Journal of Computational Methods in Engineering, 2024, 43(1), 1-41; DOI: 10.47176/jcme.43.1.1012

JOURNAL OF COMPUTATIONAL METHODS IN ENGINEERING

Journal of Computational Methods in Engineering

Journal homepage: https://jcme.iut.ac.ir/

ISSN: 2228-7698 EISSN: 2423-5741

Original Article

A review of wavelet theory and its applications in structural and earthquake engineering

Nurollah Majidi, Seyed Mehdi Zandi* and Hossein Tajmir Riahi

Department of Civil Engineering, University of Isfahan, Isfahan, Iran

Abstract: Wavelet transform, as an advanced tool for frequency analysis of waves, has various applications in different fields of engineering. The main characteristic of the wavelet transform, compared to more traditional frequency analysis tools such as the Fourier transform, is its ability to be time-frequency. In other words, by using the wavelet transform, it is possible to obtain the occurrence time of different frequencies in stable and unstable waves. In the last two decades, the use of this tool in structural and earthquake engineering has also extensively expanded. It can be said that this tool is used in structural and earthquake engineering in three main categories of frequency analysis of earthquake waves, damage detection and de-noising. In this article, wavelet theory is first explained in a way related to structural engineering and earthquakes. Then, in the next step, the important studies conducted in each of the mentioned fields are presented separately.

Keywords: Wavelet transform, Mother wavelet functions, Computational costs, Down-sampling, Dynamic analysis.

Received: Sep. 27, 2023; Revised: Nov. 08, 2023; Accepted: Nov. 15, 2023; Published Online: July 23, 2024.

* Corresponding Author: s.m.zandi@eng.ui.ac.ir

How to Cite: Majidi Nurollah, Zandi Seyed Mehdi and Tajmir Riahi Hossein, A review of wavelet theory and its applications in structural and earthquake engineering, Journal of Computational Methods in Engineering; 2024, 43(1), 1-41; DOI: 10.47176/jcme.43.1.1012

Copyright © 2025 Isfahan University of Technology, Published by Isfahan University of Technology press. This work is licensed under a Creative Commons Attribution-Noncommercial 4.0 International license (https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/). Non-commercial uses of the work are permitted, provided the original work is properly cited.

نشریه روش‌های عددی در مهندسی، سال ۴۳، شماره ۱، ۱۴۰۳، ص. ۴۱-۱، DOI: 10.47176/jcme.43.1.1012

نشریه روش‌های عددی در مهندسی
صفحه خانگی نشریه: https://jcme.iut.ac.ir/
شاپا: ۷۶۹۸-۲۲۲۸ شاپا الکترونیکی: ۵۷۴۱-۲۴۲۳

مقاله پژوهشی

مروری بر تئوری موجک و کاربردهای آن در مهندسی سازه و زلزله

نوراله مجیدی ، سید مهدی زندی* و حسین تاجمیر ریاحی

دانشکده‌ی مهندسی عمران و حمل و نقل، دانشگاه اصفهان، اصفهان، ایران

چکیده– تبدیل موجک به عنوان ابزاری پیشرفته برای تحلیل فرکانسی امواج، کاربردهای متنوعی در شاخه‌های مختلف مهندسی دارد. مشخصه‌ی اصلی تبدیل موجک نسبت به ابزار سنتی‌تر تحلیل فرکانسی نظیر تبدیل فوریه، توانایی زمان- فرکانسی بودن آن است. به عبارت دیگر با استفاده از تبدیل موجک می‌توان زمان وقوع فرکانس‌های مختلف را در امواج پایا و ناپایا به دست آورد. در دو دهه‌ی اخیر استفاده از این ابزار در مهندسی سازه و زلزله نیز بسیار گسترش یافته است. می‌توان گفت که از این ابزار در مهندسی سازه و زلزله در سه شاخه‌ی اصلی تحلیل فرکانسی امواج زلزله، تشخیص آسیب و نویززدایی بهره برده می‌شود. در این نوشتار ابتدا تئوری موجک به صورتی مرتبط با مهندسی سازه و زلزله تشریح می‌شود. سپس در گام بعدی مطالعات مهم انجام شده در هر یک از حوزه‌های ذکر شده به تفکیک ارائه شده است.

واژه‌های کلیدی: تبدیل موجک، توابع موجک مادر، هزینه محاسبات، کاهش نمونه‌برداری، تحلیل دینامیکی.

دریافت مقاله: ۱۴۰۲/۰۷/۰۵، بازنگری: ۱۴۰۲/۰۸/۱۷، پذیرش: ۱۴۰۲/۰۸/۲۴، اولین انتشار: ۱۴۰۳/۰۵/۰۱

*: نویسنده مسئول، رایانامه: s.m.zandi@eng.ui.ac.ir

حق انتشار این مستند، متعلق به دانشگاه صنعتی اصفهان است. ۱۴۰۳ ©

این مقاله تحت گواهی زیر منتشر شده و هر نوع استفاده غیرتجاری از آن مشروط بر استناد صحیح به مقاله و با رعایت شرایط مندرج در آدرس زیر مجاز است:
Creative Commons Attribution-Noncommercial 4.0 International license (https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/).

فهرست علائم

A	موج تقریبات	s	مقیاس
CWT	تبدیل موجک پیوسته	S(n)	تابع گسسته در بستر زمان
D	موج جزئیات	STFT	تبدیل فوریه زمان کوتاه
f	فرکانس	t	زمان
h_j	فیلتر بالا گذر	w*	تابع پنجره
i	یکه موهومی	X(f)	سیگنال در حوزه فرکانس
j	شمارنده‌های انتگرال‌گیری	x(t)	سیگنال در حوزه زمان
j_j	فیلتر پایین گذر	τ	انتقال
k	شمارنده‌های انتگرال‌گیری	ψ(t)	تابع موجک یا تابع مادر
n	شمارنده‌های انتگرال‌گیری		

۱-مقدمه

تبدیل‌های ریاضی کاربردهای فراوانی در پردازش و طبقه‌بندی داده‌های مختلف مانند سیگنال‌ها و سری‌های زمانی[1] دارند. به عنوان مثال، با استفاده از تبدیل فوریه می‌توان یک سیگنال را از حوزه زمان به حوزه فرکانس منتقل کرد. نقاط اوج ظاهر شده در نمودار طیف فرکانسی یک سیگنال پس از اعمال تبدیل فوریه، نشان‌دهنده فرکانس‌هایی است که در آن سیگنال غالب هستند. هر چقدر این نقاط اوج بزرگتر و تیزتر باشند، آن فرکانس در سیگنال حضور بیشتر و موثرتری دارد. این تکنیک ساده برای بسیاری از مسائل، عملکرد فوق‌العاده و دقت بسیار بالایی به همراه خواهد داشت. اما قاعده کلی که در مورد تبدیل فوریه وجود دارد این است که تبدیل فوریه تا زمانی که طیف فرکانسی یک سیگنال از لحاظ آماری ایستا[2] باشد، به خوبی عمل خواهد کرد. ایستا بودن طیف فرکانسی به این معنی است که فرکانس‌های ظاهر شده در یک سیگنال، وابسته به زمان نباشند. به عبارت دیگر، اگر یک سیگنال شامل فرکانس X هرتز باشد، این فرکانس باید به صورت برابر در تمام طول سیگنال وجود داشته باشد. در ادامه نشان داده خواهد شد که هرچه یک سیگنال بیشتر غیرایستا یا دینامیک باشد، نتایج به دست آمده از تبدیل فوریه بدتر خواهد بود. پردازش سیگنال‌های غیرایستا معمولا از دشواری بیشتری برخوردار است و برای آنالیز آن‌ها باید از تکنیک‌ها و پیش‌پردازش‌های دیگری استفاده شود. بسیاری از سیگنال‌های واقعی موجود در طبیعت، غیرایستا هستند.

تبدیل موجک[3] یکی از تبدیلات مهم ریاضی است که در حوزه‌های مختلف علوم کاربرد دارد. ایده اصلی تبدیل موجک این است که بر ضعف‌ها و محدودیت‌های موجود در تبدیل فوریه غلبه کند. این تبدیل را بر خلاف تبدیل فوریه، می‌توان در مورد سیگنال‌های غیرایستا و سیستم‌های دینامیک نیز مورد استفاده قرار داد. با این که تبدیل موجک یک ابزار بسیار قدرتمند برای پردازش و طبقه‌بندی سیگنال‌ها و سری‌های زمانی دینامیک محسوب می‌شود، اما هنوز در علم داده به صوررت گسترده مورد استفاده قرار نگرفته و از محبوبیت بالایی برخوردار نیست. احتمالا دلیل این امر، نیاز به داشتن دانش اولیه درباره ریاضیات، تبدیل فوریه و پردازش سیگنال است، تا پس از آن، ریاضیات نهفته در تبدیل موجک به صورت کامل قابل درک باشد. البته بسیاری از مراجع و کتاب‌ها به صورت تئوری تبدیل موجک را مورد بررسی قرار داده‌اند، در حالی که دانش عملی کافی درباره نحوه‌ی استفاده از آن به ندرت مورد بحث قرار گرفته است.

استفاده از تبدیل موجک در مهندسی سازه و زلزله نیز کاربردهای متنوعی دارد. بنابراین در ادامه ابتدا به صورت خلاصه سیری که ابزار ریاضی ساده مانند تبدیل فوریه طی کرده‌اند و در نهایت برای رفع ضعف‌های آن ابزار، تبدیل موجک معرفی شده است با ارائه‌ی مثال‌های ساده بیان می‌شود. در قسمت دوم این مقاله خلاصه‌ای از پردازش سیگنال از تبدیل فوریه شروع می‌شود و سپس در نهایت به تبدیل موجک ختم می‌شود. پس از تشریح تبدیل موجک گسسته و پیوسته، در بخش سوم این مقاله کاربرد آن در مهندسی سازه و زلزله از ابعاد مختلف بررسی می‌شود. هدف از این مقاله ارائه‌ی یک بیان ساده و قابل فهم از تبدیل موجک و در نهایت بررسی مطالعات انجام شده در حوزه‌های مختلف مهندسی سازه و زلزله است.

۲- پردازش سیگنال و تئوری موجک

پیش از آن که مطالعات مربوط به حوزه‌های مختلف استفاده از تبدیل موجک در مهندسی سازه و زلزله ارائه شود، مبانی ریاضی پردازش امواج در حوزه‌ی فرکانس و زمان–فرکانس به طور خلاصه ارائه می‌شود. به این منظور این بخش در آغاز با تبدیل فوریه که ساده‌ترین روش برای پردازش امواج در حوزه‌ی فرکانس است شروع و با تبدیل موجک که یکی از دقیق‌ترین روش‌های پردازش در حوزه‌ی زمان- فرکانس است به پایان می‌رسد.

۲-۱- تبدیل فوریه

در دنیای امروز امواج و سیگنال‌ها نقش بسزایی در شناخت پدیده‌های مختلف دارند. موج‌ها از آن جهت که مقدار زیادی از اطلاعات را با خود حمل می‌کنند نیاز به تحلیل دارند، اما پیدا کردن اطلاعات مربوط به آن‌ها با توجه به پیچیدگی تابع موج‌های طبیعی کار دشواری است. برای به دست آوردن اطلاعات درون سیگنال، اغلب به پردازش آن‌ها پرداخته می‌شود. برای این منظور سیگنال‌های مورد نظر به موج‌هایی با تابعی بسیار ساده‌تر تجزیه می‌شوند. این بدان معنا است که یک موج با تابعی بسیار پیچیده به موج‌های با تابعی بسیار ساده‌تر تبدیل می‌شود تا بتوان اطلاعات درون موج را استخراج کرد. امروزه محققانی که بر روی اطلاعات درون سیگنال‌ها کار می‌کنند از ابزارهای مختلفی برای تحلیل سیگنال‌ها استفاده می‌کنند. می‌توان گفت که تبدیل فوریه از شناخته‌شده‌ترین ابزار برای تحلیل امواج است. با استفاده از تبدیل فوریه یک موج با تابعی پیچیده بر حسب مؤلفه‌های سینوسی و کسینوسی تشکیل‌دهنده‌ی موج مورد نظر نمایش داده می‌شود. با استفاده از رابطه‌ی ۱ تبدیل فوریه‌ی سریع برای یک سیگنال به دست می‌آید [۱ و ۲].

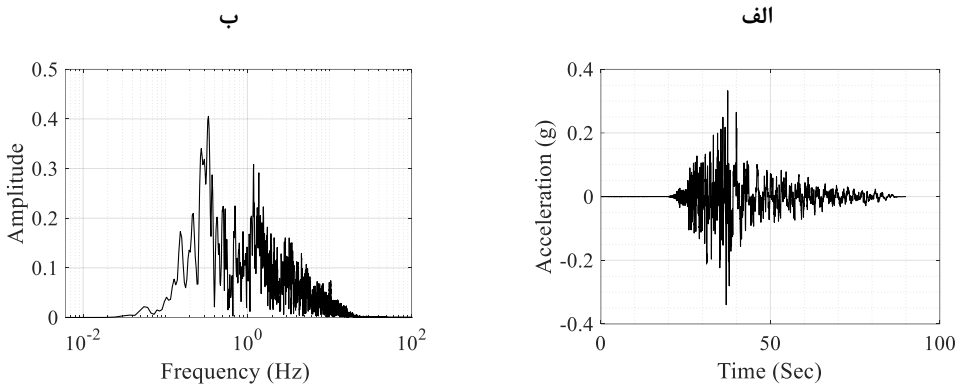
$$X(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t).e^{-2i\pi ft}\, dt,\ i = \sqrt{-1} \qquad (۱\text{–الف})$$

$$x(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} X(f).e^{2i\pi ft}\, df \qquad (۱\text{–ب})$$

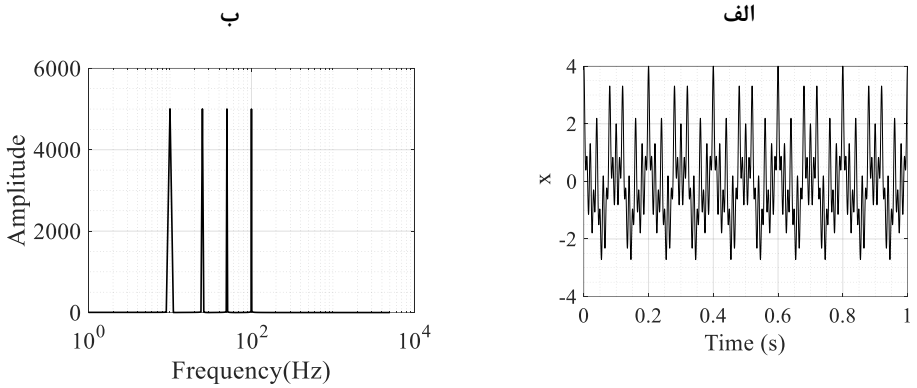
براساس رابطه‌ی ۱، تبدیل فوریه و معکوس آن برای موج x نشان داده شده است. x سیگنال مورد نظر در حوزه‌ی زمان و X تبدیل فوریه‌ی آن و در بستر فرکانس است. در این رابطه پارامترهای f و t به ترتیب زمان و فرکانس هستند. همچنین i بیانگر یکه‌ی موهومی است. روابط ۱– الف و ۱– ب به ترتیب نشان‌دهنده‌ی تبدیل فوریه و عکس تبدیل فوریه هستند. به عنوان مثال در شکل ۱ تبدیل فوریه‌ی یک موج زلزله نشان داده شده است. مطابق رابطه‌ی ۱ موج x در یک عبارت نمایی با فرکانسی خاص ضرب می‌شود و در نهایت در همه‌ی زمان‌ها با هم جمع می‌شود. همچنین عبارت نمایی درون رابطه‌ی ۱ را می‌توان به صورت رابطه‌ی ۲ نوشت.

$$e^{2i\pi ft} = \cos(2\pi.f.t) + i\sin(2\pi.f.t) \qquad (۲)$$

رابطه‌ی ۲ دارای یک قسمت حقیقی کسینوسی و یک قسمت موهومی سینوسی است. بنابراین با استفاده از تبدیل فوریه، سیگنال اصلی در یک عبارت مختلط ضرب می‌شود. عبارت مختلط مطابق رابطه‌ی ۲ شامل سینوس‌ها و کسینوس‌های فرکانس f است. اگر حاصل جمع طیف فوریه در زمان‌های مختلف برای یک فرکانس مقدار بزرگی باشد، می‌توان گفت



شکل ۱- اعمال تبدیل فوریه‌ی به رکورد زلزله‌ی چی‌چی. الف) شتاب زلزله، ب) طیف فوریه‌ی زلزله



شکل ۲- اعمال تبدیل فوریه به یک موج ایستا. الف) موج ایستا، ب) طیف فوریه‌ی موج

فرکانس f یک جزء طیفی غالب برای سیگنال مورد نظر است. این مطلب بیان می‌کند که این فرکانس قسمت عمده‌ای از سیگنال را تشکیل داده است. همچنین اگر مقدار رابطه‌ی ۱- الف برای یک فرکانس صفر شد، یعنی موج مورد نظر اصلاً دارای فرکانس f نیست. اطلاعاتی که از رابطه‌ی ۱- الف به دست می‌آید مربوط به تمامی زمان‌ها یعنی از منفی بی‌نهایت تا مثبت بی‌نهایت است. این نشان می‌دهد که در هر زمانی فرکانس f رخ داده باشد تأثیر یکسانی در حاصل رابطه‌ی ۱- الف دارد. این خصوصیت از تبدیل فوریه بیانگر این است که چرا تبدیل فوریه برای سیگنال‌هایی که محتوای فرکانسی آن‌ها در طول زمان تغییر می‌کنند (سیگنال‌های غیرایستا)، مناسب نیست. به عبارتی تبدیل فوریه نشانگر وجود و یا عدم وجود یک فرکانس در سیگنال است. از این رو می‌توان گفت که تبدیل فوریه اطلاعاتی در مورد زمان وقوع فرکانس نمی‌دهد. در شکل ۱ تبدیل فوریه‌ی موج زلزله‌ی چی‌چی[4] نشان داده شده است.

همان‌طور که در شکل ۱ مشاهده می‌شود، در تبدیل فوریه‌ی موج زلزله‌ی چی‌چی، اطلاعات مربوط به زمان از بین می‌رود. به عبارت دیگر مطابق شکل ۱ مشاهده می‌شود که فرکانس غالب موج زلزله‌ی چی‌چی ۰/۱۱۶۷ هرتز است در حالی که زمان وقوع این فرکانس از تبدیل فوریه‌ی آن مشخص نیست. این موضوع از آن جهت حائز اهمیت است که در اغلب موج‌های درون طبیعت، فرکانس‌های درون موج در تمام طول موج تکرار نشده‌اند. یعنی ممکن است یک فرکانس در یک بازه‌ی زمانی موجود باشد و در یک بازه‌ی زمانی از بین برود. پس می‌توان گفت که تبدیل فوریه برای موج‌هایی کاربرد دارد که ایستا هستند. به طور مثال اگر تابع موج ارائه شده در رابطه‌ی ۳ در نظر گرفته شود، می‌توان دریافت که فرکانس‌های ۱۰، ۲۵،

۵۰ و ۱۰۰ هرتز در تمام طول موج وجود دارند.

$$x(t)=\cos(2\pi 10t)+\cos(2\pi 25t)+\cos(2\pi 50t)+\cos(2\pi 100t) \quad (۳)$$

حال اگر طیف فوریه‌ی این موج رسم شود، این طیف باید دارای ٤ نقطه اوج باشد. مطابق شکل ۲ مشاهده می‌شود که طیف فوریه‌ی رسم شده برای این موج دارای تنها چهار نقطه اوج است.

حال یک سیگنال غیرایستا مطابق رابطه‌ی ٤ در نظر گرفته می‌شود. همان‌طور که مشاهده می‌شود فرکانس‌های موجود در این موج نیز مشابه رابطه‌ی ۳ است با این تفاوت که در موج رابطه‌ی ٤، فرکانس‌های مختلف در زمان‌های مختلف ایجاد شده است.

$$x(t)=\begin{cases}\cos(2\pi 10t)+\cos(2\pi 25t) & 0<t\le 0.2\\ \cos(2\pi 10t)+\cos(2\pi 50t) & 0.2<t\le 0.4\\ \cos(2\pi 10t)+\cos(2\pi 100t) & 0.4<t\le 0.9\\ \cos(2\pi 10t)+\cos(2\pi 100t) & 0.9<t\le 1\end{cases} \quad (٤)$$

انتظار می‌رود که تبدیل فوریه‌ی این موج مطابق تبدیل فوریه‌ی موج مربوط به رابطه‌ی ۳ شود. در شکل ۳ منحنی موج مربوط به رابطه‌ی ٤ و همچنین طیف فوریه‌ی مربوط به آن رسم شده است. مشاهده می‌شود که علاوه بر ٤ قله اصلی که مربوط به محتوای فرکانسی موج است، قله‌های کوتاهی نیز در بین هر دو قله وجود دارد که این نویزها نشان‌دهنده‌ی آن است که این فرکانس‌ها هم در سیگنال وجود دارد. البته مقادیر این قله‌ها بسیار پایین بوده و دلیل پیدایش آن‌ها هم تغییرات ناگهانی بین فرکانس‌های مختلف است.

تا اینجا نشان داده شد که تبدیل فوریه توانایی مشخص کردن تفاوت بین دو سیگنال مربوط به دو رابطه‌ی ۳ و ٤ را ندارد. از طرفی نشان داده شد که در حالتی که موج مورد نظر دارای حالت ایستا نباشد محتوای فرکانسی به دست آمده از تبدیل فوریه دارای نویزهایی است که ایجاد خطا می‌کند. این بدان معنا است که در موج‌های غیرایستا فرکانس‌هایی به عنوان محتوای فرکانسی موج ارائه می‌شود که اصلاً در موج وجود ندارند. پس می‌توان نتیجه گرفت که تبدیل فوریه ابزار کاملاً مناسبی برای تحلیل موج‌های غیرایستا نظیر موج زلزله که در طول زمان محتوای فرکانسی آن‌ها تغییر می‌کند، نیست. ولی در موج‌هایی که دارای محتوای فرکانسی ثابت در زمان هستند این تبدیل دارای عملکرد مناسبی است.

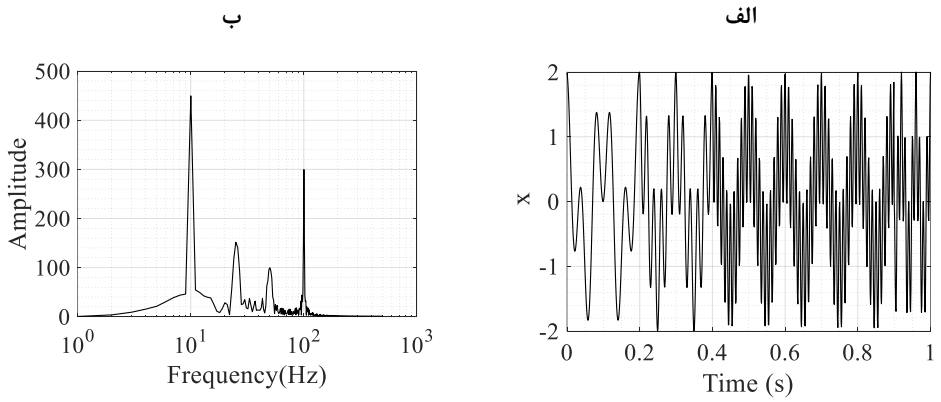
۲-۲- تبدیل فوریه زمان کوتاه (STFT)[۵]

خصوصیتی که در تبدیل فوریه ایجاد مشکل می‌کرد، عملکرد نامناسب آن در موج‌های غیرایستا بود. برای برطرف کردن این مشکل، گیبور [۳] یک روش تحت عنوان تبدیل فوریه‌ی زمان-کوتاه ارائه کرد. بر اساس این روش می‌توان در بازه‌های کوتاه زمانی، سیگنال غیرایستا را ایستا در نظر گرفت. در این روش محتوای فرکانسی یک موج به صورت قسمت به قسمت بررسی می‌شود. عرض پنجره بستگی به سیگنال مورد نظر دارد. در این روش عرض پنجره را به اندازه‌ای می‌توان کوچک در نظر گرفت که قسمتی از موج که در آن واقع می‌شود، واقعاً ایستا باشد. تفاوت اصلی تبدیل فوریه با تبدیل فوریه‌ی زمان کوتاه در این است که در تبدیل فوریه، محتوای فرکانسی کل موج به صورت پیوسته و بدون در نظر گرفتن بعد زمان بررسی می‌شود اما در تبدیل فوریه‌ی زمان کوتاه، موج مورد نظر به صورت دوره‌هایی کوتاه متناسب با طول پنجره مورد بررسی قرار می‌گیرد. رابطه‌ی ۵ بیان‌گر تبدیل فوریه‌ی زمان کوتاه است [۲ و ٤].

