

مدل جدید پری‌دینامیک مبتنی بر پیوند با قابلیت مدل‌سازی رفتار الاستوپلاستیک

محمد هادی صفری نادری^۱، احمد قاسمی قلعه بهمن^{۱*} و میثم شکوری^۲

۱- دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه سمنان، سمنان، ایران

۲- دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه سمنان، سمنان، ایران

(دریافت مقاله: ۱۴۰۱/۱۱/۱۹ - دریافت نسخه نهایی: ۱۴۰۲/۰۲/۳۱)

چکیده - معادلات مکانیک کلاسیک شامل مشتقات جابه‌جایی می‌باشند، که نوعاً این امر موجب عدم توانایی در پیش‌بینی عیوب موجود در سازه‌های آسیب دیده می‌گردد. امروزه جهت رفع این چالش در شرایط خاص حاکم بر نوک ترک و ناپیوستگی‌های موجود در ماده، تئوری پری‌دینامیک به منظور مدل‌سازی آسیب‌های پیش‌رونده و گسیختگی در سازه‌های ترک‌خورده مطرح شده است. به جهت عدم توانایی پری‌دینامیک مبتنی بر پیوند برای پیش‌بینی آسیب در مواد نرم، هدف اصلی این مقاله ارائه یک مدل جدید در پری‌دینامیک مبتنی بر پیوند با قابلیت مدل‌سازی مواد الاستوپلاستیک به کمک روش خواص مادی متغیر است. به منظور اعتبارسنجی مدل، نتایج مدل پری‌دینامیک پیشنهادی برای دو مثال از صفحه‌ای با یک سوراخ مرکزی و نیز صفحه‌ای با یک ترک مرکزی تحت کشش با نتایج حاصل از نرم‌افزار آباکوس بر اساس مفروضات مکانیک پیوسته بررسی می‌گردند. نتایج مربوط به تنش فون‌میسز، اندازه ناحیه پلاستیک، کرنش پلاستیک معادل و جابه‌جایی‌های مدل پیشنهادی در مقایسه با نتایج حاصل از روش اجزای محدود، مطابقت خوبی را نشان دادند، که بیان‌گر دقت خوب مدل پیشنهادی است.

واژه‌های کلیدی: پری‌دینامیک مبتنی بر پیوند، روش خواص مادی متغیر، مدل‌سازی الاستوپلاستیک، تنش فون‌میسز، روش اجزای محدود.

A New Bond-Based Peridynamic Model with the Ability to Model Elastoplastic Behavior

M. H. Safari Naseri¹, A. Ghasemi Ghale Bahman^{1*} and M. Shakoori²

1- Faculty of Mechanical Engineering, Semnan University, Semnan, Iran.

2- Department of Aerospace Engineering, Semnan University, Semnan, Iran.

Abstract: The classical mechanics equations include displacement derivatives, which usually causes the inability to predict defects in damaged structures. Nowadays, in order to solve this challenge in the special conditions governing the crack tip and the discontinuities in the material, the theory of Peridynamics has been proposed to model progressive damage and rupture in cracked structures. Due to the inability of bond-based Peridynamics to predict failure in ductile materials, the main purpose of this paper is to present a new bond-based Peridynamics model with the ability to model elastoplastic materials using Variable Material Property method. For validation of the model, the results of the proposed Peridynamics model of two examples of a plate with a central hole and a plate with a central crack under tension are checked with those of ABAQUS software based on the assumptions of the

* : مسئول مکاتبات، پست الکترونیکی: ghasemi@semnan.ac.ir

continuum mechanics. The results related to von Mises stress, plastic zone size, equivalent plastic strain and displacements of the proposed model showed a good agreement as compared to the results by the finite element method, which indicates the good accuracy of the proposed model.

Keywords: Bond-based Peridynamics, Variable Material Properties approach, Elastoplastic modeling, Von Mises stress, Finite Element Method.

فهرست علائم

کشش باند	s	چگالی جرم	ρ
مدول الاستیک	E	بردار جابه جایی	u
نسبت پواسون	ν	تانسور تنش	σ
مدول الاستیک موثر	E_{eff}	چگالی نیروی جسم	r
نسبت پواسون موثر	ν_{eff}	همسایگی نقطه مادی X	H_x
تانسور کرنش	ε_{ij}	شعاع همسایگی	δ
تنش تسلیم	σ_y	تابع نیروی جفتی	f
فاصله شبکه	Δx	بردار موقعیت نسبی	ξ
		بردار جابه جایی نسبی	η

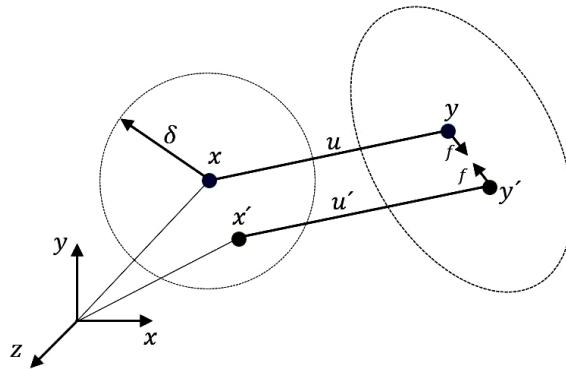
۱- مقدمه

شکست پیچیده در سازه‌های تحت شرایط بارگذاری استاتیکی و دینامیکی به شمار می‌رود. در تئوری پری دینامیک با کاهش مشکلات مرتبط با ناپیوستگی‌ها، توانایی مشخص کردن آسیب‌ها به طور ذاتی و نیز تحلیل آسیب‌های پیش‌رونده، بدون نیاز به تعریف روش‌های خاص قابل حصول است. در تئوری پری دینامیک روابط دیفرانسیلی جایگزین مشتقات محاسباتی می‌گردد. بر این اساس، معادلات تعادل در گستره‌ی حوزه‌ی حل، حتی در مجاورت شکاف‌ها و ناپیوستگی‌ها برآورده می‌گردد. پیش‌بینی وقوع آسیب در مکان‌های نامشخص یا به عبارتی پیدایش ترک‌های خودبه‌خودی، ارزیابی آسیب‌های رو به رشد در راستای مسیرهای غیرمستقیم و نیز در نظر گرفتن چندین سناریوی آسیب را می‌توان به عنوان برخی از مزایای تئوری پری دینامیک در نظر گرفت. تئوری پری دینامیک به‌طور کلی، به فرم‌های مبتنی بر پیوند^۵ و نیز مبتنی بر حالت^۶ معرفی می‌گردد.

در پری دینامیک مبتنی بر پیوند، تعامل بین هر نقطه مادی X و همسایه آن X' به صورت زوج نیرویی در نظر گرفته می‌شود. این نیروهای برهمکنش زوجی f و f' اندازه یکسانی دارند اما

دستیابی به مدلی بهینه به منظور تحلیل شکست مواد شکل پذیر به عنوان یکی از زمینه‌های تحقیقاتی در حال توسعه به شمار می‌رود. در مرجع [۱] تئوری‌های الاستوپلاستیک^۱ و کاربردهای آن و نیز پلاستیسیته کامل^۲ و مفهوم سخت‌شوندگی بیان شده است. علاوه بر این، رفتار مکانیکی سخت‌شوندگی سینماتیکی در مرجع [۲] و نیز قانون جریان پلاستیسیته با معیارهای تسلیم مختلف و مدل‌های سخت‌شوندگی مختلف در مرجع [۳] و روش‌های محاسبات پلاستیسیته نیز در مرجع [۴] مورد مطالعه قرار گرفته است.

