

میانگین مقاومت کششی مقاطع	مقاومت کششی (MPa)	
-	۳/۵۱۶	مدل سه‌بعدی
۳/۳۶۷	۳/۳۶۷	مقطع XY (شامل ۵ حفره)
	۳/۳۶۷	مقطع XZ (شامل ۵ حفره)



شکل ۱۳- الف) نحوه قرارگیری حفره‌ها و ب) پارامترهای مهم برای نمونه C2



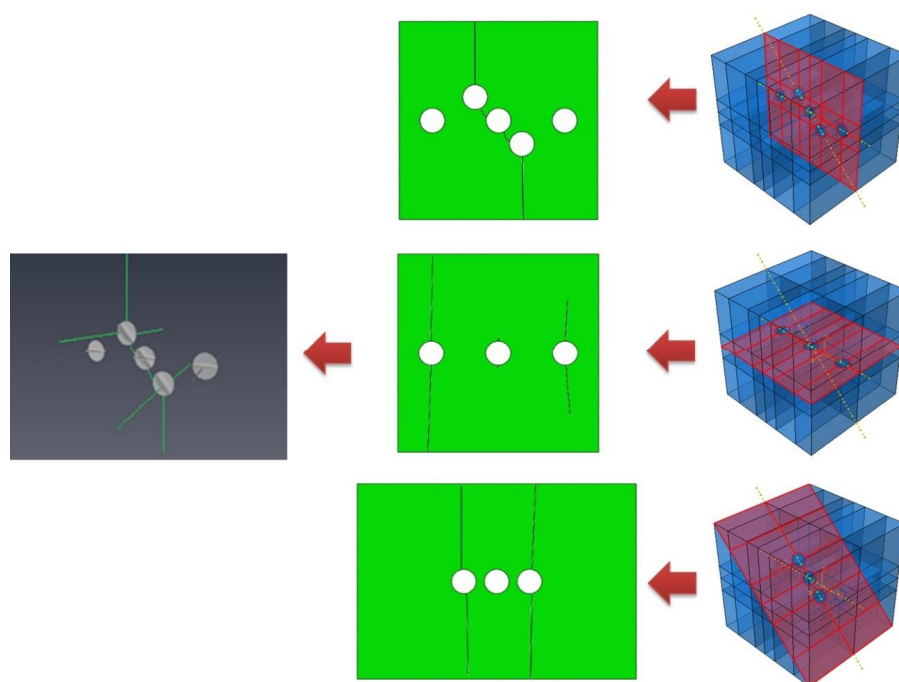
شکل ۱۴- توزیع تنش در الف) شروع رشد ترک و ب) گسترش ترک و ج) مسیر نهایی رشد ترک برای نمونه C₂

در نمونه C_۳ مطابق شکل (۱۶)، زاویه α نسبت به قبل افزایش داشته و به ۹۰ درجه می‌رسد. در این نمونه فواصل d_α و d_β همانند نمونه C₂ به ترتیب ۲۰ و ۴۰ میلی‌متر است. در این نمونه، عمده توزیع تنش بین حفره‌های میانی و مرکزی متمرکز است. بارگذاری کششی در این نمونه نشان می‌دهد که میزان جذب تنش برای رشد ترک در اطراف دو حفره دارای زاویه ۹۰ درجه نسبت به زاویه ۴۵ درجه کمتر است، زیرا در زاویه ۹۰ درجه حفره‌ها در مخرب‌ترین نوع آرایش خود قرار دارند و شکست در چنین شرایطی زودتر اتفاق می‌افتد [۲۰]. مقدار تنش فون میسر جذب شده برای شروع شکست در این شرایط ۱/۳۷۰ مگاپاسکال است (شکل ۱۷- الف) و مطابق شکل (۱۷- ب) شروع رشد ترک از این دو حفره به سمت حفره مرکزی است. در نمونه C_۳ زاویه α افزایش یافته و به ۹۰ درجه رسیده است. در این حالت حفره‌ها در مخرب‌ترین نوع آرایش قرارگیری هستند و اندرکنش میان آنها زیاد بوده و التهاب ایجاد شده روی سطوح آنها، خیلی زود منجر به ایجاد شکست و بهم پیوستگی ترک‌های اولیه می‌شود. در این حالت مقدار تنش فون میسر کمتری نسبت به نمونه‌های قبلی، صفحه شکست اصلی را ایجاد می‌کند و حفره‌های جانبی هیچ تأثیری در شکست و

میانی شده است. بنابراین شکست اولیه در این حفرات رخ داده است و به دلیل اندرکنش آنها با حفره مرکزی، این شکست اولیه به سمت حفره مرکزی منحرف شده است و در نهایت صفحه شکست نهایی از اتصال ترک‌های ایجاد شده در مرکز نمونه ایجاد می‌شود. شکل (۱۴- ج) مسیر نهایی رشد ترک در نمونه C_۲ را نشان می‌دهد.

برای بررسی شکست در حالت دوبعدی، سه مقطع مطابق شکل (۱۵) تعریف شده است که مقطع XY دارای پنج حفره و دو مقطع XZ و YZ شامل سه حفره هستند. در دو مقطع با سه حفره، رشد ترک از دو حفره جانبی مطابق با نتایج ارائه شده در نمونه اول رخ داده است ولی در مقطع با پنج حفره رشد ترک در دو حفره میانی و مرکزی حادث شده است (شکل ۱۵).

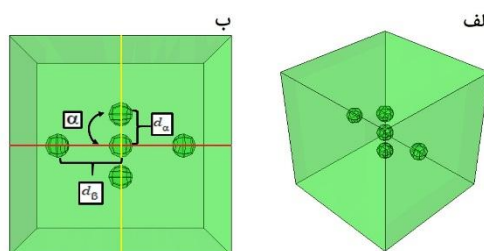
مقاومت‌های کششی مقاطع دوبعدی و مدل سه‌بعدی در جدول (۶) نشان داده شده است که اختلاف مقاومت کششی بین مدل سه‌بعدی و میانگین مقاومت مقاطع دو بعدی در حدود ۱/۷٪ است. این کاهش چشم‌گیر در اختلاف مقاومت‌های کششی مدل سه‌بعدی و میانگین مقاطع دوبعدی، می‌تواند به دلیل انتخاب مقاطع دو بعدی بیش‌تر در این نمونه باشد.



شکل ۱۵- موقعیت انتخابی مقاطع دو بعدی، نتایج مدل‌سازی آنها و صفحه شکست نهایی برای نمونه C2

جدول ۶- مقایسه مقاومت کششی مدل سه‌بعدی و مقاطع دو بعدی در نمونه C2

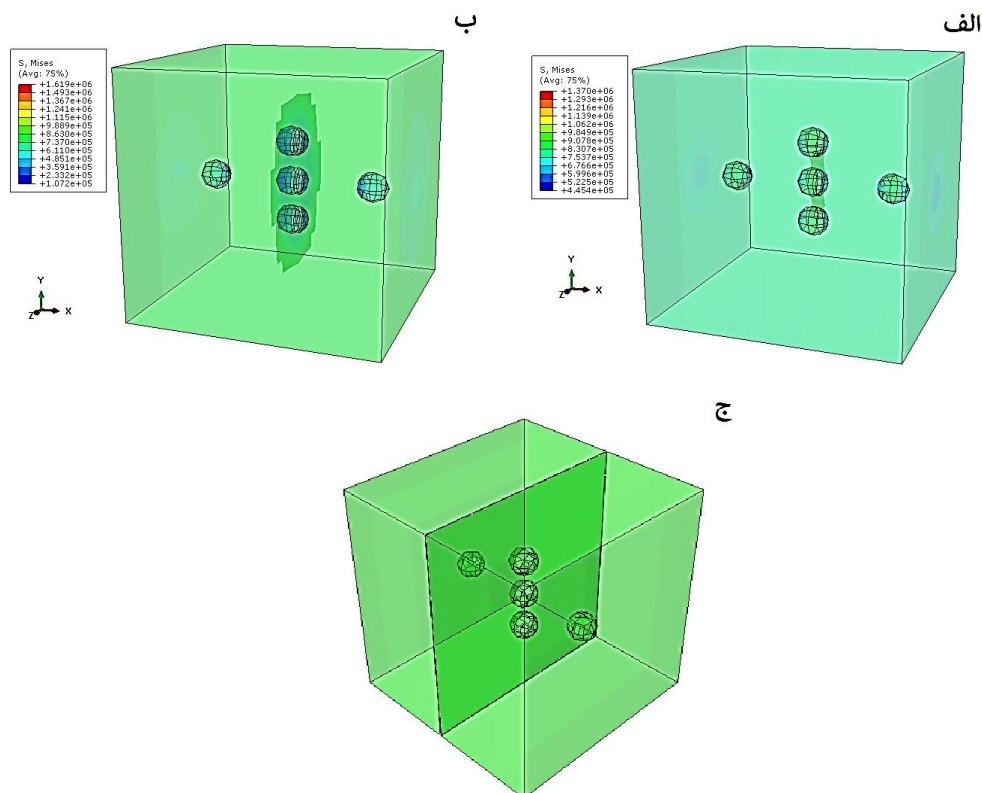
میانگین مقاومت کششی مقاطع	مقاومت کششی (MPa)	مدل سه‌بعدی
-	۳/۸۰۰	مقطع XY (شامل ۵ حفره)
۳/۷۸۷	۳/۷۸۷	مقطع XZ (شامل ۳ حفره)
۳/۷۳۹	۳/۶۸۷	مقطع مورب (شامل ۳ حفره)
	۳/۷۴۴	



