Journal of Computational Methods in Engineering, 2024, 42(2), 89-111; DOI: 10.47176/jcme.42.2.1007

JOURNAL OF COMPUTATIONAL METHODS IN ENGINEERING

Journal of Computational Methods in Engineering

Journal homepage: https://jcme.iut.ac.ir/

ISSN: 2228-7698 EISSN: 2423-5741

Original Article

Stochastic dynamic analysis of multilayer saturated porous cylindrical structures using the meshless local Petrov-Galerkin Method

Masoud Hamidifard[1], Farzad Shahabian[1*] and Mohammad Hossein Ghadiri Rad[2]

1 -Department of Structural Engineering, Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran
2- Department of Structural Engineering, Quchan University of Technology, Quchan, Iran

Abstract: The stochastic meshless local Petrov–Galerkin method is employed for dynamic analysis of multilayer cylinders made of fully saturated porous materials considering uncertainties in the constitutive mechanical properties. The multilayer porous cylinder is assumed to be under shock loading. To approximate the trial functions in the radial point interpolation method (RPIM), the radial basis functions (RBFs) are utilized. The Monte Carlo simulation is used to generate the random fields for mechanical properties. The results are obtained for various random variables, which are simulated by uniform, normal and lognormal probability density functions with various coefficients of variation (COV), changing from 0 to 20%. The obtained results from the presented stochastic analysis are compared to those obtained from the analysis considering deterministic mechanical properties. The results show that the uncertainty in mechanical properties has a significant effect on the structural responses, especially for big values of COVs.

Keywords: Stochastic Dynamic Analysis, Multilayer Cylindrical Structures, Saturated Porous Materials, Meshless Local Petrov-Galerkin (MLPG) Method.

Received: Jul. 07, 2023; Revised: Aug. 14, 2023; Accepted: Aug. 16, 2023; Published Online: March 05, 2024.

⁕ Corresponding Author: shahabf@um.ac.ir

How to Cite: Hamidifard Masoud, Shahabian Farzad and Ghadiri Rad Mohammad Hossein, Stochastic dynamic analysis of multilayer saturated porous cylindrical structures using the meshless local Petrov-Galerkin Method, Journal of Computational Methods in Engineering; 2024, 42(2), 89-111; DOI: 10.47176/jcme.42.2.1007.

Copyright © 2025 Isfahan University of Technology, Published by Isfahan University of Technology press. This work is licensed under a Creative Commons Attribution-Noncommercial 4.0 International license (https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/). Non-commercial uses of the work are permitted, provided the original work is properly cited.

نشریه روش‌های عددی در مهندسی، سال ۴۲، شماره ۲، ص. ۱۱۱-۸۹، DOI: 10.47176/jcme.42.2.1007

نشریه علمی - پژوهشی روش‌های عددی در مهندسی

نشریه روش‌های عددی در مهندسی

صفحه خانگی نشریه: https://jcme.iut.ac.ir/

شاپا: ۷۶۹۸-۲۲۲۸ شاپا الکترونیکی: ۵۷۴۱-۲۴۲۳

مقاله پژوهشی

تحلیل دینامیکی احتمال‌اندیشانه سازه‌های استوانه‌ای متخلخل اشباع چندلایه با بهره‌جویی از روش بدون شبکه پتروف-گلرکین محلی

مسعود حمیدی فرد[۱]، فرزاد شهابیان[۱*] و محمدحسین قدیری راد[۲]

۱- گروه مهندسی سازه، دانشگاه فردوسی مشهد

۲- گروه مهندسی سازه، دانشگاه صنعتی قوچان

چکیده- در این پژوهش از روش بدون‌شبکه پتروف-گلرکین محلی احتمال‌اندیشانه برای تحلیل دینامیکی سازه‌های استوانه‌ای چندلایه ساخته‌شده از مواد متخلخل کاملاً اشباع با درنظرگرفتن عدم‌قطعیت در خواص مکانیکی استفاده شده است. فرض شده است که سازه استوانه‌ای چندلایه متخلخل تحت بار ضربه‌ای باشد. برای تقریب تابع‌های میدان در روش بدون‌شبکه، از توابع پایه شعاعی استفاده شده است. از شبیه‌سازی مونت‌کارلو برای تحلیل احتمال‌اندیشانه با درنظرگرفتن عدم‌قطعیت در خواص مکانیکی استفاده شده است. متغیرهای تصادفی مختلف با تابع‌های چگالی احتمال نرمال، لگ‌نرمال و یکنواخت با ضرایب پراکندگی مختلف، شبیه‌سازی می‌شوند. در نظر گرفتن اثر میرایی در مدل‌سازی تحلیل‌های دینامیکی امری اجتناب‌ناپذیر است. از این رو در ادامه پژوهش، تاثیر میرایی در مقدار تغییرمکان و تنش ایجادشده در سازه‌های متخلخل چندلایه مورد تحلیل و بررسی قرار گرفت. نتایج بدست‌آمده از تحلیل احتمالاتی با نتایج حاصل از تحلیل با درنظرگرفتن خصوصیات مکانیکی قطعی مقایسه شده است. نتایج نشان می‌دهد که عدم‌قطعیت در خصوصیات مکانیکی تأثیر مهمی بر پاسخ‌های سازه‌ای به‌ویژه برای مقادیر بزرگ ضریب پراکندگی دارد.

واژه‌های کلیدی: تحلیل دینامیکی احتمال‌اندیشانه، سازه‌های استوانه‌ای چندلایه، مواد متخلخل اشباع، روش بدون‌شبکه پروف-گلرکین محلی.

دریافت مقاله: ۱۴۰۲/۰۴/۱۶، بازنگری: ۱۴۰۲/۰۵/۲۳، پذیرش: ۱۴۰۲/۰۵/۲۵، اولین انتشار: ۱۴۰۲/۱۲/۱۵

*: نویسنده مسئول، رایانامه: shahabf@um.ac.ir

حق انتشار این مستند، متعلق به دانشگاه صنعتی اصفهان است. ۱۴۰۳ ©.

این مقاله تحت گواهی زیر منتشر شده و هر نوع استفاده غیرتجاری از آن مشروط بر استناد صحیح به مقاله و با رعایت شرایط مندرج در آدرس زیر مجاز است:

Creative Commons Attribution-Noncommercial 4.0 International license (https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/).

فهرست علائم

P	نیروی محوری	G	ضریب برشی
u	تابع میدان تغییرمکان	n_x	تعداد گره
O	مرکز مختصات	Ω	دامنه مسئله
z	محور در راستای طول سازه استوانه‌ای	Γ	مرز دامنه مسئله
Q و R	پارامترهای کوپل بین قسمت سیال و جامد	κ	نفوذپذیری
h	طول سازه استوانه‌ای	φ	تخلخل
c و q	پارامترهای تابع درونیاب شعاعی	Ø	تابع شکل
E	ضریب کشسانی	γ و β	ثابت‌های روش نیومارک
a_i	ضرایب تابع شعاعی	ρ_A	چگالی جرم ظاهری
[C]	ماتریس میرایی	ρ_f	چگالی جرم قسمت سیال
[K]	ماتریس سختی	ρ_s	چگالی جرم قسمت جامد
[M]	ماتریس جرم	σ_f	تنش‌های قسمت سیال
$R_i(x)$	تابع پایه شعاعی	σ_s	تنش‌های قسمت جامد
r_i	فاصله بین نقطه دلخواه x و گره xi	α	ضریب بدون بُعد دامنه تحت پوشش

۱-معرفی

برای تحلیل استاتیکی و دینامیکی سازه‌ها نیاز به حل رابطه‌های دیفرانسیلی حاکم بر شرایط هندسی با درنظر گرفتن شرایط اولیه و شرایط مرزی می‌باشد. روش بدون‌شبکه، رویکردی نوین در تحلیل این روابط ارائه داده است. این روش به علت عدم‌نیاز به استفاده از شبکه‌بندی مرسوم در روش‌های عددی در دامنه مسئله که اغلب فرآیندی زمان‌بر است، در دو دهه اخیر مورد توجه پژوهشگران قرار گرفته است.

گینگولد و موناگان [۱] با مدل‌سازی پدیده‌های نجومی در سال ۱۹۷۷ نخستین مدل‌سازی به روش بدون‌شبکه با استفاده از روش هیدرودینامیک ذرات هموار[۱] (SPH) را پیشنهاد نمودند. راب‌ژاک و همکاران [۲] و دیلتس [۳] روش هیدرودینامیک ذرات هموار را توسعه دادند، که منجر به پایداری و سازگاری مناسب‌تر این روش گردید. این روش که بر مبنای تابع‌های شکل انتگرال محدود است، اکنون در مکانیک سیالات کاربردهای فراوانی دارد. لیو و همکاران [٤] در سال ۱۹۹۵ با روش بازتولید ذرات کرنل[۲] به بهبود روش هیدرودینامیک ذرات هموار پرداختند. از کاربرد تابع‌های شکل تفاوت محدود در روش بدون‌شبکه می‌توان به روش‌های تفاوت محدود[۳] [٥ و ٦] و نقاط محدود[٤] [۷ و ۸] اشاره نمود.

برای استفاده از روش بدون‌شبکه در مکانیک جامدات از تابع‌های شکل سری محدود بهره‌جویی می‌شود. روش‌های بدون‌شبکه گلرکین[٥] (EFG) [۹]، کریگینگ محلی[٦] [۱۰]، درون‌یابی نقاط چندجمله‌ای [۱۱] و درون‌یابی شعاعی [۱۲]، درون‌یابی همسایگی طبیعی[۷] [۱۳] و پتروف-گلرکین[۸] (MLPG) [١٤ و ١٥]، نمونه‌هایی از کاربرد تابع‌های شکل سری محدود در مکانیک جامدات می‌باشند. آتلوری و شن [١٦] با توسعه روش پتروف-گلرکین به مقایسه آن با روش اجزای محدود و اجزای مرزی پرداختند. مطابق پژوهش آن‌ها در روش پتروف-گلرکین، دامنه‌های تحت‌پوشش می‌توانند به هر شکلی

ازجمله دایره، مستطیل و بیضی انتخاب شوند. همچنین نیازی به یکسان درنظرگرفتن تابع شکل و تابع وزنی نمی‌باشد. افزون براین، در روش پتروف-گلرکین انتگرال‌گیری از رابطه‌های تعادل در دامنه‌های محلی، بدون شبکه‌بندی پیش‌زمینه‌ای انجام می‌گیرد. از این‌رو، می‌توان این روش را روش کاملاً بدون‌شبکه به شمار آورد. این ویژگی‌های منحصربه‌فرد سبب سادگی و کاربرد آن در حل مسئله‌ها می‌شود. از این‌رو پژوهشگران بسیاری برای حل مسائل مختلف از روش MLPG استفاده نموده‌اند. برای نمونه می‌توان از مسائل انتشار همرفت [۱۷]، مکانیک شکست [۱۸ و ۱۹]، معادله ناویر استوک [۲۰]، تغییرشکل برشی تیرها [۲۱] و تحلیل صفحات خمشی [۲۲ و ۲۳] نام برد. اسلادک و همکاران [۲٤] کاربردهای روش MLPG در حل مسائل مختلف مهندسی و سایر علوم را ارائه دادند. خاطرنشان می‌سازد که در پژوهش حاضر، از روش MLPG استفاده شده است.

با استفاده از روش MLPG، ارتعاش آزاد صفحات توسط فریرا و همکاران [۲۵] بررسی شده است. ژو و لیو [۲٦] با استفاده از روش بدون‌شبکه کریگینگ و برپایه نگره تغییرشکل مرتبه اول، تحلیل ارتعاش آزاد صفحات را انجام دادند. آن‌ها صفحات با شکل‌های مختلف را بررسی کرده و تأثیر پارامترهای مختلفی نظیر نسبت ابعاد، الگوی تغییرات ماده و شرایط مرزی را بر تغییرات بسامد مورد بررسی قرار دادند. رضایی مژدهی و همکاران [۲۷] با بهره‌جویی از دامنه مکعبی‌شکل برای مدل‌سازی دامنه‌های محلی و دامنه‌های تحت‌پوشش گره‌ها، به تحلیل دینامیکی سه‌بعدی صفحات ضخیم چندلایه با استفاده از روش MLPG پرداختند. ژاو و لیو [۲۸] با این روش تحلیل ارتعاش آزاد سازه‌های مخروطی‌شکل را مورد مطالعه قرار دادند. انتشار امواج کشسان تنش‌ها، تغییرمکان‌های شعاعی و محوری در سازه‌های استوانه‌ای با فرض تغییر خصوصیات مکانیکی ماده در دو راستای محوری و شعاعی توسط موسوی‌نژاد و همکاران [۲۹] بر پایه روش MLPG انجام گردید. همچنین قیومی‌زاده و همکاران [۳۰] به نحوه انتشار موج کشسان دوبعدی تنش و تغییرمکان در سازه استوانه‌ای با استفاده از روش بدون‌شبکه پتروف-گلرکین پرداختند.

مواد متخلخل در بسیاری از شاخه‌های مهندسی از جمله مهندسی ژئومکانیک، اندرکنش بین خاک و سازه، مهندسی مواد، مهندسی محیط‌زیست و مهندسی شیمی نقش مهمی ایفا می‌کنند [۳۱ و ۳۲]. برای نخستین‌بار، ترزاقی [۳۳] نظریه تحکیم مواد متخلخل اشباع را ارائه نمود. این نظریه مبنای مطالعات در خصوص رفتار مواد متخلخل است. بر پایه مطالعات ترزاقی، سال‌ها بعد بیوت [۳٤] رابطه‌های مواد متخلخل اشباع را گسترش داد. این رابطه‌ها برای مواد متخلخل نیمه‌اشباع توسط ایفانتیس [۳۵] گسترش پیدا کرد. بر پایه مطالعات بیوت، وردولاکیس و بسکوس [۳٦] رفتار دینامیکی مواد متخلخل نیمه‌اشباع را بسط دادند. همچنین شانز و چنگ [۳۷] بر پایه مطالعات بیوت، پاسخ ستونی از مواد متخلخل یک‌بعدی محدود با در نظرگرفتن شرایط تکیه‌گاهی مختلف را محاسبه کردند. تاریخچه مختصری از رابطه‌های مواد متخلخل، مقایسه بین روش‌های مختلف حل دینامیکی و پاسخ دقیق و همچنین روش‌های عددی توسط شانز [۳۲] ارائه شده است.

