



The bisection method and the accelerated dynamical mean value optimization method in comparison of different topology optimization approaches

Mahmoud Alfouneh^{1*} and Behrooz Keshtegar²

1- Mechanical Engineering Department, University of Zabol, Zabol, Iran

2- Civil Engineering Department, University of Zabol, Zabol, Iran

Abstract: Since deterministic topology optimization (TO) does not consider the uncertainties in the structure, including materials, loading and geometric dimensions, it may provide the optimal designs with the lowest state of reliability and safety. To solve this problem, reliability-based topology optimization (RBTO) is used, which is actually a combination of TO methods with reliability-based design methods (RBDO) based on a mathematical framework and process. In this article, by considering four TO methods including moving iso-surface threshold (MIST), SIMP, evolutionary structural optimization-extended finite element (XFEM-ESO) and level-set (LS), and considering a constraint or objective function, an optimal volume fraction (Vf) is obtained for TO by the bisection method. Then, with the aid of mean volume fraction, TO is performed and its optimized results are applied by an advanced reliability analysis method, i.e. accelerated dynamical mean value (ADMV), taking into account the uncertainties and their standard deviations to extract the most probable probability point (MPP). Having the MPP and the constraint, the bisection algorithm is used again and the optimized volume fraction for the RBTO model, and thereby the optimal layout for the RBTO solution, is achieved. Several examples are presented to validate and highlight the optimization capability of the RBTO method using a structural model and the mentioned TO methods, and the results are compared together. Based on the results, it is shown that the combination of RBDO and TO approach is able to result in powerful, stable, safe, and reliable structures completely different from the TO results.

Keywords: Deterministic topology optimization, Reliability-based topology optimization, Bisection method, MIST method, Level-set method, SIMP, XFEM-ESO method.

Received: Oct. 18, 2023; Revised: Dec. 27, 2023; Accepted: Jan. 06, 2024; Published Online: July 22, 2024.

* Corresponding Author: alfoone@uoz.ac.ir

How to Cite: Alfouneh Mahmoud and Keshtegar Behrooz, The bisection method and the accelerated dynamical mean value optimization method in comparison of different topology optimization approaches, Journal of Computational Methods in Engineering; 2024, 43(1), 43-70; DOI: 10.47176/jcme.43.2.1014.





روش دوبخشی و بهینه سازی مقدار میانگین شتاب دهنده پویا در مقایسه با رویکردهای مختلف بهینه سازی توپولوژی

محمود آلفونه^{۱*} ID و بهروز کشته گر^۲ ID

۱- گروه مهندسی مکانیک، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه زابل، زابل، ایران

۲- گروه مهندسی عمران، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه زابل، زابل، ایران

چکیده - از آنجایی که بهینه سازی توپولوژی قطعی یا به اختصار بهینه سازی توپولوژی (TO) عدم قطعیت در سازه شامل مواد، بارگذاری و ابعاد هندسی را در نظر نمی گیرد، ممکن است به یک طراحی بهینه با کمترین حالت اعتماد و ایمنی منجر شود. برای رفع این مشکل از بهینه سازی توپولوژی مبتنی بر قابلیت اطمینان (RBTO) استفاده می شود که در حقیقت ترکیب روش های بهینه سازی توپولوژی با روش های طراحی مبتنی بر قابلیت اطمینان (RBDO) بر اساس یک چارچوب و فرایند ریاضی است. در این مقاله با به کارگیری چهار روش بهینه سازی توپولوژی شامل: آستانه سطح ایزو پویا (MIST)، روش SIMP، روش تکاملی بهینه سازی سازه ای - اجزای محدود توسعه یافته (XFEM-ESO) و تنظیم سطح (LS) و با در نظر گرفتن یک قید یا تابع هدف به روش دوبخشی یک کسر حجمی (Vf) بهینه برای بهینه سازی توپولوژی به دست می آید. سپس به کمک کسر حجمی متوسط (Vf)، بهینه سازی توپولوژی انجام گرفته و نتایج بهینه آن توسط روش پیشرفته تحلیل قابلیت اطمینان مقدار متوسط شتاب دهنده پویا (ADMV) و با در نظر گرفتن عدم قطعیت ها و انحراف معیار جهت استخراج محتمل ترین نقاط احتمال (MPP) مورد استفاده قرار می گیرد. با داشتن محتمل ترین نقطه احتمال و قید، الگوریتم دوبخشی مجدد مورد استفاده قرار گرفته و کسر حجمی بهینه برای مدل بهینه سازی توپولوژی مبتنی بر قابلیت اطمینان و در نتیجه شکل بهینه روش بهینه سازی توپولوژی مبتنی بر قابلیت اطمینان به دست می آید. مثال های متعددی برای اعتبارسنجی و تأیید قابلیت بهینه سازی روش بهینه سازی توپولوژی مبتنی بر قابلیت اطمینان با یک سازه مدل و روش های ذکر شده بهینه سازی توپولوژی ارائه می شوند و نتایج با هم مقایسه می شوند. نتایج نشان می دهند که ترکیب روش های طراحی مبتنی بر قابلیت اطمینان و بهینه سازی توپولوژی می تواند به سازه های مستحکم، پایدار، ایمن و مطمئن کاملاً متفاوت از نتایج بهینه سازی توپولوژی منجر شود.

واژه های کلیدی: بهینه سازی توپولوژی قطعی، بهینه سازی توپولوژی مبتنی بر قابلیت اطمینان، روش دوبخشی، بهینه سازی توپولوژی MIST.

روش بهینه سازی توپولوژی SIMP، روش تنظیم سطح، روش تکاملی بهینه سازی سازه ای - اجزای محدود توسعه یافته..

دریافت مقاله: ۱۴۰۲/۰۷/۲۶، بازنگری: ۱۴۰۲/۱۰/۰۶، پذیرش: ۱۴۰۲/۱۰/۱۶، اولین انتشار: ۱۴۰۳/۰۵/۰۱

* نویسنده مسئول، رایانامه: alfoone@uoz.ac.ir



فهرست علائم

ρ	بردار متغیر طراحی	H	تابع هویساید
ρ	متغیر طراحی	$V_{\max}$	کسر حجمی بیشینه
Γ	تابع هدف	$V_{\min}$	کسر حجمی مینیمم
K	ماتریس سختی کل سازه	E_r	معیار توقف
Y	ماتریس جابه‌جایی کل سازه	U_c	قید
F	ماتریس نیروی سازه	V_{fm}	میانگین کسر حجمی
V_e	حجم المان	X	بردار متغیرهای عدم قطعیت
V_f	کسر حجمی	μ_x	بردار طراحی تصادفی
Y	ماتریس جابه‌جایی المان	Φ	تابع توزیع تجمعی نرمال استاندارد
K	ماتریس سختی المان	P_f	احتمال شکست
E	مدول الاستیسیته سازه	μ_x^L	مقدار کران پایین متغیرهای طراحی تصادفی
P	توان جرمیه	μ_x^U	مقادیر کران بالایی متغیرهای طراحی تصادفی
Θ	تابع پاسخ فیزیکی	β_t^j	قابلیت اطمینان هدف تابع عملکرد λ_m .
k_{mv}	مقدار افزایش حد حرکت	g_j	تابع محدودیت λ_m
κ	بیانگر κ ام تکرار فرایند بهینه‌سازی	λ_k	عامل شتاب‌دار
ϕ	تابع تنظیم سطح	d	بردار متغیرهای طراحی
D	بزرگ‌ترین دامنه در روش تنظیم سطح	c_l	عامل تطبیقی
Ω	دامنه طراحی	u_k	متغیر تصادفی
x, y	مختصات نقاط در فضای دوبعدی	s_k^j	بردار جابه‌جایی λ_m محدودیت احتمالی در چرخه κ ام بهینه‌سازی
ε	تانسور کرنش خطی	ESE	انرژی جنبشی قیدی
C	تانسور الاستیسته خطی	Rmin	شعاع فیلترینگ
τ	کشش	Δ	ضریب فیلترینگ
b	نیروی بدنه	σ	تانسور تنش
A	فرم ضعیف انرژی	E_r	معیار توقف
L	فرم ضعیف نیرو	U_c	قید
G	قید مصرف مواد	V_{fm}	میانگین کسر حجمی
		X	بردار متغیرهای عدم قطعیت

۱- مقدمه

یک تابع هدف بیشینه یا کمینه شود [۶-۸]. در چنین بهینه‌سازی که بهینه‌سازی توپولوژی قطعی (TO) نیز نامیده می‌شود، از اثر تغییر پارامترهای موثر بر طرح و یا شکل بهینه سازه شامل تغییر در مواد تشکیل‌دهنده سازه، شرایط هندسی و بارهای خارجی صرف‌نظر می‌شود این در حالی است که در عمل و در زمان کار این سازه‌ها این تغییرات (عدم قطعیت‌ها) بر رفتار، طول عمر، قابلیت اطمینان و ایمنی سازه تاثیر می‌گذارند و بنابراین، باید اثرات چنین تغییراتی را در روش‌های بهینه‌سازی توپولوژی در نظر گرفت. با اعمال بهینه‌سازی توپولوژی مبتنی بر قابلیت

بهینه‌سازی توپولوژی سازه‌ها در ابتدا توسط بندزو^۱ و کیکوچی^۲ [۱] معرفی شد و بخاطر کاربردهای گسترده‌اش در تمام حوزه‌های علم همواره مهم، جذاب و چالش برانگیز برای محققان و صنعتگران بوده‌است [۵-۲]. در تعریف، بهینه‌سازی توپولوژی^۳ توزیع بهینه مقدار مشخصی از مواد به کمک یکی از روش‌های بهینه‌سازی توپولوژی در یک دامنه طراحی دو بعدی یا سه بعدی است که در آن ضمن تامین محدودیت حجمی،

اطمینان^۴ که یک چارچوب قابل قبول برای استخراج توپولوژی‌ها و طرح‌های بهینه است، اثرات عدم قطعیت و محدودیت‌های احتمالی در نظر گرفته می‌شوند [۹ و ۱۰]. راه‌حل بهینه‌سازی توپولوژی مبتنی بر قابلیت اطمینان که با اندازه و شکل سازه‌ها در ارتباط است و می‌تواند یک راه حل توپولوژی مبتنی بر قابلیت اطمینان منفرد یا یک راه حل توپولوژی مبتنی بر قابلیت اطمینان چند وجهی برای بارهای ایستا یا پویا باشد باید با روش طراحی مبتنی بر قابلیت اطمینان^۵ که روش قدیمی‌تری است متمایز شود. نتایج به دست آمده از راه حل بهینه‌سازی توپولوژی مبتنی بر قابلیت اطمینان با توجه به استفاده از روش‌های مختلف بهینه‌سازی توپولوژی می‌توانند متفاوت باشند که این موضوع در این مقاله مورد بررسی قرار می‌گیرد.

روش‌های مختلف بهینه‌سازی توپولوژی با در نظر گرفتن عدم قطعیت‌ها، برای استخراج سازوکارها و شکل‌های بهینه قابل اعتماد، بر پایه روش‌های مختلف بهینه‌سازی توپولوژی اخیراً توسعه یافته‌اند. روش SIMP^۶ در مطالعه خارماندا^۷ و همکاران مورد استفاده قرار گرفت [۱۱]. در این روش شاخص قابلیت اطمینان^۸ که برای برآورده کردن محدودیت‌های قابلیت اطمینان بکار می‌رود در روش قابلیت اطمینان میانگین بردار متغیر ادغام شد و روش اعمال شده در مثال‌های مختلف مورد استفاده قرار گرفت. همچنین برای طراحی بهینه سیستم‌های سازگار اینورتر میکروالکترو- مکانیکی (MEMS)، روش بهینه‌سازی توپولوژی SIMP با رویکرد اندازه‌گیری عملکرد^۹ ترکیب شد تا عدم قطعیت‌ها را در نظر بگیرد [۱۲]. با حل مسائل مختلف، توانایی این روش در پاسخ هندسی غیرخطی انواع سیستم‌ها مشخص شد. همچنین رویکرد اندازه‌گیری عملکرد همراه با شاخص قابلیت اطمینان برای ارزیابی محدودیت‌های احتمال در مطالعه چو و همکاران، [۱۳] در روش تکاملی بهینه‌سازی سازه ای دوسویه برای استخراج توپولوژی‌های بهینه برای مکانیزم سازگار با اینورتر میکروالکترو- مکانیکی اعمال شد. در مطالعه محمدزاده و

ابوالبشری [۱۴]، روش بهینه‌سازی توپولوژی مبتنی بر قابلیت اطمینان برای طراحی بهینه سازه برای به حداکثر رساندن همزمان سختی و فرکانس در حضور عدم قطعیت‌ها از جنس مدول الاستیسیته، چگالی و بار خارجی وارده مورد استفاده قرار گرفته است. در این مطالعه روش بهینه‌سازی توپولوژی قطعی روش تکاملی بهینه‌سازی سازه‌ای دو سویه بود و برای بهینه‌سازی توپولوژی مبتنی بر قابلیت اطمینان از روش قابلیت اطمینان مرتبه اول^{۱۱} و روش سطح پاسخ تصادفی^{۱۲} برای ایجاد تابع حالت حدی استفاده شد. در تحقیق مویید و موحدی‌راد [۱۵]، اثرات تغییر حجم کلی سازه به عنوان یک محدودیت در تغییر شاخص قابلیت اطمینان برای شکل‌های بهینه سازه با بهینه‌سازی غیر قطعی در نظر گرفته شده است. در این بررسی به دلیل شرایط قابلیت اطمینان اضافه شده به کسر حجمی، شاخص قابلیت اطمینان به عنوان یک محدودیت عمل می‌کند و برای طراحی قید احتمال از رویکرد شبیه‌سازی مونت کارلو استفاده شده است. روش بهینه‌سازی توپولوژی به کار رفته روش تکاملی بهینه‌سازی سازه‌ای دوسویه است که از آن برای مطالعه اثر طراحی الاستوپلاستیک غیرخطی هندسی نیز استفاده شده است. از نتایج به دست آمده نشان داد که رفتار پلاستیک را می‌توان با تعیین محدودیت بر روی ضرب‌کننده‌های حدی بار پلاستیک کنترل کرد. کارایی روش پیشنهادی از طریق یک مسئله معیار دویعدی نشان داده شد.

در بهینه‌سازی توپولوژی مبتنی بر قابلیت اطمینان، روش تنظیم سطح^{۱۳} نیز به عنوان یک روش توپولوژی قطعی در ادغام با روش‌های قابلیت اطمینان برای طراحی بهینه سازه‌های ایمن به کار رفته است. در یک تحقیق انجام شده توسط ژنگ و همکاران [۱۶] یک روش جدید بهینه‌سازی توپولوژی مبتنی بر قابلیت اطمینان برای سازه‌ها پیشنهاد شده است که در آن بهینه‌سازی دو حلقه به طور معادل به یک فرایند متوالی بر اساس راهبرد تغییر عملکرد تبدیل می‌شود. ابتدا یک فرمول بهینه‌سازی توپولوژی مبتنی بر قابلیت اطمینان برای به حداقل رساندن حجم برای سازه‌هایی که محدودیت‌های قابلیت اطمینان جابه‌جایی یا

انطباق^{۱۴} را در نظر می‌گیرند، ارائه شده است و سپس یک طرح جداسازی کارآمد برای تبدیل بهینه‌سازی توپولوژی مبتنی بر قابلیت اطمینان دوحلقه‌ای به مجموعه‌ای از بهینه‌سازی توپولوژی قطعی و تجزیه و تحلیل قابلیت اطمینان پیشنهاد شده است. از روش متغیر الحاقی^{۱۵} برای به دست آوردن اطلاعات حساسیت متغیرهای طراحی توپولوژی استفاده شده و یک الگوریتم بهینه‌سازی مبتنی بر گرادیان که از روش‌های بهینه‌سازی تنظیم سطح استفاده می‌کند، برای به‌روزرسانی متغیرهای طراحی استفاده شده است. در مطالعه ارائه‌شده توسط ژانگ و اوینگ [۱۷]، بر اساس مدل تنظیم سطح و نظریه قابلیت اطمینان، یک رویکرد عددی بهینه‌سازی توپولوژی مبتنی بر قابلیت اطمینان برای مکانیزم‌های سازگار با ورودی‌ها و خروجی‌های متعدد ارائه شده است. با در نظر گرفتن عدم قطعیت بارها، خواص مواد و هندسه اعضا، یک مدل توپولوژی بهینه چندمنظوره از مکانیزم‌های سازگار ایجاد شده است و تجزیه و تحلیل قابلیت اطمینان و بهینه‌سازی توپولوژی در فرایند تکرارشونده بهینه یک پارچه شده‌اند. قابلیت اطمینان مکانیزم‌های سازگار با استفاده از روش قابلیت اطمینان مرتبه اول ارزیابی شده و در عین حال، مسئله بهینه‌سازی توپولوژی سازه با روش تنظیم سطح که در مدیریت تغییرات توپولوژی پیچیده انعطاف‌پذیر و در توصیف شکل مرزی مکانیزم توانمند است، حل شده است. مثال‌های عددی اهمیت در نظر گرفتن ماهیت تصادفی مکانیزم‌های سازگار در فرایند بهینه‌سازی توپولوژی را نشان داده‌اند.