در مدل‌های الاستوپلاستیک مکانیک پیوسته، پس از ایجاد یک ناپیوستگی (مانند ترک یا حفره) در ماده، به دلیل محدودیت‌های ذاتی این مدل، حل مسایل مربوط به رشد ترک الاستوپلاستیک یا شکستگی‌ها به خوبی توصیف نمی‌شود. برای این منظور، تئوری غیرمحل^۳ پری دینامیک^۴ به عنوان یک تئوری ابتکاری در مکانیک جامدات، ابتدا توسط سیلینگ [۵] مطرح شد. این تئوری به عنوان روشی مؤثر برای پیش‌بینی مسیرهای



شکل ۱- سینماتیک تئوری پری دینامیک مبتنی بر پیوند

قرار گرفت. همچنین چندین مطالعه پری دینامیک مبتنی بر حالت با هدف ایجاد و انتشار ترک در مواد شکل پذیر و شکننده با رویکرد بدون مش برای نشان دادن الاستوپلاستیسیته به همراه سخت‌شوندگی همسانگرد توسط لادانی و جینی [۲۹] صورت پذیرفته است. در صورتی که مطالعات انجام شده در پری دینامیک مبتنی بر پیوند به دلیل محدودیت‌های این روش در حوزه مواد غیرشکل‌پذیر صورت پذیرفته که در این راستا، برای مدل‌سازی رفتار الاستیک خطی و همچنین پیش‌بینی شروع و انتشار ترک، مدل اصلاح‌شده پری دینامیک مبتنی بر پیوند مطرح شد و مورد بررسی قرار گرفت [۳۰]. علاوه بر این، برای تحلیل دو شاخه شدن در مواد شکننده تحت بار کششی، تئوری پری دینامیک مبتنی بر پیوند با هدف انتشار عیوب میکرو و ماکرو در مرجع [۳۱] معرفی شده یک مدل توسعه‌یافته پری دینامیک مبتنی بر پیوند با عنوان مدل پری دینامیک مبتنی بر جفت پیوند، که تعامل بین نقاط مادی، به‌طور همزمان به دو متغیر طول پیوند و زاویه چرخش بین پیوندها بستگی دارد، نیز در مرجع [۳۲] مورد مطالعه قرار گرفت. همچنین یک مدل سه‌بعدی پری دینامیک مبتنی بر جفت پیوند متناوب به‌منظور مدل‌سازی شکست تحت بارهای برشی فشاری ترکیبی در مرجع [۳۳] و نیز انواع مختلف حالت‌های شکست در مدل پری دینامیک مبتنی بر جفت پیوند با در نظر گرفتن مقادیر بحرانی چگالی انرژی کششی و برشی پیوند در مرجع [۳۴] مورد شبیه‌سازی گرفت.

احمدی و همکاران [۳۵] ضمن شبیه‌سازی شروع و انتشار ترک، مدل ریزساختار دوبعدی پری دینامیک مبتنی بر پیوند

در جهت مخالف یک‌دیگر می‌باشند [۵ و ۶]. سینماتیک تئوری پری دینامیک مبتنی بر پیوند در شکل (۱) نشان داده شده است. همچنین در تئوری پری دینامیک مبتنی بر پیوند، برای مواد همسانگرد الاستیک، ثابت پیوند به جای دو پارامتر مربوط به ثوابت مادی فقط به یک پارامتر اشاره دارد [۷]. برای غلبه بر چنین محدودیت‌هایی، تئوری پری دینامیک مبتنی بر حالت، به عنوان راه‌حلی در مرجع [۸] معرفی شده است. در این تئوری تغییرشکل‌ها به صورت بخش‌های انحرافی و حجمی در نظر گرفته شده و از نسبت پواسون دلخواه در روند حل استفاده می‌نماید. تئوری پری دینامیک مبتنی بر حالت نیز در دو نوع مبتنی بر حالت معمول، و نیز مبتنی بر حالت غیرمعمول، دسته‌بندی می‌شود. در تئوری پری دینامیک مبتنی بر حالت معمول، چگالی نیرو بین هر دو نقطه مادی به صورت برداری هم‌راستا در خلاف جهت با مقدار متفاوت می‌باشد، در صورتی که در تئوری پری دینامیک مبتنی بر حالت غیرمعمول هم‌راستایی در نظر گرفته نمی‌شود. بنابراین، بردار چگالی نیرو مستقیماً توسط مدل‌های آسیب و بدون نیاز به تعریف رابطه‌ی دیگری، تعیین می‌شود [۹]. به همین جهت، برای شبیه‌سازی آسیب در مدل‌های الاستوپلاستیک، فقط تئوری‌های مبتنی بر حالت به طور گسترده مورد استفاده قرار گرفته است [۱۰-۲۷].

ماسک و سیلینگ [۲۸] مدل ماده‌ای الاستوپلاستیک را در پری دینامیک مبتنی بر حالت پیشنهاد کردند که برای شبیه‌سازی فرآیندهای نفوذ در آلیاژهای آلومینیوم انعطاف‌پذیر مورد مطالعه

که در آن ρ نشان دهنده چگالی جرم، \mathbf{u} بیان گر میدان برداری جابه جایی، \mathbf{x} بردار موقعیت، \mathbf{n}_i معرف بردارهای یکه و σ_{ji} به مولفه های تانسور تنش اشاره دارد. همچنین \mathbf{r} میدان چگالی نیروی جسم تعیین شده را نشان می دهد. تحلیل مسائل دارای ناپیوستگی به دلیل استفاده از مشتقات مکانی در این روابط امکان پذیر نیست. بنابراین، برای غلبه بر این موضوع، روش های خاصی در مکانیک شکست توسعه داده شده است.

در چارچوب محاسبات پری دینامیک، این چنین مشتقات میدان جابه جایی در مکانیک پیوسته مورد نیاز نبوده و معادلات حرکت، به فرم رابطه (۲) برقرار می باشد.

$$\rho \frac{\partial^2 \mathbf{u}(\mathbf{x}, t)}{\partial t^2} = \quad (2)$$

$$\int_H \mathbf{f}(\mathbf{u}(\mathbf{x}', t) - \mathbf{u}(\mathbf{x}, t), \mathbf{x}' - \mathbf{x}) dV_{\mathbf{x}'} + \mathbf{r}(\mathbf{x}, t)$$

در این رابطه، \mathbf{H} نشان دهنده همسایگی^۷ نقطه مادی \mathbf{x} و \mathbf{f} تابع نیروی جفتی^۸ با مقدار برابر بردار نیروی اعمال شده توسط ذره \mathbf{x}' بر ذره \mathbf{x} مطابق شکل (۲) می باشد. علاوه بر این، نیروی پیوند با برهمکنش فیزیکی بین ذرات \mathbf{x} و \mathbf{x}' بسته به جهت و طول آن در پیکربندی مرجع (قبل از تغییر شکل) و جابه جایی های نسبی در پیوند تعریف می شود. بنابراین، محققان فرض کردند که ذرات ماده با فاصله ای در پیکربندی مرجع که بیش از یک فاصله ثابت δ (به عنوان شعاع همسایگی) جدا می شوند، برهم کنش ندارند. متغیرها و شبکه های عددی نشان داده شده در شکل (۲) برای ارزیابی نیروهای تعاملی بین ذرات استفاده می شوند.

اجرای یک معادله انتگرالی به جای عملگر مشتق، در تئوری پری دینامیک به گونه ای مدل می شود که با وجود یک ناپیوستگی در ساختار تغییر شکل یافته، قابلیت استفاده آن را محدود نکند. از این رو، شروع و انتشار ترک را می توان فقط به عنوان شکل دیگری از تغییر شکل، نه به عنوان یک آسیب و یا ناپیوستگی، در چارچوب پری دینامیک در نظر گرفت. این رویکرد ارزشمند قادر به شبیه سازی الگوهای آسیب پیچیده و فرایندهای شکست خواهد بود.

تصریح نمودند که روش مبتنی بر پیوند (آسیب-الاستیک) نمی تواند تغییر شکل پلاستیک را مدل نماید که این امر، نوآوری و اهمیت پژوهش حاضر را، به منظور مدل سازی مواد شکل پذیر در پری دینامیک مبتنی بر پیوند نشان می دهد.

به طور کلی علاوه بر این که تئوری پری دینامیک مبتنی بر پیوند ساده ترین و کم هزینه ترین فرمول بندی پری دینامیک است [۳۶] ولیکن به دلیل ویژگی های الاستیک مرتبط با این تئوری، امکان بررسی رفتار پلاستیکی مواد به طور مستقیم وجود ندارد. به منظور جبران این ضعف، روشی در این مقاله پیشنهاد و موجب توسعه این تئوری شده است. برای غلبه بر کاستی های این تئوری در تحلیل های تغییر شکل پلاستیک، این مقاله از روش خواص مادی متغیر برای افزایش قابلیت تئوری پری دینامیک مبتنی بر پیوند برای مدل سازی مواد الاستوپلاستیک استفاده می کند. در روش خواص مادی متغیر، رفتار غیرکشسان به عنوان مجموعه ای از حل های الاستیک انجام شده در نظر گرفته می شود. این روش توسط جاها و همکاران [۳۷-۳۹] به عنوان یک مدل الاستوپلاستیک محاسباتی و کارآمد که قادر به پیش بینی میدان های تنش پسماند قابل اعتماد است، پیشنهاد شد.