در مسائل علوم مهندسی درنظرگرفتن عدم‌قطعیت مربوط به خصوصیات مکانیکی مواد در طراحی امری ضروری است. پژوهشگران زیادی در زمینه عدم‌قطعیت کار کرده‌اند. برای نمونه مارک و همکاران [۳۸] از روش شبیه‌سازی مونت کارلو برای تعیین دستورالعمل طراحی سازه‌های فولادی با درنظرگرفتن عدم‌قطعیت در بارهای اعمالی و خصوصیات مکانیکی استفاده کردند. برای یک سازه مرکب با درنظرگرفتن متغیرهای تصادفی از جمله بار، هندسه و خصوصیات مکانیکی، روش مونت کارلو با سایر روش‌های احتمالاتی دیگر توسط دیسکیوا و لوماریو [۳۹] مقایسه شده است. نوح و پارک [٤۰] یک روش شبیه‌سازی مونت کارلو با قابلیت بررسی تاثیرات غیرخطی ضریب پراکندگی در پاسخ کلی را ارائه نمودند. با استفاده از روش شبیه‌سازی مونت کارلو، تاثیرات عدم‌قطعیت در خصوصیات مکانیکی در انتشار امواج کشسان در سازه‌های

استوانه‌ای توسط حسینی و شهابیان [۴۱ و ۴۲] بررسی شده است. همچنین آن‌ها قابلیت اعتماد و ارزیابی ایمنی استوانه‌های ضخیم تحت بارهای ضربه‌ای را نیز بررسی نمودند [۴۳ و ٤٤].

از آن‌جا که خصوصیات مکانیکی مواد متخلخل به طور کلی دارای عدم‌قطعیت است، تحلیل قطعی مواد متخلخل منطقی به نظر نمی‌رسد و نیاز به تحلیل‌های با رویکرد احتمالاتی ضروری است. شو [٤٥] با درنظرگرفتن عدم‌قطعیت در ضریب کشسانی نشست یک لایه خاک رس را بررسی نموده است. اسلادک و همکاران [٤٦ و ٤٧] با استفاده از روش بدون‌شبکه مسائل دارای تقارن محوری مواد متخلخل اشباع پیوسته و ناهمگن را تحلیل احتمالاتی نمودند. همچنین آن‌ها با استفاده از تحلیل احتمالاتی تاثیرات تغییرات سختی و نفوذپذیری مواد در پاسخ‌های تغییرمکان، تنش و فشار منفذی در مواد متخلخل را مورد بررسی قرار دادند. کاظمی و همکاران [٤٨] به تحلیل احتمالاتی سازه‌های استوانه‌ای متخلخل اشباع تک‌لایه پرداختند و نشان دادند که تحلیل تصادفی محیط‌های متخلخل که دارای عدم‌قطعیت ذاتی در خواص مکانیکی خود هستند، برای اهداف طراحی ضروری است.

علی‌رغم مقالات فراوانی که در زمینه تحلیل احتمالاتی محیط‌های متخلخل انتشار یافته است و در این بخش به آن اشاره شد، کارهای بسیار کمی در زمینه تحلیل احتمال‌اندیشانه محیط‌های متخلخل چندلایه انجام شده است. در این مقاله برای نخستین‌بار روش بدون‌شبکه پتروف- گلرکین محلی برای تحلیل دینامیکی احتمال‌اندیشانه سازه‌های استوانه‌ای چندلایه ساخته‌شده از مواد متخلخل اشباع گسترش داده شده است. روش احتمالاتی MLPG با تابع هویساید به عنوان تابع وزن برای بررسی تاثیر عدم‌قطعیت در خواص مکانیکی محیط متخلخل بر پاسخ‌های سازه‌ای تحت بارگذاری ضربه‌ای استفاده شده است. برای این منظور، ضریب برشی، پارامتر اتصال و چگالی بخش جامد به عنوان خصوصیات دارای عدم‌قطعیت در نظر گرفته شده و برای تولید این پارامترهای تصادفی از شبیه‌سازی مونت‌کارلو استفاده شده است. برای درون‌یابی متغیرها برحسب مقادیر گرهی، از روش درون‌یابی نقطه شعاعی (RPIM) با تابع پایه شعاعی (RBF) استفاده شده است. تاثیر ضریب پراکندگی‌های مختلف بر رفتار دینامیکی جابه‌جایی‌ها به دست آمده است و به‌تفصیل مورد بحث قرار گرفته است. تاریخچه زمانی واریانس‌ها و نمودار فراوانی متغیرها برای سازه استوانه‌ای نشان داده شده است و تحلیل دینامیکی احتمال‌اندیشانه سازه استوانه‌ای متخلخل اشباع چندلایه با استفاده از روش بدون‌شبکه پتروف-گلرکین محلی مورد بررسی قرار گرفته است. اثر تعداد لایه‌ها و چیدمان لایه‌ها بر رفتار دینامیکی این نوع سازه‌ها تحت اثر بارهای دینامیکی ضربه‌ای بررسی شده است.

۲- روش بدون‌شبکه پتروف- گلرکین محلی

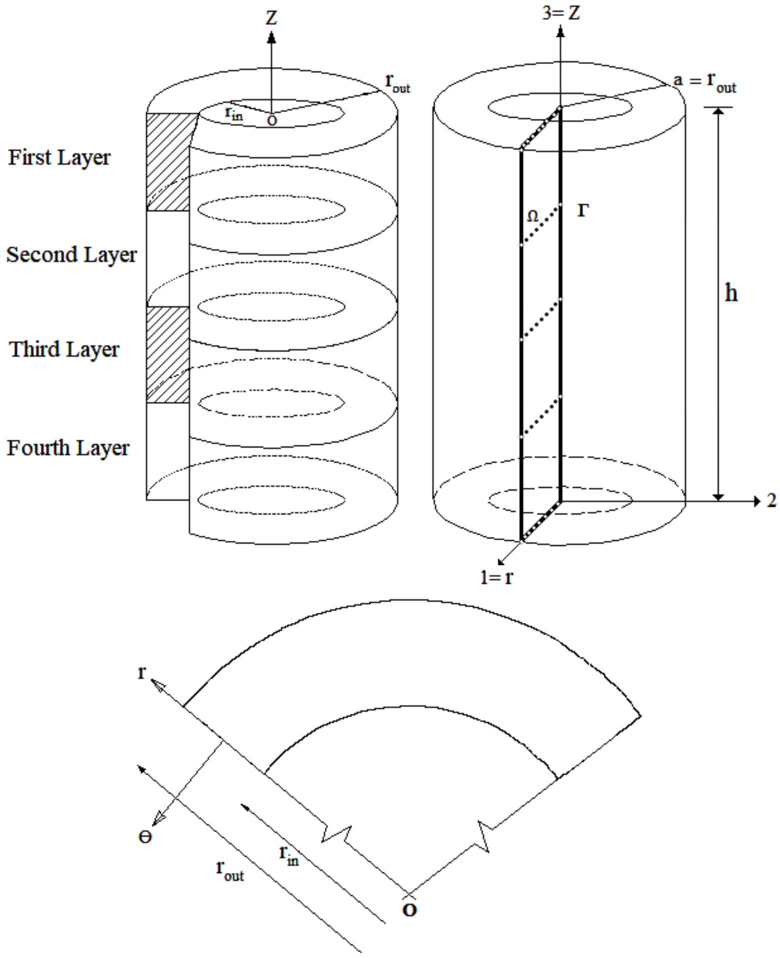
سازه استوانه‌ای چندلایه متخلخل به طول h ، شعاع داخلی r_{in} ، شعاع خارجی r_{out} مانند شکل (۱) در نظر گرفته می‌شود. محیط متخلخل را می‌توان به دو فاز جامد و سیال تفکیک کرد. در این مقاله، بردار تغییرمکان فاز جامد با $\{u^s\}$ و بردار تغییرمکان فاز سیال با $\{u^f\}$ نشان داده می‌شود. با فرض صفر بودن نیروهای جسمی، معادلات حاکم بر رفتار دینامیکی سازه در سیستم مختصات استوانه‌ای (r,ϕ,z) برای لایه k اُم را می‌توان بر حسب تنش‌های کل و تنش‌های وارد بر سیال به صورت زیر نوشت [٤٦]:

$$[\sigma^k_{rb,b}(r,z,\tau)]+\frac{1}{r}[\sigma^k_{rr}(r,z,\tau)-\sigma^k_{\varphi\varphi}(r,z,\tau)]-(1-\varphi^k)\rho^k_s[\ddot{u}^s_r(r,z,\tau)]+\rho^k_f\varphi^k[\ddot{u}^f_r(r,z,\tau)]=0 \quad (۱)$$

$$[\sigma^k_{zb,b}(r,z,\tau)]+[\frac{1}{r}\sigma^k_{rz}(r,z,\tau)]-(1-\varphi^k)\rho^k_s[\ddot{u}^s_r(r,z,\tau)]+\rho^k_f\varphi^k[\ddot{u}^f_r(r,z,\tau)]=0 \quad (۲)$$

$$[\sigma^f_b(r,z,\tau)]^k-\varphi^k\rho^k_f[\ddot{u}^f_b(r,z,\tau)]-\rho^k_A[\ddot{u}^f_b(r,z,\tau)-\ddot{u}^s_b(r,z,\tau)]-\frac{(\varphi^k)^2}{\kappa^k}[\dot{u}^f_b(r,z,\tau)-\dot{u}^s_b(r,z,\tau)]=0 \quad (۳)$$

در این رابطه‌ها $b\in\{r, z\}$ اندیس تکرار است که باید بر روی آن جمع بسته شود. همچنین σ_{rb}، $\sigma_{\varphi\varphi}$، $\dot{u}$، $\ddot{u}$، ϕ، ρ_s، ρ_f، κ، τ



شکل ۱- مشخصه‌های هندسی استوانه چندلایه به طول محدود با مواد متخلخل کاملاً اشباع در دستگاه مختصات استوانه‌ای.

به‌ترتیب تنش شعاعی، تنش حلقوی، سرعت، شتاب، تخلخل، چگالی فاز جامد، چگالی فاز سیال، نفوذپذیری و زمان را نشان می‌دهد. نماد ρ_A چگالی ظاهری جسم را نشان می‌دهد که برهم‌کنش دینامیکی بین سیال و سازه را توصیف می‌کند [۳۲]. متغیرهای نقطه‌ای و دونقطه‌ای به ترتیب اولین و دومین مشتقات جزئی متغیرها را نسبت به زمان نشان می‌دهند. با استفاده از تابع وزن W_i در زیردامنه‌های محلی Ω_Q ، فرم ضعیف محلی روابط (۱) تا (۳) را می‌توان به صورت زیر بدست آورد:

$$\int_{\Omega_Q}\begin{pmatrix}\sigma^k_{rb,b}(r,z,\tau)+\frac{1}{r}[\sigma^k_{rr}(r,z,\tau)\\ -\sigma^k_{\varphi\varphi}(r,z,\tau)]\end{pmatrix}W_1 d\Omega_Q + \int_{\Omega_Q}\begin{pmatrix}\rho^k_f\varphi^k[\ddot{u}^f_r(r,z,\tau)]-\\ (1-\varphi^k)\rho^k_s[\ddot{u}^s_r(r,z,\tau)]\end{pmatrix}W_1 d\Omega_Q=0 \tag{٤}$$

$$\int_{\Omega_Q}\begin{pmatrix}[\sigma^k_{zb,b}(r,z,\tau)]+[\frac{1}{r}\sigma^k_{rz}(r,z,\tau)]-\\ (1-\varphi^k)\rho^k_s[\ddot{u}^s_r(r,z,\tau)]+\\ \rho^k_f\varphi^k[\ddot{u}^f_r(r,z,\tau)]\end{pmatrix}W_2 d\Omega_Q=0 \tag{٥}$$

$$\int_{\Omega_Q}\begin{pmatrix}[\sigma^f_b(r,z,\tau)]^k-\varphi^k\rho^k_f[\ddot{u}^f_b(r,z,\tau)]\\ -\rho^k_A[\ddot{u}^f_b(r,z,\tau)-\ddot{u}^s_b(r,z,\tau)]\end{pmatrix}W_3 d\Omega_Q - \int_{\Omega_Q}\left(\frac{(\varphi^k)^2}{\kappa^k}[\dot{u}^f_b(r,z,\tau)-\dot{u}^s_b(r,z,\tau)]\right)W_3 d\Omega_Q=0 \tag{٦}$$