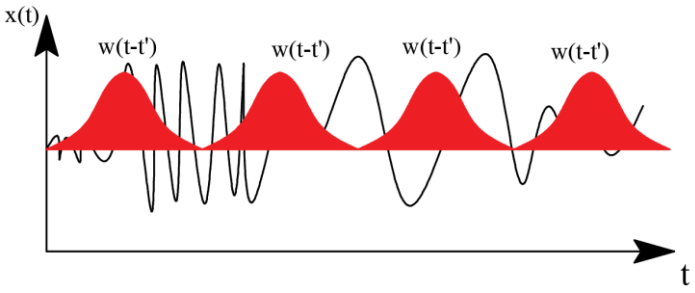
$$STFT_x^{(w)}(t',f)=\int_t [x(t).w^*(t-t')].e^{-i2\pi ft}dt \quad (۵)$$

در رابطه ۵، x(t) تابع موج مورد نظر، w*(t) تابع پنجره و * بیانگر مزدوج مختلط آن است. مطابق رابطه‌ی ۵، STFT همان حاصل‌ضرب تبدیل فوریه‌ی موج در تابع پنجره است. بر اساس این رابطه برای هر t' و f یک سری ضرایب تبدیل فوریه‌ی زمان کوتاه محاسبه می‌شود. در شکل ٤ نحوه‌ی عملکرد تبدیل فوریه‌ی زمان کوتاه نشان داده شده است.

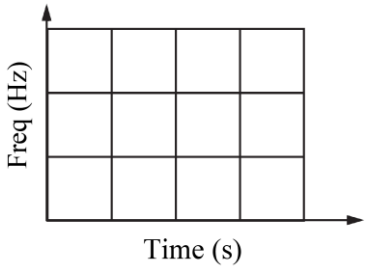
تبدیل فوریه‌ی زمان‌کوتاه برای اولین بار بین بعد زمانی و فرکانسی موج ارتباط برقرار کرد. با این روش می‌توان بعد از پردازش سیگنال مشخص کرد که فرکانس‌های درون سیگنال در



شکل ۳- اعمال تبدیل فوریه به یک موج غیرایستا. الف) موج غیرایستا، ب) طیف فوریه‌ی موج



شکل ٤- نحوه‌ی اعمال پنجره‌ی w(t-t') روی موج x(t)



شکل ٥- پنجره‌ها در تبدیل فوریه‌ی زمان‌کوتاه

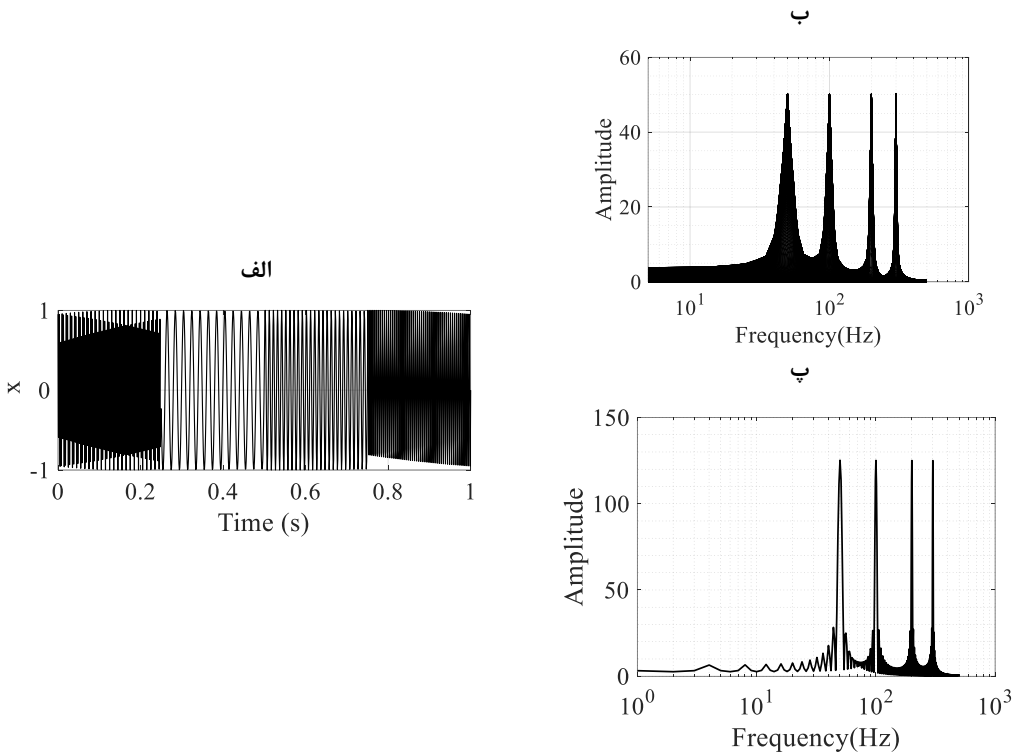
چه زمان‌هایی رخ داده است. باید در این روش به این نکته توجه کرد که دقت دستیابی به اطلاعات به میزان زیادی به اندازه‌ی پنجره وابسته است. مطابق شکل ٥ در این روش عرض پنجره برای همه‌ی فرکانس‌ها، در طول زمانی که موج رخ داده است ثابت است.

در ادامه یک مثال برای تبدیل فوریه‌ی کوتاه ارائه می‌شود. به عنوان مثال، تابع ارائه شده در رابطه‌ی ٦ بررسی می‌شود. همان‌طور که مشاهده می‌شود این تابع یک موج غیرایستا است که فرکانس‌ها در طول زمان تغییر می‌کند. مطابق رابطه‌ی ٦ این موج شامل ٤ فرکانس می‌شود. این فرکانس‌ها ٥٠، ١٠٠، ٢٠٠ و ٣٠٠ هرتز هستند.

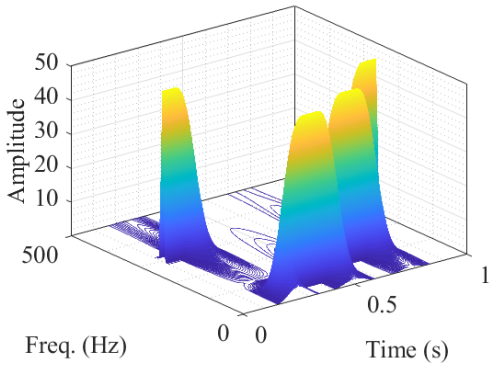
$$x(t)=\begin{cases}\sin(2\pi 300t) & 0<t\le 0.25\\ \sin(2\pi 50t) & 0.25<t\le 0.50\\ \sin(2\pi 100t) & 0.5<t\le 0.75\\ \sin(2\pi 200t) & 0.75<t\le 1\end{cases} \quad (٦)$$

در ابتدا به کمک تبدیل فوریه و تبدیل فوریه‌ی زمان کوتاه، منحنی این موج در حوزه‌ی فرکانس به دست می‌آید. مطابق شکل ٦ مشاهده می‌شود که ٤ قله‌ی اصلی در روش تبدیل فوریه‌ی کوتاه و تبدیل فوریه مشابه هم هستند.

مطابق آنچه در شکل ٦ نشان داده شد، دقت تبدیل فوریه‌ی



شکل ٦- مقایسه‌ی منحنی بعد فرکانس موج با استفاده از تبدیل فوریه و تبدیل فوریه‌ی زمان کوتاه. الف) موج غیرایستا در حوزه‌ی زمان با دامنه ثابت در زمان، ب) تبدیل فوریه‌ی زمان‌کوتاه، پ) تبدیل فوریه



شکل ۷- تبدیل فوریه زمان‌کوتاه موج مورد نظر

زمان کوتاه در به دست آوردن فرکانس‌های موجود در یک موج مشابه تبدیل فوریه است. اما مطابق آنچه گفته شد با استفاده از تبدیل فوریه‌ی زمان کوتاه می‌توان زمان وقوع فرکانس‌های مختلف را نیز به دست آورد. این قابلیت مهم‌ترین تفاوت STFT با تبدیل فوریه است. مطابق شکل ۷ مشاهده می‌شود که می‌توان زمان وقوع فرکانس‌ها را با استفاده از STFT برای موج تابع ارائه شده در رابطه‌ی ٦ به دست آورد.

در شکل ۷، مقدار دامنه‌ی تبدیل در برابر زمان و فرکانس نشان داده شده است. نکته‌ی حائز اهمیت در این شکل چهار قله‌ی موجود در نمودار است. مشاهده می‌شود که این چهار قله متناسب با محتوای فرکانسی درون موج است. بر خلاف تبدیل فوریه که فقط بعد فرکانسی موج را نشان می‌دهد، تبدیل

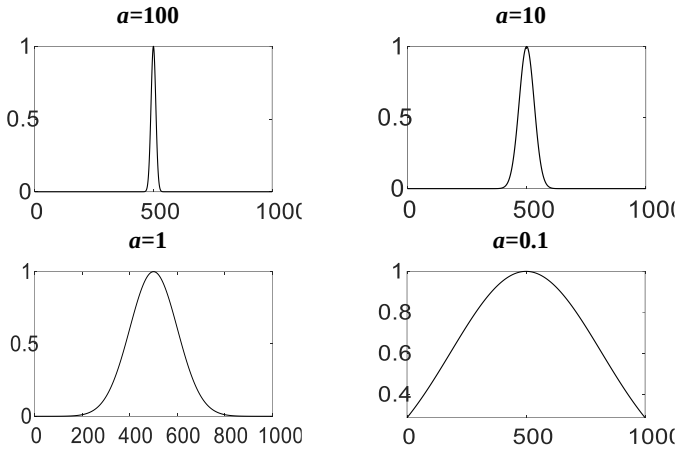
فوریه‌ی زمان کوتاه، زمان وقوع این چهار فرکانس را در بازه‌های زمانی متفاوت بر روی محور زمان نشان می‌دهد. مشکلی که در تبدیل فوریه‌ی زمان کوتاه وجود دارد، مفهومی به نام اصل عدم قطعیت هایزنبرگ است. اصل عدم قطعیت هایزنبرگ مفهومی است که ورنر هایزنبرگ برای تابع موج یک ذره بیان کرد. مطابق این اصل برای یک ذره، دقت در تکانه‌ی حرکت و مکان ذرات در حال حرکت با یکدیگر نسبت عکس دارد. بر همین اساس این رابطه برای دقت اطلاعات زمان–فرکانس یک موج نیز برقرار است [٤ و ٥]. به طور ساده این اصل می‌گوید که نمی‌توان به صورت همزمان نمایش دقیقی از زمان–فرکانس یک موج را به دست آورد. به عبارت دیگر نمی‌توان بیان کرد که چه اجزای فرکانسی در چه زمانی از نمونه‌ی یک موج وجود دارد. آنچه می‌توان بیان کرد این است که هر باند فرکانسی در چه فاصله‌های زمانی وجود دارند. این مشکل خود بحث درجه‌ی تفکیک‌پذیری موج یا رزولوشن را برای تبدیل فوریه‌ی زمان کوتاه به وجود می‌آورد. این مشکل در تبدیل فوریه‌ی زمان‌کوتاه ناشی از عرض تابع پنجره‌ای است که باید استفاده شود. عرض تابع پنجره پارامتری است که به‌عنوان پشتیبانی برای دقت پنجره شناخته می‌شود. به همین دلیل در تبدیل فوریه، مشکل درجه‌ی تفکیک‌پذیری وجود ندارد، چون برای بعد فرکانسی موج دقیقاً مشخص است که چه فرکانس‌هایی در موج وجود دارد. این بدان معنا است که در تبدیل فوریه رزولوشن زمانی صفر است چون هیچ اطلاعاتی در مورد آن‌ها وجود ندارد. آنچه باعث می‌شود که تبدیل فوریه از رزولوشن فرکانسی کاملی برخوردار باشد این است که هسته‌ی آن یک تابع نمایی است که برای تمامی زمان‌ها از منفی بینهایت تا مثبت بینهایت ادامه دارد. این در حالی است که در تبدیل فوریه‌ی پنجره‌ای، تابع پنجره دارای عرضی محدود است و فقط قسمتی از موج مورد نظر را می‌تواند پوشش دهد. این مسئله موجب می‌شود تا رزولوشن فرکانسی کاهش یابد. به عبارت دیگر در تبدیل فوریه‌ی زمان کوتاه اجزای فرکانسی به درستی تشخیص داده نمی‌شوند و فقط باندی از فرکانس‌های موجود به دست می‌آید. در صورتی که در تبدیل فوریه، هسته‌ی نمایی امکان رزولوشن فرکانسی کامل را به دلیل داشتن عرض بی‌نهایت فراهم می‌کند. حال اگر عرض پنجره در تبدیل فوریه‌ی زمان کوتاه بینهایت در نظر گرفته شود، به طور کلی اطلاعات زمانی از دست می‌رود و تبدیل فوریه زمان‌کوتاه با تبدیل فوریه جایگزین می‌شود. از طرفی هرچه پنجره کوچک‌تر باشد، رزولوشن زمانی بهتری حاصل می‌شود. این در حالی است که با این فرض، رزولوشن فرکانسی پائین می‌آید. پس به طور کلی می‌توان گفت که در پنجره با عرض باریک‌تر، رزولوشن زمانی مناسب می‌شود و در پنجره با عرض پهن رزولوشن فرکانسی مناسب می‌شود. در ادامه برای مشخص کردن اهمیت اندازه‌ی پنجره در محاسبات زمان–فرکانس با استفاده از روش تبدیل فوریه‌ی زمان‌کوتاه به بررسی STFT برای موج رابطه‌ی ٦ پرداخته می‌شود. در این راستا از تابع پنجره‌ی گوسی ارائه شده در رابطه‌ی ٧ استفاده می‌شود.

$$w(t) = e^{\frac{-a.t^2}{2}} \qquad (٧)$$

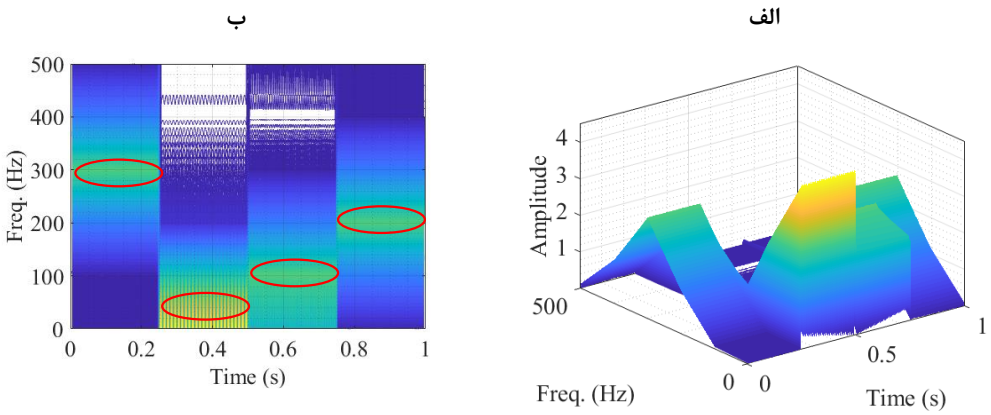
در رابطه‌ی ٧، پارامترهای a و t به ترتیب بیان‌گر عرض پنجره و زمان هستند. در شکل ٨ برای چهار مقدار مختلف a شکل تابع پنجره‌ی گوسی رسم شده است. همان‌طور که گفته شد، اندازه‌ی پنجره در رابطه‌ی ٧ به پارامتر a بستگی دارد.

حال برای نشان دادن تأثیر طول پنجره بر روی رزولوشن زمانی و مکانی به بررسی تبدیل فوریه‌ی زمان‌کوتاه برای رابطه‌ی ٦ پرداخته می‌شود. در این راستا ابتدا برای یک پنجره‌ی باریک، STFT برای تابع مورد نظر محاسبه می‌شود. انتظار می‌رود برای یک پنجره‌ی باریک، رزولوشن زمانی خوب باشد. در شکل ٩ تبدیل فوریه‌ی پنجره‌ای برای باریک‌ترین پنجره ارائه شده است.

مطابق شکل ٩ مشاهده می‌شود که چهار قله در محور زمان از هم جداشده‌اند (در نمای دو بعدی زمان–فرکانس دور قله‌ها با خط قرمز مشخص شده است) و همچنین در بعد فرکانس نیز هر قله نشان‌دهنده‌ی یک باند فرکانسی است. مشاهده می‌شود که در حالتی که عرض پنجره کوچک باشد، جزء فرکانسی نشان داده نمی‌شود بلکه یک باند فرکانسی نشان داده می‌شود.



شکل ۸- تابع پنجره‌ی گوسی برای عرض‌های مختلف



شکل ۹- تبدیل فوریه‌ی پنجره‌ای برای باریک‌ترین پنجره. الف) نمای سه بعدی دامنه- زمان- فرکانس، ب) نمای دو بعدی زمان- فرکانس

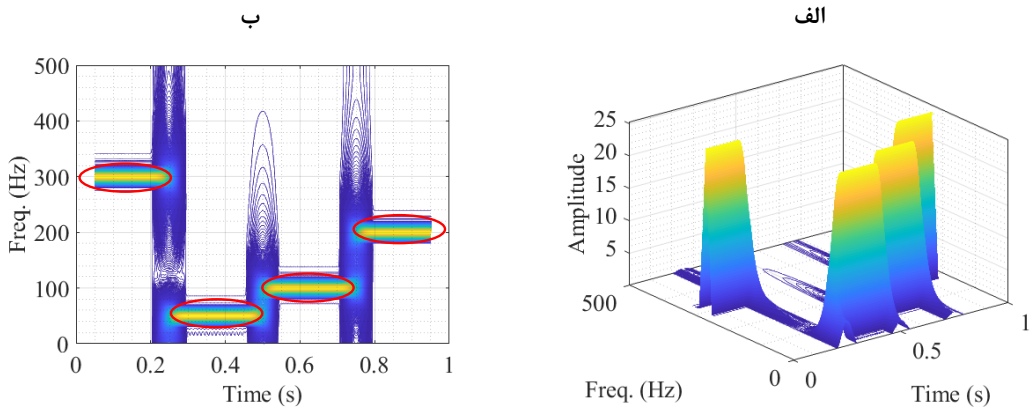
حال اگر طول پنجره نسبت به حالت قبل ۱۰ برابر شود، تبدیل فوریه‌ی زمان کوتاه موج مورد نظر، مطابق شکل ۱۰ می‌شود.

همان‌طور که در شکل ۱۰ مشخص است، در این حالت رزولوشن فرکانسی بسیار بهتر از حالت قبل است. مشاهده می‌شود که در شکل دو بعدی باند فرکانسی رخ داده در زمان‌های مختلف بسیار محدودتر شده است. با این حال در زمان وقوع فرکانس‌ها کمی خطا وارد شده است. حال اگر باز عرض پنجره ۱۰ برابر حالت ارائه شده در شکل ۱۰ شود، نتیجه به صورت شکل ۱۱ می‌شود.

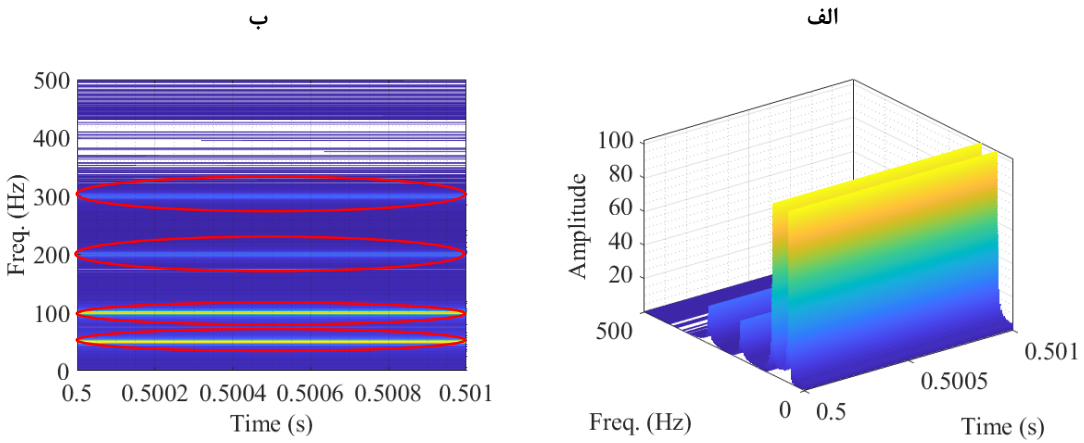
همان‌طور که در شکل ۱۱ مشهود است با پهن شدن خیلی زیاد پنجره، دقت در محاسبه‌ی جزء فرکانسی بسیار افزایش می‌یابد. به صورتی که بر خلاف دو حالت قبل باند فرکانسی نزدیک به جزء فرکانسی می‌شود. اما از طرف دیگر رزولوشن زمانی به شدت پایین می‌آید. تا این قسمت به بررسی جزء فرکانسی در تبدیل فوریه‌ی زمان‌کوتاه پرداخته شد. همان‌طور که نشان داده شد در این روش همیشه این سؤال وجود دارد که عرض پنجره‌ی مناسب چه مقدار است. بنابراین برای حل این مشکل باید از روشی استفاده شود که در طول تحلیل، تکنیک پنجره‌گذاری با پنجره‌هایی با اندازه‌ی متغیر انجام پذیرد. این روش‌ها تحت عنوان تحلیل‌های چند رزولوشنی شناخته می‌شوند.

۲-۳- تحلیل چند رزولوشنی و تبدیل موجک

همان‌طور که در قسمت‌های قبل گفته شد، مشکل رزولوشن



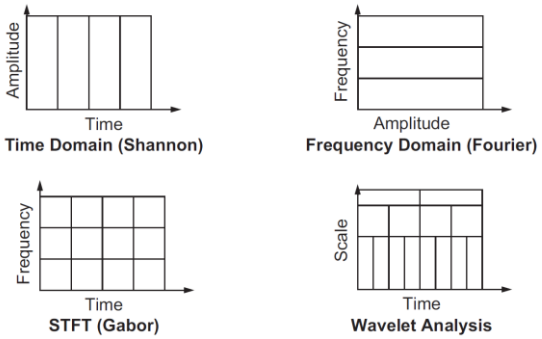
شکل ۱۰- تبدیل فوریه‌ی پنجره‌ای برای پنجره‌ای با عرض بیشتر. الف) نمای سه بعدی دامنه- زمان- فرکانس، ب) نمای دو بعدی زمان- فرکانس



شکل ۱۱- تبدیل فوریه‌ی پنجره‌ای برای پهن‌ترین پنجره. الف) نمای سه بعدی دامنه- زمان- فرکانس، ب) نمای دو بعدی زمان- فرکانس

زمان و فرکانس در اثر یک پدیده‌ی فیزیکی به نام اصل عدم قطعیت هایزنبرگ است. با این حال می‌توان امواج را با رویکردی تحت عنوان تحلیل چند رزولوشنی [۶](MRA) بررسی کرد. بر اساس تحلیل MRA می‌توان سیگنال‌های مختلف را با استفاده از رزولوشن‌های متفاوت تحلیل کرد. در این حالت بر خلاف STFT، همه‌ی فرکانس‌ها با یک عرض ثابت بررسی نمی‌شوند. مطابق این روش، فرکانس‌های بالا دارای رزولوشن زمانی خوب و رزولوشن فرکانسی ضعیف هستند. همچنین فرکانس‌های پایین دارای رزولوشن فرکانسی خوب و رزولوشن زمانی ضعیف هستند. این روش به خصوص برای حالتی عملکرد مناسبی دارد که موج مورد نظر برای فرکانس‌های بالا دارای دوره‌های کوتاه است و برای فرکانس‌های پایین دارای دوره‌های بلند است. این حالت برای اغلب موج‌های درون طبیعت مانند موج زلزله برقرار است. برای انجام تحلیل چند رزولوشنی از تبدیل موجک به جای تبدیل فوریه و تبدیل فوریه‌ی زمان کوتاه استفاده می‌شود. بر این اساس تحلیل موجک اجازه می‌دهد تا موقعی که اطلاعات فرکانس‌های پایین مد نظر است از بازه‌های زمانی طولانی و وقتی اطلاعات فرکانس‌های بالا مد نظر است از بازه‌های زمانی کوچک استفاده شود. در شکل ۱۲ حوزه‌های بررسی برای روش‌های مختلف ارائه شده است.