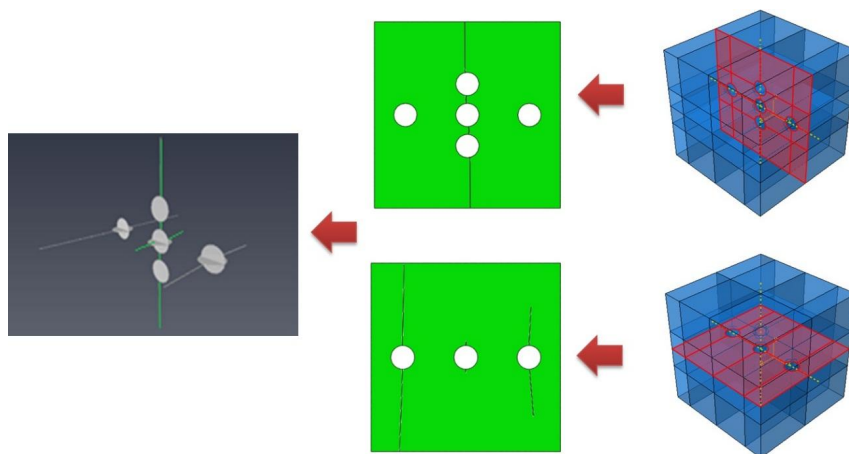
شکل ۱۶- الف) نحوه قرارگیری حفره‌ها و ب) پارامترهای مهم برای نمونه C3

شکل (۱۸) تعریف شده است که مقطع XY دارای پنج حفره و مقطع XZ شامل سه حفره است. در مقطع با پنج حفره، شکست در سه حفره میانی و مرکزی که به صورت عمودی زیر هم واقع شده‌اند، اتفاق افتاده است ولی در مقطع با سه حفره رشد ترک از دو حفره جانبی رخ داده است که در نهایت رشد یکی از آنها

انحراف رشد ترک ندارند. همان‌طور که در شکل (۱۷- ج) نشان داده شده است، جهت حرکت ترک صفحه‌ای بعد از بهم پیوستن ترک‌های ایجاد شده در سه حفره میانی و مرکزی، در جهت عمود بر محور کشش است. برای بررسی شکست در حالت دو بعدی، دو مقطع مطابق



شکل ۱۷- توزیع تنش در الف) شروع رشد ترک و ب) گسترش ترک و ج) مسیر نهایی رشد ترک برای نمونه C₃



شکل ۱۸- موقعیت انتخابی مقاطع دوبعدی، نتایج مدل‌سازی آنها و صفحه شکست نهایی برای نمونه C₃

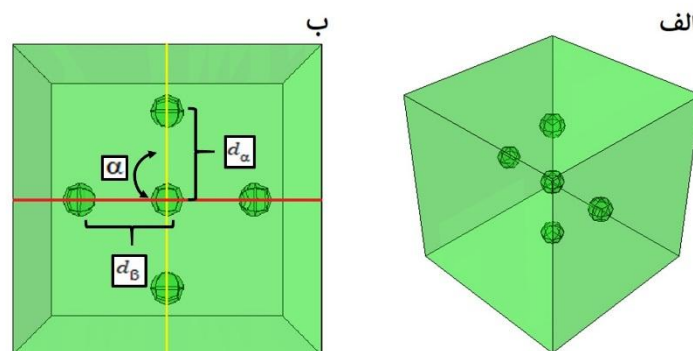
۱/۹٪ است. قابل توجه است که مدل سه‌بعدی در نمونه C_۳، مقاومت کششی کم‌تری نسبت به نمونه C_۲ دارد که مطابق دلایل ارائه شده، افزایش زاویه قرارگیری سه حفره میانی و حفره مرکزی ($\alpha=90^\circ$) مهم‌ترین دلیل آن است. در نمونه C_۲، d_α از ۲۰ میلی‌متر به ۴۰ میلی‌متر افزایش یافته

منجر به گسیختگی می‌شود و حفره مرکزی دچار شکست اولیه شده است (شکل ۱۸).

مقاومت‌های کششی مقاطع دوبعدی و مدل سه‌بعدی در جدول (۷) نشان داده شده است که اختلاف مقاومت کششی بین مدل سه‌بعدی و میانگین مقاومت مقاطع دوبعدی در حدود

جدول ۷- مقایسه مقاومت کششی مدل سه‌بعدی و مقاطع دوبعدی در نمونه C3

میانگین مقاومت کششی مقاطع	مقاومت کششی (MPa)	مدل سه‌بعدی
-	۳/۶۸۵	مقطع XY (شامل ۵ حفره)
۳/۶۴۸	۳/۶۱۱	مقطع XZ (شامل ۳ حفره)
	۳/۶۸۷	



شکل ۱۹- الف) نحوه قرارگیری حفره‌ها و ب) پارامترهای مهم برای نمونه C4

تنش‌های دو حفره جانبی قرار گرفته است به‌طوری که صفحه شکست اصلی، برخلاف نمونه C3 از یک حفره جانبی حادث شده است. مقایسه این نتایج و نتایج نمونه قبلی (نمونه C3 شکل ۱۸) تاثیر فاصله قرارگیری حفره‌ها را در تشکیل صفحه نهایی شکست نشان می‌دهد.

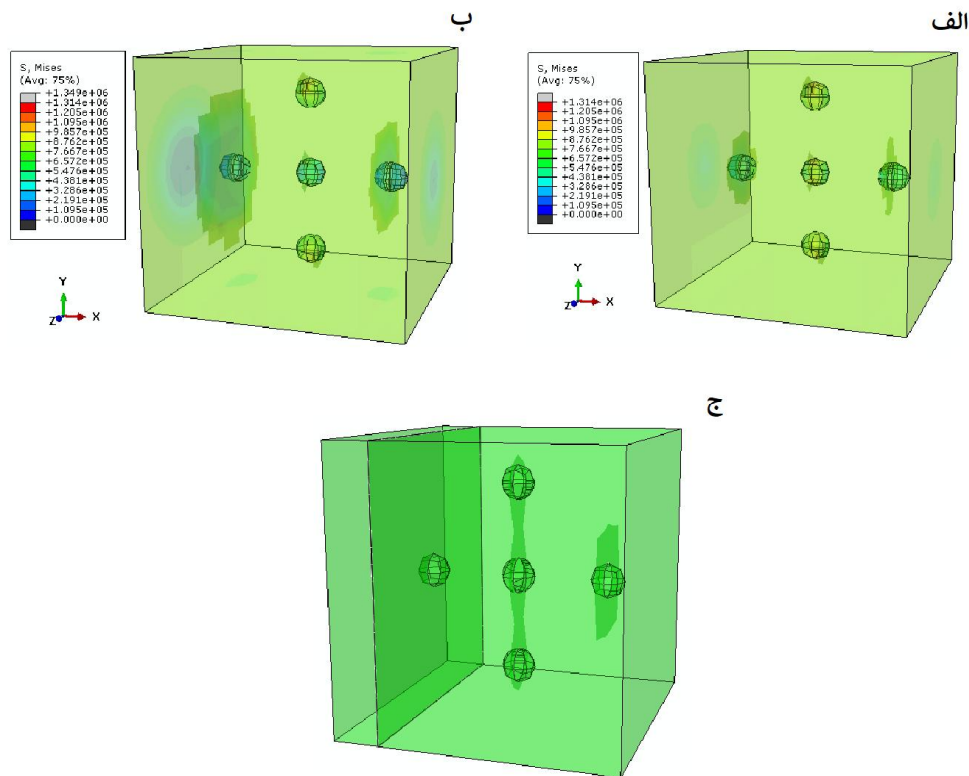
دو مقطع دو بعدی از نمونه سه بعدی فوق مطابق شکل (۲۱) تهیه شده است. مقطع XY شامل پنج و مقطع XZ شامل سه حفره است. در مقطع XY با اعمال تنش کششی ترک از حفره‌های جانبی شروع و در نهایت با گسترش یکی از آنها تا مرز نمونه گسیختگی اتفاق می‌افتد. مشابه این موضوع هم در مقطع XZ اتفاق می‌افتد (شکل ۲۱).

همچنین مقاومت‌های کششی مقاطع دوبعدی و مدل سه‌بعدی نمونه C4 در جدول (۸) آورده شده است. اختلاف مقاومت کششی بین مدل سه‌بعدی و میانگین مقاومت دو مقطع در حدود ۱/۳٪ است. مقاوم‌تر شدن نمونه C4 نسبت به نمونه C3 به دلیل افزایش فاصله بین حفره‌های مرکزی و تغییر مسیر رشد ترک از میان سه حفره مرکزی به حفره کناری است.

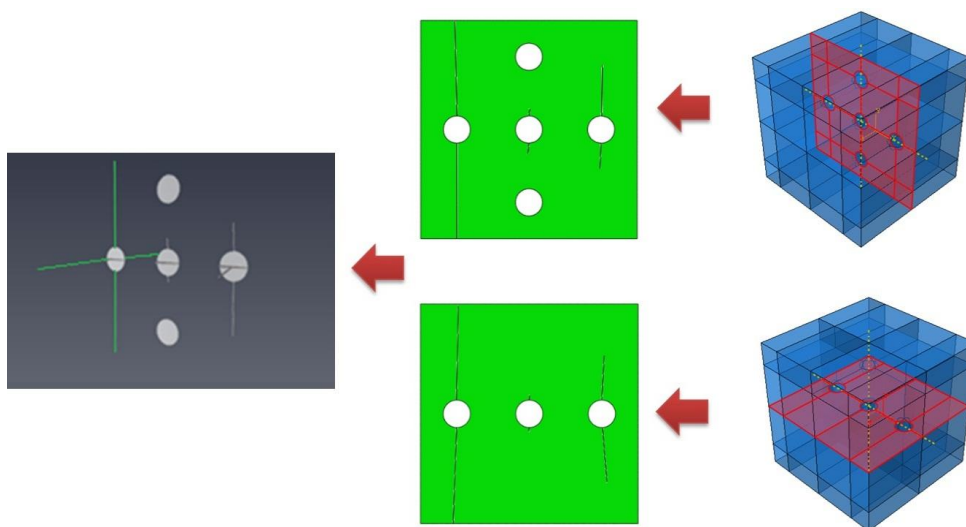
در نمونه C5 زاویه $\alpha = 45^\circ$ و $\beta = 45^\circ$ نسبت به خط افق

است و در این حالت مقادیر d_β و d_α برابر هستند و زوایای قرارگیری حفره همانند نمونه C3 است ($\beta = 0^\circ$ ، $\alpha = 90^\circ$) و فقط پارامتر فاصله (حفره‌های میانی و مرکزی) دستخوش تغییر شده است (شکل ۱۹).