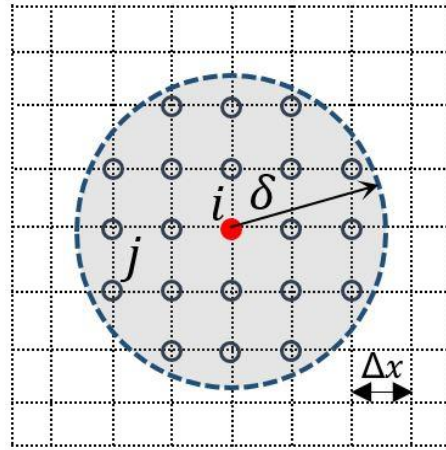
در این مقاله پس از ارائه مقدمات، در بخش بعد تئوری پری دینامیک مبتنی بر پیوند و روش خواص مادی متغیر به طور خلاصه توضیح داده شده است. همچنین در بخش سوم، مسایل مورد بررسی معرفی شده و در بخش چهارم نتایج حاصل آورده شده و در نهایت نیز جمع بندی ارائه شده است.

۲- مدل الاستوپلاستیک پری دینامیک مبتنی بر

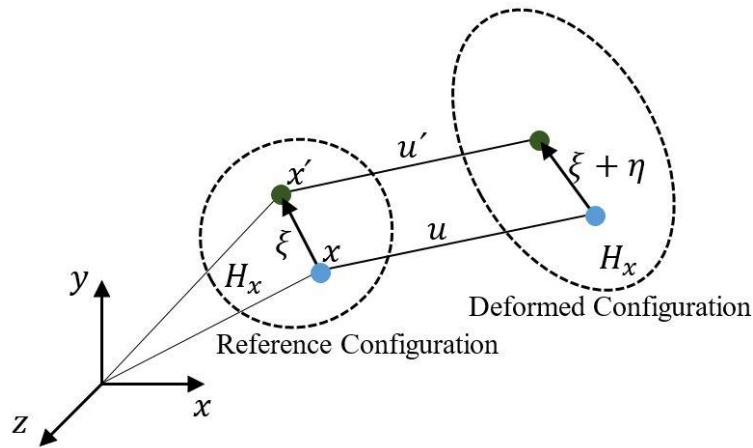
پیوند بر اساس روش خواص مادی متغیر

معادلات دینامیکی مکانیک پیوسته کلاسیک به شکل معادلات دیفرانسیل جزئی به صورت رابطه (۱) برای مدل سازی تغییر شکل جامدات بیان می شوند [۵].

$$\rho \frac{\partial^2 \mathbf{u}(\mathbf{x}, t)}{\partial t^2} = \sigma_{ji,i} \mathbf{n}_i + \mathbf{r}(\mathbf{x}, t) \quad (1)$$



شکل ۲- گسسته‌سازی برای ارزیابی نیروهای پیوند.



شکل ۳- متغیرهای پری‌دینامیک و همسایگی در پیکربندی‌ها.

رابطه (۳) نیروهای وارد شده توسط دو ذره بر یکدیگر دارای مقدار یکسان و جهت مخالف هستند. لازم به ذکر است که برخلاف رابطه حرکت تئوری کلاسیک، هیچ مشتق مکانی در رابطه حرکت پری‌دینامیک در روابط وجود ندارد.

$$f(\eta, \xi) = -f(-\eta, -\xi) \quad \forall \eta, \xi \quad (3)$$

به طوری که:

$$\xi = x' - x \quad (4)$$

$$\eta = u(x', t) - u(x, t) \quad (5)$$

در پیکربندی مرجع، مطابق روابط (۴) و (۵)، ξ بیانگر بردار موقعیت نسبی و η بردار جابه‌جایی نسبی هستند. همچنین یک نمونه اولیه ماده شکننده میکروالاستیک با تابع نیروی جفتی در

همچنین در تئوری پری‌دینامیک مبتنی بر پیوند، روابط حرکت برای یک نقطه مادی در موقعیت X در پیکربندی مرجع بیان می‌شود [۵]. همان‌طور که در رابطه (۲) ذکر شد، f به یک تابع نیروی جفتی اشاره دارد که به عنوان نیروی بر مجذور واحد حجم که ذره X' بر ذره X اعمال می‌کند، اطلاق می‌گردد. علاوه بر این، Γ میدان بردار نیروی حجمی را نشان می‌دهد. همچنین H_x نیز بیانگر یک حجم محدود در اطراف ذره X که نشان‌دهنده همسایگی X است. معمولاً این همسایگی در حالت سه‌بعدی به عنوان یک کره یا در مسائل دوبعدی یک دایره با شعاع $\delta = 3\Delta x$ در نظر گرفته می‌شود که در شکل (۳) نشان داده شده است. همچنین در پری‌دینامیک مبتنی بر پیوند مطابق

$$\phi = \frac{3 \varepsilon_{eq}}{2 \sigma_{eq}} \quad (10)$$

بنابراین پس از جایگزینی روابط (۹) و (۱۰) در رابطه (۸)، رابطه (۱۱) حاصل می‌شود:

$$\varepsilon_{ij} = \left(\frac{1+\nu}{E} + \phi \right) \sigma_{ij} - \left(\frac{\nu}{E} + \frac{\phi}{3} \right) \sigma_{kk} \delta_{ij} \quad (11)$$

همچنین تابع ϕ در رابطه (۱۱) را می‌توان از یک منحنی تنش- کرنش تک‌محوری تعیین و این رابطه را به صورت رابطه (۱۲) به فرم معادلات الاستیک بازنویسی نمود:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1+\nu_{eff}}{E_{eff}} \sigma_{ij} - \frac{\nu_{eff}}{E_{eff}} \sigma_{kk} \delta_{ij} \quad (12)$$

در این روابط E_{eff} و ν_{eff} به ترتیب نشان‌دهنده مدول الاستیک موثر و نسبت پواسون موثر هستند. با انجام مقایسه‌ای بین رابطه (۱۱) و رابطه (۱۲) متغیرهای میدان موثر، در هر نقطه به فرم روابط (۱۳) و (۱۴) معرفی می‌شوند:

$$E_{eff} = \frac{3E}{3+2E\phi} \quad (13)$$

$$\nu_{eff} = \frac{3\nu+E\phi}{3+2E\phi} \quad (14)$$

در این روش، حل الاستوپلاستیک براساس خواص الاستیک موثر و به صورت حلقه تکراری انجام می‌پذیرد. ابتدا بدنه به بخش‌های کوچکی تقسیم می‌شود و سپس راه‌حل کاملاً الاستیک به دست می‌آید. مطابق شکل (۴) برای نقاطی که تنش آن‌ها به حد تسلیم می‌رسد، به صورت رویه‌ی تکراری برای نقاط در سطح کرنش مشابه، تنش مربوط از منحنی تنش-کرنش تک‌محوری محاسبه و اصلاح مقادیر ν_{eff} و E_{eff} انجام می‌گردد. این روند تا زمانی که منحنی محاسباتی با منحنی به دست آمده از آزمایش کشش تک‌محوری مطابقت داشته باشد، ادامه خواهد یافت.

پس از بیان تئوری پری‌دینامیک مبتنی بر پیوند و نیز توضیحات روش خواص مادی متغیر، به منظور ایجاد قابلیت مدل‌سازی مواد الاستوپلاستیک در تئوری پری‌دینامیک مبتنی بر پیوند، از روش خواص مادی متغیر، بهره گرفته می‌شود، به نحوی که مطابق رابطه (۱۵) اگر مقدار تنش حاصل برای نقطه مادی

مرجع [۶] مطابق رابطه (۶) پیشنهاد شده است:

$$f(\eta, \xi) = c(\xi) s(\eta, \xi) \mu(x, t, \xi) \frac{\eta + \xi}{\eta + \xi} \quad \forall \eta, \xi \quad (6)$$