از جمله روش‌های بهینه‌سازی توپولوژی قطعی روش MIST است. این روش در مقایسه با دیگر روش‌های بهینه‌سازی توپولوژی قطعی دارای مزایایی از جمله: نداشتن تحلیل حساسیت مستقیم^{۱۶}، ارائه مرزهای صاف^{۱۷} و ترکیب ویژگی‌های بارز روش‌های بهینه‌سازی توپولوژی فعلی مانند روش تکاملی بهینه‌سازی سازه‌ای [۱۸ و ۱۹] روش تنظیم سطح [۲۰ و ۲۱] و روش بهینه‌سازی SIMP [۲۲ و ۲۳] است. این روش با جزئیات بیشتر در منابع [۲۴-۲۶] ذکر شده است و در حل مسائل بهینه‌سازی توپولوژی مبتنی بر قابلیت اطمینان نیز

این روش به کار رفته است. کشتگر و آلفونه [۲۷] برای جستجوی نتایج بهینه تحت عدم قطعیت‌های چندگانه در اندازه، خواص مکانیکی و بارهای سازه‌ها، یک چارچوب تحلیلی مجموعه چندسطحی بر اساس رویکرد PMA توسعه داده‌اند. در این روش برای جستجوی بیشترین نقاط احتمال در حلقه بخش روش بهینه‌سازی توپولوژی مبتنی بر قابلیت اطمینان، روش اطمینان مرتبه اول تسریع شده معرفی شده است که بر اساس یک فرمول تکراری پایدار توسعه یافته است. برای کاهش بار محاسباتی حلقه بهینه‌سازی توپولوژی، رویکرد یادگیری ماشین^{۱۸} از رگرسیون بردار پشتیبانی^{۱۹} برای تخمین محدودیت‌های احتمالی در مدل بهینه‌سازی توپولوژی مبتنی بر قابلیت اطمینان استفاده کرده است. در مطالعه‌ای دیگر توسط آلفونه و کشتگر، روش MIST جهت به دست آوردن شکل بهینه سازه به کمک الگوریتم دوبخشی^{۲۰} و تحت یک کسر حجمی ثابت به کار رفته است و از نتایج این مرحله برای در نظر گرفتن عدم قطعیت‌ها توسط یک الگوریتم تجزیه و تحلیل قابلیت اطمینان استفاده می‌شوند. با توجه به عدم قطعیت‌ها و نتایج مرحله بهینه‌سازی توپولوژی قطعی و قید در نظر گرفته شده، یک روش بهینه‌سازی توپولوژی با عنوان بهینه‌سازی توپولوژی متوالی و تجزیه و تحلیل قابلیت اطمینان مبتنی بر فرمول‌بندی تسریع‌شده پویا با الگوریتم دوبخشی (STO-ADMV) به دست می‌آید. شرایط کاهش شیب^{۲۱} در روش ذکر شده برای جستجوی محتمل‌ترین نقطه احتمال که در بهینه‌سازی توپولوژی قطعی برای یافتن شکل بهینه اعمال می‌شود نیز در نظر گرفته می‌شوند. همچنین یک عامل گام پویا در حلقه قابلیت اطمینان و روش MIST برای یافتن شکل‌های بهینه در حلقه بهینه‌سازی به کار گرفته می‌شود. مثال‌هایی برای اعتبارسنجی و بررسی قابلیت بهینه‌سازی توپولوژی متوالی ارائه شده‌اند. نتایج نشان داده‌اند که ترکیب روش تجزیه و تحلیل قابلیت اطمینان با بهینه‌سازی توپولوژی می‌تواند یک تجزیه و تحلیل قابلیت اطمینان موثر با نتایج پایدار در بهینه‌سازی توپولوژی مبتنی بر قابلیت اطمینان ایجاد کند که طراحی قابل

$$\min : \Gamma(\rho)$$

$$\text{Subject to : } \mathbf{K}(\rho)\mathbf{Y}(\rho) = \mathbf{F}(\rho)$$

$$\sum_{e=1}^{ne} \rho_e V_e - V_f \sum_{e=1}^{ne} V_e \leq 0 \quad (1)$$

$$\rho_e^L \leq \rho_e \leq \rho_e^U$$

که $\Gamma(\rho)$ تابع هدف و در اینجا انطباق سازه‌ای^{۲۲} است. ρ_e متغیر طراحی یا چگالی عنصر یا المان e ام است. ρ_e دارای کران پایین و بالا است که در آن ρ_e^L کران پایینی متغیر طراحی المان برابر با $0/001$ و ρ_e^U کران بالای متغیر طراحی یا مساحت المان و V_f کسر حجمی اولیه یا متوسط داده شده یا کسر حجمی بهینه است که با روش دوبخشی که بعداً در بخش ۴ معرفی می‌شود، به دست می‌آید. $\mathbf{K}$ ، $\mathbf{Y}(\rho)$ و $\mathbf{F}(\rho)$ به ترتیب به سختی کل سازه الاستیک، جابه‌جایی و بار مکانیکی اشاره می‌کنند.

۳- حل مسئله بهینه‌سازی توپولوژی قطعی

از آنجایی که قرار است مسئله بهینه‌سازی داده شده در رابطه (۱) با روش‌های مختلف بهینه‌سازی توپولوژی حل شوند و نتایج با هم مقایسه شوند این روش‌ها به‌طور خلاصه عبارتند از:

۳-۱ روش تکاملی بهینه‌سازی سازه‌ای - اجزای محدود توسعه یافته

این روش توسط عبدی توسعه داده شده است [۲۸]. اساس این روش بر پایه روش تکاملی بهینه‌سازی سازه‌ای (ESO) است ([۲۹] و [۳۰]) روش تکاملی بهینه‌سازی سازه‌ای یک رویکرد بهینه‌سازی توپولوژی مبتنی بر روش اجزای محدود است که با حذف منظم مواد ناکارآمد از سازه تا رسیدن به فرایند بهینه‌سازی به همگرایی عمل می‌کند. در طی دو دهه اخیر روش تکاملی بهینه‌سازی سازه‌ای و توسعه آن، مانند روش تکاملی بهینه‌سازی سازه‌ای دوسویه (BESO)، با موفقیت برای بسیاری از مسائل بهینه‌سازی توپولوژی مانند طراحی سختی، طراحی مکانیزم‌های سازگار، مسائل هدایت گرما و مسائل فرکانس

اطمینان تری را نسبت به طراحی به دست آمده توسط بهینه‌سازی توپولوژی قطعی ارائه دهد.

در این تحقیق، از روش STO-ADMV برای طراحی بهینه سازه به کمک چند روش مختلف بهینه‌سازی توپولوژی قطعی از قبیل روش MIST، روش تکاملی بهینه‌سازی سازه‌ای با اجزای محدود توسعه یافته، روش بهینه‌سازی سطح و روش بهینه‌سازی SIMP استفاده می‌شوند و نتایج به‌دست‌آمده با همدیگر مقایسه می‌شوند. در ابتدا، مقدار بهینه کسر حجمی با روش دوبخشی و با کمک بهینه‌سازی توپولوژی و مقدار قید در نظر گرفته شده و با در نظر گرفتن کران بالا و پایین، کسر حجمی حاصل می‌شود. سپس با این مقدار کسر حجمی شکل بهینه‌ی بهینه‌سازی توپولوژی قطعی به دست می‌آید. نتایجی به کمک مقدار کسر حجمی متوسط (V_{f0}) و بهینه‌سازی توپولوژی نتایجی (چگالی المان‌ها، انرژی کرنشی المان‌ها) به دست می‌آید که در روش تحلیل قابلیت اطمینان پیشرفته مقدار متوسط شتاب دهنده پویا جهت به‌دست‌آوردن محتمل‌ترین نقاط احتمال مورد استفاده قرار می‌گیرند. سپس با داشتن مقادیر محتمل‌ترین نقاط احتمال و روش دوبخشی و قید موردنظر مقدار بهینه کسر حجمی برای مدل بهینه‌سازی توپولوژی مبتنی بر قابلیت اطمینان به دست می‌آید. کسر حجمی به‌دست‌آمده همراه با مقادیر محتمل‌ترین نقاط احتمال، شکل بهینه‌ی بهینه‌سازی توپولوژی مبتنی بر قابلیت اطمینان را نتیجه می‌دهند.

۲- بیان مسئله بهینه‌سازی توپولوژی قطعی

مهم‌ترین بخش در حل مسئله بهینه‌سازی توپولوژی مبتنی بر قابلیت اطمینان، حل مسئله بهینه‌سازی توپولوژی قطعی است. فرمول مسئله بهینه‌سازی توپولوژی قطعی برای تحلیل سازه الاستیسیته خطی مکانیکی و شرایط مرزی جابه‌جایی همگن تحت بارگذاری ایستا را می‌توان به‌صورت زیر ارائه کرد:

جستجو برای بردار متغیر طراحی منفرد

$$\rho = \{\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_e, \dots, \rho_{ne}\} \quad \mathbf{p} = \{\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_e, \dots, \rho_{ne}\}$$

در دامنه طراحی مش‌بندی شده به تعداد ne المان همسان تا:

ترک‌ها در سازه‌ها باشند که برای تحلیل اجزای محدود چنین سازه‌هایی میدان جابه‌جایی المان با فرمول زیر تقریب زده می‌شود:

$$u(x) = \sum_{i=1}^n u_i N_i(x) + \sum_{j=1}^n \alpha_j M_j(x) \quad (2-3)$$

که

$$M_j = N_j(x) \psi(x) \quad (2-4)$$

N تابع شکل، u_i جابه‌جایی گرهی i ام، α_j درجه آزادی غنی شده M_j تابع غنی شده محلی گره j ام به دست آمده از ضرب تابع شکل در یک تابع غنی شده کلی $\psi(x)$ هستند. مقدار α به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\alpha = SP - MLP \quad (2-5)$$

که SP کارایی سازه‌ای و MLP حداقل سطح عملکرد است. α برای هر بخشی از دامنه طراحی به صورت زیر نیز می‌تواند محاسبه شود:

$$\alpha(x) = \sum_{i=1}^n N_i(x) \alpha_i \quad (2-6)$$

میدان جابه‌جایی المان برای وقتی که بخشی از آن خالی در نظر گرفته شود بصورت رابطه زیر مدل می‌شود:

$$u(x) = \sum_{i=1}^n u_i N_i(x) H(x) \quad (2-7)$$

که در آن $H(x)$ یک تابع هویساید است که این تابع دارای مقدار ۱ در دامنه جامد یا پر و مقدار صفر در دامنه خالی است. با در نظر گرفتن رابطه (۷-۲) سختی المان از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$k_e = \int_{\Omega} B^T C H(x) B t d\Omega \quad (2-8)$$

که در آن Ω دامنه المان، B ماتریس مشتق جابه‌جایی، C ماتریس الاستیسیته و t ضخامت المان است.

گام‌های اجرای بهینه‌سازی به روش تکاملی بهینه‌سازی سازه‌ای استفاده‌کننده از اجزای محدود توسعه یافته به شرح زیر هستند [۲۸].

۱- تعریف فضای طراحی، دامنه غیر طراحی، خواص مواد، مش‌بندی ثابت اجزای محدود^{۲۷}، بارها و شرایط مرزی.

مورد استفاده قرار گرفته‌اند [۳۰-۳۲]. روش المان محدود توسعه‌یافته^{۲۳} (XFEM) گسترشی از روش اجزای محدود است که برای نشان دادن ناپیوستگی‌ها، مانند ترک‌ها و رابط‌های خالی - ماده، در داخل دامنه اجزای محدود ایجاد شده است [۳۳ و ۳۴]. روش المان محدود توسعه‌یافته را می‌توان در مسائل بهینه‌سازی توپولوژی از جمله روش تکاملی بهینه‌سازی سازه‌ای به کار برد تا ناپیوستگی خالی - ماده معرفی شده توسط مرز در حال تکامل در طول فرایند بهینه‌سازی را مدیریت کند که به طور بالقوه نمایش مرز المان را امکان‌پذیر می‌سازد. برای پیاده‌سازی اجزای محدود توسعه یافته، از یک بیان مرز قطعی با استفاده از رویکردهای همخط^{۲۴} و همسطح^{۲۵} استفاده می‌شود. روش پیشنهادی که روش تکاملی بهینه‌سازی سازه‌ای استفاده کننده از اجزای محدود توسعه یافته^{۲۶} نامیده می‌شود برای مسائل مختلف بهینه‌سازی توپولوژی از جمله طراحی سختی سازه‌های دوبعدی و سه‌بعدی، طراحی سختی با محدودیت جابه‌جایی اضافی و بهینه‌سازی توپولوژی مسائل هندسی غیرخطی اجرا می‌شود.

X-FEM از مفهوم تقسیم مقدار واحد به اجزای کوچکتر برای گسترش توابع شکل کلاسیک اجزای محدود با افزودن توابع شکل ناپیوسته به میدان جابه‌جایی به منظور غنی‌سازی فضای تقریبی اجزای محدود در نزدیکی ناپیوستگی استفاده می‌کند. تقسیم مقدار واحد به اجزای کوچکتر در حقیقت یک دامنه‌ای مثل Ω است که مجموع n تابع f_i هستند و مجموع این توابع بصورت زیر مقدار واحد می‌شود:

$$\sum_{i=1}^n f_i(x) = 1 \quad (2-1)$$

این در حالی است که مجموع توابع شکل یک المان اجزای محدود نیز به صورت زیر برابر ۱ می‌شود:

$$\sum_{i=1}^n N_i(x) = 1 \quad (2-2)$$

این خاصیت امکان ارائه توابعی برای غنی‌سازی اجزای محدود کلاسیک را فراهم می‌کند که می‌توانند برای بیان بهتر ناپیوستگی‌ها استفاده شوند. از جمله ناپیوستگی‌ها می‌توانند

۳-۲- روش SIMP

روش SIMP توسط بندزو و زیگموند [۳۵ و ۳۶] بیش از یک دهه پیش معرفی شد و به عنوان یک تکنیک بهینه‌سازی توپولوژی با مزایای بسیار پذیرفته شد [۴۰-۳۷]. در این روش، برای هر المان از یک سازه مش‌بندی شده اجزای محدود یک چگالی در نظر گرفته می‌شود و بنابراین، تعداد متغیرهای هر المان به یک کاهش می‌یابد. در یک سازه تحت بهینه‌سازی با این روش، برای نواحی خالی مقدار چگالی صفر، برای نواحی پر یا جامد مقدار چگالی یک و همچنین برای نواحی بینابین نیز چگالی متوسط در نظر گرفته می‌شود اما از آن جایی که تمام المان‌ها باید دارای چگالی صفر یا یک باشند و از طرفی سازه با چگالی متوسط قابل ساخت نیست، از رویکرد توانی برای حرکت دادن چگالی‌های المانی متوسط به سمت راه حل با داشتن چگالی ۱/۰ با جریمه چگالی‌های متوسط، به روشی شبیه رابطه زیر استفاده می‌شود.

$$E(\rho) = (\rho)^p E_0 \quad (4)$$

که در آن p توان جریمه و E_0 مدول یانگ ماده جامد است. سختی المان‌های با چگالی متوسط را می‌توان با افزایش قدرت جریمه کردن کاهش داد و در نتیجه راه حل‌ها به راه حل گسسته ۱/۰ نزدیک‌تر می‌شوند اگر چه راه حل حاصل نیز تمایل کمتری به بهینه‌سازی دارد.

۳-۲-۱- پیاده سازی روش SIMP

مسئله بهینه‌سازی توپولوژی با استفاده از روش SIMP که در آن هدف به حداقل رساندن انطباق سازه‌ای (به حداکثر رساندن سختی) مبتنی بر در نظر گرفتن کسری حجم است، می‌تواند به شکل زیر نشان داده شود:

$$\begin{aligned} \min \Gamma(\rho) &= \mathbf{Y}^T \mathbf{K} \mathbf{Y} = \sum_{e=1}^{ne} (\rho)^p \mathbf{y}_e^T \mathbf{k}_e \mathbf{y}_e \\ \text{Subject to: } &\mathbf{K}(\rho) \mathbf{Y}(\rho) = \mathbf{F}(\rho) \\ &\sum_{e=1}^{ne} \rho_e V_e - V_f \sum_{e=1}^{ne} V_e \leq 0 \\ &\rho_e^L \leq \rho_e \leq \rho_e^U \end{aligned} \quad (5)$$

۲- تعریف پارامترهای الگوریتم بهینه‌سازی (V^c , PER) و تابع هدف مناسب مثلاً مجموع انرژی کرنشی سازه^{۲۸} برای مسئله بهینه‌سازی سختی سازه.

