

مدل جدید پری داینامیک مبتنی بر پیوند با قابلیت مدل‌سازی رفتار الاستوپلاستیک

محمد هادی صفری نادری^۱، احمد قاسمی قلعه بهمن^{۱*} و میثم شکوری^۲

۱- دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه سمنان، سمنان، ایران

۲- دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه سمنان، سمنان، ایران

(دریافت مقاله: ۱۴۰۱/۱۱/۱۹ - دریافت نسخه نهایی: ۱۴۰۲/۰۲/۳۱)

چکیده- معادلات مکانیک کلاسیک شامل مشتقات جابه‌جایی می‌باشند، که نوعاً این امر موجب عدم توانایی در پیش‌بینی عیوب موجود در سازه‌های آسیب دیده می‌گردد. امروزه جهت رفع این چالش در شرایط خاص حاکم بر نوک ترک و ناپیوستگی‌های موجود در ماده، تئوری پری داینامیک به منظور مدل‌سازی آسیب‌های پیش‌رونده و گسیختگی در سازه‌های ترک‌خورده مطرح شده است. به جهت عدم توانایی پری داینامیک مبتنی بر پیوند برای پیش‌بینی آسیب در مواد نرم، هدف اصلی این مقاله ارائه یک مدل جدید در پری داینامیک مبتنی بر پیوند با قابلیت مدل‌سازی مواد الاستوپلاستیک به کمک روش خواص مادی متغیر است. به منظور اعتبارسنجی مدل، نتایج مدل پری داینامیک پیشنهادی برای دو مثال از صفحه‌ای با یک سوراخ مرکزی و نیز صفحه‌ای با یک ترک مرکزی تحت کشش با نتایج حاصل از نرم‌افزار آباکوس بر اساس مفروضات مکانیک پیوسته بررسی می‌گردند. نتایج مربوط به تنش فون میسز، اندازه ناحیه پلاستیک، کرنش پلاستیک معادل و جابه‌جایی‌های مدل پیشنهادی در مقایسه با نتایج حاصل از روش اجزای محدود، مطابقت خوبی را نشان دادند، که بیان‌گر دقت خوب مدل پیشنهادی است.

واژه‌های کلیدی: پری داینامیک مبتنی بر پیوند، روش خواص مادی متغیر، مدل‌سازی الاستوپلاستیک، تنش فون میسز، روش اجزای محدود.

A New Bond-Based Peridynamic Model with the Ability to Model Elastoplastic Behavior

M. H. Safari Naseri¹, A. Ghasemi Ghale Bahman^{1*} and M. Shakoori²

1- Faculty of Mechanical Engineering, Semnan University, Semnan, Iran.

2- Department of Aerospace Engineering, Semnan University, Semnan, Iran.

Abstract: The classical mechanics equations include displacement derivatives, which usually causes the inability to predict defects in damaged structures. Nowadays, in order to solve this challenge in the special conditions governing the crack tip and the discontinuities in the material, the theory of Peridynamics has been proposed to model progressive damage and rupture in cracked structures. Due to the inability of bond-based Peridynamics to predict failure in ductile materials, the main purpose of this paper is to present a new bond-based Peridynamics model with the ability to model elastoplastic materials using Variable Material Property method. For validation of the model, the results of the proposed Peridynamics model of two examples of a plate with a central hole and a plate with a central crack under tension are checked with those of ABAQUS software based on the assumptions of the

*: مسئول مکاتبات، پست الکترونیکی: ghasemi@semnan.ac.ir

continuum mechanics. The results related to von Mises stress, plastic zone size, equivalent plastic strain and displacements of the proposed model showed a good agreement as compared to the results by the finite element method, which indicates the good accuracy of the proposed model.

Keywords: Bond-based Peridynamics, Variable Material Properties approach, Elastoplastic modeling, Von Mises stress, Finite Element Method.

فهرست علائم

کشش باند	s	چگالی جرم	ρ
مدول الاستیک	E	بردار جابه جایی	u
نسبت پواسون	ν	تانسور تنش	σ
مدول الاستیک موثر	E_{eff}	چگالی نیروی جسم	r
نسبت پواسون موثر	ν_{eff}	همسایگی نقطه مادی X	H_x
تانسور کرنش	ε_{ij}	شعاع همسایگی	δ
تنش تسلیم	σ_y	تابع نیروی جفتی	f
فاصله شبکه	Δx	بردار موقعیت نسبی	ξ
		بردار جابه جایی نسبی	η

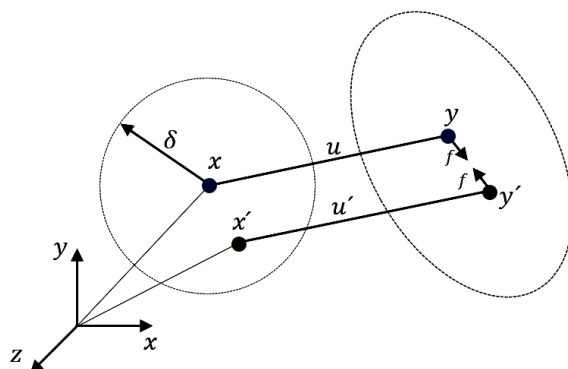
۱- مقدمه

شکست پیچیده در سازه های تحت شرایط بارگذاری استاتیکی و دینامیکی به شمار می رود. در تئوری پری دینامیک با کاهش مشکلات مرتبط با ناپیوستگی ها، توانایی مشخص کردن آسیب ها به طور ذاتی و نیز تحلیل آسیب های پیش رونده، بدون نیاز به تعریف روش های خاص قابل حصول است. در تئوری پری دینامیک روابط دیفرانسیلی جایگزین مشتقات محاسباتی می گردد. بر این اساس، معادلات تعادل در گستره ی حوزه ی حل، حتی در مجاورت شکاف ها و ناپیوستگی ها برآورده می گردد. پیش بینی وقوع آسیب در مکان های نامشخص یا به عبارتی پیدایش ترک های خود به خودی، ارزیابی آسیب های رو به رشد در راستای مسیرهای غیرمستقیم و نیز در نظر گرفتن چندین سناریوی آسیب را می توان به عنوان برخی از مزایای تئوری پری دینامیک در نظر گرفت. تئوری پری دینامیک به طور کلی، به فرم های مبتنی بر پیوند^۵ و نیز مبتنی بر حالت^۶ معرفی می گردد.

در پری دینامیک مبتنی بر پیوند، تعامل بین هر نقطه مادی X و همسایه آن X' به صورت زوج نیرویی در نظر گرفته می شود. این نیروهای برهمکنش زوجی f و f' اندازه یکسانی دارند اما

دستیابی به مدلی بهینه به منظور تحلیل شکست مواد شکل پذیر به عنوان یکی از زمینه های تحقیقاتی در حال توسعه به شمار می رود. در مرجع [۱] تئوری های الاستوپلاستیک^۱ و کاربردهای آن و نیز پلاستیسیته کامل^۲ و مفهوم سخت شوندگی بیان شده است. علاوه بر این، رفتار مکانیکی سخت شوندگی سینماتیکی در مرجع [۲] و نیز قانون جریان پلاستیسیته با معیارهای تسلیم مختلف و مدل های سخت شوندگی مختلف در مرجع [۳] و روش های محاسبات پلاستیسیته نیز در مرجع [۴] مورد مطالعه قرار گرفته است.