با توجه به شکل ۱۲ می‌توان دریافت که در حوزه‌ی زمان فقط اطلاعات زمان و دامنه‌ی سیگنال در دسترس است. به عبارت دیگر می‌توان گفت که در این حوزه فقط مشخص است



شکل ۱۲- حوزه‌های مختلف زمان و فرکانس برای روش‌های مختلف [٦]

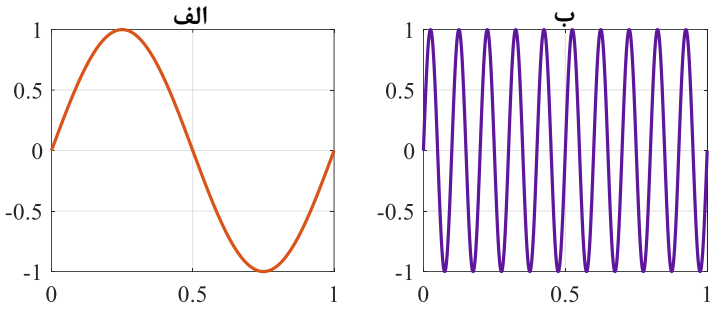
که در هر زمان دامنه‌ی موج چقدر است و دسترسی به اطلاعات فرکانسی وجود ندارد. در حوزه‌ی فرکانس نیز تنها به اطلاعات فرکانسی موج و دامنه‌ی فرکانس دسترسی وجود دارد. در این حوزه نیز تنها می‌توان گفت که فرکانس‌های درون موج چه هستند و دسترسی به اطلاعات زمان وقوع فرکانس‌ها وجود ندارد. در نمایش زمان–فرکانس می‌توان گفت که در محدوده‌ی زمان‌های مختلف چه فرکانس‌هایی وجود دارد. در این نمایش محورهای زمان در همه‌ی فرکانس‌ها به صورت یکنواخت تقسیم می‌شود. تبدیل موجک به جای استفاده از نواحی زمان–فرکانس از مفهومی تحت عنوان زمان–مقیاس استفاده می‌کند. در این روش مقیاس‌های بالا با فرکانس‌های پایین و مقیاس‌های پایین با فرکانس‌های بالا متناسب هستند. قابل ذکر است که رزولوشن فرکانسی در تبدیل موجک در طول زمان متغیر است. به همین سبب است که تبدیل موجک یک روش تحلیل چندرزولوشنی به حساب می‌آید. یکی از مهم‌ترین مزیت‌های تبدیل موجک، انجام آنالیز محلی در آن است. آنالیز محلی نشان‌دهنده‌ی مشخصات یک ناحیه‌ی کوچک از یک موج بزرگ است. به همین سبب تبدیل موجک باعث می‌شود که گسستگی‌ها و یا نویزهای موجود در یک قسمت از موج قابل تشخیص باشد [۱ و ٦].

۲-۳-۱- تبدیل موجک پیوسته (CWT)[۷]

می‌توان گفت که تبدیل موجک پیوسته رویکردی دیگر از STFT برای حل مشکل تفکیک‌پذیری است. بر اساس این روش موج مورد نظر در یک تابع که تابع موجک است ضرب شده و این کار برای قسمت‌های مختلف موج در بعد زمان انجام می‌شود. تبدیل موجک پیوسته با تبدیل فوریه‌ی زمان‌کوتاه یک تفاوت اصلی دارد و آن هم تغییر عرض پنجره به ازای هر جزء طیف است. تبدیل موجک پیوسته بر اساس رابطه‌ی ۸ به دست می‌آید:

$$\mathrm{CWT}_{x}^{\psi}(\tau,s)=\Psi_{x}^{\psi}(\tau,s)=\frac{1}{\sqrt{s}}\int x(t)\psi\left(\frac{t-\tau}{s}\right)dt \qquad (۸)$$

مطابق رابطه‌ی ۸، تبدیل موجک پیوسته تابعی از دو پارامتر τ و s است که به ترتیب بیانگر انتقال و مقیاس هستند. در این رابطه ψ نشان‌دهنده‌ی تابع تبدیل موجک یا تابع مادر است. کلمه‌ی موجک به معنی موج کوچکی است که در طول موج اصلی با طول محدود و مقیاس‌های مختلف حرکت می‌کند. تابع موجک مادر یک نمونه‌ی اولیه است که برای ساخت سایر توابع مقیاس‌شده استفاده می‌شود. در تبدیل موجک انتقال به فرایندی اطلاق می‌شود که تابع موجک در طول موج اصلی حرکت می‌کند. همچنین همان‌طور که گفته شد در تبدیل موجک پارامتر فرکانس وجود ندارد و در عوض پارامتری به نام مقیاس وجود دارد [٤]. پارامتر مقیاس در تبدیل موجک عملکردی مشابه مقیاس در نقشه‌ها دارد. در این تبدیل، مقیاس‌های بالا دید کلی از موج ارائه می‌دهند و فاقد جزئیات هستند. در مقابل آن مقیاس‌های پایین بیانگر یک دید تفصیلی شامل اطلاعات جزئی از موج است. به همین ترتیب می‌توان



شکل ۱۳- مقیاس‌های مختلف یک تابع سینوسی. الف) مقیاس بزرگ، ب) مقیاس کوچک

گفت که فرکانس‌های بالا (مقیاس‌های پایین) نمایانگر اطلاعات جزئی و فرکانس‌های پایین (مقیاس‌های بالا) نمایانگر اطلاعات کلی یک موج هستند. برای نشان دادن این موضوع در شکل ۱۳ یک موج سینوسی برای دو مقیاس مختلف رسم شده است.

مطابق بررسی‌های انجام شده بر روی موج‌های طبیعی عموماً مقیاس‌های پایین (فرکانس‌های بالا) تمام دوره‌ی سیگنال را در بر نمی‌گیرند و به صورت انفجاری در طول مدت کوتاهی از موج ظاهر می‌شوند. در حالی که مقیاس‌های بالا (فرکانس‌های پایین) عموماً کل طول موج را دربرمی‌گیرند. مطابق آنچه نشان داده شد، مقیاس‌های بزرگ‌تر نشان‌دهنده‌ی سیگنال‌های بازشده و مقیاس‌های کوچک‌تر نشان‌دهنده‌ی سیگنال‌های فشرده‌شده هستند. برای درک مفهوم می‌توان گفت که اگر تابع سینوسی اول تابع مادر باشد، توابع دیگر نشان‌داده‌شده در شکل مقیاس‌های آن هستند. مطابق رابطه‌ی ارائه‌شده برای محاسبه‌ی CWT می‌توان دریافت که پارامتر مقیاس در مخرج قرار دارد، در نتیجه $s>1$ موج را باز و $s<1$ موج را فشرده می‌کند.

همان‌طور که گفته شد CWT از ضرب موج مورد نظر در نسخه‌های تابع انتقال یافته و مقیاس شده در همه‌ی زمان‌ها به دست می‌آید. با انجام این کار ضرایب مربوط به محاسبه‌ی CWT که تابعی از مقیاس و انتقال است به دست می‌آید. به طور کلی محاسبه‌ی CWT از ۵ مرحله تشکیل می‌شود:

۱- بر اساس بخش آغازین سیگنال، یک تابع موجک انتخاب می‌شود.

۲- مقدار CWT برای بخش مورد بررسی از موج به دست آید. مقدار CWT بیان‌گر میزان شباهت تابع موجک به موج مورد بررسی است. هر چه مقدار آن بیشتر باشد به معنای شباهت بیشتر است.

۳- تابع موجک مورد نظر از ابتدا تا انتهای موج اصلی جابه‌جا می‌شود و مراحل ۱ و ۲ تکرار می‌شود.

٤- مقیاس تابع موجک را عوض کرده و مراحل ۱ تا ۳ تکرار می‌شود.

۵- برای تمامی مقیاس‌ها، مراحل ۱ تا ٤ تکرار می‌شود.

پس از گذراندن مراحل ۱ تا ۵، در نهایت برای تمام مقیاس‌ها و بخش‌های مختلف موج، ضرایبی وجود دارد. این ضرایب در نتیجه‌ی رگرسیون موج اصلی با تابع موجک به دست آمده است. برای نشان دادن CWT از نمودارهای سه‌بعدی و یا کانتورهای رنگی استفاده می‌شود.

برای شرح آنچه گفته شد، در ادامه به بررسی چند مثال پرداخته می‌شود. اگر $x(t)$ یک موج باشد که قرار است مورد بررسی قرار گیرد، تابع موجک مادر به عنوان یک نمونه برای مقیاس‌های مختلف در نظر گرفته می‌شود. تعداد زیادی تابع موجک مادر وجود دارد. در مثال‌های این بخش از تابع مورلت و کلاه مکزیکی استفاده می‌شود. همیشه شروع محاسبات CWT برای یک موج از $s=1$ می‌شود. سپس این محاسبات برای مقادیر بزرگ‌تر و کوچک‌تر از ۱ انجام می‌شود. مطابق آنچه گفته شد در ابتدا موجک در نقطه‌ی صفر یعنی آغاز سیگنال قرار می‌گیرد. سپس تابع موجک در مقیاس یک در موج مورد نظر ضرب می‌شود و بر روی تمام حاصل‌ضرب‌های موج مورد نظر جمع

(انتگرال‌گیری) انجام می‌شود. در انتها، نتیجه‌ی جمع در $\frac{1}{\sqrt{s}}$ ضرب می‌شود. این ضرب برای نرمال‌سازی انرژی سیگنال است به گونه‌ای که انرژی سیگنال تبدیل شده برای تمامی مقیاس‌ها عددی ثابت باشد. در نهایت مقدار CWT برای نقطه‌ی صفر و مقیاس s=1 محاسبه می‌شود. به عبارت دیگر مقدار CWT به ازای $\tau = 0$ و $s = 1$ محاسبه می‌شود. سپس تابع مورد نظر به اندازه‌ی τ انتقال داده می‌شود و مقدار CWT به ازای $t = \tau$ و $s = 1$ محاسبه می‌شود. این روند تا زمانی که تابع موجک به انتهای سیگنال انتقال پیدا کند، ادامه می‌یابد. تا این مرحله یک سطر از نقاط مقیاس–زمان برای s=1 محاسبه شده است. در مرحله‌ی بعد مقدار مقیاس به اندازه‌ی کمی افزایش می‌یابد. باید توجه شود که در روش CWT مقادیر مربوط به مقیاس و انتقال به صورت پیوسته افزایش می‌یابد. حال در صورتی که این فرایند با استفاده از رایانه انجام شود، باید مقادیر مقیاس و انتقال به یک اندازه‌ی کوچک افزایش یابد. این فرایند برای تمام مقادیر مقیاس تکرار می‌شود به گونه‌ای که به ازای هر مقدار s، یک سطر در حوزه‌ی مقیاس–زمان پر می‌شود. در شکل ١٤ فرایند انتقال برای یک موج زلزله برای یک مقیاس نشان داده شده است.

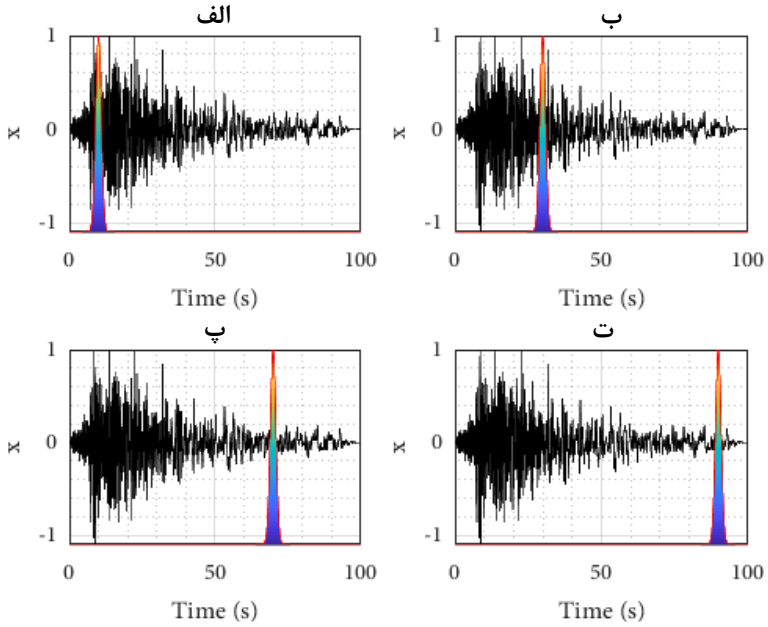
در شکل ١٤ مقدار تبدیل موجک برای یک مقیاس خاص و چهار مقدار انتقال برای یک رکورد زلزله نشان داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، برای محاسبه‌ی CWT در ابتدا از یک مقیاس پایین (فرکانس بالا) استفاده شده است. مطابق شکل ١٤ مشاهده می‌شود که منحنی آبی رنگ که نشان‌دهنده‌ی تابع موجک مادر کلاه مکزیکی است، در چهار نقطه‌ی مجزا از زلزله وارد شده است. این نقاط نشان‌دهنده‌ی $\tau = 10$، $\tau = 30$، $\tau = 70$ و $\tau = 90$ هستند. واضح است که در هر انتقال حاصل ضرب تابع موجک در موج اصلی برای نقاطی که موجک روی آن قرار دارد غیر صفر و برای سایر نقاط صفر است. با استفاده از پارامتر انتقال، موج مورد نظر در طول زمان محلی می‌شود و با استفاده از پارامتر مقیاس، تابع در فرکانس محلی می‌شود. اگر موج مورد نظر دارای یک جزء فرکانس باشد، ضرب تابع موجک معادل آن جزء فرکانسی در موج اصلی عدد بزرگی می‌شود. در مقابل اگر یک جزء فرکانسی درون موج مورد نظر نباشد، عدد تبدیل موجک کوچک و یا نزدیک به صفر می‌شود. برای روشن‌کردن این مسئله به بررسی یک موج ساده‌تر نسب به موج زلزله پرداخته می‌شود. به عنوان نمونه موج شکل ١٥ در نظر گفته می‌شود. این موج به گونه‌ای است که ابتدا و انتهای آن شامل فرکانس‌های بالا است و در قسمت میانی آن موجی با فرکانس پایین وجود دارد.

رابطه‌ی موج ارائه شده در شکل ١٥ به صورت رابطه‌ی ٩ است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، دامنه‌ی موج‌ها در طول زمان تغییر کرده‌است. همچنین در قسمت میانی موج، دو محتوای فرکانسی ٥ و ١٥ هرتز وجود دارد. به طور کلی این موج دارای محتوای فرکانسی ٥، ١٥، ٥٠ و ١٠٠ هرتز است که در آن فرکانس‌های ٥ و ١٥ هرتز دارای دامنه‌ی بیشتری هستند.

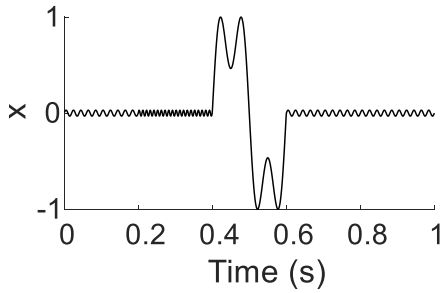
$$x(t)=\begin{cases}\sin(2\pi 50t) & 0<t\le 0.2\\ \sin(2\pi 100t) & 0.2<t\le 0.4\\ 30\sin(2\pi 5t)+15\sin(2\pi 15t) & 0.4<t\le 0.60\\ \sin(2\pi 50t) & 0.6<t\le 1\end{cases} \quad (٩)$$

بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که CWT موج ارائه شده در شکل ١٥ برای حوالی بین ٠/٤ تا ٠/٦ ثانیه برای مقیاس‌های بالا مقداری بزرگ و برای مقیاس‌های پایین دارای مقداری کوچک است. در شکل ١٦ فرایند مربوط به تبدیل موجک برای مقیاس‌های بالا و پایین موج مورد نظر ارائه شده است.

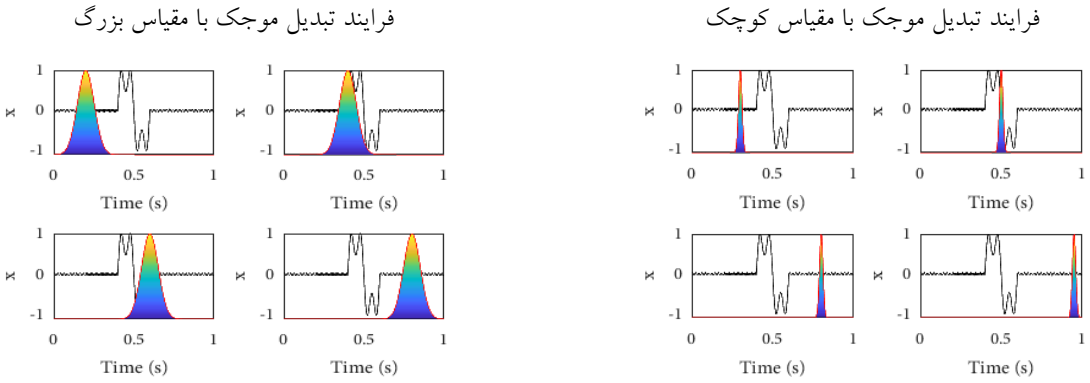
شکل ١٦، فرایند تبدیل موجک را برای دو مقیاس کوچک و بزرگ نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود برای قسمت‌هایی از موج که شامل فرکانس پایین می‌شوند (قسمت میانی موج) تابع موجک با مقیاس بالا پشتیبانی خوبی می‌کند و برای قسمت‌هایی از موج که شامل فرکانس‌های پایین می‌شود، مقیاس‌های پایین موجک پشتیبانی خوبی می‌کنند. در این گونه امواج که دامنه‌ی فرکانس‌های پایین و بالا با هم تفاوت زیادی دارند، تبدیل فوریه‌ی پنجره‌ای از تفکیک‌پذیری مناسبی برخوردار نیست. برای مقایسه در شکل ١٦ تبدیل موجک و تبدیل فوریه‌ی پنجره‌ای برای شکل ١٥ رسم شده‌است.



شکل ١٤- فرایند محاسبه‌ی CWT در یک موج زلزله برای یک مقیاس مشخص. الف) $\tau=10$، ب) $\tau=30$ پ) $\tau=70$، ت) $\tau=90$

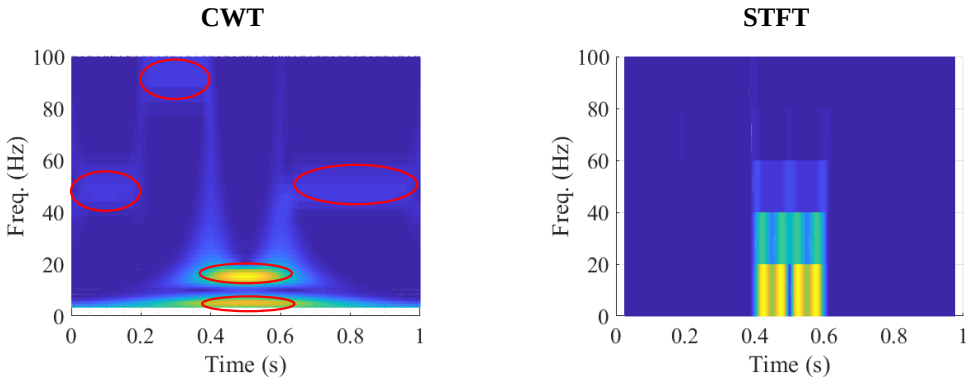


شکل ١٥- منحنی یک موج غیرایستا با دامنه‌ی متغیر در زمان

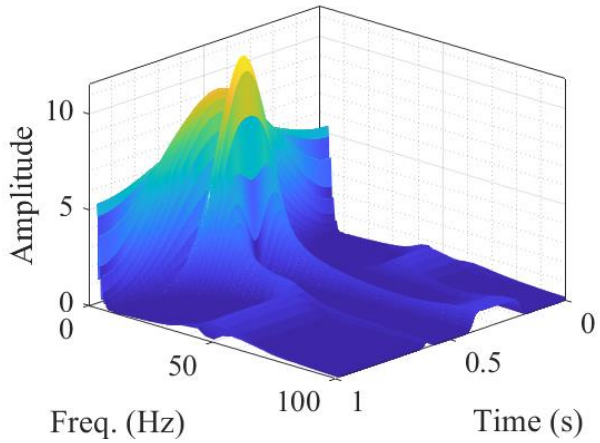


شکل ١٦- فرایند تبدیل موجک برای دو مقیاس بزرگ و کوچک

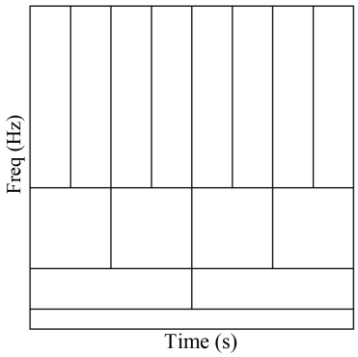
مطابق شکلی که ارائه شد مشخص می‌شود که تبدیل موجک بسیار کارکرد بهتری نسبت به STFT دارد. توجه شود که



شکل ۱۷- مقایسه‌ی تبدیل موجک و تبدیل فوریه‌ی زمان کوتاه برای یک موج غیرایستا با دامنه‌ی متغیر در زمان



شکل ۱۸- تبدیل موجک پیوسته در فضای سه‌بعدی دامنه- زمان- فرکانس



شکل ۱۹- رزولوشن‌های زمانی و فرکانسی برای تبدیل موجک

چگونه تحلیل چند رزولوشنی می‌تواند دقت در محاسبات را افزایش دهد. مطابق شکل ۱۷، مشاهده می‌شود که برای هر زمان و فرکانس یک نقطه‌ی CWT به دست می‌آید. در شکل ۱۸ تبدیل CWT بالا برای موج مورد نظر در فضای ۳ بعدی رسم شده است. شکل ۱۰ تبدیل موجک پیوسته در فضای سه بعدی برای تابع موج مربوط به رابطه‌ی ۹ است. همان‌طور که مشاهده می‌شود در این روش زمان وقوع فرکانس به خوبی نشان داده شده است. این در حالی است که روش STFT نتایج مناسبی برای تحلیل این موج ارائه نمی‌کرد. مشاهده می‌شود که محتوای فرکانسی موج که ۵، ۱۵، ۵۰ و ۱۰۰ هرتز بود به خوبی

روی نمودار CWT نشان داده شده‌است. دلیل عملکرد مناسب CWT نسبت به STFT در این موج، درجه تفکیک‌پذیری آن در تمام زمان‌ها و فرکانس‌ها است. غالباً برای شرح تفکیک‌پذیری زمانی و فرکانسی در تبدیل موجک از شکل ۱۹ استفاده می‌شود.

در شکل ۱۹ باید توجه داشت که طول و عرض چهارضلعی‌ها باهم متفاوت ولی مساحت آن‌ها ثابت است. این بدان معنا است که هر چهارضلعی، یک قسمت مساوی از صفحه‌ی زمان-فرکانس را نشان می‌دهد. مطابق شکل می‌توان دریافت که در فرکانس‌های پایین ارتفاع چهارضلعی کمتر است (رزولوشن فرکانسی بهتر) ولی عرض آن بیشتر است (رزولوشن زمانی ضعیف). همچنین در فرکانس‌های بالا مشاهده می‌شود که عرض چهارضلعی کم و ارتفاع آن زیاد است که به ترتیب بیان‌گر رزولوشن زمانی خوب و رزولوشن فرکانسی ضعیف است. صرف نظر از ابعاد هر چهار ضلعی، مساحت هر چهار ضلعی در تبدیل موجک با معادل آن در STFT برابر است. تنها تفاوت در این است که ابعاد چهار ضلعی‌ها در STFT برابر هستند [٤].

