نشریه علمی ـ پژوهشی
روش‌های عددی در مهندسی

نشریه روش‌های عددی در مهندسی، سال ۴۱، شماره ۲، زمستان ۱۴۰۱، ص. ۸۲-۶۱

مقاله پژوهشی

ارزیابی پایداری روش اجزای مرزی حوزه زمان در تحلیل لرزه‌ای محیط‌های ناهمگن دو بعدی

شهرام مقامی[۱*]، عبدالله سهرابی بیدار[۱] و نیلوفر باباآدم[۲]

۱- دانشکده زمین‌شناسی مهندسی، دانشگاه تهران

۲- دانشکده زمین‌شناسی، دانشگاه تربیت مدرس

(دریافت مقاله: ۱۳۹۹/۱۲/۲۳ - دریافت نسخه نهایی: ۱۴۰۰/۸/۳۰)

چکیده– روش‌های عددی یکی از ابزارهای مورد استفاده برای تحلیل پاسخ لرزه‌ای است، که در این میان روش اجزای مرزی جایگاه ویژه‌ای دارد. در این پژوهش، مطالعه جامعی بر چگونگی تاثیر ابعاد المان و طول گام زمانی بر پایداری و دقت نتایج روش اجزای مرزی حوزه زمان صورت پذیرفته است. به این منظور دو پارامتر β و λ/L که به‌طور گسترده در ادبیات فنی برای ارزیابی پایداری روش‌های عددی شناخته شده‌اند مورد استفاده قرار گرفته‌اند. سه محیط همگن، شبه‌همگن و ناهمگن با تحلیل مجموعا ۲۸۰ مدل عددی مورد مطالعه قرار گرفته و مشخص شده است که پایداری و دقت نتایج در تحلیل محیط ناهمگن وابستگی اساسی به دو پارامتر مذکور داشته و نتایج قابل قبول تنها هنگامی حاصل می‌شود که موج در هر گام زمانی فاصله‌ای در حدود یک چهارم تا نصف طول المان را طی کرده (۰/۴ -۰/۲۴=β) و حداقل یک و نیم گره به ازای طول موج کمینه تعریف شود (λ/L>۱/۵). همچنین مشخص شد در تحلیل محیط ناهمگن، ضریب β مربوط به محیطی که سرعت کمتری دارد، تعیین‌کننده پایداری و دقت نتایج تحلیل اجزای مرزی حوزه زمان خواهد بود.

واژه‌های کلیدی: پایداری، ناپایداری تناوبی، اجزای مرزی، حوزه زمان، طول گام زمانی، ابعاد المان، پارامتر بتا.

Evaluation of the Stability of Time Domain Boundary Element Method in Seismic Analysis of Heterogeneous Environments

Sh. Maghami[1], A. Sohrabi-Bidar[1*] and N. Babaadam[2]

1- Faculty of Engineering Geology, University of Tehran
2- Faculty of Geology, University of Tarbiat Modares

Abstract: *Numerical approaches are one of the best tools for seismic response analysis. In between, the Boundary Element Method (BEM) has attracted special attention. In this paper, a comprehensive study has been performed to characterize the dependence of stability and accuracy of the time domain BEM on the chosen time step duration and effective length of the elements. To this end, the two parameters β and λ/L, widely known and used in the literature for the investigation of numerical stability and accuracy, have been employed. Three different environments as homogeneous, pseudo-homogeneous and non-homogeneous have been analyzed through total number of 280 numerical models. It is found that the stability and accuracy of the used algorithm is considerably influenced by the mentioned parameters, in a way that stable and accurate results will be*

* : مسئول مکاتبات، پست الکترونیکی: shahram.maghami@gmail.com

achieved merely when the wave travels one-fourth to less than half the element size during each time step ($0.24<\beta<0.4$) and also when at least one and a half node is defined per the shortest wave-length ($\lambda/L>1.5$). It also became clear that in the modeling of non-homogeneous environments, the β value for the environment with the lowest wave velocity specifies the range of acceptable results.

Keywords: ***Stability, Numerical Intermittent Instability, Boundary Elements, Time Domain, Time Step Duration, Element Size, β Parameter.***

فهرست علائم

b_i	نیروی پیکری محیط	$t.$	پارامتر شیفت زمانی
c_L	سرعت موج طولی	u_i	جابجایی
C_T	سرعت موج برشی	$u^*_{ij}.$	جواب های اساسی جابجایی
$c_{ij}(\xi)$	ضریب ناپیوستگی در نقطه ξ	V_s	سرعت موج برشی
f_p	فرکانس غالب موج مهاجم	ΔT	گام زمانی
Fmax	بیشینه فرکانس موج منتشر شده در محیط	δ	ضریب لامه
L	طول المان	μ	ضریب لامه
p_i	ترکشن	ρ	چگالی جرمی محیط
$p^*_{ij}.$	جواب های اساسی ترکشن	ضریب β	نسبت فاصله طی شده توسط موج در هر گام زمانی به طول مؤثر هر المان
t	زمان	λ / L	نسبت کوتاه‌ترین طول‌موج به ابعاد مؤثر المان
H^1	ماتریس سختی	T	بردار ترکشن
G^1	ماتریس هسته‌های الاستودینامیک جابجایی	Z	اثر گامهای زمانی
T_s	طول هر گام زمانی	ω	فرکانس زاویه ای
r	شعاع دره		

۱- مقدمه

ارزیابی پاسخ لرزه‌ای در مباحث تحلیل خطر اهمیت بسیاری دارد. در میان ابزارهای مورد استفاده برای تحلیل پاسخ لرزه‌ای، روش های عددی جایگاه ویژه‌ای را به خود اختصاص داده‌اند. روش اجزای مرزی[1] به دلیل برخی از ویژگی‌های ذاتی آن از جمله، کاهش یک بعد از دستگاه معادلات که منجر به کاهش قابل توجه استفاده از منابع و صرفه‌جویی در زمان می‌شود بسیار مورد توجه قرار گرفته است. به علاوه، ماهیت نیمه تحلیلی روش اجزای مرزی، نتایج بسیار دقیقی را ارائه می‌دهد. روش اجزای مرزی، ذاتا شرط تشعشع سامرزفلد را برآورده می‌سازد بنابراین نیازی به در نظر گرفتن مرزهای جاذب در حل مسائل گسترش موج در این روش وجود ندارد. مطالعات بسیاری استفاده از این روش در حل انواع مسائل مهندسی را مورد توجه قرار داده اند. در این میان، تعداد پژوهش‌هایی که به حل اجزای مرزی مسائل الاستوداینامیک و لرزه‌ای پرداخته‌اند، قابل ملاحظه هستند. پس از آن که کوپلی (۱۹۶۷) روش انتگرال مرزی را برای مسائل صوتی به کار گرفت [۱]، این فرمول‌بندی به سرعت در سایر مسائل دینامیک، از جمله در مسائل گسترش موج لرزه‌ای توسعه یافت. اگرچه کارایی این روش در حل مسائل لرزه‌ای در محیط‌های همگن بارها مورد بررسی قرار

گرفته و به اثبات رسیده است [۲–۵]، با این حال، استفاده از آن در مسائل لرزه‌ای محیط‌های ناهمگن با محدودیت‌هایی مواجه است که لازم است مورد توجه قرار گیرد. به عنوان مثال، وابستگی نتایج اجزای مرزی حوزه زمان[2] به ابعاد المان‌ها و طول گام زمانی، مشکلی شناخته شده است، به‌گونه‌ای که پرس و سیبتریس (۱۹۹۷) چنین مشکلی را "ناپایداری عددی تناوبی[3]" نامیدند [۶]. این تناوب به این معناست که در هر دو سوی محدوده‌ی بهینه ابعاد المان و گام زمانی، ناپایداری نتایج مشاهده می‌شود. از آنجا که الگوریتم اجزای مرزی به منظور ارزیابی پاسخ لرزه ای، به خصوص در محیط های زمین شناسی و حوضه های رسوبی، در مطالعات متعدد مورد توجه روز افزونی قرار گرفته است [۷–۹] بررسی محدوده دقت و پایداری پاسخ ها بسیار حائز اهمیت می باشد. در دو دهه اخیر تلاش‌های بسیاری به حل این مساله اختصاص یافته است که به‌طور خلاصه در ادامه مورداشاره قرار می‌گیرد.

در روش خطی θ [۱۰ و ۱۱]، که از روشی به نام روش ویلسون در اجزای محدود اقتباس شده است، فرمولاسیون استاندارد اجزای مرزی تغییر کرده و گام‌های زمانی متفاوتی به کار گرفته می‌شود. بر این اساس که آخرین گام زمانی در فرآیند تحلیل، به‌جای $\Delta T = T_{(n+1)} - T_{(n)}$ برابر خواهد بود با $T_{(n+\theta)} - T_{(n)}$ و در این فرمول‌بندی، $T_{(n+\theta)}$ عبارت است از $T_{(n)} + \theta.\Delta T$. اگرچه این روش باعث بهبود پایداری اجزای مرزی می‌شود، لیکن باعث از دست رفتن دقت در گام‌های زمانی بالا می‌شود. پرس و سیبتریس (۱۹۹۷) روشی تحت عنوان روش اپسیلون را برای مواجهه با مشکل ناپایداری ارائه داده‌اند [۶]. در این روش نیز دستیابی به پایداری بیشتر به بهای از دست رفتن دقت محاسبات خواهد بود. روش دیگر ارائه شده توسط پرس و سیبتریس تحت عنوان روش نیم‌گام، محاسباتی را در گام زمانی کامل انجام داده و نتایج آن را برای نیمی از گام زمانی قرار می‌دهد. اگرچه این روش نیاز به تغییرات اساسی در فرمولاسیون اجزای مرزی دارد [۱۲]، با این‌حال می‌تواند موجب بهبود پایداری اجزای مرزی شود.

روش پایدارسازی دیگری تحت عنوان روش آلفا–دلتا توسط سوارز و منصور (۲۰۰۷) ارائه شده [۱۳]، که در آن یک پارامتر پایدارسازی برای جایگزینی مقادیر آخرین کانولوشن زمانی با مقادیر وزن دهی شده به فرمول‌بندی اضافه شده است [۱۴]. ماررو و دومینگوئز (۲۰۰۳)، پایداری و دقت برخی از روش‌های پایدارسازی عددی را موردبررسی قرار داده‌اند [۱۵]. آن‌ها از ضریب β به‌عنوان نسبت فاصله طی شده توسط موج در هر گام زمانی به فاصله بین هر دو گره در المان‌های مدل استفاده کرده‌اند. در مساله مورد بررسی آن‌ها با استفاده از فرمول‌بندی زمانی استاندارد، نمودار مکان–زمان حرکت در ضریب β کوچک‌تر از ۰/۳ ناپایدار و برای مقادیر β بزرگ‌تر از ۰/۳ دچار عدم دقت می‌شود. روش "سرعت ثابت" ارائه شده توسط آن‌ها در مقادیر β بالاتر از ۰/۳ بیشترین پایداری را دارد درحالی‌که در مقادیر نزدیک‌تر به ۰/۳ بهترین دقت را ارائه می‌دهد. به‌طورکلی، این روش نیز از دقت مناسبی برخوردار نیست [۱۴]. همچنین این پژوهشگران با اعمال روش اپسیلون ($\in$) در حل مساله‌ای مشابه، بهبودی در پایداری و دقت نتایج نسبت به روش استاندارد مشاهده نکردند؛ درحالی‌که با اعمال روش خطی θ، بسته به ضرایب θ و β مورداستفاده، بهبودهایی در پایداری و دقت گزارش نموده‌اند. روش‌های پایدارسازی دیگری نیز برای روش اجزای مرزی پیشنهاد شده‌اند که بیشتر آن‌ها یا از الگوریتم‌های بسیار پیچیده‌تری استفاده می‌کنند یا محدود به نوع خاصی از ناپایداری هستند [۱۳ و ۱۶–۱۷].

دومینگوئز (۱۹۹۳) بیان می‌کند که روش‌های پایدارسازی اساساً همراه با کاهش دقت هستند که ناشی از افزایش میرایی مصنوعی یا طویل شدگی دوره تناوب طبیعی است. علاوه بر این، اعمال این روش‌ها در کدهای عددی با سطوح مختلفی از پیچیدگی روبرو است [۱۸]. بااین‌حال طیف وسیعی از مسائل عددی وجود دارند که بدون استفاده از روش پایدارسازی خاص و تنها با اعمال محدوده بهینه گام زمانی و ابعاد المان‌ها در فرمول‌بندی استاندارد اجزای مرزی قابل‌تحلیل می‌باشند.

همان‌طور که اشاره شد، برای تعیین محدوده پایداری نتایج در روش‌های عددی مختلف، پژوهشگران مختلفی ضریب β را پیشنهاد نموده‌اند. همچنین اشاراتی به تأثیر نسبت بین کوتاه‌ترین طول‌موج به ابعاد المان‌ها در پایداری نتایج در ادبیات فنی مشاهده می‌شود که بیشتر محدود به روش‌های حجمی است. به‌عنوان‌مثال در روش اجزای محدود، ثابت شده است که ابعاد المان‌ها باید کوچک‌تر از یک‌چهارم کوتاه‌ترین طول‌موج باشد[۱۹-۲۰]. بائو و همکاران (۱۹۹۶) بیان می‌کنند که بر اساس مطالعات عددی مسائل همگن و برخی تحلیل‌های نظری، ۸ تا ۱۰ نود به ازای طول‌موج برای به دست آورد ۹۵ درصد دقت در روش اجزای محدود خطی کافی است [۲۱]. کوماتیچ و وایلوت (۱۹۹۸) از روش اجزای طیفی بهره گرفتند [۲۲]، و نشان دادند ۴ تا ۵ نود به ازای طول‌موج کمینه بیشترین دقت را به دست می‌دهد و در مقادیر کمتر از آن حل عددی به سرعت دچار ناپایداری می‌شود. همچنین برای روش اجزای مرزی، ۶ المان به ازای طول‌موج کمینه، برای دستیابی به خطای کمتر از ۱۰ تا ۱۵ درصد کافی دانسته شده است [۲۳ و ۲۴]. ژو (۲۰۰۲)، برای تحلیل لرزه‌ای با استفاده از روش اجزای محدود نسبت تعداد المان به طول‌موج کمینه برابر با ۱۰ را به کار گرفتند و نتایجی با دقت بالا را به دست آوردند [۲۵].