در مدل های الاستوپلاستیک مکانیک پیوسته، پس از ایجاد یک ناپیوستگی (مانند ترک یا حفره) در ماده، به دلیل محدودیت های ذاتی این مدل، حل مسایل مربوط به رشد ترک الاستوپلاستیک یا شکستگی ها به خوبی توصیف نمی شود. برای این منظور، تئوری غیرمحل^۳ پری دینامیک^۴ به عنوان یک تئوری ابتکاری در مکانیک جامدات، ابتدا توسط سیلینگ [۵] مطرح شد. این تئوری به عنوان روشی مؤثر برای پیش بینی مسیرهای



شکل ۱- سینماتیک تئوری پری دینامیک مبتنی بر پیوند

قرار گرفت. همچنین چندین مطالعه پری دینامیک مبتنی بر حالت با هدف ایجاد و انتشار ترک در مواد شکل پذیر و شکننده با رویکرد بدون مش برای نشان دادن الاستوپلاستیسته به همراه سخت شوندگی همسانگرد توسط لادانی و جینی [۲۹] صورت پذیرفته است. در صورتی که مطالعات انجام شده در پری دینامیک مبتنی بر پیوند به دلیل محدودیت های این روش در حوزه مواد غیر شکل پذیر صورت پذیرفته که در این راستا، برای مدل سازی رفتار الاستیک خطی و همچنین پیش بینی شروع و انتشار ترک، مدل اصلاح شده پری دینامیک مبتنی بر پیوند مطرح شد و مورد بررسی قرار گرفت [۳۰]. علاوه بر این، برای تحلیل دو شاخه شدن در مواد شکننده تحت بار کششی، تئوری پری دینامیک مبتنی بر پیوند با هدف انتشار عیوب میکرو و ماکرو در مرجع [۳۱] معرفی شده یک مدل توسعه یافته پری دینامیک مبتنی بر پیوند با عنوان مدل پری دینامیک مبتنی بر جفت پیوند، که تعامل بین نقاط مادی، به طور همزمان به دو متغیر طول پیوند و زاویه چرخش بین پیوندها بستگی دارد، نیز در مرجع [۳۲] مورد مطالعه قرار گرفت. همچنین یک مدل سه بعدی پری دینامیک مبتنی بر جفت پیوند متناوب به منظور مدل سازی شکست تحت بارهای برشی فشاری ترکیبی در مرجع [۳۳] و نیز انواع مختلف حالت های شکست در مدل پری دینامیک مبتنی بر جفت پیوند با در نظر گرفتن مقادیر بحرانی چگالی انرژی کششی و برشی پیوند در مرجع [۳۴] مورد شبیه سازی گرفت.

احمدی و همکاران [۳۵] ضمن شبیه سازی شروع و انتشار ترک، مدل ریز ساختار دوبعدی پری دینامیک مبتنی بر پیوند

در جهت مخالف یک دیگر می باشند [۵ و ۶]. سینماتیک تئوری پری دینامیک مبتنی بر پیوند در شکل (۱) نشان داده شده است. همچنین در تئوری پری دینامیک مبتنی بر پیوند، برای مواد همسانگرد الاستیک، ثابت پیوند به جای دو پارامتر مربوط به ثوابت مادی فقط به یک پارامتر اشاره دارد [۷]. برای غلبه بر چنین محدودیت هایی، تئوری پری دینامیک مبتنی بر حالت، به عنوان راه حلی در مرجع [۸] معرفی شده است. در این تئوری تغییر شکل ها به صورت بخش های انحرافی و حجمی در نظر گرفته شده و از نسبت پواسون دلخواه در روند حل استفاده می نماید. تئوری پری دینامیک مبتنی بر حالت نیز در دو نوع مبتنی بر حالت معمول، و نیز مبتنی بر حالت غیر معمول، دسته بندی می شود. در تئوری پری دینامیک مبتنی بر حالت معمول، چگالی نیرو بین هر دو نقطه مادی به صورت برداری هم راستا در خلاف جهت با مقدار متفاوت می باشد، در صورتی که در تئوری پری دینامیک مبتنی بر حالت غیر معمول هم راستایی در نظر گرفته نمی شود. بنابراین، بردار چگالی نیرو مستقیماً توسط مدل های آسیب و بدون نیاز به تعریف رابطه ی دیگری، تعیین می شود [۹]. به همین جهت، برای شبیه سازی آسیب در مدل های الاستوپلاستیک، فقط تئوری های مبتنی بر حالت به طور گسترده مورد استفاده قرار گرفته است [۱۰-۲۷].

ماسک و سیلینگ [۲۸] مدل ماده ای الاستوپلاستیک را در پری دینامیک مبتنی بر حالت پیشنهاد کردند که برای شبیه سازی فرآیندهای نفوذ در آلیاژهای آلومینیوم انعطاف پذیر مورد مطالعه

که در آن ρ نشان دهنده چگالی جرم، u بیان گر میدان برداری جابه جایی، x بردار موقعیت، Π_i معرف بردارهای یکه و σ_{ji} به مولفه های تانسور تنش اشاره دارد. همچنین Γ میدان چگالی نیروی جسم تعیین شده را نشان می دهد. تحلیل مسائل دارای ناپیوستگی به دلیل استفاده از مشتقات مکانی در این روابط امکان پذیر نیست. بنابراین، برای غلبه بر این موضوع، روش های خاصی در مکانیک شکست توسعه داده شده است.

در چارچوب محاسبات پری داینامیک، این چنین مشتقات میدان جابه جایی در مکانیک پیوسته مورد نیاز نبوده و معادلات حرکت، به فرم رابطه (۲) برقرار می باشد.

$$\rho \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2} = \int_H f(u(x', t) - u(x, t), x' - x) dV_{x'} + r(x, t) \quad (2)$$

در این رابطه، H نشان دهنده همسایگی^۷ نقطه مادی x و f تابع نیروی جفتی^۸ با مقدار برابر بردار نیروی اعمال شده توسط ذره x' بر ذره x مطابق شکل (۲) می باشد. علاوه بر این، نیروی پیوند با برهمکنش فیزیکی بین ذرات x و x' بسته به جهت و طول آن در پیکربندی مرجع (قبل از تغییر شکل) و جابه جایی های نسبی در پیوند تعریف می شود. بنابراین، محققان فرض کردند که ذرات ماده با فاصله ای در پیکربندی مرجع که بیش از یک فاصله ثابت δ (به عنوان شعاع همسایگی) جدا می شوند، برهمکنش ندارند. متغیرها و شبکه های عددی نشان داده شده در شکل (۲) برای ارزیابی نیروهای تعاملی بین ذرات استفاده می شوند.

اجرای یک معادله انتگرالی به جای عملگر مشتق، در تئوری پری داینامیک به گونه ای مدل می شود که با وجود یک ناپیوستگی در ساختار تغییر شکل یافته، قابلیت استفاده آن را محدود نکند. از این رو، شروع و انتشار ترک را می توان فقط به عنوان شکل دیگری از تغییر شکل، نه به عنوان یک آسیب و یا ناپیوستگی، در چارچوب پری داینامیک در نظر گرفت. این رویکرد ارزشمند قادر به شبیه سازی الگوهای آسیب پیچیده و فرایندهای شکست خواهد بود.

تصریح نمودند که روش مبتنی بر پیوند (آسیب-الاستیک) نمی تواند تغییر شکل پلاستیک را مدل نماید که این امر، نوآوری و اهمیت پژوهش حاضر را، به منظور مدل سازی مواد شکل پذیر در پری داینامیک مبتنی بر پیوند نشان می دهد.

به طور کلی علاوه بر این که تئوری پری داینامیک مبتنی بر پیوند ساده ترین و کم هزینه ترین فرمول بندی پری داینامیک است [۳۶] ولیکن به دلیل ویژگی های الاستیک مرتبط با این تئوری، امکان بررسی رفتار پلاستیکی مواد به طور مستقیم وجود ندارد. به منظور جبران این ضعف، روشی در این مقاله پیشنهاد و موجب توسعه این تئوری شده است. برای غلبه بر کاستی های این تئوری در تحلیل های تغییر شکل پلاستیک، این مقاله از روش خواص مادی متغیر برای افزایش قابلیت تئوری پری داینامیک مبتنی بر پیوند برای مدل سازی مواد الاستوپلاستیک استفاده می کند. در روش خواص مادی متغیر، رفتار غیرکشسان به عنوان مجموعه ای از حل های الاستیک انجام شده در نظر گرفته می شود. این روش توسط جاها و همکاران [۳۷-۳۹] به عنوان یک مدل الاستوپلاستیک محاسباتی و کارآمد که قادر به پیش بینی میدان های تنش پسماند قابل اعتماد است، پیشنهاد شد.

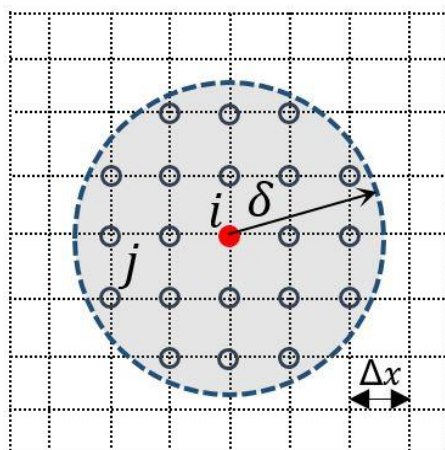
در این مقاله پس از ارائه مقدمات، در بخش بعد تئوری پری داینامیک مبتنی بر پیوند و روش خواص مادی متغیر به طور خلاصه توضیح داده شده است. همچنین در بخش سوم، مسایل مورد بررسی معرفی شده و در بخش چهارم نتایج حاصل آورده شده و در نهایت نیز جمع بندی ارائه شده است.