۲-۳-۲- تبدیل موجک گسسته (DWT[۸])

تبدیل موجک توسط سه پارامتر زمان، مقیاس و انتقال می‌تواند گسسته یا پیوسته باشد. از طرفی برای امواج گسسته در زمان نیز می‌توان از تبدیل موجک پیوسته استفاده کرد. در حالتی که از تبدیل موجک پیوسته برای امواج گسسته استفاده شود، دو پارامتر مقیاس و انتقال پیوسته هستند. همچنین در صورتی که پارامترهای مقیاس و انتقال، گسسته در نظر گرفته شوند، تبدیل موجک گسسته به حساب می‌آید. گسسته‌سازی امواج و انتگرال‌گیری‌های تبدیل موجک پیوسته، امکان محاسبه‌ی آن توسط رایانه‌ها را فراهم می‌کند. ولی این مفهوم بیان‌گر تبدیل موجک گسسته نیست. پیدایش DWT یا تبدیل موجک گسسته به سال ۱۹۷٦ برمی‌گردد [٤]. محققین روشی بر مبنای روش کدگذاری subband با نام کدگذاری هرمی تعریف کردند. در این روش، موج مورد نظر از یک سری فیلتر بالاگذر برای به دست آوردن فرکانس‌های بالا و از یک سری فیلتر پایین‌گذر برای به دست آوردن فرکانس‌های پایین عبور می‌کند. با توجه به این‌که ضرایب DWT اغلب روی شبکه‌های دوتایی از CWT نمونه‌برداری می‌شوند، بنابراین در این حالت $s_0 = 2$ و $\tau_0 = 1$ است که با استفاده از روابط پیشین می‌توان گفت که پارامترهای مقیاس و انتقال به ترتیب برابر $s = 2^j$ و $\tau = k \times 2^j$ است. فرایند عبور موج مورد نظر از فیلتر پایین‌گذر HALF BAND با پاسخ ضربه‌ی h(n) آغاز می‌شود. عملیات کانولوشن در زمان مطابق رابطه‌ی ۱۰ تعریف می‌شود.

$$x[n] \times h[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k] \times h[n-k] \qquad (۱۰)$$

یک فیلتر پایین‌گذر HALF BAND تمام فرکانس‌های بزرگ‌تر از نصف بیشینه فرکانس موج را حذف می‌کند. به عنوان نمونه اگر بیشینه فرکانس یک موج ۱۰۰۰ هرتز باشد، فیلتر پایین‌گذر HALF BAND تمام فرکانس‌های بیشتر از ۵۰۰ هرتز را حذف می‌کند. همان‌طور که گفته شد بهترین نرخ نمونه‌برداری مربوط به فرکانس نایکوئیست موج است. به عنوان مثال اگر حداکثر فرکانس نمونه‌برداری 2π رادیان باشد، در این صورت می‌توان گفت که فرکانس حداکثر موج π رادیان بوده است. بعد از این مرحله، نیمی از نمونه‌ها بر طبق قانون نایکوئیست حذف می‌شوند. در نهایت موجی که دارای حداکثر فرکانس π رادیان بود به موج با حداکثر فرکانس $\pi/2$ رادیان تبدیل می‌شود. به طور کلی با استفاده از فیلتر پایین‌گذر رزولوشن نصف می‌شود، در حالی‌که مقیاس بدون تغییر باقی می‌ماند. بر همین اساس DWT برای یک موج با استفاده از روش HALF BAND، موج را به دو قسمت تقسیم می‌کند. با استفاده از تبدیل موجک گسسته می‌توان امواج را به صورت دنباله‌ای از فیلترهای پایین‌گذر و بالاگذر تقسیم کرد. در عمل تبدیل موجک گسسته به صورت یک بانک فیلتری پیاده‌سازی می‌شود. بدین معنی که به صورت دنباله‌ای از فیلترهای پایین‌گذر و بالاگذر عمل می‌کند. مطابق شکل ۲۰،

برای سیگنال S که در این پژوهش موج شتاب‌نگاشت زلزله است، تعداد نقاط برابر N فرض شده است. موج S با استفاده از تبدیل موجک به دو موج بالاگذر (D1) و پایین‌گذر (A1) تبدیل می‌شود. موج بالاگذر نشان‌دهنده‌ی موج جزئیات و موج پایین‌گذر نشان‌دهنده‌ی موج تقریبات است. با توجه به این‌که موج جزئیات شامل فرکانس‌های بالای زلزله است می‌توان آن را با در نظر گرفتن تقریبی مناسب حذف کرد. با حذف موج جزئیات یا موج بالاگذر در هر مرحله، تعداد رکوردها یا نقاط گسسته‌ی موج اصلی نصف مرحله قبل می‌شود. بدین ترتیب می‌توان در هر مرحله موج تقریبات را به دو بخش پایین‌گذر و بالاگذر تقسیم کرد و در مرحله بعد، تنها از بخش پایین‌گذر استفاده کرد. در مراجع [۱۳–۷] از این روش به عنوان روشی مناسب برای کاهش گام‌های زمانی رکورد زلزله استفاده شده است. در مطالعات مد نظر در این پژوهش، موج شتاب‌نگاشت تا سه مرحله با استفاده از تبدیل موجک گسسته مطابق روش نشان داده شده در شکل ۲۰ فیلتر می‌شود. با توجه به این‌که موج A به زلزله‌ی اصلی شبیه‌تر است، از این موج به عنوان جایگزین زلزله‌ی اصلی استفاده می‌شود. بنابراین تعداد گام‌های زمانی برای موج‌های A1 تا A3 به ترتیب نصف، یک‌چهارم و یک‌هشتم موج اصلی زلزله است.

بر اساس روش ارائه شده توسط مالات موج‌های A و D با استفاده از روابط (۱۱–۱۶) محاسبه می‌شوند [۱٤].

$$A_j = ap_{j,k} = \sum_n S(n) g_j^*(n-2^j k)$$
$$j = 1, 2, \ldots \quad k = 1, 2, \ldots \qquad (۱۱)$$

$$D_j = de_{j,k} = \sum_n S(n) h_j^*(n-2^j k)$$
$$j = 1, 2, \ldots \quad k = 1, 2, \ldots \qquad (۱۲)$$

$$g_1(n) = g(n) \qquad (۱۳)$$

$$h_1(n) = h(n) \qquad (۱٤)$$

$$g_{j+1}(n) = \sum_k g_j(k) g(n-2k) \qquad (۱۵)$$

$$h_{j+1}(n) = \sum_k h_j(k) g(n-2k) \qquad (۱٦)$$

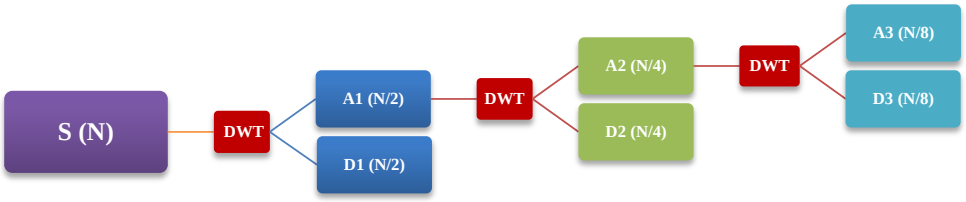
در روابط بالا h_j و g_j به ترتیب نشان‌دهنده‌ی فیلترهای پایین‌گذر و بالاگذر هستند [۱۵]. فیلترهای h_j و g_j با استفاده از روابط (۱۱–۱٦) محاسبه می‌شوند. j، k و n شمارنده‌های انتگرال‌گیری هستند. که k نشان‌دهنده‌ی پارامتر انتقال و j نماینده‌ی پارامتر مقیاس در تبدیل موجک است. همچنین با استفاده از رابطه‌ی ۱۷ می‌توان موج S را در هر مرحله محاسبه کرد.

$$S = A_j + \sum_{i=1}^{j} D_i \quad j = 1, 2, 3, \ldots \qquad (۱۷)$$

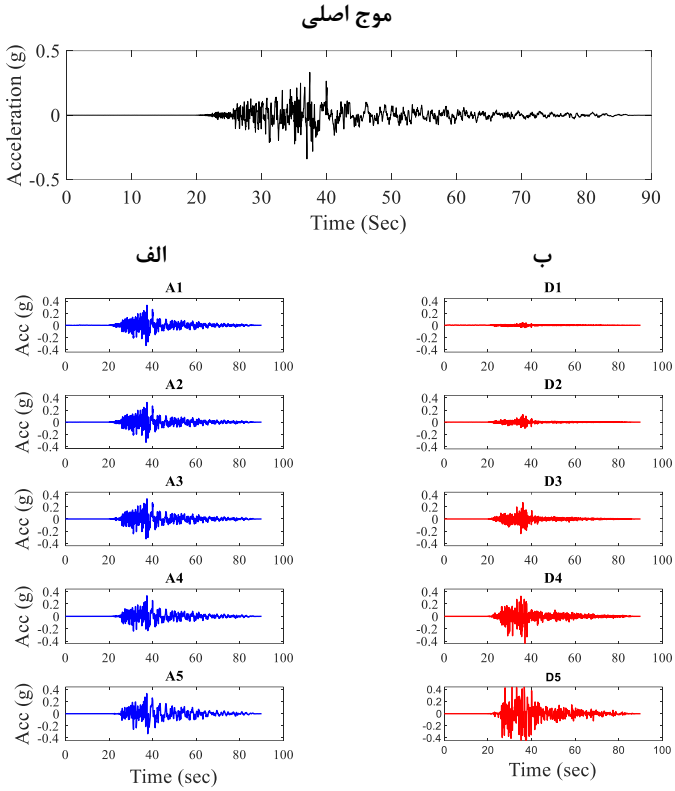
در رابطه‌ی ۱۷، پارامتر j نشان‌دهنده‌ی مرحله‌ی فیلتر است. بنابراین با استفاده از روابط گفته شده در این قسمت، موج تقریبات مورد نیاز با استفاده از تبدیل موجک به دست می‌آید.

برای نشان دادن کارکرد آنچه گفته شد به بررسی کارکرد تبدیل موجک گسسته بر روی رکورد زلزله‌ی چی‌چی پرداخته می‌شود. در این راستا ابتدا موج شتاب زلزله‌ی چی‌چی با استفاده از تبدیل موجک هار تا ۵ مرحله فیلتر می‌شود. تعداد گام‌های زمانی این موج برابر ۱۸۰۰۰ نقطه‌ی ثبت شده است. در هر مرحله از فیلتر یک موج تقریبات و یک موج جزئیات به دست می‌آید. موج تقریبات شامل فرکانس‌های پایین و موج جزئیات شامل فرکانس‌های بالا است. این بدان معنا است که در این موج به طور مثال فرکانس‌های ۰ تا ۵۰ هرتز محتوای فرکانسی آن را دربرمی‌گیرد. حال اگر یک مرحله فیلتر انجام شود، فرکانس‌های تقریبات شامل ۰ تا ۲۵ هرتز می‌شود و فرکانس‌های جزئیات شامل ۲۵ تا ۵۰ هرتز می‌شود. همچنین تعداد نقاط موج‌های تقریبات و جزئیات مرحله‌ی اول هرکدام ۹۰۰۰ نقطه است. همچنین برای مرحله‌ی دوم تا پنجم نیز تعداد نقاط به ترتیب ٤۵۰۰، ۲۲۵۰، ۱۱۲۵ و ۵٦۳ است. در شکل ۲۱ منحنی موج اصلی زلزله و موج‌های تقریبات و جزئیات رسم شده است.

همان‌طور که در شکل ۲۵ مشاهده می‌شود، موج تقریبات هم از نظر ظاهری و هم از نظر دامنه بسیار به موج اصلی زلزله شبیه است. همچنین در ادامه در شکل ۲۲ طیف فوریه‌ی موج



شکل ۲۰- الگوریتم روش موجک

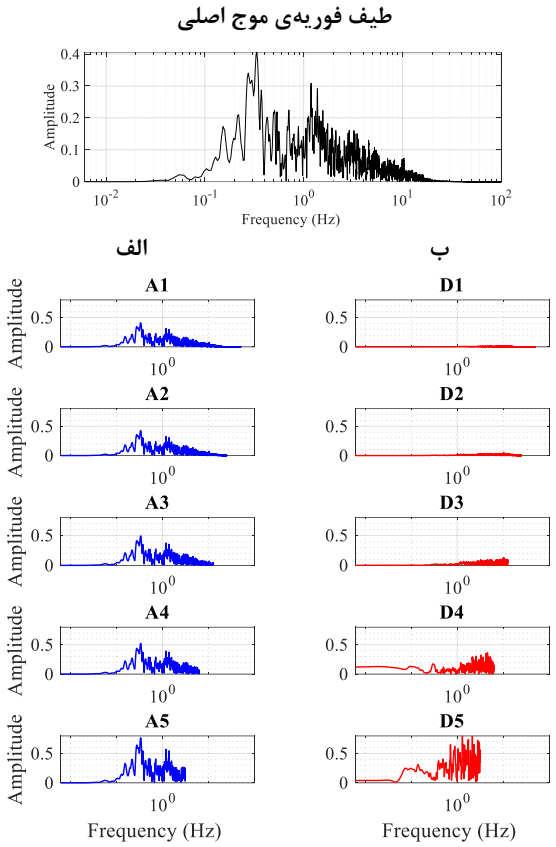


شکل ۲۱- منحنی موج تقریبات و جزئیات زلزله‌ی چی‌چی، الف) موج‌های تقریبات و ب) موج‌های جزئیات

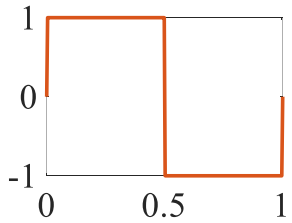
اصلی و موج‌ها تقریبی و جزئی رسم شده است. مشاهده می‌شود که محتوای فرکانسی موج‌های تقریبی به موج اصلی زلزله نزدیک‌تر است. در شکل‌های زیر موج اصلی زلزله فرکانسی بین ۰ تا ۱۰۰ هرتز را پوشش می‌دهد. همچنین موج‌های A1 تا A5 که نماینده‌ی موج‌های تقریبی هستند. به ترتیب فرکانس‌های ۵۰، ۲۵، ۱۲/۵، ۶/۲۵ و ۳/۱۲۵ هرتز را دربر می‌گیرند. با توجه به این که در سازه‌های معمول پریود غالب سازه عموما کمتر از ۵ ثانیه است، بنابراین پیش‌بینی می‌شود که روش‌های کاهش نمونه‌برداری تا مرحله‌ی سوم فیلتر از منظر فرکانس، تمام فرکانس‌های مودهای مختلف سازه را دربر می‌گیرد.

۲-۳-۳- توابع موجک مادر

براساس روابط ارائه شده برای تبدیل موجک گسسته و پیوسته می‌توان دریافت که در این ابزار ریاضی تابع موجک در روند تحلیل‌های زمان-فرکانسی نقش اساسی دارد. بنابراین در ادامه به تعدادی از توابع مهم و پرکاربرد موجک به صورت مختصر اشاره می‌شود. اولین تابع موجکی که به آن باید اشاره کرد تابع



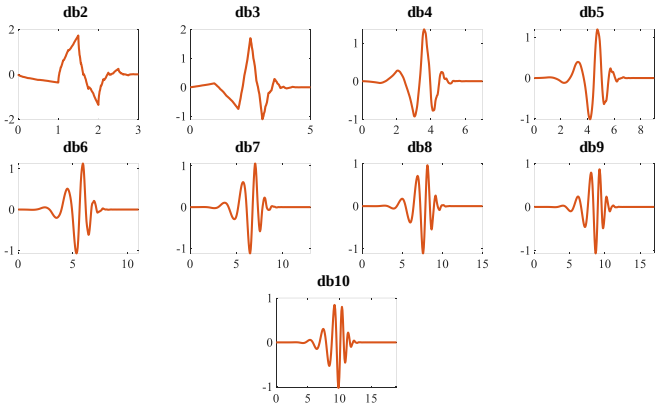
شکل ۲۲- محتوای فرکانسی موج اصلی و موج‌های به‌دست‌آمده از موجک. الف. موج‌های تقریبات و ب. موج‌های جزئیات



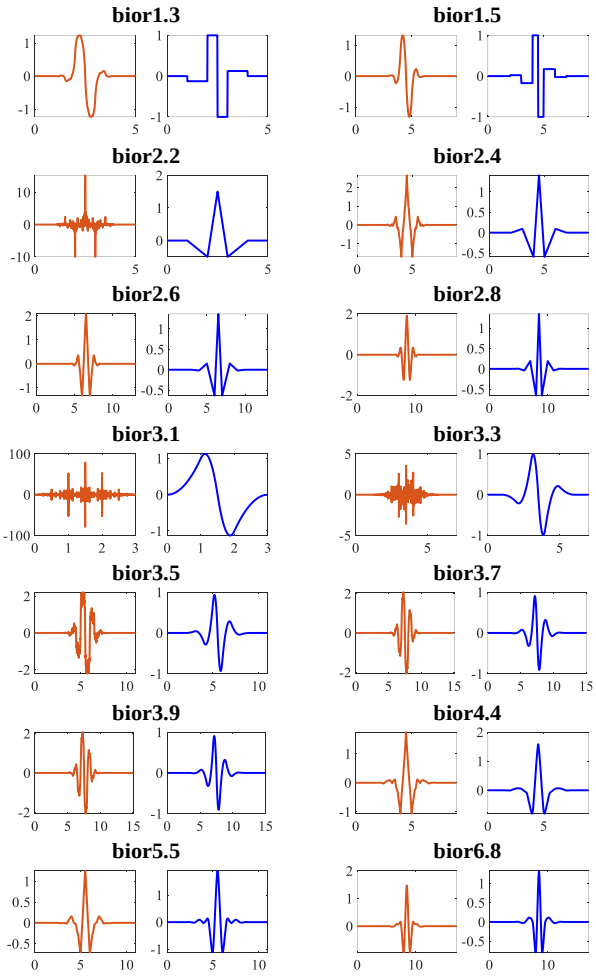
شکل ۲۳- تابع موجک هار

موجک هار[۹] است که اولین و ساده‌ترین تابع موجک بوده است [٦]. این تابع به صورت یک پله است. شکل ۲۳ نشان‌دهنده‌ی تابع هار است. در شکل‌های مربوط به توابع مادر مختلف، محور افقی و قائم وابسته به نوع موج هستند و این محورها می‌توانند مربوط به پارامترهای گوناگونی باشند. بنابراین در شکل‌هایی که در ادامه ارائه می‌شود، محور افقی و قائم عنوان خاصی ندارند. از این تابع موجک در مطالعات زیادی برای کاهش نمونه‌برداری برای تحلیل‌های دینامیکی استفاده شده است [۱۲، ۱۳ و ١٦-۱۸].

دابشیز یکی از بزرگان علمی در خصوص تحقیقات انجام شده در حوزه‌ی موجک است. او توابع متعامد موجک را ابداع کرد و همین ابداع او موجب شد تا تبدیل موجک گسسته به صورت عملی قابل پیاده‌سازی باشد. خانواده‌ی موجک دابشیز[۱۰] به صورت dbN نمایش داده می‌شوند که در این حالت از نمایش، N نشانگر مرتبه‌ی موجک و db مخفف دابشیز است. همچنین باید اشاره کرد که db1 همان تابع موجک هار است. در شکل ٢٤، ۹ عضو دیگر این مجموعه نشان داده شده است [۱۹].



شکل ۲۴- توابع موجک دابشیز



شکل ۲۵- توابع موجک دومتعامد

توابع دومتعامد به دلیل داشتن خصوصیات خوب در مورد پیدا کردن ضرایب موجک، می‌توانند توابع پایه‌ی مناسبی باشند. این توابع برای بازسازی تصویر و سیگنال از عملکرد بسیار مناسبی برخوردار هستند. از این رو در این توابع برای تجزیه‌ی موج، یک تابع موجک و برای بازسازی موج، یک تابع موجک دیگر ارائه می‌شود. در ادامه در شکل ۲۵ چند نمونه از این توابع ارائه

شده است. برای هر تابع، موجک سمت چپ برای تجزیه و موجک سمت راست برای بازسازی است [٦]. پیش از این، توابع موجک دومتعامد در زمینه‌ی ساخت زلزله‌های مصنوعی، تشخیص آسیب و تحلیل فرکانس امواج زلزله استفاده شده است [٢٤-٢٠].

۳- کاربرد تبدیل موجک در مهندسی سازه و زلزله

در این بخش به بررسی تئوری موجک و پژوهش‌های مرتبط با این تئوری در مهندسی سازه و زلزله پرداخته می‌شود.به طور کلی می‌توان گفت حوزه‌های مورد بررسی در مهندسی سازه و زلزله با استفاده از تبدیل موجک به سه حوزه‌ی کلی تقسیم می‌شود.

۱- حوزه‌ی مربوط به پردازش سیگنال زلزله برای بررسی خصوصیات فرکانسی و یا ساخت زلزله‌های مصنوعی: در این حوزه اغلب از تبدیل موجک پیوسته و تبدیل موجک بسته‌ای استفاده می‌شود. به گونه‌ای که با به دست آوردن زمان وقوع فرکانس‌ها و یا با تقسیم‌بندی فرکانسی امواج در بسته‌های فرکانسی مختلف، موج مورد نظر تجزیه شده و مورد بررسی قرار می‌گیرد. در این پژوهش‌ها اغلب تمرکز بر روی مطالعه‌ی زمان فرکانس امواج زلزله است.

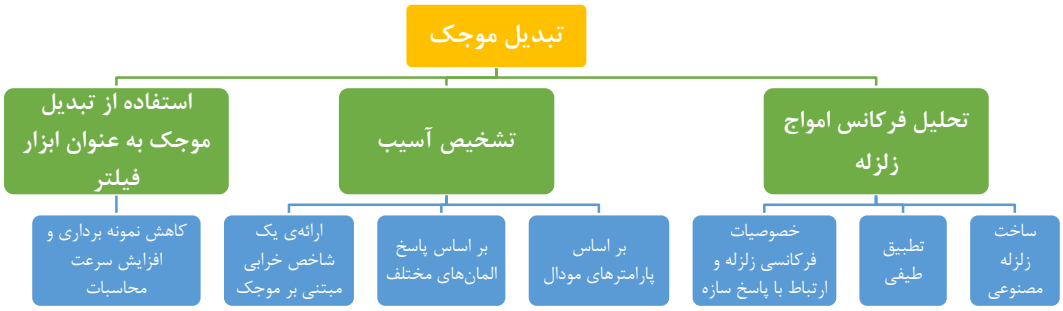
۲- حوزه‌ی مربوط به استفاده از تبدیل موجک برای بررسی آسیب در سازه‌ها: در این مطالعات آسیب در سازه‌ها به صورت‌های مختلف بررسی می‌شود. پاره‌ای از مطالعات به بررسی پارامترهای مودال سازه با استفاده از پاسخ ارتعاش آزاد آن می‌پردازند و با استفاده از تبدیل موجک، زمان آسیب را مشخص می‌کنند. پاره‌ای دیگر از مطالعات با استفاده از پاسخ سازه‌ها در حالت سالم و آسیب‌دیده، شاخص خرابی مبتنی بر موجک را مشخص می‌کنند و خرابی در سازه‌ها را تخمین می‌زنند. مطالعاتی نیز به تبدیل پاسخ حداکثری سازه در المان‌های مختلف به یک موج پاسخ می‌پردازند. به عبارت دیگر در این مطالعات ابتدا سازه‌ی مورد نظر تحلیل تاریخچه زمانی می‌شود. سپس پاسخ حداکثر هر المان به دست آورده می‌شود. از پاسخ‌های حداکثر هر المان یک موج بر حسب شماره‌ی المان و پاسخ حداکثر آن به دست می‌آید. سپس با تحلیل فرکانسی موج با استفاده از تبدیل موجک، محل وقوع آسیب شناسایی می‌شود.

۳- حوزه‌ی مربوط به کاهش نقاط نمونه‌برداری با استفاده از تبدیل موجک برای فیلتر موج زلزله: در این مطالعات نیز از تبدیل موجک به عنوان یک ابزار فیلتر استفاده می‌شود. هدف از این مطالعات کاهش هزینه‌ی محاسبات در تحلیل‌های دینامیکی است.

برای نشان دادن بهتر این موضوع از شکل ٢٦ استفاده شده است.

۳-۱- استفاده از تبدیل موجک برای پردازش موج زلزله، ساخت زلزله‌ی مصنوعی و تطبیق طیف زلزله

همان‌طور که گفته شد، تبدیل موجک می‌تواند امواج را در حوزه‌ی زمان-فرکانس تجزیه و تحلیل کند. با استفاده از این خصوصیت می‌توان فرکانس‌های مختلف را در زمان وقوع آن‌ها به دست آورد. این خصوصیت منجر شده است که از این تحلیل بتوان در راستای ساخت زلزله‌های مصنوعی، اصلاح در محتوای فرکانسی یک موج برای منطبق شدن به یک طیف هدف طراحی و یا تحلیل زمان-فرکانس برای اهداف مختلف استفاده کرد. بر این اساس می‌توان گفت که از مهم‌ترین کاربردهای تبدیل موجک ساخت زلزله‌های مصنوعی با مشخصات جنبش نیرومند زمین مورد نظر و ساخت زلزله‌های مصنوعی منطبق بر طیف هدف است. از مهم‌ترین مطالعات انجام شده درزمینه‌ی استفاده از تبدیل موجک برای تطبیق طیف شتاب‌نگاشت بر روی طیف هدف توسط آبراهامسون [٢٥] انجام شده است. روش ارائه شده توسط آبراهامسون، در مطالعه‌ای که توسط اتیک و آبراهامسون [٢٦] در سال ۲۰۱۰ انجام شد با استفاده از تبدیل موجک دابشیز به‌گونه‌ای اصلاح شد که منحنی طیف شتاب زلزله‌ی ساخته‌شده با طیف شتاب



شکل ۲۶- کاربرد تبدیل موجک در حوزه‌های مختلف مهندسی سازه و زلزله

طراحی دارای تطبیق باشد. همچنین در این مطالعه سعی شد که طیف فوریه‌ی جدید دارای محتوای فرکانسی شبیه به محتوای فرکانسی موج قبلی داشته باشد. سوار و منتجو [۲۷] در مطالعه‌ای به استفاده از تبدیل موجک برای ساخت شتاب‌نگاشت منطبق بر طیف پاسخ طراحی پرداختند. آن‌ها با استفاده از تبدیل موجک برای تحلیل زمان-فرکانسی و انجام یک چرخه‌ی تکراری، شتاب‌نگاشت‌های مصنوعی را تولید کردند. همچنین آن‌ها برای دستیابی سریع‌تر به طیف پاسخ هدف، یک تابع موجک جدید را نیز معرفی کردند.