بوچون و سانچزسسما (۲۰۰۷) استفاده از ۳ المان مرزی به ازای طول‌موج را پیشنهاد نموده‌اند [۲۶]. چاپلا (۲۰۰۸) نیز تأثیر نسبت‌های مختلف المان به طول‌موج را بر نسبت خطای استاندارد مورد بررسی قرار داده و بیان کردند دقت مناسب در حل عددی نیازمند حداقل ۵ المان مرزی به ازای طول‌موج کمینه موج برشی است [۲۷]. دینوا (۲۰۰۸) این نسبت را برای اجزای مرزی بیشتر از ۱۰ دانسته است [۲۸].

آنچه اشاره شد نشان می‌دهد، اگرچه وابستگی طول المان و طول گام زمانی به یکدیگر مساله پذیرفته‌شده‌ای است، همچنان توافقی در مورد سازوکار و چگونگی انتخاب محدوده بهینه این دو پارامتر وجود ندارد. علاوه بر این، بیشتر مطالعات در این زمینه به حل مسائل دینامیکی در حوزه آکوستیک پرداخته و مطالعات کمتری مسائل لرزه‌ای را مورد توجه قرار داده‌اند و تا آنجایی که نگارنده مطلع است، هیچ پژوهشی در زمینه بررسی پایداری روش اجزای مرزی حوزه زمان در مسائل لرزه‌ای در محیط‌های ناهمگن انجام نشده و چگونگی انتخاب محدوده‌ی بهینه‌ی گام زمانی[۴] و ابعاد المان در این حوزه از مطالعات مشخص نیست. در این پژوهش، یک مطالعه جامع با هدف تعیین محدوده‌ی بهینه‌ی ابعاد المان و طول گام زمانی برای به دست آوردن پایدارترین و دقیق‌ترین پاسخ‌ها در حل مسائل لرزه‌ای محیط‌های ناهمگن[5] تحت هجوم امواج برشی انجام شده است.

۲- روش پژوهش

روش اجزا مرزی، مبتنی بر معادله انتگرال مرزی تعادل دینامیکی محیط است. معادله دیفرانسیل حاکم بر تعادل دینامیکی محیط‌های الاستیک خطی همسان و همگن، توسط رابطه (۱) بیان می‌گردد:

$$\left(C_L^2 - C_T^2\right)\frac{\partial^2 u_j}{\partial x_i \partial x_j} + c_T^2 \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} + b_i = \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} \qquad (۱)$$

که در آن u_i بیانگر تغییرمکان و b_i بیانگر نیروی پیکری محیط است. C_L و C_T سرعت های امواج طولی و عرضی محیط را نشان می‌دهند که به ترتیب از روابط $C_L^2 = (\delta + 2\mu)/\rho$ و $C_T^2 = \mu/\rho$ بدست می‌آیند. δ و μ ضرایب لامه و ρ دانسیته جرمی محیط هستند. معادله انتگرال مرزی حاکم بر محیط‌های الاستیک خطی همسان و همگن، با اعمال روش باقیمانده‌های وزنی بر رابطه (۱) مطابق زیر به دست می‌آید.

$$\begin{aligned} & c_{ij}(\xi)u_j(\xi,t) = \\ & \int_\Gamma \left\{u_i j^*(x,\xi,t) * p_j(x,t)\right\} d\Gamma - \\ & \int_\Gamma \left\{p_{ij}{}^*(x,\xi,t) * u_j(x,t)\right\} d\Gamma \end{aligned} \qquad (۲)$$

که در آن p_j ترکشن بر روی سطح مماس بر مرز Γ را بیان می‌دارد. u_{ij}^* و p_{ij}^* جواب‌های اساسی معادله دیفرانسیل تعادل دینامیکی و به ترتیب بیانگر مولفه‌های j ام جابجایی و ترکشن نقطه x در لحظه t هستند که به واسطه اعمال یک بار متمرکز

واحد موازی محور i، در نقطه ξ و در لحظه $\tau \le t$ پدید آمده‌اند. عبارات $u_{ij}^{*} * p_j$ و $p_{ij}^{*} * u_j$ انتگرال‌های کانولوشن ریمن هستند. $c_{ij}(\xi)$ در رابطه (۲) ضریب شناخته شده ناپیوستگی در نقطه ξ است که از تکنیک جواب اساسی p_{ij}^{*} ناشی می‌شود. این ضریب تنها تابع هندسه مرز بوده و در هر دو بارگذاری استاتیکی و دینامیکی مقدار یکسانی دارد. با گسسته سازی زمانی انتگرال کانولوشن و گسسته سازی مکانی انتگرال روی مرز Γ، شکل ماتریسی معادله فوق به شرح رابطه (۳) خواهد بود:

$$\mathbf{H_c^1 . U_c^N = G_c^1 . T_c^N + Z_c^N} \tag{۳}$$

که در آن H ماتریس هسته‌های الاستودینامیک ترکشن در گام اول یا همان ماتریس سختی، U بردار جابجایی گرهی گام جاری N، G^1 ماتریس هسته‌های الاستودینامیک جابجایی در گام اول، T بردار ترکشن گام جاری و بردار Z اثر گامهای زمانی پیش از گام جاری است. اندیس c در رابطه (۳) اشاره به محیط بسته دارد. در صورتی که محیط مورد بررسی در معرض هجوم امواج لرزه‌ای قرار گیرد، معادله انتگرال مرزی حاکم به این شرح اصلاح می‌شود:

$$\begin{aligned} & c_{ij}(\xi) u_j(\xi, t) = \\ & \int_{\Gamma} \left\{ u_{ij}^{*}(x, \xi, t) * p_j(x, t) \right\} d\Gamma - \\ & \int_{\Gamma} \left\{ p_{ij}^{*}(x, \xi, t) * u_j(x, t) \right\} d\Gamma + u_i^{inc.}(\xi, t) \end{aligned} \tag{۴}$$

که در آن $u_i^{inc.}$ تغییرمکان حاصل از موج مهاجم را بیان می‌دارد. در این حالت نیز شکل ماتریسی معادله به شرح زیر می‌باشد:

$$\mathbf{H_h^1 . U_h^N = G_h^1 . T_h^N + Z_h^N} \tag{۵}$$

که در آن اندیس h اشاره به محیط نیم صفحه دارد. در این وضعیت بردار Z علاوه بر اثرات گام‌های قبل از گام جاری، بارگذاری لرزه ای در گام جاری را نیز در بردارد. معادلات فوق با در نظر گرفتن شرایط مرزی مناسب قابل حل خواهند بود. برای یک عارضه توپوگرافی واقع در یک نیم صفحه همگن مقادیر تنشهای سطحی صفر هستند و معادله ماتریسی به شکل زیر در می‌آید:

$$\mathbf{H_h^1 . U_h^N = Z_h^N} \tag{۶}$$

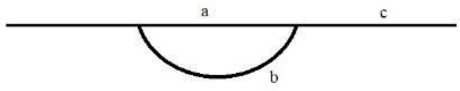
برای حل مسئله انتشار موج در یک محیط ناهمگن ترکیب معادلات محیط بسته و نیم صفحه با در نظر گرفتن شرایط سازگاری جابجایی و ترکشن در نقاط گرهی مشترک صورت می‌گیرد. در این وضعیت نقاط گرهی مرزی مطابق شکل ۱ یکی از سه حالت، سطح آزاد منطقه بسته (a)، سطح مشترک بین منطقه بسته و نیم صفحه[۶] (b) و سطح آزاد منطقه نیم صفحه (c) را خواهد داشت. می توان جابجایی برای نقاط گرهی هر منطقه را به ترتیب با $\mathbf{U_A}$، $\mathbf{U_B}$ و $\mathbf{U_C}$ نشان داد، واضح است که مقدار ترکشن در منطقه a و b برابر صفر و در مرزb برابر T_b است که با توجه به الزام شرایط سازگاری در مرز مشترک، دارای جهت مخالف در سطح دو محیط است. بنابراین ترکیب معادلات به صورت زیر قابل بیان است:

$$\begin{bmatrix} H_{cA}^1 & H_{cB}^1 & H_{cB}^1 & 0 \\ 0 & H_{hA}^1 & -C_{hB}^1 & H_{hC}^1 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} U_A^N \\ U_B^N \\ T_B^N \\ U_C^N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_C^N \\ Z_h^N \end{bmatrix} \tag{۷}$$

معادلات خطی فوق‌الذکر با استفاده از الگوریتم های متداول حل دستگاه معادلات خطی قابل حل هستند. معادلات ذکر شده و عددی سازی آن در برنامه HYBRID [29] به انجام رسیده و کاربردهای آن در حل مسائل مختلف انتشار موج نشان داده شده است [۳۰-۳۲]. در برنامه هیبرید امکان استفاده از جابجایی و ترکشن ثابت در طول یک گام زمانی وجود دارد. در این مطالعه از تغییرات خطی جابجایی و ترکشن استفاده شده است. همچنین برای مجزا سازی مرز از المان های ایزوپارامتریک سه گرهی استفاده گردیده و انتگرال‌های روی المان‌های عادی با قاعده متعارف گوس به انجام رسیده است. برای انتگرال‌های منفرد نیز از قاعده جسم صلب استفاده شده است [۳۰].

امواج مهاجم به کار گرفته شده در این مطالعه، موجک ریکر با انتشار قائم از نوع SV بوده است. رابطه ریاضی این موج به صورت زیر می‌باشد.

$$f(t) = \left[۱ - ۲۰ (\pi \cdot f_p \cdot (t - t_۰))^۲ \right] e^{-(\pi \cdot f_p \cdot (t - t_۰))^۲} \tag{۸}$$



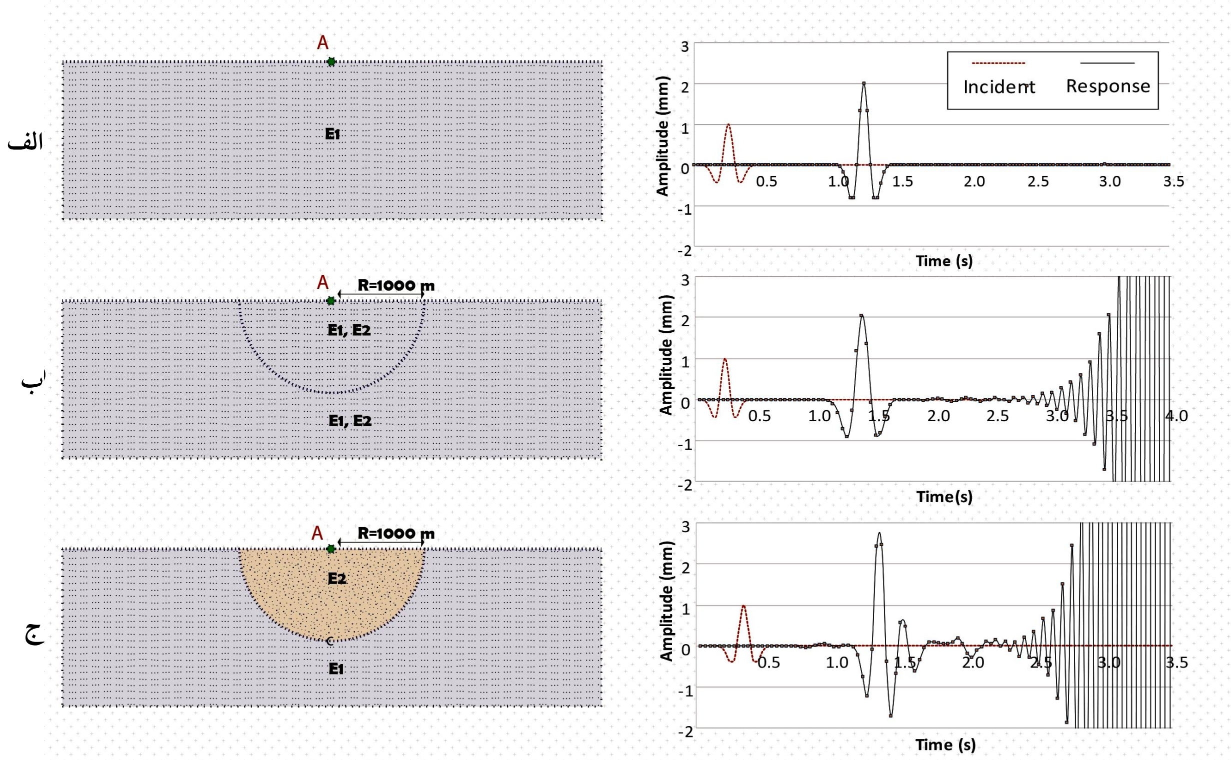
شکل ۱- معرفی مرزهای مختلف در حل مساله انتشار امواج در یک محیط ناهمگن به روش اجزای مرزی

که در این رابطه، f_p بیانگر فرکانس غالب موج مهاجم و t_0 مقدار شیفت زمانی است. در مورد امواج SV عبارت f_t معرف مؤلفه افقی حرکت ورودی است درحالی‌که مؤلفه قائم برابر صفر است. بیشینه دامنه موج ورودی[7] برابر با ۱ میلی‌متر در نظر گرفته شده است. طول گام زمانی بر اساس فرکانس ورودی متفاوت است و در هر مورد، پارامتر شیفت زمانی[8] ۱۰ برابر گام زمانی در نظر گرفته شده است. در این مطالعه از المان‌های ۳ گرهی استفاده شده است. تعداد کل المان‌ها بسته به طول هر المان متفاوت است. فرمول‌بندی اجزای مرزی به کار گرفته شده در پیوست آمده است. لازم به ذکر است کلیه تحلیل‌های عددی مورد اشاره در این بخش با استفاده از یک دستگاه کامپیوتر سرور HP_DL380 G8 مجهز به دو پردازنده موازی Xeon E5-2620 2.10GHz, 20M Cache و ۶۴ گیگابایت RAM انجام شده است.

