



## Two-dimensional micromechanical analysis of fracture in human cortical bone tissue using the phase-field method

Mohammad Hossein Shojaiefard, Mohammad Silani\*, Mehdi Javanbakht and Hossein Jafarzadeh\*

Department of Mechanical Engineering, Isfahan University of Technology, Isfahan, Iran

**Abstract:** Bone has a hierarchical structure which features a complex arrangement at different length scales, endowing it with unique mechanical, chemical, and biological capabilities. To understand the mechanical properties of bone, one must consider its hierarchical structure as well as its composition. In the current research, two-dimensional numerical models of the cortical tissue microstructure of bone were created as three-phase and four-phase composites by scripting in Python, and were imported into the Abaqus software. Subsequently, fracture analysis in the transverse section of dense tissue under tensile loading was conducted using the phase-field method formulation. Initially, as a benchmark problem, data related to bovine pelvic bone was attributed to a three-phase composite, and after validating the implemented phase-field method, the primary simulation was performed for three-phase and four-phase models, with data related to human cortical bone tissue. Then, for each of the simulated three-phase and four phase models with human data, a stress-strain diagram in the tensile loading state was extracted. The outputs, obtained from the simulation performed on the two numerical models, differed from each other. The difference indicates the significant role of the bone tissue microstructure in fracture. The results showed that the ultimate strength of the three-phase model is greater than that of the four-phase model. The presence of cement lines as a weaker material phase compared to other material phases caused this difference. Conversely, the flexibility of the four-phase model was greater than that of the three-phase model. This study demonstrated the role of cement lines in increasing flexibility and reducing ultimate strength. This feature could be a mechanism for deviation or even stopping a crack in the structural model. Additionally, at the end of the work, the effect of increased porosity on the reduction of the final strength of the bone was examined, and it was shown that with increased porosity, the final strength will significantly decrease.

**Keywords:** Cortical bone tissue, microstructure, fracture, phase-field method, three-phase composite, four-phase composite, cement line, porosity.

Received: Aug. 31, 2024; Revised: Nov. 17, 2024; Accepted: Jan. 8, 2025; Published Online: Mar. 20, 2025.

\* Corresponding Author: [jafarzadeh@iut.ac.ir](mailto:jafarzadeh@iut.ac.ir)

How to Cite: Shojaiefard Mohammad Hossein, Silani Mohammad, Mehdi Javanbakht and Hossein Jafarzadeh, Two-dimensional micromechanical analysis of fracture in human cortical bone tissue using the phase-field method, Journal of Computational Methods in Engineering; 2025, 43(2), 143-161; DOI: 10.47176/jcme.43.2.1037.





## آنالیز دوبعدی میکرومکانیکی شکست در بافت متراکم استخوان انسان به روش میدان فاز

محمدحسین شجاعی فرد، محمد سیلانی، مهدی جوانبخت و حسین جعفرزاده\*

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان، ایران

**چکیده** - استخوان دارای ساختار سلسله مراتبی است که با آرایش پیچیده در مقیاس‌های طولی متفاوت دارای قابلیت‌های مکانیکی، شیمیایی و زیستی منحصربه‌فردی است. برای شناخت خصوصیات مکانیکی استخوان، باید ساختار سلسله‌مراتبی و همچنین ترکیب استخوان در نظر گرفته شود. در پژوهش حاضر مدل‌های عددی دوبعدی از ریزساختار بافت متراکم استخوانی به صورت کامپوزیت‌های سه‌فازی و چهارفازی به کمک اسکریپت‌نویسی به زبان پایتون ایجاد شد و به عنوان ورودی به نرم‌افزار آباکوس داده شد. سپس به کمک فرمول‌بندی روش میدان فاز به تحلیل شکست در برش عرضی بافت متراکم تحت بارگذاری کششی پرداخته شد. در ابتدا داده‌های مربوط به استخوان لگن گاو به کامپوزیت سه‌فازی نسبت داده شد و پس از اعتبارسنجی روش میدان فاز پیاده‌سازی شده، شبیه‌سازی اصلی برای مدل‌های سه‌فازی و چهارفازی با داده‌های مربوط به بافت متراکم استخوان انسان انجام گردید. سپس برای هر یک از مدل‌ها، نمودار تنش- کرنش در حالت بارگذاری کششی استخراج شد. خروجی‌های بدست آمده روی دو مدل عددی با یکدیگر متفاوت بود. این تفاوت نشان‌دهنده نقش مهم ریزساختار بافت استخوان در شکست است. نتایج نشان داد که استحکام نهایی مدل سه‌فازی از مدل چهارفازی بیش‌تر است. وجود خطوط سیمانی به عنوان یک فاز مادی ضعیف‌تر نسبت به سایر فازهای مادی موجب این اختلاف شد. در مقابل، انعطاف‌پذیری مدل چهارفازی نسبت به مدل سه‌فازی بیشتر شد. در این مطالعه، نقش خطوط سیمانی در افزایش انعطاف‌پذیری و کاهش استحکام نهایی نشان داده شد. این ویژگی می‌تواند مکانیزمی برای انحراف و یا حتی توقف ترک در مدل ساختاری باشد. همچنین در پایان کار، اثر افزایش تخلخل بر کاهش استحکام نهایی استخوان بررسی شد و نشان داده شد که با افزایش تخلخل، استحکام نهایی به طور چشمگیری کاهش پیدا خواهد کرد.

**واژه‌های کلیدی:** بافت متراکم استخوان، ریزساختار، روش میدان فاز، کامپوزیت سه‌فازی، کامپوزیت چهارفازی، خطوط سیمانی، تخلخل.

دریافت مقاله: ۱۴۰۳/۰۶/۱۰، بازنگری: ۱۴۰۳/۰۸/۲۷، پذیرش: ۱۴۰۳/۱۰/۱۹، اولین انتشار: ۱۴۰۳/۱۲/۳۰

\* نویسنده مسئول، رایانامه: [jafarzadeh@iut.ac.ir](mailto:jafarzadeh@iut.ac.ir)



## فهرست علائم

$A$	حداکثر انرژی هم‌چسبی	$T$	میدان دما
$c_p$	ظرفیت گرمایی ویژه	$\sigma$	تنش عمودی
$d$	طول مشخصه میدان فاز	$\varepsilon$	کرنش عمودی
$E$	مدول الاستیک	$\nu$	ضریب پواسون
$f$	تابع میان‌باف انرژی هم‌چسبی	$\phi$	پارامتر میدان فاز
$G$	نرخ آزادسازی انرژی	$\psi$	انرژی آزاد هلمهولتز
$I$	تابع کاهنده انرژی الاستیک	$\rho$	چگالی
$k$	ضریب هدایت گرمایی	$c$	بحرانی
$K$	ضریب شدت تنش	max	بیشترین
$r$	شار حرارتی	$f$	نهایی
$S$	تنش اسمی اعمالی		

## ۱- مقدمه

استخوان، به عنوان چارچوب اصلی بدن، دارای ساختار سلسله‌مراتبی است که وظیفه‌ی حفاظت و حمایت از اندام‌های داخلی بدن را در برابر ضربه و آسیب‌های دیگر دارد. با این حال، شکستگی‌های استخوانی، به ویژه با افزایش سن و ابتلا به پوکی استخوان<sup>۱</sup>، بسیار شایع است.

استخوان‌های انسان به طور مداوم در حال بازسازی قرار دارند؛ به گونه‌ای که بافت استخوانی جدید ساخته شده و بافت قدیمی تخریب می‌شود. در یک فرد جوان، سرعت تشکیل بافت استخوانی جدید بیشتر از سرعت تخریب بافت استخوانی کهنه است. این امر موجب افزایش توده‌ی استخوانی خواهد شد. افزایش توده استخوانی تا حد زیادی توسط عوامل ژنتیکی، سلامت در طول رشد، تغذیه، وضعیت غدد درون‌ریز، جنسیت و فعالیت بدنی تعیین می‌شود [۱].

یائسگی و افزایش سن، باعث عدم تعادل بین تخریب و تشکیل بافت استخوانی می‌شود؛ به عبارت دیگر، تخریب توده‌ی استخوان سریع‌تر از تشکیل آن خواهد شد. این روند باعث ایجاد شرایط مؤثر در احتمال ابتلا به پوکی استخوان خواهد شد. پوکی استخوان با کاهش توده‌ی استخوانی، زوال بافت استخوانی و اختلال در ریزساختار استخوان مشخص می‌شود. این بیماری می‌تواند منجر به کاهش قدرت استخوان و افزایش خطر شکستگی شود [۱]. در سال ۱۹۹۲ میلادی، تعداد بیماران مبتلا به شکستگی استخوان لگن در سراسر جهان بیش از ۲۰۰ میلیون

نفر تخمین زده شده است [۲]. در اروپا و ایالات متحده، ۳۰ درصد زنان، مبتلا به پوکی استخوان هستند و تخمین زده شده است که ۴۰ درصد زنان یائسه و ۳۰ درصد مردان، در بقیه عمر خود شکستگی ناشی از پوکی استخوان را تجربه خواهند کرد [۳]. بر اساس آمار موجود، دو میلیون نفر در ایران در معرض خطر شکستگی استخوان بر اثر ابتلا به پوکی استخوان هستند [۴].