در مسائل متقارن محوری، زیردامنه محلی سه‌بعدی می‌تواند با استفاده از رابطه زیر به دامنه دوبعدی تبدیل شود:

$$d\Omega_Q = ٢\pi r\, d\Omega q \tag{٧}$$

با جایگذاری رابطه اخیر در روابط (٤) تا (٦) خواهیم داشت:

$$\int_{\Omega q}\begin{pmatrix}[\sigma^k_{rb,b}(r,z,\tau)]+\frac{1}{r}[\sigma^k_{rr}(r,z,\tau)\\ -\sigma^k_{\varphi\varphi}(r,z,\tau)]\end{pmatrix} r\,W_1 d\Omega_q + \int_{\Omega q}\begin{pmatrix}\rho_f^k\varphi^k[\ddot{u}_r^f(r,z,\tau)]-\\ (1-\varphi^k)\rho_s^k[\ddot{u}_r^s(r,z,\tau)]\end{pmatrix} r\,W_1 d\Omega_q = 0 \qquad (۸)$$

$$\int_{\Omega q}\begin{pmatrix}[\sigma^k_{zb,b}(r,z,\tau)]+[\frac{1}{r}\sigma^k_{rz}(r,z,\tau)]-\\ (1-\varphi^k)\rho_s^k[\ddot{u}_r^s(r,z,\tau)]+\\ \rho_f^k\varphi^k[\ddot{u}_r^f(r,z,\tau)]\end{pmatrix} r\,W_2 d\Omega_q = 0 \qquad (۹)$$

$$\int_{\Omega q}\begin{pmatrix}[\sigma_b^f(r,z,\tau)]^k-\varphi^k\rho_f^k[\ddot{u}_b^f(r,z,\tau)]\\ -\rho_A^k[\ddot{u}_b^f(r,z,\tau)-\ddot{u}_b^s(r,z,\tau)]\end{pmatrix} r\,W_3 d\Omega_q - \int_{\Omega q}\left(\frac{(\varphi^k)^2}{\kappa^k}[\dot{u}_b^f(r,z,\tau)-\dot{u}_b^s(r,z,\tau)]\right) r\,W_3 d\Omega_q = 0 \qquad (۱۰)$$

با استفاده از قضیه دیورژانس در روابط اخیر، مشتق تنش‌ها به مشتق تابع وزن تبدیل می‌شود. از آنجا که از تابع هویساید به عنوان تابع وزن در این مقاله استفاده می‌شود، مشتق توابع وزن در روابط صفر می‌شود:

$$\int_{\Gamma} r(\sigma^k_{rr}n_r+\sigma^k_{rz}n_z)d\Gamma+\int_{\Omega q}-\sigma^k_{\varphi\varphi}d\Omega_q - \int_{\Omega_q}(1-\varphi^k)\rho_s^k[\ddot{u}_r^s(r,z,\tau)]\,r d\Omega_q + \int_{\Omega_q}\rho_f^k\varphi^k[\ddot{u}_r^f(r,z,\tau)]\,r d\Omega_q = 0 \qquad (۱۱)$$

$$\int_{\Gamma} r(\sigma^k_{zr}n_r+\sigma^k_{zz}n_z)d\Gamma - \int_{\Omega_q}(1-\varphi^k)\rho_s^k[\ddot{u}_r^s(r,z,\tau)]d\Omega_q + \qquad (۱۲)$$

ادامه

$$\int_{\Omega_q}\rho_f^k\varphi^k[\ddot{u}_r^f(r,z,\tau)]d\Omega_q = 0 \qquad (۱۲)$$

$$\int_{\Gamma}[r\sigma^f]^k n_r d\Gamma - \int_{\Omega_q}[\sigma^f]^k d\Omega - \int_{\Omega_q}\varphi^k\rho_f^k[\ddot{u}_r^f(r,z,\tau)]r d\Omega_q - \int_{\Omega_q}\rho_A^k[\ddot{u}_r^f(r,z,\tau)-\ddot{u}_r^s(r,z,\tau)]r d\Omega_q - \int_{\Omega_q}\frac{(\varphi^k)^2}{\kappa^k}[\dot{u}_r^f(r,z,\tau)-\dot{u}_r^s(r,z,\tau)]r d\Omega_q = 0 \qquad (۱۳)$$

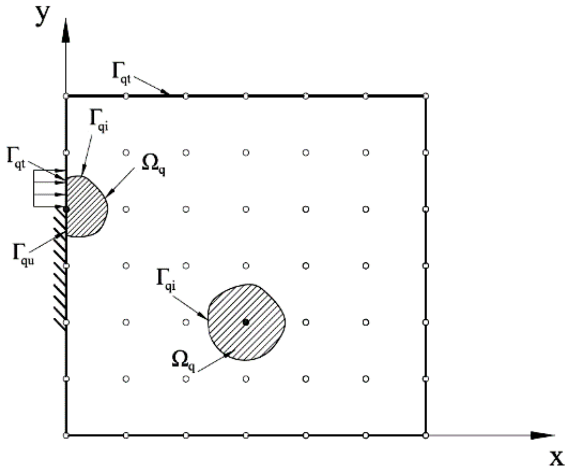
$$\int_{\Gamma} r[\sigma^f]^k n_z d\Gamma - \int_{\Omega_q}\varphi^k\rho_f^k[\ddot{u}_r^f(r,z,\tau)]r d\Omega_q - \int_{\Omega_q}\rho_A^k[\ddot{u}_r^f(r,z,\tau)-\ddot{u}_r^s(r,z,\tau)]r d\Omega_q - \int_{\Omega_q}\frac{(\varphi^k)^2}{\kappa^k}[\dot{u}_r^f(r,z,\tau)-\ddot{u}_r^s(r,z,\tau)]r d\Omega_q = 0 \qquad (۱٤)$$

در رابطه‌های فوق Γ_q مرزهای دامنه تحت‌پوشش Ω_q است. این مرز به طور کلی می‌تواند از سه قسمت تشکیل شده باشد، که عبارتند از: Γ_{qi}، Γ_{qu}، Γ_{qt}. شکل (۲) مرز زیردامنه محلی در روش MLPG را نشان می‌دهد.

Γ_{qi} مرز داخلی است که کاملاً در داخل دامنه مسئله واقع شده است. Γ_{qu} و Γ_{qt} مرزهایی از دامنه تحت‌پوشش هستند که بر روی مرزهای کلی مسئله قرار گرفته و به ترتیب شرایط مرزی تغییرمکانی و تنشی در آن تعریف شده است ($\Gamma_q=\Gamma_{qi}\cup\Gamma_{qu}\cup\Gamma_{qt}$) [۵۰]. بنابراین، روابط (۱۱) تا (۱٤) را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\int_{\Gamma_{qi}+\Gamma_{qu}} r(\sigma^k_{rr}n_r+\sigma^k_{rz}n_z)d\Gamma+\int_{\Omega q}-\sigma^k_{\varphi\varphi}d\Omega_q - \int_{\Omega_q}(1-\varphi^k)\rho_s^k[\ddot{u}_r^s(r,z,\tau)]r d\Omega_q + \int_{\Omega q}\rho_f^k\varphi^k[\ddot{u}_r^f(r,z,\tau)]r d\Omega_q = -\int_{\Gamma_{qt}} r(\sigma^k_{rr}n_r+\sigma^k_{rz}n_z)d\Gamma \qquad (۱۵)$$

$$\int_{\Gamma_{qi}+\Gamma_{qu}} r(\sigma^k_{zr}n_r+\sigma^k_{zz}n_z)d\Gamma - \int_{\Omega_q}(1-\varphi^k)\rho_s^k[\ddot{u}_r^s(r,z,\tau)]d\Omega_q + \int_{\Omega_q}\rho_f^k\varphi^k[\ddot{u}_r^f(r,z,\tau)]d\Omega_q = -\int_{\Gamma_{qt}} r(\sigma^k_{zr}n_r+\sigma^k_{zz}n_z)d\Gamma \qquad (۱٦)$$



شکل 2- مرز زیردامنه محلی در روش MLPG [50].

$$\begin{aligned}&\int_{\Gamma_{qi}+\Gamma_{qu}} r[\sigma^f]^k n_r d\Gamma - \int_{\Omega_q}[\sigma^f]^k d\Omega - \\ &\int_{\Omega_q}\varphi^k\rho_f^k[\ddot{u}_r^f(r,z,\tau)]\; rd\Omega_q - \\ &\int_{\Omega_q}\rho_A^k[\ddot{u}_r^f(r,z,\tau)-\ddot{u}_r^s(r,z,\tau)]\; rd\Omega_q - \\ &\int_{\Omega_q}\frac{(\varphi^k)^2}{\kappa^k}[\dot{u}_r^f(r,z,\tau)-\dot{u}_r^s(r,z,\tau)]\; rd\Omega_q = \\ &-\int_{\Gamma_{qt}} r[\sigma^f]^k n_r d\Gamma\end{aligned} \qquad (١٧)$$

$$\begin{aligned}&\int_{\Gamma_{qi}+\Gamma_{qu}} r[\sigma^f]^k n_z d\Gamma - \int_{\Omega_q}\varphi^k\rho_f^k[\ddot{u}_r^f(r,z,\tau)]rd\Omega_q - \\ &\int_{\Omega_q}\rho_A^k[\ddot{u}_r^f(r,z,\tau)-\ddot{u}_r^s(r,z,\tau)]rd\Omega_q - \\ &\int_{\Omega_q}\frac{(\varphi^k)^2}{\kappa^k}[\dot{u}_r^f(r,z,\tau)-\ddot{u}_r^s(r,z,\tau)]rd\Omega_q =\end{aligned} \qquad (١٨)$$

ادامه

$$-\int_{\Gamma_{qt}} r[\sigma^f]^k n_z d\Gamma \qquad (١٨)$$

با استفاده از معادلات تنش- کرنش و کرنش- جابه‌جایی، می‌توان تنش‌ها را برحسب جابه‌جایی نوشت. کرنش‌ها و تنش‌ها در مختصات استوانه‌ای به شرح زیر است [٤٦]:

$$\sigma_{ij}^k = [\sigma_{ij}^s]^k + [\delta_{ij}\sigma^f]^k \qquad (١٩)$$

$$\begin{pmatrix}\sigma_{rr}^s\\ \sigma_{\varphi\varphi}^s\\ \sigma_{zz}^s\\ \sigma_{rz}^s\end{pmatrix}^k = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & 0\\ c_{12} & c_{11} & c_{13} & 0\\ c_{13} & c_{13} & c_{11} & 0\\ 0 & 0 & 0 & c_{44}\end{bmatrix}^k \begin{pmatrix}\varepsilon_{rr}^s\\ \varepsilon_{\varphi\varphi}^s\\ \varepsilon_{zz}^s\\ 2\varepsilon_{rz}^s\end{pmatrix} + \begin{bmatrix}Q\\ Q\\ Q\\ 0\end{bmatrix}^k (\varepsilon_{kk}^f) \qquad (٢٠)$$

$$[\sigma^f]^k = \begin{bmatrix}Q & Q & Q\end{bmatrix}^k \begin{pmatrix}\varepsilon_{rr}^s\\ \varepsilon_{\varphi\varphi}^s\\ \varepsilon_{zz}^s\end{pmatrix} + \begin{bmatrix}R & R & R\end{bmatrix}^k \begin{pmatrix}\varepsilon_{rr}^f\\ \varepsilon_{\varphi\varphi}^f\\ \varepsilon_{zz}^f\end{pmatrix} \qquad (٢١)$$

$$\begin{aligned}&[\varepsilon_{rr}^s]=[u_{r,r}^s]\;,\;\; [\varepsilon_{\varphi\varphi}^s]=[u_r^s]/r\;,\\ &[\varepsilon_{rz}^s]=([u_{r,z}^s]+[u_{z,r}^s])/2\\ &[\varepsilon_{kk}^f]=[u_{r,r}^f]+[u_{z,z}^f]+[u_r^f]/r\;,\end{aligned} \qquad (٢٢)$$

ادامه

$$\begin{aligned}&[\varepsilon_{rr}^f]=[u_{r,r}^f]\;,\; [\varepsilon_{\varphi\varphi}^f]=[u_r^f]/r\\ &[\varepsilon_{zz}^f]=[u_{z,z}^f]\;,\; [\varepsilon_{zz}^s]=[u_{z,z}^s]\end{aligned} \qquad (٢٢)$$

که

$$\begin{aligned}&c_{11}^k=\frac{4}{3}G^k+K^k+\frac{(Q^k)^2}{R^k}\;,\\ &c_{12}^k=c_{13}^k=K^k-\frac{2}{3}G^k+\frac{(Q^k)^2}{R^k}\;,\\ &c_{44}^k=G^k\end{aligned} \qquad (٢٣)$$

که در آن، K^k ضریب بالک را نشان می‌دهد، G^k ضریب برشی است. Q^k و R^k پارامترهای اتصال بین جامد و سیال هستند و δ_{ij} تابع دلتا کرونکر است.