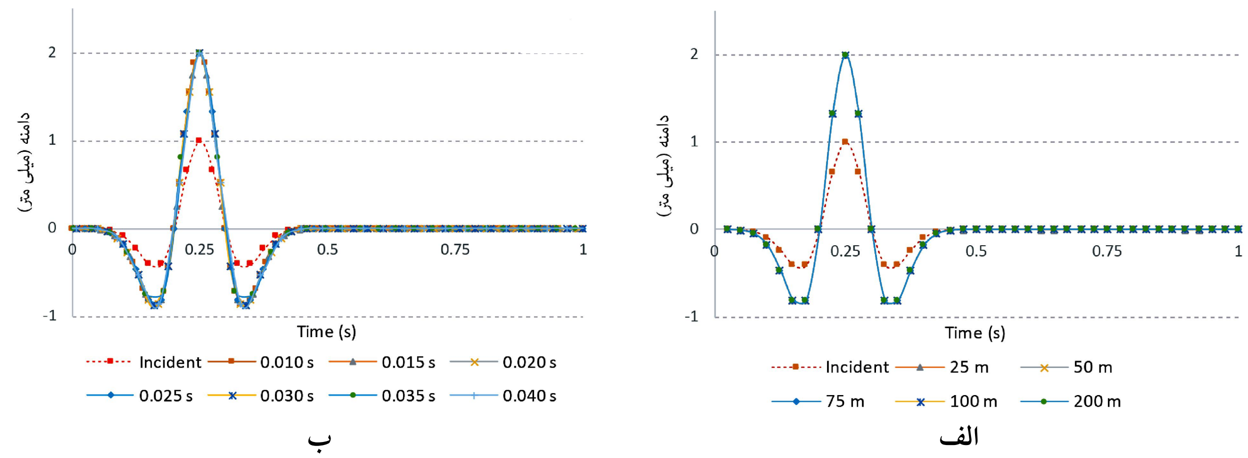
این مطالعه در ۳ بخش انجام شده است. ابتدا پاسخ لرزه‌ای یک نیم فضای کاملاً همگن ارزیابی شده است (شکل ۲-الف). بر اساس فیزیک امواج انتظار می‌رود، دامنه موج پاسخ دریافت شده در سطح دقیقاً دو برابر دامنه موج مهاجم اعمال شده باشد که از آن تحت عنوان "اثر میدان آزاد[9]" نام برده می‌شود. سپس پاسخ لرزه‌ای یک محیط شبه همگن[10] ارزیابی شده است. در این مدل، یک حوضه رسوبی نیم‌دایره‌ای به شعاع ۱۰۰۰ متر با ابعاد المان‌های متفاوت تعریف شده که در آن ویژگی‌های مهندسی مصالح پرکننده حوضه کاملاً مشابه با ویژگی‌های سنگ بستر است، تحلیل‌ها با بهره‌گیری از گام‌های زمانی متفاوت و برای دو فرکانس غالب موج مهاجم برابر با ۴/۵ و ۶ هرتز انجام شده است. همچنین با هدف بررسی تأثیر سرعت انتشار موج در محیط، دو سرعت مختلف ۱۰۰۰ و ۱۶۰۰ متر بر ثانیه در تحلیل‌ها اعمال شده است. به‌طور نظری، پاسخ دریافت شده در سطح نباید تفاوتی با محیط همگن اولیه داشته باشد (شکل ۲-ب)؛ به همین دلیل این محیط شبه‌همگن نامیده شده است. با این‌حال، تغییرِ قابل‌توجه در این تحلیل، آشکار شدن اثر ناپایداری عددی تناوبی است. پس از مطالعه تأثیر پارامترهای مختلف مورد بررسی در این ناپایداری همچنان این پرسش مطرح است که در یک محیط ناهمگن واقعی، ویژگی‌های مهندسی کدام محیط تعیین‌کننده محدوده پایداری و دقت در نتایج خواهند بود. به‌منظور پاسخگویی به این پرسش، پاسخ لرزه‌ای یک دره نیم‌دایره پرشده با رسوباتی با ویژگی‌های مهندسی مختلف مورد بررسی قرار گرفته است (شکل ۲-ج). درنهایت نتایج به تحلیل پاسخ لرزه‌ای یک حوضه رسوبی واقعی بسط داده شده است. در این پژوهش، واژه‌ی ابعاد المان یا بعد المان، به معنی ابعاد مؤثر المان یعنی فاصله بین دو گره متوالی به‌کار رفته است. همچنین معیار به‌کاررفته برای ناپایداری جواب‌ها، تناوب دامنه موج پاسخ حول مقداری ثابت، برابر یا بیشتر از دامنه موج مهاجم (۱ میلی‌متر) بوده است.

۲-۱- پاسخ لرزه‌ای محیط همگن

همان‌طور که اشاره شد، ابتدا پاسخ لرزه‌ای یک نیم‌فضای همگن برای بررسی دقت و پایداری جواب‌ها در محیط‌های همگن مورد بررسی قرار گرفته است. واضح است که دامنه پاسخ دریافت شده در سطح باید دو برابر بزرگ‌تر از دامنه موج مهاجم باشد (اثر میدان آزاد). محیط مورد بررسی توسط



شکل ۲- هندسه سه محیط موردبررسی شامل: الف- محیط همگن، ب- محیط شبه همگن و ج-محیط ناهمگن و نمونه‌ای از پاسخ‌های دریافت شده در سطح زمین در کنار موج مهاجم ریکر (تعریف شده در عمق R). تأثیر واگرایی عددی در محیط‌های شبه همگن و ناهمگن مشخص است.



شکل ۳- پاسخ روی سطح برای مدل نیم‌فضا با فرکانس غالب ۴/۵ هرتز الف- گام زمانی ثابت ۰/۰۲۵ ثانیه و ابعاد المان مختلف، ب- ابعاد المان ثابت ۵۰ متر و گام‌های زمانی مختلف (پارامترهای شیفت زمانی با گام زمانی ۰/۰۲۵ مطابقت داده شده‌اند).

المان‌هایی با ابعاد ۲۵، ۵۰، ۷۵، ۱۰۰ و ۲۰۰ متر تعریف شده است. سرعت موج برشی و ضریب پواسون محیط به ترتیب ۱۰۰۰ متر بر ثانیه و ۰/۳۳ در نظر گرفته شده است. شکل (۳-الف) پاسخ دریافت شده در مرکز نیم فضا برای موج مهاجم با فرکانس غالب ۴/۵ هرتز و گام زمانی ۰/۰۲۵ ثانیه را نشان می‌دهد. پاسخ‌ها در حوزه زمان و برای ابعاد مختلف المان ارائه

شده‌اند. سپس همان‌طور که در شکل (۳–ب) آمده است، پاسخ‌ها نسبت به گام‌های زمانی مختلف و برای ابعاد المان ۵۰ متر، مورد ارزیابی قرارگرفته‌اند. واضح است که در تمامی حالات، دامنه موج پاسخ، کاملاً دو برابر بزرگ‌تر از دامنه موج ریکر مهاجم می‌باشد. همچنین پاسخ‌ها در طول زمان تحلیل کاملاً پایدار است. تحلیل در تمام حالات تا ۱۰۰ گام زمانی ادامه یافته است که زمان کافی برای به پایداری رسیدن محیط، پس از عبور موج را فراهم می‌سازد.

۲-۲- پاسخ لرزه‌ای محیط شبه همگن

بدیهی است که پاسخ لرزه‌ای محیط شبه–همگن باید کاملاً مشابه با پاسخ محیط همگن باشد. چراکه پارامترهای هر دو محیط یکسان تعریف شده‌اند. تحلیل این محیط با استفاده از موج مهاجم ریکر با فرکانس غالب ۴/۵ و ۶ هرتز انجام شده است. محیط مورد بررسی با استفاده از پنج بعد المان مختلف با ابعاد ۲۵، ۵۰، ۷۵، ۱۰۰ و ۲۰۰ متر تعریف شده است. پاسخ لرزه‌ای برای نقطه میانی حوضه (نقطه A در شکل ۲) مورد تحلیل قرار گرفته است. همچنین برای مطالعه تأثیر گام زمانی، ۷ گام زمانی مختلف ۰/۰۱۰، ۰/۰۱۵ ، ۰/۰۲۰، ۰/۰۲۵، ۰/۰۳۰، ۰/۰۳۵، ۰/۰۴۰ در تحلیل‌های عددی اعمال شده است. دو پارامتر β و λ/Lکه به‌طور گسترده در مطالعات برای بررسی محدوده پایداری و دقت تحلیل‌های عددی به کار رفته‌اند به صورت زیر در نظر گرفته شده‌اند [۱۵ و ۲۴]:

$$\beta = \frac{Vs.Ts}{L} \tag{۹}$$

$$\frac{\lambda}{L} = \frac{\frac{Vs}{F_{max}}}{L} \tag{۱۰}$$

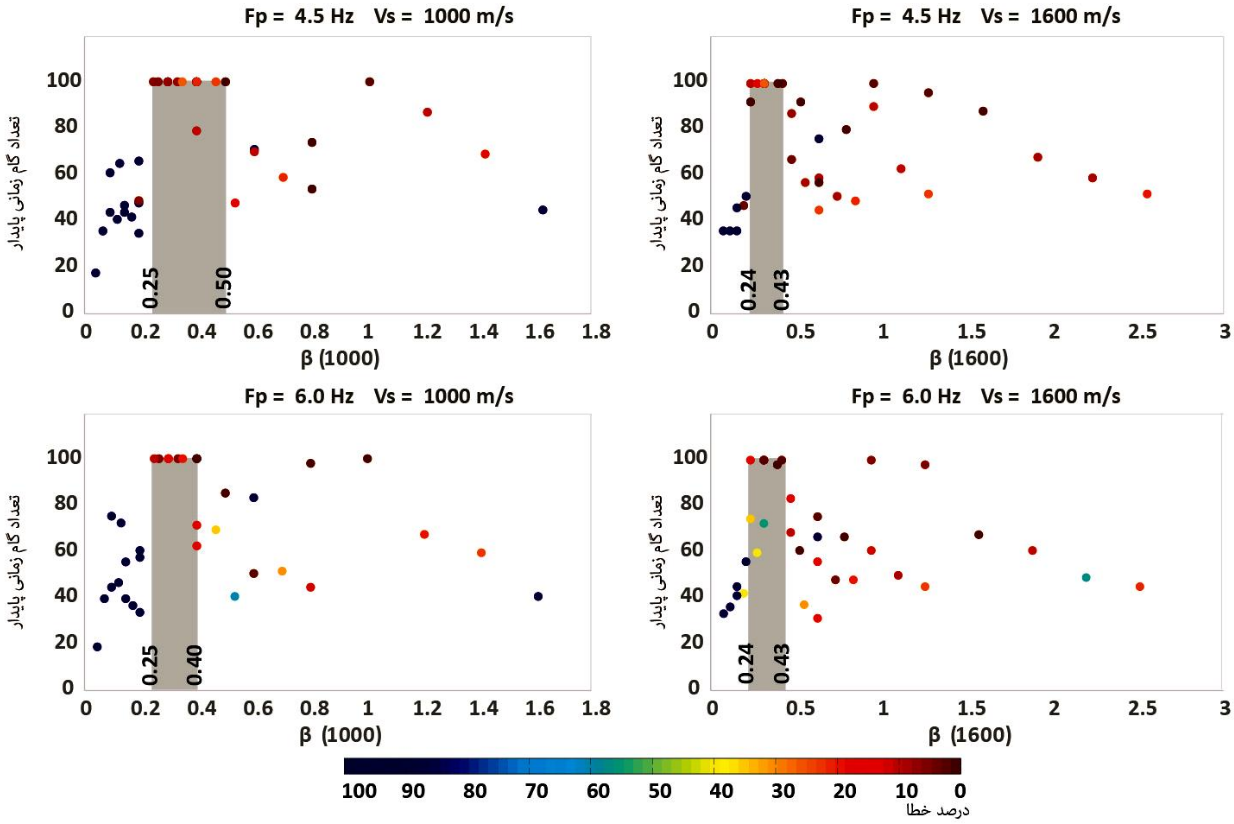
ضریب β بیان‌کننده‌ی نسبت فاصله طی شده توسط موج در هر گام زمانی به طول مؤثر هر المان است. V_S بیانگر سرعت موج برشی، T_S طول هر گام زمانی و L فاصله مؤثر بین دو المان است. همچنین λ/L نشان‌دهنده نسبت کوتاه‌ترین طول‌موج به ابعاد مؤثر المان‌هاست که در آن F_{max} بیشترین فرکانس معنادار موج را بیان می‌کند. بیشینه فرکانس معنادار، معادل با بیشترین فرکانسی که حداقل یک‌دهم دامنه پیک در منحنی فوریه موج مهاجم را داشته باشد تعریف شده است. پاسخ‌های حوزه زمان برای هر دو فرکانس غالب ۴/۵ و ۶/۰ هرتز با توجه به سرعت‌های ۱۰۰۰ و ۱۶۰۰ متر بر ثانیه در پیوست آمده است.