برای شناخت خصوصیات مکانیکی استخوان، باید ساختار سلسله‌مراتبی و همچنین ترکیب استخوان در نظر گرفته شود. همچنین، اندازه‌گیری تجربی پارامترهای آسیب به صورت محلی و تشخیص چگونگی مقاومت در برابر شکست توسط ریزساختار استخوان و تغییرات اجزای ریزساختاری بسیار چالش برانگیز خواهد بود. در این میان، به کمک مدل‌های کامپیوتری می‌توان به درک درستی از ارتباط ویژگی‌های اجزای ریزساختار استخوان و رفتار شکست استخوان رسید. در سال‌های اخیر، مدل‌سازی بافت‌های سخت و نرم جهت ایجاد مدل‌های واقع‌گرایانه از بدن انسان رواج یافته است. این کار باعث ایجاد شناخت نسبی از رفتار مکانیکی استخوان خواهد شد و زمینه‌ساز شناخت دقیق‌تر علل شکست‌های استخوانی و پیش‌گیری از آسیب‌های بیولوژیکی خواهد بود.

استخوان‌ها اجزای مهمی از بدن انسان هستند که نقش‌های متعددی را ایفا می‌کنند. حمایت از بدن و فراهم کردن ساختار برای عضلات و همچنین محافظت از ارگان‌های حیاتی و ذخیره

سه‌بعدی اسفنجی است و دارای تخلخل ۹۰ درصد است. این بافت ۲۰ درصد وزن اسکلت بدن را تشکیل می‌دهد و در مهره‌ها و انتهای مفاصل وجود دارد. با وجود این تفاوت‌ها، بافت متراکم و بافت اسفنجی با هم کار می‌کنند؛ در واقع، بافت متراکم پوسته‌ای است که بافت اسفنجی موجود در استخوان را می‌پوشاند [۵ و ۶].

بافت متراکم استخوانی، از واحدهای ساختمانی به نام استئون<sup>۶</sup> تشکیل شده است که در تصاویر میکروسکوپی دارای آرایش از دایره‌های متحدالمرکزی به نام سیستم هاورس<sup>۷</sup> هستند. سیستم هاورس، خود به چهار بخش تقسیم می‌شود [۶]: الف) مجرای هاورس<sup>۸</sup>: یک حفره در مرکز این سیستم است که محل قرارگیری اعصاب و عروق است. مجاری هاورس مجاور هم به وسیله مجاری ولکمن<sup>۹</sup> به یک‌دیگر متصل می‌شوند و از میان همین مجاری است که رگ‌ها از یک سیستم هاورس به سیستم دیگر راه می‌یابند.

ب) تیغه‌های استخوانی یا لاملا<sup>۱۰</sup>: دایره‌های متحدالمرکزی که مجرای هاورس را احاطه نموده‌اند.

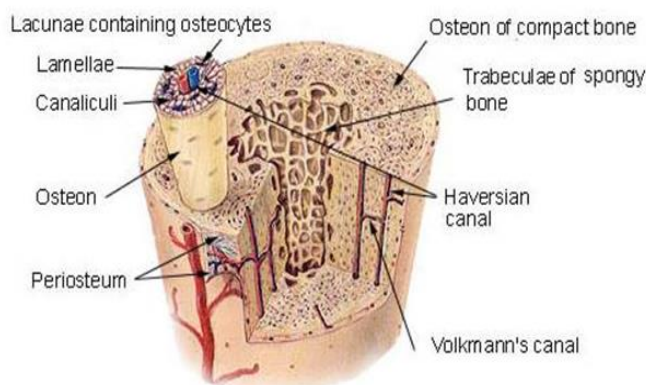
پ) لاکوما<sup>۱۱</sup>: فضاهایی که بین لاملا قرار دارند و از سلول‌های استخوانی تشکیل شده‌اند.

ت) کلنالیکول<sup>۱۲</sup>: مجاری باریکی هستند که وظیفه انتقال مواد غذایی از طریق رگ‌ها به داخل مجاری هاورس را برعهده دارند. شکل ۱، برش عرضی از یک استخوان بلند است که ریزساختار بافت متراکم را به خوبی نشان می‌دهد.

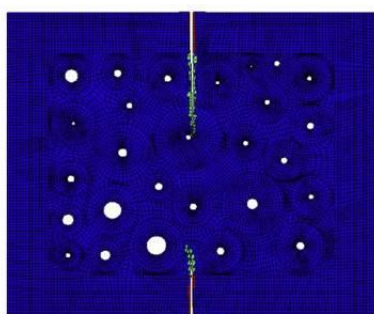
به طور کلی دو نوع سیستم استئونی شامل سیستم استئونی اولیه و ثانویه وجود دارد. سیستم استئونی اولیه به کمک رسوب لایه‌های متحدالمرکز در اطراف کانال‌های هاورسین تشکیل می‌شود. به کمک فرایند بازسازی توسط استئوبلاست‌ها و استئوکلاست‌ها، به مرور زمان سیستم استئونی اولیه به سیستم استئونی ثانویه تبدیل می‌شود. در نتیجه‌ی این فرایند بازسازی، خطوط سیمانی<sup>۱۳</sup> در اطراف استئون‌های ثانویه ایجاد می‌گردند [۸]. خطوط سیمانی مرز بین استئون‌ها و ماتریس بینابینی موجود در بافت متراکم استخوان هستند و همچنین بین بسته‌های اسفنجی<sup>۱۴</sup> در بافت اسفنجی استخوان نیز یافت

مواد معدنی، از جمله نقش‌های مهم استخوان در بدن است. استخوان دارای ساختاری منحصربه‌فرد است. این ماده، سختی و سفتی لازم جهت حمایت از اعضای بدن را داراست و در عین حال سازگاری با نیازهای عملکردی و همچنین وزن را تأمین می‌کند. این بافت منحصربه‌فرد به طور دائم در حال تخریب و بازسازی است که به این فرایند، ترمیم می‌گویند. ترمیم استخوان یک فرایند پویا و مداوم است که در طول عمر انسان ادامه دارد. این فرایند توسط دو نوع سلول اصلی با نام استئوبلاست<sup>۱</sup> و استئوکلاست<sup>۲</sup> انجام می‌گردد. استئوبلاست‌ها سلول‌هایی هستند که استخوان جدید تولید می‌کنند. آن‌ها کلاژن، یک پروتئین که ساختار اصلی استخوان را تشکیل می‌دهد، ترشح می‌کنند و سپس کلسیم و فسفات، دو ماده معدنی مهم در استخوان، را به کلاژن اضافه می‌کنند تا استخوان سخت شود. استئوکلاست‌ها، از سوی دیگر، استخوان قدیمی یا آسیب دیده را حذف می‌کنند. آن‌ها با حل کردن کلسیم و فسفات و بازگرداندن آن‌ها به خون، استخوان را تخریب می‌کنند [۵]. با توجه به نقش استخوان در بدن و وظایفی که بر عهده دارد، ساختار و خواص مکانیکی آن از اهمیت ویژه‌ای برای عملکرد فیزیولوژی بدن برخوردار است. از این رو، تحقیق و مطالعه روی این موضوع می‌تواند به حفاظت از این بافت و همچنین پیش‌گیری از آسیب‌های استخوانی و یا ارائه روش‌های تشخیصی و درمانی مفید منجر شود.

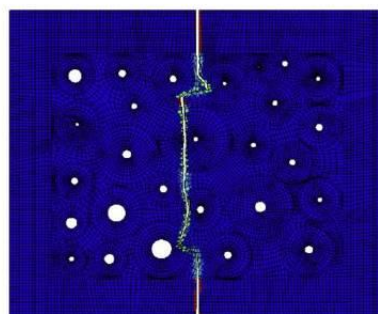
استخوان شامل ساختاری پیچیده است و از بافت متراکم<sup>۴</sup> و بافت اسفنجی<sup>۵</sup> تشکیل شده است که هر یک از این بافت‌ها دارای ویژگی‌هایی منحصربه‌فرد هستند. بافت متراکم استخوان، همان‌طور که از نامش پیداست دارای ساختاری به نسبت متراکم است و وظیفه تحمل بار را بر عهده دارد. همچنین، این بافت دارای تخلخل بین پنج تا ده درصد است و ۸۰ درصد وزن اسکلت انسان را تشکیل می‌دهد. این بافت به بافت قشری شهرت دارد و بیشتر در استخوان‌های بلند فرد، مانند استخوان‌های دست و پا وجود دارد. علاوه بر این، پوسته بیرونی موجود در اطراف بافت اسفنجی انتهای مفاصل، از بافت متراکم تشکیل شده است. در مقابل، بافت اسفنجی شامل ساختار



شکل ۱- برش عرضی یک استخوان بلند [۷]



(ب)



(الف)

شکل ۲- مسیر نهایی رشد ترک (الف) در مدل سه فازی و (ب) در مدل چهارفازی [۵]

بینابینی و تخلخل است و در مدل چهار فازی، خطوط سیمانی هم به صورت یک فاز مستقل در نظر گرفته شده‌اند. در نهایت در این پژوهش نقش اساسی ریز ساختار بافت متراکم در مقابله با انتشار ترک بررسی شده است؛ به ویژه نقش اساسی خطوط سیمانی در انحراف و توقف ترک نشان داده شده است که در شکل ۲ به خوبی مشهود است [۵].