با استفاده از روابط تنش-کرنش (روابط (۲۰) و (۲۱))، کرنش- تغییرمکان (رابطه (۲۲)) و تابع شکل می‌توان روابط (۱۵) تا (۱۸) را به صورت ماتریسی زیر نوشت:

$$[M]\{\ddot{u}\}+[C]\{\dot{u}\}+[K]\{u\}=\{P\} \tag{۲۴}$$

که در آن $[M]$ ماتریس جرم، $[C]$ ماتریس میرایی و $[K]$ ماتریس سختی است.

$$[M]=\sum_{k=1}^{N_1-1}\begin{bmatrix} -(1-\varphi^k)\rho_s^k & 0 & \rho_f^k\varphi^k & 0 \\ 0 & -(1-\varphi^k)\rho_s^k & 0 & \rho_f^k\varphi^k \\ \rho_A^k & 0 & -\rho_f^k\varphi^k-\rho_A^k & 0 \\ 0 & \rho_A^k & 0 & -\rho_f^k\varphi^k-\rho_A^k \end{bmatrix},\quad \{\ddot{u}^s\}=\begin{Bmatrix}\ddot{u}_r^s\\ \ddot{u}_z^s\\ \ddot{u}_r^f\\ \ddot{u}_z^f\end{Bmatrix} \tag{۲۵}$$

$$[C]=\sum_{k=1}^{N_1-1}\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \dfrac{(\varphi^k)^2}{\kappa^k} & 0 & -\dfrac{(\varphi^k)^2}{\kappa^k} & 0 \\ 0 & \dfrac{(\varphi^k)^2}{\kappa^k} & 0 & -\dfrac{(\varphi^k)^2}{\kappa^k} \end{bmatrix},\quad \{\dot{u}\}=\begin{Bmatrix}\dot{u}_r^s\\ \dot{u}_z^s\\ \dot{u}_r^f\\ \dot{u}_z^f\end{Bmatrix} \tag{۲۶}$$

$$[K]=[K]_{\Gamma_{qi}+\Gamma_{qu}}+[K]_{\Omega q}=$$

$$\begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & rn_r\left\{(R^k+Q^k)(\dfrac{\partial\phi_i^k}{\partial r}+\dfrac{\phi_i^k}{r})\right\} & rn_r\left\{(R^k+Q^k)\dfrac{\partial\phi_i^k}{\partial z}\right\} \\ k_{11} & k_{22} & rn_z\left\{(R^k+Q^k)(\dfrac{\partial\phi_i^k}{\partial r}+\dfrac{\phi_i^k}{r})\right\} & rn_z\left\{(R^k+Q^k)\dfrac{\partial\phi_i^k}{\partial z}\right\} \\ rn_rQ^k(\dfrac{\partial\phi_i^k}{\partial r}+\dfrac{\phi_i^k}{r}) & rn_rQ^k\dfrac{\partial\phi_i^k}{\partial z} & rn_rR^k(\dfrac{\partial\phi_i^k}{\partial r}+\dfrac{\phi_i^k}{r}) & rn_rR^k\dfrac{\partial\phi_i^k}{\partial z} \\ rn_zQ^k(\dfrac{\partial\phi_i^k}{\partial r}+\dfrac{\phi_i^k}{r}) & rn_zQ^k\dfrac{\partial\phi_i^k}{\partial z} & rn_zR^k(\dfrac{\partial\phi_i^k}{\partial r}+\dfrac{\phi_i^k}{r}) & rn_zR^k\dfrac{\partial\phi_i^k}{\partial z} \end{bmatrix}_{\Gamma_{qi}+\Gamma_{qu}}+ \tag{۲۷}$$

$$\begin{bmatrix} -\left\{c_{12}^k\dfrac{\partial\phi_i^k}{\partial r}+c_{11}^k\dfrac{\phi_i^k}{r}+Q^k(\dfrac{\partial\phi_i^k}{\partial r}+\dfrac{\phi_i^k}{r})\right\} & -\left\{c_{12}^k\dfrac{\partial\phi_i^k}{\partial z}+Q^k\dfrac{\partial\phi_i^k}{\partial z}\right\} & -\left\{(R^k+Q^k)(\dfrac{\partial\phi_i^k}{\partial r}+\dfrac{\phi_i^k}{r})\right\} & -\left\{(R^k+Q^k)\dfrac{\partial\phi_i^k}{\partial z}\right\} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -Q^k(\dfrac{\partial\phi_i^k}{\partial r}+\dfrac{\phi_i^k}{r}) & Q^k\dfrac{\partial\phi_i^k}{\partial z} & R^k(\dfrac{\partial\phi_i^k}{\partial r}+\dfrac{\phi_i^k}{r}) & R^k\dfrac{\partial\phi_i^k}{\partial z} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{\Omega q}$$

که در آن:

$$k_{11}= rn_r\left\{c_{11}^k\frac{\partial\phi_i^k}{\partial r}+c_{12}^k\frac{\phi_i^k}{r}+Q^k\left(\frac{\partial\phi_i^k}{\partial r}+\frac{\phi_i^k}{r}\right)\right\}+ rn_z c_{44}^k\frac{\partial\phi_i^k}{\partial z} \quad (۲۸)$$

$$k_{21}= rn_z\left\{c_{12}^k\frac{\partial\phi_i^k}{\partial r}+c_{12}^k\frac{\phi_i^k}{r}+Q^k\left(\frac{\partial\phi_i^k}{\partial r}+\frac{\phi_i^k}{r}\right)\right\}+ rn_r c_{44}^k\frac{\partial\phi_i^k}{\partial z} \quad (۲۹)$$

$$k_{12}=rn_r\left\{c_{12}^k\frac{\partial\phi_i^k}{\partial z}+Q\frac{\partial\phi_i^k}{\partial z}\right\}+rn_z c_{44}^k\frac{\partial\phi_i^k}{\partial r} \quad (۳۰)$$

$$k_{22}=rn_z\left\{c_{12}^k\frac{\partial\phi_i^k}{\partial z}+Q^k\frac{\partial\phi_i^k}{\partial z}\right\}+rn_r c_{44}^k\frac{\partial\phi_i^k}{\partial r} \quad (۳۱)$$

۳- تابع شکل نقاط شعاعی

در این مقاله از روش درون‌یابی نقطه شعاعی (RPIM) برای ساخت توابع شکل استفاده شده است. در این روش، یک تابع دلخواه $u(x)$ در دامنه تحت‌پوشش نقطه x_Q را می‌توان با توجه به مقادیر گرهی آن واقع در دامنه تحت‌پوشش، با استفاده از تابع پایه شعاعی $R(r)$ تقریب زد. برای این منظور می‌توان تابع تقریبی $u^h(x)$ را به صورت زیر نوشت:

$$u^h(x)=\left[R(r)\right]^T\left\{a(x_Q)\right\} \quad (۳۲)$$

که $\left\{a(x_Q)\right\}$ بردار ضرایب مجهول است. توابع پایه شعاعی متفاوتی ازجمله مولتی کوادریک[۹]، گاوسی، نمایی و لگاریتمی توسط پژوهشگران پیشنهاد شده است [۴۹]. در این مقاله، از تابع پایه شعاعی (RBF) مولتی‌کوادریک استفاده شده است که به صورت زیر تعریف می‌گردد:

$$R_i(r)=(r_i^2+c^2)^q \quad (۳۳)$$

که در آن c و q مقادیر ثابت هستند که به‌ترتیب برابر ۰/۵ و ۱/۰۳ در نظر گرفته می‌شوند [۵۰]. r_i فاصله بین نقطه موردنظر تا گره‌های واقع در دامنه تحت‌پوشش آن نقطه است. با نوشتن رابطه (۳۲) در تمام گره‌های واقع در دامنه تحت‌پوشش، بردار ضریب محاسبه می‌شود.

$$\{u\}=\left[R_Q\right]\left\{a(x_Q)\right\} \quad (۳۴)$$

که

$$\{u\}=\left\{u_1\ u_2\ \ldots\ u_n\right\}^T ,\quad \left[R_Q\right]=\begin{bmatrix}R_1(r_1) & R_2(r_1) & \cdots & R_n(r_1)\\ R_1(r_2) & R_2(r_2) & \cdots & R_n(r_2)\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ R_1(r_n) & R_2(r_n) & \cdots & R_n(r_n)\end{bmatrix} \quad (۳۵)$$

n تعداد گره‌هایی است که در دامنه تحت‌پوشش قرار دارند. $\left\{a(x_Q)\right\}$ بردار ضریب را می‌توان از رابطه زیر بدست آورد.

$$\left\{a(x_Q)\right\}=\left[R_Q\right]^{-1}\{u\} \quad (۳۶)$$

با جایگزینی رابطه (۳۶) در رابطه (۳۲)، تابع تغییرمکان را می‌توان بر حسب مقادیر گرهی آن در نقاط واقع در دامنه تحت‌پوشش بدست آورد.

$$u^h(x)=\left(\left[R(r)\right]^T\left[R_Q\right]^{-1}\right)\{u\}=[\phi]\{u\} \quad (۳۷)$$

۴- روش نیومارک

رابطه (۱۹) را می‌توان با استفاده از روش تفاوت محدود نیومارک در دامنه زمان گسسته‌سازی نمود. برای انجام این کار، دامنه زمانی موردنظر به تعداد محدودی گام زمانی کوچک Δt تقسیم می‌شوند. در هر گام زمانی کوچک، تغییرمکان‌های نموی با بهره‌جویی از روش برون‌یابی خطی مستقیم به دست می‌آید. نیومارک مقدارهای برون‌یابی‌شده سرعت و تغییرمکان را در هر گام زمانی به صورت رابطه‌های زیر پیشنهاد داده است [۱۲].

$$\left\{\Delta\ddot{u}_n\right\}=\frac{1}{\beta\Delta t^2}\left\{\Delta u_n\right\}-\frac{1}{\beta\Delta t}\left\{\dot{u}_{n-1}\right\}-\frac{1}{2\beta}\left\{\ddot{u}_{n-1}\right\} \quad (۳۸)$$

$$\left\{\Delta\dot{u}_n\right\}=\frac{\gamma}{\beta\Delta t}\left\{\Delta u_n\right\}-\frac{\gamma}{\beta}\left\{\dot{u}_{n-1}\right\}+\Delta t\left(1-\frac{\gamma}{2\beta}\right)\left\{\ddot{u}_{n-1}\right\} \quad (۳۹)$$

در این رابطه‌ها γ و β ثابت‌های روش نیومارک هستند که در این مقاله برابر ۰/۵ و ۰/۲۵ در نظر گرفته شده است. با جایگذاری رابطه‌های کنونی در رابطه (۱۹)، رابطه نموی (۴۰)

حاصل می‌شود.

$$\left[\bar{K}\right]\left\{\Delta u_n\right\} = \left\{\Delta \bar{P}_n\right\} \qquad (٤٠)$$

که در رابطه (٤٠):

$$\left[\bar{K}\right] = \left[K\right] + \left[a_{١}\right] \qquad (٤١)$$

$$\left\{\Delta \bar{P}_n\right\} = \left\{\Delta P_n\right\} + \left[a_{٢}\right]\left\{\dot{u}_{n-١}\right\} + \left[a_{٣}\right]\left\{\ddot{u}_{n-١}\right\} \qquad (٤٢)$$

در رابطه‌های (٤١) و (٤٢) ماتریس‌های $[a_1]$ ، $[a_{٢}]$ و $[a_{٣}]$ به صورت زیر تعریف می‌شوند.

$$\left[a_{١}\right] = \frac{١}{\beta \Delta t^{٢}}\left[M\right] + \frac{\gamma}{\beta \Delta t}\left[C\right] \qquad (٤٣)$$

$$\left[a_{٢}\right] = \frac{١}{\beta \Delta t}\left[M\right] + \left(\frac{\gamma}{\beta} - ١\right)\left[C\right] \qquad (٤٤)$$

$$\left[a_{٣}\right] = \left(\frac{١}{٢\beta} - ١\right)\left[M\right] + \left(\frac{\gamma}{٢\beta} - ١\right)\left[C\right] \qquad (٤٥)$$

٥- نتایج و بحث

٥- ١- راستی‌آزمایی

در این پژوهش، برای راستی‌آزمایی نتایج روش پیشنهادی، یک سازه استوانه‌ای با هندسه و شرایط مرزی ارائه‌شده در مرجع [٤٦] در نظر گرفته شده است. سطوح جانبی و سطح تحتانی سازه استوانه‌ای، نفوذناپذیر و جابه‌جایی‌های قائم در سطوح ذکرشده، صفر فرض شده است. در سطح فوقانی امکان نفوذپذیری وجود دارد و تنش محوری مطابق رابطه (٤٦) به سطح فوقانی سازه استوانه‌ای وارد شده است.

$$\sigma_{٣٣}(t) = \begin{cases} P_{\cdot} & \text{for} \quad t \le ٠/٠٠٢\,\text{sec} \\ ٠ & \text{for} \quad t > ٠/٠٠٢\,\text{sec} \end{cases} \qquad (٤٦)$$

که در آن "$P_{\cdot} = -١٠^{٤}$ Pa".

با توجه به شرایط تقارن محوری و استفاده از مختصات استوانه‌ای، مسئله به یک مسئله یک‌بعدی تبدیل می‌شود که راه‌حل تحلیلی آن موجود است. پاسخ تحلیلی برای ستون یک‌بعدی ضخیم در دامنه تبدیل لاپلاس توسط شانز و چنگ ارائه شده است [٣٧]. در این مسئله، دامنه از یک مورد خاص از مواد متخلخل به نام ماده ماسه‌سنگ بریا ساخته شده است که خصوصیات این ماده به شرح زیر است [٥١]:

$$\begin{aligned} & k = 8/0\times10^{9}(\text{N/m}^2),\ G = 6/0\times10^{9}(\text{N/m}^2), \\ & R = 4/7\times10^{8}(\text{N/m}^2),\ Q = 1/511\times10^{9}(\text{N/m}^2), \\ & \kappa = 1/9\times10^{-10}(\text{m}^4/\text{Ns}),\ \alpha = 0/8, \\ & \rho_s = 2800\ (\text{kg/m}^3),\ \rho_f = 1000\ (\text{kg/m}^3), \\ & \varphi = 0/19 \end{aligned} \qquad (٤٧)$$

در شکل (٣) نتایج بدست‌آمده از روش پیشنهادی با نتایج ارائه‌شده توسط شانز و چنگ [٣٧] مقایسه شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود تطابق خوبی بین نتایج وجود دارد.

٥-٢- تحلیل یقین‌اندیشانه استوانه متخلخل اشباع

برای تحلیل دینامیکی یقین‌اندیشانه، یک سازه استوانه‌ای کامپوزیتی چندلایه با مواد متخلخل کاملاً اشباع با شعاع داخلی "r_i = ٠/٧٥ m"، شعاع خارجی "r_0 = ١ m" و ارتفاع "h = ٤ m" درنظر گرفته می‌شود شکل (١). جنس سطح بالای سازه استوانه‌ای از ماده متخلخل ١ و جنس سطح پایینی آن از ماده متخلخل ٢ فرض شده است و خصوصیات به صورت تدریجی از ماده ١ به ماده ٢ تغییر می‌کند. مشخصات ماده متخلخل ١ و ٢ در جدول (١) ارائه شده است.

سازه استوانه‌ای متخلخل فرض‌شده تحت اثر بار ضربه‌ای زیر تحلیل می‌شود:

$$\sigma_{٣٣}(t) = \begin{cases} -P_{\cdot}t & \text{for} \quad t \le ٠/٠٠٢\,\text{s} \\ ٠ & \text{for} \quad t > ٠/٠٠٢\,\text{s} \end{cases} \qquad (٤٨)$$

که $P_{\cdot}$ = ٥ MPa/s است.