۲- مدل الاستوپلاستیک پری داینامیک مبتنی بر

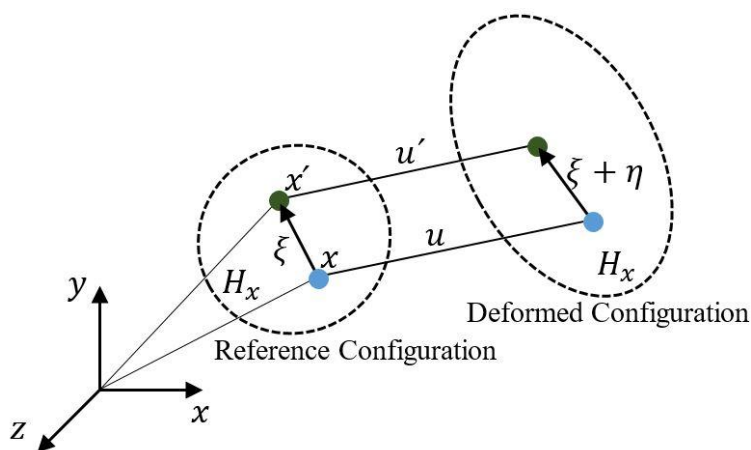
پیوند بر اساس روش خواص مادی متغیر

معادلات دینامیکی مکانیک پیوسته کلاسیک به شکل معادلات دیفرانسیل جزئی به صورت رابطه (۱) برای مدل سازی تغییر شکل جامدات بیان می شوند [۵].

$$\rho \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2} = \sigma_{ji,i} n_i + r(x, t) \quad (1)$$



شکل ۲- گسسته‌سازی برای ارزیابی نیروهای پیوند.



شکل ۳- متغیرهای پری‌دینامیک و همسایگی در پیکربندی‌ها.

رابطه (۳) نیروهای وارد شده توسط دو ذره بر یکدیگر دارای مقدار یکسان و جهت مخالف هستند. لازم به ذکر است که برخلاف رابطه حرکت تئوری کلاسیک، هیچ مشتق مکانی در رابطه حرکت پری‌دینامیک در روابط وجود ندارد.

$$f(\eta, \xi) = -f(-\eta, -\xi) \quad \forall \eta, \xi \quad (3)$$

به‌طوری‌که:

$$\xi = x' - x \quad (4)$$

$$\eta = u(x', t) - u(x, t) \quad (5)$$

در پیکربندی مرجع، مطابق روابط (۴) و (۵)، ξ بیانگر بردار موقعیت نسبی و η بردار جابه‌جایی نسبی هستند. همچنین یک نمونه اولیه ماده شکننده میکروالاستیک با تابع نیروی جفتی در

همچنین در تئوری پری‌دینامیک مبتنی بر پیوند، روابط حرکت برای یک نقطه مادی در موقعیت x در پیکربندی مرجع بیان می‌شود [۵]. همان‌طور که در رابطه (۲) ذکر شد، f به یک تابع نیروی جفتی اشاره دارد که به عنوان نیروی بر مجذور واحد حجم که ذره x' بر ذره x اعمال می‌کند، اطلاق می‌گردد. علاوه بر این، Γ میدان بردار نیروی حجمی را نشان می‌دهد. همچنین H_x نیز بیانگر یک حجم محدود در اطراف ذره x که نشان‌دهنده همسایگی x است. معمولاً این همسایگی در حالت سه‌بعدی به‌عنوان یک کره یا در مسائل دوبعدی یک دایره با شعاع $\delta = 3\Delta x$ در نظر گرفته می‌شود که در شکل (۳) نشان داده شده است. همچنین در پری‌دینامیک مبتنی بر پیوند مطابق

مرجع [۶] مطابق رابطه (۶) پیشنهاد شده است:

$$f(\eta, \xi) = c(\xi) s(\eta, \xi) \mu(x, t, \xi) \frac{\eta + \xi}{\eta + \xi} \quad \forall \eta, \xi \quad (6)$$

در این رابطه، $c(\xi)$ معرف ثابت سفتی پیوند (معادل ثابت فنر) و μ ضریب شکست باند است که در واقع با ضریب μ می توان شرایط شکست باند را کنترل کرد. به طوری که، برای یک پیوند دست نخورده، مقدار آن برابر و برای موردی که کشش پیوند به مقدار بحرانی می رسد، مقدار آن برای همیشه صفر می گردد و در نتیجه باند شکسته می شود. همچنین s نیز بیان گر کشش باند است و از اختلاف کمیت های برداری ξ و $\eta + \xi$ مطابق رابطه (۷) تعریف می گردد:

$$s(\eta, \xi) = \frac{(\eta + \xi) - \xi}{\xi} \quad (7)$$

در ادامه به منظور افزایش قابلیت تئوری پری دینامیک مبتنی بر پیوند برای مدل سازی مواد الاستوپلاستیک روش خواص مادی متغیر، که اولین بار توسط جاها و همکاران [۳۷ و ۳۸] معرفی شد، استفاده می شود. این روش، برای پیش بینی تنش های پسماند، از راه حل های الاستیک تکراری برای ایجاد پاسخ غیرکشسانی استفاده می نماید.

با توجه به این که کرنش کل، به عنوان مجموع بخش های الاستوپلاستیک در نظر گرفته می شود، مطابق رابطه (۸) قسمت کرنش الاستیک با استفاده از قانون هوک، و نیز کرنش پلاستیکی براساس تئوری تغییر شکل کل هنکی جایگزین گردید.

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^e + \varepsilon_{ij}^p = \left(\frac{1+\nu}{E} \sigma_{ij} - \frac{\nu}{E} \sigma_{kk} \delta_{ij} \right) + (\phi s_{ij}) \quad (8)$$

که در آن E ، ν و δ_{ij} به ترتیب مدول الاستیک، نسبت پواسون و دلتای کرونیکر می باشند. همچنین s_{ij} بیانگر تنش های انحرافی و تابع ϕ یک مقدار اسکالر است و مطابق روابط (۹) و (۱۰) تعریف می شوند:

$$s_{ij} = \sigma_{ij} - \frac{1}{3} \sigma_{kk} \delta_{ij} \quad (9)$$

$$\phi = \frac{3}{2} \frac{\varepsilon_{eq}}{\sigma_{eq}} \quad (10)$$

بنابراین پس از جایگزینی روابط (۹) و (۱۰) در رابطه (۸)، رابطه (۱۱) حاصل می شود:

$$\varepsilon_{ij} = \left(\frac{1+\nu}{E} + \phi \right) \sigma_{ij} - \left(\frac{\nu}{E} + \frac{\phi}{3} \right) \sigma_{kk} \delta_{ij} \quad (11)$$

همچنین تابع ϕ در رابطه (۱۱) را می توان از یک منحنی تنش-کرنش تک محوری تعیین و این رابطه را به صورت رابطه (۱۲) به فرم معادلات الاستیک بازنویسی نمود:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1+\nu_{eff}}{E_{eff}} \sigma_{ij} - \frac{\nu_{eff}}{E_{eff}} \sigma_{kk} \delta_{ij} \quad (12)$$