هانکوک و همکاران [۲۸] با استفاده از تبدیل موجک و توسعه‌ی روش‌های قبل به تولید شتاب‌نگاشت‌های منطبق بر طیف شتاب و طیف جابه‌جایی به‌گونه‌ای پرداختند که طیف شتاب زلزله‌های ساخته شده در میرایی‌های مختلف بر طیف شتاب هدف در میرایی‌های مختلف منطبق باشد. همچنین موخرجی و گوپتا [۲۹] با استفاده از تبدیل موجک و روشی مبتنی بر سازگاری طیف پاسخ شتاب سیستم یک درجه آزادی، با اصلاح موج به‌گونه‌ای که محتوای فرکانسی آن عوض نشود، تطابق طیفی را ایجاد کردند.

امیری و همکاران [۳۰] با استفاده از تبدیل موجک گسسته (DWT) و استفاده از موج‌های جزئیات در هر مرحله از فیلتر موجک به اصلاح شتاب‌نگاشت‌ها و ساخت زلزله‌های مصنوعی منطبق بر طیف هدف مورد نظر پرداختند. امیری و همکاران [۳۱] با استفاده از تلفیق الگوریتم بهینه‌سازی، شبکه‌ی عصبی مصنوعی چندلایه و تبدیل موجک بسته‌ای به ساخت شتاب‌نگاشت مصنوعی منطبق بر طیف میانگین شتاب‌نگاشت‌های مورد نظر پرداختند. گیارالیس و اسپانوس [۳۲] با استفاده از تبدیل موجک به ساخت زلزله‌های مصنوعی منطبق به طیف طراحی یوروکد ۸ پرداختند. روش ارائه شده توسط آن‌ها به تطابق خوب طیف زلزله‌ی مصنوعی با طیف شتاب و جابه‌جایی یوروکد منجر شد.

در برخی از مطالعات از ارتباط بین خصوصیات سازه و زلزله برای ساخت شتاب‌نگاشت‌های مصنوعی استفاده شده است. در یک مطالعه ایاما و کوامورا [۳۳] با استفاده از تبدیل موجک به تحلیل حرکت نیرومند زمین پرداختند. آن‌ها با توجه به انرژی ورودی سازه‌ها در اثر زلزله، رابطه‌ای بین ضرایب موجک و انرژی ورودی برقرار کردند. سپس با استفاده از پارامترهای زمان-فرکانس و تحلیل‌های تاریخچه زمانی، روشی بر مبنای تبدیل موجک برای تولید شتاب‌نگاشت‌های مصنوعی توسعه دادند. همچنین برخی از مطالعات برای ساخت شتاب‌نگاشت‌های مصنوعی منطبق بر یک ساختگاه از تبدیل موجک استفاده می‌کنند. به عنوان نمونه، هانگ و وانگ [۳۴] از تبدیل موجک برای تولید شتاب‌نگاشت مصنوعی بر اساس مشخصات ساختگاهی استفاده کردند.

استفاده از یک موج مصنوعی زلزله به‌گونه‌ای که خصوصیات لرزه‌ای چند شتاب‌نگاشت مختلف را داشته باشد، می‌تواند موجب کاهش هزینه‌ی محاسبات شود. به طور مثال

برای طراحی بر اساس عملکرد سازه‌ها باید به تحلیل دینامیکی غیرخطی سازه‌ها تحت زمین‌لرزه‌های مختلف پرداخته شود. از طرفی می‌توان با استفاده از تبدیل موجک، زلزله‌های مصنوعی ساخت که خصوصیاتی مشابه با زلزله‌های مورد نظر داشته باشند. بدین منظور یوشیفومی و بیکر [۳۵] با در نظر گرفتن ۱۳ پارامتر مهم جنبش نیرومند زمین به ساخت زلزله‌های مورد نظر پرداختند. این مدل موجب شد تا برای محل‌هایی که پیشینه‌ی لرزه‌نگاری محدود وجود دارد، بتوان با مشخصات لرزه‌شناسی، زمین‌لرزه‌هایی متناسب با سایت مورد نظر ساخت.

برخی از مطالعات در زمینه‌ی ساخت زلزله‌های مصنوعی به این‌گونه هستند که زلزله‌ی مورد نظر توسط DWT تا چند مرحله فیلتر می‌شود و سپس با تلفیق قسمت‌های مختلف به‌دست‌آمده از DWT برای یک زلزله به ساخت زلزله‌ی مصنوعی پرداخته می‌شود. راجاسکاران و همکاران [۳۶] با استفاده از تبدیل موجک رکورد اصلی زلزله را تا چند مرحله فیلتر کردند. سپس با جابه‌جایی این مؤلفه‌ها در طول‌موج و ترکیب آن‌ها باهم به ساخت زلزله‌های مصنوعی پرداختند. باوجود مطالعات زیادی که دراین‌باره شده است، همچنان محققین درحال‌توسعه و اصلاح روش‌های مربوط به تولید شتاب‌نگاشت مصنوعی و منطبق کردن طیف شتاب به طیف طرح هستند [۴۲-۳۷].

تحلیل زمان-فرکانس امواج زلزله با استفاده از تبدیل موجک می‌تواند در بررسی خصوصیات جنبش نیرومند موج‌های زلزله و برقراری ارتباط با پاسخ سازه‌ها بسیار کارآمد باشد. ملائولی و بوسی [۴۳] با استفاده از تبدیل موجک، ویژگی‌های پالس‌گونه‌ی زمین‌لرزه‌های حوزه‌ی نزدیک را بررسی کردند. آن‌ها با استفاده از تبدیل موجک دابشیز و پردازش انرژی ورودی مطلق و نسبی موج زلزله علاوه بر پردازش سیگنال به تولید موج ساده نیز پرداختند. آن‌ها نشان دادند که پالس سرعت به دلیل داشتن پریودی به‌خصوص، نتایج مخربی بر روی سازه دارد. مطالعه‌ی آن‌ها نشان داد که میزان خسارت بر روی سازه می‌تواند مرتبط با پریود سازه باشد. بیکر [۴۴] در یک مطالعه با تحلیل زمان-فرکانس امواج و در نظر گرفتن این دو خصوصیت که پالس در زلزله‌های نزدیک گسل در ابتدای زمین‌لرزه وجود دارد و دامنه‌ی زیاد پالس در منحنی سرعت است، توانست به دسته‌بندی امواج از روی موج شتاب‌نگاشت آن‌ها دست‌یابد. بیکر در این مطالعه از توابع موجک مادر هار، دابشیز و مورلت[11] استفاده کرد..

همچنین می‌توان با پردازش سیگنال در حوزه‌ی زمان-فرکانس پارامتری نظیر مدت‌زمان جنبش نیرومند زمین را به دست آورد. مونتجو و کوالسکی [۴۵] با استفاده از تبدیل موجک به تخمین مدت‌زمان حرکت قوی زمین پرداختند. آن‌ها با استفاده از CWT، زلزله‌های مورد نظر را به مؤلفه‌هایی با بازه‌های فرکانسی مختلف تجزیه کردند و سپس پاسخ غیرخطی سازه‌های یک درجه آزادی را تحت این امواج بررسی کردند.

کائو و فریسول [۴۶] با استفاده از تبدیل موجک بر روی تمرکز انرژی زلزله بر پاسخ غیرخطی سازه‌ها مطالعه انجام دادند. آن‌ها ابتدا موج زلزله را به مجموعه‌ای از مؤلفه‌های موجک تجزیه کردند و سپس پاسخ غیرخطی سازه‌ها را بررسی کردند. همچنین در یک مطالعه امیری و اسدی [۴۷] با استفاده از روش‌های مختلف تجزیه‌ی موجک، نظیر روش بسته‌ای[12] و روش مالات، به پردازش موج‌های زلزله پرداختند. هدف از این مطالعه مقایسه‌ی روش‌های مختلف فیلترینگ برای پردازش امواج زلزله بود.

ژو و عادلی [۴۸] روشی مبتنی بر تابع موجک کلاه مکزیکی برای پردازش زمان فرکانس چندین موج زلزله ارائه کردند. آن‌ها به بررسی ضرایب تبدیل موجک کلاه مکزیکی و توصیف انرژی موج زمان-مقیاس پرداختند. توصیف آن‌ها این نتیجه را به همراه داشت که در اغلب زلزله‌ها محتوای فرکانسی بالا بیشتر در مرحله‌ی اول حرکت است و باگذشت زمان محتوای فرکانسی پایین می‌آید.

بانجاده و همکاران [۴۹] با پردازش موج‌های زلزله با استفاده از تبدیل موجک توانستند فرکانس‌های بالای زلزله را تشخیص و آن‌ها را حذف کنند. یانا و کوامورا [۳۳] از تبدیل

موجک برای آنالیز فرکانسی زلزله و بررسی ویژگی‌های زمان–فرکانسی زلزله استفاده کردند. کیانی و همکاران [۵۰] با استفاده از تبدیل موجک پیوسته مطالعات زمان–فرکانسی بر روی رکوردهای زلزله انجام دادند. درزمینه‌ی پردازش زمان–فرکانسی امواج زلزله نیز باوجود پژوهش‌های زیادی که درگذشته انجام شده است، به دلیل منحصربه‌فرد بودن خصوصیات هر زلزله نسبت به زلزله‌های دیگر، هنوز پژوهش‌های زیادی از گذشته تا به امروز دراین‌باره بر روی امواج زلزله در حال انجام است [۵۱–۵۹].

۳-۲- استفاده از تبدیل موجک برای پیدا کردن آسیب در سازه و پایش سلامت

تشخیص خرابی در سازه‌ها از موضوعات مورد توجه در پایش سلامت آن‌ها است. با بررسی تغییرات ایجاد شده در پاسخ سازه به دلیل تغییرات سختی می‌توان خرابی‌های سازه را بررسی کرد. تغییرات سختی بیشتر در اثر ترک خوردگی و تسلیم شدن مواد است. بنابراین می‌توان گفت که وجود آسیب در سازه موجب تغییر در خصوصیات دینامیکی سازه‌ها می‌شود. از این رو دو روش عمده برای شناسایی آسیب به صورت غیر مخرب در سازه‌ها وجود دارد. روش اول بر مبنای مدل اجزای محدود و روش دوم بر پایه‌ی پاسخ تاریخچه‌ی زمانی سازه ها بنا شده است. محدودیت روش‌های بر پایه‌ی مدل‌سازی مربوط به تعداد المان‌های سازه‌ای است که این امر موجب می‌شود تا این روش‌ها برای سازه‌های پیچیده نتایج چندان خوبی ارائه ندهند. در مقابل روش‌هایی که بر پایه‌ی پردازش سیگنال‌ها هستند، توانایی تشخیص آسیب در سازه‌های پیچیده‌ای نظیر پل‌ها و سازه‌های بلندمرتبه را دارند. از سودمندترین ابزارهای شناسایی آسیب بر پایه‌ی پردازش سیگنال، تبدیل موجک است. در بررسی ادبیات ارائه شده برای کاربرد تبدیل موجک در پایش سلامت سازه‌ها می‌توان دو دسته‌ی کلی را ارائه کرد. دسته‌ای از پژوهش‌ها مربوط به بررسی پارامترهای مودال و میرایی در سازه‌ها است و دیگری مطالعاتی است که پیرامون یافتن آسیب در سازه‌ها است.

۳-۲-۱- بررسی پارامترهای مودال و میرایی

در این قسمت به بررسی مطالعاتی پرداخته می‌شود که در آن‌ها با پردازش سیگنال به پارامترهای مودال و میرایی دست می‌یابند. در این دسته از پژوهش‌ها با استخراج نمایش‌های زمان–مقیاس (اسکیلگرام[۱۳]) ضرایب موجک به بررسی پارامترهای مودال در سازه پرداخته می‌شود. می‌توان گفت اولین مطالعات انجام شده در این باره توسط پارک [۶۰] انجام شده است. او با استفاده از تبدیل موجک گسسته‌ی دابشیز، پارامترهای مودی و میرایی سازه را به کمک الگوریتم فضای حالت به دست آورد.

در مطالعه‌ای دیگر توسط کیجوسکی و کارن [۶۱] نشان داده شد که با استفاده از رویکرد زمان–فرکانسی در تبدیل موجک می‌توان پارامترهای زمان و فرکانس را در سیستم‌های غیرایستا و غیرخطی بررسی کرد. آن‌ها در این پژوهش بیان کردند که استفاده از تبدیل موجک مورلت می‌تواند ابزار مناسبی برای پردازش‌های زمان–فرکانسی سازه‌های مهندسی عمران باشد. آن‌ها نشان دادند که تبدیل موجک مورلت پارامترهای مودال را با خطایی قابل‌چشم‌پوشی استخراج می‌کند. اسلاویک و همکاران [۶۲] با استفاده از تبدیل موجک به شناسایی میرایی در سازه‌ی یک تیر و مقایسه با اطلاعات تجربی پرداختند. در این مطالعه از تبدیل موجک CWT و تابع مادر گابر[۱۴] استفاده شد. در این پژوهش نیز تبدیل موجک عملکرد مناسبی در بررسی پارامترهای دینامیکی سازه داشت.

هانگ و همکاران [۶۳] در مطالعه‌ای که در سال ۲۰۰۵ انجام دادند، علاوه بر به دست آوردن پارامترهای مودال و میرایی، شکل‌های مودی را نیز با استفاده از تبدیل موجک گسسته استخراج کردند. در این پژوهش مطالعات بر روی سه قاب فولادی و یک پل بتنی مسلح انجام شد. تابع مادر استفاده شده در این پژوهش از توابع مادر دابشیز بود. در این مقاله از داده‌های مربوط به پاسخ سازه در برابر زلزله و پاسخ ارتعاش آزاد سازه برای انجام مطالعات استفاده شد. برای انجام صحت‌سنجی نتایج عددی از پاسخ یک سازه‌ی شش طبقه‌ی

برشی استفاده شد. آنها نشان دادند انتخاب تابع‌های مادر مختلف تأثیر چندانی بر روی نتایج ندارد. همچنین نشان داده شد که روش ارائه شده در این مقاله به لحاظ عملیاتی شدن امکان‌پذیر است.

در مطالعه‌ای دیگر جی و چانگ [٦٤] با استفاده از تبدیل موجک گسسته‌ی مورلت و بررسی تیر فولادی و پل کابلی شکل‌های مودی و نسبت میرایی را برای این سازه‌ها به دست آوردند. اساس این پژوهش، کاربرد پردازش تصویرهای دیجیتال با استفاده از تبدیل موجک بود. چن و همکاران [٦٥] در مطالعه‌ای پیرامون استفاده از تبدیل موجک پیوسته برای شناسایی فرکانس‌های طبیعی و نسبت میرایی سازه‌های تک درجه آزادی و چند درجه آزادی توانستند عملکرد مناسب موجک مورلت را در این زمینه نشان دهند. آنها در این مطالعه در مورد انتخاب مناسب پارامتر انتقال نیز بحث کردند.

شی و چانگ [٦٦] بر روی بررسی مدل‌های آزمایشگاهی و عددی برای به دست آوردن نسبت میرایی و سختی قاب‌های برشی با استفاده از تبدیل موجک مادر دابشیز مطالعه انجام دادند. در تحلیل‌های انجام شده توسط آن‌ها پاسخ‌های جابه‌جایی، سرعت و شتاب مورد بررسی قرار گرفت. در این مطالعه مدل عددی مورد بررسی یک سازه‌ی برشی ١٠ طبقه و مدل آزمایشگاهی مورد بررسی یک سازه‌ی سه‌طبقه بود. وانگ و همکاران [٦٧] در یک مطالعه که بر روی سازه‌های جرم و فنر انجام دادند با استفاده از تبدیل موجک پیوسته‌ی مورلت توانستند فرکانس لحظه‌ای سازه‌ها را به دست آورند. روش ارائه‌شده با یک سیستم جرم و فنر دو درجه آزادی صحت‌سنجی شد. روش پیشنهادی در مقایسه با روش‌های تئوری دارای خطایی کمتر از ١ درصد بود.

گوپتا و کارن [٦٨] مطالعه‌ای پیرامون استفاده از تبدیل موجک پیوسته، روش TSVD[١٥] و روش فیلترینگ لاپلاس برای شناسایی پارامترهای سیستم‌های غیرایستا انجام دادند. در این روش، تبدیل موجک در ابتدا برای کشف ویژگی‌های غیرایستای زمانی استفاده می‌شود. سپس روش TSVD برای انجام تحلیل‌های زمان–فرکانس محلی به کار گرفته می‌شود. در نهایت از تبدیل لاپلاس برای به دست آوردن خصوصیات تکانه‌ای موج بهره گرفته می‌شود. با به‌کارگیری این سه مفهوم، فرکانس و میرایی تخمین زده می‌شود. پرز و همکاران [٦٩] روشی مبتنی بر تبدیل‌های موجک مختلف و تبدیل هیلبرت ارائه کردند که در آن فرکانس طبیعی سازه و نسبت میرایی بر اساس پاسخ شتاب برای هر سازه به دست می‌آید. در این مقاله یک سازه‌ی چهار طبقه‌ی فولادی برای مقایسه‌ی نتایج عددی و تجربی مورد بررسی قرار گرفت. همچنین روش ارائه‌شده بر روی یک پل بتنی واقعی نیز آزمایش شد. بر اساس مطالعه‌ی انجام شده در این مقاله نشان داده شد که این روش به خوبی می‌تواند برای به دست آوردن فرکانس‌های طبیعی و نسبت میرایی به صورت قابل اعتماد به کار برده شود. در این مطالعه همچنین نشان داده شد هنگامی‌که شدت بار کم هم باشد، نتایج مورد اطمینان است.

ناگاراجیا و باسو [٧٠] به بررسی پارامترهای مودال و استفاده از روش‌های تحلیل زمان–فرکانسی نظیر تبدیلات فوریه زمان‌کوتاه، تبدیل هیلبرت و تبدیل موجک در جهت تشخیص آسیب سازه‌های چند درجه آزادی پرداختند. نتایج ارائه شده در این مقاله با یک مدل آزمایشگاهی سه درجه آزادی صحت‌سنجی شد. ژانگ و اودایجی [٧١] با استفاده از یک روش جدید مبتنی بر تبدیل موجک پیوسته و داده‌های شکل مودی هر تیر به بررسی و تشخیص آسیب در سازه‌های تیر مانند با ترک‌هایی با نسبت ترک‌خوردگی کمتر از پنج درصد پرداختند. شین و همکاران [٧٢] از روش تبدیل موجک برای شناسایی پارامترهای مودال بر اساس پاسخ‌های اندازه‌گیری شده‌ی دینامیکی به صورت تجربی برای پایش سلامت سازه‌ها استفاده کردند. لادریس و گوتبروز [٧٣] از تبدیل موجک برای نمایش زمان–فرکانس، تعیین فرکانس‌های طبیعی و شکل‌های مودی سازه‌ها استفاده کردند. با توجه به مطالعات فراوان صورت گرفته در این زمینه، همچنان محققان در حال توسعه و اصلاح روش‌های خود در زمینه‌ی به دست آوردن پارامترهای

مودال سازه‌ها هستند [۷۹-۷٤].

۳-۲-۲- تشخیص آسیب در سازه‌ها

در بیشتر مطالعات مربوط به تشخیص آسیب در سازه‌ها و به ویژه مطالعات آزمایشگاهی، آسیب غالباً بر روی یک سازه بررسی می‌شود. در برخی دیگر از مطالعات که مربوط به پایش سلامت هستند، اغلب مطالعه بر روی سازه‌های واقعی انجام می‌شود. در این حالت محققان خود خسارت‌هایی را بر روی سازه وارد می‌کنند. با توجه به این که تشخیص آسیب در سازه‌ها یک چالش محسوب می‌شود، تبدیل موجک در این زمینه نیز به خوبی مورد استفاده قرار گرفته است. در ادامه به مطالعات انجام شده برای استفاده از تبدیل موجک برای بررسی آسیب در انواع سازه‌ها پرداخته می‌شود.

هو و همکاران [۸۰] با استفاده از تبدیل موجک دابشیز ٤ و مدل‌سازی یک سازه‌ی یک درجه آزادی، رابطه‌ای بین شدت نویز سیگنال و سطح آسیب برقرار کردند. کافارو و دوتا [۸۱] بر روی تشخیص خسارت در تیرهای طره با استفاده از ضرایب تبدیل موجک پیوسته مطالعه انجام دادند. یون و همکاران [۸۲] رویکردی بر اساس تبدیل موجک پیوسته‌ی مورلت برای شناسایی ترک در تیرهای بتن آرمه ارائه کردند. روش ارائه‌شده توسط آن‌ها بر روی مکانیزم های مختلف ترک و برای ترک موضعی و کوچک هم دارای عملکردی مناسب بود.

سان و چانگ [۸۳] با استفاده از تبدیل موجک بسته‌ای و شبکه‌های عصبی مصنوعی، آسیب در سازه‌های عمرانی را بررسی کردند. موج‌های دینامیکی ابتدا با استفاده از تبدیل موجک به اجزای تقریبی و جزئی تقسیم شدند. سپس انرژی مؤلفه‌های انتخاب‌شده به عنوان ورودی شبکه‌های عصبی مصنوعی در جهت ارزیابی سطوح مختلف آسیب معرفی شد. مطالعه‌ی آن‌ها بر روی یک تیر دارای سه دهانه انجام شد. ملهم و کیم [۸٤] آسیب را روی یک تخته‌ی سیمانی و یک تیر بتنی پیش‌تنیده بررسی کردند. تغییرات اسکیلگرام CWT برای سازه‌های بتنی، نقاط آسیب‌دیده را مشخص می‌کرد. در این مطالعه مشاهده شد که با افزایش قله‌های CWT، تعداد ترک‌ها نیز افزایش می‌یابد. همچنین در این مطالعه نشان داده شد که با ایجاد ترک در سازه، دامنه‌ی اجزای فرکانسی پایین بیشتر تحت تأثیر قرار می‌گیرد. هرا و هو [۸۵] از تبدیل موجک گسسته برای بررسی ترک در یک ساختمان چهار طبقه‌ی فولادی استفاده کردند. مدل اجزا محدودی ساخته شده، تحت بار باد تصادفی قرار گرفت. با برداشتن مهاربندها، در سازه آسیب ایجاد شد. بر اساس این مطالعه مشخص شد که آسیب ناشی از خرابی ناگهانی اجزای سازه‌ای بیشتر در موج‌های جزئیات نمایان می‌شود.

اوانسوا و سورایز [۸٦] برای بررسی ترک عمیق در یک تیر بتنی از تبدیل موجک استفاده کردند. نتایج ارائه شده در این تحقیق نشان داد که عمق ترک تأثیر چندانی بر روی فرکانس‌ها ندارد. در این تحقیق نشان داده شد که ضرایب موجک از حساسیت خوبی در تشخیص ناپیوستگی‌های سازه برخوردارند. رن و همکاران [۸۷] از تبدیل موجک بسته‌ای برای تشخیص آسیب در اتصالات برشی پل‌ها استفاده کردند. در این تحقیق با زدن ضربه، محل شل شدن اتصالات برشی به خوبی تشخیص داده می‌شد. محدودیت این روش این بود که در این روش تنها زمانی می‌شود خسارت را تشخیص داد که در محل خسارت سنسور وجود داشته باشد. پارک و همکاران [۸۸] یک روش مبتنی بر موجک برای شناسایی آسیب در مسیر راه‌آهن پیشنهاد دادند. در این روش از تابع موجک مادر مورلت برای تحلیل CWT استفاده می‌شد. عملکرد روش ارائه شده با یک مطالعه‌ی تجربی نیز صحت سنجی شد.

فنگ و همکاران [۸۹] با استفاده از یک سیستم حسگر نوری و پردازش سیگنال‌های ضبط شده توسط این حس‌گرها با استفاده از تبدیل موجک به شناسایی آسیب روی سازه‌ها پرداختند. نقص این روش این است که آسیب در زمان واقعی آن شناسایی نمی‌شد، بلکه بعد از صرف زمانی برای پردازش اطلاعات، آسیب سازه تشخیص داده می‌شد. پن و همکاران [۹۰] با استفاده از تبدیل موجک پیوسته‌ی مورلت، تبدیل

هیلبرت و تبدیل تیگر به بررسی آسیب در پل‌های کابلی تحت بارهای متحرک پرداختند. مطالعه‌ی آن‌ها نشان داد که دقت روش موجک از روش‌های دیگر بیشتر است. وانگ و همکاران [۹۱] روشی برای شناسایی آسیب در سازه‌های زیرزمینی بر اساس تبدیل موجک ارائه کرده‌اند. در این پژوهش CWT با استفاده از تبدیل موجک کلاه مکزیکی برای شتاب نقاط مختلف محاسبه شد. بر اساس محاسبات انجام شده شاخص خسارت به دست آمد. نتایج نشان داد که این روش به خوبی می‌تواند آسیب در تونل‌ها را شبیه‌سازی کند.