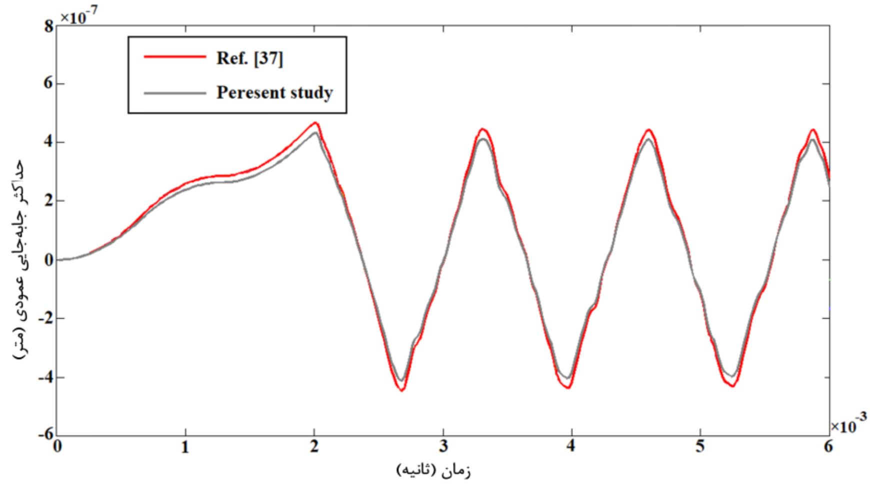
تغییرات تدریجی خصوصیات ماده در راستای ارتفاع مقطع به صورت رابطه زیر درنظر گرفته شده است:

$$p = (p_{end} - p_{start})\lambda_z^{n_z} + p_{start} \qquad (٤٩)$$

که در آن P_{start} خصوصیات ماده در ابتدا (Z = 0)، P_{end} خصوصیات ماده در انتها (Z = h)، n_z ضریب توانی و پارامتر λ_z به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\lambda_z = \left(\frac{z - z_{min}}{z_{max} - z_{min}}\right) \qquad (٥٠)$$

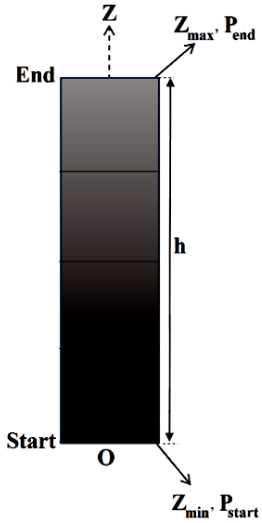
شکل (٤) پروفیل هندسی سازه استوانه‌ای چندلایه با مواد



شکل ۳- مقایسه نتایج بدست‌آمده از پژوهش حاضر با نتایج مرجع [۳۷] برای جابه‌جایی محوری.

جدول ۱- مشخصات مواد متخلخل مورداستفاده در پژوهش.

	ماده متخلخل 1 $(Z_{max}=h)$	ماده متخلخل 2 $(Z_{min}=0)$
ρ_s	2800 (kg/m^3)	5600 (kg/m^3)
Q	$1/511\times10^9$ (N/m^2)	$3/022\times10^9$ (N/m^2)
G	6×10^9 (N/m^2)	12×10^9 (N/m^2)
k	8×10^9 (N/m^2)	16×10^9 (N/m^2)
R	$4/7\times10^8$ (N/m^2)	$9/4\times10^8$ (N/m^2)
κ	$1/90\times10^{-10}$ (m^4/Ns)	$0/95\times10^{-10}$ (m^4/Ns)
α	0/8	0/8
ρ_f	1000 (kg/m^3)	1000 (kg/m^3)
φ	0/19	0/10



شکل ٤- پروفیل هندسی سازه استوانه‌ای چندلایه با مواد متخلخل کاملاً اشباع.

متخلخل کاملاً اشباع را نشان می‌دهد.

شکل (۵) تاریخچه‌های زمانی جابه‌جایی عمودی را در سطح زیر اثر بار $(z = h)$ در نقطه میانی سازه استوانه‌ای بدون میرایی برای ضریب‌های توانی مختلف نشان می‌دهد. با توجه به

شکل مشاهده می‌شود که با افزایش مقدار n_z جابه‌جایی عمودی کاهش می‌یابد به نحوی‌که حداکثر جابه‌جایی عمودی در t =۰/۰۰۲ s برای مقادیر n_z، ۰/۵، ۱ و ۲ به ترتیب $۳/۲\times۱۰^{-۷}$، $۳/۰\times۱۰^{-۷}$ و $۲/۸\times۱۰^{-۷}$ متر است.

شکل (۶) تاریخچه‌های زمانی جابه‌جایی عمودی را در سطح زیر اثر بار (z = h) در نقطه میانی سازه استوانه‌ای برای میرایی‌های مختلف با ضریب توانی n_z=۱ نشان می‌دهد. طبق این شکل، حداکثر مقادیر جابه‌جایی عمودی در t =۰/۰۰۵ s برای مقادیر ξ ، ۰/۵ ، ۱ و ۲ درصد به ترتیب $۲/۵\times۱۰^{-۷}$، $۲/۲\times۱۰^{-۷}$ و $۱/۱\times۱۰^{-۷}$ متر است. با توجه به شکل مشاهده می‌شود که با افزایش میرایی، کاهش دامنه نوسان در اثر گذشت زمان افزایش می‌یابد. همچنین با گذشت زمان میزان کاهش دامنه نوسان افزایش یافته است.

شکل (۷) تاریخچه‌های زمانی جابه‌جایی عمودی را در نقطه میانی سطح زیر اثر بار برای تعداد لایه‌های مختلف در سازه استوانه‌ای بدون میرایی نشان می‌دهد. مطابق این شکل، با افزایش تعداد لایه‌ها، جابه‌جایی عمودی افزایش می‌یابد.

۵-۲- تحلیل احتمال‌اندیشانه

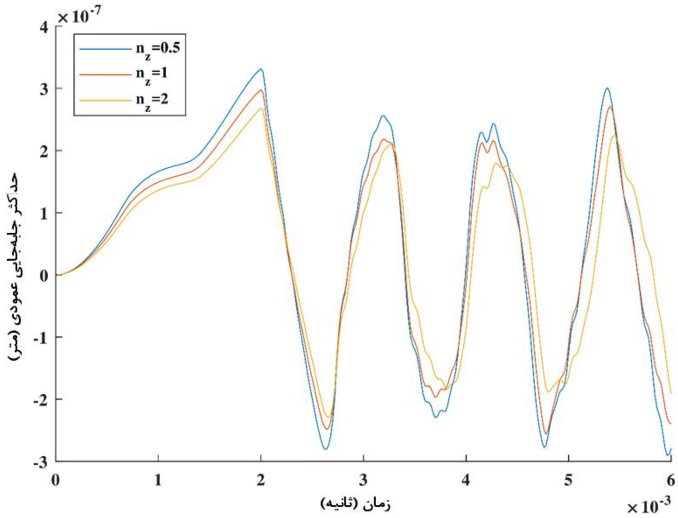
با توجه به عدم‌قطعیت در ضریب برشی، پارامتر اتصال و چگالی جرم جامد، جابه‌جایی محوری سازه استوانه‌ای مورد تحلیل قرار می‌گیرد. مقدار میانگین این پارامترها همان مقادیر قطعی جدول (۱) درنظر گرفته می‌شود. توابع چگالی احتمال نرمال، لگ‌نرمال و یکنواخت با ضرایب پراکندگی مختلف برای مدل‌سازی پارامترهای متغیرهای تصادفی مورداستفاده قرار گرفته است. این تابع‌ها و پارامترهای مربوط به هریک در جدول (۲) معرفی شده است. در این جدول μ_P معرف میانگین پارامترها و σ_P معرف انحراف از معیار داده‌ها است.

در این مقاله برای تولید پارامترهای تصادفی از شبیه‌سازی مستقیم مونت‌کارلو استفاده شده است. در شبیه‌سازی مونت‌کارلو، باید تأثیر تعداد شبیه‌سازی‌ها در همگرایی نتیجه بررسی شود. برای این منظور ۲۰۰ شبیه‌سازی با توزیع نرمال تولید می‌شود. شکل (۸) تغییرمکان عمودی را در نقطه میانی سطح زیر اثر بار به عنوان تابعی از تعداد شبیه‌سازی‌ها، با ضریب پراکندگی‌های مختلف در t =۰/۰۰۲ s در سازه استوانه‌ای بدون میرایی با ضریب توانی n_z=۱ نشان می‌دهد. همان‌طور که در این شکل مشاهده می‌شود، همگرایی در حدود ۱۵۰ شبیه‌سازی برای همه ضریب‌های پراکندگی حاصل شده است. به طوری که بعد از این تعداد شبیه‌سازی، تغییرات نتایج کمتر از ۰/۵ درصد است. همان‌طور که انتظار می‌رود، نتایج برای مقادیر کوچک ضریب پراکندگی در تعداد شبیه‌سازی‌های کمتر همگرا می‌شوند.

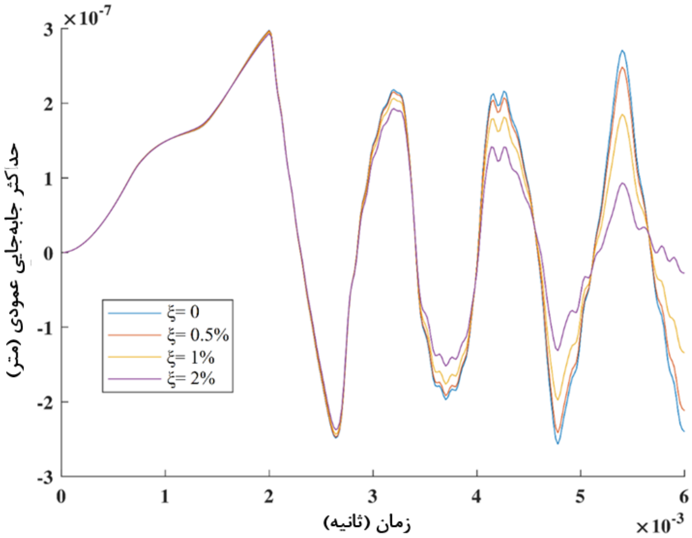
شکل (۹) واریانس جابه‌جایی عمودی را در نقطه میانی سطح زیر اثر بار به عنوان تابعی از تعداد شبیه‌سازی‌ها برای توزیع نرمال پارامترهای احتمالاتی با ضریب‌های پراکندگی مختلف بدون میرایی برای ضریب توانی n_z=۱ در زمان t =۰/۰۰۲ s نشان می‌دهد. همان‌طور که در این شکل مشاهده می‌شود پس از حدود ۱۵۰ شبیه‌سازی، تغییر نتایج برای ضریب‌های پراکندگی مختلف کمتر از ۱ درصد می‌شود و همگرایی حاصل شده است. از این‌رو، به نظر می‌رسد ۲۰۰ شبیه‌سازی برای دستیابی به همگرایی برای مقادیر میانگین و واریانس کافی است.

شکل (۱۰) حداکثر تاریخچه‌های زمانی جابه‌جایی عمودی را در نقطه میانی سطح زیر اثر بار برای توزیع نرمال با ضریب‌های پراکندگی مختلف سازه استوانه‌ای بدون میرایی با ضریب توانی n_z=۱ در مقایسه با نتایج قطعی نشان می‌دهد. طبق این شکل، اختلاف حداکثر مقادیر جابه‌جایی عمودی در t =۰/۰۰۲ s برای مقادیر ضریب پراکندگی ۵ ، ۱۰ ، ۱۵ و ۲۰ درصد با مقادیر قطعی به ترتیب ۸/۱، ۱۱/۴، ۲۱/۳ و ۴۲/۲ ٪ است.

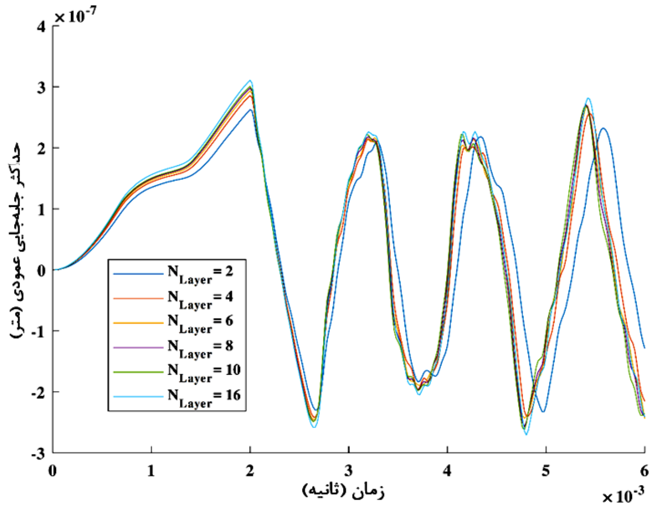
شکل (۱۱) حداکثر تاریخچه‌های زمانی جابه‌جایی عمودی را در نقطه میانی سطح زیر اثر بار برای توزیع لگ‌نرمال با ضریب‌های پراکندگی مختلف در سازه استوانه‌ای میرایی با ضریب توانی n_z=۱ در مقایسه با نتایج قطعی نشان می‌دهد. طبق



شکل ۵- مقایسه تاریخچه زمانی جابه‌جایی محوری در تحلیل قطعی با ضریب‌های توانی مختلف سازه استوانه‌ای بدون میرایی.