به‌طورکلی می‌توان مشاهده نمود که ابعاد المان مختلف در هر گام‌زمانی، رفتار مختلفی نشان می‌دهند. به‌طوری‌که تناوب ناپایداری‌ها در هر دو سوی بعد المان و گام زمانی قابل‌مشاهده است. همان‌طور که اشاره شد دامنه موج دریافتی به‌طور نظری برابر با ۲ میلی‌متر است. لذا جهت بررسی دقت بیشینه پاسخ دریافتی، رابطه درصد خطای استاندارد به صورت زیر تعریف شده است.

$$\%error = \left| \frac{\#Numerical - \#Theoritical}{\#Theoritical} \right| \times ۱۰۰ \tag{۱۱}$$

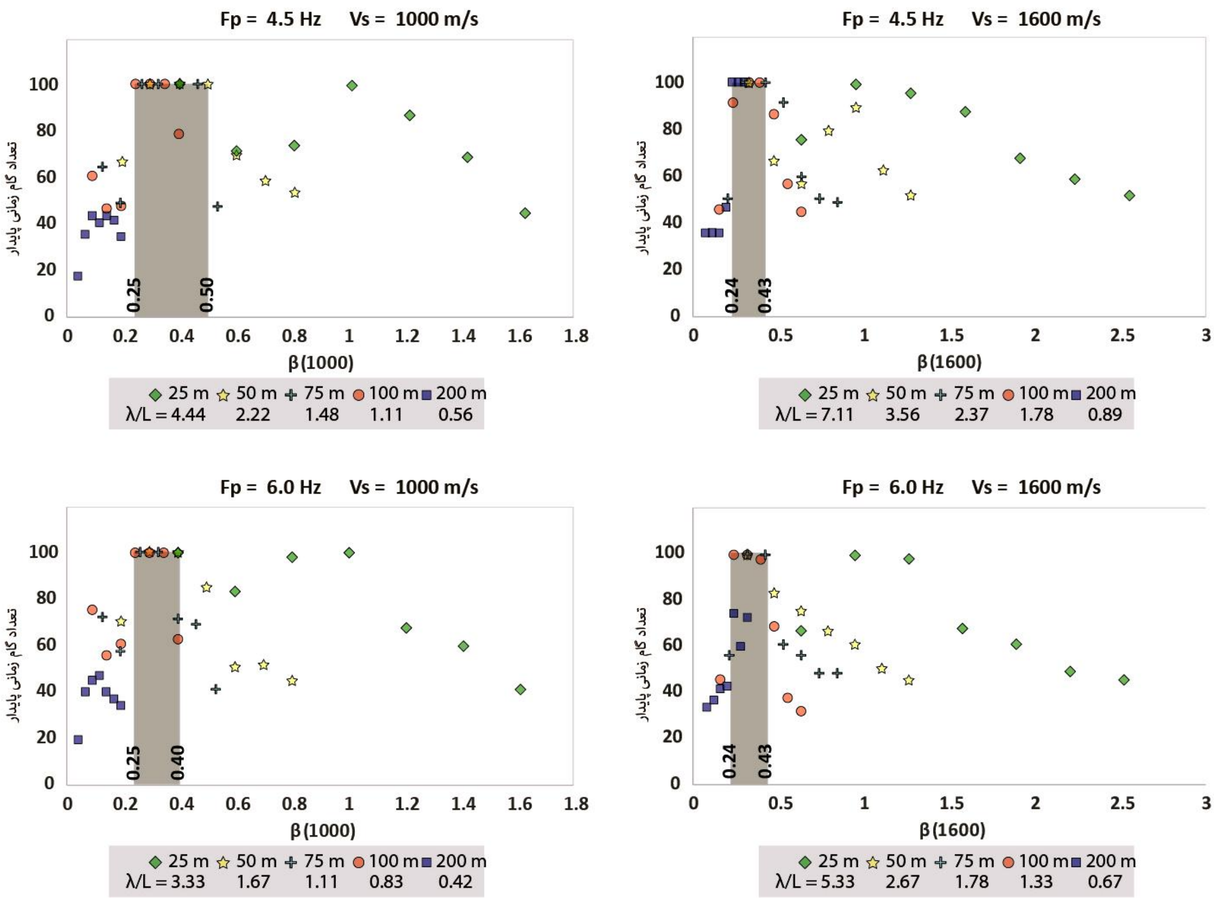
#Theoretical مقدار نظری مورد انتظار (۲ میلی‌متر) و #Numerical مقدار دامنه موج پاسخ به‌دست‌آمده در مدل‌سازی عددی است. شکل (۴) رابطه ضریب β و تعداد گام زمانی پایدار و نیز دقت نتایج را نشان می‌دهد. در این شکل، خطای صفر به معنای دامنه دقیقاً برابر با ۲/۰ میلی‌متر و خطای ۱۰۰ به این معناست که نتایج قبل از رسیدن پیک موج واگرا شده‌اند. آشکار است که نتایج پایدار در بازه محدودی از ضریب β به دست می‌آیند. حد پایین این محدوده در کلیه حالات بین ۰/۲۴ تا ۰/۲۵ و حد بالای آن بین ۰/۴ و ۰/۵ است. به این معنا که برای رسیدن به پاسخ پایدار، در هر گام زمانی، موج باید فاصله بین حدود یک‌چهارم تا کمتر نیمی از فاصله دو گره را طی کند. قبل از این بازه دقت نتایج نیز به‌شدت افت می‌کند. به‌گونه‌ای که در مقادیر β کمتر از ۰/۲۴ دستیابی به پاسخ‌های دقیق و پایدار ناممکن به نظر می‌رسد.

در محدوده پایداری نتایج، دقت‌های قابل‌قبولی نیز به دست می‌آید. نکته قابل‌توجهی که در کلیه حالات مشاهده می‌شود، افزایش پایداری و دقت نتایج در $\beta = ۱$ است. در فرکانس ۶ هرتز و سرعت موج برشی ۱۶۰۰ متر بر ثانیه ناپایداری‌هایی در محدوده مناسب β مشاهده می‌شود که همراه با کاهش دقت جواب می‌باشد. پارامتر β تأثیر فرکانس غالب موج مهاجم را در نظر نمی‌گیرد. از همین روی، در شکل (۵)، بار دیگر تعداد گام‌های



شکل ۴- تعداد گام زمانی پایدار در طول تحلیل برای فرکانس‌ها و سرعت‌های موردبررسی با توجه به ضریب β. درصد خطای نتایج با ستون رنگی مشخص شده است.

زمانی پایدار برحسب ضریب β این بار با در نظر گرفتن تأثیر نسبت طول‌موج به ابعاد المان (λ / L) آمده است. این شکل نشان می‌دهد، برای سرعت موج برشی ۱۰۰۰ متر بر ثانیه در بعد المان ۲۰۰ متر، مقادیر ضریب β در هر دو فرکانس کمتر از محدوده پایداری است، از این روی در این بعد المان هیچ پاسخ مناسبی به دست نیامده است. در همین بعد المان، در سرعت موج برشی ۱۶۰۰ متر بر ثانیه، ۳ مورد از پاسخ‌ها در محدوده پایداری است. این پاسخ‌ها در فرکانس غالب ۴/۵ هرتز با ضریب $\lambda / L = ۰/۸۹$ دقت و پایداری مناسب‌تری نسبت به فرکانس غالب ۶/۰ هرتز با مقدار $\lambda / L = ۰/۶۷$ دارد. می‌توان نتیجه گرفت که در مقادیر پایین‌تر λ / L ضمن آنکه پاسخ‌ها به سمت ناپایداری پیش می‌روند از دقت جواب‌ها نیز کاسته می‌شود. همچنین از سوی دیگر با افزایش λ / L پاسخ‌ها تا ضرایب β بالاتری پایدار می‌مانند. به‌عنوان مثال روند کاهش پایداری در بعد المان ۱۰۰ متر که نسبت λ / L نسبتاً پایین‌تری دارد ($\lambda / L = ۱/۱$)، از مقادیر β پایین‌تری آغاز می‌شود. به‌طوری‌که در این بعد المان، اولین ناپایداری در فرکانس ۴/۵ هرتز و سرعت موج برشی ۱۰۰۰ متر بر ثانیه، در $\beta = ۰/۴$مشاهده می‌شود. درحالی‌که سایر موارد همچنان پایدار هستند. در همین سرعت موج برشی، در فرکانس ۶/۰ هرتز بار دیگر $\beta = ۰/۴$ باعث ناپایداری در دو بعد المان ۷۵ متر ($\lambda / L = ۱/۱۱$) و ۱۰۰ متر ($\lambda / L = ۰/۸۳$) می‌شود. اگرچه ابعاد المان ۲۵ متر ($\lambda / L = ۳/۳۳$) و ۵۰ متر ($\lambda / L = ۱/۶۷$) همچنان به‌خوبی پایدار هستند. همچنین در سرعت موج ۱۶۰۰ متر بر ثانیه نیز روند مشابهی قابل‌مشاهده است. استثنایی که در این نتایج وجود دارد مربوط به $\beta = ۱/۰$ برای بعد المان ۲۵ متر می‌باشد که در همه حالات نتایج پایداری ارائه می‌دهد. می‌توان نتیجه گرفت که در λ / L بالاتر از ۱/۵ با توجه به محدوده مناسب β



شکل ۵- تعداد گام‌های زمانی پایدار در طول تحلیل برای فرکانس‌ها و سرعت‌های موردبررسی با توجه به ضریب β. همچنین نسبت λ/L با نمادهای مختلف نشان داده شده است

می‌توان نتایج پایداری را به دست آورد که این محدوده مناسب با توجه به نتایج مدل‌سازی‌های انجام شده بین ۰/۲۵ تا ۰/۴ پیشنهاد می‌شود. کلیه پژوهش‌های انجام شده در قبل، تعداد گره به ازای طول موج را برای روش‌های حجمی بین ۵ تا ۱۰ و برای روش‌های مرزی بین ۳ تا ۱۰ پیشنهاد کرده‌اند. درحالی‌که آن‌گونه که مشخص است، الگوریتم اجزای مرزی حوزه زمان استفاده شده، بدون اعمال روش-های پایدارسازی، در نسبت طول‌موج کمینه به بعد المان بالاتر از ۱/۵ نتایج پایداری را ارائه می‌دهد. مطالعه محیط شبه همگن نشان داد، پایداری و دقت نتایج در ارتباط با ضریب β و نسبت λ/L می‌باشند. در کلیه موارد موردمطالعه، بهترین نتایج زمانی حاصل می‌شود که روابط (۱۲–الف) و (۱۲–ب) برقرار باشند.

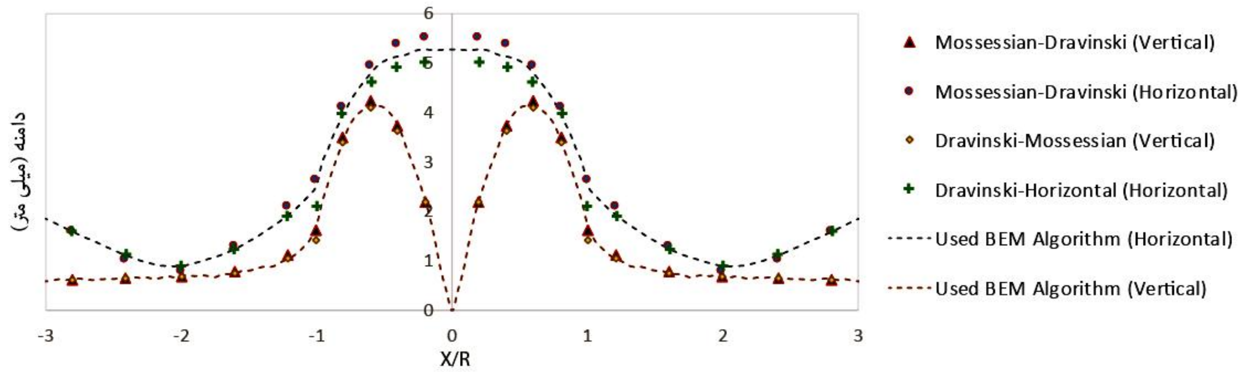
$$۰/۲۴<\beta=\frac{Vs.Ts}{L}<۰/۴۰ \qquad (۱۲–الف)$$

$$\frac{\lambda}{L}=\frac{\frac{Vs}{F\max}}{L}\geq ۱/۵ \qquad (۱۲–ب)$$

β بین ۰/۲۴ تا ۰/۴ به این معناست که موج در هر گام زمانی باید فاصله به‌اندازه یک‌چهارم تا کمتر از نیمی از ابعاد مؤثر المان را طی کند و λ/L بیشتر از ۱/۵ به این معناست که در تعریف مدل، طول موثر المان باید کوچکتر از دو سوم طول‌موج کمینه در نظر گرفته شود.