گوگینز و همکاران [۹۲] روشی برای تغییرات موقتی سختی قاب‌های مهاربندی شده در اثر کمانش و تسلیم تحت اثر نیروی زلزله با استفاده از تبدیل موجک ارائه کردند. در این پژوهش از یک روش خطی کردن معادل بر مبنای تبدیل موجک استفاده شد. در مطالعه‌ای دیگر روکا و ویلد [۹۳] با استفاده از شبکه‌های عصبی موجکی به شناسایی آسیب در تیر، صفحه و پوسته پرداختند. نتایج به‌دست‌آمده از روش‌های عددی با کارهای آزمایشگاهی صحت‌سنجی شد. وفائی و ادنان [۹٤] در یک مطالعه با به‌کارگیری تبدیل موجک گسسته و پیوسته به بررسی آسیب در سازه‌های مربوط به برج مراقبت پرواز پرداختند. در مطالعه‌ای که آن‌ها انجام دادند، ابتدا یک برج مراقبت به ارتفاع ۱۲۰ متر به صورت غیرخطی و با مفاصل پلاستیک مدل شد. سپس سازه تحت سه شتاب‌نگاشت زلزله تحلیل شد. نتایج به‌دست‌آمده از این پژوهش بیانگر کارایی تبدیل موجک در شناسایی آسیب در این سازه‌ها بود. عسگریان و همکاران [۹۵] در یک مطالعه، به شناسایی آسیب بر روی سکوهای فراساحلی تحت تحریک‌های دینامیکی با استفاده از تبدیل موجک پرداختند. در این پژوهش نرخ انرژی شتاب سازه به عنوان شاخصی برای آسیب این سازه‌ها معرفی شد.

فن و ژیاو [۹٦] در یک مطالعه بر روی سازه‌های ورقی با استفاده از تبدیل موجک دو بعدی و به دست آوردن پاسخ سازه، آسیب در این سازه‌ها را تشخیص دادند. واو و وانگ [۹۷] یک مطالعه‌ی آزمایشگاهی بر روی مقطع یک تیر آلومینیومی ترک‌خورده و تحت یک جابه‌جایی استاتیکی انجام دادند. آن‌ها تشخیص خرابی تیر را برای ترک‌هایی با عمق‌های متفاوت انجام دادند. نتایج آن‌ها نشان داد که تبدیل موجک در تشخیص خرابی برای ترک‌هایی با عمق ۲٦ درصد ضخامت تیر هم مؤثر است. اسپاگنولی و همکاران [۹۸] در یک تحقیق از تبدیل موجک برای تشخیص آسیب در تیرهای کامپوزیت ترک‌دار تقویت‌شده با الیاف استفاده کردند. وانگ و شای [۹۹] از یک شاخص خرابی مبتنی بر تبدیل موجک بسته‌ای برای تشخیص آسیب در سازه‌ها استفاده کردند. آن‌ها پس از چند مرحله فیلترینگ سیگنال با استفاده از تبدیل موجک بسته‌ای، از شاخص اختلاف انحنای انرژی[16] استفاده کردند. تحقیقات آن‌ها نشان داد که این شاخص به آسیب‌های جزئی بر روی سازه نیز حساس است. هانگ و همکاران [۱۰۰] در مطالعه‌ای با استفاده از تبدیل موجک توانستند گستردگی ترک در سازه را تخمین بزنند. طاها و همکاران [۱۰۱] نیز مطالعه‌ای جامع در خصوص استفاده از تبدیل موجک در جهت پایش سلامت در سازه‌ها انجام دادند.

نوح و همکاران [۱۰۲] بر اساس انرژی تبدیل موجک در فرکانس‌ها و زمان‌های مختلف، سه شاخص برای خرابی سازه‌ها ارائه کردند. پاتل و همکاران [۱۰۳] از تبدیل موجک برای تشخیص خرابی در یک سازه‌ی بتن مسلح استفاده کردند. نتایج به دست آمده از این تحقیق نشان می‌دهد که ضرایب موجک به طور مستقیم از تغییرات ویژگی‌های دینامیکی ساختمان‌ها تأثیر می‌پذیرد. از این رو می‌توان نتیجه گرفت که این روش به صورت منطقی می‌تواند خرابی را در این سازه‌ها پیش‌بینی نماید. سانچز و همکاران [۱۰٤] با استفاده از ارائه‌ی یک الگوریتم مبتنی بر تبدیل موجک و تبدیل هیلبرت برای تشخیص آسیب و پایش سلامت سازه‌ها به صورت تجربی، پارامترهای مودال سازه‌ها را استخراج کردند. لی و همکاران [۱۰۵] بر اساس تبدیل موجک فشرده، ویژگی‌های خرابی سازه‌ها را استخراج کردند. آن‌ها یک شاخص خرابی مبتنی بر آنالیز زمان–فرکانس و فاکتورهای مشارکت مودی ارائه کردند. هستر و گونزالس [۱۰٦] با استفاده از ضرایب تبدیل

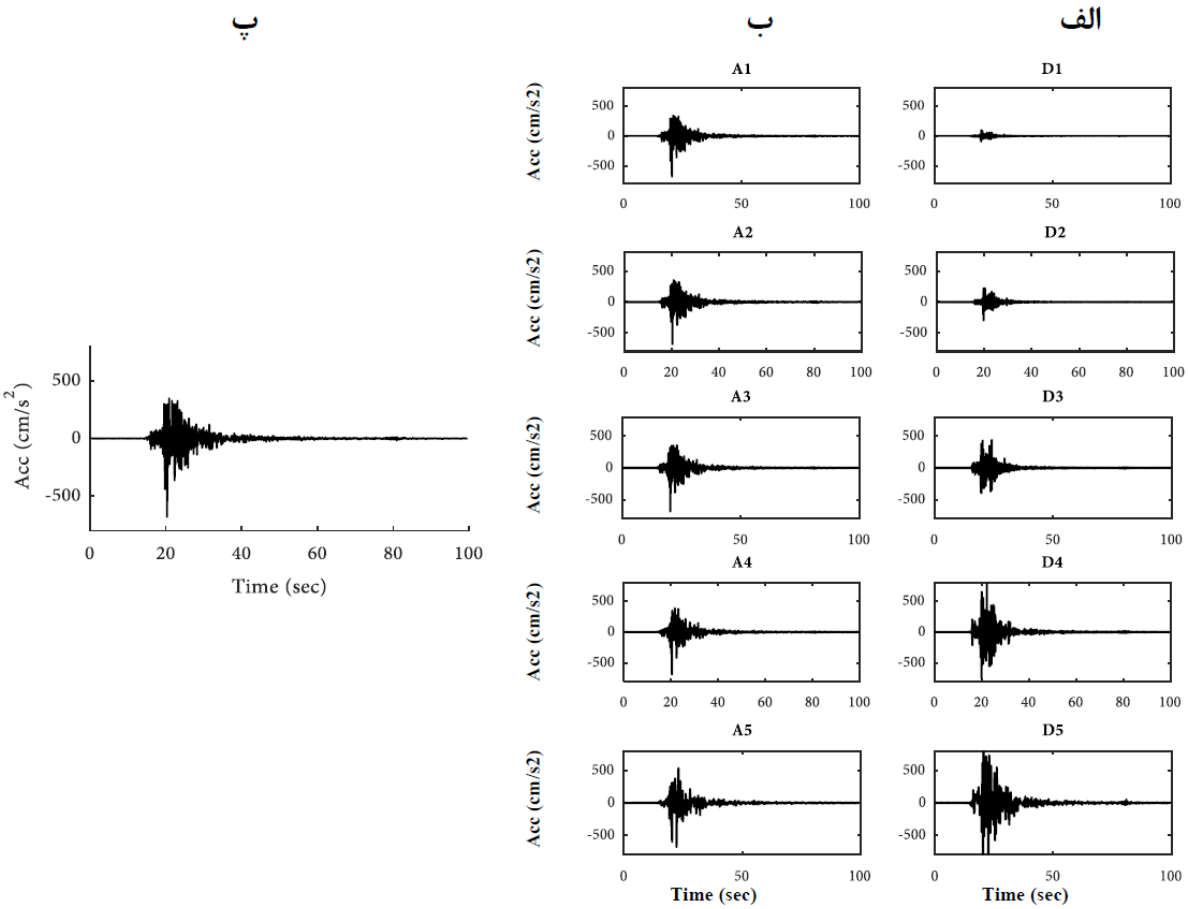
موجک و محتوای انرژی موجک به بررسی شناسایی خسارت در پل‌های کابلی پرداختند. فاچینی و همکاران [۱۰۷] با استفاده از تبدیل موجک بسته‌ای و تبدیل کارهوون–لو یک روش برای پایش سلامت ارائه کردند. در این روش تبدیل موجک برای تجزیه‌ی سیگنال و تبدیل کارهوون–لو برای شناسایی الگوی خرابی استفاده شد.

یان و همکاران [۱۰۸] با استفاده از پاسخ دینامیکی و فرکانس‌های طبیعی یک تیر لانه زنبوری توانستند به کمک تبدیل موجک، خسارت در این تیرها را بررسی کنند. در این مطالعه نشان داده شد که طیف انرژی سیگنال برای تبدیل موجک شاخص مناسبی برای خرابی است. هان و همکاران [۱۰۹] شاخصی تحت عنوان شاخص نسبت بسته‌ی انرژی موجک ارائه کردند. بر اساس مطالعات تجربی و عددی، آن‌ها نشان دادند که این شاخص برای تشخیص آسیب در سازه‌ها دارای عملکرد مناسبی است. ژو و لا [۱۱۰] روش جدیدی برای کشف ترک در تیرهای مربوط به یک پل تحت اثر بارهای متحرک به کمک تبدیل موجک ارائه کردند. روش ارائه شده توسط آن‌ها به صورت تجربی و عددی صحت‌سنجی شد. روش آن‌ها به سرعت و بزرگی بار وابسته نبود و ترک‌ها را به خوبی پیش‌بینی می‌کرد. دوکا و همکاران [۱۱۱] از تبدیل موجک برای تشخیص ترک در سازه‌های صفحه‌ای استفاده کردند. جانگ و ماهدوان [۱۱۲] با استفاده از طیف موجک، پاسخ فرکانسی یک سازه را در مدل عددی و تجربی صحت سنجی کردند. نتایج این مقاله نشان‌دهنده‌ی قدرت تبدیل موجک در تحلیل‌های دینامیکی در حوزه‌ی فرکانس است. دولینسکی و کراسوک [۱۱۳] پس از تشریح شبیه‌سازی توربین بادی با استفاده از پارامترهای تحلیل مودال و استفاده از تبدیل موجک به بررسی عددی موقعیت خرابی در توربین‌ها پرداختند. برخی از مطالعات نیز از پردازش تصاویر برای به دست آوردن خط ترک در سازه‌های استفاده می‌کند. به طور مثال استفاده از تبدیل موجک برای پردازش تصاویر برای به دست آورن خطوط ترک در آسفالت بسیار کاربرد دارد [۱۱٤].

۳-۳- استفاده از تبدیل موجک برای کاهش هزینه‌ی محاسبات در تحلیل‌های دینامیکی

تبدیل موجک به عنوان ابزاری برای تحلیل فرکانسی امواج می‌تواند در تحلیل دینامیکی سازه‌ها در جهت کاهش محاسبات نیز استفاده شود. در پژوهش‌های انجام شده در سال‌های اخیر از این ابزار برای اصلاح گام زمانی رکورد زلزله استفاده شده است. اساس کار تمامی مقالاتی که از تبدیل موجک به عنوان روشی برای کاهش رکوردهای زلزله استفاده می‌کنند بر مبنای تبدیل موجک گسسته است. بر این اساس، موج زلزله در هر بار استفاده از تبدیل موجک به دو موج دیگر تقسیم می‌شود. یک موج در بردارنده‌ی فرکانس‌های پایین و یک موج در بردارنده‌ی فرکانس‌های بالا است. با توجه به این که فرکانس‌های پایین در بردارنده‌ی انرژی بیشتری از موج زلزله هستند، از این رو این موج به عنوان جایگزین رکورد زلزله‌ی اصلی استفاده می‌شود. برای ادامه‌ی روند کاهش رکورد، موج تقریبی به دست آمده از مرحله‌ی قبل با استفاده از تبدیل موجک فیلتر می‌شود. در این روش اگر تعداد نقاط گسسته‌ی زلزله‌ی اصلی N باشد، در هر مرحله از فیلتر تعداد نقاط رکورد به نصف مرحله‌ی قبل کاهش می‌یابد. به عنوان مثال تعداد نقاط رکوردهای زلزله برای فیلتر مرحله‌ی اول تا سوم به ترتیب N/2، N/4 و N/8 است.

در ادامه به عنوان بررسی اولیه، رکورد زلزله‌ی سرپل ذهاب مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج ارائه شده، قسمتی از تحقیقات اولیه‌ی انجام شده در این پژوهش است. در شکل ۲۷ شتاب‌نگاشت زلزله‌ی سرپل ذهاب ارائه شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود از لحاظ ظاهری، موج‌های تقریبی که شامل موج‌های A1 تا A5 می‌شوند، دارای شباهت زیادی به موج اصلی زلزله هستند. از طرفی مشاهده می‌شود که موج‌های جزئیات دارای دامنه‌ی کمی هستند و همچنین از لحاظ ظاهری با موج اصلی زلزله متفاوتند. از این رو در مقالاتی که در ادامه به آن‌ها پرداخته می‌شود از موج تقریبات به عنوان موج جایگزین برای رکورد زلزله‌ی اصلی استفاده کرده‌اند.

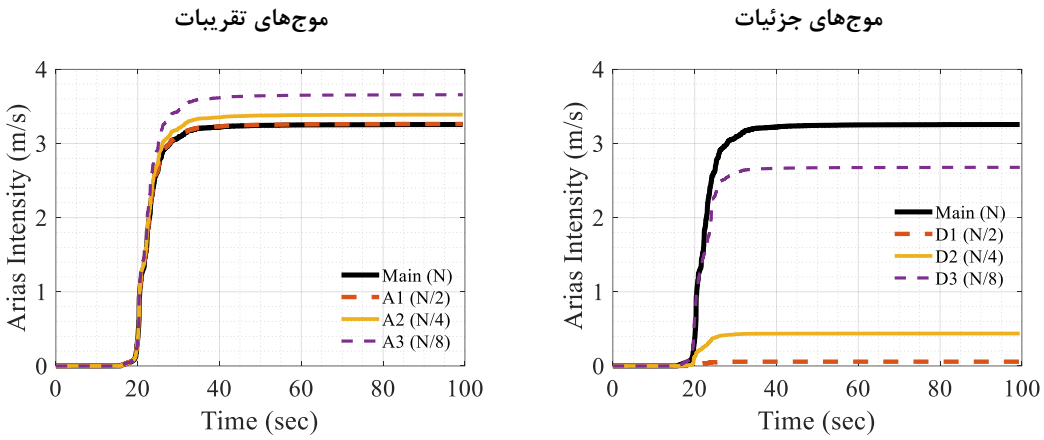


شکل ۲۷- موج اصلی و تبدیل موجک زلزله‌ی سرپل ذهاب. الف) موج اصلی زلزله، ب) موج‌های تقریبی مرحله‌ی اول تا پنجم (A1 تا A5)، پ) موج‌های جزئی مرحله‌ی اول تا پنجم (D1 تا D5)

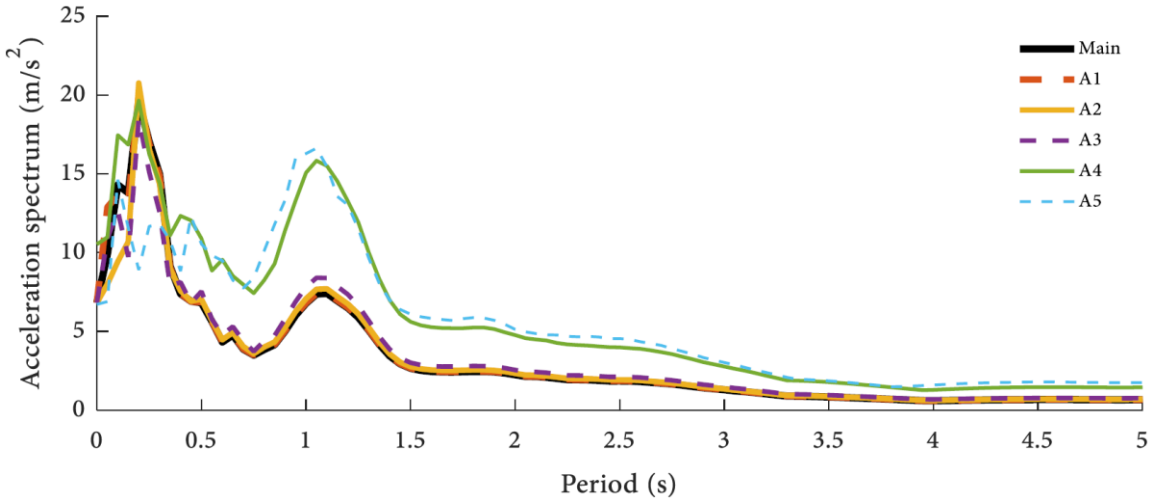
همان‌طور که در شکل ۲۷ مشاهده می‌شود، می‌توان دریافت که با ادامه‌ی مرحله‌ی فیلترینگ با استفاده از تبدیل موجک، فرکانس‌های اصلی موج زلزله حذف می‌شوند. به عنوان مثال در شکل ۲۸ دامنه‌ی موج‌های جزئیات D4 و D5 از موج تقریبی A4 و A5 بیشتر است. این بدان معنا است که فیلترهای مرحله‌ی چهارم و پنجم تقریب مناسبی از رکورد زلزله‌ی اصلی ارائه نمی‌دهند. از طرفی مشاهده می‌شود که موج‌های تقریبی A1 تا A3 تقریب مناسبی از رکورد زلزله‌ی اصلی ارائه می‌دهند. در شکل ۲۵ منحنی شدت ایریاس برای موج‌های جزئی و تقریبی با رکورد زلزله‌ی اصلی مقایسه شده است.

مطابق شکل ۲۸ می‌توان دریافت که انرژی موج‌های تقریبی A1 تا A3 به رکورد زلزله‌ی اصلی بسیار نزدیک است. همچنین انرژی موج‌های D1 و D2 نسبت به رکورد زلزله‌ی اصلی کم است. از طرفی در موج D3 مشاهده می‌شود که انرژی موج زیاد شده است. می‌توان این‌گونه استنباط کرد که از این مرحله‌ی فیلتر به بعد دیگر تبدیل موجک موجب حذف فرکانس‌های غالب رکورد زلزله می‌شود که این مساله ایجاد خطا در محاسبات می‌کند. در نهایت در شکل ۲۹ به عنوان نمونه طیف موج اصلی زلزله‌ی سرپل‌ذهاب و موج‌های تقریبی آن مقایسه شده است.

همان‌طور که در منحنی طیف پاسخ زلزله‌ی سرپل‌ذهاب مشخص است، موج‌های تقریبی A1 تا A3 از دقت بسیار قابل قبولی برای به دست آوردن پاسخ سازه برخوردار هستند. در مقابل موج‌های A4 و A5 دارای خطای زیادی در محاسبات هستند. این نتیجه‌گیری مطابق نتیجه‌ای بود که از منحنی شتاب و منحنی شدت ایریاس به دست آمد. همچنین بر اساس



شکل ۲۸- منحنی شدت ایریاس برای موج تقریبات و جزئیات رکورد زلزله‌ی سرپل ذهاب



شکل ۲۹- طیف پاسخ شتاب برای زلزله‌ی سرپل‌ذهاب و موج‌های تقریبی

نتایج ارائه شده در مطالعات صورت گرفته در این زمینه نیز آخرین فیلتر مورد قبول به جای رکورد زلزله‌ی اصلی فیلتر مرحله‌ی سوم معرفی شده است. در ادامه به تفضیل به بررسی مطالعاتی که در این زمینه انجام شده پرداخته می‌شود.

استفاده از تبدیل موجک برای اصلاح گام زمانی در رکورد زلزله‌ها در ابتدا بر روی سازه‌هایی با رفتار خطی در مصالح بررسی شد. بنابراین ابتدا پژوهش‌هایی که در زمینه‌ی سازه‌های خطی انجام شده بررسی می‌شود. می‌توان گفت اولین پژوهش در این راستا توسط سلاجقه و حیدری در سال ۲۰۰۲ انجام شده است [۱۲]. در این پژوهش با استفاده از ترکیب دو مفهوم تبدیل موجک گسسته‌ی مورلت و تبدیل فوریه‌ی سریع یک سازه‌ی برشی دو بعدی ۷ طبقه و یک سازه‌ی سه بعدی چهار طبقه تحلیل شده است. در این مقاله ابتدا با استفاده از تبدیل فوریه فرکانس‌های موج زلزله محاسبه شدند. سپس با محاسبه‌ی پارامتر مقیاس و به دست آوردن ضرایب موجک گسسته نقاط زلزله کاهش داده شدند. در این پژوهش تنها از یک موج زلزله‌ی ال سنترو برای انجام تحلیل دینامیکی خطی استفاده شده است. نتایج حاصل از تحلیل نشان می‌دهد که موج تقریبی به دست آمده از تبدیل موجک با کاهش چشم‌گیر محاسبات دارای خطایی نزدیک به دو درصد برای بیشینه جابه‌جایی همه‌ی طبقات است. در مطالعه‌ای دیگر سلاجقه و حیدری [۱۱۵] با استفاده از تبدیل موجک هار یا دابشیز یک و شبکه‌های عصبی

مصنوعی، محاسبات مربوط به فرایند بهینه‌سازی با استفاده از الگوریتم ژنتیک اصلاح شده را کاهش دادند. آنها رکورد زلزله را با استفاده از تبدیل موجک به دو قسمت جزئیات و تقریبات تقسیم کردند و از قسمت تقریبات که بیان‌گر فرکانس‌های پایین موج زلزله است، به عنوان موج تقریبی جایگزین رکورد زلزله‌ی اصلی استفاده کردند و این موج را تا سه مرحله فیلتر کردند. سپس یک شبکه‌ی عصبی مصنوعی را برای پریودها و میرایی‌های مختلف برای سازه‌های یک درجه آزادی با استفاده از موج تقریبی آموزش دادند. در نهایت از این شبکه‌ی عصبی آموزش دیده به عنوان روشی برای به دست آوردن پاسخ سازه در روند بهینه‌سازی استفاده شد. در این پژوهش سطح مقاطع اعضای یک خرپای دو بعدی با ۱۰ عضو و یک سازه‌ی دیگر با ۱۰۰ عضو بهینه شد و هزینه‌ی محاسبات مربوط به بهینه‌سازی تا بیش از ۸۰ درصد با خطایی کمتر از ۸ درصد کاهش یافت. همچنین فرایند کاهش هزینه‌ی محاسبات در این سازه‌ها در پژوهشی دیگر که توسط همین نویسندگان انجام شد با استفاده از روش بانک فیلتر موجک نیز بررسی شد. در این پژوهش نیز خطای محاسبات حدود هفت درصد بود. هزینه‌ی محاسبات در این روش نیز تا ۹۰ درصد کاهش پیدا کرد [۱۱].

سلاجقه و حیدری در پژوهشی دیگر سازه‌هایی که در مرجع [۱۲] استفاده شده بود را این بار تحت موج تقریبی به دست آمده از روش بانک فیلتری موجک به صورت خطی تحلیل کردند. موج زلزله‌ی ال سنترو تا ٤ مرحله فیلتر شد و سازه‌ی دو بعدی و سه بعدی با هر یک از این فیلترها تحلیل شدند. در این مقاله به مقایسه‌ی پاسخ تاریخچه زمانی بام پرداخته شد. همچنین پاسخ سازه برای گره‌های مختلف طبقات به دست آمد. در این پژوهش خطا برای فیلتر مرحله‌ی سه نزدیک به شش درصد و برای فیلتر مرحله‌ی چهار نزدیک به ۱۲ درصد بود. این خطا برای حداکثر جابه‌جایی طبقات محاسبه شد. مطابق نتایجی که از این مقاله برای تحلیل دو سازه و یک رکورد زلزله به دست آمد، می‌توان گفت که موج تقریبی مرحله‌ی سوم از دقت قابل قبولی برخوردار است. این در حالی است که استفاده از موج تقریبی مرحله‌ی چهارم می‌تواند چندان قابل اعتماد نباشد. با این حال در این مقاله نشان داده شد که استفاده از موج مرحله سوم و چهارم حجم محاسبات را به ترتیب به اندازه‌ی ۸۷ درصد و ۹۳ درصد کاهش می‌دهد [۱۰].