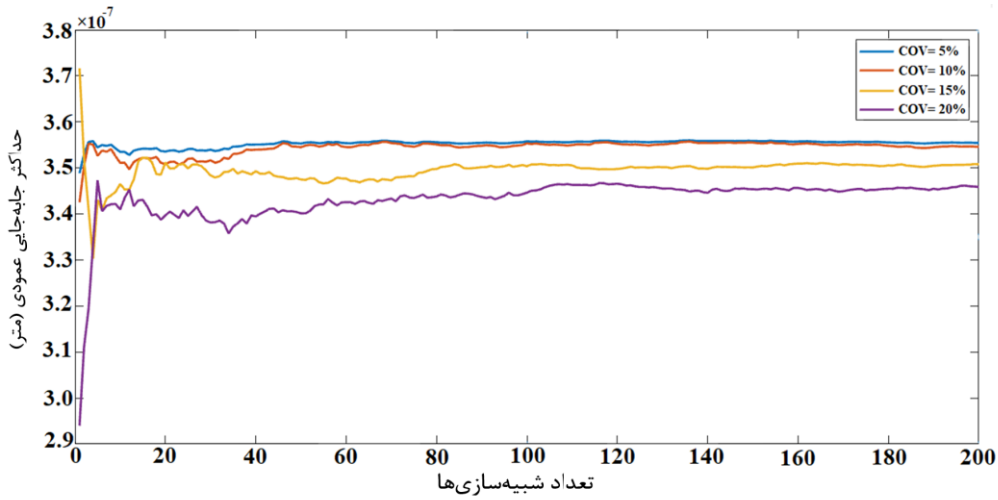
شکل ٦- مقایسه جابه‌جایی عمودی در تحلیل قطعی سازه استوانه‌ای با میرایی‌های مختلف با ضریب توانی $n_z=1$.



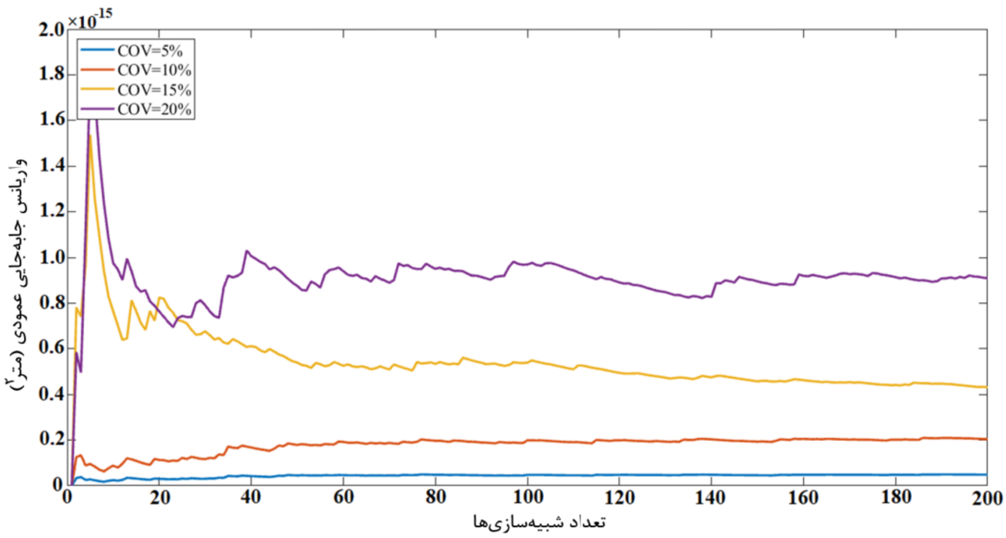
شکل ۷- مقایسه جابه‌جایی عمودی در تحلیل قطعی با تعداد لایه‌های مختلف در سازه استوانه‌ای بدون میرایی با ضریب توانی $n_z=1$.

جدول ۲- تابع‌های چگالی احتمال مختلف و پارامترهای آن‌ها [۴۸].

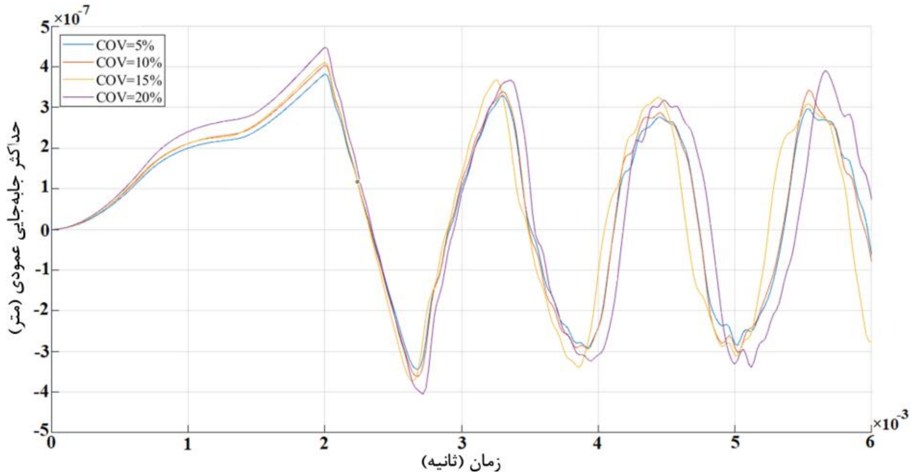
عبارت	پارامترها	تابع چگالی احتمال
$P(i) = \mu_P + \sigma_P z(i)$	$\mu_P = \text{mean}(P)$ $\sigma_P = \text{variance}(P)$	نرمال
$P(i) = \exp\left[\mu_{\ln P} + \sigma_{\ln P} z(i)\right]$	$\sigma_{\ln P} = \sqrt{\ln\left(\left(\frac{\sigma_P}{\mu_P}\right)^{۲} + ۱\right)}$ $\mu_{\ln P} = \ln(\mu_P) - ۰/۵(\sigma_{\ln P})^{۲}$	لگ‌نرمال
$P(i) = a + (b - a) z(i)$	$a = \mu_P - \sqrt{۳}\sigma_P$ $b = \mu_P + \sqrt{۳}\sigma_P$	یکنواخت



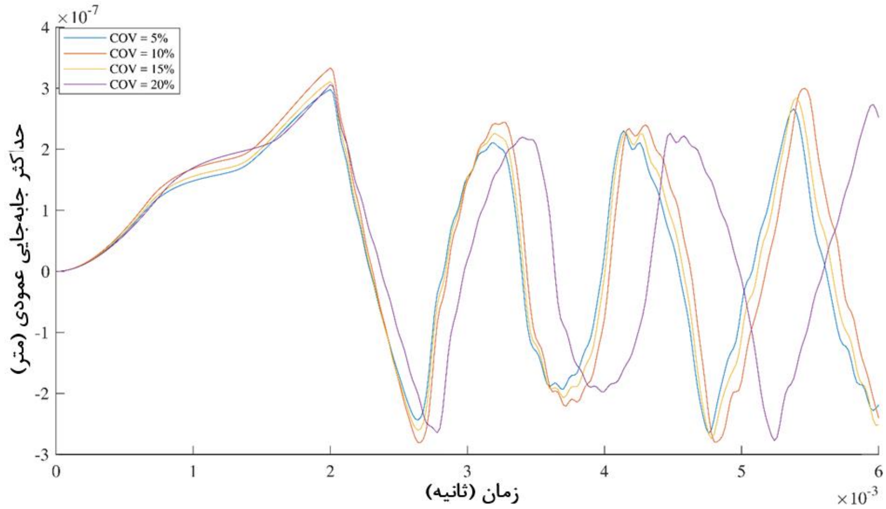
شکل ۸- نمودار میانگین جابه‌جایی عمودی برحسب تعداد شبیه‌سازی با توزیع نرمال در سازه استوانه‌ای بدون میرایی با ضریب توانی n_z=۱.



شکل ۹- نمودار واریانس جابه‌جایی عمودی برحسب تعداد شبیه‌سازی با توزیع نرمال در سازه استوانه‌ای بدون میرایی با ضریب توانی n_z=۱.



شکل ۱۰- نمودار حداکثر جابه‌جایی عمودی برحسب زمان با توزیع نرمال در سازه استوانه‌ای بدون میرایی با ضریب توانی n_z=۱.



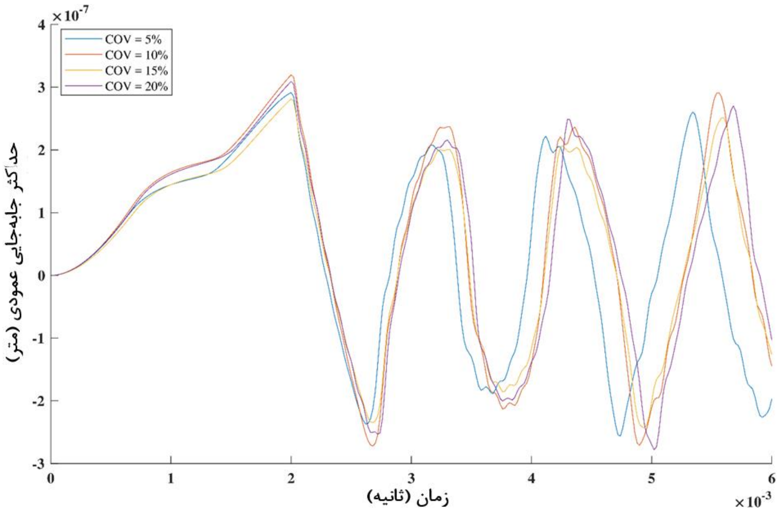
شکل ۱۱- نمودار حداکثر جابه‌جایی عمودی برحسب زمان با توزیع لگ نرمال در سازه استوانه‌ای بدون میرایی با ضریب توانی n_z=۱.

این شکل، اختلاف حداکثر مقادیر جابه‌جایی عمودی در t =۰/۰۰۲ s برای مقادیر ضریب پراکندگی ۵، ۱۰، ۱۵ و ۲۰ درصد با مقادیر قطعی به ترتیب ۵/۶، ۱۰/۸، ۱۹/۲ و ۳۵/۲٪ است.

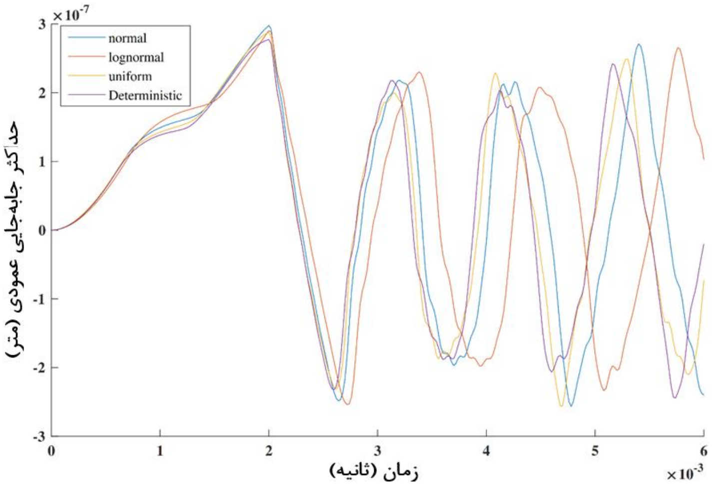
شکل (۱۲) حداکثر تاریخچه‌های زمانی جابه‌جایی عمودی را در نقطه میانی سطح زیر اثر بار برای توزیع یکنواخت با ضریب‌های پراکندگی مختلف بدون میرایی با ضریب توانی n_z=۱ در مقایسه با نتایج قطعی نشان می‌دهد. طبق این شکل، اختلاف حداکثر مقادیر جابه‌جایی عمودی در t =۰/۰۰۲ s برای مقادیر ضریب پراکندگی ۵، ۱۰، ۱۵ و ۲۰ درصد با مقادیر قطعی به ترتیب ۷/۱، ۱۲/۱، ۲۲/۵ و ۲۸/۱ ٪ است.

همان‌طور که در شکل‌های (۱۰)، (۱۱) و (۱۲) مشاهده می‌شود، به‌طور کلی با افزایش مقدار ضریب پراکندگی برای انواع توزیع‌ها، حداکثر مقادیر جابجایی محوری افزایش می‌یابد.

شکل (۱۳) تاریخچه‌های زمانی حداکثر جابجایی محوری را در نقطه میانی سطح زیر اثر بار برای توزیع‌های مختلف با ضریب پراکندگی ۱۵٪ در سازه استوانه‌ای بدون میرایی با ضریب توانی n_z=۱ نشان می‌دهد تا اثر نوع توزیع را بررسی



شکل ۱۲- نمودار حداکثر جابه‌جایی عمودی برحسب زمان با توزیع یکنواخت در سازه استوانه‌ای بدون میرایی با ضریب توانی n_z=۱.



شکل ۱۳- حداکثر تاریخچه‌های زمانی جابجایی محوری در نقطه میانی سطح زیر اثر بار برای توزیع‌های مختلف با ضریب پراکندگی ۱۵٪ در سازه استوانه‌ای بدون میرایی با ضریب توانی n_z=۱.

کند. این شکل نشان می‌دهد که حداکثر مقدار جابجایی محوری برای توزیع‌های نرمال بیش از یکنواخت و لگ‌نرمال است.

