



## Investigation on the effect of magnetic field on forced convection heat transfer of liquid metals in a microchannel heat sink

Ahmad Rrza Rahmati\*<sup>ID</sup> and Abbas Molaei

Department of Mechanical Engineering, University of Kashan, Kashan, Iran

**Abstract:** A strong magnetic field provides a new method of heat transfer with high heat flux. A numerical simulation for a heat sink with high heat flux under an external uniform magnetic field in three different directions is used to investigate the flow field and displacement heat transfer between liquid metal and hot surfaces. Due to its high density and large thermal and electrical conductivity coefficients, gallinsten liquid metal has been used as a working fluid. Discretization of the Navier-Stokes equations is performed by the upstream second-order finite volume method. The results show that the effect of applying amagnetic field in the Y and Z directions (perpendicular to the flow axis) on the heat sink with a Hartmann number of 88, improves the displacement heat transfer coefficient by 15% and 8%, respectively. The best efficiency in increasing the heat transfer was obtained by applying the magnetic field in the Y direction. By applying the magnetic field in the Y direction to the heat sink, the displacement heat transfer coefficient was increased by 11.9% for Hartman number of 44, 15% for Hartman number of 88, and 17.7% for Hartman number of 132, compared to zero Hartman number. By applying the magnetic field in Z direction to the heat sink, the displacement heat transfer coefficient was increased by 4.3% for Hartmann number of 44, 8% for Hartmann number of 88, 11.4% for Hartmann number of 132 and 22.1% for Hartmann number of 330, compared to Hartmann number of zero. Also, the results show that the effect of applying a magnetic field perpendicular to the flow axis has increased the velocity gradient. As a result, the pressure drop and friction coefficient of the heat sink have increased.

**Keywords:** Forced convection heat transfer, Magnetic field, Liquid metal, Heat sink, Microchannel.

Received: Aug. 31, 2023; Revised: Oct. 25, 2023; Accepted: Nov. 15, 2023; Published Online: March 05, 2024.

\* Corresponding Author: [ar\\_rahmati@kashanu.ac.ir](mailto:ar_rahmati@kashanu.ac.ir)

How to Cite: Rahmati Ahmad Rrza and Molaei Abbas, Investigation on the effect of magnetic field on forced convection heat transfer of liquid metals in a microchannel heat sink, Journal of Computational Methods in Engineering; 2024, 42(2), 155-172; DOI: 10.47176/jcme.42.2.1010.





## مطالعه اثر میدان مغناطیسی بر انتقال حرارت جابه‌جایی اجباری فلزات مایع در یک چاه گرمایی میکروکانالی

احمدرضا رحمتی\*  و عباس ملائی

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه کاشان، کاشان، ایران

**چکیده** - میدان مغناطیسی قوی، روش جدیدی برای انتقال حرارت با شار حرارتی بالا ارائه می‌دهد. یک شبیه‌سازی عددی برای یک چاه حرارتی با شار حرارتی بالا تحت یک میدان مغناطیسی یکنواخت خارجی در سه جهت متفاوت برای بررسی میدان جریان و انتقال حرارت جابه‌جایی بین فلز مایع و سطوح گرم استفاده شده است. به دلیل بالا بودن چگالی و ضریب رسانش حرارتی و الکتریکی فلز مایع گالیستن، به‌عنوان سیال کار استفاده شده است. حذف گسسته سازی معادلات ناویر استوکس به روش حجم محدود مرتبه دوم بالادست انجام شده است. نتایج نشان می‌دهد اثر اعمال میدان مغناطیسی در جهت Y و Z (عمود بر محور جریان) به چاه حرارتی با عدد هارتمن ۸۸ ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی را به ترتیب ۱۵ و ۸ درصد بهبود می‌بخشد. بهترین بازدهی جهت افزایش انتقال حرارت، با اعمال میدان مغناطیسی در جهت Y به دست آورده شد. با اعمال میدان مغناطیسی در جهت Y به چاه حرارتی، ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی با عدد هارتمن ۴۴، ۱۱/۹ درصد، عدد هارتمن ۸۸، ۱۵ درصد و با عدد هارتمن ۱۳۲، ۱۷/۷ درصد نسبت به عدد هارتمن صفر افزایشی شده است. با اعمال میدان مغناطیسی در راستای Z به چاه حرارتی، ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی با عدد هارتمن ۴۴، ۴/۳ درصد، عدد هارتمن ۸۸، ۸ درصد، عدد هارتمن ۱۳۲، ۱۱/۴ درصد و عدد هارتمن ۳۳۰، ۲۲/۱ درصد نسبت به عدد هارتمن صفر افزایشی شده است. همچنین نتایج نشان می‌دهد اثر اعمال میدان مغناطیسی عمود بر محور جریان سبب افزایش گرادیان سرعت شده، در نتیجه افت فشار و ضریب اصطکاک چاه حرارتی افزایشی شده‌اند.

**واژه‌های کلیدی:** انتقال حرارت جابه‌جایی اجباری، میدان مغناطیسی، فلز مایع، چاه حرارتی، میکروکانال.

دریافت مقاله: ۱۴۰۲/۰۶/۰۹، بازنگری: ۱۴۰۲/۰۸/۰۳، پذیرش: ۱۴۰۲/۰۸/۲۴، اولین انتشار: ۱۴۰۲/۱۲/۱۵

\*: نویسنده مسئول، رایانامه: [ar\\_rahmati@kashanu.ac.ir](mailto:ar_rahmati@kashanu.ac.ir)



فهرست علائم

شار حرارتی ( $w/m^2$ )	q	مساحت انتقال حرارت بین سیال و دیواره‌ها ( $m^2$ )	$A_w$
انتقال حرارت (w)	Q	مساحت کف میکروکانال ( $m^2$ )	$A_b$
عدد رینولدز	Re	ضریب اصطکاک فانیگ	$C_f$
دمای ورودی (K)	$T_{in}$	قطر هیدرولیکی (m)	$D_h$
سرعت ورودی سیال (m/s)	$U_{in}$	ضریب رسانش حرارتی سیال (w/mK)	$K_f$
مؤلفه سرعت در جهت x	u	دمای میانگین سیال (K)	$T_m$
مؤلفه سرعت در جهت y	v	دمای میانگین دیواره‌ها (K)	$T_w$
مؤلفه سرعت در جهت z	w	ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی ( $w/m^2K$ )	h
لزجت سینماتیکی ( $m^2/s$ )	$\nu$	عدد هارتمن	Ha
پخش حرارتی ( $m^2/s$ )	$\alpha$	میدان مغناطیسی در جهت x	Ha (X)
رسانایی الکتریکی (s/m)	$\sigma$	میدان مغناطیسی در جهت y	Ha (Y)
شدت میدان مغناطیسی (T)	$B_0$	میدان مغناطیسی در جهت z	Ha (Z)
طول مشخصه (m)	L	عدد ناسلت	Nu
ظرفیت گرمایی ویژه (J/kg.K)	$C_p$	فشار (Pa)	P
لزجت دینامیکی (Pa.s)	$\mu$	عدد پرانتل	Pr
چگالی سیال ( $kg/m^3$ )	$\rho$	افت فشار	$\Delta p$

۱- مقدمه

بیشتر از سیالات معمولی است. با اعمال میدان مغناطیسی بر روی یک سیال رسانای الکتریکی و فروسیال‌ها، دو پدیده مگنتوهیدرودینامیک و فروهیدرودینامیک می‌توانند به ترتیب رخ دهند که به یک زمینه فعال در خنک‌سازی الکترونیکی تبدیل شده است.

از زمان اولین پژوهش توسط تاكرمن و پیس [۱] تحقیقات زیادی برای مطالعه عملکرد حرارتی و ویژگی‌های هیدرولیکی چاه‌های حرارتی میکروکانالی انجام شده است. کو و موداوار [۲] یک میکروکانال مسی ساختند و آن را در شارهای حرارتی مختلف آزمایش کردند. از آب دیونیزه به عنوان مایع خنک‌کننده استفاده شد و مقادیر شار حرارتی مختلف ۱۰۰ و ۲۰۰ وات بر سانتی متر مربع مورد بررسی قرار گرفت. نتایج آنها نشان داد که اعداد رینولدز بالاتر در کاهش دمای خروجی آب و هم دمای داخل چاه حرارتی سودمند است. اما این موضوع به قیمت افت

خنک‌کاری یکی از دغدغه‌های اصلی در بسیاری از صنایع مختلف است. به عنوان مثال دستگاه‌های الکترونیکی، ابزارهای بخار شیمیایی، کلکتورهای انرژی خورشیدی و بسیاری موارد دیگر. برای جلوگیری از ایجاد نقاط داغ که طول عمر دستگاه‌های مکانیکی یا حتی آسیب دائمی قطعات الکترونیکی را کاهش می‌دهد، دمای قطعات باید کاهش یابد. بنابراین یک تکنیک خنک‌کننده موثر برای از بین بردن بار حرارتی روی سیستم و حفظ بیشینه عملکرد در همه شرایط ضروری است. چاه گرمایی یک وسیله تبادل حرارت است که با استفاده از مایعات کاری مختلف، گرما را از محیط اطراف از طریق پدیده انتقال حرارت جذب می‌کند. استفاده اصلی آنها برای دفع شار حرارتی بالا از منابع حرارتی با توان بالا در یک فضای محدود می‌باشد. نوع سیال عامل نیز عامل مهمی برای عملکرد چاه‌های گرمایی میکروکانالی است. رسانایی حرارتی فلزات مایع معمولاً

فشار بیشتر محقق می‌شود.