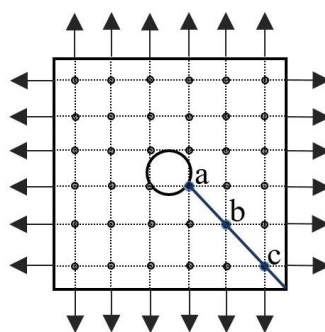
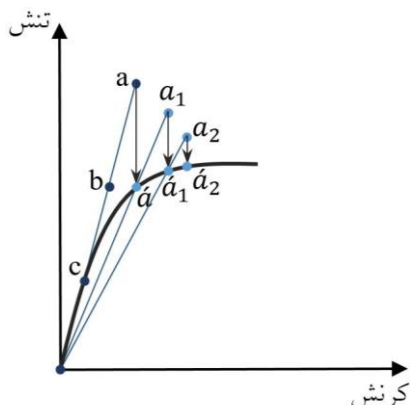
در این روابط E_{eff} و ν_{eff} به ترتیب نشان دهنده مدول الاستیک موثر و نسبت پواسون موثر هستند. با انجام مقایسه ای بین رابطه (۱۱) و رابطه (۱۲) متغیرهای میدان موثر، در هر نقطه به فرم روابط (۱۳) و (۱۴) معرفی می شوند:

$$E_{eff} = \frac{3E}{3+2E\phi} \quad (13)$$

$$\nu_{eff} = \frac{3\nu + E\phi}{3+2E\phi} \quad (14)$$

در این روش، حل الاستوپلاستیک براساس خواص الاستیک موثر و به صورت حلقه تکراری انجام می پذیرد. ابتدا بدنه به بخش های کوچکی تقسیم می شود و سپس راه حل کاملاً الاستیک به دست می آید. مطابق شکل (۴) برای نقاطی که تنش آن ها به حد تسلیم می رسد، به صورت رویه ی تکراری برای نقاط در سطح کرنش مشابه، تنش مربوط از منحنی تنش-کرنش تک محوری محاسبه و اصلاح مقادیر ν_{eff} و E_{eff} انجام می گردد. این روند تا زمانی که منحنی محاسباتی با منحنی به دست آمده از آزمایش کشش تک محوری مطابقت داشته باشد، ادامه خواهد یافت.

پس از بیان تئوری پری دینامیک مبتنی بر پیوند و نیز توضیحات روش خواص مادی متغیر، به منظور ایجاد قابلیت مدل سازی مواد الاستوپلاستیک در تئوری پری دینامیک مبتنی بر پیوند، از روش خواص مادی متغیر، بهره گرفته می شود، به نحوی که مطابق رابطه (۱۵) اگر مقدار تنش حاصل برای نقطه مادی



شکل ۴- رویکرد خواص مادی متغیر: نمونه تحت بارگذاری دو محوره (سمت راست)، روش خواص مادی متغیر (سمت چپ).

مشابه کار مادنسی و اوترکوس [۴۰] استفاده شده است. بدین منظور، صفحه‌ای مربعی دارای یک سوراخ مرکزی، به طول ضلع ۵ سانتی‌متر به صورت تک‌محوری مطابق شکل (۵) بارگذاری می‌شود. گسسته‌سازی این صفحه به یک شبکه‌بندی دارای نقاط مادی با فاصله شبکه ثابت $\Delta x = 0.0005 \text{ mm}$ و اندازه که به صورت ماتریسی با ابعاد 75×75 (یعنی در هر راستای افقی و عمودی تعداد ۷۵ نقطه مادی مفروض گردیده) و نیز به ضخامت Δx (برابر فاصله بین دو نقطه مادی) براساس روش بدون مش بیان شده در مرجع [۶] انجام پذیرفته است. علاوه بر این، اندازه همسایگی برابر مقدار ثابت $\delta = 3.015$ و نیز مدل ماده‌ی الاستیک-پلاستیک کامل با مدول یانگ $E = 200 \text{ GPa}$ ، نسبت پواسون $\nu = 0.33$ ، چگالی $\rho = 8000 \text{ kg/m}^3$ و تنش تسلیم کششی $\sigma_Y = 200 \text{ MPa}$ ، در نظر گرفته شده است. همچنین به منظور مقایسه نتایج با گزارش عسگری و کوچک‌زاده [۴۱] از معادل همان الگوی بارگذاری به صورت کنترل جابه‌جایی استفاده گردیده است. به بیان دیگر، الگوی بارگذاری در مسئله اول به ترتیب برابر با 0.0156 mm ، 0.0174 mm و 0.0192 mm و معادل بارگذارهای تنشی 100 MPa ، 110 MPa و 120 MPa می‌باشند. همچنین بارگذاری در مسئله دوم به ترتیب برابر با 0.0159 mm ، 0.0175 mm و 0.0194 mm و معادل بارگذارهای تنشی 110 MPa ، 120 MPa و 130 MPa در نظر گرفته می‌شوند.

موردنظر بیش از مقدار تنش تسلیم شود، بایستی مقادیر پارامترهای موثر از روش خواص مادی متغیر محاسبه و مقدار کرنش پلاستیک به فرم رابطه (۱۶) محاسبه شود:

$$s(\eta, \xi) \geq \sigma_Y \quad (15)$$

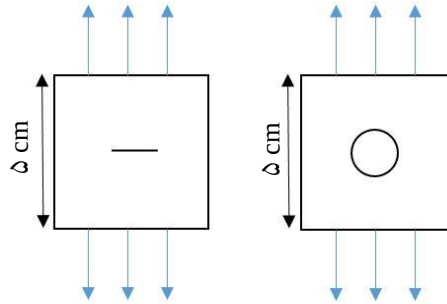
$$\varepsilon = \frac{s(\eta, \xi)}{E_{\text{eff}}} \quad (16)$$

در هر گام زمانی برای تمامی نقاط، بررسی این رویه تکراری، انجام می‌پذیرد.

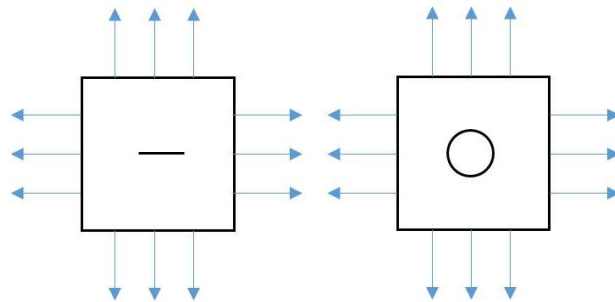
۳- شبیه‌سازی عددی

همان‌طور که بیان شد، در روش پری‌دینامیک مبتنی بر پیوند تنها امکان بررسی رفتار الاستیک امکان‌پذیر است. درحالی‌که روش پیشنهادی در این مقاله، امکان بررسی رفتار مواد الاستوپلاستیک را نیز فراهم می‌نماید. در این روش، از قابلیت روش خواص مادی متغیر در مدل‌سازی تغییر شکل پلاستیک برای توسعه تئوری پری‌دینامیک مبتنی بر پیوند استفاده می‌گردد. برای نشان دادن دقت روش پیشنهادی، چندین مثال عددی در این بخش ارائه می‌شود.

برای اطمینان از صحت رویه، دو نمونه مسئله بررسی شده است. مسئله اول، مربوط به مدل‌سازی پری‌دینامیک یک صفحه دارای سوراخ مرکزی تحت کشش تک‌محوری، و مسئله دیگر صفحه‌ای دارای یک ترک مرکزی تحت کشش تک‌محوری است. علاوه بر این، روند تصحیح حجم و نیز انتگرال زمانی



شکل ۵- صفحه دارای سوراخ مرکزی (سمت راست) و ترک مرکزی (سمت چپ) تحت کشش تک محوری



شکل ۶- صفحه دارای سوراخ مرکزی (سمت راست) و ترک مرکزی (سمت چپ) تحت کشش دو محوری.

استفاده از رابطه تنش فون میسز^۹ با مقدار کشش بحرانی باند، مقایسه نموده در صورتی که تنش پیوند بیش از مقدار بحرانی باشد، پیوند دو نقطه مادی از هم گسیخته می شود. توزیع تنش فون میسز در امتداد محورهای عمودی و افقی از طریق حل پری دینامیک تحت شرایط بارگذاری مختلف در مقایسه با شبیه سازی روش اجزای محدود در نرم افزار آباکوس مطابق شکل (۷) بدست آمده است. تطابق قابل قبول بین پاسخ های ارائه شده در دو روش مذکور، قابلیت مدل الاستیک-پلاستیک کامل در پری دینامیک مبتنی بر پیوند را تایید می نماید. همچنین تغییر تنش فون میسز در نقاط مرزی به دلیل اثرات سطحی، انحراف جزئی بین نتایج روش اجزای محدود و پری دینامیک را نشان می دهد. برای اطمینان از دقت راه حل پیشنهادی، یک مطالعه همگرایی شبکه بندی مطابق نتایج شکل (۸) برای جابه جایی عمودی در امتداد محور Y و توزیع تنش فون میسز در امتداد محور X ، انجام پذیرفته است. این مطالعه همگرایی در سه سطح فاصله ی شبکه برابر با $\Delta x = 0.0007$ ، $\Delta x = 0.0005$ و $\Delta x = 0.001$ بررسی شده است. با توجه به نتایج این مطالعه، با کاهش چگالی شبکه، علاوه بر همگرایی

