

## طراحی قانون هدایت مشارکتی بهینه در مواجهه با اهداف با قابلیت مانورپذیری بالا

حسین نوری<sup>۱</sup> و سعید نصراللهی<sup>۲\*</sup>

۱- دانشکده مهندسی برق (کنترل)، دانشگاه صنعتی امیرکبیر تهران

۲- دانشگاه صنعتی مالک اشتر، مجتمع دانشگاهی برق و کامپیوتر، ایران

(دریافت مقاله: ۱۴۰۰/۱/۲۴ - دریافت نسخه نهایی: ۱۴۰۰/۱/۰۸)

**چکیده-** این پژوهش به مسأله‌ای می‌پردازد که در آن دو دنبال‌کننده یک هدف با مانورپذیری بالاتر را دنبال می‌کنند. هدف مقاله ارائه یک قانون هدایت مشارکتی است که با استفاده از آن علی‌رغم کمتر بودن مانورپذیری دنبال‌کننده‌ها نسبت به هدف، خطای حالت نهایی حداقل یکی از دنبال‌کننده‌ها از یک حد آستانه کمتر باشد. در این راستا یک راهبرد مبتنی بر تفکیک بهینه نقش دنبال‌کننده‌ها ارائه می‌شود. مطابق این راهبرد نقش دنبال‌کننده‌ها به دو بخش (۱) دنبال کردن هدف و (۲) پوشش فضای گریز هدف تقسیم می‌شود و در هر لحظه دنبال‌کننده نزدیک‌تر به هدف سهم بیشتری در دنبال کردن هدف و دنبال‌کننده دورتر سهم بیشتری در پوشش فضای گریز هدف بر عهده دارد. در ادامه این راهبرد به صورت یک مسأله کنترل غیرخطی بهینه مقید فرموله می‌شود؛ حل این مسئله، قانون هدایت مطلوب برای برآورده نمودن این راهبرد را نتیجه می‌دهد. جهت حل این مسئله هدایت غیرخطی بهینه مقید از روش کنارهم‌گذاری مستقیم همراه با برنامه‌ریزی غیرخطی که یک رویکرد بهینه‌سازی عددی است، استفاده می‌شود. در این مقاله فرض شده است که ۱- دنبال‌کننده‌ها و هدف هر سه با سرعت ثابت حرکت می‌کنند و ۲- دنبال‌کننده‌ها دارای ناحیه تخریب هستند، به این مفهوم که قرار گرفتن هدف در ناحیه‌ای اطراف دنبال‌کننده سبب منهدم شدن آن می‌شود. کارایی این قانون هدایت مشارکتی برای سناریوهای مختلف با استفاده از نتایج شبیه‌سازی متعدد اعتبارسنجی شده است.

**واژه‌های کلیدی:** هدایت فاز نهایی مشارکتی، هدف با قابلیت مانورپذیری بالا، تفکیک بهینه نقش‌ها، کنترل بهینه مقید، نرخ چرخش خط دید، روش کنارهم‌گذاری مستقیم همراه با برنامه‌ریزی غیرخطی.

## Design of an Optimal Cooperative Guidance Law Confronting Evaders with High Maneuver

H. Nouri<sup>1</sup> and S. Nasrollahi<sup>2\*</sup>

1- Electrical Engineering Department, Amirkabir University of Technology

2- Faculty of Electrical and Computer Engineering, Malek-Ashtar University of Technology, Tehran, Iran.

**Abstract:** The problem of cooperative guidance of two pursuers against an evader equipped with higher maneuverability is investigated. The goal is that the distance between the evader and at least one of the pursuers becomes less than a predetermined threshold at the end of the flight time. To achieve this goal, firstly, the roles of pursuers are divided into two units, which include

\*: مسئول مکاتبات، پست الکترونیکی: Nasrollahi@mut.ac.ir

1) pursuing the evader 2) Observing the evader's scape space. Secondly, a novel cooperative guidance law based on the optimal separation of roles of the pursuers is proposed and formulated into a constrained nonlinear optimal control problem. Thirdly, the problem is solved using the Direct Collocation with Nonlinear Programming (DCNLP) method which is an optimization approach. Finally, several numerical simulations are presented to verify the effectiveness of the proposed cooperative guidance law.

**Keywords:** Terminal Phase Cooperative Guidance, Highly Maneuverable Evader, Optimal Separation of Roles, Constrained Optimal Control, Line of Sight Rate, Direct Collocation with Nonlinear Programming .

## فهرست علائم

$V_E$	اندازه بردار سرعت هدف (۱) $\left(\frac{m}{s}\right)$	$A$	حد بالای شتاب دنبال کننده‌ها (۲) $\left(\frac{m}{s^2}\right)$
$V_i$	اندازه بردار سرعت دنبال کننده $i$ (۱) $\left(\frac{m}{s}\right)$	$A_E$	حد بالای شتاب هدف (۱) $\left(\frac{m}{s^2}\right)$
$V_{Ri}$	مولفه سرعت دنبال کننده $i$ در راستای بُرد (۱) $\left(\frac{m}{s}\right)$	$a_E$	شتاب متعامد هدف (۱) $\left(\frac{m}{s^2}\right)$
$V_{\lambda i}$	مولفه سرعت دنبال کننده $i$ در راستای عمود بر بُرد (۱) $\left(\frac{m}{s}\right)$	$a_i$	شتاب متعامد دنبال کننده $i$ (۱) $\left(\frac{m}{s^2}\right)$
	یونانی	$E$	هدف
$\gamma_E$	زاویه مسیر پرواز هدف (۱) (rad)	$P_i$	دنبال کننده $i$
$\gamma_i$	زاویه مسیر پرواز دنبال کننده $i$ (۱) (rad)	$R_i$	بُرد دنبال کننده $i$ (فاصله دنبال کننده $i$ تا هدف) (۱) (m)
$\lambda_i$	زاویه خط دید دنبال کننده $i$ (۱) (rad)	$t_f$	زمان نهایی (۳) (sec)
$\rho_d$	شعاع ناحیه تخریب (۳) (m)	$t_{go}$	زمان باقیمانده (sec)

## ۱- مقدمه

جانبی بعنوان فرمان هدایت در نظر گرفته می‌شود. در بسیاری از مسائل هدایت فاز نهایی، بدلیل سادگی پیاده‌سازی و عملکرد خوب برای اهداف با مانور کم از قانون هدایت تناسبی  $^2$ PNG و توسعه‌یافته‌های آن چون  $^3$ TPN،  $^4$ PPN،  $^5$ APN استفاده شده است [۲-۵]. همچنین، رویکردهای کنترلی مختلفی از جمله کنترل مقاوم، کنترل غیرخطی بازگشت به عقب، کنترل مد لغزشی، کنترل بهینه و کنترل پیش‌بین برای توسعه قوانین هدایت بکار رفته است [۳ و ۶-۹]. تردیدی نیست که این تلاش‌ها با موفقیت‌های بسیاری همراه بوده‌اند، اما بروز و ظهور دو چالش ذیل در سال‌های اخیر کارایی روش‌های اشاره شده را کاهش داده‌اند: ۱- پیشرفت تکنولوژی در سال‌های اخیر در توسعه سامانه دفاعی چون  $^6$ CIWS سبب شده‌است که مقاومت هدف‌ها یا مکانیزم‌های دفاعی آن‌ها در برابر دنبال کننده بالاتر رود [۱۰-۱۲]، به عبارت دیگر قدرت تخریب دنبال کننده‌ها

برای رساندن یک وسیله به یک نقطه مشخص باید مسیر حرکت آن کنترل شود. هدایت یک وسیله به معنای تولید فرامین لازم جهت کنترل مسیر آن است. وظیفه سیستم هدایت، تعیین یا اندازه‌گیری موقعیت و گاهی سرعت نهایی، که وسیله باید به آن برسد، و تصمیم‌گیری در مورد اقداماتی است که باید به این منظور انجام شود. به مجموعه سخت افزارها و نرم‌افزارهایی که از آنها برای تولید فرامین هدایت استفاده می‌شود، سیستم هدایت گفته می‌شود. الگوریتم یا قانون هدایت بخشی از یک سیستم هدایت است که وظیفه تولید فرامین بر اساس خروجی‌های لحظه‌ای موجود از حسگرهای هدایت را بر عهده دارد [۱]. هدایت یک دنبال کننده<sup>۱</sup> معمولاً به سه فاز اولیه، میانی و نهایی تقسیم بندی می‌شود. در فاز نهایی دو مسئله دقت و سرعت پاسخ بسیار اهمیت دارد. در یک رهگیر تاکتیکی، شتاب

در پاسخ به این ضعف‌ها هدایت سالو تعاملی-ارتباطی<sup>۱۴</sup> پیشرفت داده شده‌است. در این دسته زمان رسیدن به هدف از پیش مشخص نیست و دنبال‌کننده‌ها باید در طول پرواز با استفاده از اشتراک اطلاعات بر زمان رسیدن به اجماع برسند. در مرجع [۱۱]، ITCG طراحی شده در مرجع [۱۶] به حالت تعاملی-ارتباطی متمرکز<sup>۱۵</sup> توسعه یافته‌است. در مرجع [۲۱]، قید محدودیت زاویه رسیدن در حالت تعاملی-ارتباطی مدنظر قرار گرفته‌است. در مرجع [۲۲]، ITCG طراحی شده در مرجع [۱۶] به حالت تعاملی-ارتباطی توزیع شده<sup>۱۶</sup> توسعه یافته‌است. در مرجع [۱۲] با در نظر گرفتن خرابی در برخی لینک‌های ارتباطی، یک قانون هدایت تعاملی-ارتباطی توزیع شده زمان محدود<sup>۱۷</sup> ارائه شده‌است. در مرجع [۲۳] قانون هدایتی مبتنی بر تخمین زمان باقیمانده ارائه شده به نحوی که این قانون هدایت برای هر دو فرض توپولوژی ارتباطی ثابت با زمان<sup>۱۸</sup> و متغیر با زمان<sup>۱۹</sup> کاربرد دارد. در مرجع [۲۴] با استفاده از تئوری کنترل مدل پیش‌بین<sup>۲۰</sup> (MPC) قانون هدایتی جهت هدایت سالو تعاملی-ارتباطی ارائه شده که برای پیاده‌سازی نیازی به تخمین زمان باقیمانده ندارد. همچنین، مسئله اجماع بر زمان رسیدن به هدف به مسئله اجماع بر فاصله دنبال‌کننده‌ها تا هدف و نرخ تغییرات این فاصله بدل شده‌است. تمام پژوهش‌های مرور شده تاکنون هدایت سالو را در فضای دو بُعدی مورد بررسی قرار داده‌اند. در مرجع [۲۵] فضای سه بُعدی در نظر گرفته شده است. به عنوان یک توسعه بر مرجع [۲۵]، در مرجع [۲۶] تاخیر لینک‌های ارتباطی نیز در نظر گرفته شده است. در مراجع [۱۰]، [۱۵ و ۲۷]، مسئله تحت قید زاویه رسیدن مورد بررسی و تحقیق قرار داده شده‌است. در مرجع [۲۸] با فرض ثابت بودن اندازه سرعت دنبال‌کننده‌ها و هدف و اینکه دنبال‌کننده‌ها و هدف فقط در راستای عمود بر خط دید مانور دارند و با فرض ناشناخته و محدود بودن مانور هدف، یک قانون هدایت مبتنی بر تئوری کنترل بهینه ارائه شده‌است. در مرجع [۲۹] سناریویی در نظر گرفته شده‌است که دنبال‌کننده‌ها باید به صورت متوالی (و نه به طور همزمان)، با زوایای مطلوب و با صرف کمترین انرژی به هدف برسند. با استفاده از فرم خطی دینامیک نسبی برخورد،

کاهش یافته‌است؛ ۲- در پی پیشرفت قابل ملاحظه در ایجاد وسایل پرنده با سرعت و قدرت مانورپذیری بالا، یکی از چالش‌هایی که طراحان سیستم‌های هدایت با آن رو به رو هستند دنبال‌کردن چنین هدف‌هایی است [۱۳-۱۵]. در پاسخ به این چالش‌ها، در سال‌های اخیر قوانین هدایت مشارکتی<sup>۷</sup> مورد توجه پژوهش‌گران قرار گرفته است. در این دسته از روش‌ها برخلاف روش‌هایی که قبل از این ذکر شد، چند دنبال‌کننده یک هدف را دنبال می‌کنند و سعی دارند با همکاری یکدیگر چالش‌های اشاره شده را برطرف کنند. غالب پژوهش‌های هدایت مشارکتی را می‌توان در چارچوب دو سناریوی هدایت مشارکتی سالو<sup>۸</sup> و هدایت مشارکتی پوششی<sup>۹</sup> دسته‌بندی کرد.