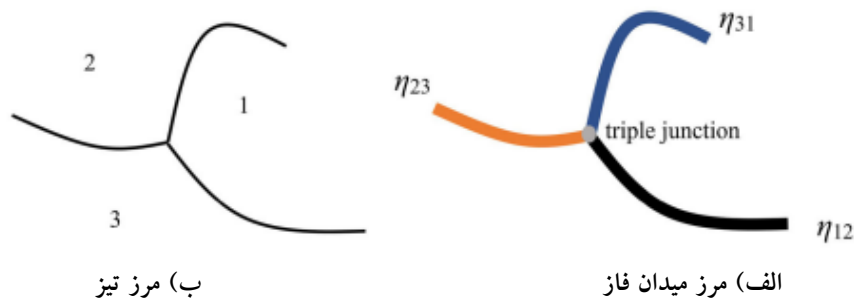
## ۲- روش میدان فاز

در روش میدان فاز، مدل‌سازی ترک بر اساس تابع چگالی انرژی انجام می‌شود [۱۱]. در این روش، رشد ترک بر خلاف روش اجزای محدود توسعه یافته<sup>۱۵</sup>، به شبکه اجزای محدود بستگی ندارد [۱۲، ۱۳]. در روش‌های مبتنی بر جداسازی گره‌ای، برای مدل‌سازی ترک باید گره‌ها را از هم جدا نمود [۱۴]. حال آنکه

می‌شوند. مطالعات قبلی نشان می‌دهد که خطوط سیمانی ضخامتی در حدود یک تا پنج میکرون دارند و دارای مواد معدنی با نسبت کلسیم به فسفر بیشتر در مقایسه با بافت استخوانی مجاور خود هستند و فیبرهای کلاژنی در این ناحیه یافت نمی‌شود. میانگین کلسیم موجود در خطوط سیمانی در حدود ۱۰/۶۶ درصد بیشتر از بافت استخوانی مجاور است. شواهد تجربی از دخالت خطوط سیمانی در فرایند آسیب و شکست در هر دو استخوان متراکم و بافت اسفنجی خبر می‌دهد [۹ و ۱۰].

عبدالوهاب و همکاران، به بررسی شکست در استخوان متراکم به روش اجزای محدود توسعه یافته پرداختند. آن‌ها به کمک تصاویر بدست آمده از میکروسکوپ نوری که از برش عرضی استخوان گاو گرفته شده است سه مدل همگن، سه فازی و چهارفازی ایجاد کردند. مدل سه فازی شامل استئون، ماتریس

روش‌های عددی در مهندسی، سال ۴۳، شماره ۲، زمستان ۱۴۰۳



شکل ۳- شمایی از مرز تیز و مرز میدان فاز در یک محیط با سه فاز [۱۶]

در شکست دینامیکی مواد ترد نشان دادند [۱۹]. یکی دیگر از تحقیقاتی که پیرامون مدل‌سازی شکست ترد به روش میدان فاز انجام گرفته، پژوهش میهه است. در پژوهش ایشان، اساس روش میدان فاز بر تعریف اثر تاریخچه انرژی بر رشد ترک بود [۲۰]. از دیگر پژوهش‌های انجام شده در حوزه شکست مواد ترد می‌توان به مطالعه موسویون و همکاران اشاره کرد که به پیاده‌سازی روش میدان فاز برای شکست ترد و کاربرد آن در ساختارهای متخلخل پرداختند. از اهداف این پژوهش می‌توان به نشان‌دادن توانایی‌های روش میدان فاز در مدل‌سازی ترک و رفتار ماده در هندسه‌های به نسبت پیچیده اشاره کرد. در این پژوهش به منظور پیاده‌سازی معادلات اجزای محدود در نرم افزار آباکوس از زیربرنامه یو-ای-ال<sup>۱۷</sup> و یومت<sup>۱۸</sup> استفاده شده است. در نهایت نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهد که روش میدان فاز می‌تواند رشد ترک در ساختارهای پیچیده از نظر هندسی را به درستی پیش‌بینی کند [۲۱]. در حوزه شکست مواد شکل‌پذیر که با تغییر شکل پلاستیک همراه هستند، میهه و همکاران بر پایه مدل میز، مدل‌سازی انجام دادند [۲۲]. آمباتی و همکاران با تغییر تابع کاهنده استحکام و در نظر گرفتن کرنش پلاستیک معادل در تعریف آن، اثرات رفتار پلاستیک را در شکست، مدل‌سازی کردند [۲۳ و ۲۴]. بادنوا و همکاران با استفاده از روش میدان فاز، مدلی برای شبیه‌سازی شکست مواد شکل‌پذیر ارائه کردند. در این مدل، اثرات نرخ بارگذاری در نظر گرفته شد. همچنین، آن‌ها از ترکیب مواد ویسکوپلاستیک بر پایه مدل پلاستیک میز با روش میدان فاز بهره گرفتند [۲۵]. در پژوهشی

در روش میدان فاز به چنین کاری نیاز نخواهد بود و این موضوع را می‌توان یکی از مزایای این روش برشمرد، زیرا باعث کاهش چشمگیر پیچیدگی‌ها می‌شود. وجود ناخالصی در یک ماده زمینه باعث ایجاد مرز می‌شود. از منظر ریاضی، مرز دارای ضخامت صفر است و به چنین مرزی، مرز تیز<sup>۱۶</sup> گفته می‌شود. وجود مرز تیز در شبیه‌سازی‌های عددی، ایجاد چالش خواهد کرد [۱۵]. در روش میدان فاز برای مرز، یک ضخامت تعریف می‌شود که تغییر فاز در طول این ضخامت ناچیز به طور پیوسته صورت می‌گیرد. این تغییرات، به کمک یک پارامتر مشخصه انجام می‌شود که با  $\phi$  نمایش داده می‌شود. مقدار این پارامتر در ضخامت مرز، بین صفر تا یک تغییر می‌کند. برای رشد ترک مقدار صفر نشان‌دهنده ماده کاملاً سالم و مقدار یک نشان‌دهنده ماده کاملاً آسیب‌دیده است. ضخامت ناحیه‌ای که در آن پارامتر میدان فاز از یک تا صفر تغییر می‌کند توسط پارامتری به نام طول مشخصه تعیین می‌شود. در ادامه این پژوهش، اثر مستقیم این پارامتر بر روی نتایج شبیه‌سازی نشان داده خواهد شد. شکل ۳، شمایی از مرز تیز و مرز میدان فاز را نشان می‌دهد.

برای نخستین بار، رشد ترک به روش میدان فاز توسط اندرسون و همکاران، مدل‌سازی شد [۱۷]. پس از آن، حل عددی مدل میدان فاز برای ترک با نوک تیز توسط بوردین و همکاران انجام گرفت. در پژوهش بوردین و همکاران، مدل میدان فاز برای شکست ترد به حالت دینامیکی گسترش داده شده است [۱۸]. هافکار و میهه نیز کاربرد روش میدان فاز را

استخوانی به روش اجزای محدود توسعه یافته با رویکرد مکانیک شکست الاستیک خطی و رویکرد المان چسبی انجام شده است. مدل دوبعدی استفاده شده در این شبیه سازی، بر اساس تصویر میکروسکوپی از قسمت میانی استخوان درشت نی<sup>۲۲</sup> یک اهداکننده ۷۰ ساله ساخته شده است. در پایان، پی برده شده که هر دو رویکرد مذکور می توانند شکست بافت متراکم را تا حد خوبی شبیه سازی کنند. همچنین، نتیجه شده است که چگالی مش<sup>۲۳</sup> و لندازه نموها<sup>۲۴</sup> می توانند بر نتایج شبیه سازی هر دو رویکرد اثرگذار باشد ولی کاهش سایز مش ها، همیشه جواب را دقیق تر نخواهد کرد [۳۰]. عبدالوهاب و همکاران، به بررسی شکست در استخوان متراکم به روش اجزای محدود توسعه یافته پرداختند. آن ها به کمک تصاویر بدست آمده از میکروسکوپ نوری که از برش عرضی استخوان گاو گرفته شده است سه مدل همگن، سه فازی و چهارفازی ایجاد کردند. مدل سه فازی شامل استئون، ماتریس بینابینی و تخلخل است و در مدل چهارفازی، خطوط سیمانی هم به صورت یک فاز مستقل در نظر گرفته شده اند. همچنین، خواص مکانیکی ریزساختار استخوان متراکم به کمک تکنیک نانوفرورزش<sup>۲۵</sup> برای هر جز به صورت جداگانه بدست آمد. در نهایت، توپولوژی و خواص مکانیکی بدست آمده در نرم افزار آباکوس پیاده سازی شد و به کمک روش اجزای محدود توسعه یافته با ایجاد نیروی کششی روی این مدل ها نمودار تنش- کرنش برای این مدل ها رسم شد. در نهایت در این پژوهش نقش اساسی ریزساختار بافت متراکم در مقابله با انتشار ترک بررسی شد؛ به ویژه نقش اساسی خطوط سیمانی در انحراف<sup>۲۶</sup> و توقف ترک نشان داده شد.

پس از عبدالوهاب، الهیاری و همکاران نیز به بررسی شکست در بافت متراکم به روش اجزای محدود توسعه یافته و مدل ناحیه چسبنده پرداختند. آن ها از توپولوژی و خواص مکانیکی مورد استفاده در پژوهش عبدالوهاب کمک گرفتند و شبیه سازی انجام دادند. علاوه بر این، در این پژوهش به آنالیز حساسیت محلی پرداخته شد؛ یعنی با تغییر جزئی در درصد حجمی هر فاز، اثرات این تغییر در نمودار تنش- کرنش بررسی شد. به طور کلی، در آنالیز حساسیت محلی، با ایجاد تغییرات

دیگر از بادنوا، با ترکیب مدل رفتار پلاستیک دراکر-پراگر و روش میدان فاز، مدلی جهت شبیه سازی شکست مواد شکل پذیر ارائه شد. نتایج ایشان نشان داد که مدل ارائه شده توانایی شبیه سازی شکست مواد شکل پذیر را دارد [۲۶]. در زمینه نانوکامپوزیت ها، شیخ و همکاران، به شبیه سازی شکست نانوکامپوزیت های پلیمری و هم چنین پیش بینی مقاومت کششی و چقرمگی شکست پرداختند. ایشان، نانوکامپوزیت های پلیمری را به عنوان یک ماده همسانگرد<sup>۱۹</sup> فرض کردند و هم چنین با فرض کرنش بزرگ شبیه سازی کردند. در نهایت، با حل عددی شکست در حجمک نماینده<sup>۲۰</sup> نانوکامپوزیت پلیمری با درصد وزنی متغیر و نسبت لاغری مختلف نانوذرات، رشد ترک با روش میدان فاز بررسی شد [۲۷]. در پژوهشی دیگر، بهروز و همکاران تغییر شکل های محدود در حین شکست را به روش میدان فاز به کمک تحلیل ترموویسکوالاستیک<sup>۲۱</sup> روی نانوکامپوزیت ها انجام دادند [۲۸].