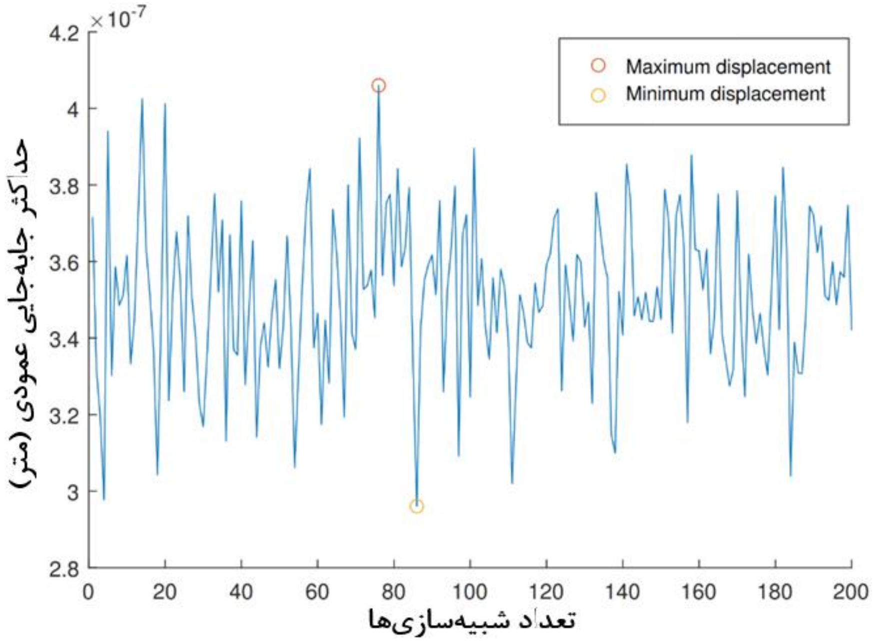
مقادیر قطعی و حداکثر توزیع‌های نرمال، لگ‌نرمال و یکنواخت با ضریب پراکندگی ۱۵٪ در t =۰/۰۰۲ s در سازه استوانه‌ای بدون میرایی با ضریب توانی n_z=۱ در جدول (۳) ذکر شده است. با توجه به این جدول می‌توان نتیجه گرفت که نوع توزیع تأثیر معناداری بر روی حداکثر مقادیر دارد.

شکل (۱٤) تاریخچه جابه‌جایی محوری را در نقطه میانی سطح زیر اثر بار در تابع توزیع نرمال با ضریب پراکندگی ۱۵٪ در سازه استوانه‌ای بدون میرایی با ضریب توانی n_z=۱ در t =۰/۰۰۲ s نشان می‌دهد. در این شکل، حداکثر و حداقل جابه‌جایی‌های محوری مشخص شده است. مطابق شکل حداکثر جابه‌جایی در شبیه‌سازی ۷٦ به میزان $^{-۷}$۱۰×٤/۰٦ متر و حداقل جابه‌جایی در شبیه‌سازی ۸٦ به میزان $^{-۷}$۱۰×۲/۹٦ متر است.

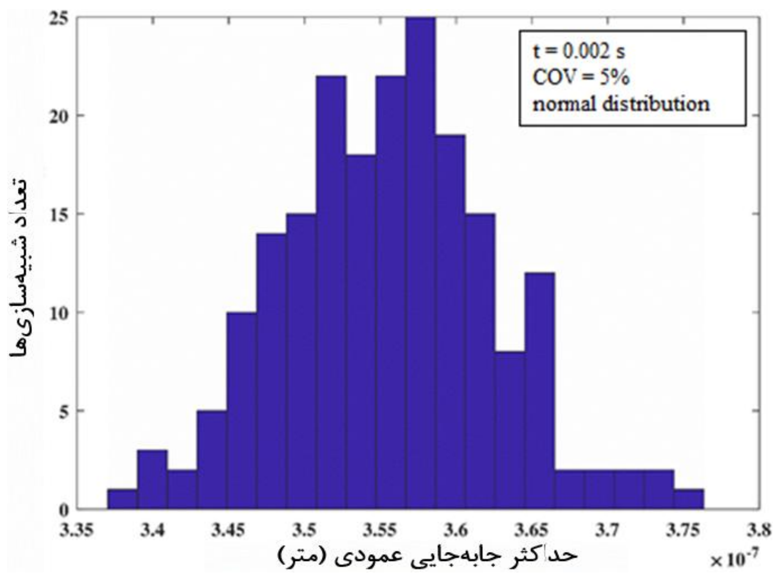
در شکل‌های (۱۵) تا (۱۷) نمودارهای فراوانی نتایج تغییرمکان عمودی برای توزیع‌های نرمال، لگ‌نرمال و یکنواخت با ضریب پراکندگی ۵ درصد در زمان t =۰/۰۰۲ s در سازه استوانه‌ای

جدول ۳- مقادیر قطعی و حداکثر توزیع‌های نرمال، لگ‌نرمال و یکنواخت با ضریب پراکندگی ۱۵٪ در t =۰/۰۰۲ s.

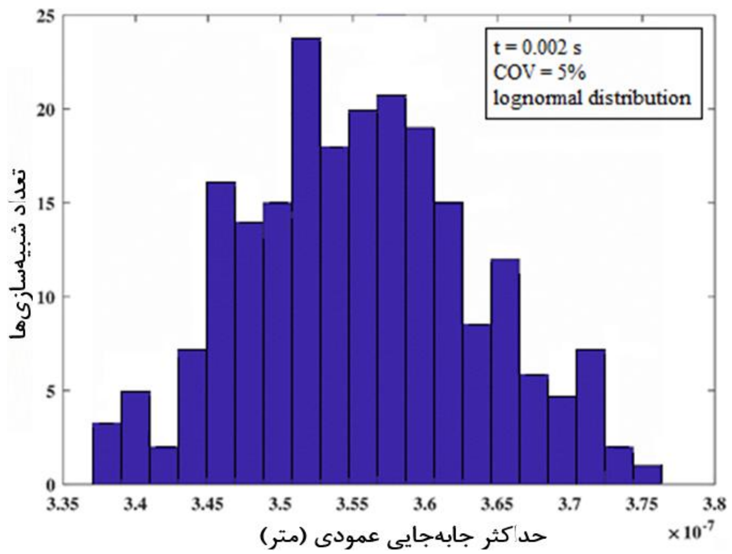
	یکنواخت	لگ‌نرمال	نرمال
تغییرمکان قطعی	$۲/۷۳۴\times۱۰^{-۷}$	$۲/۷۳۴\times۱۰^{-۷}$	$۲/۷۳۴\times۱۰^{-۷}$
بیشینه تغییرمکان	$۲/۷۹۳\times۱۰^{-۷}$	$۲/۸۵۸\times۱۰^{-۷}$	$۲/۹۶۶\times۱۰^{-۷}$
نرخ افزایش	٪۲/۱	٪۴/۵	٪۸/٤



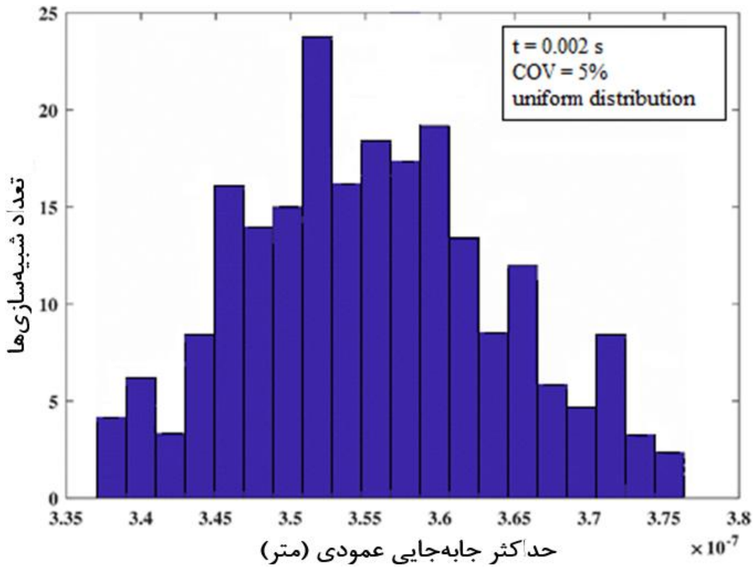
شکل ١٤- جابه‌جایی محوری برای ۲۰۰ شبیه‌سازی در نقطه میانی سطح زیر اثر بار در توزیع نرمال با ضریب پراکندگی ۱۵٪ در t =۰/۰۰۲ s سازه استوانه‌ای بدون میرایی با ضریب توانی n_z=۱.



شکل ١٥- نمودار فراوانی برای جابه‌جایی محوری در نقطه میانی سطح زیر اثر بار در سازه استوانه‌ای بدون میرایی با ضریب توانی n_z=۱ برای داده‌های نرمال با ضریب پراکندگی ۵ درصد در t =۰/۰۰۲ s.



شکل ١٦- نمودار فراوانی برای جابه‌جایی محوری در نقطه میانی سطح زیر اثر بار در سازه استوانه‌ای بدون میرایی با ضریب توانی n_z=١ برای داده‌های لگ‌نرمال با ضریب پراکندگی ٥ درصد در t =٠/٠٠٢ s.

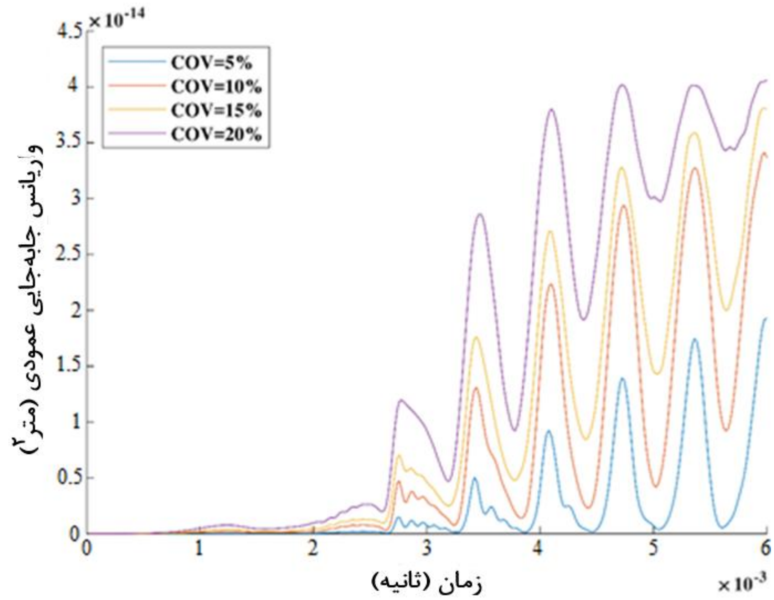


شکل ١٧- نمودار فراوانی برای جابه‌جایی محوری در نقطه میانی سطح زیر اثر بار در سازه استوانه‌ای بدون میرایی با ضریب توانی n_z=١ برای داده‌های یکنواخت با ضریب پراکندگی ٥ درصد در t =٠/٠٠٢ s.

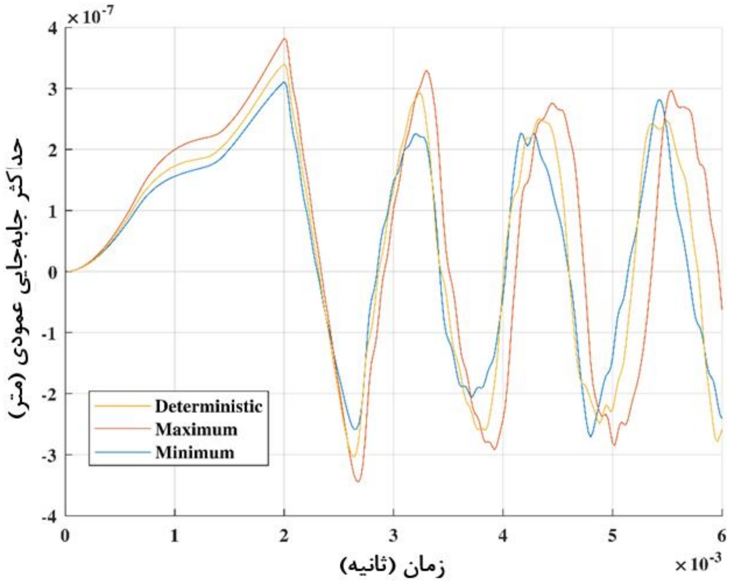
بدون میرایی با ضریب توانی n_z=١ نشان داده شده است. با مقایسه این نمودارها می‌توان نتیجه گرفت که نوع تابع توزیع خواص مکانیکی، تأثیر قابل‌توجهی بر توزیع نتایج دارد.

شکل (١٨) تغییر واریانس جابه‌جایی محوری را در نقطه میانی سطح زیر اثر بار در دامنه زمان برای توزیع نرمال با ضریب‌های پراکندگی مختلف در سازه استوانه‌ای بدون میرایی با ضریب توانی n_z=١ نشان می‌دهد. در این شکل، واریانس در هر مرحله زمانی از تحلیل دینامیکی محاسبه شده است. می‌توان مشاهده کرد، با افزایش ضریب پراکندگی خواص مواد، واریانس نتایج برای مقادیر کوچک ضریب پراکندگی افزایش می‌یابد.

در شکل (١٩)، تاریخچه زمانی حداکثر، حداقل و قطعی جابه‌جایی‌های محوری در نقطه میانی سطح زیر اثر بار در



شکل ۱۸- تغییر واریانس جابه‌جایی محوری در دامنه زمان در نقطه میانی سطح زیر اثر بار برای توزیع نرمال با ضریب‌های پراکندگی مختلف در سازه استوانه‌ای بدون میرایی با ضریب توانی n_z=۱.



شکل ۱۹- حداکثر، حداقل و میانگین جابه‌جایی محوری در نقطه میانی سطح زیر اثر بار در توزیع نرمال برای ضریب پراکندگی ۵ درصد در سازه استوانه‌ای بدون میرایی با ضریب توانی n_z=۱.

توزیع نرمال با ضریب پراکندگی ۵٪ در سازه استوانه‌ای بدون میرایی با ضریب توانی n_z=۱ ارائه شده است.

۶- نتیجه‌گیری

در این پژوهش، تحلیل دینامیکی احتمال‌اندیشانه سازه استوانه‌ای چندلایه با طول محدود ساخته‌شده از مواد متخلخل کاملاً اشباع با استفاده از روش بدون‌شبکه پتروف-گلرکین محلی (MLPG) و شبیه‌سازی مونت‌کارلو انجام شده است. برای حل روابط دیفرانسیلی حاکم بر محیط متخلخل اشباع در سیستم مختصات استوانه‌ای از روش MLPG احتمالاتی بر

اساس روش درون‌یابی نقطه شعاعی (RPIM) با تابع پایه شعاعی (RBF) استفاده شده است. برخی از خصوصیات مکانیکی از جمله ضریب برشی، پارامتر اتصال و چگالی بخش جامد برای سازه استوانه‌ای چندلایه متخلخل با عدم‌قطعیت درنظر گرفته شده است. برای مدل‌سازی احتمالاتی این پارامترها از تابع‌های چگالی احتمال نرمال، لگ‌نرمال و یکنواخت با ضرایب پراکندگی مختلف از ۰ تا ۲۰ درصد استفاده شده است. اثر تعداد شبیه‌سازی‌ها در همگرایی نتایج در شبیه‌سازی مونت‌کارلو برای مقادیر میانگین و واریانس جابه‌جایی مورد بررسی قرار گرفته است.