گوناسگاران و همکاران [۳] جریان و ویژگی‌های انتقال حرارت همرفتی آب را در میکروکانال‌های مستطیلی، دوزنقه‌ای و مثلثی بررسی کردند. در مطالعه آن‌ها محدوده اعداد رینولدز ۱۰۰-۱۰۰۰ بررسی شده است. استنباط می‌شود که چاه حرارتی با کمترین قطر هیدرولیکی از نظر افت فشار و ضریب اصطکاک در بین سایر چاه‌های حرارتی مورد مطالعه عملکرد بهتری دارد. لیانگ و همکاران [۴] شبیه‌سازی عددی انتقال حرارت جریان جوشش در میکروکانال با زبری سطح را بررسی کردند و نشان دادند که با افزایش زبری نسبی سطح عدد ناسلت ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد.

سپهرنیا و رحمتی [۵] جریان لغزش گاز هلیوم در یک چاه گرمایی میکروکانالی سه بعدی با ۱۱ میکروکانال و ۱۰ پره مستطیلی را بررسی کردند. برای انجام محاسبات از روش حجم محدود با استفاده از الگوریتم کوپل شده استفاده شده است. نتایج آنها نشان داد که در طول میکروکانال، عدد ناسن محلی کاهش می‌یابد. همچنین مقاومت حرارتی با افزایش عدد ناسن از ۰/۰۰۶ به ۰/۰۴۸ به طور مداوم افزایش می‌یابد.

کومار و همکاران [۶] مطالعاتی را با تمرکز بر تأثیر ترتیبات ورودی و خروجی بر عملکرد حرارتی و هیدرولیکی انجام دادند. یک رویکرد جدید برای کاهش مشکل عدم توزیع جریان در میکروکانال‌های موازی با استفاده از میکروکانال‌های عرض متغیر پیشنهاد شد.

لی و همکاران [۷] عملکرد حرارتی و ویژگی‌های جریان پنج طرح چاه گرمایی، از جمله دنده‌های متخلخل تک لایه، دنده جامد تک لایه، دنده جامد دو لایه، دنده متخلخل دولایه و مخلوط دولایه را مقایسه کردند. مشخص شد که چاه حرارتی میکروکانالی دو لایه ترکیبی از افت فشار کم و عملکرد حرارتی بالا را پردازش می‌کند.

شمالی و رحمتی [۸] روش شبکه بولتزن آبشاری را با شرایط مرزی لغزش مرتبه دوم برای بررسی جریان‌های گازی در یک میکروکانال در رژیم‌های جریان لغزش و انتقال با طیف

وسیع از اعداد ناسن توسعه دادند.

وانگ و همکاران [۹] یک چاه حرارتی میکروکانال موج دولایه جدید به همراه دنده‌های متخلخل پیشنهاد کردند، آن‌ها دریافتند که دنده‌های متخلخل برتری آشکاری را در قدرت پمپاژ پایین از خود نشان می‌دهند.

حمیدی و همکاران [۱۰] شبیه‌سازی جریان و انتقال حرارت همرفتی اجباری به روش شبکه بولتزن بر روی توموگرافی سه بعدی میکرو اشعه ایکس سینک حرارتی فوم فلزی را انجام دادند که هندسه واقعی نمونه‌های فوم فلزی با اسکن توموگرافی کامپیوتری میکرو (میکرو سی تی) بدست می‌آید.

کشاوری و همکاران [۱۱] جهت افزایش انتقال حرارت در یک میکرو کانال مستطیلی تعدادی مولد گردابه بکار بردند. اثرات هیدرولیکی- حرارتی تعداد مولدهای گردابه، سفتی تیغه‌ها در تحریک وصله‌های پیزوالکتریک مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج نشان دهنده این واقعیت هستند که مجهز شدن کانال به مولدهای پیزوالکتریک اثر قابل توجهی در افزایش نرخ انتقال حرارت دارد.

چین و هوانگ [۱۲] به بررسی عملکرد گرمایی جریان نانوسیال‌های مختلف استفاده شده در میکروکانال‌ها و با دو هندسه متفاوت به صورت عددی و تجربی پرداختند. در نتایج آن‌ها ذکر شده است که عملکرد هر دو هندسه در زمان استفاده از نانوسیال‌ها به عنوان سیال خنک‌کننده بهبود یافته است.

درزی و همکاران [۱۳] با استفاده از روش دوفازی یک بار میزان انتقال حرارت آشفته نانوسیال آب آلومینا و یک بار هم میزان انتقال حرارت آشفته آب خالص را در داخل لوله گرم بررسی کردند. نتایج آن‌ها حاکی از افزایش ۲۱ و ۵۸ درصدی میزان انتقال حرارت در نانوسیال آب آلومینا با کسر حجمی ۲ و ۴ درصد نسبت به سیال پایه (آب) بود.

سوهل و همکاران [۱۴] به طور تجربی عملکرد حرارتی یک چاه حرارتی میکروکانال را برای خنک کردن وسایل الکترونیکی با استفاده از خنک‌کننده نانوسیال به جای آب

انتقال حرارت در هر دو رژیم آرام و آشفته با استفاده از خنک‌کننده فلز مایع افزایش می‌یابد. هودس و همکاران [۲۰] هندسه بهینه را برای چاه‌های حرارتی مبتنی بر آب و گالینستن<sup>۱</sup> از نظر کمینه مقاومت حرارتی مورد مطالعه قرار دادند. نشان داده شد که در پیکربندی‌های بهینه، گالینستن یه عنوان یک فلز مایع می‌تواند مقاومت حرارتی کلی را تا حدود ۴۰ درصد در مقایسه با آب کاهش دهد. زی و همکاران [۲۱] پیش‌بینی عددی جریان و عملکرد حرارتی سینک‌های حرارتی تک‌لایه و دولایه موج‌دار با آب خنک‌شونده را مورد مطالعه قرار دادند. نتایج نشان می‌دهد که برای حذف یک بار گرمایی یکسان، مقاومت حرارتی کلی سینک حرارتی تک لایه موج‌دار میکروکانال با افزایش سرعت جریان حجمی کاهش می‌یابد، اما افت فشار به شدت افزایش می‌یابد. ژانگ و همکاران [۲۲] پژوهش بعدی را انجام دادند و با توجه به داده‌های تجربی آن‌ها، فلز مایع می‌تواند انتقال حرارت همرفتی را به دلیل خواص ترموفیزیکی برتر افزایش دهد. ویو و همکاران [۲۳] با استفاده از یک روش عددی، عملکرد جریان و انتقال حرارت چاه گرمایی مبتنی بر فلز مایع با انواع مختلف سیال کاری، شکل‌های مقطع میکروکانال متنوع و سرعت‌های ورودی مختلف را مورد بررسی قرار دادند. با حل مدل انتقال حرارت ثابت و سه بعدی، دریافتند که در بین تمام موارد مورد بررسی، لیتیوم مناسب‌ترین انتخاب برای سیال کاری است زیرا کمترین افت فشار و بیشترین انتقال حرارت را به همراه دارد. با افزایش سرعت ورودی سیال از ۱ متر بر ثانیه به ۹ متر بر ثانیه، افت فشار تا ۶۵ برابر زیاد شد و ضریب انتقال حرارت حدود ۷۴/۳۵ درصد افزایش یافت.

شی و همکاران [۲۴]، پارامترهای هندسی یک چاه حرارتی میکروکانالی را بهینه کردند. در مطالعه آنها، هدف بهینه‌سازی به کمینه رساندن مقاومت حرارتی و قدرت پمپاژ تحت یک دبی جرمی آب ثابت بود. آنها به ترتیب ۲۸/۷ درصد و ۲۲/۹ درصد کاهش مقاومت حرارتی و قدرت پمپاژ را از طریق فرآیند بهینه‌سازی به دست آوردند.

خالص بررسی کردند. نانوسیال آب-آلومینیوم اکسید شامل کسر حجمی از ۰/۱۰ تا ۰/۲۵ درصد حجمی به عنوان خنک‌کننده استفاده شد. نتایج تجربی بهبود بیشتر عملکرد حرارتی با استفاده از نانوسیال به جای آب مقطر خالص را نشان داد.