بررسی شکست در استخوان ها، از زمینه هایی است که پژوهش های زیادی پیرامون آن انجام شده است. اهمیت استخوان در نحوه عملکرد بدن و سلامتی انسان باعث شده است تا مطالعات در این زمینه روز به روز گسترش بیشتری پیدا کند. مقالات زیادی پیرامون رفتار شکست بافت متراکم به کمک داده های اولیه ی آزمایشگاهی نوشته شده است. در اکثر این مطالعات نتیجه شده است که شکست در بافت استخوان می تواند تحت تاثیر عواملی نظیر تراکم معدنی (پوکی استخوان)، تغییرات در خواص مواد و یا ریزساختار استخوان و همچنین تجمع ریزترک ها به وجود آید. از این رو، درک مکانیک شکست استخوان در پیش بینی شکستگی استخوان در اثر پیری و یا بیماری از اهمیت ویژه ای برخوردار است. لی و همکاران، به کمک روش اجزای محدود، مطالعه ای برای ارزیابی فرایند شکست در بافت متراکم استخوانی در مقیاس نانو انجام دادند. در این پژوهش، سه مدل ریزساختاری با توزیع های تصادفی متفاوت ارائه شد و تاثیر ویژگی های ریزساختاری بر چقرمگی شکست و انتشار ترک بررسی شد [۲۹]. در پژوهشی دیگر، به کمک نرم افزار آباکوس شبیه سازی شکست بافت متراکم

$$X = \nabla \cdot \left( \frac{\partial \psi}{\partial \nabla \phi} \right) - \frac{\partial \psi}{\partial \phi} \quad (2)$$

$\psi$  انرژی آزاد هلمهولتز است که دارای سه جمله الاستیک، هم‌چسبی و گرادیان است و مجموع آن‌ها که انرژی کل را تشکیل می‌دهد ثابت خواهد ماند. این همان اصل بقای انرژی است. به طور کلی با افزایش آسیب در ماده، انرژی الاستیک کاهش و انرژی هم‌چسبی افزایش می‌یابد؛ پس می‌توان انرژی الاستیک را به صورت رابطه‌ی (۳) تعریف کرد که حاصل ضرب انرژی الاستیک جسم کاملاً سالم در یک تابع کاهنده<sup>۲۹</sup> است که مقدار این تابع با رشد آسیب از ۱ تا ۰ تغییر خواهد کرد.

$$\psi^e(\phi) = I(\phi)\psi^e \quad (3)$$

به صورت مشابه انرژی هم‌چسبی به صورت معادله‌ی (۴) تعریف می‌شود که در آن  $f(\phi)$  تابعی بین صفر و یک است و با افزایش آسیب مقدار آن بین به طور پیوسته بین صفر تا یک تغییر خواهد کرد. همچنین،  $A$  نشان دهنده حداکثر انرژی هم‌چسبی خواهد بود که رابطه‌ی آن به صورت معادله (۵) است.

$$\psi^c(\phi) = Af(\phi) \quad (4)$$

$$A = \frac{G_c}{\gamma d} \quad (5)$$

در رابطه‌ی (۵)،  $G_c$  نرخ آزادسازی انرژی بحرانی و  $d$  پارامتر طول مشخصه در روش میدان فاز است که نشان دهنده ضخامت سطح ترک در این روش است.

رابطه انرژی گرادیان به صورت معادله‌ی (۶) خواهد بود. همچنین روابط مربوط به ثوابت این معادله در معادلات (۷) و (۸) آمده است.

$$\psi^\nabla = \frac{\beta}{\gamma} |\nabla \phi|^2 \quad (6)$$

$$\beta = \frac{G_c d}{4\gamma^2} \quad (7)$$

$$Y = \int_0^1 \sqrt{f(\phi)} d\phi \quad (8)$$

با جایگذاری رابطه‌ی (۶) در رابطه‌ی (۲)، معادله گینزبرگ-لاندا برای گسترش ترک به صورت معادله (۹) خواهد بود.

$$\frac{\dot{\phi}}{L} = -\frac{\partial \psi}{\partial \phi} + \beta \nabla^2 \phi \quad (9)$$

در پژوهش‌های پیشین روابط مختلفی برای دو تابع  $I(\phi)$  و  $f(\phi)$  در نظر گرفته شده است. در پژوهش حاضر برای این دو

جزئی در متغیرهای ورودی، تغییرات ایجاد شده در داده‌های خروجی بررسی می‌شود. در پژوهش الهیاری و همکاران، نمودار تنش-کرنش برای حجمک‌های نماینده همگن، سه‌فازی و چهارفازی با داده‌های مربوط به استخوان گاو در حضور ترک و بدون آن رسم شد و نتایج آن با پژوهش عبدالوهاب صحت‌سنجی شد. وانگ و همکاران، شروع و رشد ترک را در بافت متراکم استخوانی در چهار گروه افراد مختلف شامل جوان، سالخورده، بیمار (پوکی استخوان) و درمان‌شده به کمک رویکرد المان چسبی با ضخامت صفر شبیه‌سازی کردند. در این پژوهش به کمک تصاویر میکروسکوپ الکترونی<sup>۲۷</sup> که از برش عرضی بافت متراکم استخوانی چهار گروه مورد بررسی گرفته شد، مدل‌هایی با توزیع تصادفی و درصد حجمی مشخص از هر یک از اجزای تشکیل‌دهنده بافت متراکم ایجاد شد. در این مطالعه، استئون‌ها به صورت بیضی شکل ولی تخلخل‌ها به صورت دایره مدل شدند. تفاوت عمده چهار مدل ساخته‌شده در اندازه‌ی دایره‌های تخلخل است. نتایج بدست‌آمده نشان می‌دهد که مقاومت به شکست در جوان‌ها و افراد درمان‌شده نسبت به سایرین بیشتر خواهد بود [۳۱]. گوستافسون و همکاران، بر روی شکست بافت متراکم استخوان انسان و تاثیر افزایش سن بر آن مطالعاتی انجام دادند. ایشان اثر تغییرات تخلخل، تغییرات انرژی شکست و تغییرات توزیع استئون‌ها در حجمک نماینده را بررسی کردند. در نهایت نتیجه گرفتند که کاهش تخلخل و یا افزایش انرژی شکست باعث انحراف مسیر ترک در راستای خطوط سیمانی اطراف استئون‌ها خواهد شد [۳۲].

### ۳- معادلات حاکم بر روش میدان فاز

#### ۳-۱- معادله میدان فاز و تابع انرژی آزاد

رویکرد میدان فاز بر معادله‌ی گینزبرگ-لاندا<sup>۲۸</sup> برای رشد ترک متکی است. در حالت کلی معادله گینزبرگ-لاندا به صورت معادله‌ی (۱) است که در آن  $L$  یک ضریب ثابت،  $\dot{\phi}$  مشتق پارامتر میدان فاز نسبت به زمان و  $X$  نیروی جلوران ترک است و به صورت معادله‌ی (۲) خواهد بود.

$$\dot{\phi} = LX \quad (1)$$



تابع روابط (۱۰) و (۱۱) استفاده شد. با در نظر گرفتن  $\bar{\sigma} = \frac{\sigma}{\sqrt{\frac{EG_c}{d}}}$  و  $\bar{\varepsilon} = \frac{\varepsilon}{\sqrt{\frac{G_c}{dE}}}$  رابطه‌ی (۱۹) به صورت بی‌بعد مطابق رابطه‌ی (۲۰) خواهد شد.

$$\bar{\sigma} = \left( \frac{1}{1 + \bar{\varepsilon}^2} \right)^{1/2} \bar{\varepsilon} \quad (20)$$

مقدار تنش بیشینه با استفاده از مشتق‌گیری به صورت زیر بدست می‌آید؛

$$\frac{d\bar{\sigma}}{d\bar{\varepsilon}} = 0 \quad (21)$$

که روابط (۲۲) و (۲۳) را برای تنش بیشینه و کرنش متناظر با آن به صورت بدون بعد نتیجه می‌دهد.

$$\bar{\varepsilon}_m = \frac{\sqrt{3}}{3} \quad (22)$$

$$\bar{\sigma}_m = \frac{3\sqrt{3}}{16} \quad (23)$$

که با استفاده از یکی از روابط  $\bar{\sigma} = \frac{\sigma}{\sqrt{\frac{EG_c}{d}}}$  و  $\bar{\varepsilon} = \frac{\varepsilon}{\sqrt{\frac{G_c}{dE}}}$  طول مشخصه میدان فاز برای شرایط پژوهش حاضر به صورت رابطه‌ی (۲۴) خواهد بود.

$$d = \frac{27 EG_c}{256 \sigma_m^2} \quad (24)$$

که  $\sigma_m$  تنش بیشینه در حالت پایدار همگن یک‌بعدی است.