۳- تحلیل اجزای محدود

۴- محاسبه معیارهای عملکرد سازه در حوزه طراحی. به عنوان نمونه انرژی کرنشی کل سازه در مورد طراحی سختی.

۵- محاسبه حداقل سطح عملکرد (MLP)^{۲۹}

۶- محاسبه عملکرد نسبی در گره‌ها و استفاده از روش پایداری

۷- محاسبه عامل بازتوزیع (RF)^{۳۰}

۸- استخراج مرز دامنه طرح از عملکرد نسبی برابر با صفر. قسمت جامد یا پر دارای عملکرد نسبی بیشتر از صفر و قسمت خالی دارای عملکرد نسبی کمتر از صفر هستند

۹- کنترل شرایط همگرایی. اگر همگرایی حاصل شد اجرای مرحله ۱۲ و گرنه اجرای مرحله ۱۰.

۱۰- تحلیل سازه‌ای اجزای محدود توسعه یافته در حوزه طراحی ثابت.

۱۱- اجرای مرحله ۴.

۱۲- توقف فرایند بهینه‌سازی.

۳-۱-۱- پیاده‌سازی روش تکاملی بهینه‌سازی سازه‌ای - اجزای محدود توسعه یافته

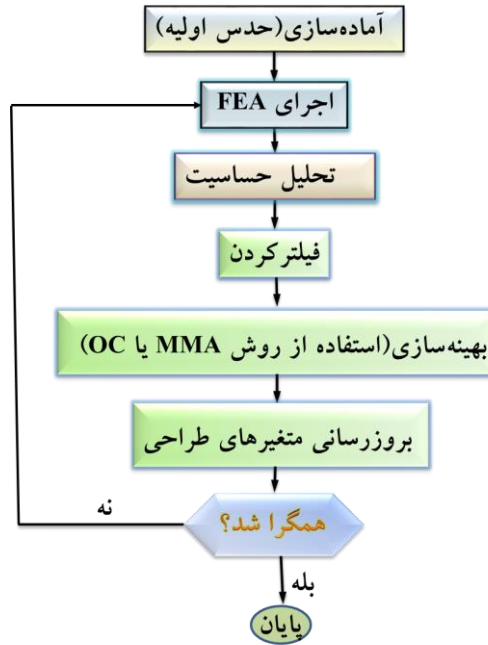
مسئله بهینه‌سازی انطباق سازه‌ای که در این مقاله مورد بررسی قرار می‌گیرد با استفاده از روش تکاملی بهینه‌سازی سازه‌ای - اجزای محدود توسعه یافته به شرح زیر بیان می‌شود [۲۸].

$$\begin{aligned} \min \Gamma(\rho) &= \frac{1}{2} \mathbf{Y}^T \mathbf{K} \mathbf{Y} = \frac{1}{2} \sum_{e=1}^{ne} \mathbf{y}_e^T \mathbf{k}_e \mathbf{y}_e \\ \text{Subject to: } &\mathbf{K}(\rho) \mathbf{Y}(\rho) = \mathbf{F}(\rho) \end{aligned} \quad (9-2)$$

$$\sum_{e=1}^{ne} \rho_e V_e - V_f \sum_{e=1}^{ne} V_e \leq 0$$

حساسیت‌های المان نیز به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$\frac{\partial \Gamma}{\partial \rho_e} = \frac{1}{2} \mathbf{y}_e^T \mathbf{k}_e \mathbf{y}_e \quad (3)$$



شکل ۱- فلوچارت روش SIMP

روش‌های ESO، SIMP و تنظیم سطح در روش MIST ادغام می‌شوند که این مزیت این روش را با روش‌های دیگر نشان می‌دهد. از طرفی دیگر، با توجه به اینکه این روش از شرایط KKT [۴۶] استفاده می‌کند نیازی به تحلیل حساسیت نیست و مرزهای شکل بهینه بسیار نرم و صاف هستند.

به‌طور کلی MIST شامل سه نکته کلیدی است: (۱) بیان تابع هدف و محدودیت در قالب یک انتگرال در دامنه طراحی، (۲) انتخاب تابع پاسخ فیزیکی سیستم Θ و (۳) جستجو برای راه حل‌های بهینه برای فرمول‌های بهینه‌سازی تقریبی متوالی بر اساس پاسخ‌های سازه از تکرار قبلی فرایند بهینه‌سازی.

۳-۳-۱- پیاده‌سازی روش MIST

الگوریتم روش MIST در شکل (۲) نشان داده شده است و بعضی از گام‌های مهم آن در ادامه با جزئیات بیشتری بیان می‌شوند.

در روش MIST، هدف به دست آوردن یک سطح افقی هم‌مقدار^{۳۴} از تابع پاسخ Θ است که بتواند ضمن تأمین محدودیت حجمی، تابع هدف^{۳۵} را به حداقل برساند. بعضی از

$\mathbf{y}_e$ و $\mathbf{k}_e$ به ترتیب بردار جابه‌جایی و ماتریس سختی المان را نشان می‌دهند.

مسئله بهینه‌سازی SIMP را می‌توان با استفاده از روش‌های مختلف عددی مانند روش معیارهای بهینگی^{۳۱} (OC) و روش مجانب پویا^{۳۲} حل کرد. الگوریتم روش SIMP در شکل زیر (شکل (۱) نشان داده می‌شود).

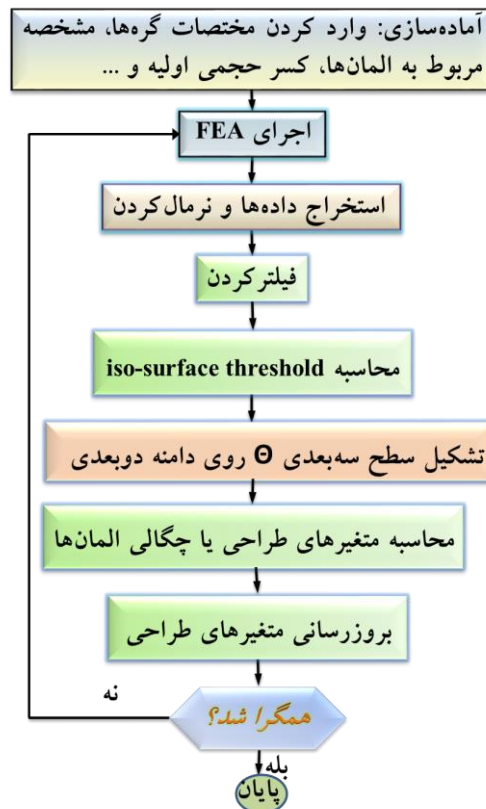
برای تحلیل حساسیت از رابطه زیر استفاده می‌شود.

$$\frac{\partial \Gamma}{\partial \rho_e} = -\mathbf{p}(\rho_e)^{p-1} \mathbf{y}_e^T \mathbf{k}_e \mathbf{y}_e \quad (6)$$

برای فیلترینگ نیز از روش زیگموند استفاده می‌شود [۴۱].

۳-۳-۲ روش MIST

روش بهینه‌سازی MIST یک روش ساده و کارآمد در بهینه‌سازی توپولوژی است. در روش MIST [۴۲-۴۵] از یک تابع هدف برای پاسخ فیزیکی سیستم استفاده می‌شود. برای هر المان از دامنه طراحی اجزای محدود، یک متغیر در نظر گرفته می‌شود و یک آستانه همسطحی پویا برای تکامل مرز دامنه طراحی استفاده می‌شود. این بدین معنی است که ویژگی‌های

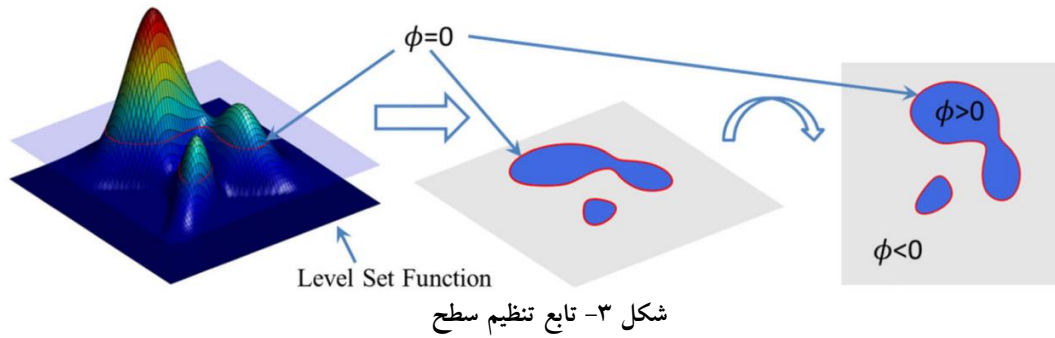


شکل ۲- فلوچارت روش MIST

مراحل مهم روش MIST عبارتند از:

- ۱-۳- محاسبه تابع فیزیکی هدف برای رسم رویه: نتایج استخراج‌شده از مرحله دوم که برای محاسبه مقادیر تابع فیزیکی استفاده می‌شوند یا مقادیر گرهی یا مقادیر المانی هستند. مقادیری که المانی هستند مقادیر داده شده برای مرکز المان هستند و توسط یک چند جمله‌ای لاگرانژی به نقاط گوسی منتقل می‌شوند [۴۷]. مقادیر گرهی یا گوسی برای رسم رویه سه بعدی به کار می‌روند.
- ۲-۳- فیلترینگ: به جهت جلوگیری از ناپایداری‌ها در محاسبات مربوط به بهینه‌سازی، تمام مقادیر پاسخ فیزیکی سیستم توسط روش داده شده در مرجع [۴۲] فیلتر می‌شوند.
- ۳-۳- نرمال‌سازی: مقادیر پاسخ فیزیکی سیستم یا Θ بین محدوده [۱، -۱] نرمال می‌شوند.
- ۴-۳- ساخت رویه سه بعدی: رویه سه بعدی از مقادیر تابع پاسخ فیزیکی سیستم که فیلتر و نرمال سازی شده‌اند روی دامنه طراحی دوبعدی ساخته می‌شود.

- ۱- مقداردهی اولیه عمدتاً شامل دو مجموعه داده ورودی است. یکی تمام داده‌های لازم برای تجزیه و تحلیل اجزای محدود است که در یک فرایند تکراری تغییر نمی‌کنند و دیگری انتخاب مقادیر اولیه متغیرهای طراحی یا مقادیر وزنی (چگالی اولیه المان‌ها) ρ_{e0} که برابر با کسر حجمی هستند را شامل می‌شوند. بعضی از داده‌های بهینه‌سازی مثل کسر حجمی اولیه و یا شعاع فیلتراسیون در این قسمت وارد می‌شوند.
- ۲- اجرای مرحله اجزای محدود در این مرحله رابطه تعادل به کمک روش اجزای محدود توسط یک نرم‌افزار حل می‌شود و چگالی المان‌ها خواه از مرحله اول یا مقادیر بروز شده در رابطه تعادل وارد می‌شوند و مسئله اجزای محدود حل شده و نتایج استخراج می‌شوند.
- ۳- ساخت رویه سه بعدی Θ روی دامنه طراحی دو بعدی



۴- روش تنظیم سطح

روش تنظیم سطح رویکردی برای بهینه‌سازی توپولوژی است که از توصیف ضمنی انعطاف‌پذیر حوزه مواد استفاده می‌کند. این حوزه ساختاری است که با یک تابع تنظیم سطح نشان داده می‌شود که خطوط سطح صفر آن مرز سازه را مشخص می‌کنند [۲۰، ۴۸ و ۴۹]. در طول بهینه‌سازی، کانتور سطح صفر تابع مجموعه سطح در جهت مطلوبی بر اساس تحلیل حساسیت شکل جابه‌جا می‌شود، در حالی که توصیف ضمنی رابط، تغییرات توپولوژیکی کانتور سطح صفر را امکان‌پذیر می‌سازد. این بهینه‌سازی توپولوژی را برای طرح‌های مرزی واضح، که در آن چگالی‌های میانی به نوار کوچکی در اطراف مرز سازه محدود می‌شوند، ممکن می‌سازد. ساختار یک روش مجموعه سطح را می‌توان به پارامترهای تابع مجموعه سطح، به‌روزرسانی تابع مجموعه سطح (شامل اطلاعات حساسیت) و گسسته‌سازی روابط حاکم تقسیم کرد.

انتخاب پارامترهای روش تنظیم سطح، فضای طراحی را که در آن پیکربندی بهینه جستجو می‌شود، مشخص می‌کند. تابع تنظیم سطح ϕ که در شکل (۳) [۵۰] نیز نشان داده می‌شود، به صورت زیر داده می‌شود.

$$\begin{cases} f(x,t) > 0 & \forall x \in \Omega \setminus \partial\Omega \\ f(x,t) = 0 & \forall x \in \partial\Omega \\ f(x,t) < 0 & \forall x \in D \setminus \Omega \end{cases} \quad (۸)$$

که $x \in D \subset \{(x,y) | x,y \in \mathbb{R}\}$ هر نقطه در داخل دامنه D و $\partial\Omega$ مرز دامنه جامد Ω برای یک مسئله دوبعدی است. D یک دامنه بزرگ است که به طور کامل دامنه ماده Ω را در بر

۴- محاسبه ضرایب وزنی یا چگالی المان‌ها

با استفاده از روش دوبخشی و یا مرتب‌سازی^{۳۶} (با روش ذکر شده در بخش ۴ متفاوت است) از بین مقادیر Θ و با توجه به تامین کسر حجمی، صفحه افقی آستانه هم سطحی t محاسبه شده و ضمن قطع رویه سه بعدی Θ مقادیر چگالی المان‌ها و یا ضرایب وزنی به دست می‌آیند.

۵- به‌روزرسانی چگالی المان‌ها

به‌روزرسانی چگالی المان‌ها به کمک یک مقدار افزایشی ثابت یا متغیر kmv انجام می‌شود. روش به‌روزرسانی به شکل زیر است.

$$\Delta \rho_{e,k+1} = \rho_{e,k+1}^1 - \rho_{e,k} \quad (۷-الف)$$

$$\rho_{e,k+1}^2 = \rho_{e,k} + k_{mv} \Delta \rho_{e,k+1} \quad (۷-ب)$$

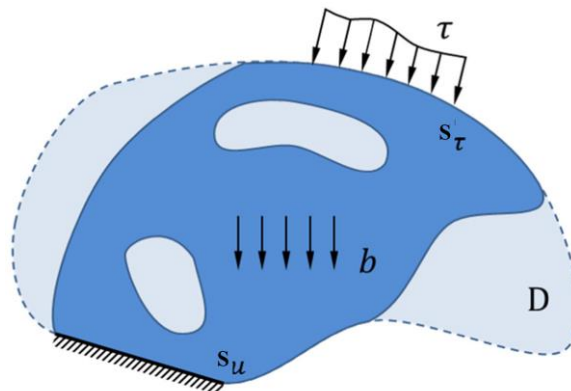
$$\rho_{e,k+1}^3 = \max\{\rho_{e,k+1}^2, \rho_e^L\} \quad \text{and} \quad (۷-ج)$$

$$\rho_{e,k+1}^3 = \min\{\rho_{e,k+1}^2, \rho_e^U\}$$

κ بیانگر κ ام تکرار بهینه‌سازی و $\rho_{e,k+1}^3$ مقدار به‌روزرسانی شده چگالی است و برای تکرار بعدی بهینه‌سازی استفاده می‌شود.

۶- بررسی همگرایی

هنگامی که یک یا چند پارامتر همگرایی کمتر از رواداری‌های داده شده باشند، فرایند تکراری ممکن است همگرا در نظر گرفته شود. تنظیم رواداری همگرا معمولاً وابسته به مسئله است و حداکثر عدد تکرار شونده (مثلاً ۲۰۰) را نیز می‌توان برای جلوگیری از تکرار بدون پایان در نظر گرفت. وقتی معیارهای همگرایی برآورده شد، تکرار خاتمه می‌یابد در غیر این صورت به مرحله ۲ باید رفت.