بارگذاری کششی در نمونه C4 نشان می‌دهد که به دلیل افزایش فاصله میان حفره‌های مرکزی و میانی تمرکز تنش فون میسر برای رشد ترک در حفره‌ها همانند نمونه C1 در نزدیک محور بارگذاری بیش‌تر است و به همین علت شروع رشد ترک از دو حفره جانبی با جذب تنش کمتر و به میزان ۱/۳۱۴ مگاپاسکال آغاز شده است (شکل ۲۰- الف). در این نمونه، جهت حرکت ترک‌های صفحه‌ای در جهت عمود بر محور کشش است (شکل ۲۰- ب)؛ تا جایی که یکی از حفره‌های کناری (حفره سمت چپ) موجب شکست نهایی نمونه می‌شود (شکل ۲۰- ج). در نمونه C4 به دلیل افزایش فاصله حفره‌های میانی با حفره مرکزی، سطوح دو حفره جانبی به شدت ملتهب شده است. با اینکه حفره‌های موجود در مرکز نمونه در آرایش مخربی قرار دارند، ولی به دلیل فاصله زیاد، فقط شکست اولیه در آنها رخ داده و نمونه، تحت تاثیر



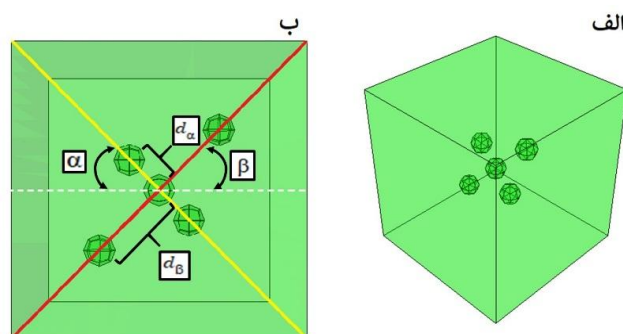
شکل ۲۰- توزیع تنش در الف) شروع رشد ترک و ب) گسترش ترک و ج) مسیر نهایی رشد ترک برای نمونه C4



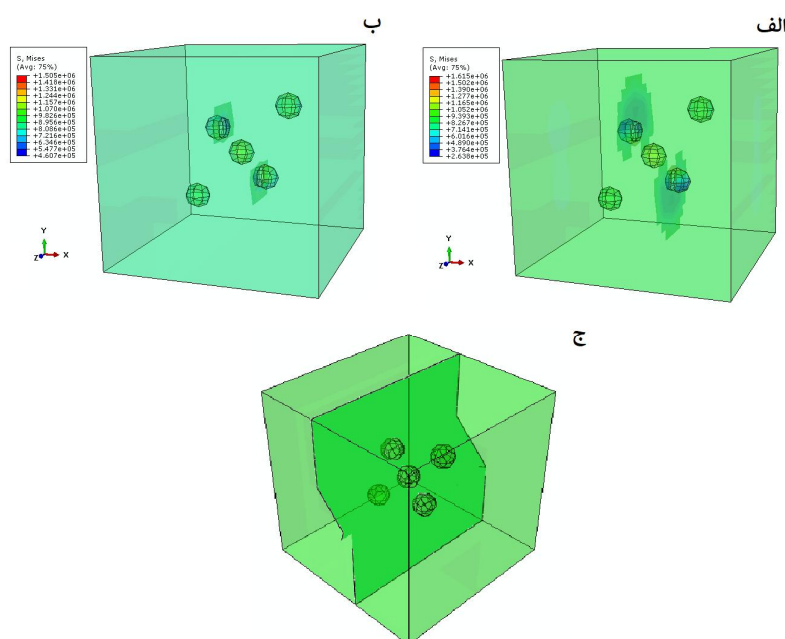
شکل ۲۱- موقعیت انتخابی مقاطع دوبعدی، نتایج مدل‌سازی آنها و صفحه شکست نهایی برای نمونه C4

جدول ۸- مقایسه مقاومت کششی مدل سه‌بعدی و مقاطع دوبعدی در نمونه C4

میانگین مقاومت کششی مقاطع	مقاومت کششی (MPa)	
-	۳/۸۸۰	مدل سه‌بعدی
۳/۸۲۹	۳/۹۷۲	مقطع XY (شامل ۵ حفره)
	۳/۶۸۷	مقطع XZ (شامل ۳ حفره)



شکل ۲۲- الف) نحوه قرارگیری حفره‌ها و ب) پارامترهای مهم برای نمونه C₅



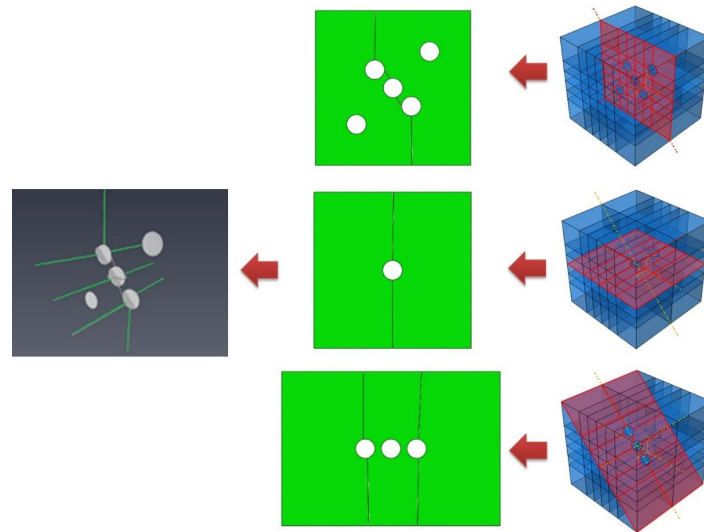
شکل ۲۳- توزیع تنش در الف) شروع رشد ترک و ب) گسترش ترک و ج) مسیر نهایی رشد ترک برای نمونه C₅

نتیجه تغییر در مسیر رشد ترک نداشته‌اند. بارگذاری کششی در این مدل نشان می‌دهد که، تمرکز تنش ون میسر برای رشد ترک در اطراف دو حفره دارای زاویه $\alpha = 45^\circ$ و $d_\alpha = 20 \text{ mm}$ بالا بوده (۱/۶۱۵ مگاپاسکال) و شروع رشد ترک از این دو حفره آغاز می‌شود شکل (۲۳- الف). همچنین رشد ترک در این نمونه، از حفره مرکزی نیز ادامه یافته (شکل ۲۳- ب) و در نهایت مسیر نهایی رشد ترک، مشابه تصویر نشان داده شده در شکل ۲۳- ج است.

برای بررسی دوبعدی شکست این نمونه، مقاطعی مطابق شکل (۲۴) تعریف شده است. در این نمونه از سه مقطع دوبعدی با

گذرنده از مرکز حفره مرکزی (خطچین نشان داده شده در شکل (۲۲)) است. فواصل d_α و d_β در این نمونه به ترتیب ۴۰ و ۲۰ میلی‌متر است.

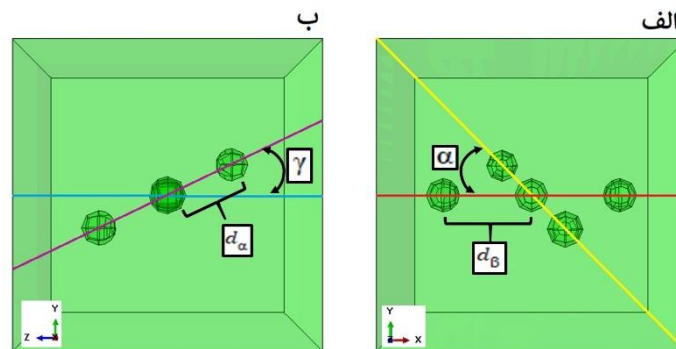
فرآیند ایجاد تنش و به وجود آمدن صفحه شکست اصلی در نمونه C₅ تا حدودی مشابه به نمونه C_۶ است. در این نمونه سطوح دو حفره میانی تحت تأثیر تنش کششی اعمال شده قرار گرفته‌اند و به شدت ملتهب شده‌اند و پس از ایجاد شکست اولیه در آنها و به دلیل اندرکنش با حفره مرکزی، ترک ایجاد شده در مسیر رشد به سمت مرکز نمونه منحرف شده است. در این نمونه، دو حفره جانبی هیچ تأثیری بر انحراف تنش و در



شکل ۲۴- موقعیت انتخابی مقاطع دوبعدی، نتایج مدل‌سازی آنها و صفحه شکست نهایی برای نمونه C5

جدول ۹- مقایسه مقاومت کششی مدل سه‌بعدی و مقاطع دوبعدی در نمونه C5.