۲-۲- پاسخ لرزه‌ای محیط ناهمگن

پاسخ لرزه‌ای یک دره نیم‌دایره‌ای آبرفتی ناهمگن، تحت امواج مهاجم SV پیش‌تر به صورت بدون بعد توسط دراوینسکی و



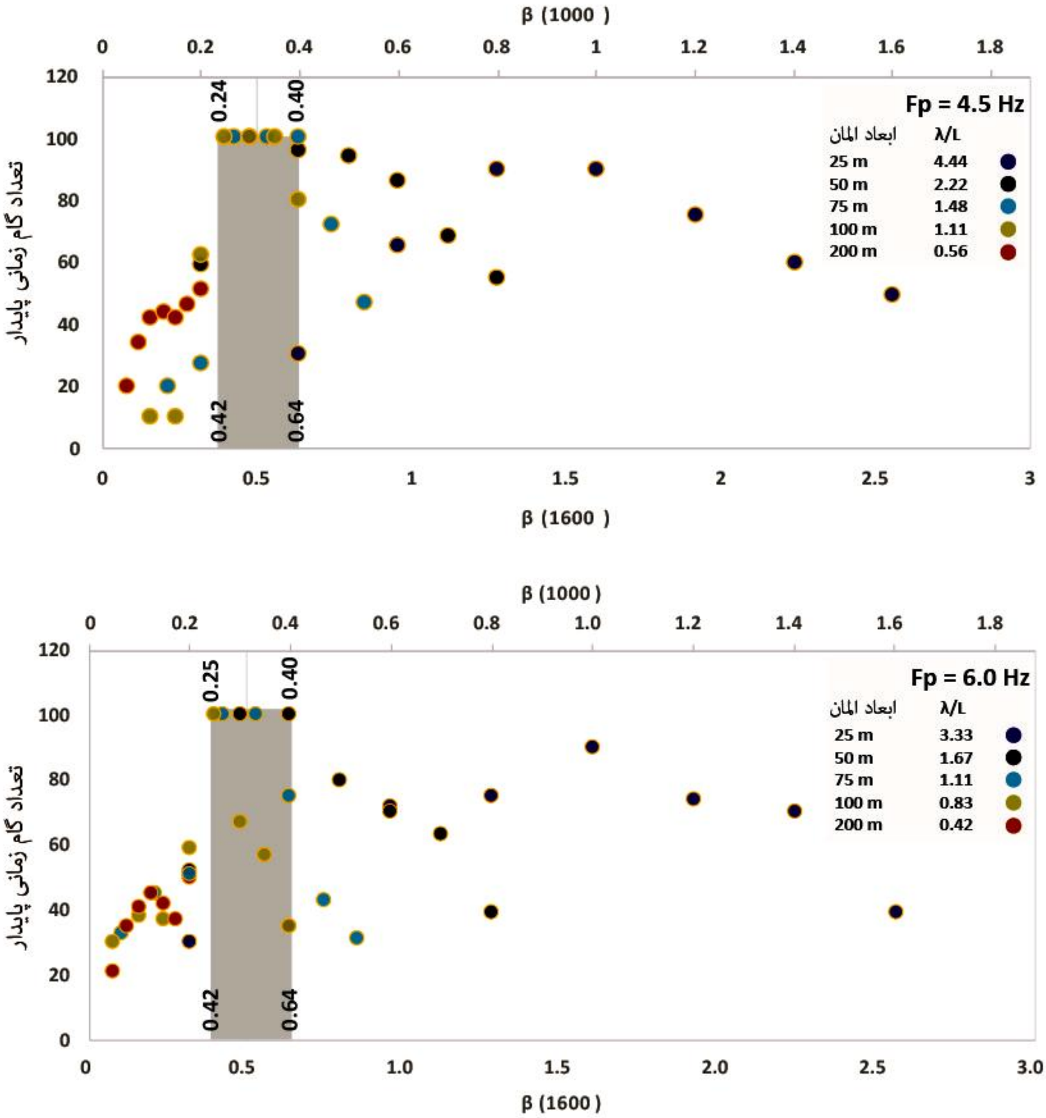
شکل ۶- مقایسه بزرگ‌نمایی حاصل از الگوریتم اجزای مرزی مورداستفاده در کنار نتایج حاصل از دراوینسکی و موسسین [۳۳] و موسسین و دراوینسکی [۳۴].

موسسین [۳۳] برای محیط‌هایی با خاصیت غیرالاستیک ضعیف و توسط موسسین و دراوینسکی [۳۴] برای محیط‌های کاملاً الاستیک، با استفاده از روش اجزای مرزی غیرمستقیم موردمطالعه قرار گرفته است. مساله مشابهی در اینجا با استفاده از الگوریتم اجزای مرزی مورداستفاده، مورد تحلیل قرار گرفته و دقت این الگوریتم در مقایسه با نتایج قبلی بررسی شده است. چگالی و سرعت موج برشی نیم‌فضا به ترتیب ۲/۴ تن بر مترمکعب و ۱۶۰۰ متر بر ثانیه لحاظ شده است. شعاع دره‌ی موردبررسی ۲۰۰ متر و چگالی و سرعت رسوبات به ترتیب دوسوم و نصف مقادیر نیم فضا در نظر گرفته شده است. ضریب پواسون هر دو محیط برابر با ۰/۳۳ است. در این تحلیل، فاصله گره‌ها ۵۰ متر و طول گام زمانی ۰/۰۱۵ ثانیه در نظر گرفته شده است که ضریب $\beta = ۰/۳$ و نسبت $\lambda / L = ۲/۲$ را برای سرعت موج ۱۰۰۰ متر بر ثانیه و فرکانس غالب ۴/۵ هرتز نتیجه می‌دهد. شکل (۶)، بزرگنمایی جابجایی سطحی دره آبرفتی برای امواج مهاجم SV و فرکانس بدون بعد ۰/۵ را نشان می‌دهد. فرکانس بدون بعد به صورت زیر تعریف شده است.

$$\Omega = \omega . r / \pi . C_T \qquad (۱۳)$$

که در آن ω فرکانس زاویه‌ای حرکت است. این شکل، نتایج به‌دست‌آمده توسط اجزای مرزی را در مقایسه با نتایج ارائه شده در ادبیات فنی نشان می‌دهد. اگرچه همان‌گونه که مشخص است حل این مساله تحلیلی از دراوینسکی و موسسین [۳۳] و موسسین و دراوینسکی [۳۴] توانایی الگوریتم مورد استفاده در تحلیل لرزه‌ای محیط‌های ناهمگن را به اثبات رساند، با این حال به منظور بررسی محدوده‌ی بهینه ابعاد المان و گام زمانی، یک مدل دره ناهمگن نیز همچون دره شبه همگن تعریف شده است. خصوصیات مهندسی سنگ‌بستر و رسوبات بر اساس سرعت موج برشی به ترتیب ۱۶۰۰ و ۱۰۰۰ متر بر ثانیه در نظر گرفته شده است. نتایج همچون قبل برای نقطه‌ای بر روی سطح، در مرکز دره رسوبی موردبررسی قرار گرفته است. نتایج حوزه زمان برای این تحلیل‌ها در پیوست آمده است. شکل(۷) رابطه پارامتر β محاسبه شده برای هر دو سرعت موج برشی و تعداد گام زمانی پایدار برای دره ناهمگن نیم‌دایره برای فرکانس‌های ۴/۵ و ۶/۰ هرتز را نشان می‌دهد. این شکل همچنین ابعاد المان‌های به کار گرفته شده در کنار مقادیر نسبت λ / L محاسبه شده بر مبنای سرعت موج برشی ۱۰۰۰ متر بر ثانیه برای هر بعد المان را نشان می‌دهد.

به‌طور قابل‌توجهی محدوده پایداری β به‌دست‌آمده برای هر دو فرکانس تطابق معناداری با یکدیگر دارند. مقادیر β محاسبه شده بر مبنای سرعت موج برشی ۱۰۰۰ متر بر ثانیه منطبق با محدوده β به‌دست‌آمده برای محیط شبه‌همگن می‌باشند. این مساله نشان می‌دهد در تحلیل‌های محیط ناهمگن، همان‌گونه که انتظار می‌رود محیط دارای سرعت موج برشی کمتر تعیین‌کننده محدوده پایداری پاسخ‌ها می‌باشد.

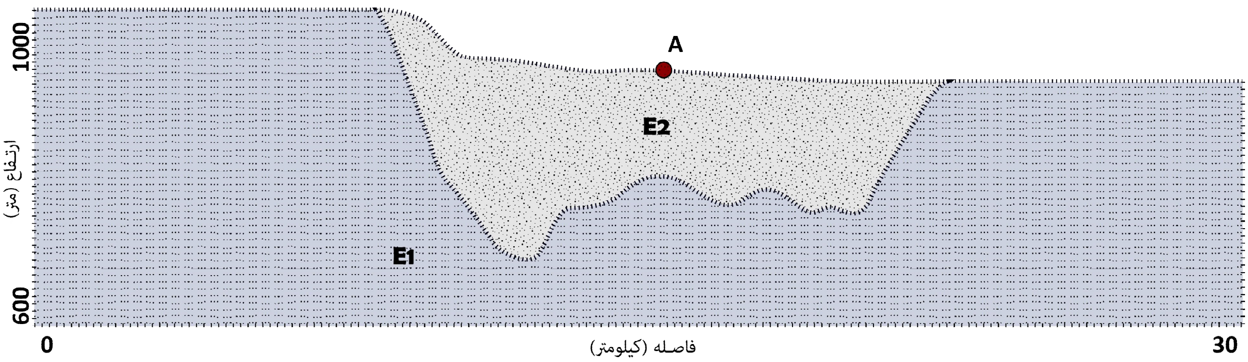


شکل ۷- تعداد گام زمانی پایدار برای مدل ناهمگن و دو فرکانس موردبررسی ۴/۵ و ۶/۰ هرتز، با توجه به ضرایب β محاسبه شده به ازای سرعت موج‌های ۱۰۰۰ متر بر ثانیه و ۱۶۰۰ متر بر ثانیه. نسبت‌های λ/L مختلف بارنگ‌های متفاوت نشان داده شده است.

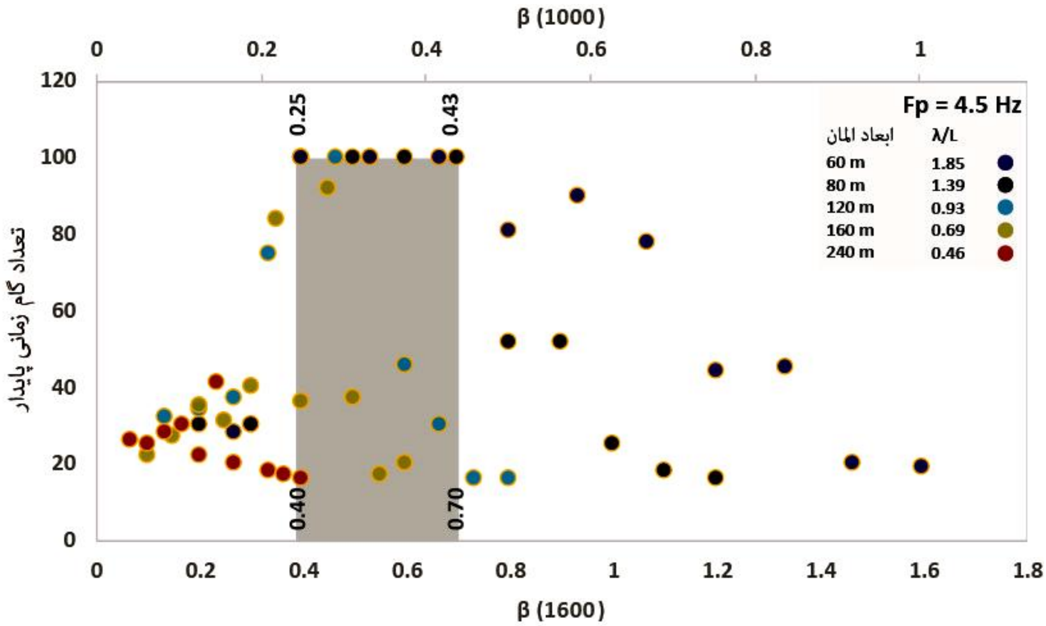
۳- توسعه نتایج در حوضه رسوبی قم

تابه‌حال رابطه بین ابعاد المان و گام‌های زمانی و پایداری نتایج مشخص شد. برای بررسی دقت و قابل اعتماد بودن یافته‌ها، مقطعی ساده شده از حوضه رسوبی شهر قم مورد مطالعه قرار گرفته است. این مقطع بر مبنای نتایج ژئوالکتریک ارائه شده در گزارش شرکت آب منطقه‌ای قم [۳۵] انتخاب شده است. سرعت سنگ بستر ۱۶۰۰ متر بر ثانیه و سرعت رسوبات ۱۰۰۰ متر بر ثانیه در نظر گرفته شده است. هندسه مدل‌سازی شده در شکل (۸) آمده است.

این هندسه با استفاده از ۵ بعد المان ۶۰، ۸۰، ۱۲۰، ۱۶۰ و ۲۴۰ متر تعریف شده است. همچنین ۱۱ گام زمانی مختلف از ۰/۰۱۰ تا ۰/۰۶۰ ثانیه به کار گرفته شده و فرکانس غالب موج مهاجم در این تحلیل ۴/۵ هرتز است. پاسخ‌ها برای نقطه A در مرکز حوضه رسوبی تحلیل شده است. پاسخ‌های حوزه زمان



شکل ۸- مدل ساده شده‌ای از حوضه رسوبی قم با توجه به هندسه واقعی سنگ بستر و رسوبات



شکل ۹- رابطه تعداد گام زمانی پایدار و ضریب β برای حوضه رسوبی شهر قم. فرکانس موج مهاجم ۴/۵ هرتز بوده و ضریب β برای هر دو سرعت موج برشی محاسبه شده است. رنگ‌های مختلف نشان‌دهنده نسبت λ/L است.

برای این تحلیل‌ها در پیوست آمده است. بار دیگر، رابطه ضریب β و تعداد گام زمانی پایدار در شکل (۹) آمده است. همچنان پاسخ‌های پایدار در بازه‌ی محدودی از ضریب β بین ۰/۲۵ تا ۰/۴۳ به دست می‌آید که این بازه تطابق چشمگیری با یافته‌های پیشین دارد. در بزرگ‌ترین بعد المان به کار گرفته شده یعنی ۲۴۰ متر هیچ یک از تحلیل‌ها در محدوده β مناسب قرار ندارد و لذا هیچ نتیجه پایداری به دست نیامده است. ناپایداری‌هایی که در محدوده β بین ۰/۲۵ تا ۰/۴۳ مشاهده می‌شود همگی مربوط به دو بعد المان ۱۶۰ و ۱۲۰ متر می‌باشند که نسبت λ/L کمتر از ۱/۰ دارند. در حالی که برای مقادیر λ/L بزرگتر از ۱/۵ در محدوده‌ی β بین ۰/۲۵ تا ۰/۴۳ نسبت به سرعت موج برشی ۱۰۰۰ متر بر ثانیه، همواره نتایج پایداری به دست می‌آید.