### ۳-۳- پیاده سازی روابط در نرم افزار آباکوس

برای پیش‌بینی تکامل آسیب، معادله‌ی میدان فاز یا همان گینزبرگ-لاندا برای رشد ترک حل می‌شود. این امر موجب دشوار شدن پیاده‌سازی روش میدان فاز در نرم افزارهای اجزای محدود می‌شود. به عنوان مثال، نرم افزار آباکوس، حلگری برای روش میدان فاز ندارد و با سابروتین نویسی باید معادلات این روش را در این نرم افزار پیاده‌سازی کرد. در این پژوهش به کمک سابروتین یومت و سابروتین شار حرارتی هتوال<sup>۳</sup>، روش میدان فاز در نرم افزار آباکوس پیاده‌سازی می‌شود. سابروتین هتوال به خاطر شباهت معادله گینزبرگ-لاندا با معادله انتقال حرارت نوشته می‌شود. معادله‌ی گسترش ترک (۱۴) را می‌توان به فرم معادله (۲۵) نوشت.

$$\nabla^2 \phi = \frac{1}{\beta} \left( \frac{dI}{d\phi} \psi^e + A \frac{df}{d\phi} \right) \quad (25)$$

از طرفی، معادله انتقال حرارت به صورت (۲۶) است که در آن  $T$  معرف میدان تکامل دما و  $r$  شار حرارتی است. همچنین،  $\rho$

$$I(\phi) = (1 - \phi)^2 \quad (10)$$

$$f(\phi) = \phi^2 \quad (11)$$

با توجه به روابط انتخابی برای دو تابع یادشده، روابط (۷) و (۸) به صورت روابط (۱۲) و (۱۳) خواهند بود.

$$\beta = G_c d \quad (12)$$

$$Y = 0/5 \quad (13)$$

### ۲-۳- محاسبه‌ی طول مشخصه‌ی مدل میدان فاز

در حالت پایا  $\dot{\phi} = 0$  و جایگذاری روابط (۳) و (۴) در معادله‌ی (۹)، رابطه‌ی تعادلی گینزبرگ-لاندا به صورت معادله‌ی (۱۴) خواهد شد.

$$-G_c d \nabla^2 \phi + \frac{dI(\phi)}{d\phi} \left( \frac{1}{\gamma} \sigma \varepsilon \right) + \frac{G_c}{2d} \frac{df(\phi)}{d\phi} = 0 \quad (14)$$

که در آن انرژی الاستیک در حالت یک‌بعدی استفاده شد. روابط (۱) تا (۱۴) از مراجع [۲۰، ۳۳] آورده شده است.

با توجه به روابط بالا نتیجه می‌شود که مدل آسیب میدان فاز به  $I(\phi)$ ،  $f(\phi)$ ،  $G_c$  و  $d$  وابسته است.  $G_c$  انرژی شکست ماده است. برای مدل‌سازی مسئله باید رابطه‌ای برای  $d$  پیدا کرد. برای شرایط همگن ( $\nabla^2 = 0$ ) و همچنان حالت پایا، رابطه‌ی (۱۴) به صورت رابطه‌ی (۱۵) خواهد شد.

$$-2(1 - \phi) \frac{1}{\gamma} E \varepsilon^2 + \frac{G_c}{d} \phi = 0 \quad (15)$$

بنابراین رابطه‌ی  $\phi$  به صورت رابطه‌ی (۱۶) درخواهد آمد.

$$\phi = - \left( \frac{G_c}{dE\varepsilon^2} + 1 \right)^{-1} \quad (16)$$

از طرفی رابطه تنش-کرنش حین آسیب به صورت زیر است.

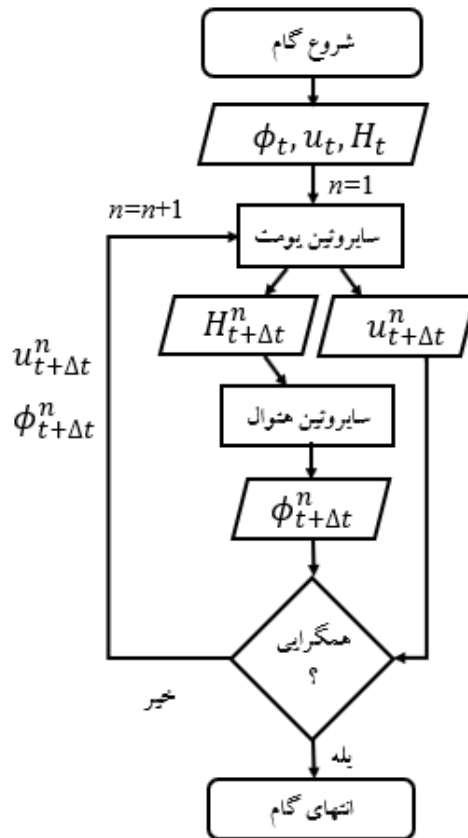
$$\sigma = I(\phi) E \varepsilon \quad (17)$$

در نهایت با جایگذاری رابطه (۱۶) در رابطه (۱۷) معادله تنش-کرنش به صورت زیر خواهد شد.

$$\sigma = \left( \frac{G_c}{G_c + dE\varepsilon^2} \right)^2 E \varepsilon \quad (18)$$

رابطه (۱۸) را می‌توان به فرم زیر نوشت.

$$\frac{\sigma}{\sqrt{\frac{EG_c}{d}}} = \left( \frac{1}{1 + \left( \frac{\varepsilon}{\sqrt{\frac{G_c}{dE}}} \right)^2} \right)^2 \frac{\varepsilon}{\sqrt{\frac{G_c}{dE}}} \quad (19)$$



شکل ۴- روندنمای حل مدل میدان فاز ترک در هر گام زمانی

استفاده می‌شود با این تفاوت که هرگز کاهش نمی‌یابد. دلیل تعریف این پارامتر آن است که در طول بارگذاری و باربرداری که انرژی آزاد می‌تواند روند افزایشی یا کاهش داشته باشد، متغیر میدان فاز روند کاهش نداشته باشد؛ با استفاده از این پارامتر میدان، برگشت‌ناپذیری رشد ترک را تضمین می‌کنیم.

پس از پیاده‌سازی روش میدان فاز در نرم افزار آباکوس برای شبیه‌سازی مسئله نیاز به چهار پارامتر ورودی است که شامل مدول الاستیک، ضریب پواسون، نرخ آزادسازی انرژی بحرانی و طول مشخصه برای هر فاز از کامپوزیت است. سه پارامتر ابتدایی، پارامتر ماده هستند و به کمک داده‌های موجود در مقالات پیشین که از نتایج آزمایشگاهی بدست آمده‌اند، استخراج می‌شود. همچنین، طول مشخصه میدان فاز نیز به کمک رابطه‌ی (۲۴) برای هر فاز به صورت جداگانه محاسبه می‌شود.

$c_p$  به ترتیب چگالی و ظرفیت گرمایی ویژه هستند.

$$k \nabla^2 T = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} - r \quad (26)$$

در شرایط پایا، معادله انتقال حرارت به صورت رابطه‌ی (۲۷) درمی‌آید.

$$k \nabla^2 T = -r \quad (27)$$

همان‌طور که گفته شد، معادله (۲۵) و (۲۶) مشابه هستند. این تشابه به صورت هم ارزی  $\phi = T$  در کنار رابطه‌ی (۲۸) است.

$$r = -\frac{1}{\beta} \left( \frac{dl}{d\phi} \psi^e + A \frac{df}{d\phi} \right) \quad (28)$$

در هر گام با رشد آسیب، با ضرب تابع کاهشنده در مدول الاستیک، این مدول و در نتیجه ماتریس سفتی کاهش پیدا می‌کند. سابروتین‌های نوشته شده، به کمک برنامه‌نویسی در نرم‌افزار فرترن<sup>۳۱</sup> ایجاد شد.

شکل ۴ روندنمای حل معادله‌ی میدان فاز رشد ترک را در هر گام زمانی نشان می‌دهد. در این روندنما منظور از  $H_t$  متغیر تاریخیچه برای انرژی آزاد است. این عبارت به جای انرژی آزاد

## ۴- هندسه مسئله و خواص مادی

درک مکانیکی شکست استخوان و شناخت درست آن می‌تواند تاثیر زیادی بر پیش‌گیری از این اتفاق داشته باشد. پژوهش‌های آزمایشگاهی و عددی زیادی پیرامون این پدیده انجام شده است که داده‌های آن‌ها در این مقاله مورد استفاده قرار می‌گیرند. مدل دو بعدی از ریزساختار بافت متراکم ثانویه استخوان در دو مدل کامپوزیت سه‌فازی و چهارفازی تحت بار کششی به کمک اسکریپت‌نویسی در نرم افزار پایتون و واردکردن در نرم افزار آباکوس ایجاد شد. همچنین خواص مادی هر یک از اجزای سازنده، شرایط مرزی، قیدها و بارگذاری اعمال شد. سپس انتشار ترک به کمک روش میدان فاز با نوشتن دو زیر برنامه یومت و هتوال و واردکردن آن در نرم افزار آباکوس مورد بررسی قرار گرفت. پس از آن، جهت صحت‌سنجی زیربرنامه‌های نوشته شده و فرمول‌بندی استفاده شده، یک مسئله محک از پژوهش الهیاری و همکاران [۹] که به کمک روش اجزای محدود توسعه‌یافته حل شده با این روش حل شد؛ که داده‌های آن مربوط به بافت متراکم استخوان گاو است و نمودار تنش-کرنش به دست آمده با نمودار ترسیم شده در پژوهش مذکور مقایسه گردید. در نهایت نمودارهای تنش-کرنش برای هر دو مدل مذکور ترسیم شد و نتایج این نمودارها و همچنین تاثیر وجود فاز چهارم یعنی خطوط سیمانی در انحراف ترک بررسی شد.