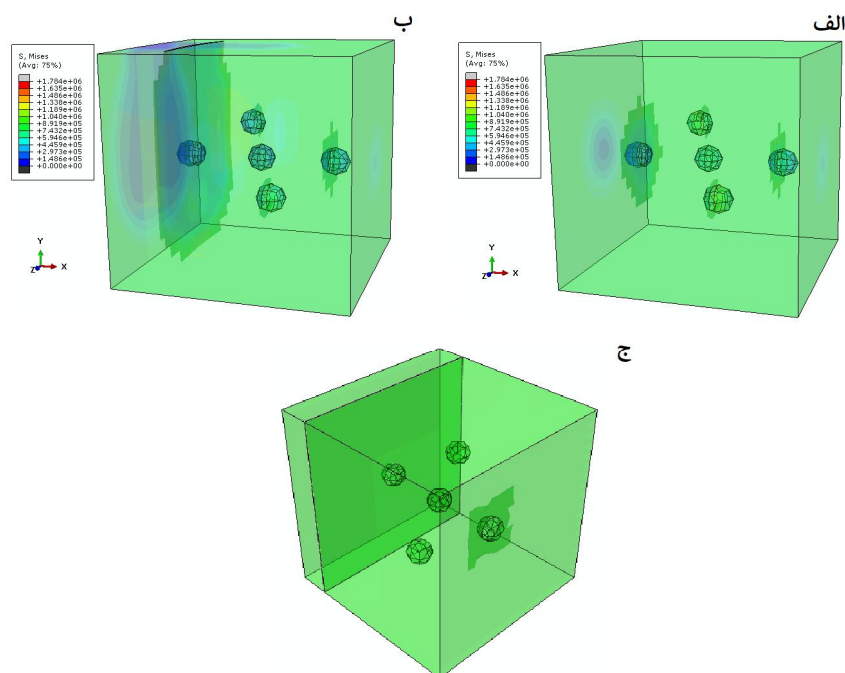
میانگین مقاومت کششی مقاطع	مقاومت کششی (MPa)	مدل سه‌بعدی
-	۳/۸۱۱	مقطع XY (شامل ۵ حفره)
۳/۷۴۶	۳/۶۹۸	مقطع XZ (شامل ۱ حفره)
	۳/۷۴۴	مقطع مورب (شامل ۳ حفره)



شکل ۲۵- الف) نحوه قرارگیری حفره‌ها و ب) پارامترهای مهم برای نمونه C6

C_۲، نشان می‌دهد که به دلیل این که سه حفره مرکزی نقش اصلی در مسیر نهایی رشد ترک را دارند، تغییر در زاویه β که مربوط به حفره‌های جانبی (کناری) است، نقش زیادی در تعیین مقاومت نهایی نمونه ندارد. در نمونه C_۶ زاویه γ برای دو حفره میانی تعریف شده است شکل (۲۵). زاویه γ در جهت Z (عمق مدل) متغیر است.

۵، ۱ و ۳ حفره استفاده شده است. نتیجه ترکیب این مقاطع در تصویر نهایی شکل (۲۴) قابل مشاهده است. مقاومت‌های کششی مقاطع دوبعدی و مدل سه‌بعدی در این مدل در جدول (۹) اشاره شده‌اند. اختلاف مقاومت کششی بین مدل سه‌بعدی و میانگین مقاومت دو مقطع در حدود ۱/۸٪ است. پایین بودن میزان مقاومت نمونه C_۵ در مقایسه با نمونه



شکل ۲۶- توزیع تنش در الف) شروع رشد ترک و ب) گسترش ترک و ج) مسیر نهایی رشد ترک برای نمونه C₆

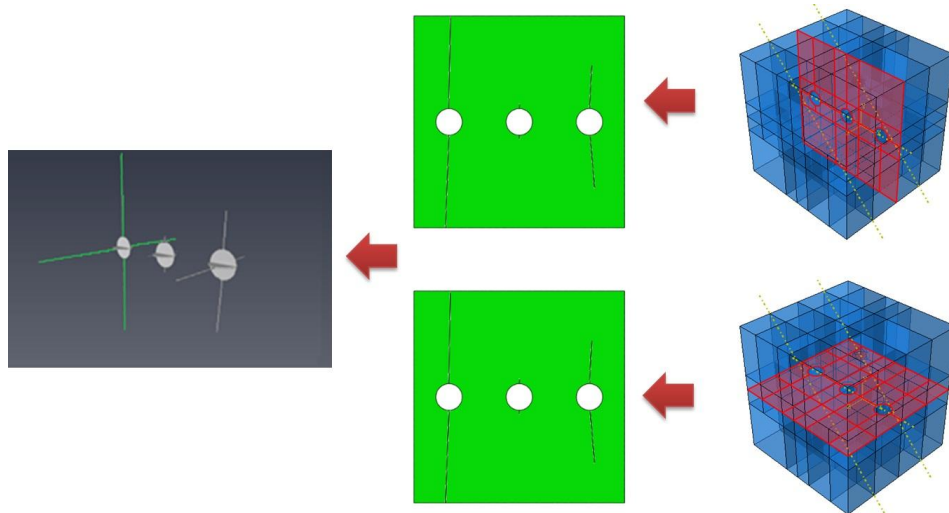
موجب شکست نهایی نمونه می‌شود (شکل ۲۶- ب). این مقدار تنش از تمام مقادیر گذشته که در آنها شکست در حفره جانبی روی داده بود بیش‌تر است.

برای بررسی شکست در حالت دوبعدی، دو مقطع مطابق شکل (۲۷) تعریف شده است که مقطع XY و XZ هر دو شامل سه حفره است. در هر دو مقطع ترک، از حفره‌های جانبی آغاز شده است و در نهایت شکست نهایی با گسترش یکی از آنها اتفاق افتاده است و حفره مرکزی فقط دچار شکست اولیه شده است که این موضوع در هر دو مقطع مشابه است و منجر به ارائه مقاومت کششی یکسان در مقاطع دوبعدی شده است (شکل ۲۷).

مقاومت‌های کششی مقاطع دوبعدی و مدل سه‌بعدی در جدول (۱۰) نشان داده شده است که اختلاف مقاومت کششی بین مدل سه‌بعدی و میانگین مقاومت مقاطع دو بعدی در حدود ۵/۹٪ است. اختلاف مقاومت کششی میان مدل سه بعدی و میانگین مقاطع دو بعدی در نمونه C_۶ بیش‌ترین اختلاف میان نمونه‌های بررسی شده است چون که نمونه C_۶ به مراتب دارای آرایش پیچیده‌تری است و به دلیل آنکه مقاطع

در این حالت مطابق شکل (۲۵) زاویه $\alpha = 45^\circ$ و $\beta = 0^\circ$ و $\gamma = 25^\circ$ و فواصل d_α و d_β به ترتیب ۲۰ و ۴۰ میلی‌متر است.

در نمونه C_۶ ابتدا در دو حفره میانی، مقدار کمی تنش به وجود آمده است. ولی با توجه به نحوه قرارگیری حفره‌ها، دو حفره جانبی به دلیل اندرکنش بالا با دو حفره میانی و همچنین به دلیل نزدیکی به مرز نمونه و محل اعمال تنش کششی، به شدت ملتهب شده و مانع از گسترش ترک در حفرات مرکزی نمونه شده‌اند، به‌طوری که در نهایت صفحه شکست اصلی از رشد ترک در حفره جانبی ایجاد شده است. بارگذاری کششی در این نمونه در شکل (۲۶) نشان می‌دهد که تمرکز تنش فون میسر برای رشد ترک در اطراف دو تخلخل جانبی زیاد است که دلیل آن همان‌طور که ذکر شد می‌تواند اندرکنش میان حفره‌های جانبی و حفره‌های میانی که با زاویه γ قرار گرفته‌اند باشد. رشد ترک در حفره‌های میانی به دلیل عدم تشکیل ترک صفحه‌ای (صفحه شکست) با یکدیگر و عمود بر محور کشش، متوقف می‌شود. صفحه شکست اصلی نمونه، از حفره‌های جانبی با جذب تنشی به میزان ۱/۷۸۴ مگاپاسکال صورت می‌پذیرد (شکل ۲۶- الف)، تا جایی که یکی از آنها (حفره سمت چپ)



شکل ۲۷- موقعیت انتخابی مقاطع دوبعدی، نتایج مدل‌سازی آنها و صفحه شکست نهایی برای نمونه C6

جدول ۱۰- مقایسه مقاومت کششی مدل سه‌بعدی و مقاطع دوبعدی در نمونه C6

میانگین مقاومت کششی مقاطع	مقاومت کششی (MPa)	مدل سه‌بعدی
-	۳/۹۲۰	
۳/۶۸۷	۳/۶۸۷	مقطع XY (شامل ۳ حفره)
	۳/۶۸۷	مقطع XZ (شامل ۳ حفره)

جدول ۱۱- خلاصه‌ای از نتایج شبیه‌سازی در نمونه‌های C1 تا C6

نام مدل	مشخصات مدل					مقاومت کششی سه‌بعدی (MPa)	میانگین مقاومت کششی مقاطع دوبعدی (MPa)	اختلاف (%)
	α (°)	β (°)	γ (°)	d_α (mm)	d_β (mm)			
C ₁	۰	۰	۰	۲۰	۴۰	۳/۵۱۶	۳/۳۶۷	۴/۱
C ₂	۴۵	۰	۰	۲۰	۴۰	۳/۸۰۰	۳/۳۷۹	۱/۷
C ₃	۹۰	۰	۰	۲۰	۴۰	۳/۶۸۵	۳/۶۴۸	۱/۹
C ₄	۹۰	۰	۰	۴۰	۴۰	۳/۸۸۰	۳/۸۲۹	۱/۳
C ₅	۴۵	۴۵	۰	۲۰	۴۰	۳/۸۱۱	۳/۷۴۶	۱/۸
C ₆	۴۵	۰	۲۵	۲۰	۴۰	۳/۹۲۰	۳/۶۸۷	۵/۹

که مقاطع دو بعدی باید شامل بیش‌ترین حفره ممکن و حفره‌هایی با فواصل کمتر باشند. همچنین حفره‌هایی که در یک راستا قرار دارند، همگی بر شکست نهایی نمونه تأثیر داشته و باید در مقاطع دوبعدی جهت افزایش دقت جواب‌های حاصله، مد نظر قرار داده شوند.

در جدول (۱۱)، خلاصه‌ای از نتایج شبیه‌سازی در

دوبعدی انتخاب شده از دو حفره میانی عبور نکرده‌اند، این افزایش اختلاف را به وجود آورده است. برای رفع این مشکل و کاهش اختلاف نتایج، نیاز به تهیه مقاطع دو بعدی بیش‌تر است که فرآیندی زمان‌بر بوده و نیاز به دانش عمیق در زمینه مکانیک شکست و پیش‌بینی مسیر رشد ترک دارد. این فرآیند، در این مقاله مورد بحث قرار نگرفته است و فقط اشاره می‌شود

دوبعدی، تأثیر زیادی بر نتایج حاصله خواهد داشت. در این بخش، خلاصه‌ای از قوانینی که هنگام انتخاب مقاطع دوبعدی باید در نظر داشت تا نتیجه ترکیب مقاطع دوبعدی با مدل سه‌بعدی، تطابق قابل قبولی داشته باشد، آورده شده است:

✓ مقطع دو بعدی انتخابی نباید بر محور بارگذاری عمود باشد. دلیل این محدودیت عدم اعمال بارگذاری کششی در این نوع مقاطع است.