در این رابطه، $c(\xi)$ معرف ثابت سفتی پیوند (معادل ثابت فنر) و μ ضریب شکست باند است که در واقع با ضریب μ می‌توان شرایط شکست باند را کنترل کرد. به طوری که، برای یک پیوند دست نخورده، مقدار آن برابر و برای مودی که کشش پیوند به مقدار بحرانی می‌رسد، مقدار آن برای همیشه صفر می‌گردد و در نتیجه باند شکسته می‌شود. همچنین s نیز بیان‌گر کشش باند است و از اختلاف کمیت‌های برداری ξ و $\eta + \xi$ مطابق رابطه (۷) تعریف می‌گردد:

$$s(\eta, \xi) = \frac{(\eta + \xi) - \xi}{\xi} \quad (7)$$

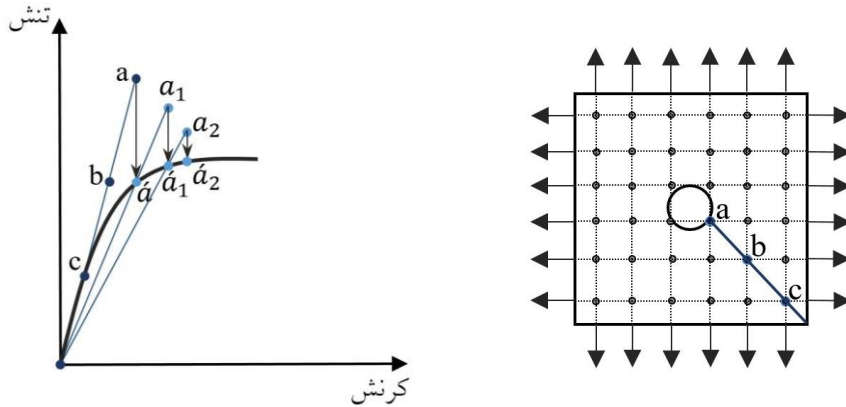
در ادامه به منظور افزایش قابلیت تئوری پری‌دینامیک مبتنی بر پیوند برای مدل‌سازی مواد الاستوپلاستیک روش خواص مادی متغیر، که اولین بار توسط جاهد و همکاران [۳۷ و ۳۸] معرفی شد، استفاده می‌شود. این روش، برای پیش‌بینی تنش‌های پسماند، از راه‌حل‌های الاستیک تکراری برای ایجاد پاسخ غیرکشسانی استفاده می‌نماید.

با توجه به این که کرنش کل، به عنوان مجموع بخش‌های الاستوپلاستیک در نظر گرفته می‌شود، مطابق رابطه (۸) قسمت کرنش الاستیک با استفاده از قانون هوک، و نیز کرنش پلاستیکی براساس تئوری تغییرشکل کل هنکی جایگزین گردید.

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^e + \varepsilon_{ij}^p = \left(\frac{1+\nu}{E} \sigma_{ij} - \frac{\nu}{E} \sigma_{kk} \delta_{ij} \right) + (\phi s_{ij}) \quad (8)$$

که در آن E ، ν و δ_{ij} به ترتیب مدول الاستیک، نسبت پواسون و دلتای کرونیگر می‌باشند. همچنین s_{ij} بیانگر تنش‌های انحرافی و تابع ϕ یک مقدار اسکالر است و مطابق روابط (۹) و (۱۰) تعریف می‌شوند:

$$s_{ij} = \sigma_{ij} - \frac{1}{3} \sigma_{kk} \delta_{ij} \quad (9)$$



شکل ۴- رویکرد خواص مادی متغیر: نمونه تحت بارگذاری دو محوره (سمت راست)، روش خواص مادی متغیر (سمت چپ).

مشابه کار مادنی و اوترکوس [۴۰] استفاده شده است. بدین منظور، صفحه‌ای مربعی دارای یک سوراخ مرکزی، به طول ضلع ۵ سانتی‌متر به صورت تک‌محوری مطابق شکل (۵) بارگذاری می‌شود. گسسته‌سازی این صفحه به یک شبکه‌بندی دارای نقاط مادی با فاصله شبکه ثابت $\Delta x = 0.0005 \text{mm}$ و اندازه که به صورت ماتریسی با ابعاد 75×75 (یعنی در هر راستای افقی و عمودی تعداد ۷۵ نقطه مادی مفروض گردیده) و نیز به ضخامت Δx (برابر فاصله بین دو نقطه مادی) براساس روش بدون مش بیان شده در مرجع [۶] انجام پذیرفته است. علاوه بر این، اندازه همسایگی برابر مقدار ثابت $\delta = 3.015$ و نیز مدل ماده‌ی الاستیک-پلاستیک کامل با مدول یانگ $E = 200 \text{GPa}$ ، نسبت پواسون $\nu = 0.33$ ، چگالی $\rho = 8000 \text{kg/m}^3$ و تنش تسلیم کششی $\sigma_Y = 200 \text{MPa}$ ، در نظر گرفته شده است. همچنین به منظور مقایسه نتایج با گزارش عسگری و کوچک‌زاده [۴۱] از معادل همان الگوی بارگذاری به صورت کنترل جابه‌جایی استفاده گردیده است. به بیان دیگر، الگوی بارگذاری در مسئله اول به ترتیب برابر با 0.0156mm ، 0.0174mm و 0.0192mm و معادل بارگذارهای تنشی 100MPa ، 110MPa و 120MPa می‌باشند. همچنین بارگذاری در مسئله دوم به ترتیب برابر با 0.0159mm ، 0.0175mm و 0.0194mm و معادل بارگذارهای تنشی 110MPa ، 120MPa و 130MPa در نظر گرفته می‌شوند.

موردنظر بیش از مقدار تنش تسلیم شود، بایستی مقادیر پارامترهای موثر از روش خواص مادی متغیر محاسبه و مقدار کرنش پلاستیک به فرم رابطه (۱۶) محاسبه شود:

$$s(\eta, \xi) \geq \sigma_Y \quad (15)$$

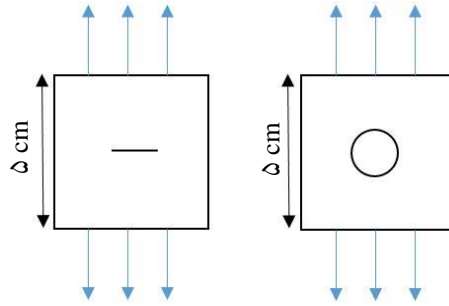
$$\varepsilon = \frac{s(\eta, \xi)}{E_{\text{eff}}} \quad (16)$$

در هر گام زمانی برای تمامی نقاط، بررسی این رویه تکراری، انجام می‌پذیرد.

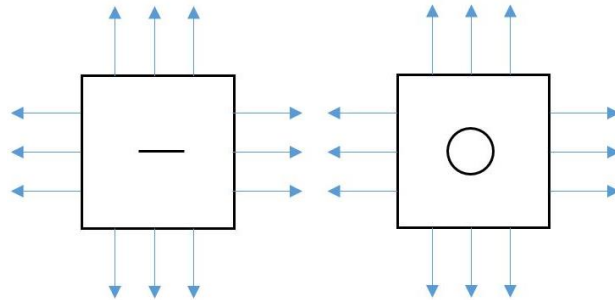
۳- شبیه‌سازی عددی

همان‌طور که بیان شد، در روش پری‌دینامیک مبتنی بر پیوند تنها امکان بررسی رفتار الاستیک امکان‌پذیر است. درحالی‌که روش پیشنهادی در این مقاله، امکان بررسی رفتار مواد الاستوپلاستیک را نیز فراهم می‌نماید. در این روش، از قابلیت روش خواص مادی متغیر در مدل‌سازی تغییرشکل پلاستیک برای توسعه تئوری پری‌دینامیک مبتنی بر پیوند استفاده می‌گردد. برای نشان دادن دقت روش پیشنهادی، چندین مثال عددی در این بخش ارائه می‌شود.

برای اطمینان از صحت رویه، دو نمونه مسئله بررسی شده است. مسئله اول، مربوط به مدل‌سازی پری‌دینامیک یک صفحه دارای سوراخ مرکزی تحت کشش تک‌محوری، و مسئله دیگر صفحه‌ای دارای یک ترک مرکزی تحت کشش تک‌محوری است. علاوه بر این، روند تصحیح حجم و نیز انتگرال زمانی



شکل ۵- صفحه دارای سوراخ مرکزی (سمت راست) و ترک مرکزی (سمت چپ) تحت کشش تک محوری



شکل ۶- صفحه دارای سوراخ مرکزی (سمت راست) و ترک مرکزی (سمت چپ) تحت کشش دو محوری.