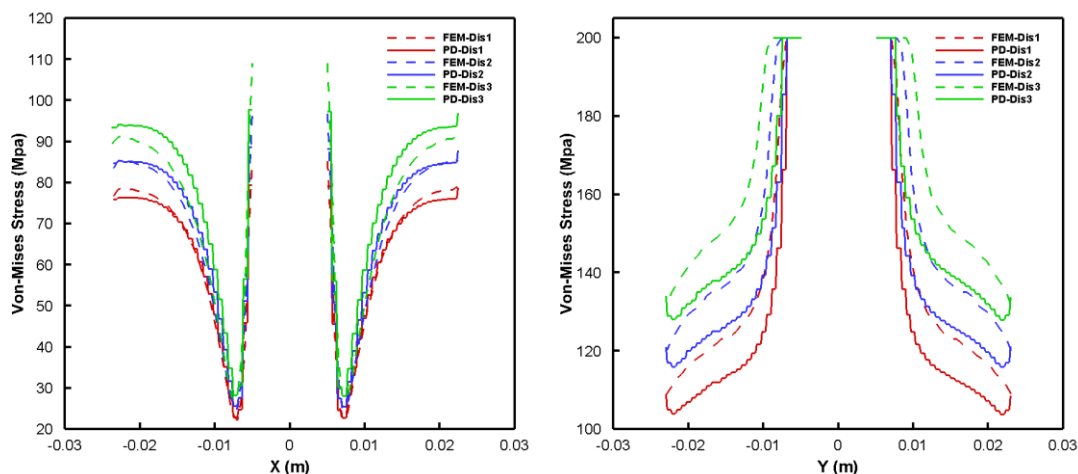
شبیه سازی تغییر شکل الاستوپلاستیک شبه استاتیک برای صفحه ای دارای یک سوراخ مرکزی به قطر ۱ سانتی متر و تحت کشش تک محوری با بارگذاری های اعمالی در سه سطح جابه جایی برابر با $Dis1 = 0.0156mm$ ، $Dis2 = 0.0174mm$ و $Dis3 = 0.0192mm$ به صورت کنترل جابه جایی مطابق شکل (۵) در نظر گرفته شده است.

همچنین صفحه مربعی دارای یک ترک مرکزی با طول ۱ سانتی متر و تحت بار کشش تک محوری اعمال شده و با همان مشخصه مواد و هندسه مسئله اول، با بارگذاری در سه سطح جابه جایی به ترتیب برابر با $Dis4 = 0.0159mm$ ، $Dis5 = 0.0175mm$ و $Dis6 = 0.0194mm$ به صورت کنترل جابه جایی مطابق شکل (۵) شبیه سازی می گردد.

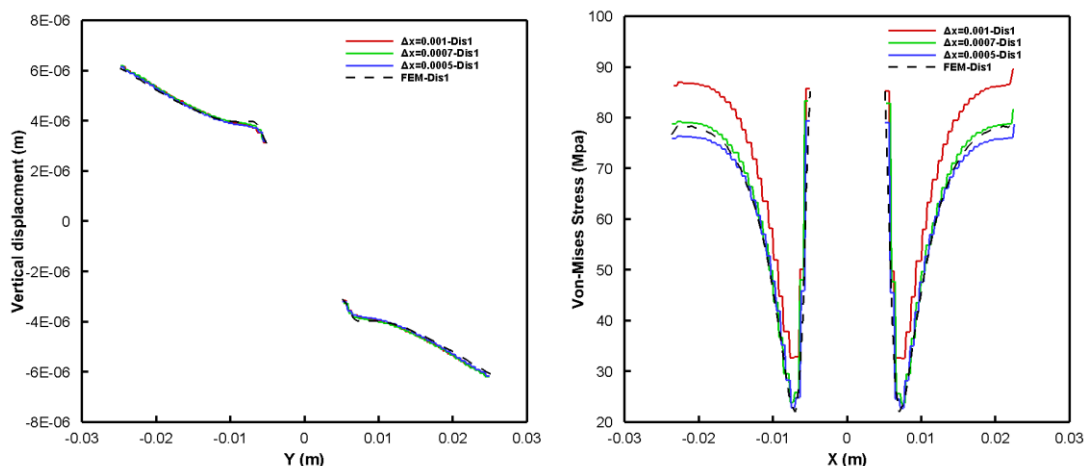
در ادامه، بررسی کشش دو محوره برای هر دو مسئله ی صفحه دارای یک سوراخ مرکزی و نیز صفحه دارای ترک مرکزی مطابق شکل (۶) انجام گردیده است.

۴- نتایج و بحث

به منظور تعیین گسیختگی پیوند، تنش پیوند نقاط مادی با



شکل ۷- توزیع تنش فونمیسز در راستای محور مرکزی عمودی (سمت راست) و افقی (سمت چپ) صفحه دارای سوراخ مرکزی تحت کشش تک محوری.

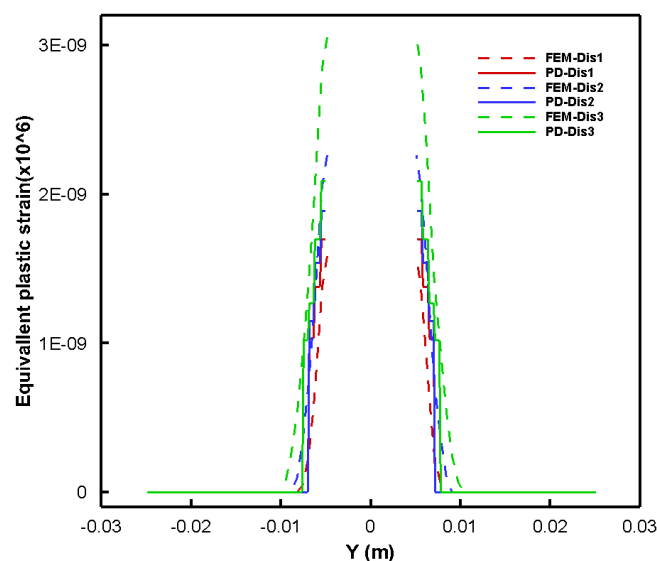


شکل ۸- بررسی همگرایی δ: تنش فونمیسز در امتداد محور X (سمت راست) و جابه جایی عمودی در امتداد محور Y (سمت چپ) صفحه دارای سوراخ مرکزی تحت کشش تک محوری.

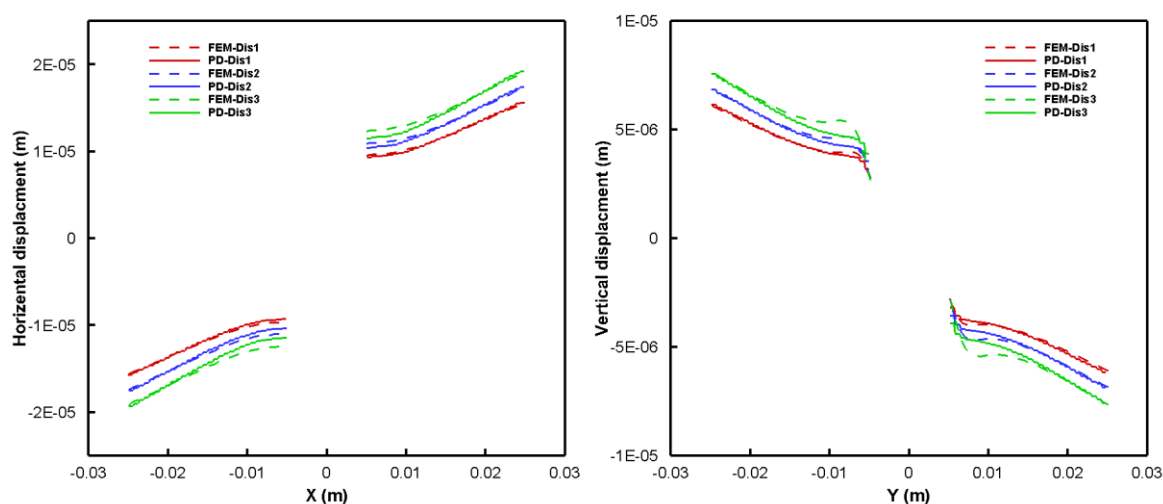
باتوجه به این شکل، کرنش پلاستیک معادل یک افزایش ناگهانی در مجاورت مرز سوراخ نشان می دهد و در نقاط دیگر برابر صفر در نظر گرفته می شود. در نتیجه، ناحیه پلاستیکی از مرز سوراخ با تمرکز تنش بالاتر شروع به گسترش می نماید. همچنین دامنه جابه جایی افقی در امتداد محور افقی و تغییرات جابه جایی عمودی در امتداد محور عمودی در شکل (۱۰) ارائه گردیده است. همان طور که مشاهده می شود، نتایج به طور کلی سازگاری خوبی را بین این دو رویکرد نشان می دهد.