✓ مقطع دوبعدی باید از قسمتی که شامل بیش‌ترین حفره‌ها است، انتخاب شود تا تأثیر حفره‌ها و اندرکنش میان آنها در هنگام بارگذاری، به طور کامل مشخص باشد.

✓ شناسایی مقاطعی که حفره‌های آنها در یک راستا و با کمترین فاصله نسبت به یکدیگر قرار گرفته‌اند مهم است، زیرا در اغلب موارد شکست نهایی در این نوع از حفره‌ها رخ می‌دهد.

✓ انتخاب مقاطع دوبعدی بیشتر و از قسمت‌های مختلف نمونه، سبب افزایش دقت جواب‌های حاصله می‌شود، با وجود اینکه سعی بر آن است تا با کم‌ترین مقاطع به پارامترهای شکست نهایی دست یافت.

۵-۳- محدودیت‌های روش استفاده از مقاطع دوبعدی به

جای مدل سه‌بعدی

وجود پارامترهای متعدد نظیر شکل حفره‌ها، اندازه حفره‌ها و چگونگی توزیع آنها در فضای سه‌بعدی، باعث می‌شود که به لحاظ آماری حالت‌های بسیار متنوعی در محیط‌های متخلخل وجود داشته باشد. از اینرو، بررسی تمام حالت‌های محتمل در توزیع حفره‌ها، امکان‌پذیر نبوده و محققین مقاله حاضر، تلاش کرده‌اند تا با در نظر گرفتن یک سری از ساده‌سازی‌ها، درک ساده و صحیحی از پارامترهای مورد بررسی، ارائه کنند. بنابراین، روش پیشنهادی در این پژوهش محدودیت‌هایی دارد که در زیر به بخشی از آنها اشاره می‌شود:

- در مدل‌های در نظر گرفته شده فقط از شکل کره برای نمایش حفره‌ها استفاده شده است. در نتیجه، با توجه به وجود

نمونه‌های C_1 تا C_6 و اختلاف بین نتایج مدل سه‌بعدی و میانگین نتایج مقاطع دوبعدی در روش پیشنهادی، ارائه شده است. با مقایسه نمونه‌های مختلف می‌توان به نتایج قابل توجهی دست یافت:

❖ در مدل‌های C_1 و C_2 ، با افزایش زاویه α از 0° تا 45° درجه، میزان مقاومت نمونه افزایش می‌یابد که این امر به دلیل تغییر مسیر رشد ترک در این نمونه‌ها و افزایش طول ترک مورد نیاز در نمونه C_2 است.

❖ افزایش زاویه α از 45° درجه در نمونه C_2 به 90° درجه، در نمونه C_3 ، به دلیل آنکه در مسیر رشد ترک تغییری ایجاد نکرده است، باعث کاهش در میزان مقاومت نمونه شده است. عامل این کاهش مقاومت، کاهش طول ترک نهایی در نمونه C_3 و قرار گرفتن هر سه حفره مرکزی در زیر یکدیگر است.

❖ با افزایش فاصله حفره‌های مرکزی (d_a) از 20° در نمونه C_3 به 40° میلی‌متر در نمونه C_4 ، میزان مقاومت نمونه به شدت افزایش می‌یابد. نتایج نشان می‌دهد که پارامتر d_a تأثیر بیش‌تری بر مقاومت نهایی نمونه نسبت به زاویه α دارد.

❖ با مقایسه نمونه‌های C_5 و C_2 ، مشخص است که افزایش زاویه β منجر به افزایش مقاومت نمونه خواهد شد. دلیل این اتفاق، کاهش اثرگذاری حفره‌های جانبی (کناری) با افزایش فاصله آنها نسبت به مسیر رشد ترک است که در بخش ۴-۲ به آن اشاره شده است.

❖ با مقایسه نمونه‌های C_6 و C_2 ، مشخص است که افزایش زاویه γ منجر به افزایش بسیار شدید در مقاومت نمونه خواهد شد، به‌نحوی که تأثیر زاویه گاما حتی از زاویه β هم بیشتر است. دلیل این امر، عدم قرارگیری همه حفره‌ها در یک صفحه است که در نهایت باعث کم شدن میزان تمرکز تنش و افزایش مقاومت نمونه می‌شود.

۵-۲- قوانین نحوه انتخاب مقاطع دوبعدی از مدل سه‌بعدی

با توجه به نتایج بخش‌های قبل، جهت تسریع در تخمین میزان مقاومت بیشینه نمونه‌های متخلخل و نحوه شروع گسترش ترک در آنها، می‌توان از مقاطع دو بعدی تهیه شده از مدل سه‌بعدی استفاده کرد. با این حال، نحوه انتخاب و تعداد این مقاطع

که به صورت اتفاقی در مکعبی با ابعاد $120 \times 120 \times 120$ میلی‌متر پراکنده شده است. در این مدل‌ها، برخلاف مدل‌های بخش ۴ و ۵، ابتدا مقاطع دوبعدی از مدل سه‌بعدی تهیه شده و با کمک ترکیب نتایج شبیه‌سازی رشد ترک در آنها، مسیر نهایی شکست و مقاومت نمونه تعیین می‌شود. در مرحله بعد، نتایج حاصل با نتایج مدل سه‌بعدی مقایسه می‌شود تا میزان کارایی و درصد خطای روش پیشنهادی مشخص شود.

۶-۱- نمونه اول با آرایش تصادفی حفره‌ها (R_1)

شکل (۲۸ - الف)، آرایش چیدمان هر پنج حفره در نمونه R_1 را در فضای سه‌بعدی نشان می‌دهد. این حفره‌ها در شکل (۲۸ - ب) با شماره‌های ۱ تا ۵ نام‌گذاری شده‌اند. همان‌طور که در این شکل دیده می‌شود، حفره‌های ۴ و ۵ نزدیک‌ترین حفره‌ها به یکدیگر بوده و فاصله مرکز به مرکز آنها حدود ۱۸ میلی‌متر است. این امر موجب می‌شود تا صفحه‌ای که عمود بر محور کشش است و شامل این دو حفره است، محتمل‌ترین صفحه برای رشد ترک محسوب شود.

شکل (۲۹)، مقاطع دوبعدی انتخاب شده برای پیش‌بینی مسیر رشد ترک و تعیین مقاومت نمونه R_1 را نشان می‌دهد. در این شکل، از دو مقطع XY که شامل هر ۵ حفره و مقطع XZ که فقط شامل ۱ حفره است، استفاده شده است. اولین مقطع به این دلیل انتخاب شده است که دارای بیش‌ترین تعداد حفره‌ها در صفحه است. از سوی دیگر، مقطع XZ که فقط شامل حفره شماره ۴ است، حفره‌ای است که به احتمال فراوان صفحه اصلی شکست از آن عبور خواهد کرد. همان‌طور که در تصویر نهایی شکل (۲۹) نشان داده شده است، از ترکیب نتایج حاصل از دو مقطع دوبعدی ذکر شده، مسیر نهایی رشد ترک ایجاد می‌شود. لازم به ذکر است که بر اساس این تصویر، در حفره‌های شماره ۱ و ۲ هم ترک‌هایی دیده می‌شود که پس از مقداری گسترش، متوقف شده و دیگر ادامه پیدا نکرده‌اند. این امر به احتمال فراوان مربوط به حفره‌های شماره ۳ تا ۵ است که برای این دو ترک، حفره‌های کناری محسوب می‌شوند و نقش حفره مقاوم

نقاط نوک تیز در حفره‌های واقعی، پارامترهای مهمی از جمله تمرکز تنش دچار تغییرات زیادی خواهند شد.

• همان‌طور که در بخش ۴-۱ نشان داده شد، اندازه حفره تأثیر بسیار زیادی بر خواص مکانیکی و پارامترهای رشد ترک در محیط‌های متخلخل دارد. با این وجود، به‌منظور بررسی بهتر هر یک از پارامترهای مورد بررسی در این تحقیق، اندازه همه حفره‌های کروی موجود در یک مدل با هم یکسان در نظر گرفته شده است.

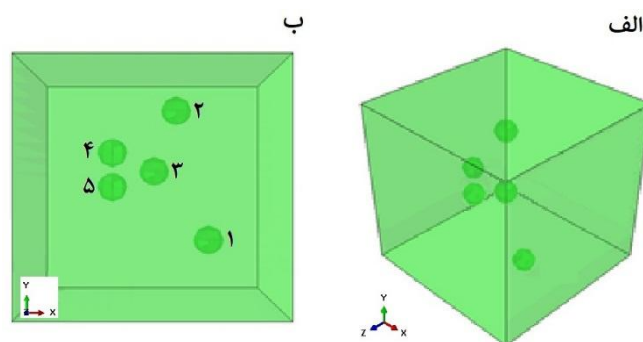
• هرچه میزان پراکندگی حفره‌ها در نمونه بیش‌تر باشد و حفره‌ها در زوایای مختلفی (خصوصاً زاویه 45°) قرار گرفته باشند، باید تعداد مقاطع دوبعدی انتخابی بیش‌تر شده و در نتیجه زمان محاسبات در مجموع طولانی‌تر خواهد شد. در ضمن در چنین مدل‌های پیچیده‌ای، احتمال افزایش خطا در تعیین پارامترهای رشد ترک در مقاطع دوبعدی با نمونه سه‌بعدی و در نتیجه کاهش دقت در نتایج وجود دارد.

• در نهایت، انتخاب مقاطع دوبعدی مناسب جهت تعیین دقیق پارامترهای رشد ترک، نیازمند قضاوت مهندسی و پیش‌بینی مسیر رشد ترک بر اساس اصول مکانیک شکست است که در محیط‌های با چیدمان پیچیده حفره‌ها، کار آسانی نخواهد بود.