استفاده از رابطه تنش فون میسز^۹ با مقدار کشش بحرانی باند، مقایسه نموده در صورتی که تنش پیوند بیش از مقدار بحرانی باشد، پیوند دو نقطه مادی از هم گسیخته می شود. توزیع تنش فون میسز در امتداد محورهای عمودی و افقی از طریق حل پری دینامیک تحت شرایط بارگذاری مختلف در مقایسه با شبیه سازی روش اجزای محدود در نرم افزار آباکوس مطابق شکل (۷) بدست آمده است. تطابق قابل قبول بین پاسخ های ارائه شده در دو روش مذکور، قابلیت مدل الاستیک-پلاستیک کامل در پری دینامیک مبتنی بر پیوند را تایید می نماید. همچنین تغییر تنش فون میسز در نقاط مرزی به دلیل اثرات سطحی، انحراف جزئی بین نتایج روش اجزای محدود و پری دینامیک را نشان می دهد. برای اطمینان از دقت راه حل پیشنهادی، یک مطالعه همگرایی شبکه بندی مطابق نتایج شکل (۸) برای جابه جایی عمودی در امتداد محور Y و توزیع تنش فون میسز در امتداد محور X ، انجام پذیرفته است. این مطالعه همگرایی در سه سطح فاصله ی شبکه برابر با $\Delta x = 0.0007$ ، $\Delta x = 0.0005$ و $\Delta x = 0.001$ بررسی شده است. با توجه به نتایج این مطالعه، با کاهش چگالی شبکه، علاوه بر همگرایی

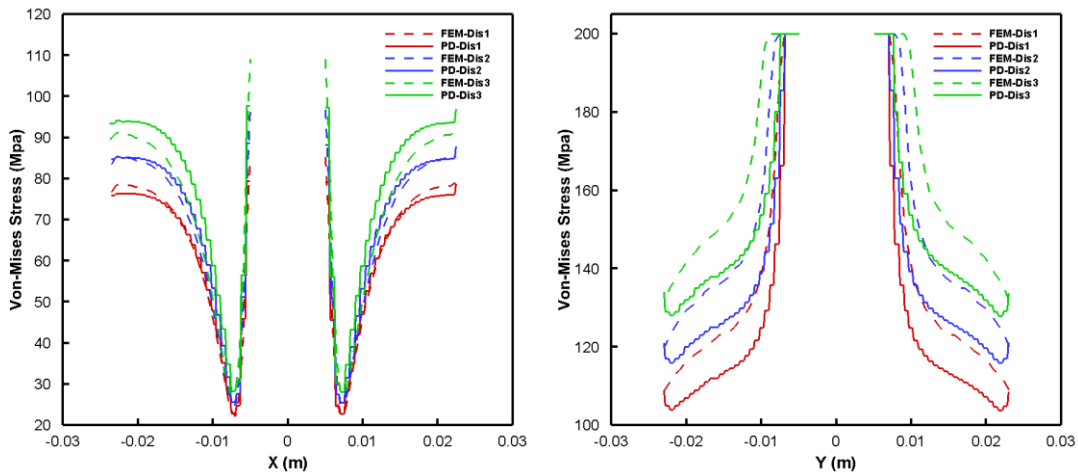
شبیه سازی تغییر شکل الاستوپلاستیک شبه استاتیک برای صفحه ای دارای یک سوراخ مرکزی به قطر ۱ سانتی متر و تحت کشش تک محوری با بارگذاری های اعمالی در سه سطح جابه جایی برابر با $Dis1 = 0.0156mm$ ، $Dis2 = 0.0174mm$ و $Dis3 = 0.0192mm$ به صورت کنترل جابه جایی مطابق شکل (۵) در نظر گرفته شده است.

همچنین صفحه مربعی دارای یک ترک مرکزی با طول ۱ سانتی متر و تحت بار کشش تک محوری اعمال شده و با همان مشخصه مواد و هندسه مسئله اول، با بارگذاری در سه سطح جابه جایی به ترتیب برابر با $Dis4 = 0.0159mm$ ، $Dis5 = 0.0175mm$ و $Dis6 = 0.0194mm$ به صورت کنترل جابه جایی مطابق شکل (۵) شبیه سازی می گردد.

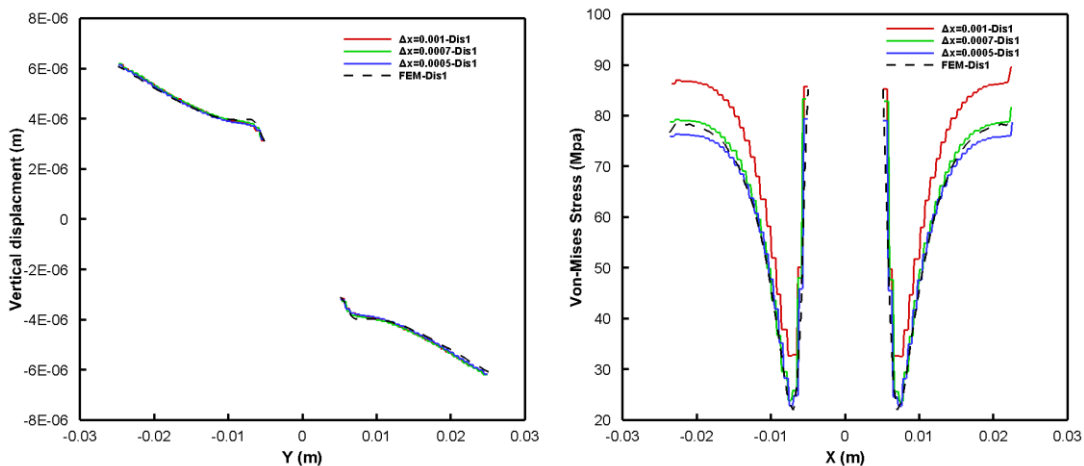
در ادامه، بررسی کشش دو محوره برای هر دو مسئله ی صفحه دارای یک سوراخ مرکزی و نیز صفحه دارای ترک مرکزی مطابق شکل (۶) انجام گردیده است.

۴- نتایج و بحث

به منظور تعیین گسیختگی پیوند، تنش پیوند نقاط مادی با



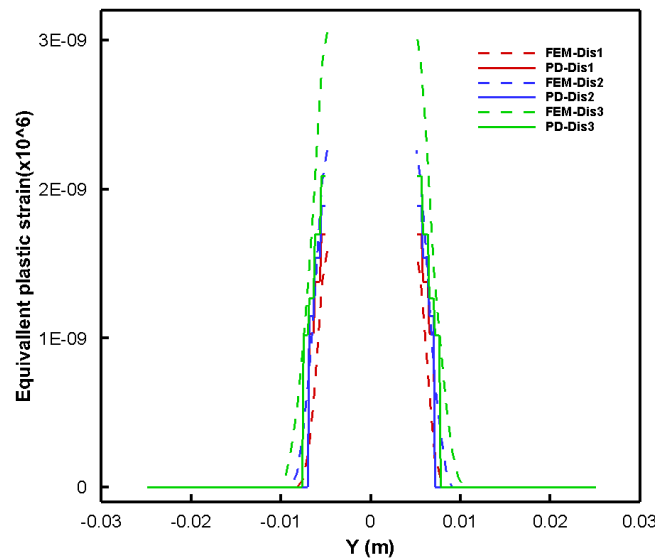
شکل ۷- توزیع تنش فونمیسز در راستای محور مرکزی عمودی (سمت راست) و افقی (سمت چپ) صفحه دارای سوراخ مرکزی تحت کشش تک محوری.



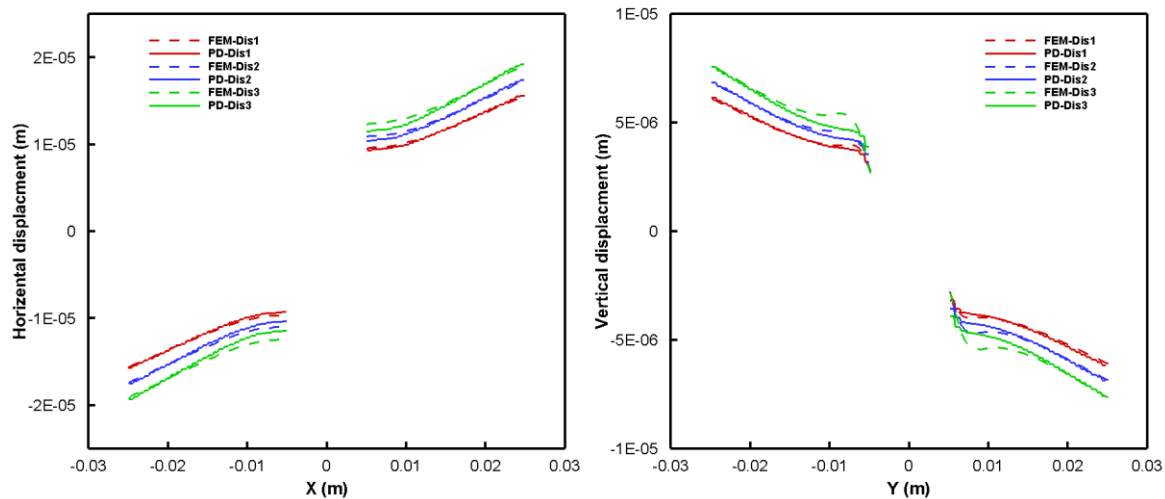
شکل ۸- بررسی همگرایی δ : تنش فونمیسز در امتداد محور X (سمت راست) و جابه‌جایی عمودی در امتداد محور Y (سمت چپ) صفحه دارای سوراخ مرکزی تحت کشش تک محوری.