۴- نتیجه گیری

در این پژوهش، بررسی جامعی در زمینه تاثیر طول گام زمانی و ابعاد موثر المان بر پایداری و دقت نتایج روش اجزای مرزی دو بعدی حوزه زمان در تحلیل مسائل پاسخ لرزه‌ای در محیط‌های ناهمگن صورت گرفت. به این منظور ابتدا پایداری و دقت

الگوریتم اجزای مرزی مورد بررسی در محیط‌های کاملا همگن نشان داده شد. برای محیط‌های ناهمگن مشخص شد که ناپایداری در وابستگی کامل با مقادیر پارامتر β می‌باشد. به این معنی که پاسخ‌های پایدار تنها زمانی حاصل می‌شود که موج در هر گام زمانی فاصله‌ای به اندازه یک چهارم تا کمتر از نیمی از طول موثر المان را طی کند. همچنین مشخص شد که در محیط‌های ناهمگن، مقادیر β متعلق به محیطی که سرعت موج برشی کمتری دارد، پایداری نتایج را کنترل می‌کند. به علاوه، نسبت بین طول موج کمینه به ابعاد موثر المان بر پایداری و دقت نتایج تاثیر گذار است. به گونه ای که نتایج قابل قبول در نسبت‌های λ / L بالاتر از ۱/۵ به دست می‌آید. به به بیان دیگر، حداقل یک و نیم گره به ازای طول موج کمینه برای رسیدن به پاسخ‌های پایدار در تحلیل اجزای مرزی حوزه زمان مورد نیاز است. یا به عبارتی طول موثر المان باید کوچکتر از دو سوم طول‌موج کمینه در نظر گرفته شود که به طور چشمگیری کمتر از مقادیر پیشنهاد شده برای سایر روش‌های عددی است.

به طور کلی مطالعه انجام شده نشان می‌دهد که، بهترین نتایج زمانی حاصل می‌شود که روابط (۱۲-الف) و (۱۲-ب) برقرار باشند.

واژه‌نامه

1. boundary element method
2. time domain
3. intermittent numerical instability
4. time step
5. non-homogeneous media
6. half-space
7. incident wave
8. time shift
9. free field
10. hybrid-homogeneous

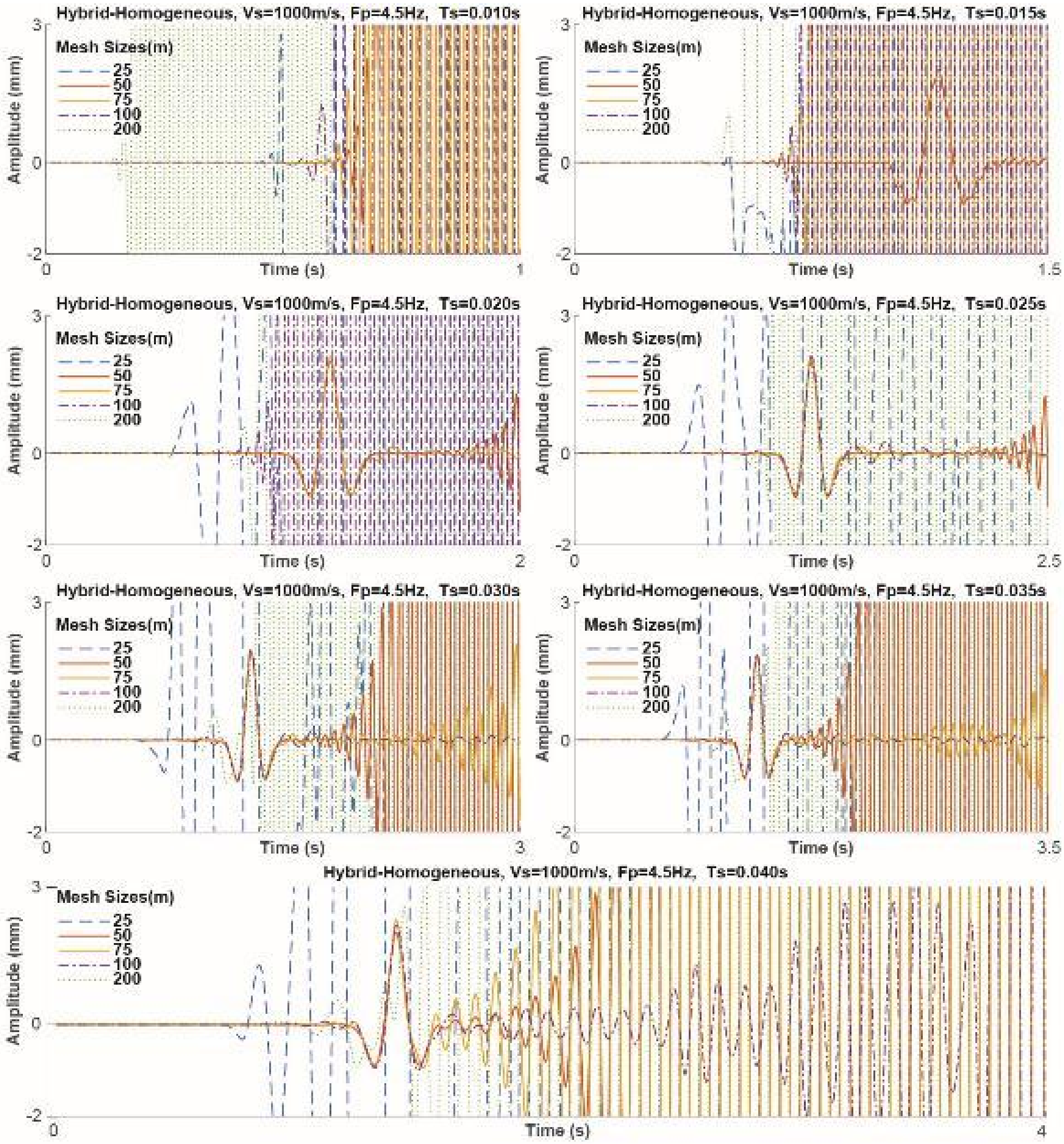
مراجع

1. Copley, L. G., “Integral Equation Method for Radiation from Vibrating Bodies,” *Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 41, No. 4p1, pp. 807, 1967.
2. Kamalian, M., Gatmiri, B., Sohrabi-Bidar, A., and Khalaj, A., “Amplification Pattern of 2D Semi-Sine Shaped Valleys Subjected to Vertically Propagating Incident Waves”, *Communications in Numerical Methods in Engineering*, Vol. 23, pp. 871-887, 2007.
3. Kamalian, M., Jafari, M. K., Sohrabi-Bidar, A., and Razmkhah, A., “Seismic Response of 2-D Semi-Sine Shaped Hills to Vertically Propagating Incident Waves: Amplification Patterns and Engineering Applications”, *Earthquake Spectra*, Vol. 24, No. 2, pp. 405-430, 2008.
4. Sohrabi-Bidar, A., Kamalian, M., Jafari, M. K., “Seismic Response of 3D Gaussian Shaped Valleys to Vertically Propagating Incident Waves”, *Geophysical Journal International*, Vol. 183, pp. 1429-1442. 2010.
5. Sohrabi-Bidar, A., and Kamalian, M., “Effects of Three-Dimensionality on Seismic Response of Gaussian-Shaped Hills for Simple Incident Pulses”, *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, Vol. 52, pp. 1-12, 2013.
6. Peirce, A., and Siebrits, E. “Stability Analysis and Design of Time-Stepping Schemes for General Elastodynamic Boundary Element Models”, *International Journal of Numerical. Methods in Engineering*, Vol. 40, No. 2, pp. 319-342, 1997.
7. Panji, M., and Mojtabazadeh-Hasanlouei, S., “Surface Motion of Alluvial Valleys Subjected to Obliquely Incident Plane SH-Wave Propagation”, *Journal of Earthquake Engeneering*, Vol. 26, No. 12, pp.1-26, 2021.
8. Mojtabazadeh-Hasanlouei, S., Panji, M., and Kamalian, M., “On Subsurface Multiple Inclusions Model Under Transient SH-Wave Propagation, Waves in Random and Complex Media”, *Waves in Random and Complex Media*, Vol. 22, No. 4, pp.1937-1976, 2020.
9. Nohegoo-Shahvari, A., Kamalina, M., and Panji, M., “A Hybrid Time-Domain Half-Plane FE/BE Approach for SH-Wave Scattering of Alluvial Sites”, *Engineering Analysis with Boundary Elements*, Vol. 105, pp. 194-206, 2019.
10. Yu, G., Mansur, W. J., Carrer, J. A. M., and Gong, L., “A Linear θ Method Applied to 2D Time Domain BEM”, *Communications in Numerical Methods in Engineering*, Vol. 14, No. 12, pp. 1171–1179, 1998.
11. Araújo, F. C., Mansur, W. J., and Nishikava, L. K., “Linear Θ Time-Marching Algorithm in 3D BEM Formulation for Elastodynamics,” *Engineering Analysis with Boundary Elements*, Vol. 23, No. 10, pp. 825-833, 1999.
12. Kobayashi, S., “Fundamentals of Boundary Integral