در هدایت سالو مطلوب آن است که دنبال‌کننده‌ها به صورت همزمان به هدف برسند. هدایت سالو می‌تواند به دو دسته تقسیم شود. در دسته موسوم به هدایت سالو غیر تعاملی-غیرارتباطی<sup>۱۰</sup>، زمان رسیدن به هدف از پیش مشخص است؛ لذا دنبال‌کننده‌ها با یکدیگر تبادل اطلاعات ندارند و کاملاً مستقل از هم عمل می‌کنند. در مرجع [۱۶] قانون هدایت کنترل زمان برخورد<sup>۱۱</sup> (ITCG) را ارائه شده‌است. ITCG مبتنی بر PNG می‌باشد و پیاده‌سازی این قانون وابسته به تخمین زمان باقیمانده<sup>۱۲</sup>  $t_{go}$  است. به این دلیل که تخمین ارئه شده در مرجع [۱۶] چندان دقیق نیست، در مرجع [۱۷] جهت پیاده‌سازی ITCG یک حل تحلیلی برای زمان باقیمانده توسعه داده شده‌است. در مراجع [۱۸ و ۱۹] برخی قیده‌های عملیاتی مانند زاویه برخورد محدود نیز در نظر گرفته شده است و ITCG متناسب با مسئله خود بروزرسانی شده‌است. همچنین، در مرجع [۲۰] یک فرم چندجمله‌ای برای زاویه دید<sup>۱۳</sup> ارائه شده است و نیاز به تخمین زمان باقیمانده با این روش برطرف شده است. تعیین زمان رسیدن قبل از پرتاب رهگیرها در حمله سالو غیر تعاملی-غیر ارتباطی، مسئله‌ای چالش برانگیز است. به این دلیل که تعیین مقدار بزرگ برای زمان رسیدن، می‌تواند سبب هدر رفتن انرژی شود و زمان زیادی را جهت فرار هدف ایجاد کند. همچنین تعیین مقدار کوچک زمان برخورد می‌تواند سبب افزایش خطای نهایی شود.

این سناریو به صورت یک مسئله کنترل بهینه فرموله شده و سپس فرمان هدایت به صورت تحلیلی استخراج شده است. در مرجع [۳۰] بیان شده حمله مشارکتی در عمل با محدودیت‌های منابع مانند محدودیت در پهنای باند تبادل اطلاعات، محدودیت توان محاسباتی و محدودیت در انرژی رو به رو است در نتیجه تبادل اطلاعات هنگامی که تغییر خاصی در متغیر مورد مبادله رخ نداده است، به صرفه نیست و باید از آن جلوگیری کرد. در این راستا آن‌ها یک الگوریتم حمله مشارکتی رخداد پایه را ارائه نموده‌اند. نویسندگان در مرجع [۳۱] ذکر کرده‌اند که غالب پژوهش‌های موجود از دو مشکل رنج می‌برند (۱) وجود تکینگی عددی در مانور دنبال‌کننده‌ها زمانی که فاصله بین دنبال‌کننده‌ها و هدف به صفر میل می‌کند و همچنین زمانی که زاویه بردار سرعت به صفر میل می‌کند؛ (۲) مانور دنبال‌کننده‌ها وابسته به تخمین دقیقی از زمان باقیمانده است. نویسندگان با استفاده از روش خطی‌سازی فیدبک سینماتیک برخورد را به یک انتگرال-گیر مرتبه دو تبدیل نموده‌اند. طراحی قانون هدایت مشارکتی مبتنی بر سینماتیک جدید توانسته است بر مشکلات غلبه کند. در تمام این پژوهش‌ها قدرت مانور هدف کمتر از قدرت مانور دنبال‌کننده‌ها در نظر گرفته شده است.

سناریوی هدایت مشارکتی پوششی در پاسخ به دنبال کردن هدف با مانورپذیری یا سرعت بالا توسعه داده شده است. در این سناریو ابتدا مجموعه دستیابی<sup>۲۱</sup> هدف محاسبه می‌شود. سپس این مجموعه به قسمت‌های مختلف تقسیم می‌شود و با استفاده از اطلاعات سرعت و شتاب هدف احتمال حضور آن در هر یک از قسمت‌های مذکور بدست می‌آید. در نهایت به هر یک از قسمت‌های گفته شده متناسب با احتمال وجود هدف در هر یک و مانورپذیری یا سرعت دنبال‌کننده‌ها، یک یا چند دنبال‌کننده تخصیص داده می‌شود. در مرجع [۳۲]، بیشینه کردن احتمال پوشش موقعیت هدف، مطلوب هدایت مشارکتی پوششی است. در این پژوهش موقعیت هدف در دستگاه اینرسی با استفاده از یک فرآیند اتفاقی با تابع توزیع مشخص مدل شده است. همچنین فرض شده است که زمان نهایی پرواز و تابع توزیع موقعیت هدف برای دنبال‌کننده‌ها از پیش مشخص است. در

اختیار داشتن این اطلاعات سبب می‌شود هر دنبال‌کننده بتواند پیش‌بینی کند که هدف در نهایت در چه محدوده‌ای از صفحه قرار خواهد داشت. مرجع [۳۳] مسئله پوشش فضای گریز و دنبال کردن هدف را برای حالتی مدنظر قرار داده است که سرعت هدف از دنبال‌کننده‌ها بیشتر می‌باشد، و در این راستا یک قانون هدایت مشارکتی ارائه می‌دهد که دنبال‌کننده‌ها با بهره‌گیری از آن بتوانند هدف را حلقه کنند. نویسندگان در مرجع [۳۴] مانور هدف را نادانسته فرض نموده‌اند، اما از حد بالای آن به عنوان اطلاعات دانسته شده بهره برده‌اند. آن‌ها سعی کرده‌اند به نحوی قانون هدایت هر دنبال‌کننده را تعیین کنند که اجتماع فضای دستیابی آن‌ها، بیشترین حد ممکن از فضای دستیابی هدف را پوشش دهد. در این پژوهش سینماتیک برخورد دنبال‌کننده‌ها و هدف خطی‌سازی شده است. اما نویسندگان در مرجع [۳۵] دو پژوهش قبل را توسعه داده‌اند و مسئله را در فضای سه بُعدی مورد بررسی و حل قرار داده‌اند. در این پژوهش نیز سینماتیک برخورد دنبال‌کننده‌ها و هدف خطی‌سازی شده است.

در مقاله حاضر دنبال‌کردن مشارکتی یک هدف با قدرت مانورپذیری بالا با رویکرد کاهش خطای نهایی مدنظر است. سناریویی در نظر گرفته می‌شود که دو دنبال‌کننده یک هدف با قدرت مانور بالا را در فاز نهایی دنبال می‌کنند و یک قانون هدایت مشارکتی توسعه داده می‌شود که خطای حالت نهایی حداقل یکی از دنبال‌کننده‌ها از یک حد آستانه کمتر باشد؛ به عبارت بهتر حداقل یکی از دنبال‌کننده‌ها به هدف برسد. در این راستا یک استراتژی مبتنی بر تفکیک بهینه نقش دنبال‌کننده‌ها به (۱) دنبال کردن هدف (۲) پوشش فضای گریز هدف، ارائه می‌شود و به صورت یک مسئله کنترل غیرخطی بهینه مقید فرموله می‌شود؛ سپس با حل این مسئله قانون هدایت مشارکتی مطلوب بدست آمده است. فرض‌های در نظر گرفته شده این مقاله به این شرح است: ۱- دنبال‌کننده‌ها و هدف هر سه با سرعت ثابت حرکت می‌کنند. ۲- دنبال‌کننده‌ها دارای ناحیه تخریب هستند، به این مفهوم که قرار گرفتن هدف در ناحیه‌ای اطراف دنبال‌کننده سبب منهدم شدن آن می‌شود. در مقایسه پژوهش حاضر و مرجع [۳۲] لازم به ذکر است که در

$$\begin{aligned}\dot{R}_i &= V_{R_i} \\ \dot{\lambda}_i &= \frac{V_{\lambda_i}}{R_i} \\ \dot{\gamma}_i &= \frac{a_i}{V_i} \\ \dot{\gamma}_E &= \frac{a_E}{V_E}\end{aligned}\quad (1)$$

$$\begin{aligned}V_{R_i} &= -V_i \cos(\lambda_i - \gamma_i) - V_E \cos(\lambda_i + \gamma_E) \\ V_{\lambda_i} &= V_i \sin(\lambda_i - \gamma_i) + V_E \sin(\lambda_i + \gamma_E)\end{aligned}$$

با توجه به رابطه (۱)،  $R_i$ ،  $R_v$ ،  $\lambda_i$ ،  $\lambda_v$ ،  $\gamma_i$ ،  $\gamma_v$  و  $\gamma_E$  متغیرهای حالت فضای حالت مسئله هدایت مشارکتی<sup>۲۶</sup> هستند. همچنین فرض می‌شود که حد بالای مانور دنبال‌کننده‌ها از حد بالای مانور هدف کمتر است.

$$|a_i| \leq A \quad A < A_E \quad i=1,2 \quad (2)$$

هدف آن است که تحت دینامیک فضای حالت مسئله هدایت مشارکتی در رابطه (۱) و قید ذکر شده در رابطه (۲)،  $a_i$  و  $a_v$  به نحوی طراحی شوند که هدف در نهایت در ناحیه تخریب حداقل یکی از دو دنبال‌کننده قرار بگیرد. به عبارتی رابطه زیر برقرار باشد.

$$R_i(t_f) \text{ or } R_v(t_f) \leq \rho_d \quad (3)$$

در بخش بعدی ابتدا به بیان تفصیلی استراتژی هدایت دو دنبال‌کننده به سمت یک هدف پرداخته می‌شود، سپس استراتژی مذکور به صورت یک مسئله کنترل بهینه فرمول‌بندی می‌شود.