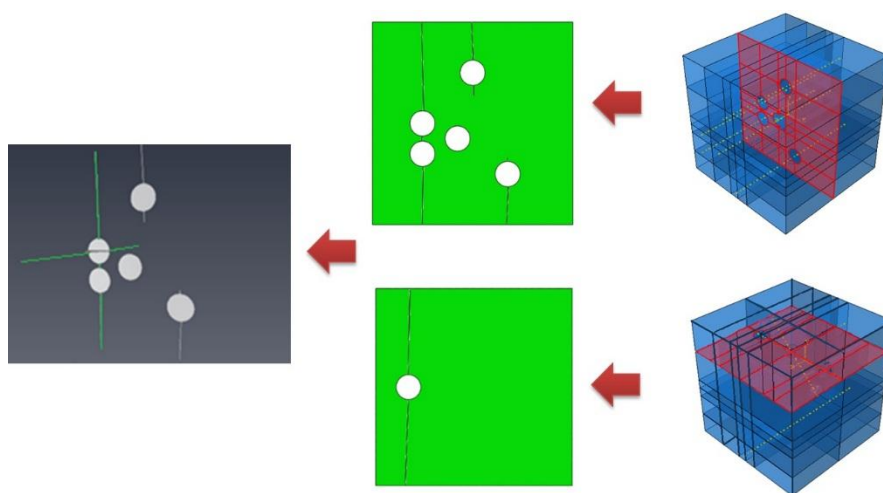
با وجود محدودیت‌های ذکر شده در این بخش، روش پیشنهادی در این پژوهش همچنان می‌تواند در بررسی تأثیر پارامترهای مهم در رشد ترک و فهم مکانیسم آن در محیط‌های متخلخل، کاربردی زیادی داشته باشد. بنابراین، در بخش بعدی با ارائه دو مدل با حفره‌های تصادفی، تلاش شده است تا مزایا و کارایی استفاده از مقاطع دوبعدی به جای مدل سه‌بعدی نشان داده شود.

۶-۲- اعتبار‌سنجی روش پیشنهادی در نمونه‌های تصادفی

در این بخش، با استفاده از دو مدل متفاوت به بررسی کارایی روش پیشنهادی در این پژوهش پرداخته می‌شود. در این دو مدل (R_1 و R_2)، نمونه حاوی ۵ حفره یکسان با قطر ۱۵ میلی‌متر است



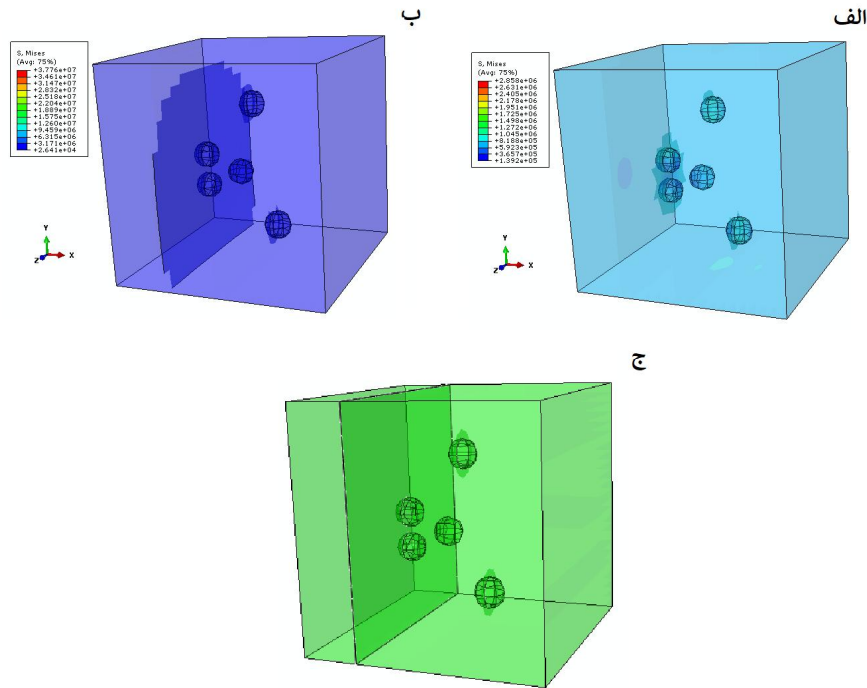
شکل ۲۸- الف) نحوه قرارگیری حفره‌ها و ب) شماره‌گذاری حفره‌ها برای نمونه R_1



شکل ۲۹- موقعیت انتخابی مقاطع دوبعدی، نتایج مدل‌سازی آنها و صفحه شکست نهایی برای نمونه R_1

این حفره‌ها شروع به گسترش می‌کند. شکل (۳۰ - ب) گسترش این صفحه شکست را در ادامه نشان می‌دهد؛ به نحوی که در شکل نهایی (شکل ۳۰ - ج) صفحه اصلی شکست که منجر به انهدام قطعه می‌شود، تطابق خوبی با نتایج حاصل از ترکیب مقاطع دوبعدی دارد. در اصل، فاصله کم بین دو حفره ۴ و ۵ منجر شده است که با کم‌ترین نیروی کششی، نمونه R_1 دچار گسست شود. در این نمونه مقاومت کششی مدل سه‌بعدی، $3/785$ مگاپاسکال اندازه‌گیری شده است که در حدود ۱٪ با نتیجه میانگین مقاومت کششی مقاطع دوبعدی ($3/756$ مگاپاسکال) اختلاف دارد. پایین‌تر بودن مقاومت کششی در مقاطع دوبعدی، به احتمال فراوان به دلیل پیش‌بینی رشد بیشتر ترک در حفره‌های ۱ و ۲ نسبت به شکل نهایی رشد ترک در نمونه سه‌بعدی است.

را ایفا می‌کنند (مراجعه شود به نمونه S_3 در بخش ۴-۲). بنابراین ترک‌های حفره شماره ۱ و ۲، نتوانسته‌اند گسترش یافته و تبدیل به صفحه‌ی اصلی شکست شوند. مقاومت کششی در مقطع XY که شامل هر ۵ حفره است برابر با $3/701$ و در مقطع XZ که فقط ۱ حفره دارد، $3/811$ مگاپاسکال محاسبه شده است. در نتیجه در این نمونه، میانگین مقاومت کششی حاصل از ترکیب مقاطع دوبعدی برابر با $3/756$ مگاپاسکال خواهد بود. در ادامه، با انجام شبیه‌سازی در مدل سه‌بعدی، مسیر واقعی رشد ترک و میزان حقیقی مقاومت کششی در نمونه R_1 به‌دست آمده است (شکل ۳۰). همان‌طور که در شکل (۳۰ - الف) نشان داده شده است، بارگذاری کششی در این مدل، باعث تمرکز تنش در اطراف دو جفت حفره سمت چپ (حفره‌های شماره ۴ و ۵) شده است و بنابراین، ترک اصلی از



شکل ۳۰- توزیع تنش در الف) شروع رشد ترک و ب) گسترش ترک و ج) مسیر نهایی رشد ترک برای نمونه R₁

به استفاده از روش پیشنهادی، نشان می‌دهد.

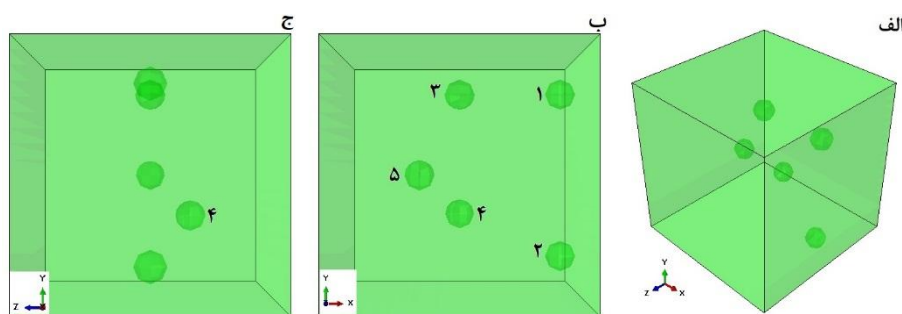
۶-۲- نمونه دوم با آرایش تصافی حفره‌ها (R_۲)

شکل (۳۱) نحوه چیدمان حفره‌ها در نمونه R_۲ را هم در حالت سه‌بعدی و هم در دید از روبرو و دید از کنار نشان می‌دهد. این حفره‌ها در شکل (۳۱-ب) با شماره‌های ۱ تا ۵ نام‌گذاری شده‌اند. همان‌طور که در شکل دیده می‌شود، حفره‌های ۱ و ۲ نزدیک به محور کشش سمت راست نمونه بوده و فاصله‌ای برابر ۸۰ میلی‌متر با یکدیگر دارند. همچنین، دو حفره ۳ و ۴ با فاصله ۵۰ میلی‌متر از هم قرار گرفته و تقریباً در وسط نمونه قرار گرفته‌اند.

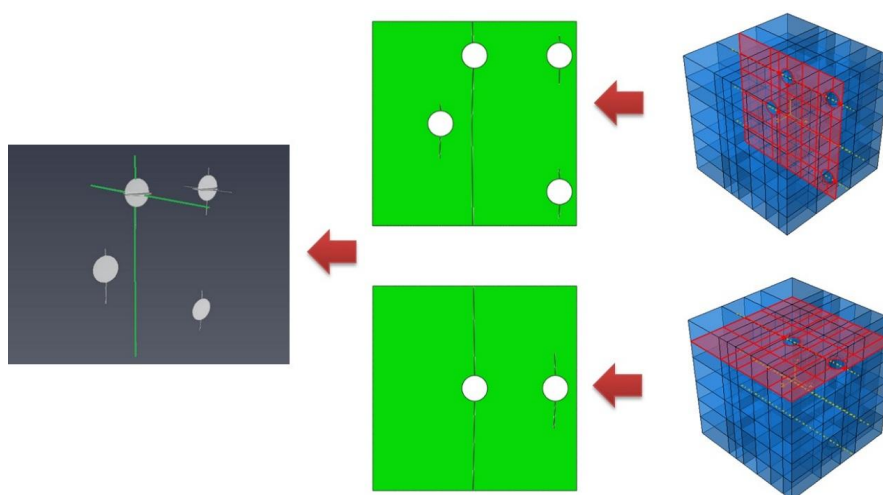
با توجه به نتایج بخش ۵-۱، شکست اصلی در صفحه‌ای رخ خواهد داد که ۱. عمود بر محور کشش بوده و ۲. حفره‌ها در آن صفحه کم‌ترین فاصله را با هم داشته باشند. بنابراین به نظر می‌رسد که صفحه‌ای که شامل حفره‌های ۳ و ۴ است، صفحه اصلی شکست در این نمونه باشد.