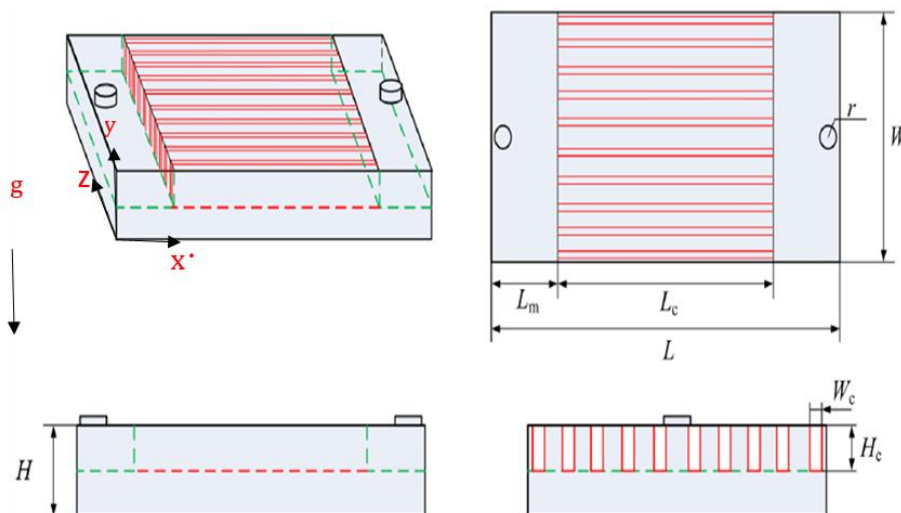
هو و همکاران [۱۵] به مطالعه جابه‌جایی اجباری حرارتی نانوسیال آب-اکسید آلومینیوم (به صورت تجربی) در یک هیت سینک میکروکانال پرداختند. آن‌ها آزمایش خود را در محدوده اعداد رینولدز ۲۲۶ تا ۱۶۷۶ انجام دادند. در نهایت، آن‌ها توانستند به این نتیجه برسند که استفاده از نانوسیال، باعث افزایش میانگین انتقال حرارت در میکروکانال گرمایی می‌شود.

تیموری و همکاران [۱۶] جابجایی ترکیبی درون یک کویتی مربعی بسته را مورد بررسی قرار دادند. نتایج نشان می‌دهد که برای یک عدد رینولدز و ریچاردسون ثابت افزودن نانو ذره به سیال پایه می‌تواند منجر به افزایش عدد ناسلت تا ۲۰٪ شود. همچنین با افزایش میزان کجی کویتی از صفر درجه تا ۹۰ درجه نیز افزایش حدود ۳۰٪ در عدد بی بعد ناسلت مشاهده می‌شود.

قاسمی و همکاران [۱۷] میزان انتقال حرارت نانوسیال آب/آلومینا مورد استفاده در یک هیت سینک میکروکانالی را به صورت عددی مطالعه کردند. آن‌ها مشاهده کردند که ضرایب انتقال حرارت و اصطکاک با افزایش غلظت نانوذرات افزایش و مقاومت حرارتی با افزایش غلظت نانوذرات کاهش می‌یابد.

کومار و همکاران [۱۸] تجزیه و تحلیل حرارتی میکروکانال‌های چاه گرمایی موج‌دار منشعب و خنک شده با نانوسیال آب-آلومینیوم اکسید را با استفاده از روش عددی انجام داد. نتایج نشان داد که جدای از اختلال در لایه مرزی و شروع مجدد آن، گرداب‌هایی در نزدیکی کانال ثانویه تشکیل می‌شد که عملکرد حرارتی را بهبود بخشید. ضریب انتقال حرارت با افزایش غلظت نانوسیال برای هر عدد رینولدز بررسی شده افزایش یافت.

مایر و گوشال [۱۹] یک مطالعه تحلیلی و تجربی بر روی جریان فلز مایع در یک لوله انجام دادند. نتایج آنها نشان داد که



شکل ۱- هندسه چاه حرارتی

افزایش نسبی عملکرد حرارتی مدل ۳۴/۶۳ درصد است که در عدد رینولدز ۲۰۰ به دست آمده است.

اگرچه محققان به طور گسترده مطالعاتی بر روی چاه- گرمایی میکروکانالی انجام داده‌اند، اما تحقیقات بسیار کمی در مورد چاه‌های حرارتی میکروکانالی با استفاده از فلز مایع به عنوان سیال کار انجام شده است. اولین نوآوری این پژوهش استفاده از خنک‌کننده فلز مایع گالینستن به عنوان سیال کار می‌باشد، که مزایای قابل توجهی نسبت به مایعات خنک‌کننده معمولی دارد. رسانایی حرارتی فلزات مایع معمولاً ۲۰ تا ۳۰ برابر بیشتر از آب مایع است. نوآوری دوم، بررسی اثرات اعمال میدان مغناطیسی در سه جهت  $x$  و  $y$  و  $z$  بر روی نرخ انتقال حرارت مبادله شده در چاه حرارتی میکروکانالی محتوی فلز مایع است.

## ۲- هندسه و معادلات آن

در این پژوهش تاثیر میدان مغناطیسی خارجی یکنواخت بر میدان جریان و انتقال حرارت فلز مایع در سه جهت متفاوت  $x$  و  $y$  و  $z$  با هندسه شکل (۱) مورد بررسی قرار گرفته است.

از یک چاه حرارتی میکروکانال مشابه مطالعه ویو و همکاران [۲۳] استفاده شده است. چاه حرارتی از ۱۰ کانال

وانگ و همکاران [۲۵]، انتقال حرارت همرفت طبیعی خارجی فلز مایع تحت تأثیر میدان مغناطیسی را مورد مطالعه قرار دادند. نتایج حاصل از تجزیه و تحلیل لایه مرزی سرعت و لایه مرزی دما به عنوان موضوع مهم بررسی در اعداد مختلف گراشف تحت تأثیر میدان مغناطیسی ارائه شده است.

حاج محمدی و همکاران [۲۶] یک مطالعه عددی برای بررسی اثرات یک میدان مغناطیسی یکنواخت و غیر یکنواخت خارجی بر هندسه بهینه شده و عملکرد حرارتی یک چاه حرارتی میکروکانال انجام دادند. نتایج آن‌ها نشان داد که برای آزمایش‌های هندسی خارج از طراحی (غیر بهینه)، اعمال میدان مغناطیسی یکنواخت مقاومت حرارتی را تا ۲۱٪ کاهش می‌دهد و عملکرد سینک حرارتی را بهبود می‌بخشد.

آباده و همکاران [۲۷] به طور تجربی اثرات میدان‌های مغناطیسی خارجی را بر ضریب انتقال حرارت و افت فشار فروسیال آب-اکسید آهن در جریان آرام در یک لوله مستقیم دایره‌ای مورد مطالعه قرار دادند. مشخص شد که عدد ناسلت با استفاده از یک میدان مغناطیسی جایگزین با فرکانس ۱۰ و ۱۰۰ هرتز به ترتیب ۱۱/۸۵ و ۱۴/۸ درصد افزایش می‌یابد.

لی و همکاران [۲۸] یک روش بهینه‌سازی سریع با بازسازی هندسه و شبیه‌سازی چاه‌های حرارتی میکروکانالی پیشنهاد کردند. در مقایسه با نمونه اولیه، نتایج نشان می‌دهد که بیشینه

جدول ۱- خواص ترموفیزیکی سیال گالینستن در دمای ۲۹۰ درجه کلوین

خواص	واحدها	Ga68%In20%Sn12%
چگالی	kg/m <sup>3</sup>	۶۳۶۰
گرمای ویژه	J/Kg.K	۳۶۵/۸
لزجت دینامیکی	Pa.s	۰/۰۰۲۲
رسانایی گرمایی	W/m.K	۱۶/۵
رسانایی الکتریکی	s/m	۳۳۱۰۰۰۰

$$-\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left[ \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right) + \left( \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + \left( \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \right] - \sigma B_0^2 u$$

$$\rho \left( u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) =$$

$$-\frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left[ \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \right) + \left( \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + \left( \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) \right] \quad (۳)$$

$$-\sigma B_0^2 v - \rho g_y$$

$$\rho \left( u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) =$$

$$-\frac{\partial p}{\partial z} + \mu \left[ \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) + \left( \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) + \left( \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) \right] \quad (۴)$$

$$-\sigma B_0^2 w$$

$$\rho \left[ u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} + w \frac{\partial T}{\partial z} \right] =$$

$$\frac{k}{c_p} \left[ \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \right) + \left( \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) + \left( \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) \right] \quad (۵)$$

$$\alpha = \frac{k_f}{\rho c_p} \quad (۶)$$

$$Ha = B_0 L \sqrt{\frac{\sigma}{\mu}} \quad (۷)$$

$$Nu = f(Re, Pr) \quad (۸)$$

$$Re = \frac{\rho u_{in} D_h}{\mu} \quad (۹)$$

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha} \quad (۱۰)$$

مستطیلی یکسان تشکیل شده است. اعمال میدان مغناطیسی به میکروکانالها در سه جهت متفاوت صورت گرفته است. جهت محور جریان سیال در راستای محور x می باشد. پارامترهای هندسی زیر در مطالعه مقایسه بین مواد بستر و خنک کننده استفاده شده است.

$$L \times W \times H = 19 \text{ mm} \times 10 \text{ mm} \times 2 \text{ mm}$$

$$L_c \times W_c \times H_c = 13 \text{ mm} \times 0.4 \text{ mm} \times 1 \text{ mm}$$

$$D_h = 0.57 \text{ mm} \quad r = 0.5 \text{ mm} ,$$

معادلات اصلی حاکم بر رفتار جریان سیال با توجه به فرضیات زیر نوشته می شود:

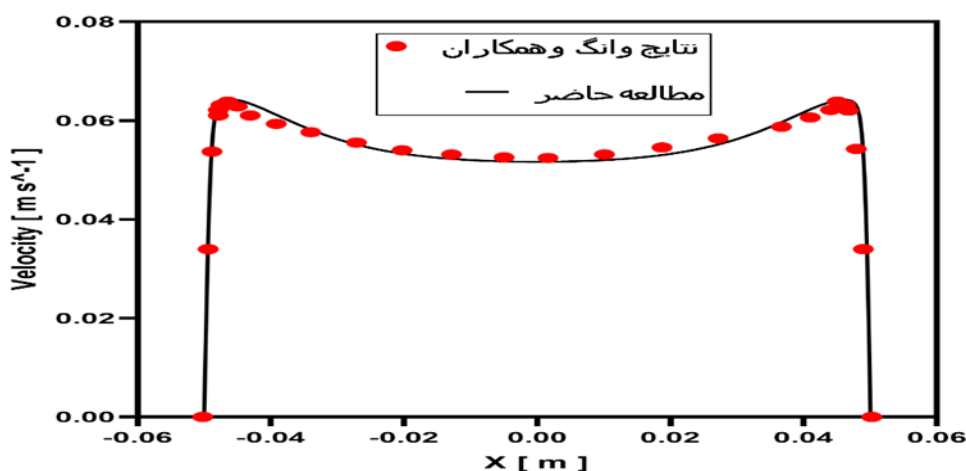
- (۱) هم جریان سیال و هم انتقال حرارت پایا هستند.
- (۲) جریان سیال تراکم ناپذیر و تک فاز است.
- (۳) هیچ لغزشی بین سیال و دیواره ها وجود ندارد.
- (۴) نیروی های حجمی در نظر گرفته شده شامل نیروی گرانش و نیروی لورنتس<sup>۲</sup> می باشد.
- (۵) از اثرات اتلاف ویسکوز و انتقال حرارت تشعشعی و گرمای ژول نیز صرف نظر شده است.

خواص ترموفیزیکی سیال گالینستن برای انجام شبیه سازی طبق جدول (۱) است:

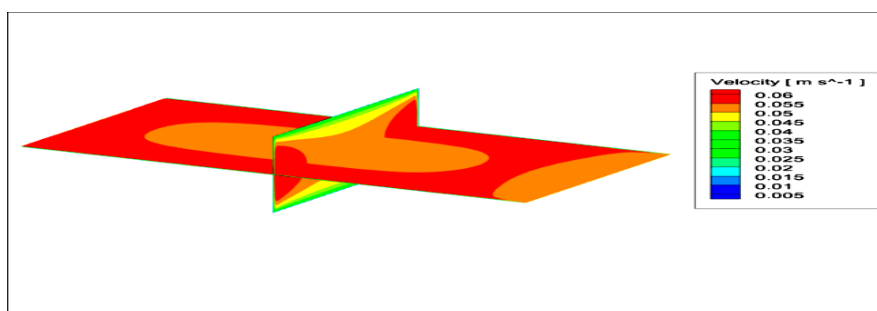
معادلات حاکم بر میدان جریان و انتقال حرارت با تعدادی از روابط مهم به شرح زیر هستند:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (۱)$$

$$\rho \left( u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) = \quad (۲)$$



شکل ۲- نمودار تغییرات سرعت در مقطع  $y=0.01$  m برای اعتبارسنجی با مطالعه وانگ و همکاران



شکل ۳- کانتور سرعت نمودار شکل ۲

است، اثر اعمال میدان مغناطیسی، سبب افزایش سرعت جریان در نزدیکی دیواره‌ها و کاهشی شدن سرعت جریان در خط مرکزی میکروکانال شده است که نشان‌دهنده جریان هانت [۲۹] و [۳۰] می‌باشد. برای استقلال حل از شبکه با توجه به اینکه در این پژوهش از هندسه مقاله ویو و همکاران [۲۳] استفاده شده است بنابراین شبیه‌سازی عددی برای انتقال حرارت اجباری فلز مایع لیتیوم با نتایج ویو و همکاران [۲۳] نیز بررسی شده و در جدول (۲) مقادیر افت فشار برای سرعت ۱ و ۳ متر بر ثانیه و عدد ناسلت برای سرعت ۳ متر بر ثانیه با نتایج ویو و همکاران [۲۳] مقایسه شده‌اند.

#### ۴- تشریح شرایط مرزی و نرم افزار

در خصوص شرایط مرزی، شار حرارتی ثابت به کف چاه حرارتی اعمال شده است و شرط مرزی دیواره مشترک برای

$$h = \frac{Q}{A_w (T_w - T_m)} \quad (11)$$

$$Q = q A_b \quad (12)$$

$$Nu = \frac{h D_h}{k_f} \quad (13)$$

#### ۳- اعتبار سنجی

به منظور اعتبارسنجی نتایج این مطالعه، شبیه‌سازی عددی برای حالت سیال فلز مایع تحت میدان مغناطیسی با شدت ۰/۱ تسلا با نتایج وانگ و همکاران [۳۱] در یک میکروکانال با سطح مقطع مستطیل و شرط مرزی دمای ثابت با دیواره‌های رسانای الکتریکی بررسی شده است. با توجه به نمودار شکل (۲) و کانتور سرعت شکل (۳) در طول و عرض میکروکانال واضح



## جدول ۲- اعتبارسنجی با نتایج ویو و همکاران

مطالعه	افت فشار (سرعت ۱ m/s)	افت فشار (سرعت ۳ m/s)	عدد ناسلت	اختلاف نسبی برای عدد ناسلت
ویو و همکاران	۶۷۵	۵۱۵۵	۰/۶	۳٪
حاضر	۶۷۱	۵۱۵۶	۰/۵۸	

لورنتس است که باعث تغییر سرعت و تکانه در حرکت فلز مایع می‌شود. تغییر انرژی فلز مایع ناشی از نیروی الکترومغناطیسی گرمای ژول است، اما گرما بسیار کم است، بنابراین گرمای ژول اغلب در جریان و انتقال حرارت فلز مایع تحت تأثیر مغناطیس، نادیده گرفته می‌شود، بنابراین تأثیر نیروی لورنتس عمدتاً بر سرعت در معادله تکانه و معادله انرژی است.

ابتدا اثرات میدان مغناطیسی خارجی یکنواخت در سه جهت متفاوت بر میدان جریان و دما بررسی شده است.

جریان سیال با سرعت ۱ متر بر ثانیه و دمای ۲۹۰ درجه کلون وارد چاه حرارتی شده است. شار حرارتی ثابت به دیواره کف چاه حرارتی اعمال و در سه جهت  $x$  و  $y$  و  $z$  به بررسی اثرات اعمال میدان مغناطیسی به میکروکانال‌ها پرداخته شده است. شکل (۴) نمودار توزیع سرعت با اعمال میدان مغناطیسی در سه جهت متفاوت را نشان می‌دهد. با اعمال میدان مغناطیسی در جهت  $y$  به چاه حرارتی، سرعت جریان در نزدیکی دیواره میکروکانال‌ها افزایشی و در خط مرکزی میکروکانال‌ها کاهش یافته است. با اعمال میدان مغناطیسی در جهت  $z$  به چاه حرارتی، سرعت جریان در نزدیکی دیواره‌ها افزایشی و با یک کاهش مختصر به حالت تخت در آمده است. با اعمال میدان مغناطیسی در جهت  $x$  به چاه حرارتی، بیشینه سرعت جریان در خط مرکزی میکروکانال به دست آمده است و اعمال میدان مغناطیسی تأثیری بر توزیع جریان نداشته است. علت افزایش سرعت جریان در نزدیکی دیواره‌ها تحت میدان مغناطیسی عمود بر محور جریان، نیرویی به نام لورنتس می‌باشد، که خلاف جهت جریان اعمال شده است. نیروی لورنتس به شدت میدان مغناطیسی و مقدار ضریب رسانایی الکتریکی

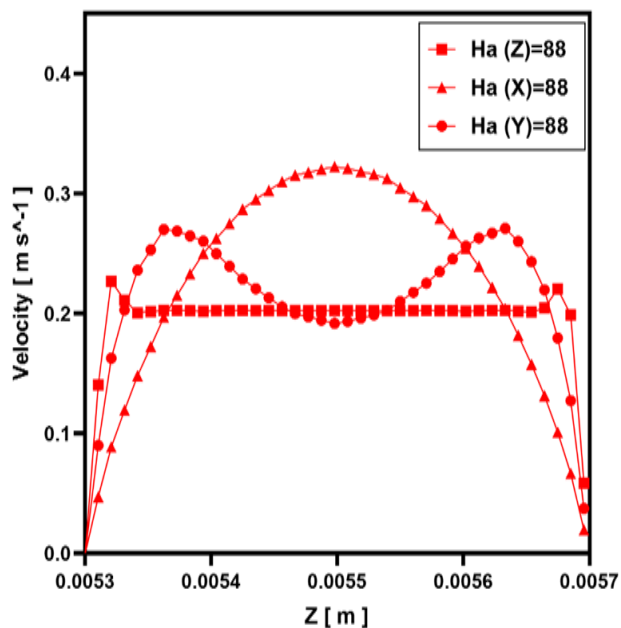
ناحیه بین دامنه سیال و جامد اعمال شده است (سطوح اطراف میکروکانال‌ها، سطوح زیرین مانیفولد ورودی و خروجی). سایر دیواره‌های چاه حرارتی عایق در نظر گرفته شده‌اند. سیال با دمای  $T_{in}$  و سرعت  $U_{in}$  وارد چاه حرارتی شده و برای خروجی، شرط مرزی فشار خروجی لحاظ شده است. با اعمال میدان مغناطیسی به چاه حرارتی، تمامی دیواره‌های چاه حرارتی رسانای الکتریکی در نظر گرفته شده‌اند.