### ۳- راهبرد

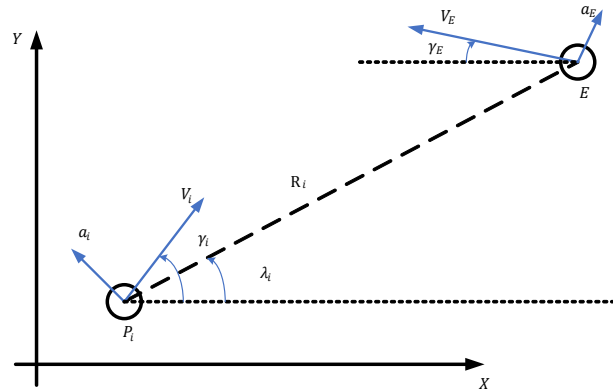
از قبل فرض شده‌است که دنبال‌کننده‌ها دارای ناحیه تخریب هستند، لذا شرط لازم و کافی جهت موفقیت استراتژی هدایت مشارکتی آن است که هدف در ناحیه تخریب حداقل یکی از دنبال‌کننده‌ها قرار بگیرد؛ دو حالت زیر در نظر گرفته شده‌است. ۱- حالتی که قابلیت مانور هدف به صورت قابل ملاحظه‌ای با قابلیت مانور دنبال‌کننده‌ها تفاوت ندارد. در این صورت هرچه دنبال‌کننده‌ها سعی کنند خود را به هدف نزدیک‌تر کنند، محدوده بزرگ‌تری از فضای دستیابی هدف در اجتماع ناحیه تخریب دنبال‌کننده‌ها قرار می‌گیرد و احتمال موفقیت هدایت

این مقاله زمان نهایی پرواز از قبل مشخص نیست و در نتیجه دنبال‌کننده‌ها از مکان نهایی هدف مطلع نیستند. در مقایسه مقاله حاضر و مرجع [۳۳]، لازم به ذکر است که در این مقاله و مرجع [۳۳] گرچه راهبرد مشابهی را مدنظر دارند، اما راهبرد خود را برای حل چالش‌های متفاوتی بکار می‌برند. به عبارت دیگر در این مقاله فرض بر این است که مانورپذیری (شتاب) هدف از دنبال‌کننده‌ها بیشتر است در حالی که در مرجع [۳۳] این گزاره برای سرعت‌ها مدنظر است. در مقایسه مقاله حاضر و مراجع [۳۴ و ۳۵] لازم به ذکر است که در این مقاله سینماتیک برخورد خطی‌سازی نشده و به همان فرم غیرخطی اصلی خود مدنظر است. مزیت مراجع [۳۲-۳۵] بر پژوهش حاضر آن است که این مراجع مسئله پوشش و دنبال‌کردن را در حضور تعداد دلخواهی دنبال‌کننده مدنظر دارند، در حالی که مقاله حاضر مسئله پوشش و دنبال‌کردن هدف با حضور دو دنبال‌کننده بررسی می‌کند. همچنین فرض سه بعدی بودن فضای حرکت در مرجع [۳۵] مزیت این پژوهش بر مقاله حاضر است.

در بخش دوم این مقاله صورت مسئله و ریاضیات آن بیان شده‌است. طراحی قانون هدایت مشارکتی در بخش سوم آورده شده‌است. در بخش چهارم نتایج شبیه‌سازی برای سناریوهای مختلف بیان شده‌است. نتیجه‌گیری مقاله نیز در انتها آورده شده‌است.

### ۲- بیان مسئله

سینماتیک دنبال‌کننده‌ها و هدف در یک دستگاه اینرسی دوبعدی در نظر گرفته شده‌است (شکل ۱). سرعت، شتاب متعامد<sup>۲۲</sup> و زاویه مسیر پرواز<sup>۲۳</sup> به ترتیب با نمادهای  $V$ ،  $a$  و  $\gamma$  مشخص شده‌اند. پارامترهای با زیروند  $E$  به هدف برمی‌گردد و پارامترهای با زیروند  $i=1,2$  به دنبال‌کننده‌ها اشاره دارند. برد<sup>۲۴</sup> (فاصله بین دنبال‌کننده و هدف) بین دنبال‌کننده  $i$  و هدف با  $R_i$  و زاویه خط دید<sup>۲۵</sup> (LOS) بین دنبال‌کننده  $i$  و هدف با محور افقی با نماد  $\lambda_i$  نشان داده می‌شود.  $A_E$  حد بالای مانور هدف است. در این صورت سینماتیک حرکت نسبی مطابق شکل ۱ می‌باشد و روابط آن به صورت زیر است [۲۹]:



شکل ۱- سینماتیک دو بعدی هدف و دنبال کننده‌ها

فضای گریز را پوشش می‌دهد، به دلیل قدرت مانور بالای هدف در لحظه  $t_1 > t_2$  نقش دو دنبال کننده با یکدیگر عوض شود. ۲- در نهایت، هدف باید در ناحیه تخریب حداقل یک دنبال کننده قرار بگیرد، این دنبال کننده همان است که در لحظه نهایی کمترین فاصله را از هدف خواهد داشت.

#### ۴- تابع هزینه هدایت مشارکتی

مسئله کنترل بهینه ذیل جهت برآورده کردن راهبرد بیان شده در بخش قبل و محاسبه فرمان هدایت مشارکتی پیشنهاد شده است.

$$\begin{aligned} & \min_{a_i(t), a_e(t)} J \\ & J = \omega_d \left| \min(R_1(t_f), R_2(t_f)) - \rho_d \right| + \\ & \quad \omega_c \left| \max(R_1(t_f), R_2(t_f)) - \rho_c \right| \\ & \int_{t_0}^{t_f} R_1^-(t) \tanh(R_1^-(t)) + R_2^-(t) \tanh(R_2^-(t)) dt \\ & \text{s.t.} \\ & |a_i| \leq A \quad |a_E| \leq A_E \quad A \leq A_E \quad i = 1, 2 \end{aligned} \quad (4)$$

Equation (۱)

$t_f$  is free

$$\rho_d < \rho_c$$

عبارت زیر انتگرال منعکس کننده مورد ۱ در استراتژی هدایت مشارکتی است. یک مسئله کنترل بهینه مربعی به صورت:

$$\min J = \int_{t_0}^{t_f} a_x x_1^2 + a_x x_2^2 dt$$

مشارکتی بالاتر می‌رود. ۲- حالتی که قابلیت مانور هدف به صورت قابل ملاحظه‌ای بیشتر از قابلیت مانور دنبال کننده‌ها باشد. در این صورت هدف می‌تواند در حالتی که دنبال کننده‌ها را بسیار نزدیک به خود می‌بیند، با علم به خالی بودن فضای اطراف از حضور دنبال کننده، با تغییر جهت ناگهانی یا به عبارت دیگر قابلیت مانور بسیار بالاتر خود از دو دنبال کننده بگریزد. توجه شود در این حالت اگر در فضای اطراف دنبال کننده دیگری وجود داشت، احتمال موفقیت آمیز بودن گریز هدف به واسطه حضور دنبال کننده مذکور و پوشش قسمتی از فضای گریز کاهش می‌یافت. در نتیجه راهبرد نزدیکی حداکثری (مورد ۱) نمی‌تواند همواره مطلوب باشد و باید یکی از دو دنبال کننده بیشتر از آنکه به سمت هدف حرکت کند، فضایی که هدف می‌تواند با بهره گرفتن از قدرت مانور بالای خود از آن برای گریز استفاده کند را پوشش دهد. لذا راهبرد مصالحه‌ای از دو رویکرد «نزدیکی حداکثری به هدف» و «پوشش فضای گریز هدف» و در نظر قرار دادن این قید است که «هدف در نهایت در ناحیه تخریب حداقل یکی از دو دنبال کننده قرار بگیرد». با این توضیحات راهبرد هدایت مشارکتی را می‌توان به این صورت بیان کرد. ۱- هر دو دنبال کننده همزمان هم سعی دارند خود را به هدف نزدیک کنند و هم فضای گریز هدف را پوشش دهند؛ دنبال کننده نزدیک‌تر به هدف بیشتر سعی دارد فاصله خود را کمتر کند و دنبال کننده دورتر بیشتر سعی دارد فضا را پوشش دهد. ممکن است در حالی که دنبال کننده شماره ۱ در لحظه  $t_1$  کمترین فاصله را از هدف دارد و دنبال کننده شماره ۲ بیشتر

طی لحظاتی  $R_r$  نسبت به  $R_l$  کوچکتر شود و این بار دنبال کننده ۲ بیشتر نقش دنبال کردن هدف و دنبال کننده ۱ بیشتر نقش پوشش فضا را داشته باشد.

جمله  $|\min(R_l(t_f), R_r(t_f)) - \rho_d|$  برای لحظه نهایی مسئله یک پناستی قائل شده است. این جمله از دو قسمت تشکیل شده است. قسمت  $\min(R_l(t_f), R_r(t_f))$  در واقع از بین دنبال کننده ۱ و ۲، آن دنبال کننده‌ای که فاصله کمتر از هدف در لحظه نهایی را دارد (و در نتیجه دنبال کننده‌ای است که در نهایت هدف را باید منهدم کند)، انتخاب می‌کند. قسمت  $\rho_d$  ناحیه تخریب مدنظر است. در نتیجه جمله  $|\min(R_l(t_f), R_r(t_f)) - \rho_d|$  سعی می‌کند فاصله دنبال کننده شرح داده شده را تا هدف در لحظه نهایی در حدود  $\rho_d$  قرار دهد، و در نتیجه انهدام هدف را ممکن کند. همچنین جمله  $|\max(R_l(t_f), R_r(t_f)) - \rho_c|$  برای لحظه نهایی پناستی دیگری قائل شده است. این جمله از دو قسمت تشکیل شده است. قسمت  $\max(R_l(t_f), R_r(t_f))$  در واقع از بین دنبال کننده ۱ و ۲، آن دنبال کننده‌ای که فاصله بیشتر از هدف را در لحظه نهایی دارد (و در نتیجه دنبال کننده‌ای است که در نهایت وظیفه پوشش فضای گریز را بر عهده دارد)، انتخاب می‌کند. قسمت  $\rho_c$  ناحیه مطلوب پوشش است. در نتیجه جمله  $|\max(R_l(t_f), R_r(t_f)) - \rho_c|$  سعی می‌کند فاصله دنبال کننده شرح داده شده را تا هدف در لحظه نهایی در حدود  $\rho_c$  قرار دهد، و در نتیجه پوشش فضا را ممکن کند. همچنین  $\omega_l < 0$  و  $\omega_r < 0$  میزان اهمیت انهدام هدف و پوشش فضا را برای تابع هزینه مشخص می‌کنند. انتخاب مناسب این ضرایب سبب حاصل شدن عملکرد مناسب از جانب قانون هدایت می‌شود.