شکل (۳۲)، مقاطع دوبعدی انتخاب شده برای پیش‌بینی مسیر

همان‌طور که پیش‌تر نیز اشاره شده بود، یکی از مزایای اصلی استفاده از ترکیب مقاطع دوبعدی نسبت به مدل سه‌بعدی، کاهش زمان محاسبات در شبیه‌سازی است. لازم به ذکر است که زمان انجام این مدل‌سازی‌ها، بستگی زیادی به نوع مش‌بندی و سیستم کامپیوتری مورد استفاده در پژوهش دارد. با این حال در ادامه، جهت ارائه نتایج و مقایسه زمان مورد استفاده در هر یک از روش‌ها، زمان مورد نیاز در یک سیستم کامپیوتری با پردازنده چهار هسته‌ای از نوع core i5 و با ۴ گیگابایت حافظه رم، برای هر کدام از مقاطع دوبعدی و همچنین مدل سه‌بعدی آورده شده است. در نمونه R_۱، برای مقطع XY که حاوی هر پنج حفره است، زمانی حدود ۹ دقیقه و ۵۶ ثانیه جهت تکمیل تحلیل نیاز است. همچنین در مقطع XZ که فقط یک حفره دارد، زمان اجرای شبیه‌سازی حدود ۸ دقیقه و ۱۷ ثانیه ثبت شد. بنابراین مجموع زمان مورد نیاز برای حل مقاطع دوبعدی حدود ۱۸ دقیقه و ۱۳ ثانیه است. در صورتی که برای مدل‌سازی همین نمونه به روش سه‌بعدی، ۱ ساعت و ۵۴ دقیقه و ۱۰ ثانیه زمان لازم است که افزایشی بیش از ۶/۲ برابر نسبت



شکل ۳۱- الف) نحوه قرارگیری حفره‌ها و ب) شماره‌گذاری حفره‌ها در راستای XY و ج) راستای YZ برای نمونه R1

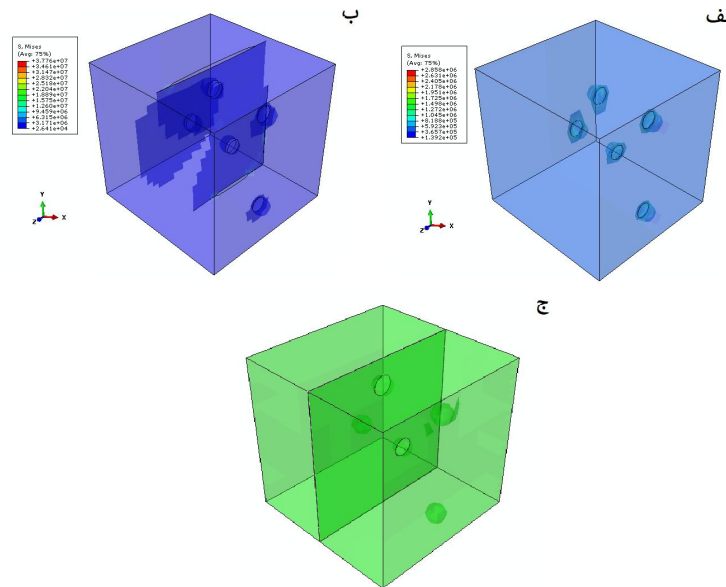


شکل ۳۲- موقعیت انتخابی مقاطع دوبعدی، نتایج مدل‌سازی آنها و صفحه شکست نهایی برای نمونه R2

این مشکل را برطرف کرد ولی از آنجایی که هدف اصلی این روش، کاهش زمان شبیه‌سازی توسط مقاطع دوبعدی است، سعی شده است تا از کم‌ترین تعداد مقاطع دوبعدی در این شکل استفاده شود. مقاومت کششی در مقطع XY که شامل ۴ حفره است برابر با ۳/۷۹۰ و در مقطع XZ که ۲ حفره دارد، ۳/۸۳۱ مگاپاسکال محاسبه شده است. بنابراین در این نمونه، میانگین مقاومت کششی حاصل از ترکیب مقاطع دوبعدی برابر با ۳/۸۱۰ مگاپاسکال خواهد بود.

در ادامه، با انجام شبیه‌سازی در مدل سه‌بعدی، مسیر واقعی رشد ترک و میزان حقیقی مقاومت کششی نمونه به‌دست آمده است شکل (۳۳). همان‌طور که در شکل (۳۳- الف) نشان داده شده است، بارگذاری کششی در این مدل منجر به تمرکز تنش برای رشد ترک‌های اولیه در اطراف هر دو جفت حفره (جفت

رشد ترک و تعیین مقاومت نمونه را نشان می‌دهد. در این شکل، از دو مقطع XY که شامل ۴ حفره و مقطع XZ که شامل ۲ حفره است، استفاده شده است. دلیل انتخاب مقطع XY کاملاً مشخص است، زیرا این مقطع دارای بیش‌ترین حفره‌ها است. از طرفی، مقطع XZ به این دلیل انتخاب شده است که حاوی حفره شماره ۳ است که بر طبق موارد اشاره شده در بالا، به احتمال فراوان صفحه اصلی شکست از آن عبور خواهد کرد. همان‌طور که در تصویر نهایی شکل (۳۲) نشان داده شده است، از ترکیب نتایج حاصل از دو مقطع دوبعدی ذکر شده، مسیر نهایی رشد ترک ایجاد می‌شود. نکته مهم در این تصویر، عدم وجود حفره شماره ۵ در تصویر نرم‌افزار آویزو است که به دلیل عدم استفاده از مقطعی دوبعدی شامل این حفره است. البته می‌توان با اضافه کردن یک مقطع دوبعدی دیگر که شامل حفره شماره ۵ نیز باشد،



شکل ۳۳- توزیع تنش در الف) شروع رشد ترک و ب) گسترش ترک و ج) مسیر نهایی رشد ترک برای نمونه R2

مقاومت کششی نمونه R_۲، مؤید کارایی بالای روش پیشنهادی از استفاده از مقاطع دو بعدی به جای مدل سه‌بعدی است.

۷- نتیجه‌گیری

در این مقاله، در ابتدا با استفاده از روش XFEM در نرم‌افزار آباکوس به بررسی رشد ترک در محیط متخلخل به صورت سه بعدی پرداخته شد. در مرحله بعد، جهت تسریع در تخمین میزان مقاومت بیشینه نمونه و نحوه شروع گسترش ترک در آن، با تهیه مقاطع دو بعدی و ترکیب آنها توسط نرم‌افزارهای متلب و آویزو، مدل‌های سه بعدی بازسازی شد که نتایج حاصل از آن با نتایج مدل سه‌بعدی اصلی مقایسه شد. یکی از محدودیت‌های روش پیشنهادی در این مقاله، انتخاب مقاطع دو بعدی مناسب جهت تعیین دقیق پارامترهای رشد ترک است که نیازمند قضاوت مهندسی و پیش‌بینی مسیر رشد ترک بر اساس اصول مکانیک شکست است. این فرآیند در محیط‌های با چیدمان پیچیده تخریفات، کار آسانی نخواهد بود و ممکن است پیچیدگی‌های زیادی داشته باشد. همچنین وجود پارامترهای متعدد نظیر تعداد حفرات، شکل، اندازه و چگونگی توزیع آنها در فضای سه‌بعدی، حالت‌های بسیار متنوعی را ایجاد می‌کند که

حفره ۱-۲ و جفت حفره ۳-۴) شده است. با اتصال ترک صفحه‌ای و گسترش آن، ترک نهایی ایجاد شد. شکل (۳۳-ب) نشان می‌دهد که به دلیل فاصله زیاد حفره‌های ۱ و ۲، ادامه رشد ترک در این صفحه اتفاق نیفتاده است، در صورتی که صفحه ترکی که حاوی حفره‌های ۳ و ۴ است، به گسترش خود ادامه داده است. در شکل (۳۳-ج) هم مسیر نهایی رشد ترک در مدل سه‌بعدی نشان داده شده است که تطابق خوبی با نتایج حاصل از ترکیب مقاطع دو بعدی دارد. در این نمونه مقاومت کششی مدل سه‌بعدی، ۳/۸۵۷ مگاپاسکال اندازه‌گیری شده است که در حدود ۱/۲٪ با نتیجه میانگین مقاومت کششی مقاطع دو بعدی اختلاف دارد.

زمان مدل‌سازی برای نمونه R_۲ در مقطع دو بعدی XY با چهار حفره، برابر با ۹ دقیقه و ۲۲ ثانیه و در مقطع دو بعدی XZ با دو حفره، ۸ دقیقه و ۴۶ ثانیه محاسبه شد. در نتیجه زمانی معادل ۱۸ دقیقه و ۸ ثانیه جهت تعیین نتایج شبیه‌سازی با استفاده از مقاطع دو بعدی نیاز است. از طرفی، در مدل سه‌بعدی زمان اتمام تحلیل برابر با ۲ ساعت و ۲۰ دقیقه و ۵ ثانیه است که افزایشی بیش از ۷/۷ برابر نسبت به مقاطع دو بعدی را نشان می‌دهد. بنابراین، این میزان کاهش در زمان محاسبات و همچنین اختلاف کم در پیش‌بینی مسیر واقعی ترک و تعیین

✓ انتخاب مقاطع دوبعدی بیشتر و از قسمت‌های مختلف نمونه، سبب افزایش دقت جواب‌های حاصله می‌شود، با وجود این که سعی بر این است که با کم‌ترین مقاطع به شکست نهایی و مقدار مقاومت کششی نمونه دست یافت.