شکل ۴- تعریف مسئله بهینه‌سازی تنظیم سطح

الگوریتم روش بهینه‌سازی توپولوژی تنظیم سطح به صورت زیر است

۱- آماده‌سازی: دادن مقادیر غیر قابل تغییر شامل بیشینه تکرار بهینه‌سازی، تعداد تکرار انعطاف پذیر، گام زمانی dt ، مشخص

کردن مقدار Δ

۲- انجام تحلیل اجزای محدود (FEA)

۳- نمایش نتایج

۴- بررسی همگرایی

۵- محاسبه ضرایب لاگرانژ

۶- بروزرسانی تابع تنظیم سطح

۵- الگوریتم دوبخشی (Bisection)

در این تحقیق از این الگوریتم برای محاسبه کسر حجمی با یکی از روش‌های بهینه‌سازی توپولوژی قطعی استفاده می‌شود. این الگوریتم می‌تواند به عنوان یک رابطه عکس بهینه‌سازی توپولوژی نیز تعریف شود. یک تابع و یا قید و یا مقدار هدف (مقدار مشخص انطباق سازه‌ای) U_c در نظر گرفته می‌شود و به کمک روش‌های بهینه‌سازی توپولوژی قطعی مقدار کسر حجمی طبق دستورالعمل زیر به دست می‌آید. طبق این دستورالعمل رابطه (۱) به شکل زیر تغییر می‌یابد.

می‌گیرد. نمونه‌ای از یک تابع تنظیم سطح و دامنه مواد مربوطه در شکل (۴) [۵۰ و ۵۱] نمایش داده شده است.

فرمول بندی روش تنظیم سطح به منظور به حداقل رساندن انطباق سازه‌ای به صورت زیر نوشته می‌شود [۲۰، ۵۰، ۵۲].

$$\begin{aligned} \min \quad & \Gamma(\mathbf{p}, \mathbf{y}, \phi) = \int_D (\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{y}) : \mathbf{C} : \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{y})) H(\phi) d\Omega \\ \text{S.t.} \quad & \begin{cases} \mathbf{a}(\mathbf{y}, \mathbf{v}, \phi) = \mathbf{l}(\mathbf{v}, \phi) & \forall \mathbf{v} \in \mathbf{U} \\ G(\phi) = \int_D H(\phi) d\Omega - V_{\max} \leq 0 \\ \mathbf{y} = \mathbf{y}_0 & \text{in } S_u \\ \mathbf{C} : \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{y}) \cdot \mathbf{n} = \boldsymbol{\tau} & \text{in } S_\tau \end{cases} \end{aligned} \quad (9)$$

where

$$\mathbf{a}(\mathbf{y}, \mathbf{v}, \phi) = \int_D (\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{y}) : \mathbf{C} : \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{v})) H(\phi) d\Omega$$

$$\mathbf{l}(\mathbf{v}, \phi) = \int_{S_\tau} \boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{v} dS + \int_D \mathbf{b} \cdot \mathbf{v} H(\phi) d\Omega$$

که در آن، به ترتیب $\boldsymbol{\varepsilon}$ تانسور کرنش خطی، $\mathbf{C}$ تانسور الاستیسته خطی $\mathbf{y}_0$ و $\boldsymbol{\tau}$ بیانگر بردار جابه‌جایی داده شده، کشش و نیروی بدنه می‌باشند. $\mathbf{a}(\mathbf{y}, \mathbf{v}, \phi)$ فرم ضعیف انرژی خطی و $\mathbf{l}(\mathbf{v}, \phi)$ فرم ضعیف نیروها هستند به شکلی که $\mathbf{v}$ بیانگر دامنه جابه‌جایی مجازی در فضای $\mathbf{U}$ دامنه‌های جابه‌جایی مجاز حرکتی هستند. $G(\phi)$ قیدی است که مقدار مصرف مواد را محدود می‌کند و D دامنه طراحی است. H تابع هویساید است و بصورت زیر تعریف می‌شود.

$$H(\phi) = \begin{cases} 1 & \text{if } \phi \geq 0 \\ 0 & \text{if } \phi < 0 \end{cases} \quad (10)$$

۶-۱- بیان مسئله بهینه‌سازی توپولوژی مبتنی بر قابلیت اطمینان

در بهینه‌سازی توپولوژی مبتنی بر قابلیت اطمینان، بارها، شرایط هندسی و خواص مواد به‌عنوان بردار متغیرهای عدم قطعیت $\mathbf{X}$ و μ_x به‌عنوان بردار متغیر طراحی تصادفی در نظر گرفته می‌شوند. فرمول بهینه‌سازی توپولوژی مبتنی بر قابلیت اطمینان را می‌توان به‌صورت زیر نوشت:

$$\text{find } \rho, \mu_x \quad (12)$$

$$\min: \Gamma(\rho)$$

$$\text{Subject to: } P_f [g_j(\rho, \mathbf{X}) \leq 0] \leq \Phi(-\beta_f^j) \quad (j=1, \dots, n)$$

$$\sum_{e=1}^{ne} \rho_e V_e - V_f \sum_{e=1}^{ne} V_e \leq 0$$

$$\rho_e^L \leq \rho_e \leq \rho_e^U, \mu_x^L \leq \mu_x \leq \mu_x^U$$

که در آن Φ تابع توزیع تجمعی نرمال استاندارد است. P_f احتمال شکست است. μ_x^L و μ_x^U مقادیر کران پایین و بالایی متغیرهای طراحی تصادفی هستند. β_f^j قابلیت اطمینان هدف تابع عملکرد زام است. $\Gamma(\rho)$ تابع هدف است که انطباق سازه‌ای نیز گفته می‌شود. g_j تابع محدودیت زام را نشان می‌دهد. کسر حجمی V_f یا کسر حجمی اولیه داده شده V_{f0} یا کسر حجمی بهینه به دست آمده توسط روش دوبخشی است که در بخش ۴ تشریح می‌شوند.

۶-۲- فرمول‌بندی روش مقدار میانگین شتاب‌دهنده پویا

روش مقدار میانگین شتاب‌دهنده (AMV)، یک الگوریتم تکرارشونده برای تجزیه و تحلیل قابلیت اطمینان در SORA برای جستجوی نقاط بیشترین احتمال به‌صورت روابط زیر ارائه می‌شود:

$$\mathbf{U}_{k+1} = \beta_t \frac{\mathbf{n}_k}{\|\mathbf{n}_k\|} \quad (13)$$

$$\mathbf{n}_k = \mathbf{U}_k + \lambda_k [f(\mathbf{u}_k) - \mathbf{U}_k] \quad (14)$$

$$f(\mathbf{u}_k) = -\beta_t \frac{\nabla_u g(\mathbf{d}, \mathbf{U}_k)}{\|\nabla_u g(\mathbf{d}, \mathbf{U}_k)\|} \quad (15)$$

که در آن، $\mathbf{U}_k$ بردار متغیرهای تصادفی انتقال دهنده در فضای

$$\text{find } V_f$$

$$\text{for the optimized } \min: \Gamma(\rho) = U_c$$

$$\text{Subject to: } \mathbf{K}(\rho)\mathbf{Y}(\rho) = \mathbf{F}(\rho) \quad (11)$$

$$\sum_{e=1}^{ne} \rho_e V_e - V_f \sum_{e=1}^{ne} V_e \leq 0$$

$$\rho_e^L \leq \rho_e \leq \rho_e^U$$

مراحل الگوریتم دوبخشی عبارتند از:

مرحله ۱: وارد کردن مقادیر حداکثر کسر حجمی ($V_{\max}$)، کسر

حجمی حداقل ($V_{\min}$)، معیار توقف (er) و U_c

مرحله ۲: محاسبه میانگین کسر حجمی متوسط به صورت:

$$V_{fm} = \frac{V_{\max} + V_{\min}}{2}$$

مرحله ۳: فراخوانی بهینه‌سازی توپولوژی قطعی و انجام

بهینه‌سازی با V_{fm} . خروجی مقدار بهینه، روش بهینه‌سازی

توپولوژی قطعی با V_{fm} ، C نامیده می‌شود که در حقیقت همان

به حداقل رساندن $\Gamma(\rho)$ در رابطه (۱) است ولی با V_{fm} .

مرحله ۴: مقایسه C با U_c . اگر $C \geq U_c$ بنابراین $V_{\min} = V_{fm}$ در

غیر این صورت $V_{\max} = V_{fm}$.

مرحله ۵: بررسی معیار توقف که باید $|C - U_c| < er$ باشد که

در این صورت V_{fm} کسر حجمی موردنظر یا خواسته شده است

در غیر این صورت فرایند دوبخشی از مرحله ۲ تکرار می‌شود.

۶- تحلیل عدم قطعیت به روش ADMV

با در نظر گرفتن یک کسر حجمی اولیه V_{f0} و مقادیر اولیه

متغیرهای دارای عدم قطعیت (در حالت قطعیت)، بهینه‌سازی

توسط بهینه‌سازی توپولوژی قطعی انجام می‌گیرد. چگالی

المان‌ها در حالت بهینه $\min: \Gamma(\rho)$ که قطعاً $\min: \Gamma(\rho) \neq U_c$

هستند برای استفاده در تحلیل عدم قطعیت بر پایه بهینه‌سازی

توپولوژی مبتنی بر قابلیت اطمینان مورد استفاده قرار می‌گیرند.

در بهینه‌سازی توپولوژی مبتنی بر قابلیت اطمینان، از

محدودیت‌های قابلیت اطمینان برای توصیف اثرات عدم

قطعیت‌ها، استفاده می‌شود.

با $\|\mathbf{D}_{k+1}\| < \beta_t$ رابطه $\lambda_{\max} = 0.75\beta_t$ نتیجه گیری می‌شود. با محاسبه $\lambda = c_1 \frac{\|\mathbf{D}_{k-1}\|}{\|\mathbf{D}_k\|}$ و تعیین ضریب $\lambda_{\max} = 0.75\beta_t$ ، λ_k به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\lambda_k = \min[\lambda_{\max}, \lambda] \quad (19)$$

باید دقت شود که $\lambda_0 = 1$ ، و $\|\mathbf{D}_0\| = \beta_t$ به صورت پیش فرض هستند. اکنون برای نقطه جدید به دست آمده با استفاده از رابطه (۱۳)، شرایط زیر بررسی می‌شود:

اگر $\|\mathbf{U}_{k+1} - \mathbf{U}_k\| \leq \|\mathbf{D}_{k-1}\|$ باشد می‌توان یک نقطه مناسب به دست آورد و ادامه نقطه جدید با ضریب شتاب ارائه شده در رابطه (۱۵) حاصل می‌شود در غیر این صورت، ضریب شتاب به صورت زیر به روز می‌شود:

$$\lambda_k = \frac{\|\mathbf{D}_{k-1}\|}{\|\mathbf{U}_{k+1} - \mathbf{U}_k\|} \text{ for } \|\mathbf{U}_{k+1} - \mathbf{U}_k\| > \|\mathbf{D}_{k-1}\| \quad (20)$$

برای $\|\mathbf{U}_{k+1} - \mathbf{U}_k\| > \|\mathbf{D}_{k-1}\|$ ، نقطه جدید با عامل داده شده در رابطه (۲۰) بروز می‌شود. این نشان می‌دهد که الگوریتم روش مقدار میانگین شتاب دهنده پویا توسط یک روش غیرخطی گسسته با استفاده از یک عامل کنترل آشوب^{۳۸} فرموله شده که به صورت پویا در بازه ۰ و $0.75\beta_t$ قرار دارد و از آن معادلات (۱۹) و (۲۰) حاصل می‌شوند که بیان کننده نتایج پایدار برای روش مقدار میانگین شتاب دهنده پویا هستند.

مراحل زیر برای جستجوی نقاط بیشترین احتمال روش SORA با استفاده از روش مقدار میانگین شتاب دهنده پویا اعمال می‌شوند:

مرحله ۱: ارائه $\mathbf{g}(\mathbf{d}, \mathbf{X})$ و β_t به عنوان خواص آماری برای متغیرهای تصادفی $(\mathbf{X})$.

مرحله ۲: تعیین ε به عنوان معیار توقف و $\mathbf{X}_0 = \boldsymbol{\mu}_x$ و

$$0 < c_1 < 1, \|\mathbf{D}_0\| = \beta_t, \lambda_{\max} = 0.75\beta_t, k=0, \lambda_0 = 1$$

مرحله ۳: انتقال متغیرهای تصادفی $\{\mathbf{F}_X(\mathbf{x}_k)\}$ که $\mathbf{u}_k = \Phi^{-1}\{\mathbf{F}_X(\mathbf{x}_k)\}$ در آن $\mathbf{F}_X(\mathbf{x}_k)$ به عنوان تابع چگالی احتمال تجمعی متغیر $\mathbf{X}$ در نقطه $\mathbf{x}_k$ است.

استاندارد معمولی است، λ_k یک عامل شتاب دهنده و $\nabla_{\mathbf{u}} \mathbf{g}(\mathbf{d}, \mathbf{U}_k)$ یک بردار گرادیان برای تابع عملکرد $\mathbf{g}(\mathbf{d}, \mathbf{U}_k)$ در نقطه $\mathbf{U}_k$ مربوط به بردار متغیرهای تصادفی (در فضای استاندارد نرمال) و $\mathbf{d}$ بردار متغیرهای طراحی است. β_t برای تعیین شاخص قابلیت اطمینان هدف استفاده می‌شود. هدف اصلی روش مقدار میانگین شتاب دهنده پویا با استفاده از رابطه‌ی فوق، تعیین نقطه جدید $\mathbf{U}_{k+1}$ است، یعنی نقطه‌ای که به شدت به عامل شتاب‌دهنده برای رابطه مؤثر در پایداری و کارایی حساس است. اخیراً کشتگر و چاکرابورتی [۵۳] نشان دادند که فرمول شتاب دهنده برای عامل λ می‌تواند همگرایی پایدار با بار محاسباتی کم در مقایسه با ACC [۵۴]، HCC [۵۵]، SMCC [۵۶] و MCC [۵۵ و ۵۶]، ارائه دهد. مشخص شده است که روش‌های ACC، HCC و SMCC نتایج قوی‌تری را در مقایسه با AMV و بار محاسباتی کارآمد در مقایسه با الگوریتم CC نشان می‌دهند. همچنین مشخص شده است که توانایی‌های محاسباتی الگوریتم‌های HCC، ACC و SMCC که بر اساس یک عامل آرام‌شده ارائه شده در رابطه (۱۴) فرمول‌بندی شده‌اند، به طور قابل ملاحظه‌ای تحت تأثیر عامل λ قرار دارند. در این مطالعه برای داشتن نتایج پایدار، فرض بر این است که یک نقطه جدید متوالی زمانی به دست می‌آید که:

$$\|\mathbf{D}_k\| \leq c_1 \|\mathbf{D}_{k-1}\|, \quad 0 < c_1 < 1 \quad (16)$$

$$\mathbf{D}_k = \mathbf{f}(\mathbf{u}_k) - \mathbf{U}_k \quad (17)$$

ضریب شتاب را می‌توان با فرض $\|\mathbf{D}_k\| < c_1 \|\mathbf{D}_{k-1}\|$ از رابطه زیر به دست آورد:

$$\begin{aligned} \|\mathbf{D}_k\| \leq c_1 \|\mathbf{D}_{k-1}\| &\Rightarrow \lambda \|\mathbf{D}_k\| = c_1 \|\mathbf{D}_{k-1}\| \quad \lambda \geq 0 \\ &\Rightarrow \lambda = c_1 \frac{\|\mathbf{D}_{k-1}\|}{\|\mathbf{D}_k\|} \end{aligned} \quad (18)$$

که در آن c_1 ، عامل تطبیقی^{۳۷} و $0 < c_1 < 1$. قطر دایره بتا یعنی $2\beta_t$ برای ابرکره در فضای عادی را می‌توان برای حداکثر ضریب شتاب انتخاب کرد.