## ۵- الگوریتم بهینه‌سازی کنار هم گذاری مستقیم

### همراه با برنامه‌ریزی غیرخطی

در سال‌های اخیر به دلیل پیچیدگی رو به رشد مسائل کنترل بهینه‌ای که در کاربردهای مهندسی و غیر مهندسی ظهور پیدا

$x_1$  و  $x_2$  متغیرهای بهینه‌سازی و  $a_1, a_2 > 0$  ثابت با زمان و ضرایب متغیرهای بهینه‌سازی هستند. این ضرایب در واقع اهمیت متغیرهای  $x_1$  و  $x_2$  را برای مسئله بهینه‌سازی مشخص می‌کنند. فرض شود  $a_1 > a_2 > 0$  باشد، در این صورت بزرگتر شدن متغیر  $x_1$  با ضریب بزرگتری نسبت به متغیر  $x_2$  به تابع هزینه وارد می‌شود. به عبارت دیگر بزرگتر شدن  $x_1$  نسبت به  $x_2$  مقدار تابع هزینه را بیشتر افزایش می‌دهد، یا به بیان دیگر افزایش  $x_1$  جریمه بیشتری برای تابع هزینه دارد. در نتیجه برای جلوگیری از این اتفاق منطقی است که در فرآیند کمینه کردن تابع هزینه تمرکز بیشتر بر کاهش  $x_2$  باشد. در مسائل کنترل بهینه بسیار متداول است که متغیرهایی که کاهش آنها درجه اهمیت بیشتری نسبت به سایر متغیرها برای طراح دارند، با ضریب بزرگتری در تابع هزینه وارد شوند.

در این مقاله سعی شده است با الهام گرفتن از این راهبرد و توسعه آن، راهبرد مدنظر نویسندگان در قالب تابع هزینه (۴) پیاده‌سازی شود. به این صورت که  $\tanh(R_l^{-1}(t))$  و  $\tanh(R_r^{-1}(t))$  در نقش  $a_1$  و  $a_2$  هستند، با این تفاوت که مقدار آنها وابسته به مقادیر  $R_l$  و  $R_r$  است، در نتیجه متغیر با زمان هستند. فرض شود دنبال کننده ۱ نسبت به دنبال کننده ۲ به هدف نزدیک‌تر باشد، آنگاه  $R_l$  نسبت به  $R_r$  کوچکتر است، در نتیجه  $R_l^{-1}$  نسبت به  $R_r^{-1}$  بزرگتر است، و از آنجایی که  $\tanh$  یک تابع اکیدا صعودی است،  $\tanh(R_l^{-1}(t))$  نسبت به  $\tanh(R_r^{-1}(t))$  بزرگتر است. به بیان دیگر،  $R_l^{-1}$  نسبت به  $R_r^{-1}$  با ضریب بزرگتری در تابع هزینه (۴) وارد می‌شود. با این توضیحات تا زمانی که دنبال کننده ۱ نسبت به دنبال کننده ۲ به هدف نزدیک‌تر باشد، تابع هزینه به نسبت سعی بیشتری برای کاهش  $R_l$  دارد. در نتیجه دنبال کننده ۱ بیشتر وظیفه دنبال کردن هدف را دارد، درحالی که دنبال کننده ۲ در فاصله دورتری از هدف در حال حرکت است و به نسبت دنبال کننده ۱ بیشتر فضا را پوشش داده است. حال اگر هدف مانور ناگهانی داشته باشد، ممکن است پس از

s.t.

$$C_{\min} \leq C(x(t), u(t), t) \leq C_{\max} \quad \text{ادامه}$$

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t), t) \quad (5)$$

 $t_f$  is free

از مطابقت دادن رابطه (5) با صورت مسئله (3) نتیجه می شود،

$$\Phi(x(t_s), t_s, x(t_f), t_f) =$$

$$\omega_l \left| \min(R_l(t_f), R_r(t_f)) - \rho_d \right| +$$

$$\omega_r \left| \max(R_l(t_f), R_r(t_f)) - \rho_c \right|$$

$$\Psi = R_l^+ \tanh(R_l^-) + R_r^+ \tanh(R_r^-)$$

$$C = |a_i|, \quad C_{\max} = A, \quad C_{\min} = -A$$

همچنین دینامیک سیستم مطابق رابطه (1) و  $t_s = 0$  است. هدف تبدیل مسئله فوق به مسئله NLP به شکل زیر است.

$$\min J(z)$$

s.t.

$$g(z) = 0 \quad (6)$$

$$h(z) \leq 0$$

$J$  تابع هزینه،  $z$  بردار متغیرهای بهینه سازی و  $g(z)$  و  $h(z)$  به ترتیب بردار قیود تساوی جبری و نامساوی جبری هستند. بازه زمانی پاسخ سیستم  $[t_s, t_f]$  به گره های  $t_k, k=1, 2, \dots, N-1$  تقسیم می شود. در DCNLP دوزنقه ای، تابع هزینه با استفاده از مقدار آن در گره ها به صورت زیر گسسته سازی می شود.

$$J(z) = \Phi(x(t_s), t_s, x(t_f), t_f)$$

$$+ \sum_{k=1}^{N-1} \frac{t_{k+1} - t_k}{\gamma} (\Psi_{k+1} + \Psi_k) \quad (7)$$

$$\Psi_k = \Psi(x(t_k), u(t_k), t_k)$$

همچنین قیود مسیر به صورت زیر در گره ها گسسته می شوند.

$$h_l(z) = C(x(t_k), u(t_k), t_k) - C_{\max} \leq 0$$

$$h_r(z) = -C(x(t_k), u(t_k), t_k) + C_{\min} \leq 0 \quad (8)$$

$$h(z) = \begin{bmatrix} h_l(z) \\ h_r(z) \end{bmatrix}$$

$$h_l(z) = C(x(t_k), u(t_k), t_k) - C_{\max} \leq 0$$

$$h_r(z) = -C(x(t_k), u(t_k), t_k) + C_{\min} \leq 0 \quad (9)$$

$$h(z) = \begin{bmatrix} h_l(z) \\ h_r(z) \end{bmatrix}$$

کرده اند و عدم توانایی در حل تحلیلی این مسائل، حل عددی آن ها مورد توجه بسیاری قرار گرفته است. یکی از مهمترین روش های حل عددی مسائل کنترل بهینه پیچیده، روش «کنار هم گذاری مستقیم همراه با برنامه ریزی غیرخطی (DCNLP)»<sup>27</sup> است. DCNLP به طور گسترده در پژوهش های هوا فضا مورد استفاده قرار گرفته است [36]. به عنوان مثال در مراجع [37-41] از این روش برای تعیین مسیر فضایی با رانش محدود<sup>28</sup> و رانش پایین<sup>29</sup> استفاده شده است و در مرجع [42] برای تعیین مسیر بهینه راکت چند مرحله ای<sup>30</sup> استفاده شده است. در این روش بر خلاف روش غیر مستقیم که مبتنی بر قاعده بیشینگی پترراگین<sup>31</sup> می باشد، نیازی به بررسی شرط لازم بهینگی نیست [36 و 43]، همچنین این روش نسبت به دقت حدس اولیه<sup>32</sup> بسیار مقاوم است [44].

در DCNLP مسئله کنترل بهینه شامل تابع هزینه، دینامیک سیستم و قیدها در نقاط مشخصی که گره<sup>33</sup> نامیده می شود گسسته سازی<sup>34</sup> می شود و در نتیجه آن، مسئله کنترل بهینه تبدیل به یک مسئله NLP با ابعاد محدود<sup>35</sup> می شود. پارامترهای بهینه سازی NLP، مقدار متغیرهای حالت و ورودی های سیستم در گره ها و زمان آغازین و پایانی بهینه سازی (در صورتی که افق مسئله کنترل بهینه آزاد و محدود<sup>36</sup> باشد) هستند. امروزه روش های شناخته شده ای مانند IPOPT<sup>37</sup> برای حل NLP وجود دارد. همچنین متغیرهای حالت و ورودی سیستم در نقاط بین گره ها با استفاده از مجموعه ای از توابع پایه ای<sup>38</sup> تقریب زده می شود [36-38، 44]. DCNLP بر اساس توابع پایه ای در نظر گرفته شده و چگونگی انتخاب گره ها انواع مختلفی پیدا می کند. در این مقاله از DCNLP از نوع دوزنقه ای<sup>39</sup> استفاده شده است، در روش دوزنقه ای فاصله گره ها از هم برابر و توابع پایه ای از نوع چند جمله ای های مربعی<sup>40</sup> هستند. در ادامه به ذکر جزئیات روش مورد استفاده پرداخته می شود [44]. مسئله کنترل بهینه کلی زیر در نظر گرفته می شود.

$$\min_{u(t)} J \quad (5)$$

$$J = \Phi(x(t_s), t_s, x(t_f), t_f) + \int_{t_s}^{t_f} \Psi(x(t), u(t), t) dt$$



را تغییر داد. اما این مقادیر می‌توانند با استفاده از هدایت مناسب در انتهای فاز میانی پرواز، مقدار اولیه مطلوب را در فاز نهایی داشته باشند. مثال‌های ارائه شده در این بخش در قالب دو سناریو دسته‌بندی می‌شوند. سناریوی اول: مواجهه با  $\gamma_E(\circ)$  های مختلف؛ سناریوی دوم: مواجهه با  $A_E$  های مختلف. در هر دو سناریو  $R_r(\circ) = 4000m$ ،  $R_v(\circ) = 5000m$  و  $\rho_d = 25m$  و  $\rho_c = 250m$  در نظر گرفته شده است، در نتیجه اگر یک دنبال‌کننده بتواند در نهایت فاصله خود را به 25 متری یا کمتر از 25 متری هدف برساند و دیگری در حدود 250 متری هدف را پوشش دهد، استراتژی هدایت مشارکتی موفق عمل کرده است. همچنین  $\omega_1 = 1$  و  $\omega_2 = 0.2$  در نظر گرفته شده است. در انتهای این بخش عملکرد هدایت فاز نهایی مشارکتی ارائه شده در مقایسه با هدایت APN مقایسه شده است.

#### ۶-۱- سناریوی اول: مواجهه با $\gamma_E(\circ)$ های مختلف

در سناریوی اول 9 مرحله شبیه‌سازی در نظر گرفته شده است، هدف از این شبیه‌سازی‌ها سنجش توانایی قانون هدایت مشارکتی طراحی شده در مواجهه با  $\gamma_E(\circ)$  های مختلف است. در این سناریو  $\gamma_E(\circ)$  نادانسته فرض شده است، اما حد بالا و پایین آن مشخص فرض شده است. بازه قرارگیری در شبیه‌سازی 1،  $\left[0, \frac{\pi}{18}\right]$  در نظر گرفته شده است. حد بالا و پایین این بازه در شبیه‌سازی‌های بعدی مرحله به مرحله و با پله‌های 10 درجه‌ای افزایش می‌یابد. با این توضیح در شبیه‌سازی شماره 9 بازه قرارگیری  $\gamma_E(\circ)$  به صورت  $\left[\frac{8\pi}{18}, \frac{9\pi}{18}\right]$  است. در تمام مثال‌هایی که در چارچوب این سناریو دسته‌بندی شده‌اند،

$a_E = A_E = 80 \frac{m}{s^2}$  و  $A = 50 \frac{m}{s^2}$  در نظر گرفته شده است. نتایج حاصل از شبیه‌سازی‌های این سناریو در جدول (1) خلاصه شده‌اند.