جابه جایی های عمودی، تنش فونمیسز به نتایج روش اجزای محدود به صورت یکنواخت نزدیک می شوند.

باتوجه به این که برای هر نقطه مادی ابتدا تنش های نرمال و برشی محاسبه و سپس تنش برآیند از رابطه فونمیسز حاصل می گردد. با در نظر گرفتن تنش در هر نقطه مادی و محاسبه مدول الاستیک موثر، مقدار کرنش در آن نقطه مادی قابل دستیابی می باشد. به منظور ارزیابی بیشتر نتایج، تغییرات کرنش پلاستیک معادل در راستای محور عمودی در شکل (۹) آورده شده است.



شکل ۹- تغییرات کرنش پلاستیک معادل در امتداد محور عمودی میانی صفحه دارای سوراخ مرکزی تحت کشش تک محوری.

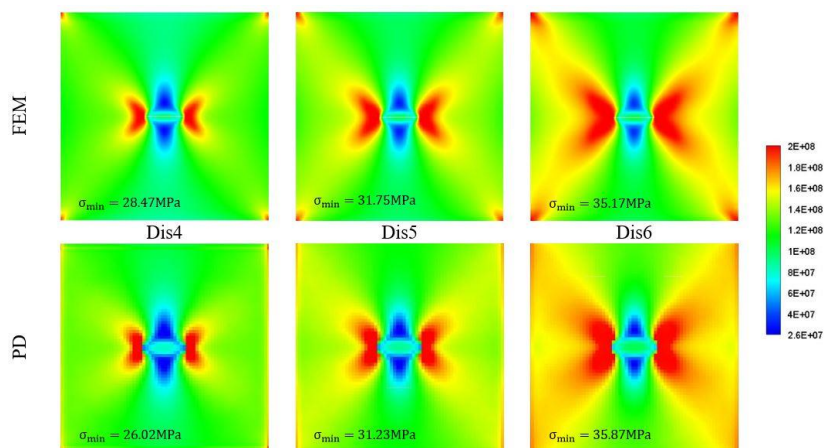


شکل ۱۰- بررسی جابه جایی عمودی در امتداد محور Y (سمت راست) و جابه جایی افقی در امتداد محور X (سمت چپ) صفحه دارای سوراخ مرکزی تحت کشش تک محوری.

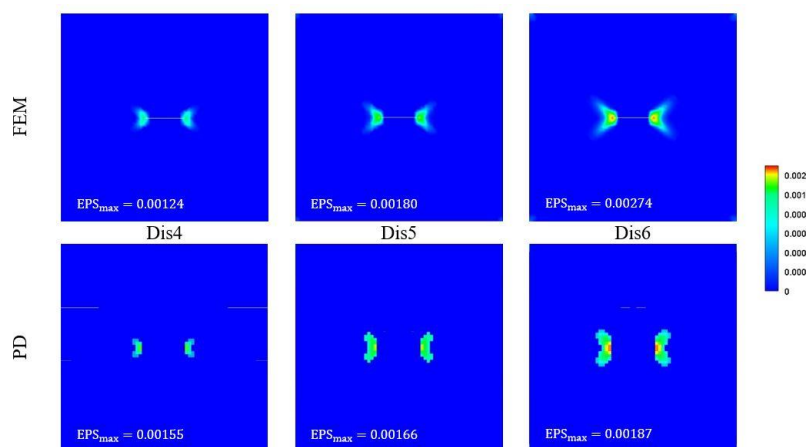
مشاهده می شود. این بررسی، سازگاری قابل قبول نتایج روش اجزای محدود و پری داینامیک را در شرایط بارگذاری مختلف و همچنین دقت مدل الاستوپلاستیک پری داینامیک مبتنی بر پیوند براساس خواص مادی متغیر را نشان می دهد.

کرنش پلاستیک معادل در شکل (۱۲) به طوری که نتایج روش اجزای محدود در بالای شکل و نتایج مدل پری داینامیک در پایین آورده شده، مشاهده می گردد. براساس این نتایج،

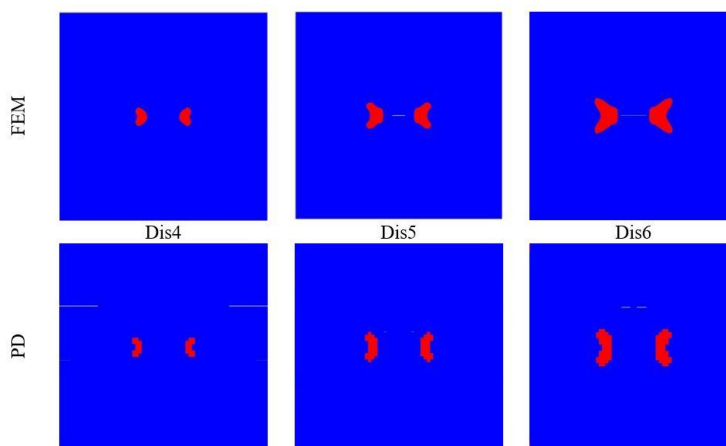
در ادامه به منظور بررسی نتایج مسئله صفحه دارای ترک مرکزی، توزیع تنش فون میسز در شرایط بارگذاری های معرفی شده، مطابق شکل (۱۱) به طوری که ردیف بالا نتایج روش اجزای محدود و ردیف پایین پاسخ پری داینامیک است، نشان داده شده است. در این شکل، حداکثر مقدار تنش فون میسز در نزدیکی نوک ترک و افزایش ناحیه محصور شده توسط بیشترین و کمترین مقادیر توزیع تنش فون میسز با افزایش بار



شکل ۱۱- توزیع تنش فونمیسز برای بارگذاری‌های مختلف در صفحه دارای ترک افقی مرکزی.



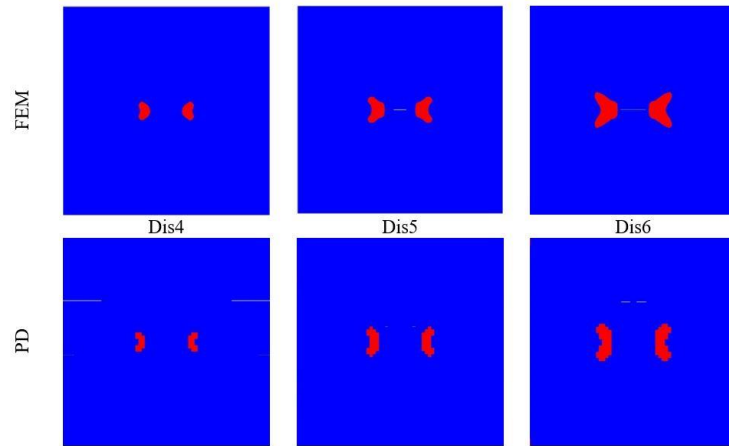
شکل ۱۲- مقایسه تغییرات کرنش پلاستیک معادل در بارگذاری‌های مختلف برای صفحه دارای ترک افقی مرکزی.



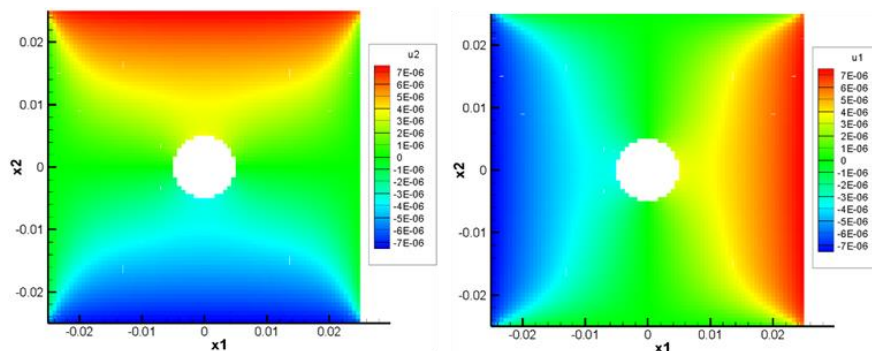
شکل ۱۳- تغییرات اندازه ناحیه پلاستیک در بارگذاری‌های مختلف در صفحه دارای ترک افقی مرکزی.