جهت شبیه‌سازی از نرم افزار انسیس فلونت استفاده شده است که معادلات حاکم به روش حجم محدود حل شده‌اند. گسسته سازی معادله ممتوم و انرژی از نوع مرتبه دوم می‌باشد. مگنتوایدرویدینامیک به فعل و انفعال بین میدان الکترومغناطیسی ایجاد شده و یک سیال رسانای الکتریکی اشاره دارد. مدل مگنتوایدرویدینامیک در انسیس فلونت رفتار جریان سیال رسانای الکتریکی تحت تأثیر میدان‌های الکترومغناطیسی ثابت یا نوسانی را تجزیه و تحلیل می‌کند. مدل مگنتوایدرویدینامیک با انتخاب توابع ساده داخلی فلونت به عنوان ماژول اضافه شونده در نرم افزار انسیس فلونت فعال می‌شود.

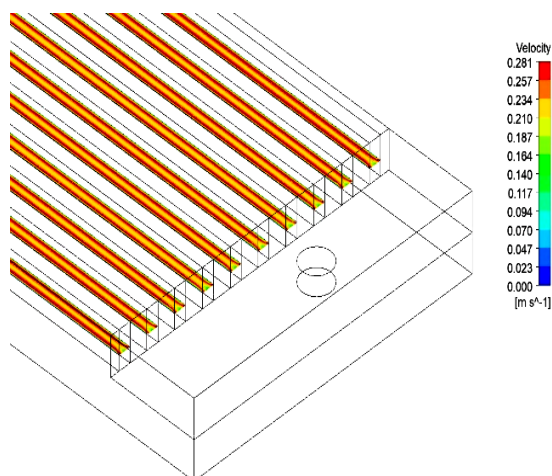
## ۵- بررسی میدان جریان تحت میدان مغناطیسی در

## سه جهت متفاوت

انتقال حرارت جابه‌جایی فلزات مایع در میکروکانال‌ها به خواص حرارتی فلزات مایع بستگی دارد. بر اساس تئوری انتقال حرارت جابه‌جایی، عدد ناسلت با عدد رینولدز و عدد پراتنل مرتبط است. خواص حرارتی فلزات مایع از جمله رسانایی گرمایی و ظرفیت گرمایی ویژه و لزجت، منجر به عدد رینولدز و پراتنل متفاوتی می‌شود. نیروی الکترومغناطیسی نیروی



شکل ۴- نمودار توزیع سرعت با اعمال میدان مغناطیسی در سه جهت متفاوت



شکل ۵- کانتور سرعت با اعمال میدان مغناطیسی در جهت  $y$  با عدد هارتمن ۸۸

افزایش سرعت جریان در مجاور دیواره‌های میکروکانال‌ها می‌باشد.

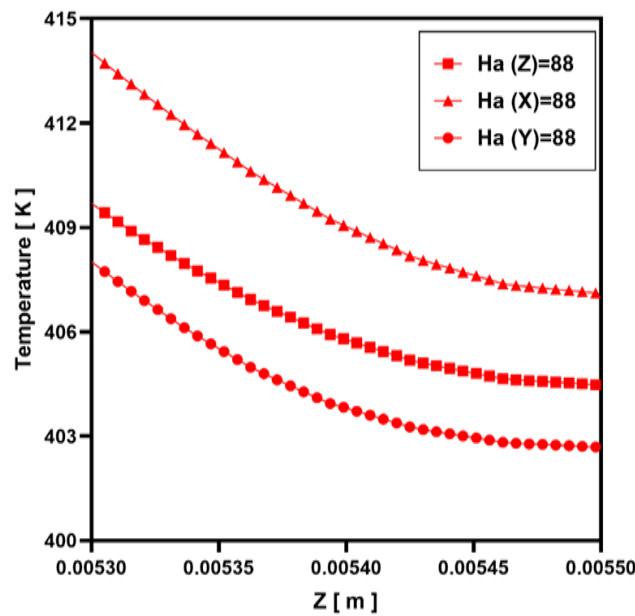
نتایج نشان دادند اعمال میدان مغناطیسی در دو جهت  $y$  و  $z$  به چاه حرارتی، سبب افزایش سرعت جریان سیال در نزدیکی دیواره‌ها می‌شود. با توجه به شرط مرزی شار ثابت، افزایش سرعت جریان در کناره دیواره‌ها سبب کاهش دمای دیواره‌ها و بهبود انتقال حرارت شده است.

شکل (۶) نمودار تغییرات دما با سرعت ورودی ۱ متر بر

سیال و طول مشخصه میکروکانال بستگی دارد. جهت اعمال میدان مغناطیسی نسبت به محور جریان سیال نیز حائز اهمیت است، با افزایش زاویه اعمال میدان مغناطیسی و محور جریان از  $0^\circ$  تا  $90^\circ$  درجه، نیروی لورنتس افزایشی می‌شود.

علت عدم تاثیر میدان مغناطیسی در جهت  $z$  (موازی با محور جریان) به میدان جریان، صفر شدن نیروی لورنتس می‌باشد.

شکل (۵) کانتور سرعت با اعمال میدان مغناطیسی در جهت  $y$  را نشان داده است که مهر تایید بر نمودار شکل (۴)، یعنی



شکل ۶- نمودار تغییرات دما در مقطع  $x=0.01$  متر با اعمال میدان مغناطیسی در سه جهت متفاوت

داده است. بیشترین افزایش ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی ابتدا مربوط به اعمال میدان مغناطیسی در جهت  $y$  و سپس با اعمال میدان مغناطیسی در جهت  $z$  به چاه حرارتی به دست آمده است. اثر اعمال میدان مغناطیسی در دو جهت  $y$  و  $z$  با عدد هارتمن ۸۸، انتقال حرارت جابه‌جایی را به ترتیب ۱۵ و ۸ درصد نسبت به عدد هارتمن صفر بهبود می‌بخشد.

## ۶- اعمال میدان مغناطیسی خارجی یکنواخت در

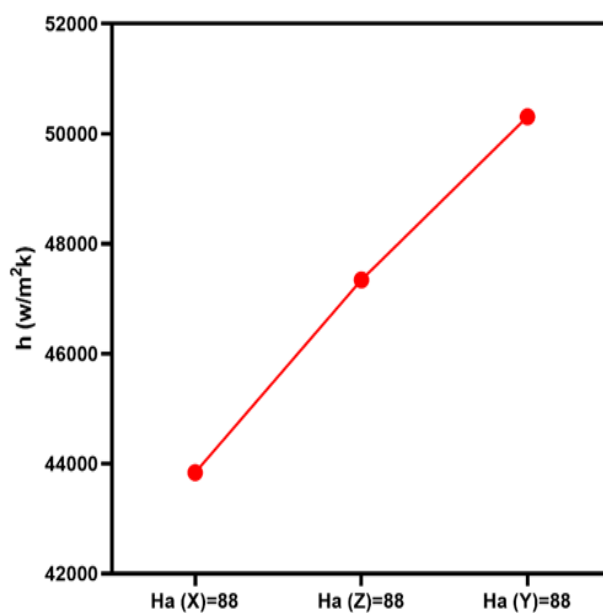
### جهت $y$ به چاه حرارتی

در این پژوهش مشخص شد که بهترین بازدهی در زمینه افزایش انتقال حرارت چاه حرارتی را، اعمال میدان مغناطیسی در جهت  $y$  به خود اختصاص داده است.

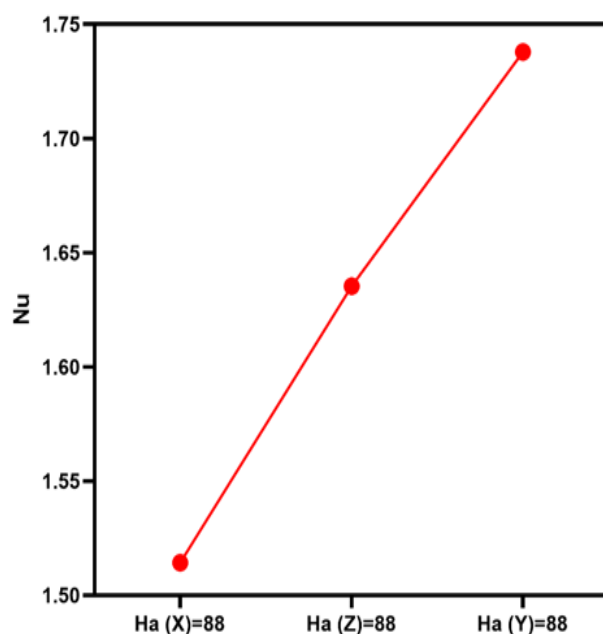
شکل (۹) توزیع سرعت جریان در مقطع  $x=0.01$  m با اعمال میدان مغناطیسی در جهت  $y$  و افزایش عدد هارتمن را نشان می‌دهد. مشخص است که با افزایش عدد هارتمن، بیشینه سرعت جریان در نزدیکی دیواره‌ها شکل گرفته است و لایه مرزی سرعت کوچکتر شده است. با توجه به شکل (۱۰) با اعمال میدان مغناطیسی با عدد هارتمن ۵۰۰، مشخص است جت جریان در نزدیکی دیواره‌ها شکل گرفته است.