مطابق نتایجی که در جدول (1) مشاهده می‌شود، در تمام شبیه‌سازی‌های علیرغم آنکه شتاب هدف به صورت قابل توجهی از دنبال‌کننده‌ها بیشتر است، یکی از دنبال‌کننده‌ها توانسته است هدف را منهدم کند و دیگری خود را در فاصله مناسب برای

با فرض اینکه  $x \in R^{n_x}$  دینامیک سیستم تعداد  $n_x$  قید به شکل معادله دیفرانسیل به مسئله کنترل بهینه اعمال می‌کند. این قیود با استفاده از DCNLP دوزنقه‌ای تبدیل به  $N \times n_x$  قید جبری می‌شوند؛ این قیود بر مقادیر متغیرهای حالت در گره‌ها تعریف می‌شوند. این قیودها در معادله زیر مشاهده می‌شوند.

$$\begin{aligned} g_k(z) &= x(t_{k+1}) - x(t_k) - \frac{t_{k+1} - t_k}{\tau} (f_{k+1} + f_k) = 0 \\ f_k &= f(x(t_k), u(t_k), t_k) \\ g(z) &= [g_k(z)] \\ k &= 0, 1, \dots, N-1 \end{aligned} \quad (10)$$

روابط (7)، (8) و (9) در کنار هم یک مسئله NLP به شکل رابطه (6) تشکیل می‌دهند. در این مسئله متغیرهای بهینه‌سازی به صورت زیر تعریف می‌شوند.

$$z = \begin{bmatrix} U \\ X \\ t \\ t_f \end{bmatrix} \quad \text{s.t.} \quad U = \begin{bmatrix} u(t_0) \\ u(t_1) \\ \vdots \\ u(t_{N-1}) \end{bmatrix} \quad X = \begin{bmatrix} x(t_0) \\ x(t_1) \\ \vdots \\ x(t_N) \end{bmatrix} \quad (11)$$

توجه شود در مسئله کنترل بهینه رابطه (4)،  $t_0 = 0$  می‌باشد و در نتیجه بخشی از پارامترهای بهینه‌سازی نیست. در این پژوهش برای حل NLP از روش IPOPT استفاده شده است. پس از حل مسئله NLP ایجاد شده، مقدار متغیرهای حالت بین گره‌های متوالی با استفاده از تابع چند جمله‌مربعی زیر تقریب زده می‌شود.

$$\begin{aligned} \tilde{x}(t) &= x(t) + f_k(t - t_k) + \frac{(f_{k+1} + f_k)}{2(t_{k+1} - t_k)}(t - t_k)^2 \\ t &\in [t_k, t_{k+1}] \end{aligned} \quad (12)$$

#### ۶- نتایج شبیه‌سازی

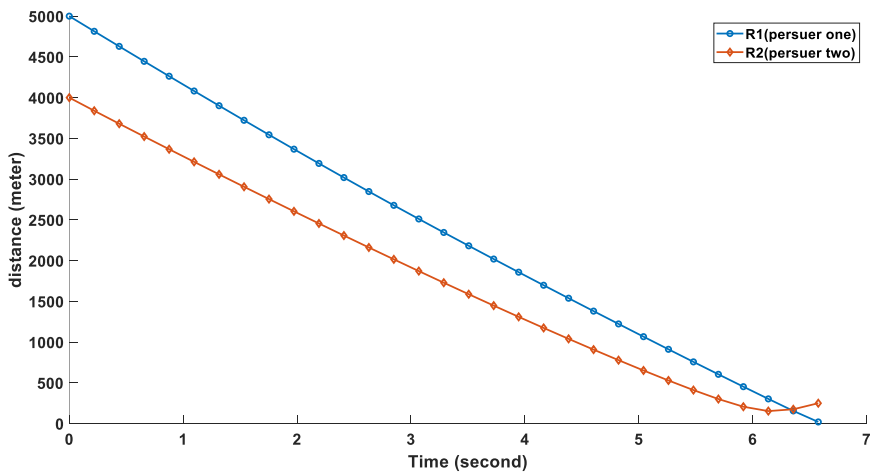
در این بخش نتایج حاصل از شبیه‌سازی مسئله هدایت مشارکتی برای دو سناریو بیان شده است. مثال‌های متعدد در این دو سناریو با این هدف ارائه شده است که با تغییر شرایط اولیه مسئله و قابلیت مانور هدف و دنبال‌کننده‌ها توانایی راهبرد ارائه شده در بخش قبل اعتبارسنجی شود. به طور مشخص پارامترهای  $\gamma_E(\circ)$ ،  $A$  و  $A_E$  مدنظر هستند. توجه شود که  $\lambda_1(\circ)$ ،  $\lambda_r(\circ)$ ،  $\gamma_r(\circ)$  و  $\gamma_v(\circ)$  نیز از جمله پارامترهایی هستند که می‌توان آن‌ها

جدول ۱- نتایج حاصل از سناریوی اول

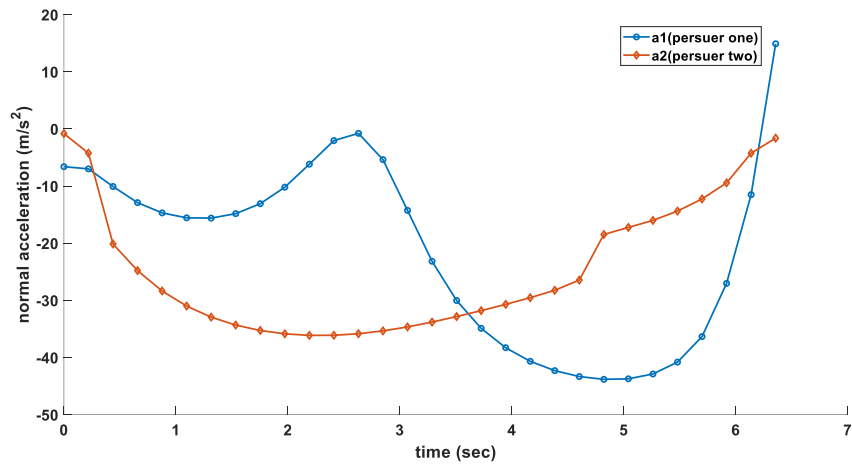
$R_r(t_f)$ (m)	$R_l(t_f)$ (m)	$t_f$ (sec)	$A(\frac{m}{s^2})$	$a_E(\frac{m}{s^2})$	$\gamma_E$ (°) (rad)	شبه‌سازی
۲۰/۰۰	۲۵۰/۰۰۱۸	۵/۰۶۴۸	۵۰/۰	۸۰/۰	$\left[ \begin{matrix} 0 & \frac{\pi}{18} \end{matrix} \right)$	۱
۲۴۹/۹۹	۲۰/۰۰۱۱	۶/۳۵۶۸	۵۰/۰	۸۰/۰	$\left[ \begin{matrix} \frac{\pi}{18} & \frac{2\pi}{18} \end{matrix} \right)$	۲
۲۰/۰۰	۲۵۰/۰۹۱۳	۸/۷۴۹۱	۵۰/۰	۸۰/۰	$\left[ \begin{matrix} \frac{2\pi}{18} & \frac{3\pi}{18} \end{matrix} \right)$	۳
۲۰/۰۰	۲۵۰/۰۵۲۵	۲۰/۹۰۸۱	۵۰/۰	۸۰/۰	$\left[ \begin{matrix} \frac{3\pi}{18} & \frac{4\pi}{18} \end{matrix} \right)$	۴
۲۰/۰	۲۶۸/۸	۲۱/۵۷	۵۰/۰	۸۰/۰	$\left[ \begin{matrix} \frac{4\pi}{18} & \frac{5\pi}{18} \end{matrix} \right)$	۵
۱۹/۹۹	۲۵۰/۰۰۹۹	۲۲/۸	۵۰/۰	۸۰/۰	$\left[ \begin{matrix} \frac{5\pi}{18} & \frac{6\pi}{18} \end{matrix} \right)$	۶
۲۰/۰۵۳	۲۷۶/۰۴	۲۱/۷۶	۵۰/۰	۸۰/۰	$\left[ \begin{matrix} \frac{6\pi}{18} & \frac{7\pi}{18} \end{matrix} \right)$	۷
۲۵۰/۰۰	۲۰/۰۰۰۳	۵/۳	۵۰/۰	۸۰/۰	$\left[ \begin{matrix} \frac{7\pi}{18} & \frac{8\pi}{18} \end{matrix} \right)$	۸
۲۰/۰۱۸۳	۲۵۰/۲۸۷	۱۲/۳	۵۰/۰	۸۰/۰	$\left[ \begin{matrix} \frac{8\pi}{18} & \frac{\pi}{2} \end{matrix} \right)$	۹
	$\int_0^{t_f} a_r^y(t) dt$			$\int_0^{t_f} a_l^y(t) dt$		شبه‌سازی
	$1/51 \times 10^{-7}$			$3/761 \times 10^{-7}$		۱
	۴۷۹۰			۴۵۷۹		۲
	۱۹۴۵۵			۱۴۸۹۰		۳
	۴۱۴۷۳			۳۶۶۲۳		۴
	۳۸۲۵۵			۳۱۲۷۷		۵
	۵۱۶۸۵			۴۰۶۵۹		۶
	۴۸۹۷۸			۵۱۷۱۷		۷
	$8/741 \times 10^{-8}$			$623 \times 10^{-4}$		۸
	۲۲۲۸۵			۱۸۸۶۸۵		۹

(۷) ارائه شده است. همان طور که در این شکل‌ها مشاهده می‌شود، مانور دنبال‌کننده‌ها هیچ‌گاه از  $5^\circ \frac{m}{s^2}$  بیشتر نشده است. علاوه بر این در شکل (۲) مشاهده می‌شود تا ثانیه‌های پایانی پرواز وظیفه دنبال کردن هدف بیشتر بر عهده دنبال‌کننده ۲

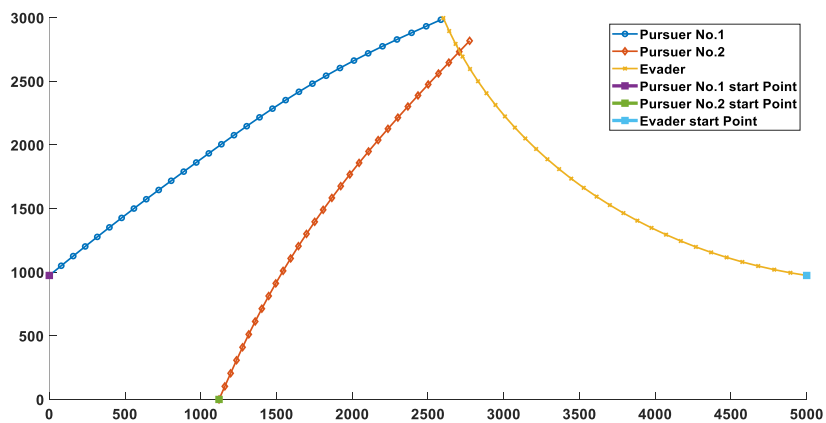
پوشش قرار داده است. به دلیل محدودیت فضا، تغییرات فاصله بین دنبال‌کننده‌ها و هدف، تغییرات شتاب دنبال‌کننده‌ها و منحنی حرکت دنبال‌کننده‌ها و هدف تنها برای شبه‌سازی ۲ در شکل‌های (۲) تا (۴) و برای شبه‌سازی ۹ در شکل‌های (۵) تا