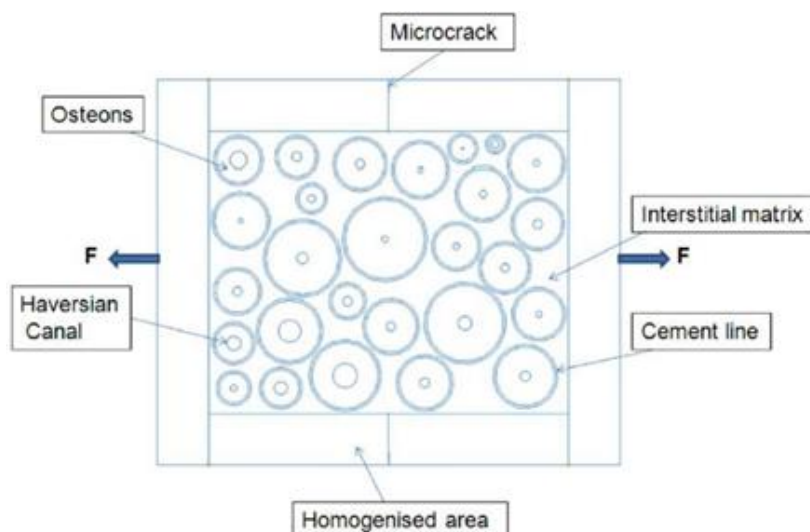
ریز ساختار بافت متراکم استخوان از چهار قسمت تشکیل شده است که شامل استئون‌ها، استخوان بینابینی، کانال‌های تخلخل و خطوط سیمانی است. استئون‌ها به صورت استوانه‌های بلندی هستند که در راستای طولی استخوان قرار گرفته‌اند و بین آن‌ها را بافت استخوان بینابینی پر کرده است. همچنین در لایه محیطی هر استئون، خطوط سیمانی قرار دارند و در مرکز استئون، کانال تخلخل واقع شده است. با توجه به هندسه مذکور می‌توان مدل هندسی مورد نظر را به صورت یک کامپوزیت دوبعدی کرنش صفحه‌ای در نظر گرفت که در آن استئون‌ها به صورت دایره‌ای و در نقش الیاف حضور دارند و بافت بینابینی بین استئون‌ها به عنوان ماتریس در نظر گرفته

می‌شود. در مدل چهارفازی هر یک از فازها دارای خواص مادی منحصر به فرد هستند. کانال‌های تخلخل به صورت دایره‌های توخالی مدل می‌شوند و در مدل سه‌فازی، خواص مادی استخوان بینابینی به خطوط سیمانی نسبت داده می‌شود. پارامترهای هندسی و خواص مادی مورد استفاده در این پژوهش از پژوهش عبدالوهاب و همکاران [۳۴] استخراج شد. در پژوهش عبدالوهاب، به کمک میکروسوپ نوری تصاویری از برش عرضی بافت متراکم استخوان ران گاو گرفته شد. تمامی تصاویر گرفته شده دارای ابعاد  $0.7 \text{ mm} \times 0.525 \text{ mm}$  است. تجزیه‌ی تحلیل آماری تصاویر گرفته‌شده به کمک نرم‌افزار تحلیل تصویر دیجیتال ایمیج-پرو-اکسپرس<sup>۳۲</sup> انجام شد. از این تجزیه تحلیل نتیجه شد که حدوداً ۶۰ درصد کسر حجمی بافت متراکم را استئون‌ها تشکیل می‌دهند و سهم تخلخل بین ۱/۶ تا ۵/۳ درصد است. همچنین ضخامت خطوط سیمانی در این تصاویر بین ۳ تا ۵ میکرون تخمین زده شد.

در مدل شبیه‌سازی شده در این پژوهش، ابعاد هندسه مسئله به صورت  $0.9 \text{ mm} \times 0.725 \text{ mm} \times 0.3 \text{ mm}$  (طول  $\times$  عرض  $\times$  ضخامت) است. به منظور اعمال یکنواخت نیروهای عکس‌العمل و تغییر شکل، از هر طرف به اندازه  $0.1 \text{ mm}$  ماده همگن در نظر گرفته شد که از مرجع [۵] تحقیق شد. شکل ۵ هندسه‌ی یادشده را نشان می‌دهد.

درصد حجمی هر یک از اجزای ریزساختاری در شبیه‌سازی‌های انجام شده برای مسئله محک، کامپوزیت سه‌فازی و کامپوزیت چهارفازی به ترتیب در جدول ۱، جدول ۲ و جدول ۳ آمده است. در مدل چهارفازی عرض خطوط سیمانی به طور تصادفی بین سه تا پنج میکرون در نظر گرفته شد.

خواص مادی ریزساختار بافت متراکم در مسئله محک که مربوط به استخوان لگن گاو است از پژوهش عبدالوهاب و همکاران استفاده شد. این داده‌ها در جدول ۴ نشان داده شده است. همچنین، داده‌های مربوط به شبیه‌سازی از بافت متراکم استخوان انسان که در کامپوزیت سه‌فازی و چهارفازی مورد استفاده قرار گرفت از پژوهش الهیاری و همکاران استخراج شد که در جدول ۵ نشان داده شده است. در پژوهش حاضر تمامی



شکل ۵- هندسه مسئله [۳۴]

جدول ۱- درصد حجمی اجزای سازنده مسئله محک

داده‌های مربوط به مسئله محک	ریزساختار بافت متراکم (درصد)
استئون	۵۰/۴۹
ماتریس بینابینی	۴۴/۵
تخلخل	۵/۰۱

جدول ۲- درصد حجمی اجزای سازنده کامپوزیت سه‌فازی

داده‌های مربوط به کامپوزیت سه‌فازی	ریزساختار بافت متراکم (درصد)
استئون	۵۳/۴
ماتریس بینابینی	۴۴/۵
تخلخل	۰/۵

جدول ۳- درصد حجمی اجزای سازنده کامپوزیت چهارفازی

داده‌های مربوط به کامپوزیت چهارفازی	ریزساختار بافت متراکم (درصد)
استئون	۵۳/۴
ماتریس بینابینی	۳۵/۴۸
تخلخل	۰/۵
خط سیمانی	۹/۰۲

جدول ۴- خواص مکانیکی ریزساختار مسئله محک، عبدالوهاب و همکاران (۵)

خواص مکانیکی مسئله محک	مدول الاستیک $E$ (GPa)	ضریب پواسون	نرخ آزادسازی انرژی کرنشی (N/mm)
استئون	۹/۱۳	۰/۱۷	۰/۸۶
ماتریس بینابینی	۱۴/۱۲۲	۰/۱۵۳	۰/۲۳۸
خط سیمانی	۶/۸۵	۰/۴۹	۰/۱۴۶
ماده همگن	۱۰/۴۶	۰/۱۶۷	۰/۴۲۲

جدول ۵- خواص مکانیکی ریزساختار بافت متراکم انسان، الهیاری و همکاران (۹)

خواص مکانیکی استخوان متراکم انسان	مدول الاستیک $E$ (GPa)	ضریب پواسون	نرخ آزادسازی انرژی کرنشی (N/mm)
استئون	۱۹/۲۹	۰/۳۳	۰/۲
ماتریس بینابینی	۲۲/۱۸۳	۰/۲۹	۰/۲
خط سیمانی	۱۰/۱۲	۰/۲۷	۰/۲
ماده همگن	۱۰/۴۶	۰/۱۶۷	۰/۴۲۲

است، از اندازه المان  $۰/۰۰۳$  میلی متر در ساخت مدل‌های ریزساختاری استفاده شد [۹].

### ۵- نتایج و جمع بندی

مسئله محک جهت اعتبارسنجی روش میدان فاز پیاده‌سازی شده در نرم افزار آباکوس با استفاده از داده‌های موجود در پژوهش الهیاری و همکاران که با استفاده از روش اجزای محدود توسعه یافته شبیه‌سازی انجام داده بودند برای کامپوزیت سه فازی حل شد. هندسه مسئله و درصد حجمی هر یک از فازها در شبیه‌سازی انجام شده رعایت شد. نتایج شبیه‌سازی با نتایج قبلی مقایسه گردید و شباهت زیادی بین نتایج هر دو پژوهش یافت شد. جدول ۶ مدول الاستیک کامپوزیت را پیش از آسیب در هر دو مطالعه نشان می‌دهد. همچنین جدول ۷ تنش و کرنش در وضعیت نهایی ترک در هر دو پژوهش را نشان می‌دهد.