باتوجه به این شکل، کرنش پلاستیک معادل یک افزایش ناگهانی در مجاورت مرز سوراخ نشان می‌دهد و در نقاط دیگر برابر صفر در نظر گرفته می‌شود. در نتیجه، ناحیه پلاستیکی از مرز سوراخ با تمرکز تنش بالاتر شروع به گسترش می‌نماید. همچنین دامنه جابه‌جایی افقی در امتداد محور افقی و تغییرات جابه‌جایی عمودی در امتداد محور عمودی در شکل (۱۰) ارائه گردیده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، نتایج به‌طور کلی سازگاری خوبی را بین این دو رویکرد نشان می‌دهد.

جابه‌جایی‌های عمودی، تنش فونمیسز به نتایج روش اجزای محدود به‌صورت یکنواخت نزدیک می‌شوند. باتوجه به این‌که برای هر نقطه مادی ابتدا تنش‌های نرمال و برشی محاسبه و سپس تنش برآیند از رابطه فونمیسز حاصل می‌گردد. با در نظر گرفتن تنش در هر نقطه مادی و محاسبه مدول الاستیک موثر، مقدار کرنش در آن نقطه مادی قابل دستیابی می‌باشد. به‌منظور ارزیابی بیشتر نتایج، تغییرات کرنش پلاستیک معادل در راستای محور عمودی در شکل (۹) آورده شده است.



شکل ۹- تغییرات کرنش پلاستیک معادل در امتداد محور عمودی میانی صفحه دارای سوراخ مرکزی تحت کشش تک محوری.

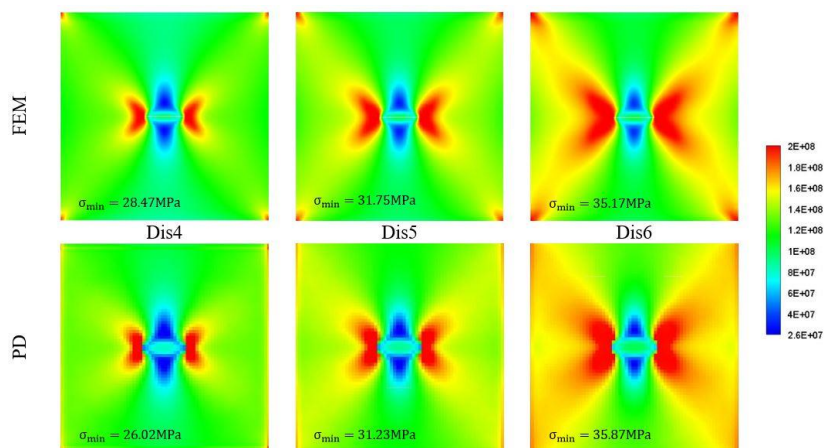


شکل ۱۰- بررسی جابه جایی عمودی در امتداد محور Y (سمت راست) و جابه جایی افقی در امتداد محور X (سمت چپ) صفحه دارای سوراخ مرکزی تحت کشش تک محوری.

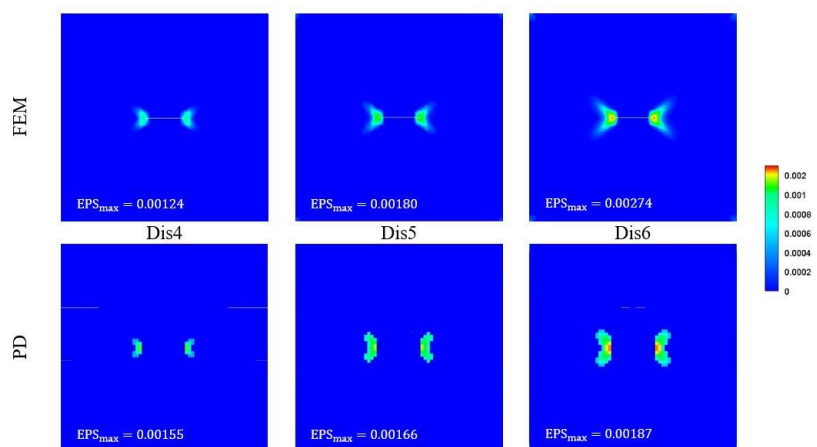
مشاهده می شود. این بررسی، سازگاری قابل قبول نتایج روش اجزای محدود و پری دینامیک را در شرایط بارگذاری مختلف و همچنین دقت مدل الاستوپلاستیک پری دینامیک مبتنی بر پیوند براساس خواص مادی متغیر را نشان می دهد.

کرنش پلاستیک معادل در شکل (۱۲) به طوری که نتایج روش اجزای محدود در بالای شکل و نتایج مدل پری دینامیک در پایین آورده شده، مشاهده می گردد. براساس این نتایج،

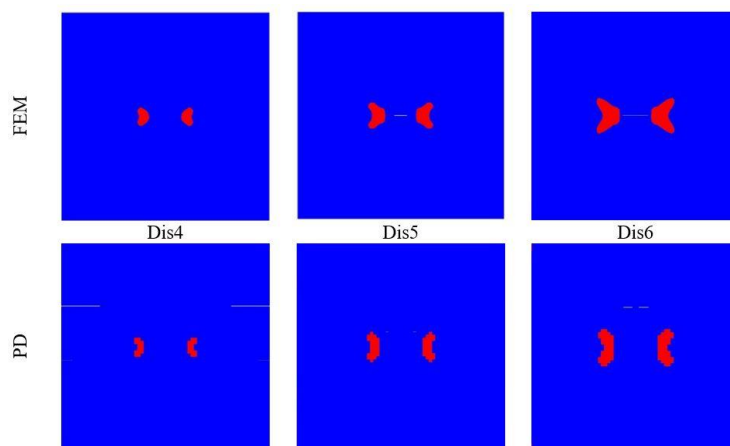
در ادامه به منظور بررسی نتایج مسئله صفحه دارای ترک مرکزی، توزیع تنش فونمیسز در شرایط بارگذاری های معرفی شده، مطابق شکل (۱۱) به طوری که ردیف بالا نتایج روش اجزای محدود و ردیف پایین پاسخ پری دینامیک است، نشان داده شده است. در این شکل، حداکثر مقدار تنش فونمیسز در نزدیکی نوک ترک و افزایش ناحیه محصور شده توسط بیشترین و کمترین مقادیر توزیع تنش فونمیسز با افزایش بار



شکل ۱۱- توزیع تنش فونمیسز برای بارگذاری‌های مختلف در صفحه دارای ترک افقی مرکزی.



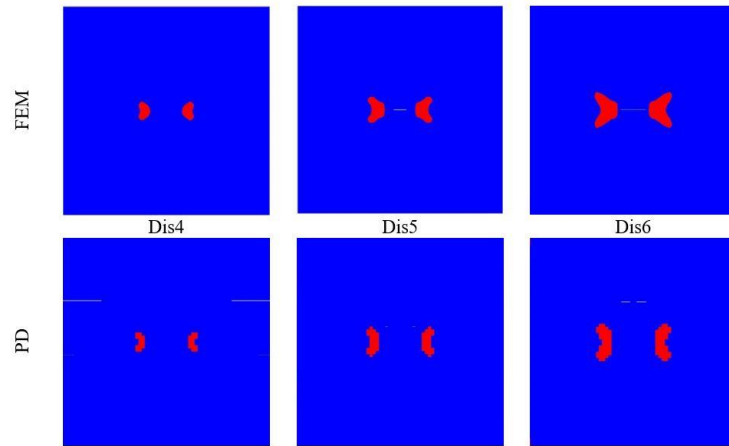
شکل ۱۲- مقایسه تغییرات کرنش پلاستیک معادل در بارگذاری‌های مختلف برای صفحه دارای ترک افقی مرکزی.