با در نظر گرفتن $\|\mathbf{D}_1\| = \|\mathbf{U}_2 - \mathbf{U}_0\| = \beta_t$ و شرط

محدودیت احتمالی منتقل می‌شود در حالی که نقاط بیشترین احتمال داده‌شده (MPP) از تحلیل قابلیت اطمینان تابع عملکرد برای انتقال هر یک از محدودیت‌های احتمالی در حلقه بهینه‌سازی استفاده می‌شود. از نظر معادلات (۲۱) و (۲۲)، مسائل RBDO با استفاده از SORA به صورت زیر فرموله می‌شوند:

$$\begin{aligned} \text{find } \mathbf{d}, \boldsymbol{\mu}_x \quad & \min f(\mathbf{d}) \\ \text{S.t. } & g_j(\mathbf{d}, \boldsymbol{\mu}_x - \mathbf{s}_k^j) \geq 0 \quad j=1, 2, \dots, n \end{aligned} \quad (21)$$

$$\mathbf{d}^L \leq \mathbf{d} \leq \mathbf{d}^U, \boldsymbol{\mu}_x^L \leq \boldsymbol{\mu}_x \leq \boldsymbol{\mu}_x^U$$

که در آن $\mathbf{s}_k^j$ بردار جابه‌جایی لازم محدودیت احتمالی در چرخه k ام است که به صورت زیر تعیین می‌شود:

$$\mathbf{s}_k^j = \boldsymbol{\mu}_x - \mathbf{X}_{k-1}^j \quad (22)$$

همان‌طور که از رابطه (۲۲) مشاهده می‌شود، منطقه امکان پذیر با تغییر قیود در حلقه بهینه‌سازی تعیین می‌شود. مسئله بهینه‌سازی برای توپولوژی بر اساس رابطه (۱۱) فرموله شده است و این رابطه به صورت فرمول زیر برای با در نظر گرفتن محدودیت احتمالی در STORA تغییر می‌کند.

$$\begin{aligned} \text{find } V_f \\ \text{for the optimized } \min: \Gamma(\mathbf{p}) = U_e \\ \text{Subject to: } g_j(\mathbf{p}, \mathbf{s}_k^j) \geq 0 \quad (j=1, \dots, n) \end{aligned} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} \sum_{e=1}^{ne} \rho_e V_e - V_f \sum_{e=1}^{ne} V_e \leq 0 \\ \rho_e^L \leq \rho_e \leq \rho_e^U \end{aligned}$$

که در آن $g_j(\mathbf{p}, \mathbf{s}_k^j)$ ، لازم محدودیت احتمالی با کسر حجمی و بردار چگالی عناصر طراحی ($\mathbf{p}$) است. برای ارزیابی متغیرهای طراحی احتمالی ($\mathbf{X}$) مربوط به بارها، خواص مکانیکی و ابعاد هندسی، از الگوریتم مقدار میانگین شتاب‌دهنده پویا برای جابه‌جایی محدودیت‌های رابطه (۲۳) استفاده می‌شود و مسئله بهینه‌سازی توپولوژی مبتنی بر قابلیت اطمینان بر اساس دو حلقه اصلی به عنوان حلقه بهینه‌سازی توپولوژی قطعی و حلقه تجزیه و تحلیل قابلیت اطمینان حل می‌شود. حلقه بهینه‌سازی توپولوژی قطعی برای ارائه طرح بهینه استفاده می‌شود اما حلقه

مرحله ۵: تعیین $\nabla_u g(\mathbf{d}, \mathbf{U}_k)$ و $g(\mathbf{d}, \mathbf{U}_k)$

$$\begin{aligned} \text{مرحله ۵: محاسبه } \mathbf{D}_k = \mathbf{f}(\mathbf{u}_k) - \mathbf{U}_k, \mathbf{f}(\mathbf{u}_k) = -\beta_t \frac{\nabla_u g(\mathbf{d}, \mathbf{U}_k)}{\|\nabla_u g(\mathbf{d}, \mathbf{U}_k)\|} \\ \mathbf{D}_{k-1} = \mathbf{U}_k - \mathbf{U}_{k-1} \end{aligned}$$

$$\text{مرحله ۶: محاسبه } \lambda = c_1 \frac{\|\mathbf{D}_{k-1}\|}{\|\mathbf{D}_k\|} \quad \text{با قرار دادن}$$

$$\lambda_k = \min\{\lambda_{\max}, \lambda\}$$

$$\text{مرحله ۷: محاسبه } \mathbf{U}_{k+1} = \beta_t \frac{\mathbf{U}_k + \lambda_k \mathbf{D}_k}{\|\mathbf{U}_k + \lambda_k \mathbf{D}_k\|}$$

مرحله ۸: اگر $\|\mathbf{U}_{k+1} - \mathbf{U}_k\| > \|\mathbf{D}_{k-1}\|$ باشد، بنابراین

$$\lambda_k = \frac{\|\mathbf{D}_{k-1}\|}{\|\mathbf{U}_{k+1} - \mathbf{U}_k\|} \quad \text{و بروزرسانی}$$

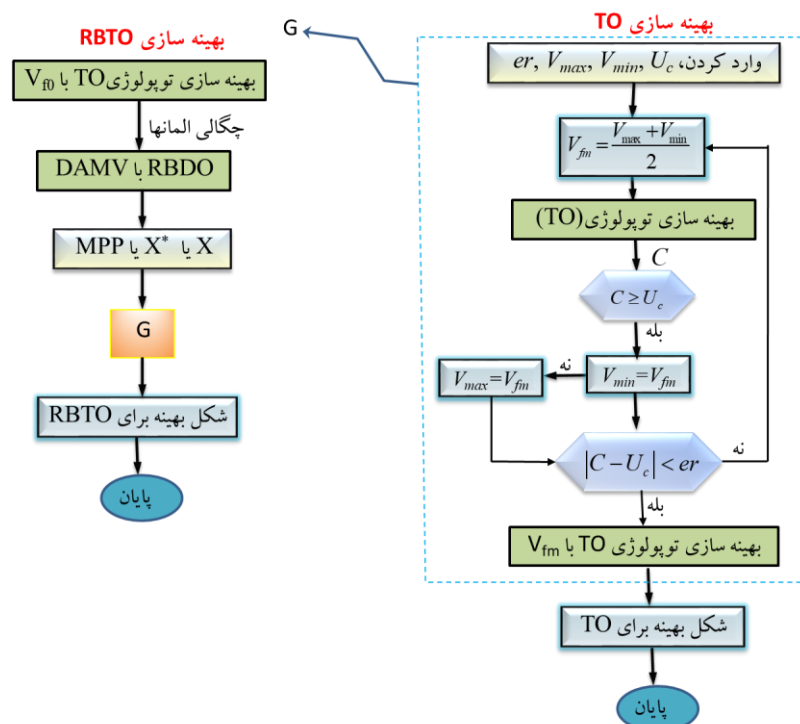
$$\mathbf{U}_{k+1} = \beta_t \frac{\mathbf{U}_k + \lambda_k \mathbf{D}_k}{\|\mathbf{U}_k + \lambda_k \mathbf{D}_k\|} \quad \text{انجام شود و گرنه اجرای مرحله ۹}$$

مرحله ۹: اگر $\|\mathbf{U}_{k+1} - \mathbf{U}_k\| / \|\mathbf{U}_k\| < \varepsilon$ باشد پایان فرایند بهینه‌سازی و گرنه $\mathbf{X} = \mathbf{F}_X^{-1}\{\Phi(u)\}$ و قراردادن $k=k+1$ رفتن به مرحله ۳.

توجه: ε مقدار بسیار کمی است (با ε در رابطه (۹) و (۲۵) متفاوت است).

۷- ترکیب روش عدم قطعیت با دوبخشی و بهینه‌سازی توپولوژی قطعی

در این بخش، روش عدم قطعیت گفته‌شده در بخش ۵ با روش دوبخشی و بهینه‌سازی توپولوژی قطعی ترکیب شده و روش بهینه‌سازی توپولوژی متوالی و ارزیابی قابلیت اطمینان (STORA) یا (STO-ADMV) نام می‌گیرد. در این روش، یک حلقه متوالی که از حلقه بهینه‌سازی (یعنی بهینه‌سازی قطعی) و قابلیت اطمینان (یعنی جستجوی نقاط بیشترین احتمال مبتنی بر تجزیه و تحلیل قابلیت اطمینان) ارائه شده است در STORA استفاده می‌شود [۵۷]. در فرایند روش STORA، بردار طراحی بهینه همگرا به عنوان نتایج حلقه بهینه‌سازی قطعی به حلقه قابلیت اطمینان برای ارزیابی



شکل ۵- الگوریتم STORA یا STO-ADMV

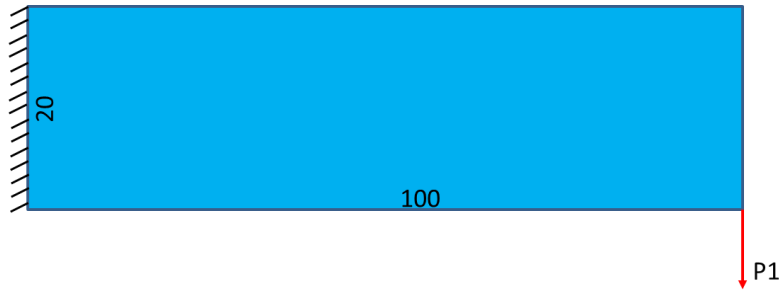
شکل (۵) ارائه شده است، به دست می‌آید. مراحل ارائه شده در بخش ۵ در حلقه تحلیل قابلیت اطمینان ترسیم شده است که در آن ضریب شتاب بر اساس رابطه (۱۹) محاسبه شده و با رابطه (۲۰) بروز شده است. فرمول کنترل انتخابی^{۳۹} با استفاده از رویکرد ارزش میانگین (MVA) برای روش مقدار میانگین شتاب دهنده پویا پیشنهادی اعمال شده در بهینه‌سازی توپولوژی مبتنی بر قابلیت اطمینان در نظر گرفته شده است. محتمل‌ترین نقاط احتمال داده شده از حلقه تجزیه و تحلیل قابلیت اطمینان به حلقه بهینه‌سازی توپولوژی قطعی برای ارزیابی بهینه کسر حجمی جدید منتقل می‌شوند. این حلقه‌ها به طور متوالی برای حداقل طرح‌بندی تقریبی مسائل پیوسته با استفاده از عدم قطعیت در مواد، اندازه و بار اعمال می‌شود.

۸- مثال‌های عددی و توضیحات

یک صفحه مستطیلی که در آن یک سمت صفحه بسته شده است و یا به اصطلاح گیردار است در نظر گرفته شده و به عنوان

تجزیه و تحلیل قابلیت اطمینان برای دادن نقاط بیشترین احتمال به کار می‌رود.

در شکل (۵)، بهینه‌سازی توپولوژی قطعی و حلقه‌های تجزیه و تحلیل قابلیت اطمینان ارائه شده‌اند. این شکل الگوریتم بهینه‌سازی توپولوژی مبتنی بر قابلیت اطمینان با استفاده از STORA است. همانطور که در این شکل نشان داده شده است، حلقه بهینه‌سازی توپولوژی قطعی طرح بهینه دامنه طراحی را با در نظر گرفتن قیود به صورت $g(\mathbf{p}, \mathbf{s}_k)$ ارزیابی می‌کند. از روش دوبخشی برای تقریب بهینه $\Gamma(\mathbf{p})$ که مربوط به محدودیت نهایی (U_c) است، استفاده می‌شود که در آن کسر حجمی مربوط به U_c با استفاده از روش دوبخشی و پیکربندی بهینه با کسر حجمی مربوط به U_c نیز تعیین می‌شود. نتایج بهینه‌سازی توپولوژی قطعی در تجزیه و تحلیل قابلیت اطمینان برای محاسبه نقاط بیشترین احتمال در تجزیه و تحلیل قابلیت اطمینان منتقل می‌شود. MPP ($\mathbf{X}$) با استفاده از شرایط مناسب مبتنی بر عامل شتاب که در حلقه تحلیل قابلیت اطمینان در



شکل ۶- صفحه مستطیل شکل تحت اعمال بار

بخش ۳ - ۱ داده شده است، مقدار نرخ تکامل حجمی er برابر 0.01 است. فرمول بهینه‌سازی توپولوژی مبتنی بر قابلیت اطمینان برای استخراج شکل بهینه و مقادیر ایمنی E و $P1$ از طریق عدم قطعیت‌ها به شرح زیر است:

$$\text{Find } V_f^*, X^* \quad (24)$$

$$\min f(d) = V_f$$

$$\text{S.t. } \mathbf{K}(\rho)\mathbf{Y}(\rho) = \mathbf{F}(\rho)$$

$$\text{ESE}(V_f, E, P1) \leq 500$$

$$\text{where } 0.3 \leq V_f \leq 0.7, V_{f0} = 0.5, \beta_t = 3$$

$$P1 \sim N(1, 0.1^2)N, E \sim N(1, 0.05^2)GPa$$

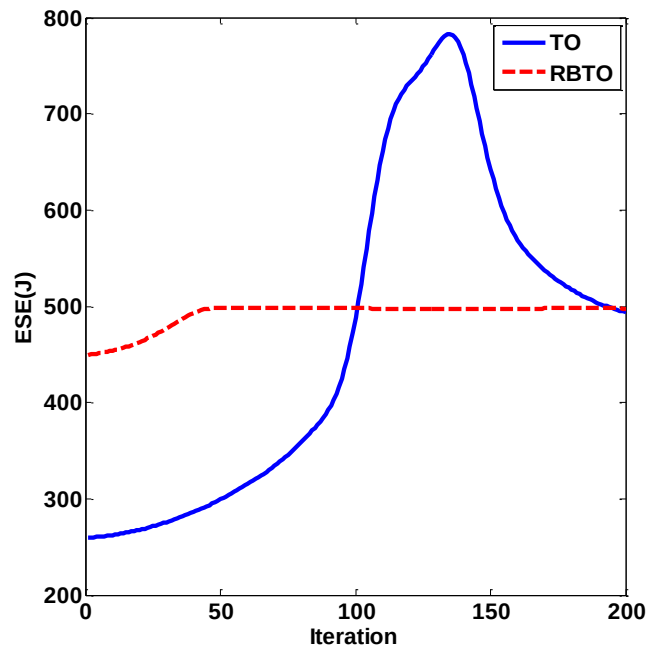
شکل (۷ - الف) تغییرات تابع هدف و شکل (۷ - ب) تغییرات دامنه طراحی برای بهینه‌سازی توپولوژی و بهینه‌سازی توپولوژی مبتنی بر قابلیت اطمینان از شروع بهینه‌سازی تا رسیدن به تابع هدف یا قید را نشان می‌دهند. اگر چه هر دو روش همگرایی به تابع هدف بعد از ۲۰۰ تکرار را نشان می‌دهند اما بهینه‌سازی توپولوژی مبتنی بر قابلیت اطمینان یک فرایند پایدار را نشان می‌دهد. به کمک روش دوبخشی، کسر حجمی در بهینه‌سازی توپولوژی قطعی برای مدل بهینه در نظر گرفته شده در رابطه (۲۴) با میانگین متغیرهای تصادفی $V_f=0.35$ برای بهینه‌سازی توپولوژی به دست می‌آید. بهینه‌سازی توپولوژی مبتنی بر قابلیت اطمینان پیشنهادی با استفاده از الگوریتم STO-ADMV به مقادیر نقاط بیشترین احتمال، $P1=1.2844$ و $E=0.9523GPa$ با کسر حجمی بهینه $V_f=0.66$ پس از ۵ تکرار با $\beta_t=3$ همگرا می‌شود. همانطور که شکل (۷ - ب)

طراحی اولیه، تمام این صفحه به‌عنوان دامنه طراحی^۴ در نظر گرفته می‌شود. راهبرد بهینه‌سازی، سلسله‌مراتبی پیشنهادی برای جستجوی بهینه‌تری مقدار سطح صفحه (یا حجم) برای به حداقل رساندن انطباق یا مجموع انرژی کرنشی کل سازه (ESE) است. ابعاد صفحه ۱۰۰ در ۲۰ هستند. صفحه به ۲۰۰۰ المان اجزای محدود همسان گسسته شده است. یک نیروی ایستای واحد در نقطه انتهای پایین سمت راست به سمت پایین مطابق شکل (۶) اعمال می‌شود. در تمام روش‌های بهینه‌سازی استفاده شده، کسر حجمی اولیه یا متوسط مواد به ۵۰ درصد پوشش کامل محدود می‌شود. این مسئله دارای دو متغیر تصادفی E با میانگین یک گیگاپاسکال و انحراف معیار 0.05 گیگاپاسکال، نیروی $P1$ با میانگین یک نیوتن و انحراف معیار 0.1 نیوتن است. شرایط ایمنی بر اساس شاخص قابلیت اطمینان هدف β_t برابر سه ارزیابی می‌شوند. همچنین ضریب پواسون 0.3 است. مجموع انرژی کرنشی سازه ESE به‌عنوان قید به ۵۰۰ ژول محدود می‌شود و بر اساس متغیر طراحی کسر حجمی و دو متغیر تصادفی E و $P1$ محاسبه می‌شوند. در تمام مثال‌های ذکر شده محتمل‌ترین نقاط احتمال می‌توانند جایگزین X^* شوند. کسر حجمی به‌دست آمده برای راه‌حل بهینه‌سازی توپولوژی مبتنی بر قابلیت اطمینان نیز می‌تواند جایگزین V_f^* شود. داده‌های پیش‌فرض مربوط به هر مثال جداگانه داده می‌شوند.