سلاجقه و همکاران [۱۱٦] در پژوهشی دیگر از روش موجک برای کاهش حجم محاسبات در بهینه‌سازی وزن سازه‌ها استفاده کردند. در این پژوهش نیز از رکورد زلزله‌ی ال سنترو و سازه‌های دو بعدی و سه بعدی قبلی (مجموعا از سه سازه) استفاده شد. خطا در این مساله‌ی بهینه‌سازی هم در مقایسه با افزایش سرعت محاسبات، مقداری قابل چشم‌پوشی بود. حیدری و سلاجقه [۹] در پژوهشی دیگر علاوه بر تحلیل سازه‌های چند درجه آزادی با استفاده از تبدیل موجک گسسته از روشی که تبدیل فوریه و موجک را هم تلفیق می‌کرد، استفاده کردند. در این مطالعه نیز تبدیل موجک گسسته از عملکرد بهتری برخوردار بود.

سلاجقه و حیدری [۱۸] به مقایسه‌ی دو روش تبدیل موجک هار و تبدیل سریع فوریه پرداختند. در این مطالعه نیز از یک رکورد زلزله و دو سازه استفاده شد. در این تحقیق، عملکرد موج A3 با توجه به سرعتی که در محاسبات ایجاد می‌کند از بقیه امواج بهتر است. حیدری [۱۱۷] در مطالعه‌ای دیگر با استفاده از تبدیل موجک گسسته، یک فرایند بهینه‌یابی مطابق الگوریتم ژنتیک ارایه کرد. در این مطالعه نیز حجم محاسبات تحلیل دینامیکی موجود در روند بهینه‌سازی کاهش یافت. تفاوت این مطالعه در مقایسه با تحقیقات پیشین این بود که در انتهای فرایند بهینه‌سازی این مقاله، تبدیل موجک معکوس به روند بهینه‌سازی برای افزایش دقت در محاسبات اضافه شده بود. در این مطالعه نیز تنها یک رکورد زلزله و دو سازه که در تحقیقات پیشین تکرار شده بود، مورد مطالعه قرار گرفت.

در راستای مقایسه‌ی توابع موجک مادر در مطالعه‌ای ناصرعلوی و همکاران [۱۱۸] روش ارائه شده توسط سلاجقه و حیدری را این‌بار روی هشت تابع موجک مادر بررسی کردند.

توابع مادر استفاده شده در این مقاله شامل تابع مادر هار، دابشیز یک تا سه و تابع موجک سیملت دو تا پنج بودند. در این پژوهش نیز یک قاب دو بعدی پنج طبقه تحت یک رکورد زلزله تحلیل شد. خطای محاسباتی در همه‌ی توابع مادر تقریبا کمتر از یک درصد بود و تبدیل موجک سیملت در مقایسه با چهار تبدیل دیگر بهتر بود.

حیدری و همکاران [۸] سازه‌ی دوبعدی ۷ طبقه‌ی مربوط به مرجع [۱۲] را با تبدیل موجک هار یا دابشیز یک تحلیل کردند. نتایج ارائه شده در این مقاله نشان‌دهنده‌ی خطای نزدیک به هفت درصد برای موج به دست آمده از فیلتر مرحله‌ی سوم و خطای نزدیک به ۱۰ درصد برای موج به دست آمده از فیلتر مرحله‌ی چهار است. حیدری و رئیسی [۱۱۹] با استفاده از الگوریتم تبرید شبیه‌سازی‌شده [17] و تبدیل موجک، سطح مقطع سازه‌های استفاده شده در مرجع [۱۱۵] را بهینه‌سازی کردند. در این پژوهش نیز از تابع موجک مادر مورلت برای انجام محاسبات مربوط به ساخت موج تقریبی استفاده شد.

همچنین در ادامه به بررسی دو مطالعه‌ی جدید در زمینه‌ی تحلیل خطی سازه‌ها با استفاده از تبدیل موجک پرداخته می‌شود. کامگار و همکاران [۱۲۰] مطالعه‌ای بر روی طیف پاسخ خطی سازه‌های تک درجه آزادی انجام دادند. بر طبق این مطالعه رکورد زلزله‌های حوزه دور و نزدیک تا سه مرحله با استفاده از تبدیل موجک فیلتر شدند. در نهایت نشان داده شد که استفاده از تبدیل موجک می‌تواند خطایی کمتر از ۱۰ درصد وارد محاسبات کند. در نهایت آخرین پژوهش انجام شده در زمینه‌ی کاربرد تبدیل موجک در سازه‌های خطی توسط حیدری و مجیدی انجام شده است [۱۶]. آن‌ها در این مطالعه منحنی‌های شتاب و سرعت سه مولفه‌ی رکورد زلزله سرپل‌ذهاب را با استفاده از تبدیل موجک هار بررسی کردند. در این مطالعه نشان داده شد که موج تقریبی مرحله‌ی چهار دارای خطایی کمتر از شش درصد برای جابه‌جایی و سرعت به دست آمده از منحنی شتاب زلزله است. همچنین در این مقاله یک سازه‌ی چهار طبقه با استفاده از موج‌های تقریبی مرحله‌ی اول تا پنجم تحلیل شد. نتایج این مقاله نشان داد که موج تقریبی مرحله‌ی سوم و چهارم با خطایی کمتر از شش درصد و ۱۳ درصد تقریب خوبی از رکورد زلزله ارائه می‌دهد. استفاده از موج مرحله‌ی سوم و چهارم حجم محاسبات را به ترتیب ۸۷ درصد و ۹۳ درصد کاهش می‌دهد.

علاوه براین از تبدیل موجک به منظور کاهش هزینه‌ی محاسبات در تحلیل دینامیکی سازه‌های هیدرولیکی نیز استفاده شده است. شعبانخواه و همکاران [۱۲۱] در یک مطالعه عملکرد تبدیل موجک در سدهای کوچک، متوسط و بزرگ ارزیابی کردند. در این مطالعه رکورد زلزله‌ها تا پنج مرحله فیلتر شدند. نتایج این پژوهش نشان داد که آخرین فیلتر مورد اعتماد برای سدهای کوچک و متوسط فیلتر مرحله‌ی سوم و برای سد های بزرگ فیلتر مرحله‌ی پنجم است. نصیری و همکاران [۱۲۲] نیز در یک مطالعه پاسخ یک سد خاکی را با استفاده از رکوردهای اصلی زلزله و رکوردهای به دست آمده از موجک بررسی کردند. در این مقاله رکوردها تا پنج مرحله فیلتر شد. نتایج این مقاله نشان داد که استفاده از روش‌های کاهش نمونه‌برداری مبتنی بر موجک در این سازه‌ها تا سطح دوم تجزیه قابل قبول است. همچنین در یک مطالعه ، نصیری و همکاران [۱۲۳] عملکرد تبدیل موجک را در تحلیل سازه‌ی سدها بررسی کرد. در این مطالعه از تبدیل موجک به عنوان روشی برای کاهش نویز رکوردهای زلزله استفاده شد. خطای نسبت حداکثر طیف شتاب، سرعت و جابه‌جایی برای سطح سوم تجزیه در این مقاله به ترتیب ۲۱/۵۱، ٤/۱۹ و ۸/٦۲ گزارش شد.

با توجه به این که اصلاح گام زمانی موج زلزله ممکن است، موجب ایجاد خطا در پارامترهای جنبش نیرومند زمین شود، مطالعاتی در زمینه بررسی تغییرات این پارامترها نیز انجام شده است. این تحقیقات سعی دارند تا نشان دهند که تبدیل موجک اصطلاحاً شاخص‌هایی که نشان‌دهنده‌ی خصوصیات یک زلزله هستند را چندان تغییر نمی‌دهند. در یک مطالعه که توسط تودوروسکا و همکاران [۱۲٤] انجام شد، از تبدیل موجک کویفلت ۵ که تبدیل موجک متعامد و تقریبا متقارن

است، برای بررسی موج تقریبی در ٤٩٤ رکورد زلزله استفاده شد. در این مقاله نشان داده شد که استفاده از این تبدیل می‌تواند موجب حفظ پارامترهای جنبش نیرومند زمین نظیر انرژی در موج تقریبی ساخته شده از تبدیل موجک شود. در این مقاله از یک سازه‌ی یک درجه آزادی مجهز به فنر و میراگر پیچشی با رفتار غیر خطی الاستوپلاستیک کامل استفاده شد. هدف از این مقاله استفاده از تبدیل موجک برای استخراج پالس‌های درون موج زلزله بود. حیدری و همکاران [٥٤] در مطالعه‌ای از تبدیل موجک گسسته برای بررسی و کاهش هزینه‌ی محاسبات در به دست آوردن پارامترهای جنبش نیرومند زمین ٢٨ رکورد زلزله استفاده کردند. در این مقاله موج‌های اصلی رکورد زلزله تا پنج مرحله با استفاده از DWT فیلتر شدند. در پژوهش انجام شده سه پارامتر جنبش نیرومند زمین که شامل شدت ایریاس[18]، سرعت تجمعی مطلق[19] و شدت مشخصه[20] بود، مورد بررسی قرار گرفت. همچنین خطای میانگین برای همه‌ی پارامترها کمتر از یک درصد بود و نشان داده شد که تبدیل موجک تا مرحله‌ی پنج از عملکرد مناسبی برخوردار است. حیدری و همکاران [١٢٥] در مطالعه‌ای دیگر که بر روی ٢٨ رکورد زلزله انجام دادند، ١٧ پارامتر جنبش نیرومند زمین را مورد بررسی قرار دادند. در این مطالعه از موج‌های تقریبی به دست آمده از تابع موجک دابشیز ٤ برای به دست آوردن پارامترهای جنبش نیرومند زمین استفاده شد. مطابق نتایج به دست آمده از این مقاله، فیلتر مرحله‌ی سوم، آخرین فیلتر مورد اعتماد است و خطایی بین ١ درصد تا ١٦ درصد برای پارامترهای مختلف دارد.

تا این‌جا در اغلب مطالعاتی که بررسی شدند، رفتار مصالح در سازه‌ها به صورت خطی فرض شده بود. با توجه به این که تحلیل دینامیکی تاریخچه زمانی غیرخطی خود دارای چالش حجم محاسبات بالا است، بنابراین بررسی عملکرد این روش بر روی سازه‌های با رفتار غیر خطی می‌تواند بسیار سودمند باشد. در این راستا حیدری و همکاران [٧] از تبدیل موجک گسسته برای کاهش حجم محاسبات در طیف پاسخ غیر خطی سازه‌های یک درجه آزادی استفاده کردند. در این مقاله مجموعا ٢٠ رکورد زلزله و ٦ ضریب شکل‌پذیری مورد بررسی قرار گرفت. در مطالعه‌ی انجام گرفته از تبدیل موجک دابشیز ٤ استفاده شد. در این مقاله برای فیلتر مرحله‌ی سوم، خطای بیشینه طیف برخی از رکورد زلزله‌ها تا نزدیک به ٧٠ درصد می‌رسید. همچنین خطای میانگین طیف پاسخ به دست آمده از فیلتر مرحله‌ی سوم برای برخی از رکورد زلزله‌ها تا حدود ٢٥ درصد می‌رسید. کامگار و همکاران [١٧] با استفاده از تبدیل موجک هار، یک سازه‌ی ٧ طبقه‌ی ساده را به صورت غیر خطی با مقطع فایبر توسط نرم افزار OpenSees تحلیل کردند. در این مقاله از رکورد زلزله‌های حوزه‌ی دور و نزدیک برای انجام تحلیل استفاده شد. در پژوهشی که انجام شد پاسخ سازه تحت ٨ رکورد زلزله و با موج‌های تقریبی به دست آمده از روش موجک بررسی شد. نتایج به دست آمده از این مقاله نشان داد که موج تقریبی مرحله‌ی سوم با خطایی کمتر از ٥ درصد در اغلب زلزله‌ها موجی قابل اعتماد برای کاهش هزینه‌ی محاسبات در سازه‌ها است. دادخواه و همکاران [١٣] یک سازه‌ی دو بعدی ٦ طبقه را با استفاده از مفاصل پلاستیک متمرکز به کمک تبدیل موجک تحلیل دینامیکی فزاینده کردند. در این پژوهش از موج‌های تقریبی ١٥ رکورد زلزله‌ی حوزه دور و نزدیک به کمک تبدیل موجک هار برای انجام محاسبات استفاده شد. در این مطالعه ، منحنی دریفت و برش پایه در مقابل بیشینه شتاب فزاینده مقایسه شد. بر اساس نتایج ارائه شده در این پژوهش، میانگین خطای هر رکورد زلزله برای بیشینه شتاب‌های مختلف موج تقریبی مرحله‌ی سوم چیزی بین ٢ درصد تا ١٣ درصد است. کامگار و همکاران [١٢٦] در یک مطالعه‌ی دیگر به کاهش هزینه‌ی محاسبات در تحلیل دینامیکی سازه‌ها با در نظر گفتن اثرات اندرکنش خاک و سازه پرداختند. در مطالعه‌ای که توسط آن‌ها انجام شد، ٤ سازه‌ی ٢٠، ٢٥، ٣٠ و ٣٥ طبقه با در نظر گفتن رفتار خاک و سازه به صورت غیر خطی در مصالح تحلیل شدند. در این مقاله سازه‌ها تحت ٢٠ رکورد زلزله‌ی مختلف تحلیل دینامیکی شدند. زلزله‌های انتخاب شده تا ٥

مرحله با استفاده از تبدیل موجک دابشیز ٤ فیلتر شدند. خطا در محاسبات مربوط به بیشینه جابه‌جایی برای فیلتر مرحله‌ی سوم در برخی از رکورد زلزله‌ها تا ۹۰ درصد هم می‌رسید ولی در اغلب موارد خطا بین ۲ تا ۳٦ درصد بود. جاودانیان و همکاران [۱۲۷] در یک مطالعه از تبدیل موجک برای کاهش هزینه‌ی محاسبات تحلیل غیرخطی یک پروفیل خاک به عمق ۱۳۰ متر استفاده کردند. در این مطالعه از ٤۲ رکورد زلزله استفاده شد و هر رکورد زلزله تا ۵ مرحله فیلتر شد. بر اساس نتایج ارائه شده در این مقاله می‌توان گفت که فیلترهای مرحله ٤ و ۵ نتایج قابل اطمینانی را ارائه نمی‌دهند. خطای میانگین فیلتر مرحله‌ی سوم در این مقاله ۱٤ درصد گزارش شد.

پس از حدود ۲۰ سال از اولین مطالعه‌ای که در خصوص استفاده از روش موجک برای کاهش هزینه‌ی محاسبات در تحلیل‌های دینامیکی انجام گرفت، در سال ۲۰۲۳ اولین‌بار مجیدی و همکاران [۱۲۸] به بررسی تاثیر تابع موجک بر دقت محاسبات پرداختند. در این مطالعه با بررسی ۳٦ تابع موجک و انجام بیش از ۵ میلیون تحلیل دینامیکی نشان داده شد که توابع موجک هار و دابشیز که در مطالعات پیشین پیشنهاد شده بودند از بدترین توابع برای کاهش نمونه‌برداری رکوردهای زلزله هستند. در این مطالعه توابع موجک دومتعامد برای انجام تحلیل‌های دینامیکی پیشنهاد شد. طبق گزارشی که در این مطالعه ارائه شد، استفاده از توابع موجک دومتعامد می‌تواند خطا را تا بیش از ۳ برابر کاهش دهد.

همچنین در سال‌های اخیر روش موجک برای تحلیل مسائل پیچیده‌تر دینامیکی نیز استفاده شده است. مجیدی و همکاران [۱۲۹] در یک مطالعه از روش موجک برای کاهش هزینه‌ی محاسبات در تحلیل مدل‌های پری‌دینامیک با رفتار خطی و غیرخطی استفاده کردند. در این مطالعه روش موجک توانست هزینه‌ی محاسبات را تا بیش از ۹۰ درصد کاهش دهد. همچنین آن‌ها در یک مطالعه‌ی دیگر [۱۳۰] از تبدیل موجک برای کاهش هزینه‌ی محاسبات در تحلیل مخازن آب با در نظر گرفتن اثرات اندرکنش سازه و سیال تحت ارتعاشات زلزله استفاده کردند. در این مطالعه نشان داده شد که تبدیل موجک برای تخمین برش‌پایه از دقت خوبی برخوردار است، اما برای تخمین حداکثر ارتفاع سیال استفاده از این روش مورد تردید است. در نهایت مجیدی و همکاران [۱۳۱] در یک مطالعه از تبدیل موجک برای کاهش هزینه‌ی محاسبات تحلیل سایت استفاده کردند. آن‌ها شهر اصفهان را به عنوان سایت مورد بررسی انتخاب کردند و ۷۲ پروفیل خاک را که خصوصیات موج برشی آن‌ها از آزمایش درونچاهی به دست آمده بود را مورد بررسی قرار دادند. براساس نتایج به دست آمده از این پژوهش استفاده از روش موجک برای این دسته از مسائل نیز می‌تواند هزینه‌ی محاسبات را تا ۷۵ درصد با خطای قابل چشم پوشی کاهش دهد.

٤- جمع‌بندی

در این مقاله ابتدا سعی شد تا با ارائه‌ی یک خلاصه از پردازش سیگنال نشان داده شود که تبدیل موجک تا چه میزان می‌تواند دقت را در تحلیل‌های زمان-فرکانسی امواج افزایش دهد. به عبارتی با بررسی موج‌های پایا و ناپایا نشان داده شد که ابزار سنتی مانند تبدیل فوریه که تنها بعد فرکانسی موج را در نظر گرفته و از بعد زمانی آن صرف نظر می‌کنند دارای ضعف هستند. سپس نشان داده شد که ابزار پیشرفته‌تر ریاضی مانند تبدیل فوریه‌ی پنجره‌ای با توجه به وابستگی دقت محاسبات به طول پنجره دارای ضعف در دقت تحلیل‌های زمان فرکانسی هستند. در نهایت تبدیل موجک با توجه به خصوصیت منحصربه‌فردی که در خصوص وابستگی طول پنجره به فرکانس مورد بررسی داشت توانست دقت در تحلیل‌های زمان-فرکانس را افزایش دهد. پس از بیان خلاصه‌ای از تئوری موجک نشان داده شد که از این ابزار در مهندسی سازه و زلزله در سه حوزه‌ی اصلی استفاده می‌شود که این سه حوزه شامل تحلیل فرکانسی، تشخیص آسیب و کاهش هزینه‌ی محاسبات می‌شد. با بررسی هر یک از حوزه‌های مورد بررسی نشان داده شد که تبدیل موجک می‌تواند در هر سه حوزه دستاوردهای

ارزشمندی را داشته باشد. با وجود مطالعات متعددی که در خصوص کاربرد روش موجک در مهندسی سازه و زلزله وجود دارد، با این حال هنوز هم از این ابزار در زمینه‌های مختلف استفاده شده و این مطالعات در حال توسعه است.

واژه‌نامه

1. time series
2. stationary
3. wavelet transform
4. chi-chi
5. short-time fourier transform
6. Multi-Resolution Analyze
7. Continuous Wavelet Transform
8. Discrete Wavelet Transform
9. Haar
10. Daubechies
11. Morlet
12. Packet
13. Scalogram
14. Gabor
15. Transformed Singular Value Decomposition
16. Energy curvature difference
17. Simulated Annealing
18. arias intensity
19. cumulative absolute velocity
20. characteristic intensity

منابع

1. Goswami, J., C., and Chan, A. K., "Fundamentals of Wavelets: Theory, Algorithms, and Applications", John Wiley & Sons, 2011.
2. Poularikas, A. D., "Transforms and Applications Handbook", CRC press, 2018.
3. Gabor, D., "Theory of Communication, Part 1: The Analysis of Information", *Journal of the Institution of Electrical Engineers-Part III: Radio and Communication Engineering*, Vol. 93, No. 26, pp. 429-441, 1946.
4. Polikar, R., "The Wavelet Tutorial: The Engineer's Ultimate Guide to Wavelet Analysis", 2002.
5. Cassidy, D., "Quantum Mechanics, 1925-1927: The Uncertainty Principle", *The American Institute of Physics*, 2006.
6. Misiti, M., Misiti, Y., Oppenheim, G., and Poggi, J. M., "Wavelet Toolbox", *The MathWorks Inc., Natick, MA*, Vol. 15, pp. 21, 1996.
7. Heidari, A., Pahlavan sadegh, S., and Raeisi, J., "Investigating the Effect of Soil Type on Non-linear Response Spectrum Using Wavelet Theory", *International Journal of Civil Engineering*, Vol. 17, No. 12, pp. 1909-1918, 2019.
8. Heidari, A., Raeisi, J., and Pahlavan Sadegh, S., "Dynamic Analysis of Shear Building Structure Using Wavelet Transform", *Journal of Numerical Methods in Civil Engineering*, Vol. 2, No. 4, pp. 20-26, 2018.
9. Heidari, A., and Salajegheh, E., "Time History Analysis of Structures for Earthquake Loading by Wavelet Networks", *Asian Journal of Civil Engineering*, Vol. 7, No. 2, 2006.
10. Salajegheh, E., and Heidari, A., "Time History Dynamic Analysis of Structures Using Filter Banks and Wavelet Transforms", *Computers & Structures*, Vol. 83, No. 1, pp. 53-68, 2005.
11. Salajegheh, E., and Heidari, A., "Optimum Design of Structures Against Earthquake by Wavelet Neural Network and Filter Banks", *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, Vol. 34, No. 1, pp. 67-82, 2005.
12. Salajegheh, E., and Heidari, A., "Dynamic Analysis of Structures Against Earthquake by Combined Wavelet Transform and Fast Fourier Transform", *Asian Journal of Civil Engineering*, 2002.
13. Dadkhah, M., Kamgar, R., and Heidarzadeh, H., "Reducing the Cost of Calculations for Incremental Dynamic Analysis of Building Structures Using the Discrete Wavelet Transform", *Journal of Earthquake Engineering*, pp. 1-26, 2020.
14. Mallat, S., "A Wavelet Tour of Signal Processing", Elsevier, 1999.
15. Misiti, M., Nisiti, Y., and Oppenheim, G., and Poggi, J., "Wavelet Toolbox User's Guide", *The Math Works Inc*, 1996.
16. Heidari, A., and Majidi, N., "Earthquake Acceleration Analysis Using Wavelet Method", *Earthquake Engineering and Engineering Vibration*, Vol. 20, No. 1, pp. 113-126, 2021.
17. Kamgar, R., Majidi, N., and Heidari, A., "Wavelet-based Decomposition of Ground Acceleration for Efficient Calculation of Seismic Response in Elastoplastic Structures", *Periodica Polytechnica Civil Engineering*, Vol. 65, No. 2, 2020.
18. Salajegheh, E., and Heidari, A., "Approximate Dynamic Analysis of Structures for Earthquake Loading Using FWT", *International Journal of Engineering*, Vol. 20, No. 1, pp. 37-47, 2007.
19. Daubechies, I., "Ten Lectures on Wavelets", SIAM, 1992.
20. Spanos, P., and Rao, V. R. S., "Random Field Representation in A Biorthogonal Wavelet Basis", *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 127, No. 2, pp. 194-205, 2001.
21. Mehr Motlagh, M., Bahar, A., and Bahar O., "Investigation of Soil-Structure Interaction Effects