ثانیه و اعمال میدان مغناطیسی در سه جهت  $x$ ،  $y$  و  $z$  را نشان می‌دهد. مشخص است که اعمال میدان مغناطیسی در جهت  $y$  و  $z$  سبب کاهش دمای سطوح چاه حرارتی شده است. بیشترین تغییر دما ابتدا با اعمال میدان مغناطیسی در جهت  $y$  و سپس با اعمال میدان مغناطیسی در جهت  $z$  به دست آمده است. بنابراین بیشترین بازدهی در خصوص انتقال حرارت و کاهش دمای سطوح با اعمال میدان مغناطیسی در جهت  $y$  به چاه حرارتی به دست آمده است.

رفتار نیروی لورنتز بر میدان جریان را می‌توان به وجود یک مانع در مقابل حرکت جریان سیال تشبیه کرد که هرچقدر عدد هارتمن افزایش یابد، مانع در مقابل جریان سیال بزرگتر شده و به علت کاهش مساحت کنار مانع و دیواره میکروکانال، سرعت جریان در مجاور دیواره افزایش می‌شود و سبب افزایش انتقال حرارت از روی دیواره‌ها می‌گردد. نیروی لورنتز در مواقعی که عدد رینولدز کوچک باشد و یا شدت میدان مغناطیسی زیاد باشد حتی ممکن است سبب توقف جریان سیال شود. شکل‌های (۷) و (۸) نمودار تغییرات ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی و عدد ناسلت با اعمال میدان مغناطیسی در سه جهت متفاوت را نشان



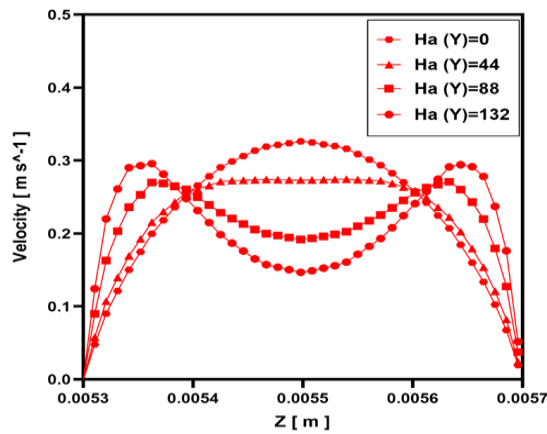
شکل ۷- نمودار ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی با اعمال میدان مغناطیسی در سه جهت متفاوت



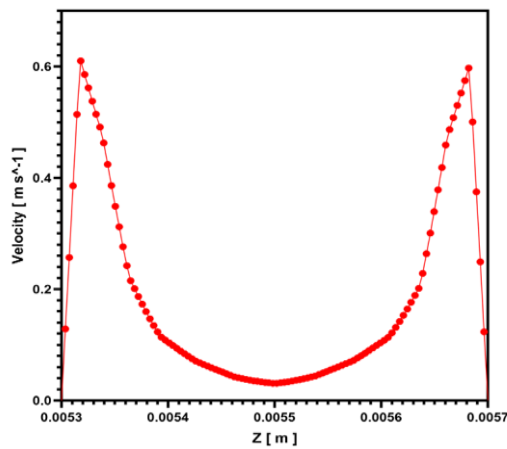
شکل ۸- نمودار تغییرات عدد ناسلت با اعمال میدان مغناطیسی در سه جهت متفاوت

شکل (۱۲) نمودار تغییرات ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی و عدد ناسلت با افزایش عدد هارتمن را نشان داده است. نتایج نشان می‌دهد ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی با عدد هارتمن ۴۴، ۱۱/۹ درصد، عدد هارتمن ۸۸، ۱۵ درصد و با

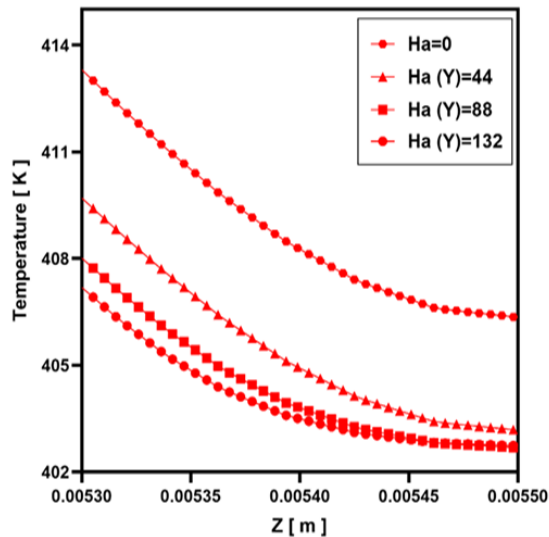
شکل (۱۱) نمودار تغییرات دمای سطوح چاه حرارتی با افزایش عدد هارتمن را نشان می‌دهد. با اعمال میدان مغناطیسی در جهت  $Y$  به چاه حرارتی و افزایش عدد هارتمن (شدت میدان مغناطیسی)، دمای سطوح چاه حرارتی کاهش یافته است.



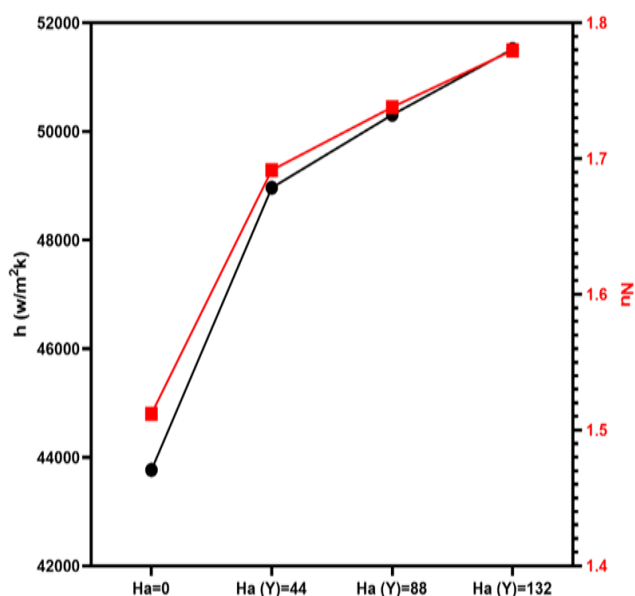
شکل ۹- نمودار توزیع سرعت با افزایش عدد هارتمن، اعمال میدان مغناطیسی در جهت  $y$



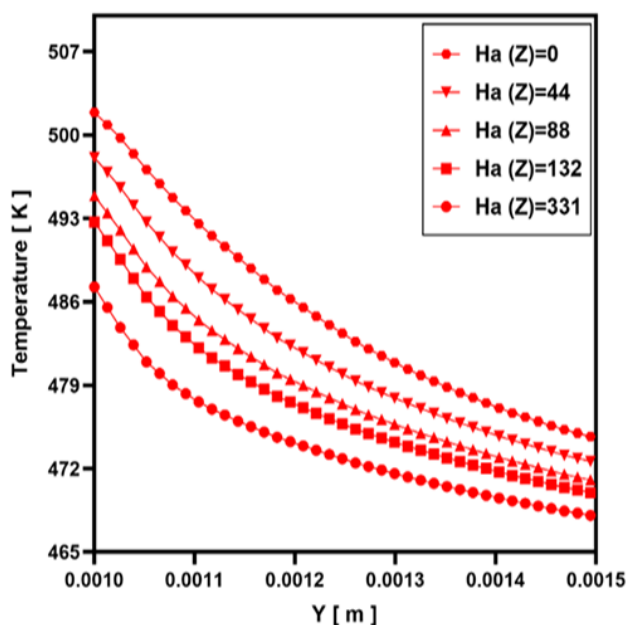
شکل ۱۰- نمودار توزیع سرعت تحت میدان مغناطیسی در جهت  $y$  با عدد هارتمن ۵۰۰



شکل ۱۱- نمودار تغییرات دما در مقطع  $x=0.01$  متر با افزایش عدد هارتمن، اعمال میدان مغناطیسی در جهت  $y$



شکل ۱۲- نمودار تغییرات ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی و عدد ناسلت با افزایش عدد هارتمن، اعمال میدان مغناطیسی در جهت  $y$