ناحیه پلاستیکی در شکل (۱۳) ارزیابی شده و افزایش اندازه ناحیه پلاستیکی با افزایش مقدار بار مشاهده می‌شود. این نتایج

با افزایش مقدار بار، حداکثر مقدار کرنش پلاستیک معادل نیز افزایش می‌یابد. به این منظور، اثر افزایش بار بر روی اندازه



شکل ۱۳- تغییرات اندازه ناحیه پلاستیک در بارگذاری های مختلف در صفحه دارای ترک افقی مرکزی.



شکل ۱۴- تغییر مکان های افقی (سمت راست) و عمودی (سمت چپ) در صفحه دارای سوراخ مرکزی تحت کشش دومیته.

سوراخ مرکزی در شکل های (۱۴) و (۱۵) و نیز نتایج مربوط به صفحه دارای ترک مرکزی در شکل های (۱۶) و (۱۷) نشان داده شده است.

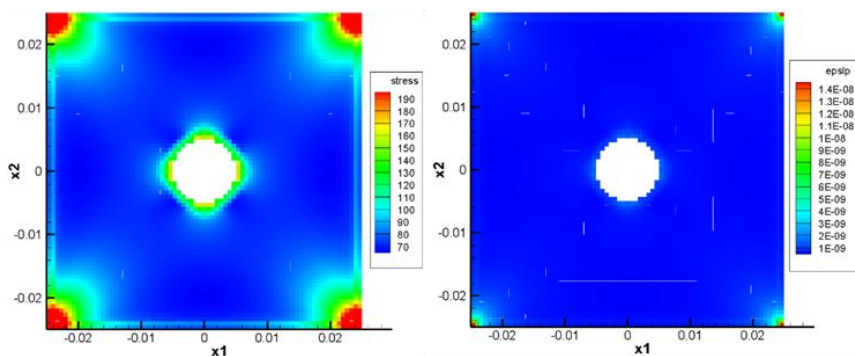
۵- نتیجه گیری

در تئوری پری داینامیک مبتنی بر پیوند بررسی رفتاری شبیه فنر الاستیک امکان پذیر است. در این مقاله، به منظور ایجاد قابلیت مدل سازی رفتار الاستوپلاستیک در پری داینامیک مبتنی بر پیوند از روش خواص مادی متغیر استفاده شده است. در این راستا، دو مسئله شامل صفحه دارای یک سوراخ مرکزی و نیز دارای یک ترک مرکزی تحت کشش تک محوری برای یک ماده الاستیک-پلاستیک کامل، به منظور ارزیابی کارایی و اعتبار روش پیشنهادی مورد بررسی قرار گرفت. علاوه بر این، نتایج پری داینامیک مبتنی بر پیوند مربوط به تنش فون میسز،

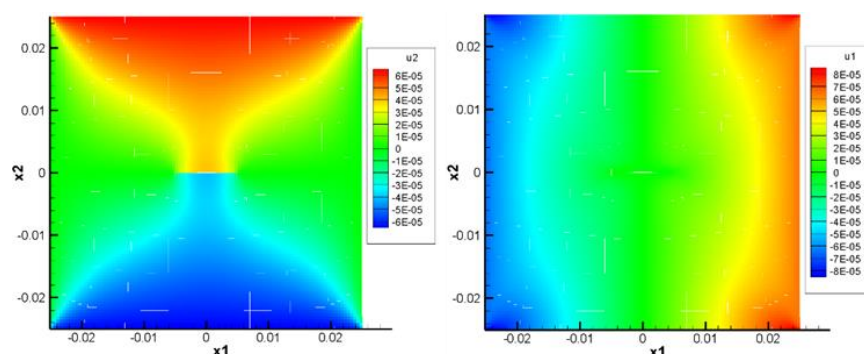
سازگاری قابل قبول، پاسخ های روش اجزای محدود و پری داینامیک را نیز نشان می دهند. به طور کلی بررسی نتایج نشان می دهد، مدل الاستوپلاستیک پری داینامیک مبتنی بر پیوند پیشنهاد شده، می تواند توزیع تنش فون میسز، جابه جایی های عمودی و افقی و کرنش پلاستیک و اندازه ناحیه پلاستیک را با دقت قابل قبول پیش بینی نماید.

همچنین با مقایسه خطاهای مدل پیشنهادی، حداکثر خطا در مقادیر جابه جایی عمودی در روش پیشنهادی حدود ۱ درصد است، در حالی که این مقدار در نتایج مرجع [۴۱] حدود ۹ درصد است. همچنین بیشترین خطا در مقادیر تنش فون میسز روش پیشنهادی حدود ۳ درصد است، در حالی که خطا در تنش های فون میسز در مرجع [۴۱] بیش از ۱۰ درصد بیان شده است.

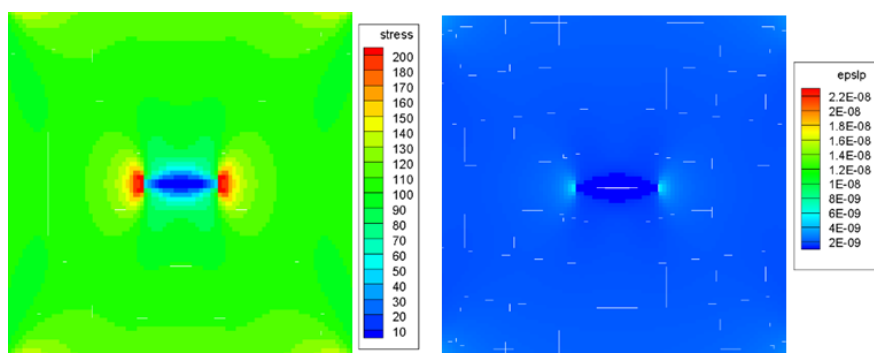
همچنین بررسی کشش دومیته برای هر دو مسئله مورد بررسی قرار گرفت. به طوری که، نتایج مربوط به صفحه دارای



شکل ۱۵- کرنش پلاستیک (سمت راست) و توزیع تنش فونمیسز (سمت چپ) در صفحه دارای سوراخ مرکزی تحت کشش دوماحوره.



شکل ۱۶- تغییر مکان‌های افقی (سمت راست) و عمودی (سمت چپ) در صفحه دارای ترک مرکزی تحت کشش دوماحوره.



شکل ۱۷- کرنش پلاستیک (سمت راست) و توزیع تنش فونمیسز (سمت چپ) در صفحه دارای ترک مرکزی تحت کشش دوماحوره.

همچنین در ادامه، نتایج دو مسئله‌ی صفحه دارای سوراخ مرکزی و نیز دارای ترک مرکزی تحت کشش دوماحوری، مورد بررسی قرار گرفت.

اندازه ناحیه پلاستیک، جابه‌جایی‌های عمودی و افقی و کرنش پلاستیک معادل استخراج شده و با نتایج روش اجزای محدود، مقایسه و مورد بررسی قرار گرفته‌اند. مقایسه این نتایج کارایی و دقت روش پیشنهادی را به طور قابل قبول، تایید می‌نماید.