تاریخچه‌های زمانی حداکثر جابه‌جایی عمودی در نقطه میانی سطح زیر اثر بار با توزیع‌های نرمال، لگ‌نرمال و یکنواخت برای ضریب‌های پراکندگی مختلف با نتایج قطعی مقایسه شده است. بر اساس نتایج حاصل از تحلیل احتمالاتی در همه توزیع‌ها، حداکثر مقادیر جابه‌جایی عمودی با افزایش مقدار ضریب پراکندگی افزایش می‌یابد. علاوه بر این، با افزایش ضریب پراکندگی خواص مکانیکی، واریانس نتایج برای مقادیر کوچک ضریب پراکندگی افزایش میبابد. نمودار فراوانی برای جابه‌جایی عمودی در نقطه میانی سطح برای توزیع نرمال نمایش داده شده است. از این‌رو، تحلیل احتمالاتی محیط‌های متخلخل که دارای عدم‌قطعیت ذاتی در خواص مکانیکی خود هستند، ممکن است برای اهداف طراحی امری اجتناب‌ناپذیر باشد.

واژه‌نامه

1. smooth particle hydrodynamics
2. reproducing kernel particle method (PKPM)
3. finite difference method
4. finite point method
5. element free Galerkin
6. local Kriging method
7. natural neighbor interpolation
8. meshless local Petrov-Galerkin method
9. multiquadric

منابع

References

1. Gingold, R. A., and Monaghan, J. J., “Smoothed Particle Hydrodynamics: Theory and Application to Non-Spherical Stars”, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, Vol. 181, pp. 375-389, 1977.
2. Rabczuk, T., Belytschko, T., and Xiao, S. P., “Stable Particle Methods Based on Lagrangian Kernels”, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 193, pp. 1035-1063, 2004.
3. Dilts, G. A., “Moving Least Squares Particle Hydrodynamics: Consistency and Stability”, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 44, pp. 1115-1155, 2000.
4. Liu, W. K., Jun, S., Li, S., Jonathan, A., and Belytschko, T., “Reproducing Kernel Particle Methods for Structural Dynamics”, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 38, pp. 1655–1679, 1995.
5. Liszka, T., and Orkisz, J., “The Finite Difference Method for Arbitrary Meshes”, *Computer and Structures*, Vol. 5, pp. 45–58, 1980.
6. Strouboulis, T., Copps, K., and Babu, I., “An Example of It’s Implementation and Illustration of It’s Performance”, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 47, pp. 1401–1417, 2000.
7. Onate, E., Idelsohn, S., Zienkiewicz, O. C., and Taylor R. L., “A Finite Point Method in Computational Mechanics, Application to Convective Transport and Fluid Flow”, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 39, pp. 3839–3866, 1996.
8. Onate, E., Idelsohn, S., Zienkiewicz, O. C., Taylor R.L., and Sacco, C., “A Stabilized Finite Point Method for Analysis of Fluid Mechanics Problems”, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 139, pp. 315–346, 1996.
9. Belystchko, T., Liu, Y. Y., and Gu, L., “Element-Free Galerkin Methods”, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 37, pp. 229–256, 1994.
10. Lam, K. Y., Wang, Q. X., and Li, H., “A Novel Meshless Approach – Local Kriging (LoKriging) Method with Two-Dimensional Structural Analysis”, *Computational Mechanics*, Vol. 33, pp. 1475–1480, 2004.
11. Gu, Y. T., and Liu, G. R., “A Local Point Interpolation Method for Static and Dynamic Analysis of Thin Beams”, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 190, pp. 5515–5528, 2001.

12. Liu, G. R., and Gu, Y. T., “A Local Radial Point Interpolation Method (LRPIM) for Free Vibration Analyses of 2-D Solids”, *Journal of Sound and vibration*, Vol. 246, pp. 29–46, 2001.
13. Yongchang, C., and Hehua, Z., "A Meshless Local Natural Neighbour Interpolation Method for Stress Analysis of Solids", *Engineering Analysis with Boundary Elements*, Vol. 28, No. 1, pp. 607-613, 2004.
14. Atluri, S. N., and Zhu, T., “A New Meshless Local Petrov–Galerkin (MLPG) Approach in Computational Mechanics”, *Computational Mechanics*, Vol. 22, pp. 117–127, 1998.
15. Atluri, S. N., and Zhu, T., “The Meshless Local Petrov–Galerkin (MLPG) Approach for Solving Problems in Elasto-Statics”, *Computational Mechanics*, Vol. 25, pp. 169–179, 2000.
16. Atluri, S. N., and Shen, S., “The Meshless Local Petrov–Galerkin (MLPG) Method: A Simple and Less-Ccostly Alternative to The Finite Element and Boundary Element Methods”, *Computer Modeling in Engineering and Sciences*, Vol. 3, pp. 11–51, 2002.
17. Lin, H., and Atluri, S. N., “The Meshless Local Petrov-Galerkin (MLPG) Method for Convection-Diffusion Problems”, *Computer Modeling in Engineering and Sciences*, Vol. 21, pp 45-60, 2000.
18. Kim, H. G., and Atluri, S. N., “Arbitrary Placement of Secondary Nodes, And Error Control, in the Meshless Local Petrov–Galerkin Method”, *Computer Modeling in Engineering and Sciences*, Vol. 3, pp. 11-32, 2000.
19. Ching, H. K., and Barta, R.C., “Determination of Crack Tip Fields in Linear Elastostatics by Meshless Local Petrov–Galerkin Method”, *Computer Modeling in Engineering and Sciences*, Vol. 2, pp. 273-290, 2001.
20. Lin, H., and Atluri, S. N., “The Meshless Local Petrov–Galerkin (MLPG) Method for Solving Incompressive Navier-Stokers Equations”, *Computer Modeling in Engineering and Sciences*, Vol. 2, pp. 117-142, 2001.
21. Cho, J. Y., Kim, H. G., and Atluri, S. N., “Analysis of Shear Flexible Beams, Using the Meshless Local Petrov–Galerkin Method Based on Locking-Free Formulation”, *Computational Engineering and Science*, Vol. 23, pp. 1404–1409, 2001.
22. Gu, Y. T., and Liu, G. R., “A Meshless Local Petrov–Galerkin (MLPG) Formulation for Static and Free Vibration Analyses of Thin Plates”, *Computational Engineering and Science*, Vol. 4, pp. 463–476, 2001.
23. Long, S. Y., and Atluri, S.N., “A Meshless Local Petrov-Galerkin Method for Solving the Bending Problem of a Thin Plate”, *Computational Engineering and Science*, Vol. 26, pp. 104–119, 2002.
24. Sladek, J., Stanak, P., Han, Z. D., Sladek, V., and Atluri, S. N., “Applications of the MLPG Method in Engineering & Sciences: A Review”, *Computer Modeling in Engineering & Sciences*, Vol. 92, pp. 423–475, 2013.
25. Ferreira, A. J. M., Batra, R. C., Roque, C. M. C., Qian, L. F., and Jorge, R. M. N., “Natural Frequencies of Functionally Graded Plates by a Meshless Method”, *Composite Structures*, Vol. 75, pp. 593–600, 2006.
26. Zhu, P., and Liew, K. M., “Free Vibration Analysis of Moderately Thick Functionally Graded Plates by Local Kriging Meshless Method”, *Composite Structures*, Vol. 93, pp. 2925–2944, 2011.
27. Rezaei Mojdehi, A., Darvizeh, A., Basti, A., and Rajabi, H., “Three Dimensional Static and Dynamic Analysis of Thick Functionally Graded Plates by the Meshless Local Petrov-Galerkin (MLPG) Method”, *Engineering Analysis with Boundary Elements*, Vol. 35, pp. 1168–80, 2011.
28. Zhao, X., and Liew, K. M., “Free Vibration Analysis of Functionally Graded Conical Shell Panels by a Meshless Method”, *Composite Structures*, Vol. 93, pp. 649–664, 2011.
29. Moussavinezhad, S. M., Shahabian, F., and Hosseini, S. M., “Two-dimensional Elastic Wave Propagation Analysis in Finite Length FG Thick Hollow Cylinders with 2D Nonlinear Grading Patterns Using MLPG Method”, *Computer Modeling in Engineering & Sciences*, Vol. 91, pp. 177–204, 2013.
30. Ghayoumizadeh, H., Shahabian, F., and Hosseini, S. M., “Elastic Wave Propagation in a Functionally Graded Nanocomposite Reinforced by Carbon Nanotubes Employing Meshless Local Integral Equations (LIEs)”, *Engineering Analysis with Boundary Elements*, Vol. 37, pp. 1524–31, 2013.
31. Selvadurai, A. P., "Mechanics of Poroelastic Media", *Springer Science & Business Media*, Vol. 35, No. 1, 2013.
32. Schanz, M., "Poroelastodynamics: Linear Models, Analytical Solutions, and Numerical Methods", *Applied Mechanics Reviews*, Vol. 62, No. 3, pp. 30-83, 2009.
33. Terzaghi, K., “Erdbaumechanik Auf Bodenphysikalischer Grundlage”, *Leipzig, Franz* Deuticke, 1925.
34. Biot, M. A., “General Theory of Three-Dimensional Consolidation”, *Journal of Applied Physics*, Vol. 12, pp. 155–164, 1941.
35. Aifantis, E. C., “On the Problem of Diffusion in Solids”, *Acta Mechanica*, Vol. 37, pp. 265–296, 1980.
36. Vardoulakis, I., and Beskos, D. E., “Dynamic Behavior of Nearly Saturated Porous Media”, *Mechanics of Materials*, Vol. 5, pp. 87-108, 1986.
37. Schanz, M., and Cheng, A. H. D., “Transient Wave

Propagation in A One-Dimensional Poroelastic Column”, *Acta Mechanica*, Vol. 145, pp. 1–18, 2000.
38. Marek, P., Gustar, M., and Anagnos, T., “Codified Design of Steel Structures Using Monte Carlo Techniques”, *Journal of Constructional Steel Research*, Vol. 52, pp. 69–82, 1999.
39. Disciuva, M., and Lomario, D., “A Comparison Between Monte Carlo and FORMs in Calculating The Reliability of A Composite Structure”, *Composite Structures*, Vol. 59, pp. 155–62, 2003.
40. Noh, H. C., and Park, T., “Monte Carlo Simulation-Compatible Stochastic Field for Application to Expansion-Based Stochastic Finite Element Method”, *Computers and Structures*, Vol. 84, pp. 2363–72, 2006.
41. Hosseini, S. M., and Shahabian, F., “Stochastic Assessment of Thermo-Elastic Wave Propagation in Functionally Graded Materials (FGMs) with Gaussian Uncertainty in Constitutive Mechanical Properties”, *Journal of Thermal Stresses*, Vol. 34, pp. 1071–1099, 2011.
42. Hosseini, S. M., and Shahabian, F., “Transient Analysis of Thermo-Elastic Waves in Thick Hollow Cylinders Using A Stochastic Hybrid Numerical Method, Considering Gaussian Mechanical Properties”, *Applied Mathematical Model*, Vol. 35, pp. 4697–4714, 2010.
43. Hosseini, S. M., and Shahabian, F., “Stochastic Dynamic Analysis of a Functionally Graded Thick Hollow Cylinder with Uncertain Material Properties Subjected to Shock Loading”, *Materials and Design*, Vol. 31, pp. 894–910, 2010.
44. Hosseini, S. M., and Shahabian, F., “Reliability of Stress Field in Al-Al_2O_3 Functionally Graded Thick Hollow Cylinder Subjected to Sudden Unloading, Considering Uncertian Mechanical Properties”, *Materials and Design*, Vol. 31, pp. 3748-60, 2010.
45. Sheu, G. Y., “Prediction of Probabilistic Settlements Via Spectral Stochastic Meshless Local Petrov–Galerkin Method” J. *Computers and Geotechnics*, Vol. 38, pp. 407-415, 2011.
46. Sladek, J., Sladek, V., and Schanz, M., "A Meshless Method for Axisymmetric Problems in Continuously Nonhomogeneous Saturated Porous Media", *Computers and Geotechnics*, Vol. 62, No. 1, pp. 100-109, 2014.
47. Sladek, J., Sladek, V., and Schanz, M., "The MLPG Applied to Porous Materials with Variable Stiffness and Permeability", *Meccanica*, Vol. 49, No. 10, pp. 2359-2373, 2014.
48. Kazemi, H., Shahabian, F., and Hosseini, S. M., “Shock-Induced Stochastic Dynamic Analysis of Cylinders Made of Saturated Porous Materials Using MLPG Method: Considering Uncertainty in Mechanical Properties”, *Acta Mechanica*, Vol. 228, No. 11, pp. 3961-3975, 2017.
49. Liu, G. R., “Meshfree Methods: Moving Beyond the Finite Element Method”, *CRC Press*, 2003.
50. Ghadirirad, M. H., Shahabian, F., and Hosseini, S. M., “A Mesh Less Local Petrov–Galerkin Method for Nonlinear Dynamic Analyses of Hyper-Elastic FG Thick Hollow Cylinder With Rayleigh Damping”, *Acta Mech*, No. 226, pp. 1497-1513, 2014.
51. Detournay, E., and Cheng, A. H. D., “Fundamentals of Poroelasticity, Comprehensive Rock Engineering: Principles, Practice and Projects”, *Pergamon Press*, Vol. 2, No. 5, pp. 113–171, 1993.