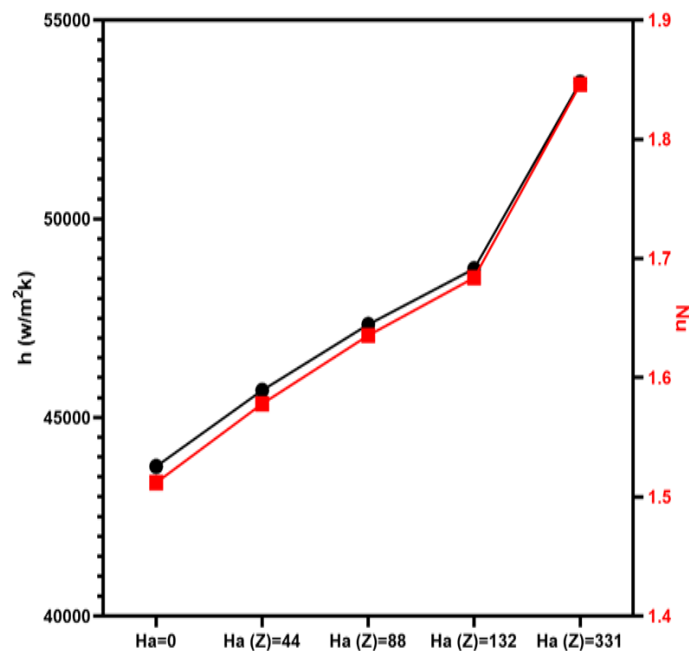
شکل ۱۳- نمودار تغییرات دما در مقطع  $x=0.016$  متر با افزایش عدد هارتمن، اعمال میدان مغناطیسی در جهت  $z$

#### چاه حرارتی

شکل (۱۳) نمودار تغییرات دما با افزایش عدد هارتمن را نشان می‌دهد. با سرعت جریان ورودی ۱ متر بر ثانیه و دمای ۲۹۰ درجه کلون و اعمال میدان مغناطیسی در جهت  $z$  مشخص است، با افزایش عدد هارتمن، دمای سطوح کاهشی و انتقال

عدد هارتمن ۱۳۲، ۱۷/۷ درصد نسبت به عدد هارتمن صفر افزایشی شده و انتقال حرارت را بهبود داده است.

۷- اعمال میدان مغناطیسی خارجی یکنواخت در جهت  $z$  به



شکل ۱۴- نمودار تغییرات ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی و عدد ناسلت با افزایش عدد هارتمن، اعمال میدان مغناطیسی در جهت z

شکل (۱۵) نمودار تغییرات افت فشار و ضریب اصطکاک چاه حرارتی با اعمال میدان مغناطیسی در سه جهت متفاوت را نشان می‌دهد. با اعمال میدان مغناطیسی در جهت y و z (عمود بر محور جریان) افت فشار و ضریب اصطکاک چاه حرارتی افزایشی شده‌اند. شکل (۱۶) نمودار تغییرات افت فشار و ضریب اصطکاک چاه حرارتی با اعمال میدان مغناطیسی در جهت y و z، افزایش عدد هارتمن را نشان می‌دهد. با افزایش عدد هارتمن، لایه مرزی سرعت کوچکتر شده و گرادیان سرعت با توجه به شرط عدم لغزش روی دیواره، افزایشی و در نتیجه سبب افزایش ضریب اصطکاک چاه حرارتی شده است. شکل (۱۷) نمودار تغییرات افت فشار و ضریب اصطکاک چاه حرارتی با اعمال میدان مغناطیسی در جهت z و افزایش عدد هارتمن را نشان می‌دهد. افزایش عدد هارتمن باعث افزایش گرادیان سرعت و سبب افزایش ضریب اصطکاک چاه حرارتی شده است.

حرارت را بهبود می‌دهند.

شکل (۱۴) نمودار ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی و عدد

ناسلت با افزایش عدد هارتمن را نشان می‌دهد. با اعمال میدان

مغناطیسی در جهت z و افزایش عدد هارتمن، ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی و عدد ناسلت افزایشی شده است. ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی با عدد هارتمن ۴۴، ۴/۳ درصد، هارتمن ۸۸، ۸/۲ درصد، هارتمن ۱۳۲، ۱۱/۴ درصد و هارتمن ۳۳۰، ۲۲/۱ درصد نسبت به عدد هارتمن صفر افزایشی شده و انتقال حرارت را بهبود داده است.

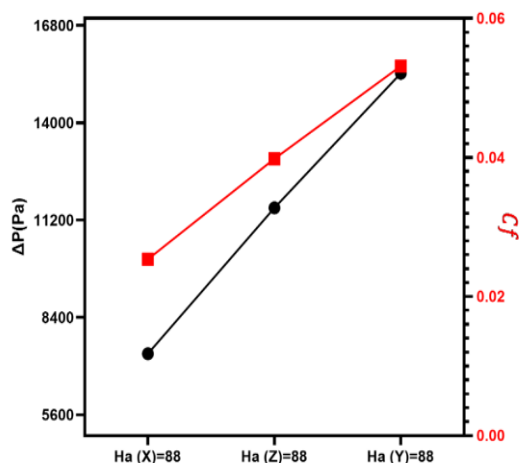
## ۸- بررسی افت فشار و ضریب اصطکاک با اعمال

### میدان مغناطیسی خارجی یکنواخت به چاه حرارتی

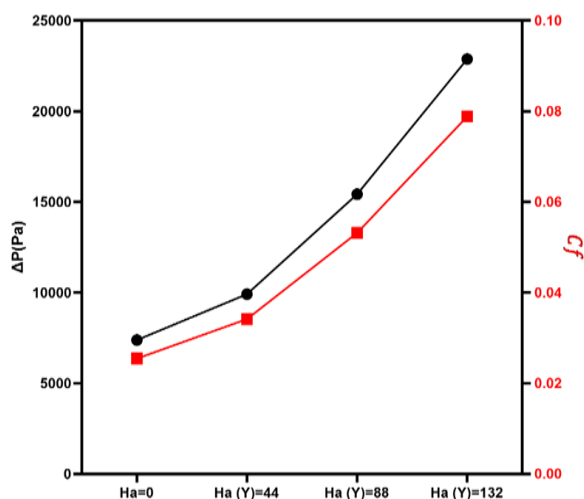
با اعمال میدان مغناطیسی خارجی یکنواخت عمود بر محور جریان مشخص شد که تغییرات سرعت در نزدیکی دیواره‌ها بیشتر شده است. با توجه به حاکم بودن شرط عدم لغزش در این پژوهش وجود ناحیه بیشینه سرعت جریان سیال در نزدیکی دیواره‌ها، نشان دهنده یک گرادیان سرعت قوی می‌باشد.

رابطه (۱۴) نشان دهنده محاسبه ضریب اصطکاک دیواره‌های چاه حرارتی است:

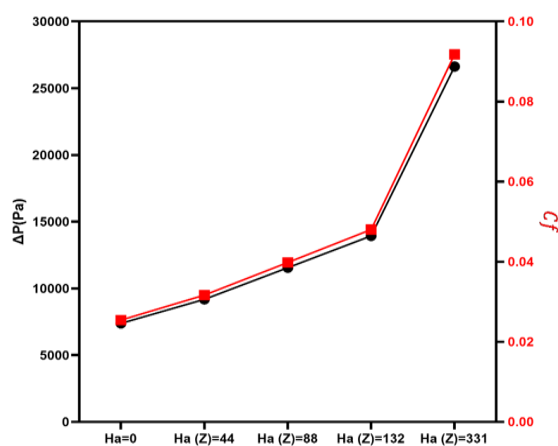
$$4c_f \frac{L}{D} = \frac{\Delta p}{\frac{1}{2} \rho u_{in}^2} \quad (14)$$



شکل ۱۵- نمودار تغییرات افت فشار و ضریب اصطکاک با اعمال میدان مغناطیسی در سه جهت متفاوت



شکل ۱۶- نمودار تغییرات افت فشار و ضریب اصطکاک چاه حرارتی با افزایش عدد هارتمن، اعمال میدان مغناطیسی در جهت y



شکل ۱۷- نمودار تغییرات افت فشار و ضریب اصطکاک چاه حرارتی با افزایش عدد هارتمن، اعمال میدان مغناطیسی در جهت z



## ۸- جمع بندی

درصد و عدد هارتمن  $330$ ،  $22/1$  درصد نسبت به عدد هارتمن صفر افزایشی شده است.

(۴) با اعمال میدان مغناطیسی در سه جهت متفاوت به چاه حرارتی، بیشترین افت فشار با اعمال میدان مغناطیسی در جهت  $Y$  و سپس در جهت  $Z$  به دست آمده است.

(۵) با اعمال میدان مغناطیسی در جهت عمود بر محور جریان و افزایش عدد هارتمن مقدار افت فشار و ضریب اصطکاک چاه حرارتی افزایشی شده‌اند.

می‌توان نتیجه گرفت با اعمال میدان مغناطیسی عمود بر محور جریان سیال، ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی (پارامتر مطلوب) و ضریب اصطکاک (پارامتر نامطلوب) افزایشی به دست آمده‌اند. بنابراین نیاز است راهکاری جهت کاهش ضریب اصطکاک حاصل از اعمال میدان مغناطیسی، در پژوهش‌های آینده ارائه گردد.