واژه‌نامه

- | | | |
|-----------------------|----------------|----------------------------|
| 1. elastoplastic | 4. peridynamic | 7. horizon |
| 2. perfect plasticity | 5. bond-based | 8. pairwise force function |
| 3. nonlocal | 6. state-based | 9. Von Mises |

مراجع

1. Drucker, D. C., "A More Fundamental Approach to Plastic Stress-Strain Relations", *Proceedings of 1st US National Congress of Applied Mechanics*, pp. 487-491, 1951.
2. Prager, W., "The Theory of Plasticity : A Survey of Recent Achievements", *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers*, Vol. 169(1), pp. 41-57, 1955.
3. Chen, W. F., and Han, D. J., "Plasticity for Structural Engineers", *J. Ross Publishing*, 2007.
4. De Souza Neto, E. A., Peric, D., and Owen, D.R., "Computational Methods for Plasticity : Theory and Applications", *John Wiley & Sons*, 2011.
5. Silling, S. A., "Reformulation of Elasticity Theory for Discontinuities and Long-Range Forces", *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 48(1), pp. 175-209, 2000.
6. Silling, S. A., and Askari, E., "A Meshfree Method Based on the Peridynamic Model of Solid Mechanics", *Computers & Structures*, Vol. 83(17-18), pp. 1526-1535, 2005.
7. Ballarini, R., "Bond-Based Peridynamic Modelling of Singular and Nonsingular Crack-tip Fields", *Meccanica*, Vol. 53, pp. 3495-3515, 2018.
8. Silling, S. A., "Peridynamic States and Constitutive Modeling", *Journal of Elasticity*, Vol. 88, pp. 151-184, 2007.
9. Tupek, M. R., and Radovitzky, R., "An Extended Constitutive Correspondence Formulation of Peridynamics Based on Nonlinear Bond-Strain Measures", *Journal of the Mechanics and Physics of Solid*, Vol. 65, pp. 82-92, 2014.
10. Gu, X., Zhang, Q., and Madenci, E., "Non-Ordinary State-Based Peridynamic Simulation of Elastoplastic Deformation and Dynamic Cracking of Polycrystal", *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 218, pp. 106568, 2019.
11. Mousavi, F., Jafarzadeh, S., and Bobaru, F., "An Ordinary State-Based Peridynamic Elastoplastic 2D Model Consistent with J2 Plasticity", *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 229, pp. 111146, 2021.
12. Li, T., and Gu, X., "Elastoplastic Constitutive Modeling for Reinforced Concrete in Ordinary State-Based Peridynamics", *Journal of Mechanics*, Vol. 36, pp. 799-811, 2020.
13. Cruz, A. L., and Donadon. M. V., "An Elastoplastic Constitutive Damage Model Based on Peridynamics Formulation", *International Journal of Non-Linear Mechanics*, Vol. 142, pp. 103978, 2022.
14. Pashazad, H., and Kharazi, M., "A Peridynamic Plastic Model Based on Von Mises Criteria with Isotropic, Kinematic and Mixed Hardenings under Cyclic Loading", *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 156, pp. 182-204, 2019.
15. Liu, Z., Zhang, J., Zhang, H., Ye, H., Zhang, H., and Zheng, Y., "Time-Discontinuous State-Based Peridynamics for Elasto-Plastic Dynamic Fracture Problems", *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 266, pp. 108392, 2022.
16. Foster, J. T., Silling S. A., and Chen, W. W., "Viscoplasticity Using Peridynamics", *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 81(10), pp. 1242-1258, 2010.
17. Lyu, Y., Zhang, J., Chang, J., Guo, S., and Zhang, J. J., "Integrating Peridynamics with Material Point Method for Elastoplastic Material Modeling", *Advances in Computer Graphics International Conference*, pp. 228-239, 2019.
18. Liu, S., Fang, G., Fu, M., Yan, X., Meng, S., and Liang, J., "A Coupling Model of Element-Based Peridynamics and Finite Element Method for Elastic-Plastic Deformation and Fracture Analysis", *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 220, pp. 107170, 2022.
19. Kružík, M., Mora-Corral, C., and Stefanelli, U., "Quasistatic Elastoplasticity Via Peridynamics: Existence and Localization", *Continuum Mechanics and Thermodynamics*, Vol. 30(5), pp. 1155-1184, 2018.
20. Wu, L., and Huang, D., "Energy Dissipation Study in Impact: From Elastic and Elastoplastic Analysis in Peridynamics", *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 234, pp. 111279, 2022.
21. Madenci, E., and Oterkus, S., "Ordinary State-Based Peridynamics for Plastic Deformation According to Von Mises Yield Criteria with Isotropic Hardening", *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 86, pp. 192-219, 2016.
22. Liu, Z., Bie, Y., Cui, Z., and Cui, X., "Ordinary State-Based Peridynamics for Nonlinear Hardening Plastic Material's Deformation and It's Fracture Process", *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 223, pp. 106782, 2020.
23. Zhou, X. P., Zhang, T., and Qian, Q. H., "A Two-Dimensional Ordinary State-Based Peridynamic Model for Plastic Deformation Based on Drucker-Prager Criteria with Non-Associated Flow Rule", *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, Vol. 146, pp. 104857, 2021.
24. Zhou, X., Shou, Y., and Berto, F., "Analysis of the Plastic Zone Near the Crack Tips under the Uniaxial Tension Using Ordinary State-Based Peridynamics", *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, Vol. 41(5), pp. 1159-1170, 2018.
25. Lakshmanan, A., Luo, J., Javaheri, I., and Sundararaghavan, V., "Three-Dimensional Crystal Plasticity Simulations Using Peridynamics Theory and Experimental Comparison", *International Journal of Plasticity*, Vol. 142, pp. 102991, 2021.

26. Kazemi, S. R., "Plastic Deformation Due to High-Velocity Impact Using Ordinary State-Based Peridynamic Theory", *International Journal of Impact Engineering*, Vol. 137, pp. 103470, 2020.
27. Zhang, T., Zhou, X. P., and Qian, Q. H., "Drucker-Prager Plasticity Model in the Framework of OSB-PD Theory with Shear Deformation", *Engineering with Computers*, pp. 1-20, 2021.
28. Macek, R. W., and Silling, S. A., "Peridynamics Via Finite Element Analysis", *Finite Elements in Analysis and Design*, Vol. 43(15), pp. 1169-1178, 2007.
29. Ladányi, G., and Jenei, I., "Analysis of Plastic Peridynamic Material with RBF Meshless Method", *Pollack Periodica*, Vol. 3(3), pp. 65-77, 2008.
30. Huang, D., Lu, G., and Qiao, P., "An Improved Peridynamic Approach for Quasi-Static Elastic Deformation and Brittle Fracture Analysis", *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 94, pp. 111-122, 2015.
31. Zhou, X. P., Gu, X. B., and Wang, Y. T., "Numerical Simulations of Propagation, Bifurcation and Coalescence of Cracks in Rocks", *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, Vol. 80, pp. 241-254, 2015.
32. Wang, Y., Zhou, X., and Shou, Y., "The Modeling of Crack Propagation and Coalescence in Rocks under Uniaxial Compression Using the Novel Conjugated Bond-Based Peridynamics", *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 128, pp. 614-643, 2017.
33. Wang, Y. T., Zhou, X. P., and Kou, M. M., "Three-Dimensional Numerical Study on the Failure Characteristics of Intermittent Fissures under Compressive-Shear Loads", *Acta Geotechnica*, Vol. 14, pp. 1161-1193, 2019.
34. Wang, Y., Zhou, X., Wang, Y., Shou, Y., "A 3-D Conjugated Bond-Pair-Based Peridynamic Formulation for Initiation and Propagation of Cracks in Brittle Solids", *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 134, pp. 89-115, 2018.
35. Ahmadi, M., Hosseini-Toudeshky, H., and Sadighi, M., "Peridynamic Micromechanical Modeling of Plastic Deformation and Progressive Damage Prediction in Dual-Phase Materials", *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 235, pp. 107179, 2020.
36. Sheikhbahaei, P., and Mossaiby, F., "A Review of Peridynamics and its Applications; Part1 :The Models Based on Peridynamics", *Journal of Computational Methods in Engineering*, Vol. 41(1), pp. 1-35, 2022 (In Persian).
37. Jahed, H., and Dubey, R., "An Axisymmetric Method of Elastic-Plastic Analysis Capable of Predicting Residual Stress Field", *Journal of Pressure Vessel Technol*, Vol. 119(3), pp. 264-273, 1997.
38. Jahed, H., Sethuraman, R., and Dubey, R. N., "A Variable Material Property Approach for Solving Elastic-Plastic Problems", *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, Vol. 71(3), pp. 285-291, 1997.
39. Parker, A. P., "Autofrettage of Open-End Tubes Pressures, Stresses, Strains, and Code Comparisons", *Journal of Pressure Vessel Technol*, Vol. 123(3), pp. 271-281, 2001.
40. Madenci, E., and Oterkus, E., "Peridynamic Theory and its Applications", *Springer*, 2014.
41. Asgari, M., and Kouchakzadeh, M. A., "An Equivalent Von Mises Stress and Corresponding Equivalent Plastic Strain for Elastic-Plastic Ordinary Peridynamics", *Meccanica*, Vol. 54, pp. 1001-1014, 2019.