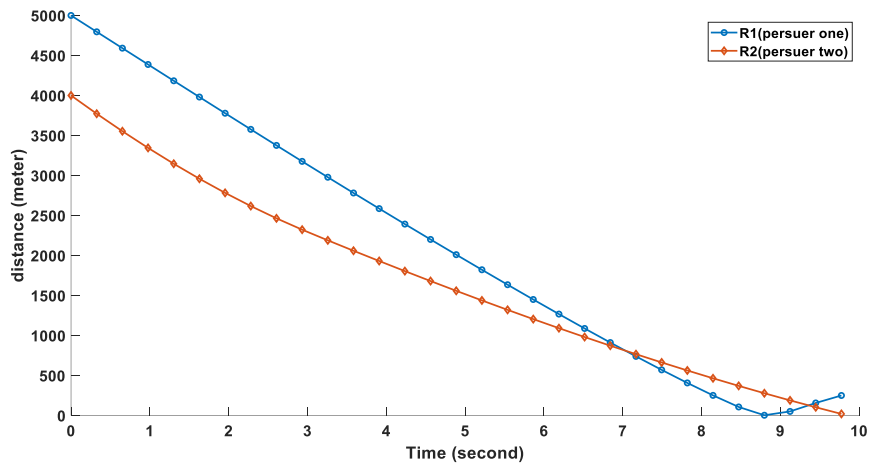
شکل ۲- تغییرات فاصله بین دنبال کننده‌ها و هدف در سناریوی اول شبیه‌سازی ۲



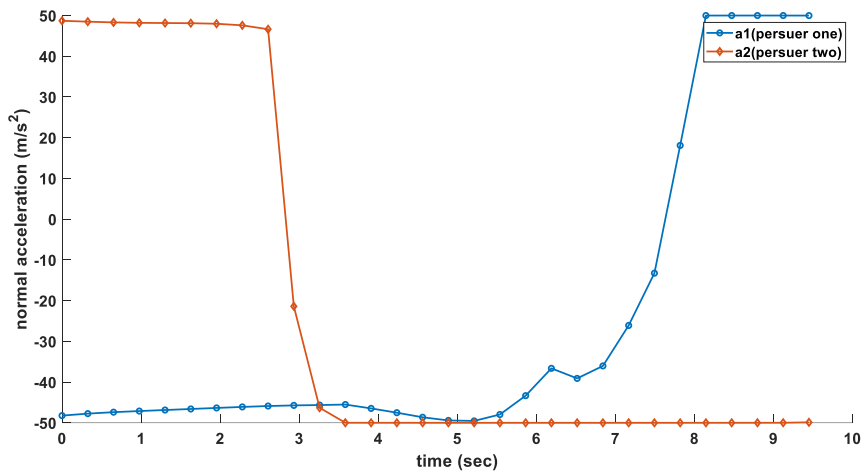
شکل ۳- تغییرات مانور (شتاب) دنبال کننده‌ها در سناریوی اول شبیه‌سازی ۲



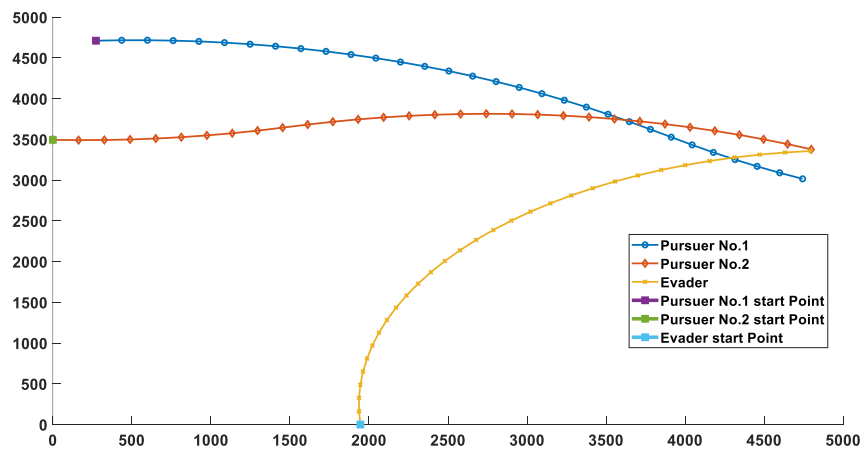
شکل ۴- منحنی حرکت دنبال کننده‌ها و هدف در سناریوی اول شبیه‌سازی ۲



شکل ۵- تغییرات فاصله بین دنبال کننده‌ها و هدف در سناریوی اول شبیه‌سازی ۹



شکل ۶- تغییرات مانور (شتاب) دنبال کننده‌ها در سناریوی اول شبیه‌سازی ۹



شکل ۷- منحنی حرکت دنبال کننده‌ها و هدف در سناریوی اول شبیه‌سازی ۹

### ۶-۳- مقایسه با APN

در این بخش عملکرد راهبرد مقاله با هدایت APN مقایسه شده است. مبنای مقایسه سناریوی ۱ شبیه‌سازی ۲ است که پیش از آن نتایج آن ارائه شد. در این راستا فرض می‌شود دنبال‌کننده‌های ۱ و ۲ با همان شرایط اولیه سناریوی ۱ شبیه‌سازی ۲ ولی تحت هدایت APN هدف را دنبال می‌کنند. همچنین جهت ارائه یک مقایسه صحیح زمان شبیه‌سازی برابر زمان نهایی در سناریوی ۱ شبیه‌سازی ۲ قرار داده شده است. این مقدار با توجه به جدول (۱) برابر با ۶/۳۵۶۸ ثانیه است. فاصله نهایی دنبال‌کننده‌ها تا هدف و مقدار شتاب تولیدی آن تحت هدایت APN به ترتیب در شکل‌های (۱۱) و (۱۲) ارائه شده است. مشاهده می‌شود در این حالت فاصله دنبال‌کننده‌های ۱ و ۲ تا هدف در لحظه نهایی که کمترین مقدار آن‌ها نیز هست، به ترتیب برابر با ۲۸۰ متر و ۷۷۳/۹ متر است؛ در نتیجه هیچ یک از دنبال‌کننده‌ها نتوانسته‌اند هدف را در ناحیه تخریب ۲۵ متری قرار دهند و فاصله زیادی تا این مقدار دارند. این در حالی است که با استفاده از راهبرد پیشنهادی دنبال‌کننده ۱ موفق شده است هدف را در ناحیه تخریب ۲۵ متری قرار دهد، همچنین دنبال‌کننده ۲ موفق شده است با قرار گرفتن در فاصله ۲۵۰ متری هدف فضای گریز هدف را به صورت مناسب پوشش دهد. به علاوه مشاهده می‌شود شتاب دنبال‌کننده‌های ۱ و ۲ تحت هدایت APN به ترتیب ۱۵۰ و ۳۳۰ متر بر مجذور ثانیه را نیز تجربه کرده است، این مقادیر به ترتیب تقریباً ۲ و ۴ برابر حداکثر شتاب هدف (۸۰ متر بر مجذور ثانیه) است. این در حالی است که در راهبرد پیشنهادی مقاله شتاب دنبال‌کننده‌ها از ۵۰ متر بر مجذور بر ثانیه تجاوز نمی‌کرد که مقداری کمتر از حداکثر شتاب هدف است. منحنی حرکت دنبال‌کننده‌ها تحت هدایت APN در شکل (۱۳) قابل مشاهده است.

### ۷- نتیجه‌گیری

در این مقاله هدایت مشارکتی در فاز نهایی برای دو دنبال‌کننده در مواجهه با یک هدف با مانورپذیری بالا در مختصات دوبعدی

و وظیفه پوشش فضا بیشتر بر عهده دنبال‌کننده ۱ بوده است؛ اما در انتها به دلیل مانور هدف، نقش دو دنبال‌کننده با یکدیگر عوض شده است و دنبال‌کننده ۱ هدف را منهدم کرده است و دنبال‌کننده ۲ فضا را پوشش داده است. همانطور که در شکل (۵) مشاهده می‌شود، این اتفاق در شبیه‌سازی ۹ دوبار به واقع شده است و در نهایت دنبال‌کننده ۲ هدف را منهدم کرده است و دنبال‌کننده ۱ فضا را پوشش داده است.

توجه شود با وجود اینکه تعیین دقیق اختلاف  $A$  و  $A_E$  یا نسبت این دو جهت جواب داشتن مسئله هدایت مشارکتی رابطه (۴) تنها از حل تحلیلی بدست می‌آید، اما با توجه به نتایج حاصل از شبیه‌سازی‌های ۱ تا ۹ می‌توان تا سطح خوبی از اطمینان بیان نمود در هر  $0 < \gamma_E(\theta) \leq \frac{\pi}{\gamma}$  دلخواه با تعیین مناسب حد بالایی مانور (شتاب) دنبال‌کننده‌ها  $A(A < A_E)$  مسئله هدایت رابطه (۴) جواب دارد.

### ۶-۲- سناریوی دوم: مواجهه با $A_E$ ‌های مختلف

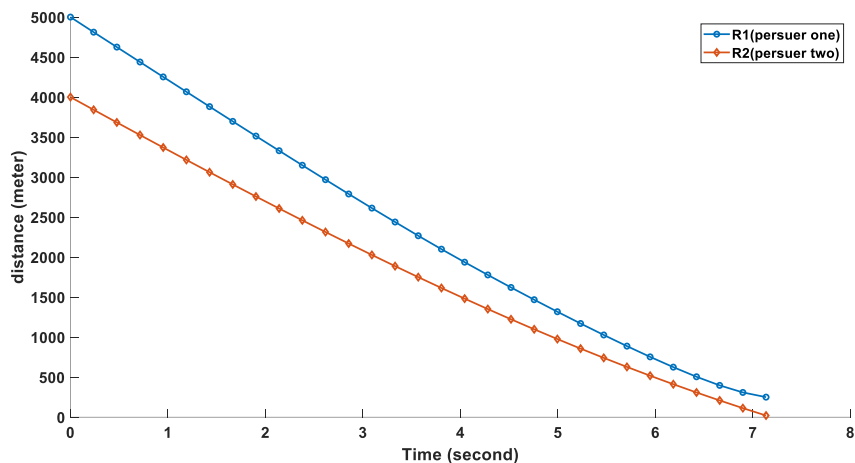
در این سناریو سنجش توانایی راهبرد هدایت مشارکتی معادله (۴) در مواجهه با هدف با قابلیت مانور بالاتر ( $A_E$  بالاتر) مورد نظر می‌باشد. این سناریو متشکل از ۴ شبیه‌سازی است، در این شبیه‌سازی‌ها  $\gamma_E(\theta)$  در بازه  $\left[0, \frac{\pi}{18}\right]$  و  $A = 50 \frac{m}{s^2}$  فرض می‌شود ولی  $A_E$  مرحله به مرحله افزایش می‌یابد. در هر شبیه‌سازی موفق بودن یا عدم موفق بودن راهبرد هدایت مشارکتی بررسی می‌شود. خلاصه نتایج حاصل از این سناریو در جدول (۲) مشاهده می‌شود، در تمام شبیه‌سازی علی‌رغم آنکه شتاب هدف به ترتیب ۲، ۲/۴، ۴ و ۵ برابر دنبال‌کننده‌ها است، یکی از دنبال‌کننده‌ها توانسته است هدف را منهدم کند، و دیگری خود را در فاصله مناسب برای پوشش قرار داده است. به دلیل محدودیت فضا، تغییرات فاصله بین دنبال‌کننده‌ها و هدف، تغییرات شتاب دنبال‌کننده‌ها و منحنی حرکت دنبال‌کننده‌ها و هدف تنها برای شبیه‌سازی ۲ به ترتیب در شکل‌های (۸) تا (۱۰) ارائه شده است.