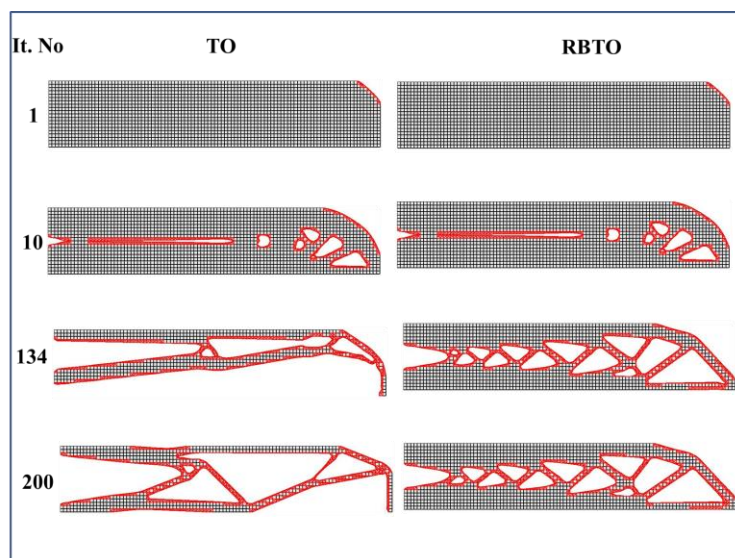
۸-۱- (مثال ۱) روش بهینه‌سازی تکاملی بهینه‌سازی سازه‌ای

- اجزای محدود توسعه‌یافته

در این روش که الگوریتم بهینه‌سازی توپولوژی قطعی آن در



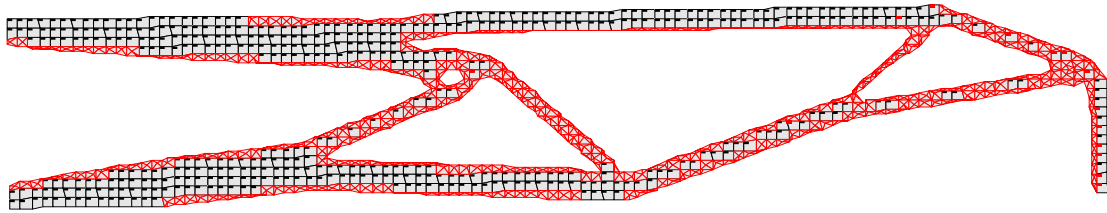
شکل (۷-الف) - تغییرات تابع هدف در طول فرایند بهینه‌سازی، قید $ESE=500J$ ، روش تکاملی بهینه‌سازی سازه‌ای - اجزای محدود توسعه‌یافته. مسائل بهینه‌سازی توپولوژی و بهینه‌سازی توپولوژی مبتنی بر قابلیت اطمینان



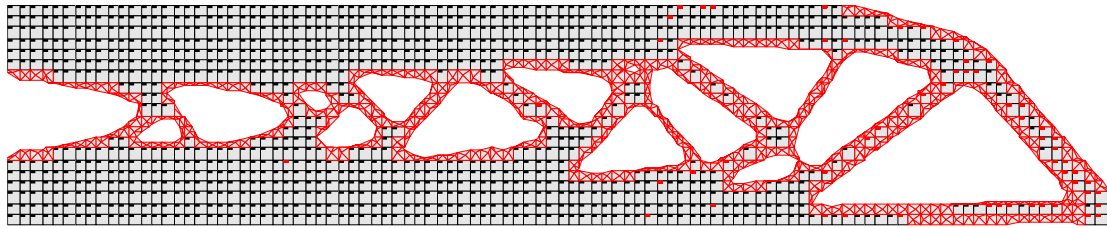
شکل (۷-ب) - تکامل تدریجی دامنه طراحی مسئله بهینه‌سازی توپولوژی و بهینه‌سازی توپولوژی مبتنی بر قابلیت اطمینان تا رسیدن به شکل بهینه: روش تکاملی بهینه‌سازی سازه‌ای - اجزای محدود توسعه‌یافته

مقایسه با نتایج بهینه، بهینه‌سازی توپولوژی قطعی افزایش می‌یابد. بنابراین، همانطور که در شکل (۸ - ب) نیز مشاهده می‌شود، یک شکل بهینه با کسر حجمی بزرگتر برای ارائه یک وضعیت ایمنی در حین کار سازه به نتیجه

که تغییرات دامنه طراحی از شروع فرایند تا رسیدن به شکل بهینه و شکل (۸) طراحی‌های بهینه را نشان می‌دهد، مشاهده می‌شود که کسر حجمی بهینه در نتایج بهینه‌سازی توپولوژی مبتنی بر قابلیت اطمینان به طور قابل توجهی در



شکل (۸-الف) - شکل بهینه روش بهینه‌سازی توپولوژی: روش تکاملی بهینه‌سازی سازه‌ای - اجزای محدود توسعه یافته



شکل (۸-ب) - شکل بهینه روش بهینه‌سازی توپولوژی مبتنی بر قابلیت اطمینان: روش تکاملی بهینه‌سازی سازه‌ای - اجزای محدود توسعه یافته

$$\begin{aligned}
 \text{S.t.} \quad & \mathbf{K}(\mathbf{p})\mathbf{Y}(\mathbf{p}) = \mathbf{F}(\mathbf{p}) \\
 & \text{ESE}(V_f, E, P1) \leq 500 \\
 \text{where} \quad & 0.3 \leq V_f \leq 0.7, V_{f0} = 0.5, \beta_t = 3 \\
 & P1 \sim N(1, 0.1^2)N, E \sim N(1, 0.05^2)\text{GPa} \\
 & \int_{\Omega} H(t, \Theta) d\Omega \leq V_f \leq \sum_{e=1}^{ne} \rho_e V_e \\
 & (\rho_e^L \leq \rho_e \leq \rho_e^U), \Theta(\mathbf{p}) = \frac{1}{2} \boldsymbol{\sigma}^T \boldsymbol{\varepsilon}
 \end{aligned}$$

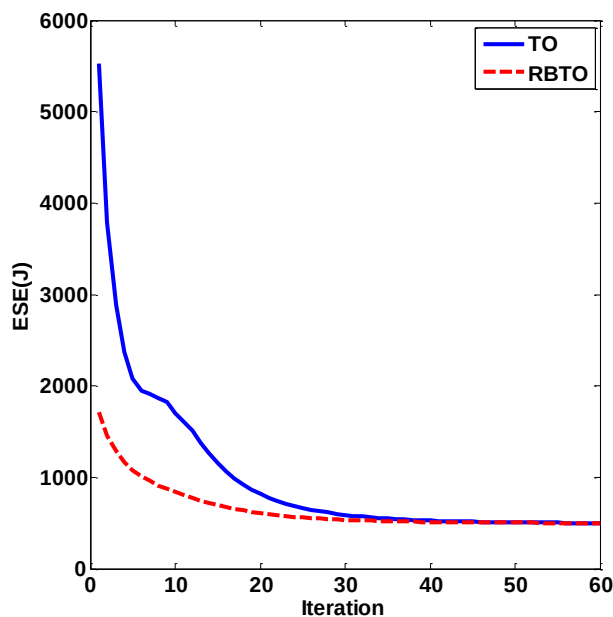
شکل (۹-الف) تغییرات تابع هدف را نشان می‌دهد که بیانگر زودتر رسیدن فرایند بهینه‌سازی در روش بهینه‌سازی توپولوژی مبتنی بر قابلیت اطمینان به مقدار نهایی در کمترین زمان و با شروع از مقدار کمتر، نسبت به بهینه‌سازی توپولوژی است. شکل (۹-ب) تکامل تدریجی دامنه طراحی برای هر دو روش بهینه‌سازی توپولوژی مبتنی بر قابلیت اطمینان و بهینه‌سازی توپولوژی را در مراحل منتخب تا رسیدن به شکل بهینه نشان می‌دهد. در شکل (۱۰-الف)، شکل بهینه راه حل بهینه‌سازی توپولوژی قطعی نشان داده شده است. راه حل قطعی یا بهینه‌سازی توپولوژی قطعی در واقع یک سازه کارآمد با مواد کمتر مورد نیاز در معرض شکست، زمانی که بار تمایل دارد با نوسانات تصادفی عمل کند، به دست می‌دهد. در این حالت به

می‌رسد. از شکل (۸-ب) نتیجه‌گیری می‌شود که شکل بهینه توپولوژی مبتنی بر قابلیت اطمینان ضمن داشتن کسرحجمی بیشتر دارای تعداد بیشتری از اعضای داخلی است که این اعضا به تحمل نیروی بیشتر و ایمنی زیادتر سازه کمک می‌کنند.

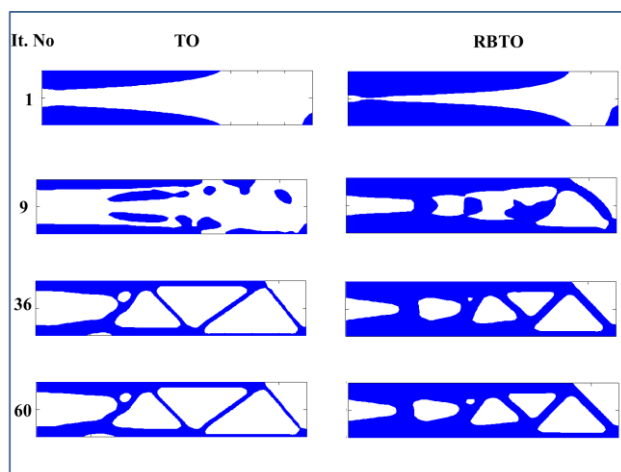
۲-۸- (مثال ۲) روش MIST

در روش MIST از مقدار شعاع فیلترینگ $r_{min}=3$ و از روش حد افزایشی پویا^{۴۱} (نرخ افزایش) استفاده شده است. در این روش کران پایین حد افزایشی 0.625 و کران بالا 0.1 است و این قابلیت را دارد که اگر نوساناتی در تابع هدف ایجاد شد برای پایداری در فرایند بهینه‌سازی، مقدار خود را به نصف کاهش دهد. $\Theta(\mathbf{p}) = \frac{1}{2} \boldsymbol{\sigma}^T \boldsymbol{\varepsilon}$ تابع فیزیکی است که در آن $\boldsymbol{\varepsilon}$ و $\boldsymbol{\sigma}$ به ترتیب تانسور کرنش و تنش هستند. فرمول بهینه‌سازی توپولوژی مبتنی بر قابلیت اطمینان برای به‌دست‌آوردن شکل‌های بهینه‌ی بهینه‌سازی توپولوژی قطعی و بهینه‌سازی توپولوژی مبتنی بر قابلیت اطمینان به‌صورت زیر است:

$$\begin{aligned}
 \text{Find} \quad & V_f^*, \mathbf{X}^* \\
 \text{min} \quad & f(d) = V_f
 \end{aligned} \quad (25)$$



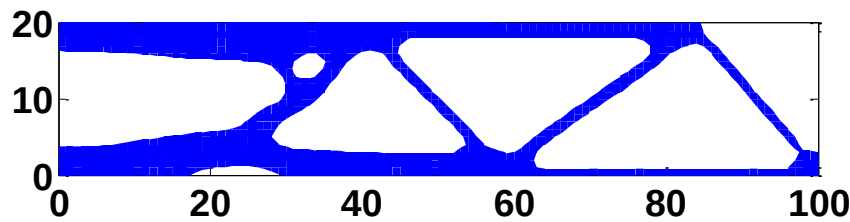
شکل (۹-الف) - تغییرات تابع هدف در طول فرایند بهینه‌سازی،
قید $ESE=500J$ ، روش MIST مسائل روش بهینه‌سازی
توپولوژی قطعی و روش بهینه‌سازی توپولوژی مبتنی بر قابلیت
اطمینان



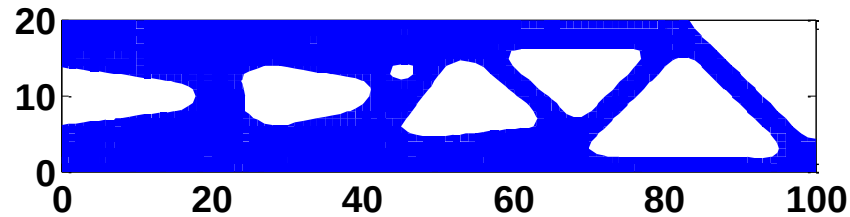
شکل (۹-ب) - تکامل تدریجی دامنه طراحی مسائل روش‌های
بهینه‌سازی توپولوژی و بهینه‌سازی توپولوژی مبتنی بر قابلیت
اطمینان تا رسیدن به شکل بهینه: روش بهینه‌سازی
توپولوژی MIST

توپولوژی مبتنی بر قابلیت اطمینان نه تنها از مواد بیشتری استفاده می‌کند، بلکه طرح متفاوتی را ارائه می‌دهد که در آن اعضای داخلی بیشتری به سازه اضافه می‌شوند تا ایمنی و امنیت سازه حفظ و تضمین شود. حلقه‌های مثلثی ارائه شده توسط مواد به کمک اعضا برای بهینه‌سازی توپولوژی مبتنی بر قابلیت اطمینان بیشتر از مدل بهینه‌سازی توپولوژی قطعی است. یک قسمت خرابایی اضافه‌تر بر اساس نتایج بهینه‌سازی توپولوژی مبتنی بر قابلیت اطمینان به دست می‌آید در حالی که بهینه‌سازی توپولوژی قطعی این شرایط را برای این مسئله نشان نمی‌دهد.

کمک الگوریتم دوبخشی مقدار $V_f=0.35$ به دست می‌آید. با این حال، برای تضعیف اثرات نامطلوب تغییرات بار وارده، راه حل بهینه‌سازی توپولوژی مبتنی بر قابلیت اطمینان اعمال می‌شود. در روش بهینه‌سازی توپولوژی مبتنی بر قابلیت اطمینان مقادیر بردار نقاط بیشترین احتمال برابر $E=0.9523$ و $P1=1.2844$ و $V_f=0.622$ پس از ۱۰ بار تکرار به دست می‌آیند. شکل (۱۰-ب) شکل بهینه روش بهینه‌سازی توپولوژی مبتنی بر قابلیت اطمینان را نشان می‌دهد. همان‌طور که در شکل (۱۰-ب) دیده می‌شود، راه حل بهینه



شکل (۱۰-الف) - شکل بهینه روش بهینه‌سازی توپولوژی: روش بهینه‌سازی توپولوژی MIST



شکل (۱۰-ب) - شکل بهینه روش بهینه‌سازی توپولوژی مبتنی بر قابلیت اطمینان: روش بهینه‌سازی توپولوژی MIST

شکل (۱۱-الف) نتیجه‌گیری می‌شود که روش بهینه‌سازی توپولوژی مبتنی بر قابلیت اطمینان نتایج پایدارتری نسبت به بهینه‌سازی توپولوژی می‌دهد. با استفاده از الگوریتم دوبخشی اعمال شده در بهینه‌سازی توپولوژی قطعی، کسر حجمی با در نظر گرفتن میانگین متغیرهای تصادفی پایه $V_f = 0.387$ به دست می‌آید و در عین حال، با استفاده از روش دوبخشی و روش بهینه‌سازی مبتنی بر قابلیت اطمینان کسر حجمی $V_f = 0.6$ و مقادیر نقاط بیشترین احتمال برابر $E = 0.9524$ و $P1 = 1.21$ برای روش بهینه‌سازی توپولوژی مبتنی بر قابلیت اطمینان منتج می‌شوند.