نتایج بدست آمده را می‌توان به صورت زیر دسته بندی کرد:  
(۱) مشخص شد که جهت اعمال میدان مغناطیسی به چاه حرارتی بسیار حائز اهمیت است. هنگامی که میدان مغناطیسی عمود بر محور جریان اعمال شود سرعت جریان سیال در مجاوره دیواره‌ها افزایشی شده و توزیع سرعت  $M$  شکل به دست آورده است.

(۲) با اعمال میدان مغناطیسی در راستای  $Y$  به چاه حرارتی، ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی با عدد هارتمن  $44$ ،  $11/9$  درصد، عدد هارتمن  $88$ ،  $15$  درصد و عدد هارتمن  $132$ ،  $17/7$  درصد نسبت به عدد هارتمن صفر افزایشی شده است.

(۳) با اعمال میدان مغناطیسی در جهت  $Z$  به چاه حرارتی، ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی با عدد هارتمن  $44$ ،  $4/3$  درصد، عدد هارتمن  $88$ ،  $8/2$  درصد، عدد هارتمن  $132$ ،  $11/4$

## واژه‌نامه

1. Galinstan
2. Lorentz Forc

## References

1. Tuckerman, D. B. and Pease, R. F. W., "High-Performance Heat Sinking for VLSI", *IEEE Electron device letters*, Vol. 2, pp. 126-129, 1981.
2. Qu, W. and Mudawar, I., "Experimental and Numerical Study of Pressure Drop and Heat Transfer in A Single-Phase Micro-Channel Heat Sink", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 45, pp. 2549-2565, 2002.
3. Gunnasegaran, P., Mohammed, H., Shuaib, N., and Saidur, R., "The Effect of Geometrical Parameters on Heat Transfer Characteristics of Micro Channels Heat Sink With Different Shapes", *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 37, pp. 1078-1086, 2010.
4. Guo, Y., Zhu, C. Y., Gong, L., and Zhang, Z. B., "Numerical Simulation of Flow Boiling Heat Transfer in Microchannel with Surface Roughness", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 204, pp. 123830, 2023.
5. Sepehrnia, M. and Rahmati, A., "Numerical Investigating the Gas Slip Flow in the Microchannel Heat Sink Using Different Materials", *Challenges in Nano and Micro Scale Science and Technology*, Vol. 6, pp. 44-50, 2018.

## منابع

6. Kumar, R., Singh, G., and Mikielwicz, D., "A New Approach for the Mitigating of Flow Maldistribution in Parallel Microchannel Heat Sink", *Journal of Heat Transfer*, Vol. 140, pp. 072401, 2018.
7. Li, X. Y., Wang, S. L., Wang, X. D., and Wang, T. H., "Selected Porous-Ribs Design for Performance Improvement in Double-Layered Microchannel Heat Sinks", *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 137, pp. 616-626, 2019.
8. Shomali, M. and Rahmati, A., "Numerical Analysis of Gas Flows in A Microchannel Using the Cascaded Lattice Boltzmann Method with Varying Boshanquet Parameter", *Journal of Heat and Mass Transfer Research*, Vol. 7, pp. 25-38, 2020.
9. Wang, S. L., Chen, L. Y., Zhang, B. X., Yang, Y. R., and Wang, X. D., "A New Design of Double-Layered Microchannel Heat Sinks with Wavy Micro Channels and Porous-Ribs", *Journal of Thermal Analysis and Calorimetry*, Vol. 141, pp. 547-558, 2020.
10. Hamidi, E., Ganesan, P., Muniandy, S. V., and Hassan, M. A., "Lattice Boltzmann Method Simulation of Flow and Forced Convective Heat Transfer on 3D Micro X-ray Tomography of Metal

- Foam Heat Sink”, *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 172, pp. 107240, 2022.
11. Keshavarz, M., Habibi, S., and Amini, Y., “Heat Transfer Enhancement in A Microchannel Using Active Vibrating Piezoelectric Vortex Generator”, *Journal of Solid and Fluid Mechanics*, Vol. 12, pp. 191-204, 2023.
  12. Chein, R. and Huang, G., “Analysis of Microchannel Heat Sink Performance Using Nano Fluids”, *Applied Thermal Engineering*, Vol. 25, pp. 3104-3114, 2005.
  13. Darzi, A. R., Farhadi, M., Sedighi, K., Aallahyari, S., and Delavar, M. A., “Turbulent Heat Transfer of Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>-Water Nanofluid Inside Helically Corrugated Tubes: Numerical Study”, *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 41, pp. 68-75, 2013.
  14. Sohel, M., Khaleduzzaman, S., Saidur, R., Hepbasli, A., Sabri, M., and Mahbul, I., “An Experimental Investigation of Heat Transfer Enhancement of a Mini Channel Heat Sink Using Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>-H<sub>2</sub>O Nano Fluid”, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 74, pp. 164-172, 2014.
  15. Ho, C. J., Wei, L., and Li, Z., “An Experimental Investigation of Forced Convective Cooling Performance of A Microchannel Heat Sink with Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> Water Nano Fluid”, *Applied Thermal Engineering*, Vol. 30, pp. 96-103, 2010.
  16. Teimouri, A., Nejati, V., Zahmatkesh, I., and Saleh, S. R., “Numerical Investigation of Two-Phase Nano Fluid Flow in Square Cavity with Inclined Wall Under Different Magnetic Field”, *Journal of Solid and Fluid Mechanics*, Vol. 13, pp. 125-136, 2023.
  17. Ghasemi, S. E., Ranjbar, A., and Hosseini, M., “Thermal and Hydrodynamic Characteristics of Water-Based Suspensions of Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> Nanoparticles in A Novel Mini Channel Heat Sink”, *Journal of Molecular Liquids*, Vol. 230, pp. 550-556, 2017.
  18. Kumar, R., Tiwary, B., and Singh, P. K., “Thermofluidic Analysis of Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>-Water Nano Fluid Cooled Branched Wavy Heat Sink”, *Applied Thermal Engineering*, Vol. 201, pp. 117787, 2022.
  19. Miner, A. and Ghoshal, U., “Cooling of High-Power-Density Micro Devices Using Liquid Metal Coolants”, *Applied Physics Letters*, Vol. 85, pp. 506-508, 2004.
  20. Hodes, M., Zhang, R., Lam, L. S., Wilcoxon, R., and Lower, N., “On the Potential of Galinstan-Based Mini Channel and Mini Gap Cooling”, *IEEE Transactions on Components, Packaging and Manufacturing Technology*, Vol. 4, pp. 46-56, 2013.
  21. Xie, G., Chen, Z., Sunden, B., and Zhang, W., “Numerical Predictions of the Flow and Thermal Performance of Water-Cooled Single-Layer and Double-Layer Wavy Microchannel Heat Sinks”, *Numerical Heat Transfer, Part A: Applications*, Vol. 63, pp. 201-225, 2013.
  22. Zhang, R., Hodes, M., Lower, N., and Wilcoxon, R., “Water-Based Microchannel and Galinstan-Based Mini Channel Cooling Beyond 1 kW/cm<sup>2</sup> Heat Flux”, *IEEE Transactions on Components, Packaging and Manufacturing Technology*, Vol. 5, pp. 762-770, 2015.
  23. Wu, T., Wang, L., Tang, Y., Yin, C., and Li, X., “Flow and Heat Transfer Performances of Liquid Metal Based Microchannel Heat Sinks Under High Temperature Conditions”, *Micro Machines*, Vol. 13, pp. 95, 2022.
  24. Shi, X., Li, S., Mu, Y., and Yin, B., “Geometry Parameters Optimization for A Microchannel Heat Sink with Secondary Flow Channel”, *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 104, pp. 89-100, 2019.
  25. Wang, T. H., Wu, H. C., Meng, J. H., and Yan, W. M., “Optimization of A Double-Layered Microchannel Heat Sink with Semi-Porous-Ribs by Multi-Objective Genetic Algorithm”, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 149, pp. 119217, 2020.
  26. Hajmohammadi, M., Gholamrezaie, S., Ahmadpour, A., and Mansoori, Z., “Effects of Applying Uniform and Non-Uniform External Magnetic Fields on the Optimal Design of Microchannel Heat Sinks”, *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 186, pp. 105886, 2020.
  27. Abadeh, A., Sardarabadi, M., Abedi, M., Pourramezan, M., Passandideh-Fard, M., and Maghrebi, M. J., “Experimental Characterization of Magnetic Field Effects on Heat Transfer Coefficient and Pressure Drop for a Ferrofluid Flow in A Circular Tube”, *Journal of Molecular Liquids*, Vol. 299, pp. 112206, 2020.
  28. Li, P., Guo, D., and Huang, X., “Heat Transfer Enhancement in Microchannel Heat Sinks with Dual Split-Cylinder and Its Intelligent Algorithm Based Fast Optimization”, *Applied Thermal Engineering*, Vol. 171, pp. 115060, 2020.
  29. Hunt, J., “Magneto Hydrodynamic Flow in Rectangular Ducts”, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 21, pp. 577-590, 1965.
  30. Hunt, J., and Stewartson, K., “Magneto Hydrodynamic Flow in Rectangular Ducts. II”, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 23, pp. 563-581, 1965.
  31. Wang, Z., and Lei, T., “Liquid Metal MHD Effect and Heat Transfer Research in A Rectangular Duct with Micro-Channels under A Magnetic Field”, *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 155, pp. 106411, 2020.