جدول ۲- نتایج حاصل از سناریوی دوم

$R_r(t_f)$ (m)	$R_i(t_f)$ (m)	$t_f$ (sec)	$A(\frac{m}{s^2})$	$a_E(\frac{m}{s^2})$	$\gamma_E(^{\circ})(rad)$	شبیه‌سازی
۲۰/۰	۲۴۹/۹۹	۵/۵۴	۵۰/۰	۱۰۰/۰	$\left[ \begin{matrix} 0 \\ \frac{\pi}{18} \end{matrix} \right)$	۱
۲۰/۰	۲۴۹/۹۹	۵/۳۸	۴۰/۰	۱۲۰/۰	$\left[ \begin{matrix} 0 \\ \frac{\pi}{18} \end{matrix} \right)$	۲
۲۰/۰	۲۵۰/۰۰۲	۱۱/۷۵	۴۰/۰	۲۰۰/۰	$\left[ \begin{matrix} 0 \\ \frac{\pi}{18} \end{matrix} \right)$	۳
۱۲/۶۴	۲۵۰/۰۲۶۵	۵/۲	۴۰/۰	۲۵۰/۰	$\left[ \begin{matrix} 0 \\ \frac{\pi}{18} \end{matrix} \right)$	۴

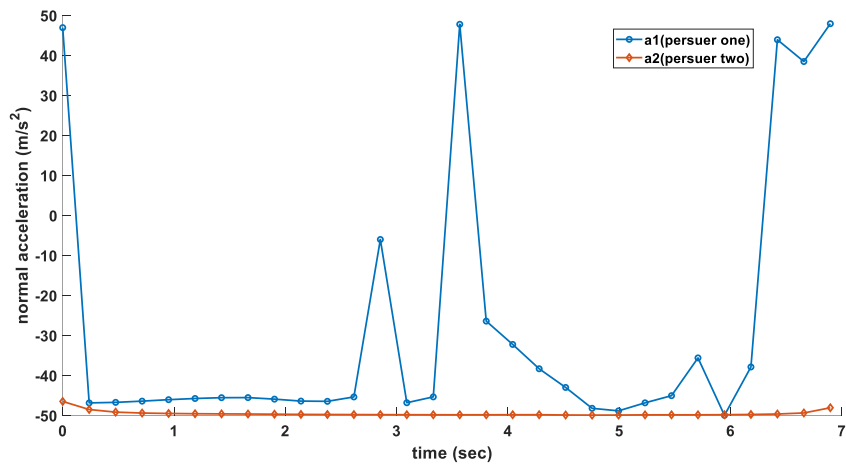
$\int_0^{t_f} a_r(t) dt$	$\int_0^{t_f} a_i(t) dt$	شبیه‌سازی
۱۳۶۲۴	۱۳۱۵۶	۱
۸۵۷۸	۴۸۱۱۵	۲
۱۴۳۳۹	۳۰۲۰	۳
۲۶۴۴۹	۱۴۸۰۲	۴



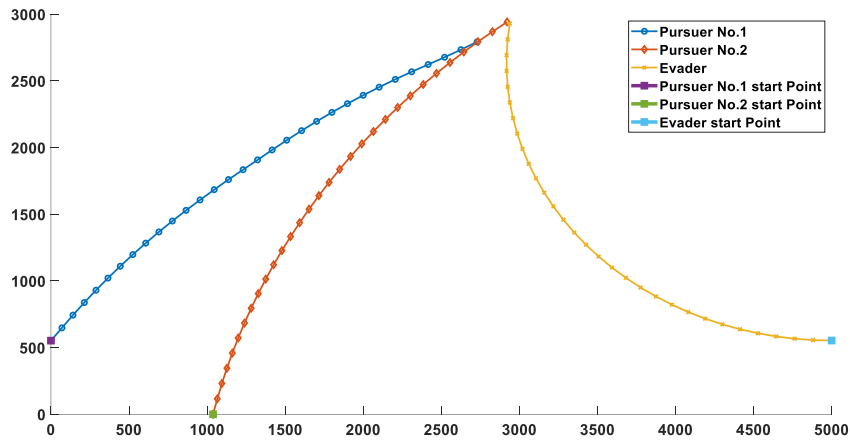
شکل ۸- تغییرات فاصله بین دنبال‌کننده‌ها و هدف در سناریوی دوم شبیه‌سازی ۲

مانند خطی فرض کردن سینماتیک برخورد و دانسته فرض نمودن زمان نهایی پرواز مدنظر نبوده است و فرض شده سینماتیک برخورد غیرخطی و زمان نهایی پرواز محدود اما ناشناخته هستند. در راستای حل این صورت مسئله،

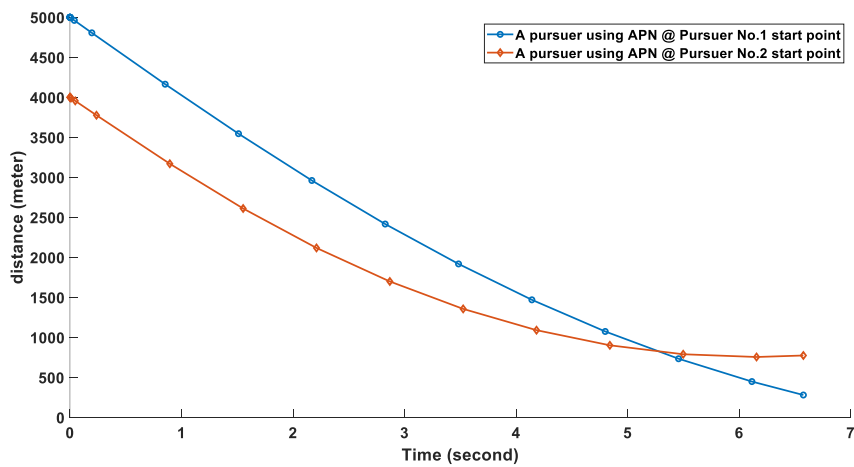
مورد بررسی قرار گرفت؛ به نحوی که با فرض اینکه مانورپذیری هدف از دنبال‌کننده‌ها بیشتر است حداقل یک دنبال‌کننده بتواند هدف را در ناحیه تخریب خود قرار دهد. در این پژوهش برخی فرض‌های محدود کننده پژوهش‌های پیشین



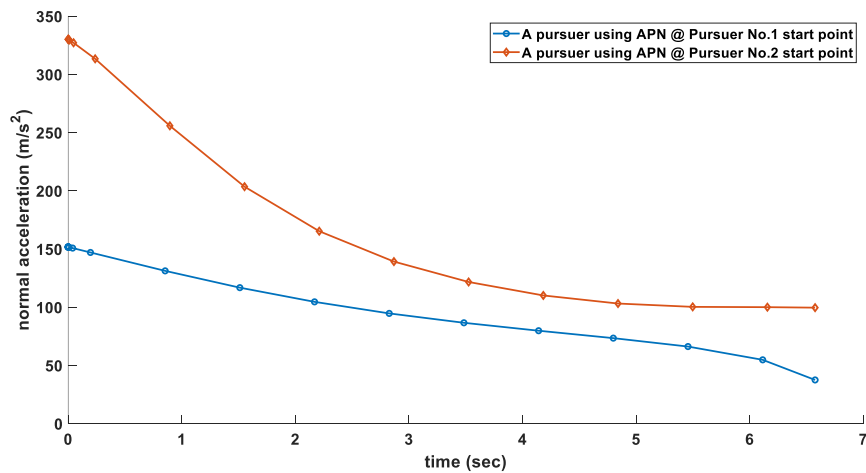
شکل ۹- تغییرات مانور (شتاب) دنبال کننده‌ها در سناریوی دوم شبیه‌سازی ۲



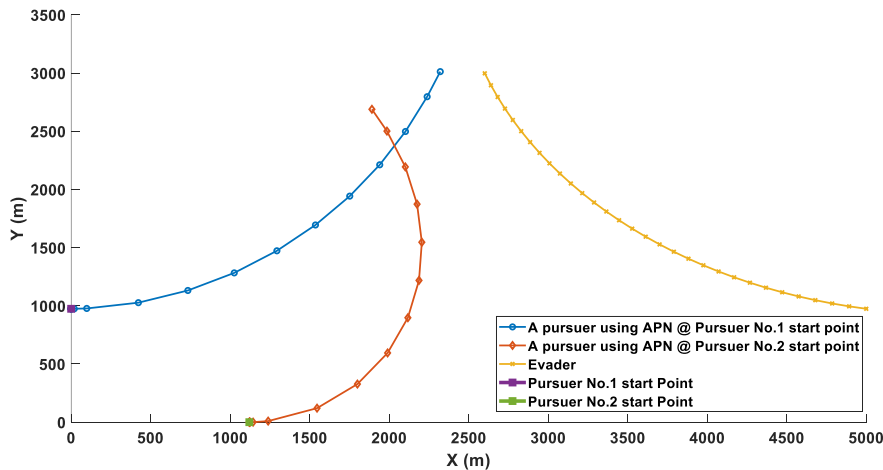
شکل ۱۰- تغییرات مانور (شتاب) دنبال کننده‌ها در سناریوی دوم شبیه‌سازی ۲



شکل ۱۱- فاصله دنبال کننده‌ها تا هدف با استفاده از هدایت APN با مفروضات سناریوی ۱ شبیه‌سازی ۲



شکل ۱۲- شتاب دنبال‌کننده‌ها با استفاده از هدایت APN با مفروضات سناریوی ۱ شبیه‌سازی ۲



شکل ۱۳- منحنی حرکت دنبال‌کننده‌ها و هدف با استفاده از هدایت APN با مفروضات سناریوی ۱ شبیه‌سازی ۲

فرموله شد و با استفاده از روش کنار هم گذاری مستقیم همراه با برنامه‌ریزی غیرخطی حل آن قانون هدایت مشارکتی مطلوب حاصل شد. در انتها قانون هدایت مشارکتی مذکور در قالب دو سناریوی ۱- تغییر زاویه اولیه مسیر پرواز هدف ۲- تغییر حد بالای شتاب هدف شبیه‌سازی شد. نتایج شبیه‌سازی نشان از کارایی قانون هدایت طراحی شده داشت.