با مقایسه نتایج بهینه‌سازی توپولوژی قطعی و بهینه‌سازی توپولوژی مبتنی بر قابلیت اطمینان مشخص می‌شود که کسر حجمی حدود ۳۵ درصد افزایش یافته است و فرایند بهینه‌سازی مقدار میانگین شتاب دهنده پویا^{۴۲} پس از ۷ تکرار همگرا می‌اشود. همان طور که مشاهده می‌شود، در نقاط بیشترین احتمال همگرا مقدار بار بیشتر از مقدار میانگین آن و همچنین مقدار مدول الاستیسیته نیز کمتر از مقدار میانگین است. این نشان می‌دهد که برای ارائه سازه با قابلیت اعتماد بیشتر، E پایین و $P1$ بالا به عنوان مقادیر محتمل ترین نقاط احتمال داده شده

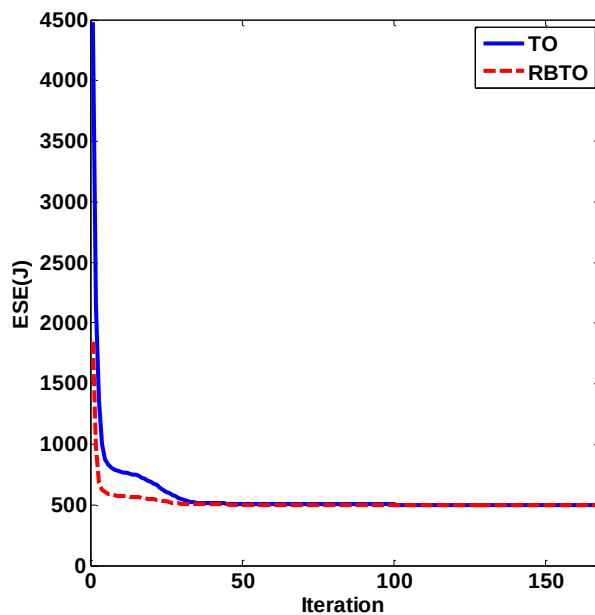
بنابراین، با افزایش اعضای داخلی و حلقه‌های مثلثی خرابایی در نتایج بهینه‌سازی توپولوژی مبتنی بر قابلیت اطمینان با شرایط ایمن شاخص اطمینان $\beta_t = 3$ ، سازه‌ای با پایداری و استحکام بیشتری نسبت به بهینه‌سازی توپولوژی قطعی به دست می‌آید.

۸-۳- (مثال ۳) روش SIMP

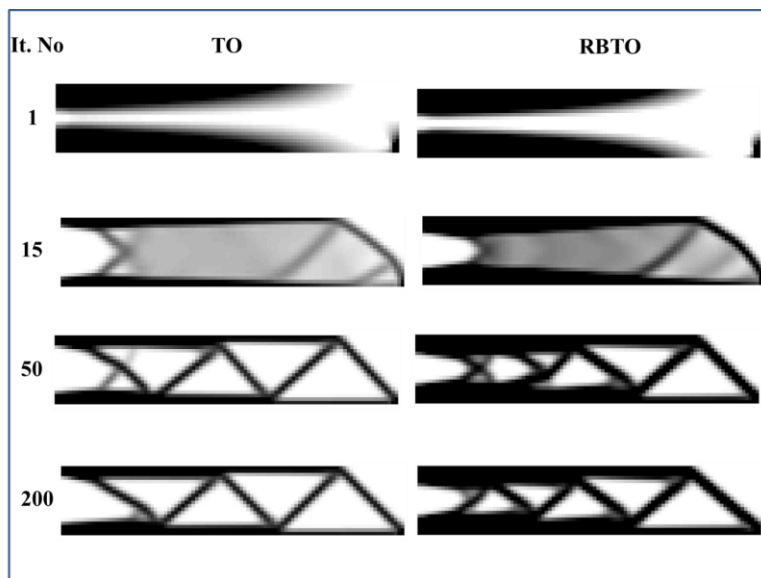
در روش SIMP مقدار شعاع فیلترینگ $r_{min} = 2$ است. فرمول بهینه‌سازی توپولوژی مبتنی بر قابلیت اطمینان برای به‌دست‌آوردن شکل بهینه به‌صورت زیر است:

$$\begin{aligned}
 &\text{Find} \quad V_f^*, X^* \\
 &\text{min} \quad f(d) = V_f \\
 &\text{S.t.} \quad \mathbf{K}(\rho) \mathbf{Y}(\rho) = \mathbf{F}(\rho) \\
 &\quad \quad \text{ESE}(V_f, E, P1) \leq 500 \\
 &\text{where} \quad 0.3 \leq V_f \leq 0.7, V_{f0} = 0.5, \beta_t = 3 \\
 &\quad \quad P1 \sim N(1, 0.1^2)N, E \sim N(1, 0.05^2) \text{GPa} \\
 &\quad \quad (\rho_e^L \leq \rho_e \leq \rho_e^U)
 \end{aligned} \tag{۲۶}$$

در شکل (۱۱-الف) و (۱۱-ب) روش SIMP اعمال شده و تغییرات تابع هدف و دامنه طراحی از تکرار اولیه تا رسیدن به نتایج بهینه برای چند مرحله منتخب نشان داده شده است. از



شکل (۱۱-الف)- تغییرات تابع هدف در طول فرایند بهینه‌سازی، قید $ESE=500J$ ، روش SIMP: مسائل روش بهینه‌سازی توپولوژی و بهینه‌سازی توپولوژی مبتنی بر قابلیت اطمینان

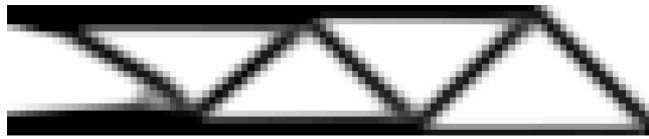


شکل (۱۱-ب)- تکامل تدریجی دامنه طراحی مسائل روش بهینه‌سازی توپولوژی و روش بهینه‌سازی توپولوژی مبتنی بر قابلیت اطمینان تا رسیدن به شکل بهینه: روش بهینه‌سازی توپولوژی SIMP

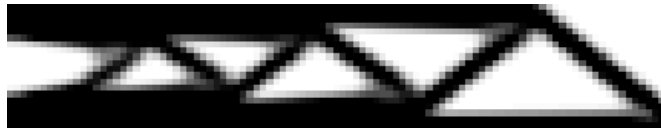
می‌شود.

شکل‌های (۱۲-الف) و (۱۲-ب) مشخص‌کننده سازه بهینه برای بهینه‌سازی توپولوژی قطعی و بهینه‌سازی توپولوژی مبتنی بر قابلیت اطمینان به کمک الگوریتم دوبخشی هستند. شکل بهینه توپولوژی مبتنی بر قابلیت اطمینان نشان می‌دهد که تعداد زیادتری عضو داخلی به اضافه حجم ماده بیشتری دارد که این خود بیانگر سازه‌ای با مقاومت بیشتر در برابر تغییرات بار وارده و در نتیجه سازه‌ای ایمن خواهد بود.

توسط روش بهینه‌سازی مبتنی بر قابلیت اطمینان، در سازه استفاده شده است. بنابراین، استفاده از روش هیبریدی بهینه‌سازی توپولوژی مبتنی بر قابلیت اطمینان شرایط قابل اعتمادی را برای این سازه با احتمال شکست قابل قبول مربوط به کاهش الاستیسیته و افزایش بار همانطور که در نقاط بیشترین احتمال مشاهده می‌شود، فراهم کرده‌است. بنابراین، هدف یافتن سخت‌ترین سازه با توزیع بهینه مواد داده شده تحت عدم قطعیت در مدول الاستیسیته و بار برآورده شده و محقق



شکل (۱۲-الف) - شکل بهینه روش بهینه‌سازی توپولوژی: روش بهینه‌سازی توپولوژی SIMP



شکل (۱۲-ب) - شکل بهینه روش بهینه‌سازی توپولوژی مبتنی بر قابلیت اطمینان: روش بهینه‌سازی توپولوژی SIMP

۸-۴- (مثال ۴) روش تنظیم سطح

این مثال به مطالعه راه‌حل بهینه‌سازی توپولوژی مبتنی بر قابلیت اطمینان سازه مستطیلی شکل گیردار تحت بارگذاری ایستا داده شده در شکل (۶) اختصاص دارد که روش بهینه‌سازی توپولوژی آن روش تنظیم سطح است. مطابق با مرجع [۵۰] پارامترهایی که برای این روش در نظر گرفته شده‌اند بدین صورت هستند:

$$\Delta t = 0.5, \Delta = 10, \mu = 20, \gamma = 0.05, nRelax = 30$$

که Δt گام زمانی، Δ ، γ و μ ضرایب لاگرانژی و $nRelax$ مقدار تکرار هستند.

رابطه (۲۷) رابطه توپولوژی بر مبنای قابلیت اطمینان به روش تنظیم سطح است که به شکل زیر بیان می‌شود:

$$\begin{aligned} \text{Find} \quad & V_f^*, X^* \\ \text{min} \quad & f(d) = V_f \end{aligned} \quad (27)$$

$$\text{S.t.} \quad \begin{cases} a(\mathbf{u}, \mathbf{v}, \phi) = l(\mathbf{v}, \phi) & \forall \mathbf{v} \in U \\ G(\phi) = \int_D H(\phi) d\Omega - V_{\max} \leq 0 \\ \mathbf{u} = \mathbf{u}_0 & \text{in } S_u \\ C : \varepsilon(\mathbf{u}) \cdot \mathbf{n} = \tau & \text{in } S_\tau \\ ESE(V_f, E, P1) \leq 500 \end{cases}$$

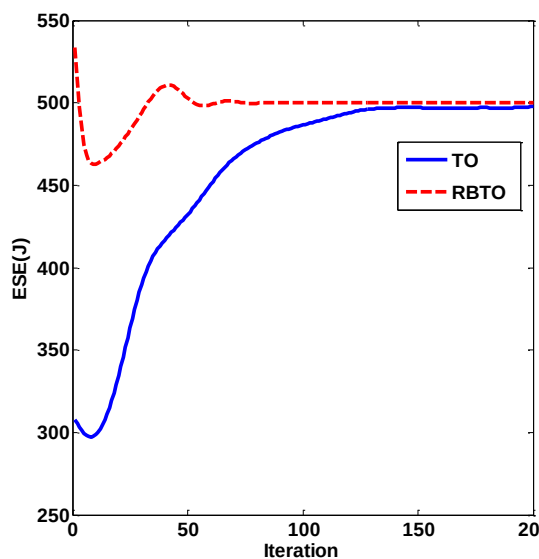
$$\text{where } 0.3 \leq V_f \leq 0.7, V_{f0} = 0.5, \beta_t = 3$$

$$P1 \sim N(1, 0.1^2)N, E \sim N(1, 0.05^2)GPa$$

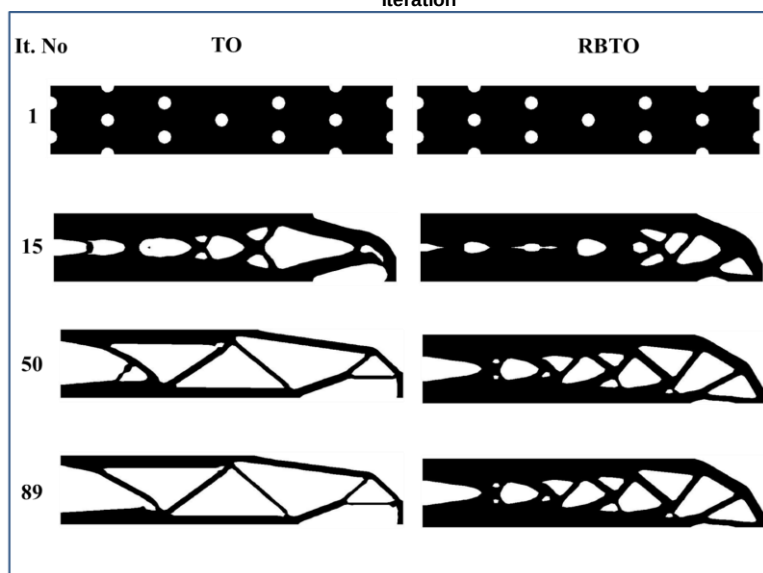
همانند روش‌های قبلی برای این روش نیز تغییرات تابع هدف

تا رسیدن به مقدار بهینه و تغییرات دامنه طراحی تا رسیدن به شکل بهینه برای بهینه‌سازی توپولوژی و بهینه‌سازی توپولوژی مبتنی بر قابلیت اطمینان در شکل‌های (۱۳-الف) و (۱۳-ب) داده شده‌اند که بیانگر پایداری و همگرایی سریع با استفاده از روش بهینه‌سازی توپولوژی مبتنی بر قابلیت اطمینان است. با استفاده از کسر حجمی متوسط و روش بهینه‌سازی مقدار میانگین شتاب‌دهنده پویا مقادیر نقاط بیشترین احتمال، $E=0.9523$ و $P1=1.2845$ پس از پنج بار تکرار هستند.

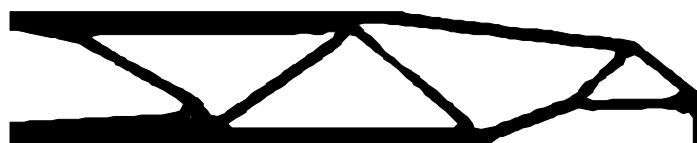
ساختار بهینه توزیع مواد با وجود عدم قطعیت‌ها در شکل (۱۴-ب) نشان داده شده است. در مقایسه با راه حل بهینه‌سازی توپولوژی قطعی، راه حل بهینه‌سازی توپولوژی مبتنی بر قابلیت اطمینان تحت عدم قطعیت‌ها توپولوژی متفاوتی را با توزیع مواد بیشتری نشان می‌دهد که احتمال شکست را کاهش می‌دهد. یکی از دلایل به حداکثر رساندن سطح ایمنی، کسر حجمی بیشتر در حدود $V_f=0.658$ برای حل بهینه‌سازی توپولوژی مبتنی بر قابلیت اطمینان در مقایسه با $V_f=0.314$ برای بهینه‌سازی توپولوژی قطعی در شکل (۱۴-الف) است. همانطور که مشاهده می‌شود، تعداد اعضایی که در داخل سازه بهینه‌سازی توپولوژی مبتنی بر قابلیت اطمینان قرار گرفته‌اند به مراتب بیشتر از سازه روش بهینه‌سازی توپولوژی قطعی است که این خود بیانگر مقاومت بیشتر سازه بهینه‌سازی توپولوژی مبتنی بر قابلیت اطمینان در مقابل تغییرات بار وارده است.



شکل (۱۳-الف) - تغییرات تابع هدف در طول فرایند بهینه‌سازی، قید $ESE=500J$ ، روش تنظیم سطح: مسائل روش بهینه‌سازی توپولوژی قطعی و روش بهینه‌سازی توپولوژی مبتنی بر قابلیت اطمینان



شکل (۱۳-ب) - تکامل تدریجی دامنه طراحی مسائل روش بهینه‌سازی توپولوژی و روش بهینه‌سازی توپولوژی مبتنی بر قابلیت اطمینان تا رسیدن به شکل بهینه: روش بهینه‌سازی توپولوژی تنظیم سطح



شکل (۱۴-الف) - شکل بهینه روش بهینه‌سازی توپولوژی: روش بهینه‌سازی توپولوژی تنظیم سطح



شکل (۱۴-ب) - شکل بهینه روش بهینه‌سازی توپولوژی مبتنی بر قابلیت اطمینان: روش بهینه‌سازی توپولوژی تنظیم سطح

جدول ۱- مقایسه مقادیر کسر حجمی و محتمل‌ترین نقاط احتمال روش‌های مختلف بهینه‌سازی توپولوژی

روش	RBTO			TO	
	V_f	P1	E	V_f	
XFEM-ESO	۰/۶۶	۱/۲۸۴۴	۰/۹۵۲۳	۰/۳۵	
MIST	۰/۶۲۲	۱/۲۸۴۴	۰/۹۵۲۳	۰/۳۵	
SIMP	۰/۶	۱/۲۱	۰/۹۵۲۴	۰/۳۸۷	
Level-set	۰/۶۵۸	۱/۲۸۴۵	۰/۹۵۲۳	۰/۳۱۴	

ترکیب مفهوم قابلیت اطمینان در بهینه‌سازی توپولوژی که شامل چهار روش SIMP، تنظیم سطح، تکاملی بهینه‌سازی سازه‌ای - اجزای محدود توسعه‌یافته و MIST هستند، می‌پردازد. خروجی این ادغام روش بهینه‌سازی مبتنی بر قابلیت اطمینان است. در این تحقیق، رویکرد دوبخشی در بهینه‌سازی توپولوژی قطعی برای استخراج حداقل کسر حجمی با یک تابع هدف در نظر گرفته می‌شود. این رویکرد هم برای بهینه‌سازی قطعی و هم بهینه‌سازی توپولوژی مبتنی بر قابلیت اطمینان مورد استفاده قرار می‌گیرد. روش بهینه‌سازی توپولوژی مبتنی بر قابلیت اطمینان به کار رفته بر پایه بهینه‌سازی توپولوژی متوالی و ارزیابی قابلیت اطمینان (STORA) است که به اختصار روش بهینه‌سازی توپولوژی متوالی مقدار میانگین شتاب‌دهنده پویا STO-ADMV گفته می‌شود. ابتدا هر کدام از روش‌ها به اختصار بیان شده و سپس در راستای استفاده از روش بهینه‌سازی توپولوژی مبتنی بر قابلیت اطمینان پیشنهادی فرمول‌بندی می‌شوند. یک مثال انطباق سازه‌ای با هر کدام از روش‌های بهینه‌سازی توپولوژی برای بهینه‌سازی توپولوژی قطعی و بهینه‌سازی توپولوژی مبتنی بر قابلیت اطمینان حل می‌شود. نتایج نشان داده می‌دهند که راه‌حل‌های بهینه به‌دست‌آمده با بهینه‌سازی توپولوژی مبتنی بر قابلیت اطمینان پیشنهادی تفاوت‌های بارزی چه در قالب شکل بهینه و چه در نتایج نقاط بیشترین احتمال با راه‌حل‌های به‌دست‌آمده از بهینه‌سازی توپولوژی قطعی دارد. همین‌طور نشان داده می‌شود که توپولوژی‌های بهینه به‌دست‌آمده با استفاده از روش‌های

جدول شماره ۱ مقادیر کسر حجمی و نقاط بیشترین احتمال را برای همه روش‌های بهینه‌سازی توپولوژی قطعی نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود مقادیر کسر حجمی برای همه روش‌های بهینه‌سازی توپولوژی قطعی نزدیک به هم است به‌جز روش تنظیم سطح که مقدار آن کمتر از بقیه است. در عین حال مقادیر کسر حجمی برای روش بهینه‌سازی مبتنی بر قابلیت اطمینان نیز برای همه روش‌ها نزدیک به هم است اگرچه در روش SIMP این مقدار از بقیه کمتر است.