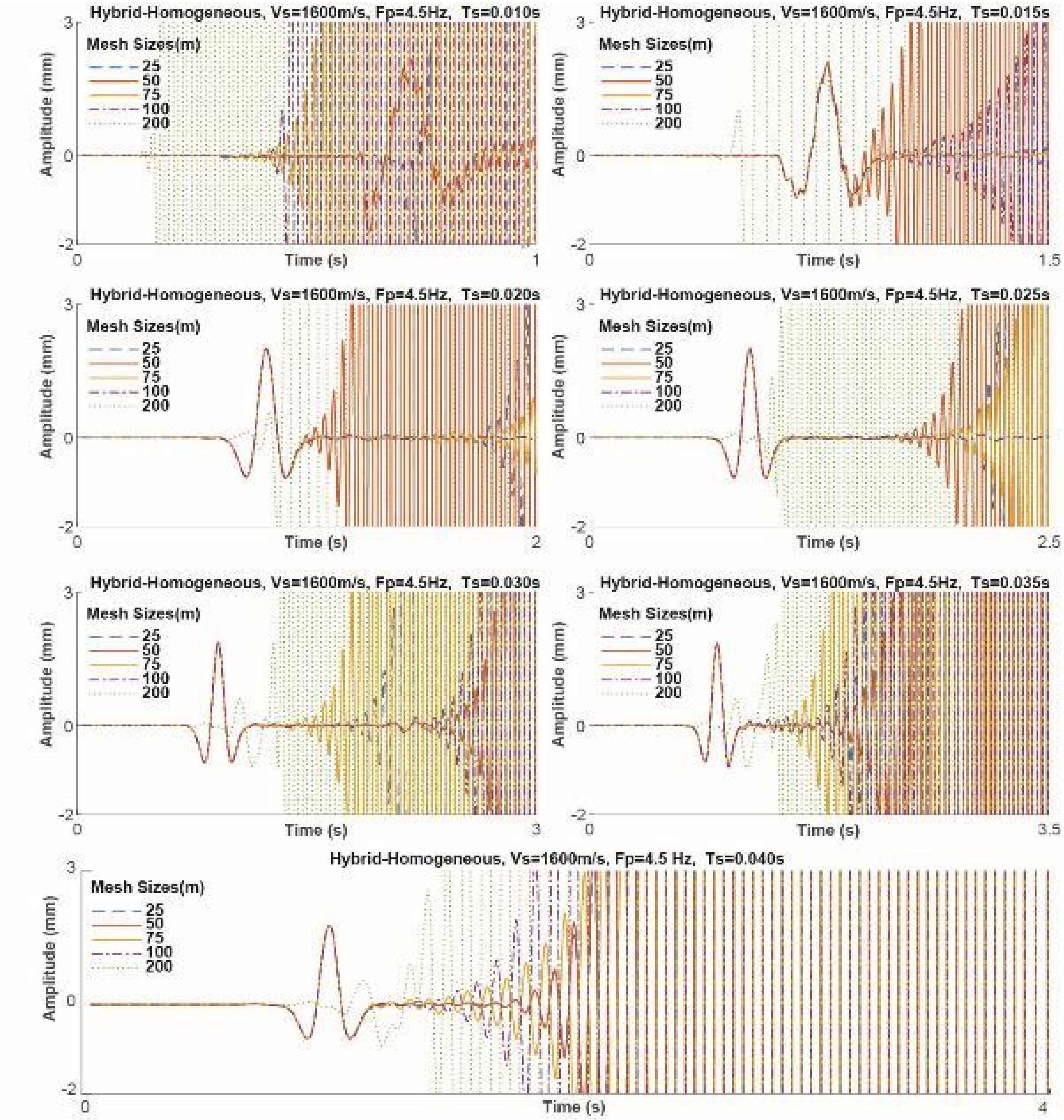
Equation Methods in Elastodynamics”, *Topics in Boundary Element Research*, pp. 1-54, 1985.
13. Soares, D., and Mansur, W. J., “An Efficient Stabilized Boundary Element Formulation for 2D Time-Domain Acoustics and Elastodynamics”, *Computational Mechanics*, Vol. 40, No. 2, pp. 355-365, 2007.
14. Manolis, G. D., and Dineva, P. S., “Elastic Waves in Continuous and Discontinuous Geological Media by Boundary Integral Equation Methods: A Review”, *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, Vol. 70, pp. 11-29, 2015.
15. Marrero, M., and Dominguez, J., “Numerical Behavior of Time Domain BEM for Three-Dimensional Transient Elastodynamic Problems”, *Engineering Analysis with Boundary Elements*, Vol. 27, No. 1, pp. 39-48, 2003.
16. Carrer, J. A. M., and Mansur, W. J., “Time-Dependent Fundamental Solution Generated by A Not Impulsive Source in the Boundary Element Method Analysis of the 2D Scalar Wave Equation”, *Communications in Numerical Methods in Engineering*, Vol. 18, No. 4, pp. 277-285, 2002.
17. Carrer, J. A. M., and Mansur, W. J., “Time Discontinuous Linear Traction Approximation in Time-Domain BEM: 2-D Elastodynamics”, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2000.
18. Dominguez, J., Boundary Elements in Dynamics, Wit Press, 1993.
19. Kuhlemeyer, R. L., and Lysmer, J., “Finite Element Method Accuracy for Wave Propagation Problems”, *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division*, Vol. 99, No. 5, pp. 421-427, 1973.
20. Park, D., and Hashash, Y. M. A., “Soil Damping Formulation in Nonlinear Time Domain Site Response Analysis”, *Journal of Earthquake Engineering*, Vol. 8, No. 2, pp. 249-274, 2004.
21. Bao, H., Bielak, J., Ghattas, O., Kallivokas, L. F., O’Hallaron, D. R., Shewchuk, J. R., and Xu, J., “Earthquake Ground Motion Modeling on Parallel Computers”, Proceedings of ACM/IEEE *Conference on Supercomputing*, pp. 1-19, 1996.
22. Komatitsch, D., and Vilotte, J. P., “The Spectral Element Method: An Efficient Tool to Simulate the Seismic Response of 2D and 3D Geological Structures”, *Bulletin of the Seismological Society of America*, Vol. 88, No. 2, pp. 386-392, 1998.
23. Marburg, S., "Discretization Requirements: How Many Elements Per Wavelength Are Necessary?", *Computational Acoustics of Noise Propagation in Fluids-Finite and Boundary Element Methods, Springer*, *Berlin, Heidelberg*, 2008. 309-332.
24. Marburg, S., “Six Boundary Elements Per Wavelength: Is That Enough?”, *Journal of Computational Acoustics*, Vol. 10, No. 01, pp. 25-51, 2002.
25. Xu, J., Bielak, J., Ghattas, O., and Wang, J., “Three-Dimensional Seismic Ground Motion Modeling in Inelastic Basins”, *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, Vol. 137, No. 1-4, pp. 81-95, 2003.
26. Bouchon, M., and Sánchez-Sesma, F. J., “Boundary Integral Equations and Boundary Elements Methods in Elastodynamics”, *Advances in Geophysics*, Vol. 48, No. 06, pp. 157-189, 2007.
27. Chaillat, S., Bonnet, M., and Semblat, J, F., “Multi-Level Fast Multipole Multi-Region Method for 3D Seismic Response of Alluvial Basins”, *Eighth World Congress on Computational Mechanics*, 2008.
28. Dineva, P. S., Manolis, G. D., and Rangelov, T. V., “Site Effects Due to Wave Path Inhomogeneity by BEM”, *Engineering Analysis with Boundary Elements*, Vol. 32, No. 12, pp. 1025-1036, 2008.
29. Kamalian, M., Jafari, M. K., Sohrabi-Bidar, A., Razmkhah, A. and Gatmiri, B., “Time-Domain Two-Dimensional Site Response Analysis of Non-Homogeneous Topographic Structures by a Hybrid FE / BE Method”, *Soil Dynamic and Earthquake Engineering*, Vol. 26, pp. 753-765, 2006.
30. Kamalian, M. and Sohrabi-Bidar, A., “Dynamic analysis of non-homogeneous 2D topographic features in time domain using the boundary element method”, *Esteghlal*, Vol. 24, No. 2, pp. 51-68, 2006.
31. Kamalian, M., Jafari, M.K. and Sohrabi-Bidar, A., “Seismic Behavior of 2D Semi-sin Hills Subjected Vertical IncidentWwave”, *Esteghlal*, Vol. 26, No.1, pp. 109-130, 2006.
32. Kamalian, M., Jafari, M. K., Sohrabi-Bidar, A. and Razmkhah, A., “Amplification Pattern of Vertical Incident Waves by 2D Trapezoidal Hills”, *Modares Technical and Engineering Journal*, Vol. 29, pp. 11-30, 2007.
33. Dravinski, M., and Mossessian, T. K., “Scattering of Plane Harmonic P, SV, and Rayleigh Waves By Dipping Layers of Arbitrary Shape”, *Bulletin of the Seismological Society of America*, Vol. 77, No. 1, pp. 212–235, 1987.
34. Mossessian, T. K., and Dravinski, M., “Application of A Hybrid Method for Scattering of P, SV, and Rayleigh Waves By Near-Surface Irregularities”, *Bulletin of the Seismological Society of America*, Vol. 77, No. 5, pp. 1784-1803, 1987.
35. Qom regional water company., “Report of Geoelectrical studies of Qom basin”, 2010

پیوست

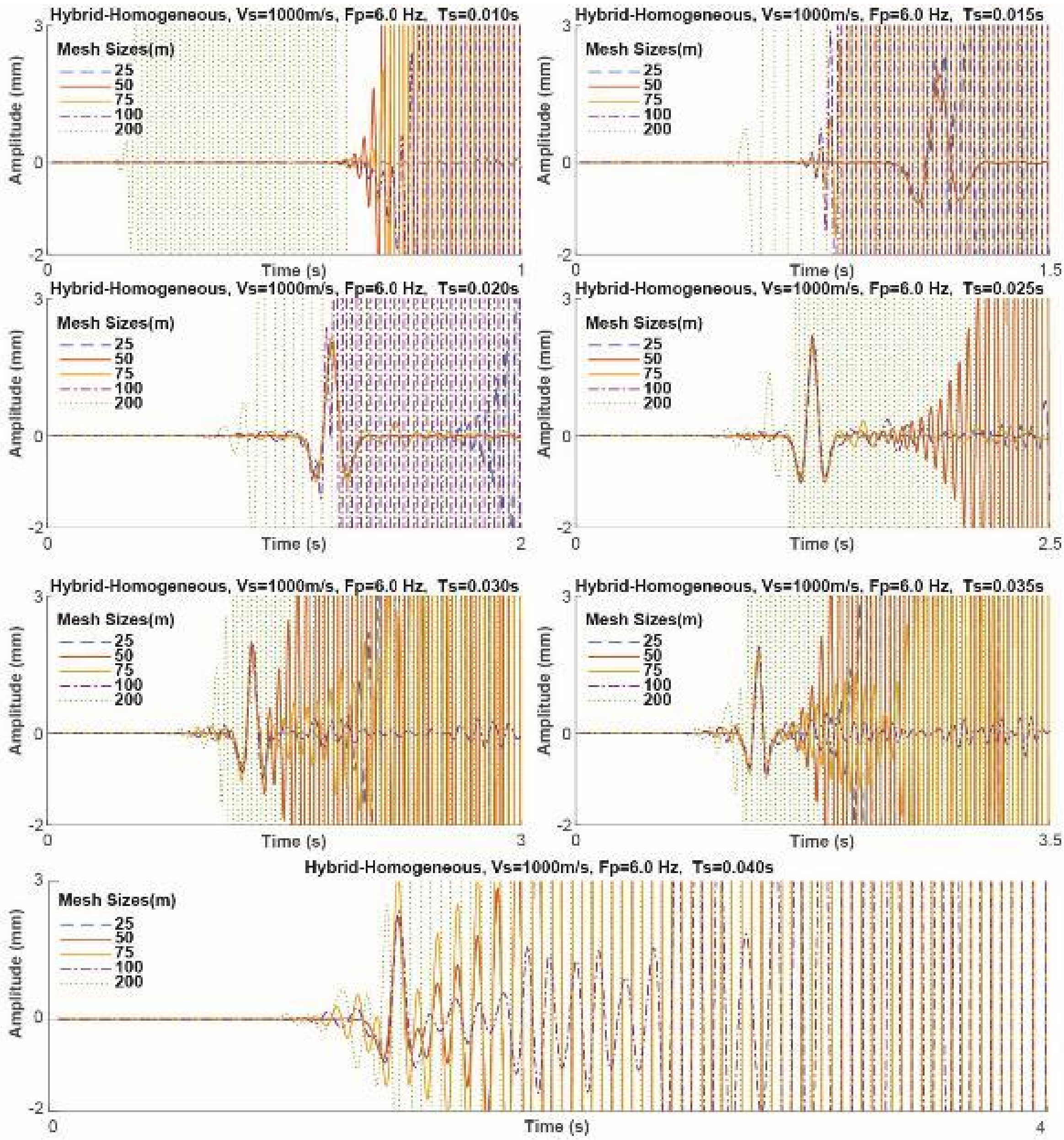
۱- پاسخ‌های حوزه زمان برای مدل شبه-همگن اجزای مرزی



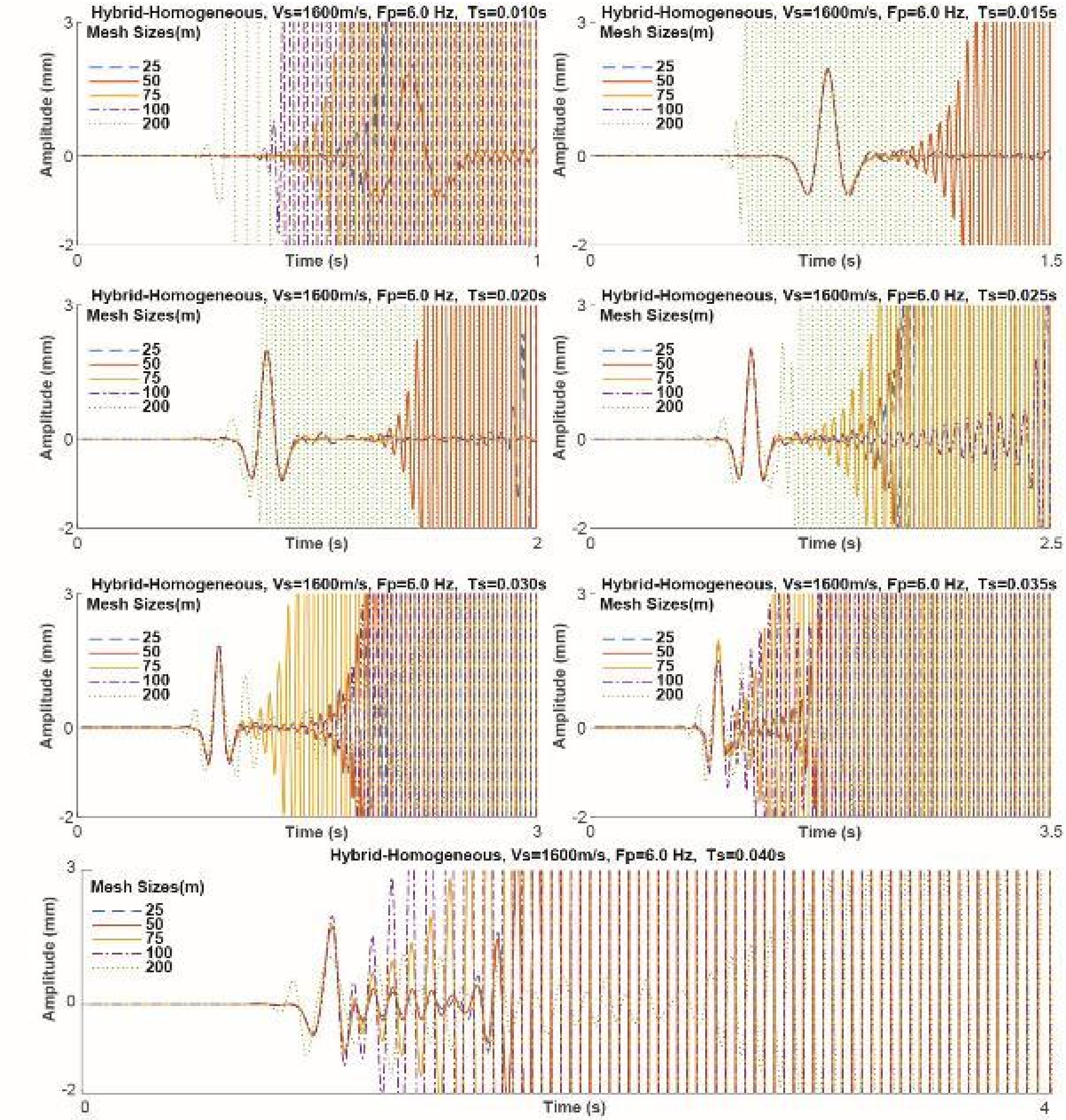
الف- پاسخ‌های حوزه زمان برای نقطه مرکزی مدل شبه همگن اجزای مرزی به ازای گام‌های زمانی مختلف برای سرعت موج برشی ۱۰۰۰ متر بر ثانیه، هر یک از نمودارها پاسخ‌ها را برای کلیه ابعاد المان مورد بررسی نشان می‌دهد. محور افقی زمان و محور قائم دامنه امواج دریافتی برای فرکانس غالب موج مهاجم ۴/۵ هرتز را نشان می‌دهد.



ب- پاسخ‌های حوزه زمان برای نقطه مرکزی مدل شبه همگن اجزای مرزی به ازای گام‌های زمانی مختلف برای سرعت موج برشی ۱۶۰۰ متر بر ثانیه، هر یک از نمودارها پاسخ‌ها را برای کلیه ابعاد المان مورد بررسی نشان می‌دهد. محور افقی زمان و محور قائم دامنه امواج دریافتی برای فرکانس غالب موج مهاجم ۴/۵ هرتز را نشان می‌دهد.