✓ در روش پیشنهادی در این پژوهش، شناسایی مقاطعی که حفره‌های آن در یک راستا و در کم‌ترین فاصله از یکدیگر قرار گرفته‌اند، بسیار تعیین کننده است، زیرا در بیشتر موارد شکست در این نوع از حفره‌ها رخ می‌دهد.

✓ در نظر گرفتن اندازه حفره‌ها از پارامترهای مهم انتخاب مقطع دو بعدی است زیرا تأثیر حفره بزرگ‌تر به دلیل جذب تنش بیشتر نسبت به حفره‌های کوچک‌تر در شکست نهایی بیش‌تر خواهد بود.

✓ در هر همه نمونه‌ها مقاومت کششی میانگین در مدل‌های ایجاد شده از مقاطع دوبعدی، کمتر از مدل‌های سه‌بعدی تخمین زده شده است که با توجه به اصول طراحی مهندسی و در نظر گرفتن فاکتور ایمنی در سازه‌ها، استفاده از نتایج مدل‌های دوبعدی منطقی به نظر می‌رسد.

بررسی تمام آنها، امکان‌پذیر نبوده و محققین مقاله حاضر، تلاش کرده‌اند تا با در نظر گرفتن یک سری از ساده‌سازی‌ها، درک ساده و صحیحی از پارامترهای مورد بررسی، ارائه کنند. روند مدل‌سازی‌ها در این پژوهش، هم‌خوانی خوبی بین نتایج مدل سه‌بعدی با نتایج مدل ترکیب شده توسط مقاطع دوبعدی نشان می‌دهند. به‌صورت کلی از این پژوهش، نتایج زیر حاصل شد:

✓ نحوه رشد ترک، مقدار تنش فون میسز و مقاومت کششی در نمونه‌های حاوی یک ترک و یک حفره، بسیار به نتایج مدل سه‌بعدی نزدیک است.

✓ در نمونه‌های پیچیده‌تر که حاوی پنج حفره بودند، یکی از مقاطع دوبعدی باید از قسمتی که شامل بیش‌ترین حفره‌ها است، منظور شود زیرا تأثیر حفره‌ها و اندرکنش میان آنها، در هنگام بسیار حائز اهمیت است.

✓ مقطع دو بعدی انتخابی نباید بر محور بارگذاری عمود باشد. دلیل این محدودیت عدم اعمال بارگذاری کششی در این نوع مقاطع است.

واژه‌نامه

- | | | |
|--|---------------------------------------|-----------|
| 1. extended finite element method (XFEM) | 2. finite element method (FEM) | 4. debond |
| | 3. maximum principal stress criterion | 5. damage |

مراجع

- Dong, X., and Shin, Y. C., "Crack Formation Within Ceramics via Coupled Multiscale Genome and XFEM Predictions Under Various Loading Conditions", *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 204, pp. 517-530, 2018.
- Khoei, A. R., Vahab, M., Haghighat, E., and Moallemi, S., "A Mesh-Independent Finite Element Formulation for Modeling Crack Growth in Saturated Porous Media Based on an Enriched-FEM Technique", *International Journal of Fracture*, Vol. 188, pp. 79-108, 2014.
- Belytschko, T., and Black, T., "Elastic Crack Growth in Finite Elements", *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 45, pp. 601-620, 1999.
- Moës, N., Dolbow, J., and Belytschko, T., "A Finite Element Method for Crack Growth Without Remeshing", *International Journal of Numerical Methods in Engineering*, Vol. 46, No. 1, pp. 131-150, 1999.
- Shi, J., Chopp, D., Lua, J., Sukumar, N., and Belytschko, T., "Abaqus Implementation of Extended Finite Element Method Using A Level Set Representation for Three-Dimensional Fatigue Crack Growth and Life Predictions", *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 77, No. 14, pp. 2840-2863, 2010.
- Sukumar, N., Chopp, D. L., and Moran, B., "Extended Finite Element Method and Fast Marching Method for Three-Dimensional Fatigue Crack Propagation", *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 70, No. 1, pp. 29-48, 2003.
- Sedmak, A., Čolić, K., Grbović, A., Balać, I., and Burzić, M., "Numerical Analysis of Fatigue Crack Growth of Hip Implant", *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 216, 2019.
- Fu, J. W., Chen, K., Zhu, W. S., Zhang, X. Z., and Li

- X. J., "Progressive Failure of New Modelling Material With A Single Internal Crack Under Biaxial Compression and the 3-D Numerical Simulation", *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 165, pp. 140-152, 2016.
9. Chandrupatla, T. R., and Belegundu, A. D., *Introdction to Finite Elements in Engineering*, 3rd ed., Vol. 10, 2002.
 10. Tang, C. A., Wong R. H. C., Chau, K. T., and Lin, P., "Modeling of Compression-Induced Splitting Failure in Heterogeneous Brittle Porous Solids", *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 72, No. 4, pp. 597-615, 2005.
 11. Rezanezhad, M., Lajevardi, S. A., and Karimpouli, S., "Effects of Pore-Crack Relative Location on Crack Propagation in Porous Media Using XFEM Method", *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, Vol. 103, 2019.
 12. Rezanezhad, M., Lajevardi, S. A., and Karimpouli, S., "Effects of Pore(S)-Crack Locations and Arrangements on Crack Growth Modeling in Porous Media", *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, Vol. 107, 2020.
 13. Bohlooli, B., and de Pater, C. J., "Experimental Study on Hydraulic Fracturing of Soft Rocks: Influence of Fluid Reology and Confining Stress", *Journal of Petroleum Science and Engineering* Vol. 53, pp. 1-12, 2006.
 14. "Abaqus 6.14 Online Documentation," *Dassault Systèmes*, 2014. <http://130.149.89.49:2080/v6.14/>.
 15. Rezanezhad, M., Lajevardi, S. A., and Karimpouli, S., "Crack Growth in Porous Media Using XFEM: Comparison of Modeling Strategies on the Abaqus", *Journal of Aalytical and Numerical Methods in Mining Engineering*, Vol. 24, pp. 27-40, 2020 (in persian).
 16. Rezanezhad, M., Lajevardi, S. A., and Karimpouli, S., "Numerical Study of Crack Growth in Porous Media: Effect of Elliptical Porosity Parameters", *Journal of Aalytical and Numerical Methods in Mining Engineering*, In press (in persian).
 17. Sharafisafa, M., and Nazem, M., "Application of the Distinct Element Method and the Extended Finite Element Method in Modelling Cracks and Coalescence in Brittle Materials", *Computational Materials Science*, Vol. 91, pp. 102-121, 2014.
 18. Khitab, A., Anwar W., Mansouri, I., Tariq, M. K., and Mehmood, I., "Future of Civil Engineering Materials: A Review from Recent Developments", *Reviews on Advanced Materials Science*, Vol. 42, No. 1, pp. 20-27, 2015.
 19. Mohammadi, S., *Extended Finite Element Method: For Fracture Analysis of Structures*, Blackwell Publishing Ltd, 2008.
 20. Elfakkoussi, S., Moustabchir, H., Elkhalfi, A., and Pruncu, C.I., "Computation of the Stress Intensity Factor KI for External Longitudinal Semi-Elliptic Cracks in the Pipelines by FEM and XFEM Methods", *International Journal on Interactive Design and Manufacturing*, Vol. 13, No. 2, pp. 545-555, 2019.
 21. Moghaddam, H., Keyhanib, A., and Aghayan, I., "Modeling of Crack Propagation in Layered Structures Using Extended Finite Element Method", *Civil Engineering Journal*, Vol. 2, No. 5, May, 2016
 22. Zhang, C., Cao, P., Cao, Y., and Li, J., "Using Finite Element Software to Simulation Fracture Behavior of Three-point Bending Beam with Initial Crack ", Zhang, C., Cao, P., Cao, Y., and Li, J., "Using Finite Element Software to Simulation Fracture Behavior of Three-point Bending Beam with Initial Crack ", *Journal of Software*, Vol. 8, No. 5, May, 2013.
 23. Abdellah, M. Y., "Delamination Modeling of Double Cantilever Beam of Unidirectional Composite Laminates", *Journal of Failure Analysis and Prevention*, Vol. 17, pp. 1011-1018, 2017.
 24. Yang, W. H., "A Generalized Von Mises Criterion for Yield and Fracture", *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 47, No. 2, pp. 297-300, 1980. DOI: 10.1115/1.3153658.
 25. Zhu, X. K. and Leis, B. N., "Evaluation of Burst Pressure Prediction Models For Line Pipes", *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, vol. 89, pp. 85-97, 2012.
 26. Anderson, T. L., *Fracture Mechanics Fundamentals and Applications*, Taylor and Francis, CRC press, 2005.
 27. Rezanezhad, M., Lajevardi, S. A., and Karimpouli, S., "Numerical Analysis of Effect of Different Shapes of Pore on Tensile Crack Growth", *Journal of Mineral Resources Engineering*, 2021 (in Persian), doi 10.30479/JMRE.2021.14904.1481.
 28. Rezanezhad, M., Lajevardi, S. A., and Karimpouli, S., "Application of Equivalent Circle and Ellipse for Pore Shape Modeling in Crack Growth Problem: A Numerical Investigation in Microscale", *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 253, 2021, 107882.
 29. Rezanezhad, M., Lajevardi, S. A., and Karimpouli, S., "An Investigation on Prevalent Strategies for XFEM-Based Numerical Modeling of Crack Growth in Porous Media", *Frontiers of Structural and Civil Engineering*, <https://doi.org/10.1007/s11709-021-0750-8>.