دلیل اختلاف جزئی بین تنش و کرنش‌ها در جدول بالا می‌تواند ناشی از انتخاب توابع  $I(\phi)$  و  $f(\phi)$  باشد. در این زمینه که چه تابعی انتخاب شود تا ضمن ارضا کردن شرایط مرزی مسئله، کم‌ترین خطا حین شبیه‌سازی را داشته باشد مطالعاتی انجام شده است. جعفرزاده و همکاران برای توابع

اجزای سازنده کامپوزیت، همسانگرد فرض شدند. حجمک نماینده برای تمامی مدل‌های یاد شده ایجاد شد. در همه مدل‌ها شرایط مرزی و بارگذاری به صورت مشابه ایجاد شد؛ به گونه‌ای که در سمت راست مدل بارگذاری به صورت کرنش کششی  $۰/۰۱$  وارد شد و سمت چپ مدل نیز در راستای محور افقی و نقطه تحتانی آن نیز در راستای محور عمودی بسته شد. در پژوهشی مشابه نشان داده شده است که ترک‌های اولیه در حالت نخست در کشش می‌توانند عمود بر جهت حداکثر تنش اصلی باشند [۳۵]. از این رو همانند مدل ایجاد شده در پژوهش عبدالوهاب و همکاران، یک ریزترک اولیه در میان مرزهای بالایی و پایینی در جهت عمود بر راستای بارگذاری کششی قرار گرفت. هندسه مدل‌ها از طریق اسکریپت‌نویسی با زبان پایتون طبق درصد حجمی‌های تعیین و توزیع تصادفی قطر استئون‌ها و کانال‌های تخلخل ایجاد شد و به عنوان ورودی در نرم افزار آباکوس نسخه ۴-۶.۱۴ استفاده شد. در این شبیه‌سازی از المان‌های کرنش صفحه‌ای که از نوع کوپل جابه‌جایی-دمایی هستند استفاده شد. همچنین با توجه به مطالعات انجام شده روی مدل‌های مشابه این پژوهش و با توجه به این که ضخامت خطوط سیمانی در کامپوزیت چهارفازی بین سه تا پنج میکرون

جدول ۶ - مقایسه مدول الاستیک پیش از شروع آسیب

پژوهش	مدول الاستیک کامپوزیت (GPa)
پژوهش پیشین [۳۸]	۹/۴۲۹
پژوهش حاضر	۹/۴۲۹

جدول ۷ - تنش و کرنش در وضعیت نهایی ترک

پژوهش	تنش (MPa)	کرنش
پژوهش پیشین [۳۸]	۴۱/۳۷	۰/۰۰۵
پژوهش حاضر	۳۹/۸۷	۰/۰۰۵۵

جدول ۸ - رفتار مکانیکی کامپوزیت سه‌فازی

مدول الاستیک (GPa)	تنش کششی در وضعیت نهایی ترک (MPa)	کرنش کششی در وضعیت نهایی ترک
مدل سه‌فازی	۴۲/۶۹۷	۰/۰۰۴۴

جدول ۹ - رفتار مکانیکی کامپوزیت چهارفازی

مدول الاستیک (GPa)	تنش کششی در وضعیت نهایی ترک (MPa)	کرنش کششی در وضعیت نهایی ترک
مدل چهارفازی	۴۱/۲۳۳	۰/۰۰۴۷

پیدا خواهد کرد و روند نزولی آن به تابع کاهنده وابسته است. در کامپوزیت چهارفازی با در نظر گرفتن خطوط سیمانی با ضخامت بین سه تا پنج میکرون در اطراف استئون‌ها و نسبت دادن خواص میدان فاز به این جزء از کامپوزیت، شبیه‌سازی انجام شد. مدول الاستیک کامپوزیت پیش از شروع آسیب، تنش کششی در وضعیت نهایی ترک و همچنین کرنش کششی معادل آن در جدول ۹ نمایش داده شده است. همچنین در شکل ۶، رفتار تنش-کرنش کامپوزیت سه‌فازی و چهارفازی نشان داده شده است.

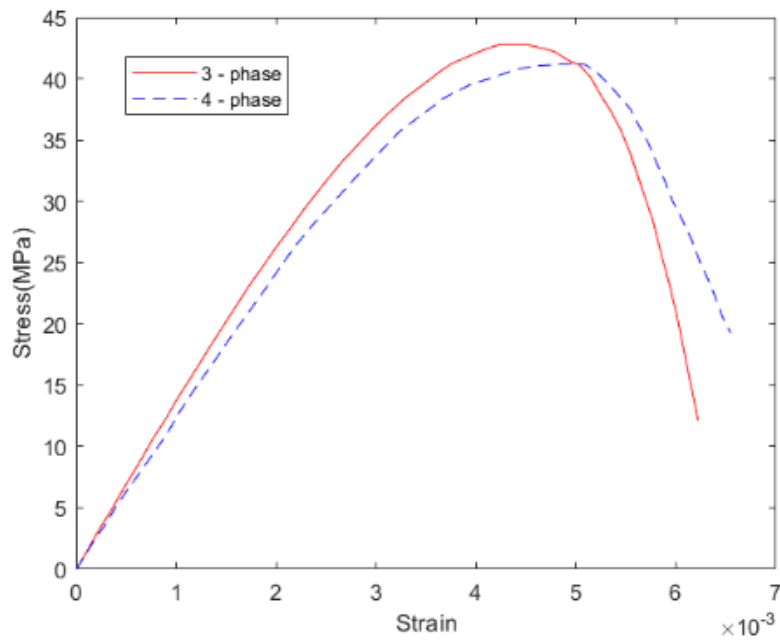
با توجه به نتایج بدست آمده از شکل ۶ که در جدول‌های ۸ و ۹ خلاصه شده است، می‌توان نتیجه گرفت که وجود خطوط سیمانی در بافت متراکم استخوان، باعث کاهش استحکام نهایی و افزایش انعطاف‌پذیری می‌شود. با توجه به این که استحکام

$I(\phi)$  و  $f(\phi)$  ضرایبی را پیشنهاد دادند. به کمک این ضرایب و با توجه به شرایط مسئله می‌توان توابع بهینه را استخراج نمود [۳۶]. معادلات (۲۹) و (۳۰) مقادیر پیشنهادی توسط پژوهش یاد شده را نشان می‌دهند.

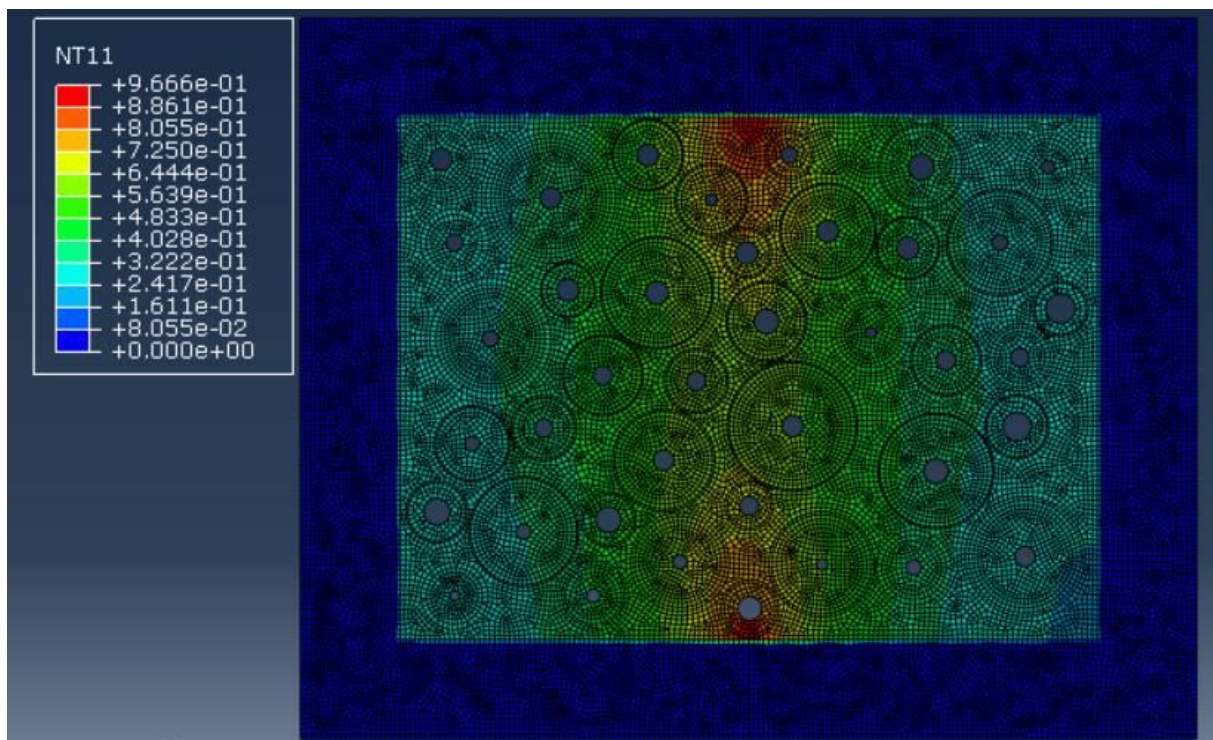
$$I(\phi) = (1 - \phi)^n; n \geq 1 \quad (29)$$

$$f(\phi) = \frac{k\phi^2 + \phi}{k + 1}; k \geq 0 \quad (30)$$

پس از اعتبارسنجی روش میدان فاز پیاده‌سازی شده در نرم‌افزار آباکوس، رفتار کامپوزیت سه‌فازی با داده‌ها و درصد حجمی‌های مربوط به بافت متراکم انسان در حضور ترک بررسی شد. مدول الاستیک کامپوزیت پیش از شروع آسیب بدست آمد. در جدول ۸ مدول الاستیک کامپوزیت پیش از شروع آسیب، حداکثر تنش کششی و کرنش معادل آن برای وضعیت نهایی ترک نمایش داده شده است. با رشد آسیب، مدول الاستیک کامپوزیت کاهش