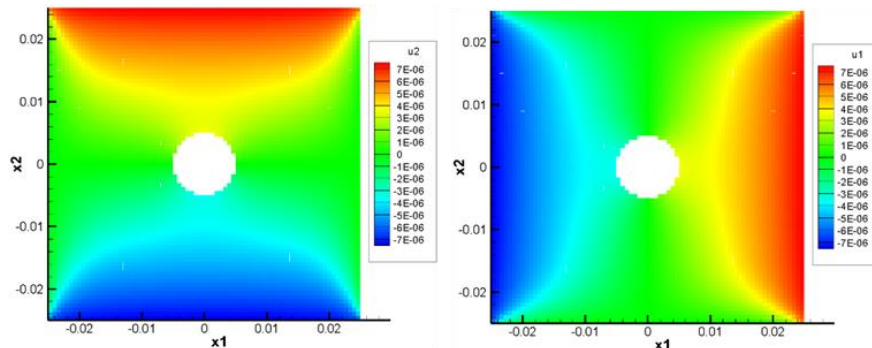
شکل ۱۳- تغییرات اندازه ناحیه پلاستیک در بارگذاری‌های مختلف در صفحه دارای ترک افقی مرکزی.

ناحیه پلاستیکی در شکل (۱۳) ارزیابی شده و افزایش اندازه ناحیه پلاستیکی با افزایش مقدار بار مشاهده می‌شود. این نتایج

با افزایش مقدار بار، حداکثر مقدار کرنش پلاستیک معادل نیز افزایش می‌یابد. به این منظور، اثر افزایش بار بر روی اندازه



شکل ۱۳- تغییرات اندازه ناحیه پلاستیک در بارگذاری های مختلف در صفحه دارای ترک افقی مرکزی.



شکل ۱۴- تغییر مکان های افقی (سمت راست) و عمودی (سمت چپ) در صفحه دارای سوراخ مرکزی تحت کشش دومحوره.

سوراخ مرکزی در شکل های (۱۴) و (۱۵) و نیز نتایج مربوط به صفحه دارای ترک مرکزی در شکل های (۱۶) و (۱۷) نشان داده شده است.

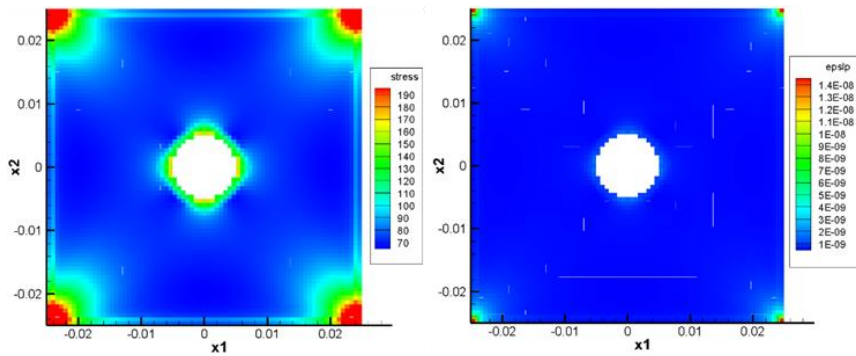
۵- نتیجه گیری

در تئوری پری دینامیک مبتنی بر پیوند بررسی رفتاری شبیه فنر الاستیک امکان پذیر است. در این مقاله، به منظور ایجاد قابلیت مدل سازی رفتار الاستوپلاستیک در پری دینامیک مبتنی بر پیوند از روش خواص مادی متغیر استفاده شده است. در این راستا، دو مسئله شامل صفحه دارای یک سوراخ مرکزی و نیز دارای یک ترک مرکزی تحت کشش تک محوری برای یک ماده الاستیک-پلاستیک کامل، به منظور ارزیابی کارایی و اعتبار روش پیشنهادی مورد بررسی قرار گرفت. علاوه بر این، نتایج پری دینامیک مبتنی بر پیوند مربوط به تنش فون میسر،

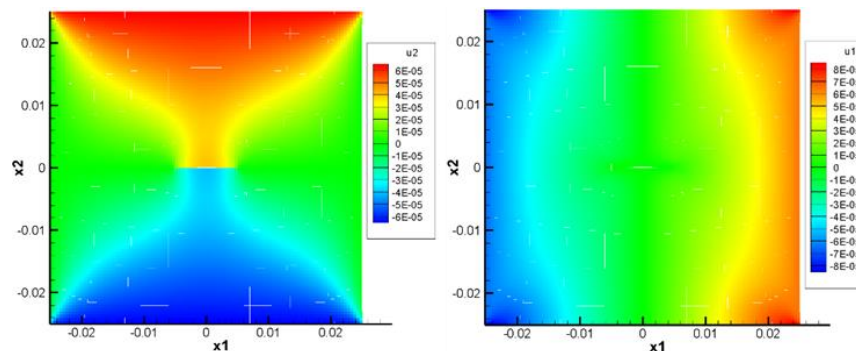
سازگاری قابل قبول، پاسخ های روش اجزای محدود و پری دینامیک را نیز نشان می دهند. به طور کلی بررسی نتایج نشان می دهد، مدل الاستوپلاستیک پری دینامیک مبتنی بر پیوند پیشنهاد شده، می تواند توزیع تنش فون میسر، جابه جایی های عمودی و افقی و کرنش پلاستیک و اندازه ناحیه پلاستیک را با دقت قابل قبول پیش بینی نماید.

همچنین با مقایسه خطاهای مدل پیشنهادی، حداکثر خطا در مقادیر جابه جایی عمودی در روش پیشنهادی حدود ۱ درصد است، در حالی که این مقدار در نتایج مرجع [۴۱] حدود ۹ درصد است. همچنین بیشترین خطا در مقادیر تنش فون میسر روش پیشنهادی حدود ۳ درصد است، در حالی که خطا در تنش های فون میسر در مرجع [۴۱] بیش از ۱۰ درصد بیان شده است.

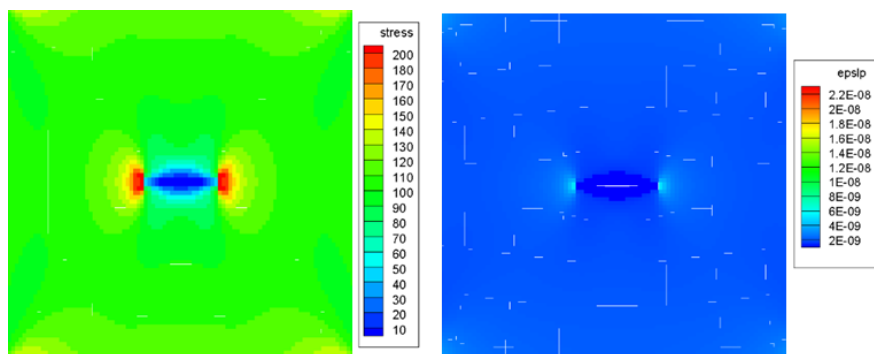
همچنین بررسی کشش دومحوره برای هر دو مسئله مورد بررسی قرار گرفت. به طوری که، نتایج مربوط به صفحه دارای



شکل ۱۵- کرنش پلاستیک (سمت راست) و توزیع تنش فونمیسز (سمت چپ) در صفحه دارای سوراخ مرکزی تحت کشش دوماحوره.



شکل ۱۶- تغییر مکان‌های افقی (سمت راست) و عمودی (سمت چپ) در صفحه دارای ترک مرکزی تحت کشش دوماحوره.



شکل ۱۷- کرنش پلاستیک (سمت راست) و توزیع تنش فونمیسز (سمت چپ) در صفحه دارای ترک مرکزی تحت کشش دوماحوره.

همچنین در ادامه، نتایج دو مسئله‌ی صفحه دارای سوراخ مرکزی و نیز دارای ترک مرکزی تحت کشش دوماحوری، مورد بررسی قرار گرفت.

اندازه ناحیه پلاستیک، جابه‌جایی‌های عمودی و افقی و کرنش پلاستیک معادل استخراج شده و با نتایج روش اجزای محدود، مقایسه و مورد بررسی قرار گرفته‌اند. مقایسه این نتایج کارآیی و دقت روش پیشنهادی را به طور قابل قبول، تایید می‌نماید.