نقش دنبال‌کننده‌ها به ۱- تعقیب هدف ۲- پوشش فضای فرار هدف دسته‌بندی شد و یک راهبرد هدایت مشارکتی مبتنی بر تفکیک بهینه نقش دنبال‌کننده‌ها ارائه شد. در این استراتژی دنبال‌کننده نزدیک‌تر به هدف بیشتر وظیفه تعقیب هدف و دنبال‌کننده دورتر بیشتر نقش پوشش فضای فرار هدف را بر عهده دارند. در ادامه این راهبرد به صورت یک مسئله کنترل بهینه غیرخطی مقید

## واژه‌نامه

- |   |  |   |
|---|--|---|
| 1. pursuer                              | 3. true proportional navigation guidance law | 5. augmented proportional navigation guidance law |
| 2. proportional navigation guidance law | 4. pure proportional navigation              |   |



- |   |   |                                    |
|---|---|------------------------------------|
| 6. close-in weapon systems                          | 17. finite time                                   | 29. low-thrust spacecraft          |
| 7. cooperative guidance laws                        | 18. fixed communication topology                  | 30. multi-stage rocket             |
| 8. salvo attack                                     | 19. switching communication topology              | 31. pontryagin's maximum principle |
| 9. coverage-based cooperative guidance law          | 20. model predictive control                      | 32. initial guess                  |
| 10. non-cooperative no-communication salvo guidance | 21. reachable set                                 | 33. node                           |
| 11. impact time control guidance law                | 22. normal acceleration                           | 34. discretize                     |
| 12. time-to-go                                      | 23. flight-path angle                             | 35. finite dimension               |
| 13. look angle                                      | 24. range   | 36. free and finite                |
| 14. cooperative-communication salvo guidance        | 25. line of sight                                 | 37. interior point optimizer       |
| 15. centralized                                     | 26. cooperative guidance dynamic                  | 38. basis functions                |
| 16. distributed                                     | 27. direct collocation with nonlinear programming | 39. trapezoidal                    |
|   | 28. finite-thrust spacecraft                      | 40. quadratic polynomials          |

## مراجع

- Zarchan, P., "Tactical and Strategic Missile Guidance, Sixth Edition", American Institute of Aeronautics and Astronautics, Inc. 2012.
- Guelman, M. "A Qualitative Study of Proportional Navigation", *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, Vol. AES-7, No. 4, pp. 637-643, 1971.
- Yuan, P. J., and Hsu, S. C., "Solutions of Generalized Proportional Navigation with Maneuvering and Nonmaneuvering Targets", *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, Vol. 31, No. 1, pp. 469-474, 1995.
- Nikusokhan, M., and Nobahari, H., "Closed-Form Optimal Cooperative Guidance Law Against Random Step Maneuver", *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, Vol. 52, No. 1, pp. 319-336, 2016.
- Murtaugh, S. A., and Criel, H. E., "Fundamentals of Proportional Navigation", *IEEE Spectrum*, Vol. 3, No. 12, pp. 75-85, 1966.
- Talole, S. E., Ghosh, A., and Phadke, S. B., "Proportional Navigation Guidance Using Predictive and Time Delay Control", *Control Engineering Practice*, Vol. 14, No. 12, pp. 1445-1453, 2006.
- He, S., and Lin, D., "Guidance Laws Based on Model Predictive Control and Target Manoeuvre Estimator", *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, Vol. 38, No. 12, pp. 1509-1519, 2016.
- Li, Z., Xia, Y., Su, C. Y., Deng, J., Fu, J., and He, W., "Brief Papers Missile Guidance Law Based on Robust Model Predictive Control Using Neural-Network Optimization", *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, Vol. 26, No. 8, pp. 1803, 2015.
- Golestani, M., Mohammadzaman, I., and Vakili, A.R., "Finite-Time Convergent Guidance Law Based on Integral Backstepping Control", *Aerospace Science and Technology*, Vol. 39, pp. 370-376, 2014.
- Wang, X., and Lu, X., "Three-Dimensional Impact Angle Constrained Distributed Guidance Law Design for Cooperative Attacks", *ISA Transactions*, Vol. 73, pp. 79-90, 2018.
- Jeon, I. S., Lee, J. I., and Tahk, M. J., "Homing Guidance Law for Cooperative Attack of Multiple Missiles", *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 33, No. 1, pp. 275-280, 2010.
- Zhou, J., and Yang, J., "Distributed Guidance Law Design for Cooperative Simultaneous Attacks with Multiple Missiles", *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 39, No. 10, pp. 2436-2444, 2016.
- Su, W., Shin, H. S., Chen, L., and Tsourdos, A., "Cooperative Interception Strategy for Multiple Inferior Missiles Against One Highly Maneuvering Target", *Aerospace Science and Technology*, Vol. 80, pp. 91-100, 2018.
- Su, W., Li, K., and Chen, L., "Coverage-Based Three-Dimensional Cooperative Guidance Strategy Against Highly Maneuvering Target", *Aerospace Science and Technology*, Vol. 85, pp. 556-566, 2019.
- Wang, X. H., and Tan, C. P., "3-D Impact Angle Constrained Distributed Cooperative Guidance for Maneuvering Targets without Angular-Rate Measurements", *Control Engineering Practice*, Vol. 78, pp. 142-159, 2018.
- Jeon, I. S., Lee, J. I., and Tahk, M. J., "Impact-Time-Control Guidance Law for Anti-Ship Missiles", *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, Vol. 14, No. 2, pp. 260-266, 2006.
- Cho, N., and Kim, Y., "Modified Pure Proportional Navigation Guidance Law for Impact Time Control", *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 39, No. 4, pp. 852-872, 2016.
- Zhang, Y., Wang, X., and Ma, G., "Impact Time Control Guidance Law with Large Impact Angle Constraint", *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering*, Vol. 229, No. 11, pp. 2119-2131, 2015.

19. Jung, B., and Kim, Y., "Guidance Laws for Anti-Ship Missiles Using Impact Angle and Impact Time", *AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit*, pp. 3048-3060, 2006.
20. Tekin, R., Erer, K.S., and Holzapfel, F., "Polynomial Shaping of the Look Angle for Impact-Time Control", *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 40, No. 10, pp. 2666-2671, 2017.
21. Wang, X., Zhang, Y., and Wu, H., "Distributed Cooperative Guidance of Multiple Anti-Ship Missiles with Arbitrary Impact Angle Constraint", *Aerospace Science and Technology*, Vol. 46, pp. 299-311, 2015.
22. Zhao, S., and Zhou, R., "Cooperative Guidance for Multimissile Salvo Attack", *Chinese Journal of Aeronautics*, Vol. 21, No. 6, pp. 533-539, 2008.
23. Zhang, Y., Wang, X., and Wu, H., "A Distributed Cooperative Guidance Law for Salvo Attack of Multiple Anti-Ship Missiles", *Chinese Journal of Aeronautics*, Vol. 28, No. 5, pp. 1438-1450, 2015.
24. Kang, S., Wang, J., Li, G., Shan, J., and Petersen, I.R., "Optimal Cooperative Guidance Law for Salvo Attack: An MPC-Based Consensus Perspective", *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, Vol. 54, No. 5, pp. 2397-2410, 2018.
25. He, S., Wang, W., Lin, D., and Lei, H., "Consensus-Based Two-Stage Salvo Attack Guidance", *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, Vol. 54, No. 3, pp. 1555-1566, 2018.
26. He, S., Kim, M., Song, T., and Lin, D., "Three-Dimensional Salvo Attack Guidance Considering Communication Delay", *Aerospace Science and Technology*, Vol. 73, pp. 1-9, 2018.
27. Song, J., Song, S., and Xu, S., "Three-Dimensional Cooperative Guidance Law for Multiple Missiles with Finite-Time Convergence", *Aerospace Science and Technology*, Vol. 67, pp. 193-205, 2017.
28. Wei, X., Yang, J., and Fan, X., "Distributed Optimal Guidance Laws for Multiple Unmanned Aerial Vehicles Attacking A Moving Target", *arXiv*, Vol. 14, No. 8, pp. 1-11, 2019.
29. Shaferman, V., and Shima, T., "Cooperative Optimal Guidance Laws for Imposing A Relative Intercept Angle", *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 38, No. 8, pp. 1395-1408, 2015.
30. Sinha, A., Kumar, S. R., and Mukherjee, D., "Three-Dimensional Nonlinear Cooperative Salvo Using Event-Triggered Strategy", *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 44, No. 2, pp. 328-342, 2021.
31. Kang, L., Wang, J., Lee, C. H., Zhou, R., and Zhao, S., "Distributed Cooperative Guidance for Multivehicle Simultaneous Arrival Without Numerical Singularities", *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 43, No. 7, pp. 1365-1373, 2020.
32. Zhai, C., He, F., Hong, Y., Wang, L., and Yao, Y., "Engineering Notes Coverage-Based Interception Algorithm of Multiple Interceptors Against the Target Involving Decoys", *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 39, No. 7, pp. 1646-1652, 2016.
33. Ramana, M. V., and Kothari, M., "Pursuit Strategy to Capture High-Speed Evaders Using Multiple Pursuers", *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 40, No. 1, pp. 139-149, 2017.
34. Su, W., Shin, H. S., Chen, L., and Tsourdos, A., "Cooperative Interception Strategy for Multiple Inferior Missiles Against one Highly Maneuvering Target", *Aerospace Science and Technology*, Vol. 80, pp. 91-100, 2018.
35. Su, W., Li, K., and Chen, L., "Coverage-Based Three-Dimensional Cooperative Guidance Strategy Against Highly Maneuvering Target", *Aerospace Science and Technology*, Vol. 85, pp. 556-566, 2019.
36. Rendón, S. V., "Trajectory Planning Based on Collocation Methods for Multiple Aerial and Ground Autonomous Vehicles", Ph.D. Thesis, Depósito de Investigación Universidad de Sevilla, Sevilla, 2015.
37. Turnbull, O., and Richards, A., "Collocation Methods for Multi-Vehicle Trajectory Optimization", *2013 European Control Conference (ECC)*, Zurich, Switzerland, pp. 1230-1235, 2013.
38. Tang, S., and Conway, B. A., "Optimization of Low-Thrust Interplanetary Trajectories Using Collocation and Nonlinear Programming", *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 18, No. 3, pp. 599-604, 1995.
39. Coverstone-Carroll, V., and Prussing, J. E., "Optimal Cooperative Power-Limited Rendezvous with Propellant Constraints", *Astrodynamics Conference*, pp. 246-255, 1992.
40. Herman, A. L., and Conway, B. A., "Direct Optimization Using Collocation Based on High-Order Gauss-Lobatto Quadrature Rules", *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 19, No. 3, pp. 592-599, 1996.
41. Enright, P. J., and Conway, B. A., "Optimal Finite-Thrust Spacecraft Trajectories Using Collocation and Nonlinear Programming", *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 14, No. 5, pp. 981-985, 1991.
42. Roh, W., and Kim, Y., "Trajectory Optimization for A Multi-Stage Launch Vehicle Using Time Finite Element and Direct Collocation Methods", *Engineering Optimization*, Vol. 34, No. 1, pp. 15-32, 2002.
43. Becerra, V. M., "Practical Direct Collocation Methods for Computational Optimal Control", In *Fasano G., Pintér J. (eds) Modeling and Optimization in Space Engineering. Springer Optimization and Its Applications*, Vol 73. Springer, New York, NY, 2012.
44. Subbarao, K., and Shippey, B. M., "Hybrid Genetic Algorithm Collocation Method for Trajectory Optimization", *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 32, No. 4, pp. 1396-1403, 2009.