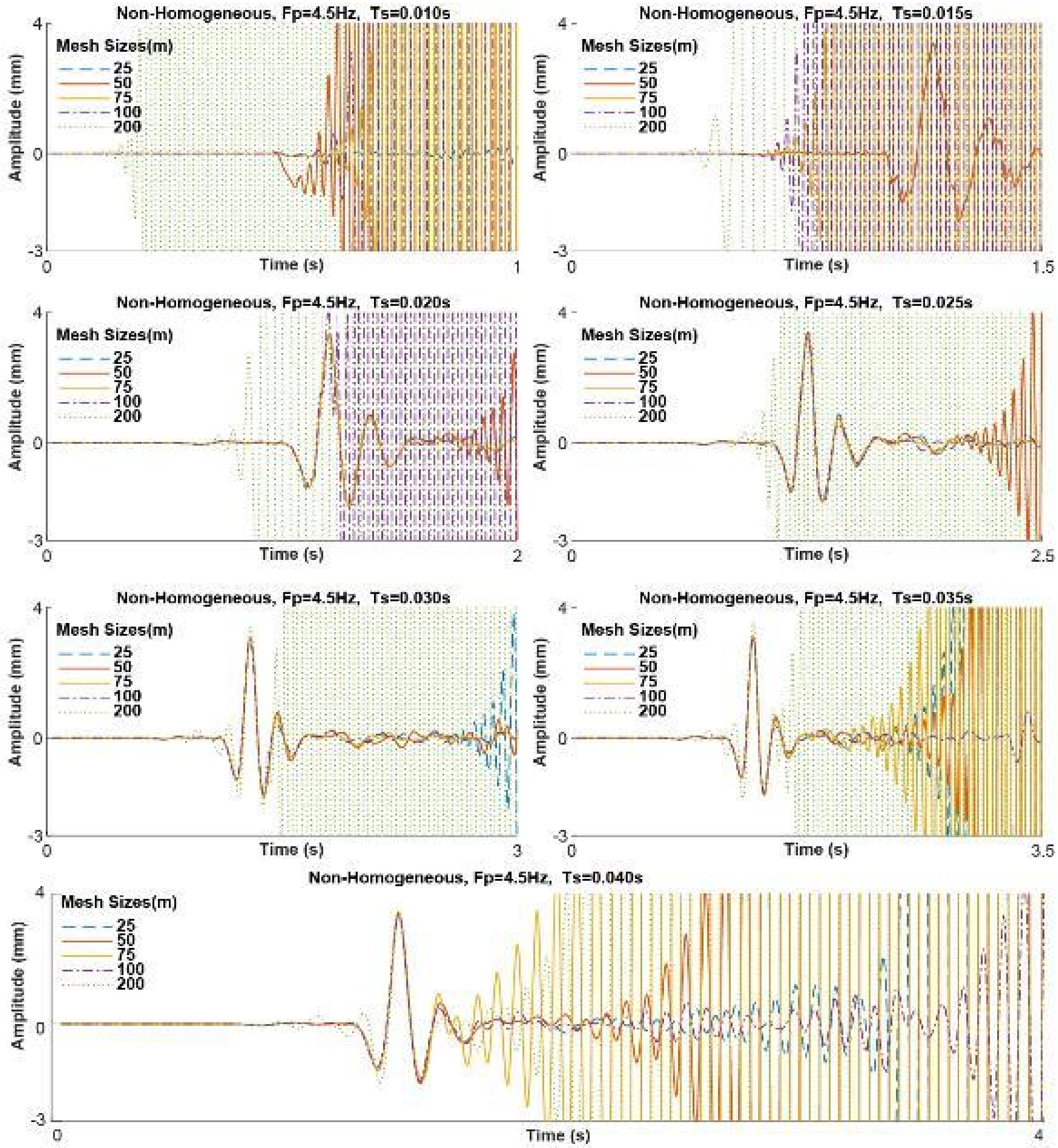


ج- پاسخ‌های حوزه زمان برای نقطه مرکزی مدل شبه همگن اجزای مرزی به ازای گام‌های زمانی مختلف برای سرعت موج برشی ۱۰۰۰ متر بر ثانیه، هر یک از نمودارها پاسخ‌ها را برای کلیه ابعاد المان مورد بررسی نشان می‌دهد. محور افقی زمان و محور قائم دامنه امواج دریافتی برای فرکانس غالب موج مهاجم ۶/۰ هرتز را نشان می‌دهد.

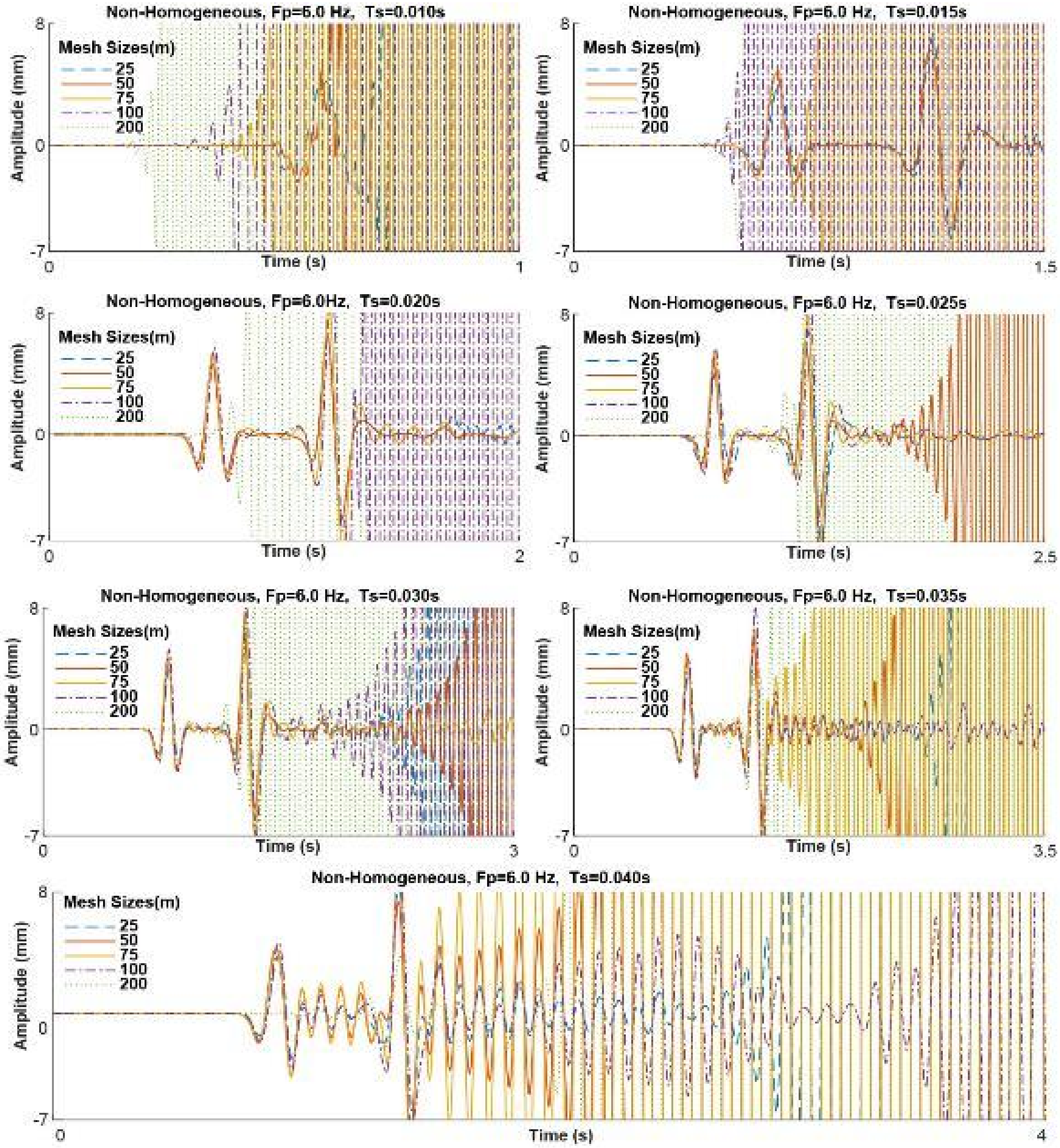


د- پاسخ‌های حوزه زمان برای نقطه مرکزی مدل شبه همگن اجزای مرزی به ازای گام‌های زمانی مختلف برای سرعت موج برشی ۱۶۰۰ متر بر ثانیه، هر یک از نمودارها پاسخ‌ها را برای کلیه ابعاد المان مورد بررسی نشان می‌دهد. محور افقی زمان و محور قائم دامنه امواج دریافتی برای فرکانس غالب موج مهاجم ۶/۰ هرتز را نشان می‌دهد.

۲- پاسخ‌های حوزه زمان برای مدل ناهمگن اجزای مرزی

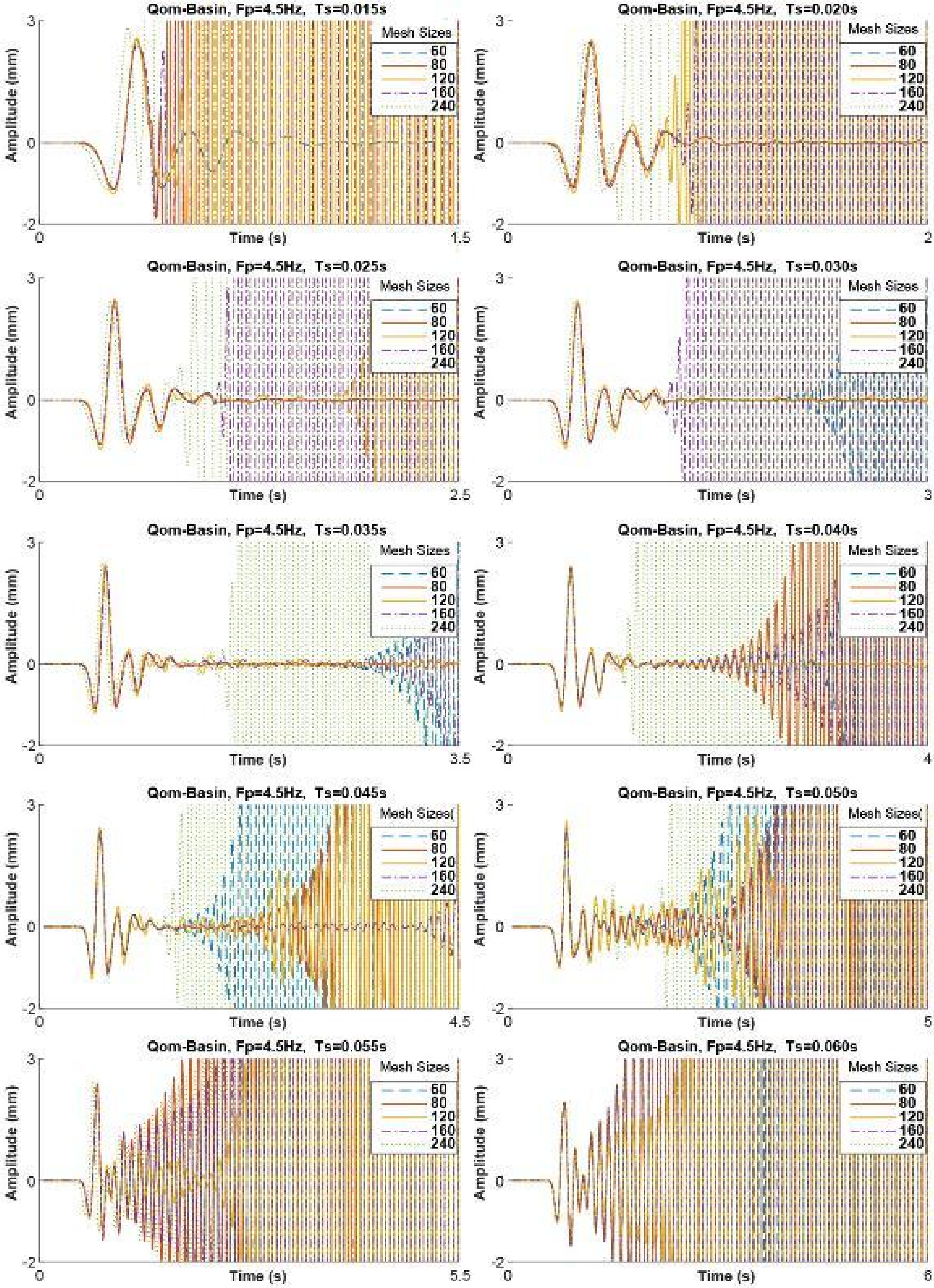


الف- پاسخ‌های حوزه زمان برای نقطه مرکزی مدل ناهمگن اجزای مرزی به ازای گام‌های زمانی مختلف، هر یک از نمودارها پاسخ‌ها را برای کلیه ابعاد المان مورد بررسی نشان می‌دهد. محور افقی زمان و محور قائم دامنه امواج دریافتی برای فرکانس غالب موج مهاجم ۴/۵ هرتز را نشان می‌دهد.



ب- پاسخ‌های حوزه زمان برای نقطه مرکزی مدل ناهمگن اجزای مرزی به ازای گام‌های زمانی مختلف، هر یک از نمودارها پاسخ‌ها را برای کلیه ابعاد المان مورد بررسی نشان می‌دهد. محور افقی زمان و محور قائم دامنه امواج دریافتی برای فرکانس غالب موج مهاجم ۶/۰ هرتز را نشان می‌دهد.

۳- پاسخ‌های حوزه زمان برای مدل واقعی حوضه رسوبی قم.



الف) پاسخ‌های حوزه زمان برای نقطه مرکزی مدل واقعی حوضه رسوبی قم به ازای گام‌های زمانی مختلف، هر یک از نمودارها پاسخ‌ها را برای کلیه مش‌سایزهای مورد بررسی نشان می‌دهد. محور افقی زمان و محور قائم دامنه امواج دریافتی برای فرکانس غالب موج مهاجم ۴/۵ هرتز را نشان می‌دهد.