واژه‌نامه

- | | | |
|-----------------------|----------------|----------------------------|
| 1. elastoplastic | 4. peridynamic | 7. horizon |
| 2. perfect plasticity | 5. bond-based | 8. pairwise force function |
| 3. nonlocal | 6. state-based | 9. Von Mises |

مراجع

1. Drucker, D. C., "A More Fundamental Approach to Plastic Stress-Strain Relations", *Proceedings of 1st US National Congress of Applied Mechanics*, pp. 487-491, 1951.
2. Prager, W., "The Theory of Plasticity : A Survey of Recent Achievements", *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers*, Vol. 169(1), pp. 41-57, 1955.
3. Chen, W. F., and Han, D. J., "Plasticity for Structural Engineers", *J. Ross Publishing*, 2007.
4. De Souza Neto, E. A., Peric, D., and Owen, D.R., "Computational Methods for Plasticity : Theory and Applications", *John Wiley & Sons*, 2011.
5. Silling, S. A., "Reformulation of Elasticity Theory for Discontinuities and Long-Range Forces", *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 48(1), pp. 175-209, 2000.
6. Silling, S. A., and Askari, E., "A Meshfree Method Based on the Peridynamic Model of Solid Mechanics", *Computers & Structures*, Vol. 83(17-18), pp. 1526-1535, 2005.
7. Ballarini, R., "Bond-Based Peridynamic Modelling of Singular and Nonsingular Crack-tip Fields", *Meccanica*, Vol. 53, pp. 3495-3515, 2018.
8. Silling, S. A., "Peridynamic States and Constitutive Modeling", *Journal of Elasticity*, Vol. 88, pp. 151-184, 2007.
9. Tupek, M. R., and Radovitzky, R., "An Extended Constitutive Correspondence Formulation of Peridynamics Based on Nonlinear Bond-Strain Measures", *Journal of the Mechanics and Physics of Solid*, Vol. 65, pp. 82-92, 2014.
10. Gu, X., Zhang, Q., and Madenci, E., "Non-Ordinary State-Based Peridynamic Simulation of Elastoplastic Deformation and Dynamic Cracking of Polycrystal", *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 218, pp. 106568, 2019.
11. Mousavi, F., Jafarzadeh, S., and Bobaru, F., "An Ordinary State-Based Peridynamic Elastoplastic 2D Model Consistent with J2 Plasticity", *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 229, pp. 111146, 2021.
12. Li, T., and Gu, X., "Elastoplastic Constitutive Modeling for Reinforced Concrete in Ordinary State-Based Peridynamics", *Journal of Mechanics*, Vol. 36, pp. 799-811, 2020.
13. Cruz, A. L., and Donadon, M. V., "An Elastoplastic Constitutive Damage Model Based on Peridynamics Formulation", *International Journal of Non-Linear Mechanics*, Vol. 142, pp. 103978, 2022.
14. Pashazad, H., and Kharazi, M., "A Peridynamic Plastic Model Based on Von Mises Criteria with Isotropic, Kinematic and Mixed Hardenings under Cyclic Loading", *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 156, pp. 182-204, 2019.
15. Liu, Z., Zhang, J., Zhang, H., Ye, H., Zhang, H., and Zheng, Y., "Time-Discontinuous State-Based Peridynamics for Elasto-Plastic Dynamic Fracture Problems", *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 266, pp. 108392, 2022.
16. Foster, J. T., Silling S. A., and Chen, W. W., "Viscoplasticity Using Peridynamics", *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 81(10), pp. 1242-1258, 2010.
17. Lyu, Y., Zhang, J., Chang, J., Guo, S., and Zhang, J. J., "Integrating Peridynamics with Material Point Method for Elastoplastic Material Modeling", *Advances in Computer Graphics International Conference*, pp. 228-239, 2019.
18. Liu, S., Fang, G., Fu, M., Yan, X., Meng, S., and Liang, J., "A Coupling Model of Element-Based Peridynamics and Finite Element Method for Elastic-Plastic Deformation and Fracture Analysis", *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 220, pp. 107170, 2022.
19. Kružík, M., Mora-Corral, C., and Stefanelli, U., "Quasistatic Elastoplasticity Via Peridynamics: Existence and Localization", *Continuum Mechanics and Thermodynamics*, Vol. 30(5), pp. 1155-1184, 2018.
20. Wu, L., and Huang, D., "Energy Dissipation Study in Impact: From Elastic and Elastoplastic Analysis in Peridynamics", *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 234, pp. 111279, 2022.
21. Madenci, E., and Oterkus, S., "Ordinary State-Based Peridynamics for Plastic Deformation According to Von Mises Yield Criteria with Isotropic Hardening", *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 86, pp. 192-219, 2016.
22. Liu, Z., Bie, Y., Cui, Z., and Cui, X., "Ordinary State-Based Peridynamics for Nonlinear Hardening Plastic Material's Deformation and It's Fracture Process", *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 223, pp. 106782, 2020.
23. Zhou, X. P., Zhang, T., and Qian, Q. H., "A Two-Dimensional Ordinary State-Based Peridynamic Model for Plastic Deformation Based on Drucker-Prager Criteria with Non-Associated Flow Rule", *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, Vol. 146, pp. 104857, 2021.
24. Zhou, X., Shou, Y., and Berto, F., "Analysis of the Plastic Zone Near the Crack Tips under the Uniaxial Tension Using Ordinary State-Based Peridynamics", *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, Vol. 41(5), pp. 1159-1170, 2018.
25. Lakshmanan, A., Luo, J., Javaheri, I., and Sundararaghavan, V., "Three-Dimensional Crystal Plasticity Simulations Using Peridynamics Theory and Experimental Comparison", *International Journal of Plasticity*, Vol. 142, pp. 102991, 2021.

26. Kazemi, S. R., "Plastic Deformation Due to High-Velocity Impact Using Ordinary State-Based Peridynamic Theory", *International Journal of Impact Engineering*, Vol. 137, pp. 103470, 2020.
27. Zhang, T., Zhou, X. P., and Qian, Q. H., "Drucker-Prager Plasticity Model in the Framework of OSB-PD Theory with Shear Deformation", *Engineering with Computers*, pp. 1-20, 2021.
28. Macek, R. W., and Silling, S. A., "Peridynamics Via Finite Element Analysis", *Finite Elements in Analysis and Design*, Vol. 43(15), pp. 1169-1178, 2007.
29. Ladányi, G., and Jenei, I., "Analysis of Plastic Peridynamic Material with RBF Meshless Method", *Pollack Periodica*, Vol. 3(3), pp. 65-77, 2008.
30. Huang, D., Lu, G., and Qiao, P., "An Improved Peridynamic Approach for Quasi-Static Elastic Deformation and Brittle Fracture Analysis", *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 94, pp. 111-122, 2015.
31. Zhou, X. P., Gu, X. B., and Wang, Y. T., "Numerical Simulations of Propagation, Bifurcation and Coalescence of Cracks in Rocks", *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, Vol. 80, pp. 241-254, 2015.
32. Wang, Y., Zhou, X., and Shou, Y., "The Modeling of Crack Propagation and Coalescence in Rocks under Uniaxial Compression Using the Novel Conjugated Bond-Based Peridynamics", *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 128, pp. 614-643, 2017.
33. Wang, Y. T., Zhou, X. P., and Kou, M. M., "Three-Dimensional Numerical Study on the Failure Characteristics of Intermittent Fissures under Compressive-Shear Loads", *Acta Geotechnica*, Vol. 14, pp. 1161-1193, 2019.
34. Wang, Y., Zhou, X., Wang, Y., Shou, Y., "A 3-D Conjugated Bond-Pair-Based Peridynamic Formulation for Initiation and Propagation of Cracks in Brittle Solids", *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 134, pp. 89-115, 2018.
35. Ahmadi, M., Hosseini-Toudeshky, H., and Sadighi, M., "Peridynamic Micromechanical Modeling of Plastic Deformation and Progressive Damage Prediction in Dual-Phase Materials", *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 235, pp. 107179, 2020.
36. Sheikhabaiei, P., and Mossaiby, F., "A Review of Peridynamics and its Applications; Part1 :The Models Based on Peridynamics", *Journal of Computational Methods in Engineering*, Vol. 41(1), pp. 1-35, 2022 (In Persian).
37. Jahed, H., and Dubey, R., "An Axisymmetric Method of Elastic-Plastic Analysis Capable of Predicting Residual Stress Field", *Journal of Pressure Vessel Technol*, Vol. 119(3), pp. 264-273, 1997.
38. Jahed, H., Sethuraman, R., and Dubey, R. N., "A Variable Material Property Approach for Solving Elastic-Plastic Problems", *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, Vol. 71(3), pp. 285-291, 1997.
39. Parker, A. P., "Autofrettage of Open-End Tubes Pressures, Stresses, Strains, and Code Comparisons", *Journal of Pressure Vessel Technol*, Vol. 123(3), pp. 271-281, 2001.
40. Madenci, E., and Oterkus, E., "Peridynamic Theory and its Applications", *Springer*, 2014.
41. Asgari, M., and Kouchakzadeh, M. A., "An Equivalent Von Mises Stress and Corresponding Equivalent Plastic Strain for Elastic-Plastic Ordinary Peridynamics", *Meccanica*, Vol. 54, pp. 1001-1014, 2019.