References

on Damage Detection of Wind Turbine Tower with Biorthogonal Wavelets", *Amirkabir Journal of Civil Engineering*, Vol. 53, No. 6, pp. 19-19, 2021.
22. Teng, Y. T., Wang, X. Z., Wang, X. M., Ma, J. M., and Xu, J. H., "P Wave Onset Time Picking with the B-spline Biorthogonal Wavelet", *Acta Seismologica Sinica*, Vol. 19, No. 3, pp. 350-355, 2006.
23. Hémon, P., and Santi, F., "Simulation of A Spatially Correlated Turbulent Velocity Field Using Biorthogonal Decomposition", *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, Vol. 95, No. 1, pp. 21-29, 2007.
24. Majidi, N., Riahi, H. T., and Zandi, S. M., "Seismic Data Lossy Compression and Distortion Analysis", *Journal of Earthquake Engineering and Engineering Vibration*, Vol. 4, 2011.
25. Abrahamson, N., "Non-Stationary Spectral Matching", *Seismological Research Letters*, Vol. 63, No. 1, pp. 30, 1992.
26. Al Atik, L., and Abrahamson, N., "An Improved Method for Nonstationary Spectral Matching", *Earthquake Spectra*, Vol. 26, No. 3, pp. 601-617, 2010.
27. Suárez, L. E., and Montejo, L. A., "Generation of Artificial Earthquakes Via the Wavelet Transform", *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 42, No. 21-22, pp. 5905-5919, 2005.
28. Hancock, J., Watson-Lamprey, J., Abrahamson, N. A., Bommer, J. J., Markatis, A., McCoy, E., and Mendis, R., "An Improved Method of Matching Response Spectra of Recorded Earthquake Ground Motion Using Wavelets", *Journal of Earthquake Engineering*, Vol. 10, No. spec01, pp. 67-89, 2006.
29. Mukherjee, S., and Gupta, V. K., "Wavelet-based Generation of Spectrum-Compatible Time-histories", *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, Vol. 22, No. 9-12, pp. 799-804, 2002.
30. Amiri, G. G., Ashtari, P., and Rahami, H., "New Development of Artificial Record Generation by Wavelet Theory", *Structural Engineering and Mechanics*, Vol. 22, No. 2, pp. 185-196, 2006.
31. Amiri, G. G., Abdolahi Rad, A., Aghajari, S., and Khanmohamadi Hazaveh, N., "Generation of Near-field Artificial Ground Motions Compatible with Median-Predicted Spectra Using PSO-based Neural Network and Wavelet Analysis", *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*, Vol. 27, No. 9, pp. 711-730, 2012.
32. Giaralis, A., and Spanos, P., "Wavelet-based Response Spectrum Compatible Synthesis of Accelerograms—Eurocode Application (EC8)", *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, Vol. 29, No. 1, pp. 219-235, 2009.
33. Iyama, J., and Kuwamura, H., "Application of Wavelets to Analysis and Simulation of Earthquake Motions", *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, Vol. 28, No. 3, pp. 255-272, 1999.
34. Huang, D., and Wang, G., "Stochastic Simulation of Regionalized Ground Motions Using Wavelet Packets and Cokriging Analysis", *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, Vol. 44, No. 5, pp. 775-794, 2015.
35. Yamamoto, Y., and Baker, J. W., "Stochastic Model for Earthquake Ground Motion Using Wavelet Packets", *Bulletin of the Seismological Society of America*, Vol. 103, No. 6, pp. 3044-3056, 2013.
36. Rajasekaran, S., Latha, V., and Lee, S., "Generation of Artificial Earthquake Motion Records Using Wavelets and Principal Component Analysis", *Journal of Earthquake Engineering*, Vol. 10, No. 05, pp. 665-691, 2006.
37. Rajabi, E., and Ghodrati Amiri, G., "Generation of Critical Aftershocks Using Stochastic Neural Networks and Wavelet Packet Transform", *Journal of Vibration and Control*, Vol. 26, No. 5-6, pp. 331-351, 2020.
38. Shahrood, I., "Generation of Synthetic Earthquake Records by Artificial Intelligence Techniques", Int. J. Optim. Civil Eng, Vol. 8, pp. 15-82, 2018.
39. Fadavi Amiri, M. R., Soleymani Eyvari, S. A., Hasanpoor, H., and Shamekhi Amiri, M., "Simulation of Artificial Earthquake Records Compatible with Site Specific Response Spectra Using Time Series Analysis", *Journal of Structural and Construction Engineering*, Vol. 4, No. 3, pp. 68-80, 2017.
40. Dai, M., and Li, Y., "Combination of Spectral Representation and Wavelet Packets for Generating Long-Period Ground Motions", *Advances in Civil Engineering*, Vol. 3, pp. 1-24, 2020.
41. Fakhrmoosavy, S. H., Setayeshi, S., and Sharifi, A., "An Intelligent Method for Generating Artificial Earthquake Records Based on Hybrid PSO–parallel Brain Emotional Learning Inspired Model", *Engineering with Computers*, Vol. 34, No. 3, pp. 449-463, 2018.
42. Bani-Hani, K. A., and Malkawi, A. I., "A Multi-Step Approach to Generate Response-Spectrum-Compatible Artificial Earthquake Accelerograms", *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, Vol. 97, pp. 117-132, 2017.
43. Mollaioli, F., and Bosi, A., "Wavelet Analysis for the Characterization of Forward-Directivity Pulse-Like Ground Motions on Energy Basis", *Meccanica*, Vol. 47, No. 1, pp. 203-219, 2012.
44. Baker, J. W., "Quantitative Classification of Near-Fault Ground Motions Using Wavelet Analysis", *Bulletin of the Seismological Society of America*, Vol. 97, No. 5, pp. 1486-1501, 2007.
45. Montejo, L. A., and Kowalsky, M. J., "Estimation of Frequency-Dependent Strong Motion Ruration Via Wavelets and Its Influence on Nonlinear Seismic Response", *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*, Vol. 23, No. 4, pp. 253-264, 2008.

46. Cao, H., and Friswell, M., "The Effect of Energy Concentration of Earthquake Ground Motions on the Nonlinear Response of RC Structures", *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, Vol. 29, No. 2, pp. 292-299, 2009.
47. Ghodrat, A. G., and Asadi, A., "Comparison of Different Methods of Wavelet and Wavelet Packet Transform in Processing Ground Motion Records", *International Journal of Civil Engineering*, Vol. 7, No. 4, 2009.
48. Zhou, Z., and Adeli, H., "Time-Frequency Signal Analysis of Earthquake Records Using Mexican Hat Wavelets", *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*, Vol. 18, No. 5, pp. 379-389, 2003.
49. Banjade, T. P., Yu, S., and Ma, J., "Earthquake Accelerogram Denoising by Wavelet-Based Variational Mode Decomposition", *Journal of Seismology*, Vol. 23, No. 4, pp. 649-663, 2019.
50. Kiyani, K., Raeisi, J., and Heidari, A., "Time-Frequency Localization of Earthquake Record by Continuous Wavelet Transforms", *Computational Engineering and Physical Modeling*, Vol. 2, No. 2, pp. 50-60, 2019.
51. Yang, Y., Liu, C., and Langston, C. A., "Processing Seismic Ambient Noise Data with the Continuous Wavelet Transform to Obtain Reliable Empirical Green's Functions", *Geophysical Journal International*, Vol. 222, No. 2, pp. 1224-1235, 2020.
52. Joevivek, V., Chandrasekar, N., and Jayangondaperumal, R., "Evaluation of Optimal Wavelet Filters for Seismic Wave Analysis", *Himalayan Geology*, Vol. 37, No. 2, pp. 176-189, 2016.
53. Mashayekhi, M., Estekanchi, H. E., and Vafai, H., "Simulation of Endurance Time Excitations Via Wavelet Transform", *Iranian Journal of Science and Technology, Transactions of Civil Engineering*, Vol. 43, No. 3, pp. 429-443, 2019.
54. Heidari, A., Raeisi, J., and Kamgar, R., "Application of Wavelet Theory in Determining of Strong Ground Motion Parameters", *Iran University of Science & Technology*, Vol. 8, No. 1, pp. 103-115, 2018.
55. Kulesh, M., Holschneider, M., and Diallo, M., "Geophysical Wavelet Library: Applications of the Continuous Wavelet Transform to the Polarization and Dispersion Analysis of Signals", *Computers & Geosciences*, Vol. 34, No. 12, pp. 1732-1752, 2008.
56. Botella, F., Rosa-Herranz, J., Giner, J., Molina, S., and Galiana-Merino, J., "A Real-Time Earthquake Detector with Prefiltering by Wavelets", *Computers & Geosciences*, Vol. 29, No. 7, pp. 911-919, 2003.
57. Zhang, H., Thurber, C., and Rowe, C., "Automatic P-wave Arrival Detection and Picking with Multiscale Wavelet Analysis for Single-Component Recordings", *Bulletin of the Seismological Society of America*, Vol. 93, No. 5, pp. 1904-1912, 2003.
58. Karamzadeh, N., Doloei, G. J., and Reza, A. M., "Automatic Earthquake Signal Onset Picking Based on the Continuous Wavelet Transform", *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, Vol. 51, No. 5, pp. 2666-2674, 2012.
59. Kamgar, R., Majidi, N., and Heidari, A., "Continuous Wavelet and Fourier Transform Methods for the Evaluation of the Properties of Critical Excitation", *Amirkabir J. of Civil & Environmental Engineering*, Vol. 52, No. 12, 2019.
60. Park, K., "Identification of Structural Dynamics Models Using Wevelet-Generated Impulse Response Data", *Report. CU-CAS-95-02, Center for Aerospace Structures, University of Colorado, Boulder*, 1995.
61. Kijewski, T., and Kareem, A., "Wavelet Transforms for System Identification in Civil Engineering", *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*, Vol. 18, No. 5, pp. 339-355, 2003.
62. Slavič, J., Simonovski, I., and Boltežar, M., "Damping Identification Using a Continuous Wavelet Transform: Application to Real Data", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 262, No. 2, pp. 291-307, 2003.
63. Huang, C. S., Hung, S. L., Lin, C., and Su, W., "A Wavelet-Based Approach to Identifying Structural Modal Parameters from Seismic Response and free Vibration Data", *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*, Vol. 20, No. 6, pp. 408-423, 2005.
64. Ji, Y., and Chang, C., "Nontarget Stereo Vision Technique for Spatiotemporal Response Measurement of Line-Like Structures", *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 134, No. 6, pp. 466-474, 2008.
65. Chen, S. L., Liu, J. J., and Lai, H. C., "Wavelet Analysis for Identification of Damping Ratios and Natural Frequencies", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 323, No. 1-2, pp. 130-147, 2009.
66. Shi, Y., and Chang, C., "Substructural Time-Varying Parameter Identification Using Wavelet Multiresolution Approximation", *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 138, No. 1, pp. 50-59, 2012.
67. Wang, C., Ren, W. X., Wang, Z. C., and Zhu, H. P., "Instantaneous Frequency Identification of Time-Varying Structures by Continuous Wavelet Transform", *Engineering Structures*, Vol. 52, pp. 17-25, 2013.
68. Guo, Y., and Kareem, A., "System Identification Through Nonstationary Response: Wavelet and Transformed Singular Value Decomposition—Based Approach", *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 141, No. 7, pp. 04015013, 2015.
69. Perez-Ramirez, C. A., Amezquita-Sanchez, J. P., Adeli, H., Valtierra-Rodriguez, M., Camarena-Martinez, D., and Romero-Troncoso, R. J., "New Methodology for Modal Parameters Identification of Smart Civil Structures Using Ambient Vibrations

and Synchrosqueezed Wavelet Transform", *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, Vol. 48, pp. 1-12, 2016.
70. Nagarajaiah, S., and Basu, B., "Output Only Modal Identification and Structural Damage Detection Using Time Frequency & Wavelet Techniques", *Earthquake Engineering and Engineering Vibration*, Vol. 8, No. 4, pp. 583-605, 2009.
71. Zhong, S., and Oyadiji, S. O., "Detection of Cracks in Simply-Supported Beams by Continuous Wavelet Transform of Reconstructed Modal Data", *Computers & structures*, Vol. 89, No. 1-2, pp. 127-148, 2011.
72. Xin, Y., Hao, H., and Li, J., "Operational Modal Identification of Structures Based on Improved Empirical Wavelet Transform", *Structural Control and Health Monitoring*, Vol. 26, No. 3, pp. e2323, 2019.
73. Lardies, J., and Gouttebroze, S., "Identification of Modal Parameters Using the Wavelet Transform", *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 44, No. 11, pp. 2263-2283, 2002.
74. Cantero, D., Hester, D., and Brownjohn, J., "Evolution of Bridge Frequencies and Modes of Vibration During Truck Passage", *Engineering Structures*, Vol. 152, pp. 452-464, 2017.
75. Cantero, D., McGetrick, P., Kim, C. W., and OBrien, E., "Experimental Monitoring of Bridge Frequency Evolution During the Passage of Vehicles with Different Suspension Properties", *Engineering Structures*, Vol. 187, pp. 209-219, 2019.
76. Younesi, A., Rezaeifar, O., Gholhaki, M., and Esfandiari, A., "Damage Detection in Concret Filled Tube Column Based on Exper-Imentally Modal Data and Wavelet Technique", *Mechanics of Advanced Composite Structures*, 2020.
77. Zhao, L., Jin, D., Wang, H., and Liu, C., "Modal Parameter Identification of Time-Varying Systems Via Wavelet-Based Frequency Response Function", *Archive of Applied Mechanics*, Vol. 90, No. 11, pp. 2529-2542, 2020.
78. Zhang, M., Huang, X., Li, Y., Sun, H., Zhang, J., and Huang, B., "Improved Continuous Wavelet Transform for Modal Parameter Identification of Long-Span Bridges", *Shock and Vibration*, Vol. 2020, 2020.
79. Pacheco-Chérrez, J., Delgado-Gutiérrez, A., Cárdenas, D., and Probst, O., "Reliable Damage Localization in Cantilever Beams Using an Image Similarity Assessment Method Applied to Wavelet-Enhanced Modal Analysis", *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 149, pp. 107335, 2021.
80. Hou, Z., Noori, M., and Amand, R. S., "Wavelet-Based Approach for Structural Damage Detection", *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 126, No. 7, pp. 677-683, 2000.
81. Okafor, A. C., and Dutta, A., "Structural Damage Detection in Beams by Wavelet Transforms", *Smart Materials and Structures*, Vol. 9, No. 6, pp. 906, 2000.
82. Yoon, D. J., Weiss, W. J., and Shah, S. P., "Assessing Damage in Corroded Reinforced Concrete Using Acoustic Emission", *Journal of engineering mechanics*, Vol. 126, No. 3, pp. 273-283, 2000.
83. Sun, Z., and Chang, C., "Structural Damage Assessment Based on Wavelet Packet Transform", *Journal of Structural Engineering*, Vol. 128, No. 10, pp. 1354-1361, 2002.
84. Melhem, H., and Kim, H., "Damage Detection in Concrete by Fourier and Wavelet Analyses", *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 129, No. 5, pp. 571-577, 2003.
85. Hera, A., and Hou, Z., "Application of Wavelet Approach for ASCE Structural Health Monitoring Benchmark Studies", *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 130, No. 1, pp. 96-104, 2004.
86. Ovanesova, A., and Suarez, L. E., "Applications of Wavelet Transforms to Damage Detection in Frame Structures", *Engineering structures*, Vol. 26, No. 1, pp. 39-49, 2004.
87. Ren, W. X., Sun, Z. S., Xia, Y., Hao, H., and Deeks, A. J., "Damage Identification of Shear Connectors with Wavelet Packet Energy: Laboratory Test Study", *Journal of Structural Engineering*, Vol. 134, No. 5, pp. 832-841, 2008.
88. Park, S., Inman, D. J., Lee, J. J., and Yun, C. B., "Piezoelectric Sensor-Based Health Monitoring of Railroad Tracks Using A Two-Step Support Vector Machine Classifier", *Journal of Infrastructure Systems*, Vol. 14, No. 1, pp. 80-88, 2008.
89. Feng, X., Zhang, X., Sun, C., Motamedi, M., and Ansari, F., "Stationary Eavelet Transform Method for Distributed Detection of Damage by Fiber-Optic Sensors", *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 140, No. 4, pp. 04013004, 2014.
90. Pan, H., Azimi, M., Yan, F., and Lin, Z., "Time-Frequency-Based Data-Driven Structural Diagnosis and Damage Detection for Cable-Stayed Bridges", *Journal of Bridge Engineering*, Vol. 23, No. 6, pp. 04018033, 2018.
91. Wang, S., Li, J., Luo, H., and Zhu, H., "Damage Identification in Underground Tunnel Structures with Wavelet Based Residual Force Vector", *Engineering Structures*, Vol. 178, pp. 506-520, 2019.
92. Goggins, J., Broderick, B. M., Basu, B., and Elghazouli, A. Y., "Investigation of the Seismic Response of Braced Frames Using Wavelet Analysis", *Structural Control and Health Monitoring: The Official Journal of the International Association for Structural Control and Monitoring and of the European Association for the Control of Structures*, Vol. 14, No. 4, pp. 627-648, 2007.
93. Rucka, M., and Wilde, K., "Neuro-Wavelet Damage

Detection Technique in Beam, Plate and Shell Structures with Experimental Validation", *Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, Vol. 48, pp. 579-604, 2010.
94. Vafaei, M., and Adnan, A. b., "Seismic Damage Detection of Tall Airport Traffic Control Towers Using Wavelet Analysis", *Structure and Infrastructure Engineering*, Vol. 10, No. 1, pp. 106-127, 2014.
95. Asgarian, B., Aghaeidoost, V., and Shokrgozar, H. R., "Damage Detection of Jacket Type Offshore Platforms Using Rate of Signal Energy Using Wavelet Packet Transform", *Marine Structures*, Vol. 45, pp. 1-21, 2016.
96. Fan, W., and Qiao, P., "A 2-D Continuous Wavelet Transform of Mode Shape Data for Damage Detection of Plate Structures", *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 46, No. 25-26, pp. 4379-4395, 2009.
97. Wu, N., and Wang, Q., "Experimental Studies on Damage Detection of Beam Structures with Wavelet Transform", *International Journal of Engineering Science*, Vol. 49, No. 3, pp. 253-261, 2011.
98. Spagnoli, A., Montanari, L., Basu, B., and Broderick, B., "Nonlinear Damage Identification in Fiber-Reinforced Cracked Composite Beams Through Time-Space Wavelet Analysis", *Procedia Materials Science*, Vol. 3, pp. 1579-1584, 2014.
99. Wang, P., and Shi, Q., "Damage Identification in Structures Based on Energy Curvature Difference of Wavelet Packet Transform", *Shock and Vibration*, Vol. 2, pp. 1-13, 2018.
100. Hong, J. C., Kim, Y., Lee, H., and Lee, Y., "Damage Detection Using the Lipschitz Exponent Estimated by the Wavelet Transform: Applications to Vibration Modes of a Beam", *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 39, No. 7, pp. 1803-1816, 2002.
101. Taha, M. R., Noureldin, A., Lucero, J., and Baca, T., "Wavelet Transform for Structural Health Monitoring: A Compendium of Uses and Features", *Structural Health Monitoring*, Vol. 5, No. 3, pp. 267-295, 2006.
102. Noh, H. Y., Lignos, D. G., Nair, K. K., and Kiremidjian, A. S., "Development of Fragility Functions As A Damage Classification/Prediction Method for Steel Moment-Resisting Frames Using A Wavelet-Based Damage Sensitive Feature", *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, Vol. 41, No. 4, pp. 681-696, 2012.
103. Patel, S., Chourasia, A., Panigrahi, S., Parashar, J., Parvez, N., and Kumar, M., "Damage Identification of RC Structures Using Wavelet Transformation", *Procedia Engineering*, Vol. 144, pp. 336-342, 2016.
104. Amezquita-Sanchez, J. P., Park, H. S., and Adeli, H., "A Novel Methodology for Modal Parameters Identification of Large Smart Structures Using MUSIC, Empirical Wavelet Transform, and Hilbert Transform", *Engineering Structures*, Vol. 147, pp. 148-159, 2017.
105. Liu, J. L., Wang, Z. C., Ren, W. X., and Li, X. X., "Structural Time-Varying Damage Detection Using Synchrosqueezing Wavelet Transform", *Smart Struct. Syst*, Vol. 15, No. 1, pp. 119-133, 2015.
106. Hester, D., and González, A., "A Wavelet-Based Damage Detection Algorithm Based on Bridge Acceleration Response to A Vehicle", *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 28, pp. 145-166, 2012.
107. Facchini, G., Bernardini, L., Atek, S., and Gaudenzi, P., "Use of the Wavelet Packet Transform for Pattern Recognition in a Structural Health Monitoring Application", *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, Vol. 26, No. 12, pp. 1513-1529, 2015.
108. Yan, Y., Hao, H., and Yam, L., "Vibration-Based Construction and Extraction of Structural Damage Feature Index", *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 41, No. 24-25, pp. 6661-6676, 2004.
109. Han, J. G., Ren, W. X., and Sun, Z. S., "Wavelet Packet Based Damage Identification of Beam Structures", *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 42, No. 26, pp. 6610-6627, 2005.
110. Zhu, X., and Law, S., "Wavelet-Based Crack Identification of Bridge Beam from Operational Deflection Time History", *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 43, No. 7-8, pp. 2299-2317, 2006.
111. Douka, E., Loutridis, S., and Trochidis, A., "Crack Identification in Plates Using Wavelet Analysis", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 270, No. 1-2, pp. 279-295, 2004.
112. Jiang, X., and Mahadevan, S., "Wavelet Spectrum Analysis Approach to Model Validation of Dynamic Systems", *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 25, No. 2, pp. 575-590, 2011.
113. Doliński, L., and Krawczuk, M., "Damage Detection in Turbine Wind Blades by Vibration Based Methods", *Journal of Physics: Conference Series*, Vol. 181, No. 1, pp. 012086, 2009.
114. Ouma, Y. O., and Hahn, M., "Wavelet-Morphology Based Detection of Incipient Linear Cracks in Asphalt Pavements from RGB Camera Imagery and Classification Using Circular Radon Transform", *Advanced Engineering Informatics*, Vol. 30, No. 3, pp. 481-499, 2016.
115. Salajegheh, E., and Heidari, A., "Optimum Design of Structures Against Earthquake by Adaptive Genetic Algorithm Using Wavelet Networks", *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol. 28, No. 4, pp. 277-285, 2004.
116. Salajegheh, E., Heidari, A., and Saryazdi, S., "Optimum Design of Structures Against Earthquake

by Discrete Wavelet Transform", *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 62, No. 15, pp. 2178-2192, 2005.
117. Heidari, A., "Optimum Design of Structures for Earthquake Induced Loading by Genetic Algorithm Using Wavelet Transform", *Advances in Applied Mathematics & Mechanics*, Vol. 2, pp. 107-17, 2010.
118. Naseralavi, S. S., Balaghi, S., and Khojastehfar, E., "Effects of Various Wavelet Transforms in Dynamic Analysis of Structures", *International Journal of Civil and Environmental Engineering*, Vol. 10, No. 7, pp. 860-864, 2016.
119. Heidari, A., and Raeisi, J., "Optimum Design of Structures Against Earthquake by Simulated Annealing Using Wavelet Transform", *Journal of Soft Computing in Civil Engineering*, Vol. 2, No. 4, pp. 23-33, 2018.
120. Kamgar, R., Dadkhah, M., and Naderpour, H., "Seismic Response Evaluation of Structures Using Discrete Wavelet Transform through Linear Analysis", *Structures*, Vol. 29, pp. 863-882, 2021.
121. Shabankhah, S., Heidari, A., and Kamgar, R., "Optimum Level of Discrete Wavelet Decomposition for Dynamic Analysis of Hydraulic Structures", *International Journal of Optimization in Civil Engineering*, Vol. 11, No. 4, pp. 631-646, 2021.
122. Nasiri, F., Javdanian, H., and Heidari, A., "Seismic Response Analysis of Embankment Dams under Decomposed Earthquakes", *Geomech. Eng*, Vol. 21, No. 1, pp. 35-51, 2020.
123. Nasiri, F., Javdanian, H., and Heidari, A., "Dynamic Analysis of Earth Dams under De-noised Earthquake Records", *Amirkabir Journal of Civil Engineering*, Vol. 53, No. 7, pp. 3101-3114, 2021.
124. Todorovska, M. I., Meidani, H., and Trifunac, M. D., "Wavelet Approximation of Earthquake Strong Ground Motion-Goodness of Fit for a Database in Terms of Predicting Nonlinear Structural Response", *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, Vol. 29, No. 4, pp. 742-751, 2009.
125. Heidari, A., Raeisi, J., and Kamgar, R., "Application of Wavelet Theory with Denoising to Estimate the Parameters of an Earthquake", *Scientia Iranica*, Vol. 28, No. 1, pp. 49-64, 2021.
126. Kamgar, R., Tavakoli, R., Rahgozar, P., and Jankowski, R., "Application of Discrete Wavelet Transform in Seismic Nonlinear Analysis of Soil–Structure Interaction Problems", *Earthquake Spectra*, Vol. 37, No. 3, pp. 8755293020988027, 2021.
127. Javdanian, H., Heidari, A., and Raeisi, J., "Seismic Ground Response under Wavelet-Based Decomposed Earthquake Records", *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, Vol. 149, pp. 106865, 2021.
128. Majidi, N., Riahi, H. T., and Zandi, S. M., "Evaluating the Performance of Different Mother Wavelet Functions for Down-Sampling of Earthquake Records", *Structures*, Vol. 51, pp. 846-879, 2023.
129. Majidi, N., Tajmir Riahi, H., and Zandi, M., "Reducing Computational Efforts in Linear and Nonlinear Analysis of Peridynamic Models under Impact Loads", *Amirkabir Journal of Civil & Environmental Engineering*, Vol. 54, No. 7, 2022.
130. Majidi, N., Zandi, M., and Tajmir Riahi, H., "Using the Method of Fundamental Solutions and Discrete Wavelet Transform to Reduce the Cost of Computations in the Analysis of Rectangular Water Tank for Earthquake Load", *Bulletin of Earthquake Science and Engineering*, Vol. 10, No. 1, pp. -, 2022.
131. Majidi, N., Riahi, H. T., and Zandi, S. M., "Reducing Computational Costs in Site Response Analysis and Its Application for the Nonlinear Dynamic Analysis of Structures", *Structures*, Vol. 46, pp. 1345-1368, 2022.