همچنین مشاهده می‌شود که شکل‌های بهینه روش‌های تنظیم سطح و روش تکاملی بهینه‌سازی سازه‌ای - اجزای محدود توسعه‌یافته شبیه به هم و شکل‌های روش‌های MIST و SIMP نیز شبیه به هم هستند. دلیل شباهت شکل‌های MIST و SIMP می‌تواند به‌خاطر نوع تعریف ماده باشد که یکسان است. از نظر مقداری، کسر حجمی برای بهینه‌سازی توپولوژی و روش تنظیم سطح کمترین و روش SIMP بیشترین را دارد. مقدار E به‌دست آمده در تمام روش‌ها یکسان بوده و کسر حجمی به‌دست‌آمده به روش بهینه‌سازی توپولوژی مبتنی بر قابلیت اطمینان با روش SIMP، کمترین است.

۹ - نتیجه‌گیری

ادغام عدم قطعیت‌ها که معمولاً شامل پراکندگی مواد، نوسانات بارگذاری، رواداری‌های هندسی و غیره هستند، در مسئله بهینه‌سازی توپولوژی برای طراحی مفهومی سازه‌های مکانیکی پیوسته از اهمیت بالایی برخوردار است. این مقاله به بررسی

فناوری ساخت مواد افزودنی^۳ و بهبود قابلیت‌های محاسباتی رایانه‌ای، موضوعات عمیق‌تر مربوط به عدم قطعیت‌های چند منبعی، ماده‌ای، مقیاسی و عملکردی باید در کارهای بعدی مورد مطالعه قرار گیرد. بنابراین، این روش می‌تواند به‌عنوان یک مکمل مفید برای تکنیک‌های فعلی بهینه‌سازی توپولوژی مبتنی بر قابلیت اطمینان در نظر گرفته شود

پیشنهادی بهینه‌سازی توپولوژی مبتنی بر قابلیت اطمینان، قابل اطمینان‌تر از بهینه‌سازی توپولوژی قطعی هستند و سازه به‌دست آمده ایمنی بیشتری دارد و بنابراین، لازم است که تأثیر پارامترهای عدم قطعیت مانند خواص مواد و بارهای خارجی، با مفهوم قابلیت اطمینان در بهینه‌سازی توپولوژی ادغام شود. روش‌های توسعه داده شده در این تحقیق با توجه به پیشرفت

واژه‌نامه

- | | | |
|--|-------------------------------|---------------------------------------|
| 1. Bendsoe | 13. level set (LS) | 30. performance (MLP) |
| 2. Kikuchi | 14. compliance | 31. redistribution factor (RF) |
| 3. topology optimization | 15. adjoint variable | 32. optimally criteria (OC) |
| 4. reliability-based topology optimization | 16. direct sensitivity | 33. method of moving asymptotes (MMA) |
| 5. reliability-based design optimization | 17. smooth boundaries | 34. iso-value surface |
| 6. solid isotropic with penalization | 18. machine learning | 35. objective function |
| 7. Kharmanda | 19. support vector regression | 36. sorting |
| 8. target reliability index | 20. bisection | 37. adaptive factor |
| 9. performance measure approach (PMA) | 21. decent conditions | 38. chaos control |
| 10. bidirectional evolution structural optimization (BESO) | 22. structural compliance | 39. choice control |
| 11. FORM | 23. extended FEM | 40. design domain |
| 12. stochastic response surface method | 24. iso-line | 41. dynamic move limit |
| | 25. iso-surface | 42. accelerated dynamical mean value |
| | 26. XFEM-ESO | 43. additive manufacturing |
| | 27. finite element (FE) | |
| | 28. strain energy (SE) | |
| | 29. minimum level | |

References

- Bendsøe, M. P. and Kikuchi, N., "Generating Optimal Topologies in Structural Design Using a Homogenization Method", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 1988. 71(2): pp. 197-224.
- Pereira, R. L., Lopes, H. N., and Pavanetto, R., "Topology Optimization of Acoustic Systems with A Multiconstrained BESO Approach", *Finite Elements in Analysis and Design*, 2022. 201: pp. 103701.
- Chen, L., Lu, C., Lian, H., Zhao, w., Li, S., Chen, H., and SPA Bordas, "Acoustic Topology Optimization of Sound Absorbing Materials Directly from Subdivision Surfaces with Isogeometric Boundary Element Methods", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2020. 362: pp. 112806.
- He, M., Zhang, X., Dos Santos Fernandez, L., Molter, A., Xia, L., and Shi, T., "Multi-Material Topology Optimization of Piezoelectric Composite Structures for Energy Harvesting", *Composite Structures*, 2022:265.1 p. 113783.
- He, M., He, M., Zhang, X., and Xia, L., "Topology Optimization of Piezoelectric Energy Harvesters for Enhanced Open-Circuit Voltage Subjected to Harmonic Excitations", *Materials*, 2022. 15, DOI: 10.3390/ma15134423.
- Eschenauer, H.A. and Olhoff, N., "Topology Optimization of Continuum Structures: A Review", *Appl. Mech. Rev.*, 2001. 54(4): pp. 331-390.
- Van Dijk, N.P., Maute, K., Langelaar, M., Van Keulen, F., "Level-Set Methods for Structural Topology Optimization: A Review", *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2013. 48: pp. 437-472.
- Zuo, W. and Saitou, K., "Multi-Material Topology Optimization Using Ordered SIMP Interpolation", *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2017. 55: pp. 477-491.
- Yang, B., Cheng, C., Wang, X., Meng, Z., and Homayouni-Amlashi, A., "Reliability-Based Topology Optimization of Piezoelectric Smart Structures with Voltage Uncertainty", *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 2022. 33(15): pp. 1975-1989.
- Zheng, B., Chang, C. J., and Gea, H. C., "Topology Optimization of Energy Harvesting Devices Using Piezoelectric Materials", *Structural and*

منابع

- Multidisciplinary Optimization*, 2009. 38: pp. 17-23.
11. Kharmanda, G., Olhoff, N., Mohamed, A., and Lemaire, M., "Reliability-Based Topology Optimization", *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2004. 26: pp. 295-307.
 12. Maute, K. and Frangopol, D. M., "Reliability-Based Design of MEMS Mechanisms by Topology Optimization", *Computers & Structures*, 2003. 81(8-11): pp. 813-824.
 13. Cho, K. H., Park, J. Y., Im, M. G., and Han, S. Y., "Reliability-Based Topology Optimization of Electro-Thermal-Compliant Mechanisms with A New Material Mixing Method", *International Journal of Precision Engineering and Manufacturing*, 2012. 13: pp. 693-699.
 14. Mohammadzadeh, H. and Abolbashari, M. H., "Reliability Based Topology Optimization for Maximizing Stiffness and Frequency Simultaneously", *Modares Mechanical Engineering*, 2017. 17(4): pp. 111-116.
 15. Habashneh, M. and Movahedi Rad, M., "Reliability Based Geometrically Nonlinear Bi-Directional Evolutionary Structural Optimization of Elasto-Plastic Material", *Sci Rep*, 2022. 12(1): pp. 5989.
 16. Zheng, J., Yuan, L., Jiang, C., and Zhang, Z., "An Efficient Decoupled Reliability-Based Topology Optimization Method Based on A Performance Shift Strategy", *Journal of Mechanical Design*, 2023. 145(6)
 17. Zhang, X. and Ouyang, G., "A Level Set Method for Reliability-Based Topology Optimization of Compliant Mechanisms", *Science in China Series E : Technological Sciences*, 2008. 51(4): pp. 443-455.
 18. Huang, X. and Xie, M., "Evolutionary Topology Optimization of Continuum Structures: Methods and Applications", *John Wiley & Sons*, 2010.
 19. Huang, X. and Xie, Y. M., "A Further Review of ESO Type Methods for Topology Optimization", *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2010. 41: pp. 671-683.
 20. Wang, M.Y., Wang, X., and Guo, D., "A Level Set Method for Structural Topology Optimization", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2003. 192(1)-pp. 227-246.
 21. Challis, V. J., "A Discrete Level-Set Topology Optimization Code Written in Matlab", *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2010. 41: pp. 453-464.
 22. Bendsoe, M. P., "Optimal Shape Design as A Material Distribution Problem", *Structural Optimization*, 1989. 1: pp. 193-202.
 23. Zhou, M. and Rozvany, G. I., "The COC Algorithm, Part II: Topological, Geometrical and Generalized Shape Optimization", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 1991. 89(1-3): pp. 309-336.
 24. Tong, L. and Lin, J., "Structural Topology Optimization with Implicit Design Variable—Optimality and Algorithm", *Finite Elements in Analysis and Design*, 2011. 47(8): pp. 922-932.
 25. Alfounh, M. and Tong, L., "Maximizing Modal Damping in Layered Structures Via Multi-Objective Topology Optimization", *Engineering Structures*, 2017. 132: pp. 637-647.
 26. Alfounh, M. and Tong, L., "Damping Design of Flexible Structures with Graded Materials Under Harmonic Loading", *Journal of Vibration and Acoustics*, 2018. 140 (5).
 27. Keshtegar, B. and Alfounh, M., "SVR-TO-APMA: Hybrid Efficient Modelling and Topology Framework for Stable Topology Optimization with Accelerated Performance Measure Approach", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2023. 404: pp. 115762.
 28. Alfounh, M. and Keshtegar, B., "STO-DAMV: Sequential Topology Optimization and Dynamical Accelerated Mean Value for Reliability-Based Topology Optimization of Continuous Structures", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2023. 417: pp. 116429.
 29. Abdi, M., "Evolutionary Topology Optimization of Continuum Structures Using X-FEM and Isovalues of Structural Performance", 2015, University of Nottingham.
 30. Querin, O. M., Steven, G.P., and Xie, Y.M., "Evolutionary Structural Optimisation (ESO) Using A Bidirectional Algorithm", *Engineering Computations*, 1998. 15(8): pp. 1031-1048.
 31. Teimouri, M. and Asgari, M., "Multi-Objective BESO Topology Optimization for Stiffness and Frequency of Continuum Structures", *Struct. Eng. Mech*, 2019. 72(2): pp. 181-190.
 32. Xia, Q., Shi, T., and Xia, L., "Topology Optimization for Heat Conduction by Combining Level Set Method and BESO Method", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2018. 127: pp. 200-209.
 33. Richardson, C.L., Hegemann, J., Sifakis, E., Hellrung, J., and Teran, J. M., "An XFEM Method for Modeling Geometrically Elaborate Crack Propagation in Brittle Materials", *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2011. 88(10): pp. 1042-1065.
 34. Riccio, A., Caruso, U., Raimondo, A., and Sellitto, A., "Robustness of XFEM Method for the Simulation of Cracks Propagation in Fracture Mechanics Problems", *American Journal of Engineering and Applied Sciences*, 2016. 9(3): pp. 599-610.
 35. Bendsoe, M. P. and Sigmund, O., "Topology Optimization: Theory, Methods, and Applications", 2013: *Springer Science & Business Media*.
 36. Bendsoe, M.P. and Sigmund, O., "Material Interpolation Schemes in Topology Optimization", *Archive of Applied mechanics*, 1999. 69: pp. 635-654.

37. Zhang, W., Zhong, W., and Guo, X., "An Explicit Length Scale Control Approach in SIMP-Based Topology Optimization", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2014. 282: pp. 71-86.
38. Marck, G., Nemer, M., Harion, J. L., Russeil, S., and Bougeard, D., "Topology Optimization Using the SIMP Method for Multiobjective Conductive Problems", *Numerical Heat Transfer, Part B: Fundamentals*, 2012. 61(6): pp. 439-470.
39. Brackett, D., Ashcroft, I., and Hague, R., "Topology Optimization for Additive Manufacturing in 2011 International Solid Freeform Fabrication Symposium", 2011, University of Texas at Austin.
40. Sigmund, O., "A 99 Line Topology Optimization Code Written in Matlab", *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2001. 21: pp. 120-127.
41. Luo, Q. and Tong, L., "Optimal Designs for Vibrating Structures Using a Moving Isosurface Threshold Method with Experimental Study", *Journal of Vibration and Acoustics*, 2015. 137(6): pp. 061005.
42. Vasista, S. and Tong, L., "Design and Testing of Pressurized Cellular Planar Morphing Structures", *AIAA journal*, 2012. 50(6): pp. 1328-1338.
43. Chen, W., Tong, L., and Liu, S., "Concurrent Topology Design of Structure and Material Using a Two-Scale Topology Optimization", *Computers & Structures*, 2017. 178: pp. 119-128.
44. Lu, Y. and Tong, L., "Concurrent Multiscale Topology Optimization of Metamaterials for Mechanical Cloak", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2023. 409: pp. 115966.
45. Gordon, G. and Tibshirani, R., "Karush-Kuhn-Tucker Conditions", *Optimization*, 2012. 10(725/36): pp. 725.
46. Luo, Q. and Tong, L., "Structural Topology Optimization for Maximum Linear Buckling Loads by Using a Moving Iso-Surface Threshold Method", *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2015. 52(1): pp. 71-90.
47. Luo, Q. and Tong, L., "Optimal Designs for Vibrating Structures Using a Moving Isosurface Threshold Method with Experimental Study", *Journal of Vibration and Acoustics*, 2015. 137(6): pp. 1-22.
48. Wang, S. and Wang, M. Y., "Radial Basis Functions and Level Set Method for Structural Topology Optimization", *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2006. 65(12): pp. 2060-2090.
49. Yoon, G. H. and Kim, Y. Y., "Element Connectivity Parameterization for Topology Optimization of Geometrically Nonlinear Structures", *International Journal of Solids and Structures*, 2005. 42(7): pp. 1983-2009.
50. Wei, P., Li, Z., Li, X., and Wang, M. Y., "An 88-Line MATLAB Code for The Parameterized Level Set Method Based Topology Optimization Using Radial Basis Functions", *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2018. 58: pp. 831-849.
51. Van Dijk, N., Yoon, G., Van Keulen, F., and Langelaar, M., "A Level-Set Based Topology Optimization Using the Element Connectivity Parameterization Method", *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2010. 42 :pp. 269-282.
52. Allaire, G., Jouve, F., and Toader, A. M., "Structural Optimization Using Sensitivity Analysis and A Level-Set Method", *Journal of computational physics*, 2004. 194(1): pp. 363-393.
53. Keshtegar, B. and Chakraborty, S., "Dynamical Accelerated Performance Measure Approach for Efficient Reliability-Based Design Optimization with Highly Nonlinear Probabilistic Constraints", *Reliability Engineering & System Safety*, 2018. 178: pp. 69-83.
54. Mousavi, S.M., Mostafavi, E. S., Jaafari, A., Jaafari, A., and Hosseinpour, F., "Using Measured Daily Meteorological Parameters to Predict Daily Solar Radiation", *Measurement*, 2015. 76: pp. 148-155.
55. Meng, Z., Li, G., Wang, B. P., and Hao, P., "A Hybrid Chaos Control Approach of The Performance Measure Functions for Reliability-Based Design Optimization", *Computers & Structures*, 2015. 146: pp. 32-43.
56. Keshtegar, B., Hao, P., and Meng, Z., "A Self-Adaptive Modified Chaos Control Method for Reliability-Based Design Optimization", *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2017. 55: pp. 63-75.