شکل ۶- مقایسه رفتار تنش- کرنش دو کامپوزیت

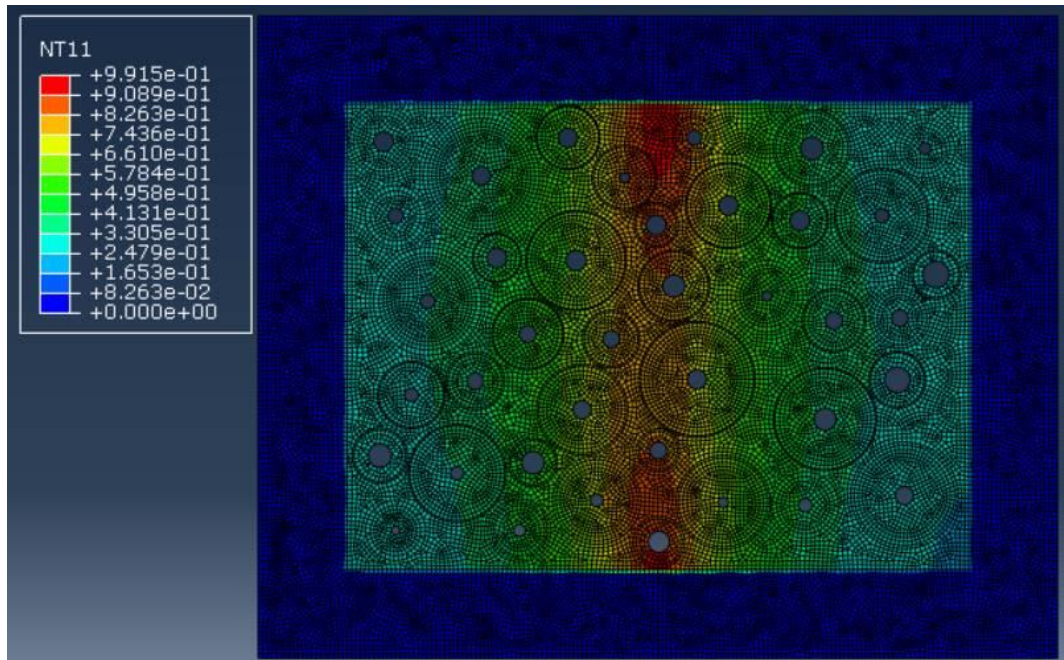


شکل ۷- توزیع پارامتر میدان فاز در ابتدای بارگذاری در زمان ۰/۰۰۶ ثانیه

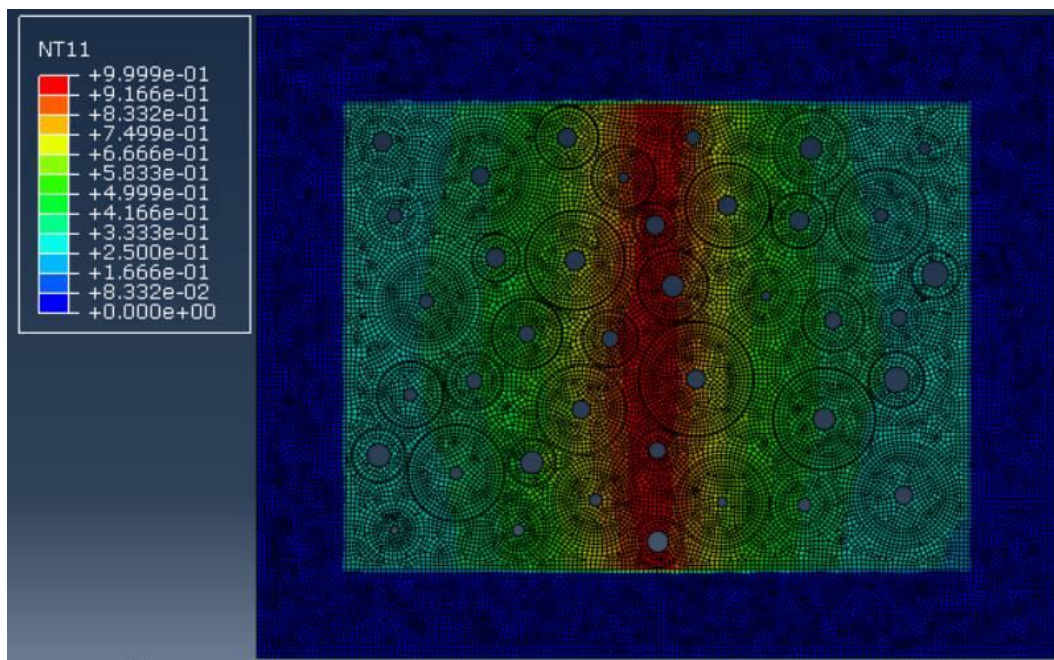
داده شده است [۳۷].

شکل ۷، شکل ۸ و شکل ۹، به ترتیب توزیع پارامتر میدان فاز در طول روند بارگذاری را نشان می‌دهند.

نهایی خطوط سیمانی از سایر فازهای ماده‌ی کامپوزیت کمتر است، پیش‌بینی می‌شود که ترک در امتداد خطوط سیمانی تمایل به رشد خواهد داشت. این موضوع در مطالعات پیشین نشان



شکل ۸- توزیع پارامتر میدان فاز در میانه‌ی بارگذاری در زمان ۰/۰۰۶۳ ثانیه

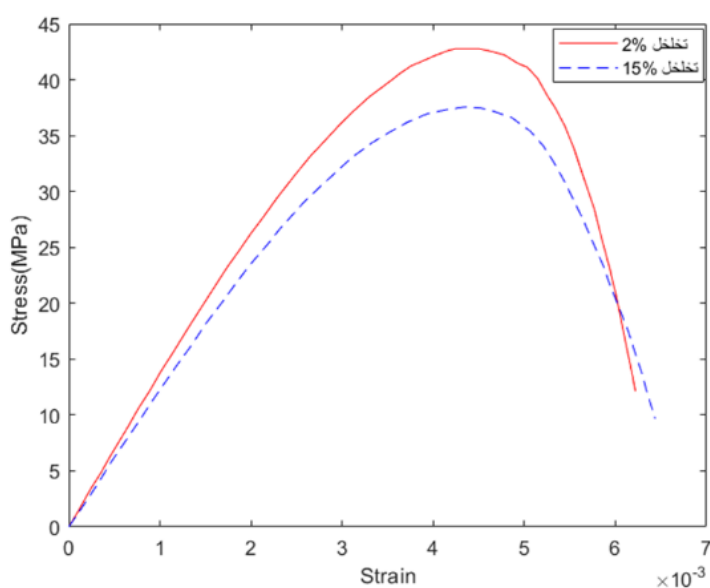


شکل ۹- توزیع پارامتر میدان فاز در انتهای بارگذاری در زمان ۱ ثانیه

همچنین، تنش و کرنش در وضعیت نهایی ترک برای نمونه با تخلخل ۱۵ درصد در جدول ۱۰ آمده است. همان‌طور که دیده می‌شود افزایش تخلخل بر استحکام نهایی استخوان و انرژی کرنشی تاثیر زیادی دارد.

در پایان، برای بررسی اثر افزایش تخلخل بر پاسخ مکانیکی استخوان، مدلی سه‌فازی با تخلخل ۱۵ درصد ایجاد شد. پس از شبیه‌سازی، نتایج نمودار تنش-کرنش با نمودار کامپوزیت سه‌فازی مربوط به استخوان سالم مقایسه گردید. شکل ۱۰، نتیجه این مقایسه را نشان می‌دهد.





شکل ۱۰- مقایسه نمودار تنش- کرنش مدل های با درصد تخلخل متفاوت

جدول ۱۰- نتایج بدست آمده از مدل با تخلخل ۱۵ درصد

کرنش کششی در وضعیت نهایی ترک	تنش کششی در وضعیت نهایی ترک (MPa)	مدول الاستیک (GPa)
۰/۰۰۴۴	۳۷/۶۸۸	۱۲/۴۷۸
مدل سه فازی با تخلخل ۱۵ درصد		

## واژه‌نامه

- |                     |                                    |                                      |
|---------------------|------------------------------------|--------------------------------------|
| 1. Osteoporosis     | 13. Cement line                    | 23. Mesh density                     |
| 2. Osteoblast       | 14. Trabecular packet              | 24. Increment size                   |
| 3. Osteoclas        | 15. Extended finite element method | 25. Nanoindentation technique        |
| 4. Cortical bone    | 16. Sharp Interface                | 26. Deflection                       |
| 5. Trabecular bone  | 17. UEL                            | 27. Backscatterd electron microscpie |
| 6. Osteon           | 18. UMAT                           | 28. Ginzburg-Landau                  |
| 7. Haversian system | 19. Isotropic                      | 29. Degradation function             |
| 8. Haversian canal  | 20. Representative Volume Element  | 30. HETVAL                           |
| 9. Volkmann's canal | 21. Thermo-viscoelastic            | 31. Fortran                          |
| 10. Lamellae        | 22. Tibia                          | 32. Image-Pro Express                |
| 11. Lacumae         |                                    |                                      |
| 12. Canaliculi      |                                    |                                      |

## References

## مراجع

- Consensus, N., "Osteoporosis prevention, Diagnosis, And Therapy", NIH Consensus Statement, Vol. 17, pp. 1-45, 2000.
- Cooper, C., Campion, G., and Melton, Lr., "Hip fractures In The Elderly: A World-Wide Projection", Osteoporosis International", Vol. 2, pp. 285-289, 1992.
- Gharib, H., Papini, E., Paschke, R., Duick, D. S., Valcavi, R., Hegedüs, L., Vitti, P., "American Association of Clinical Endocrinologists, Associazione Medici Endocrinologi, and European Thyroid Association Medical Guidelines for Clinical Practice for the Diagnosis and Management of Thyroid Nodules: Executive Summary of Recommendations". Journal of Endocrinological Investigation, Vol. 33, pp. 287-291, 2010.

4. Fahimfar, N., Noorali, S., Yousefi, S., Gharibzadeh, S., Shafiee, G., Panahi, N., Sanjari, M., Heshmat, R., Sharifi, F., Mehrdad, N., Rareisi, A., Nabipour, I., Larijani, B., Ostovar, A., "Prevalence of osteoporosis among the elderly population of Iran", *Archives of Osteoporosis*, Vol. 16, pp. 1–10, 2021.
5. Abdel-Wahab, A. A., and Silberschmidt, V. V., "Numerical Modelling of Impact Fracture of Cortical Bone Tissue Using X-FEM", *Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, Vol. 49, No. 3, pp. 599–619, 2011.
6. Ascenzi, M. G., and Roe, A. K., "The Osteon: The Micromechanical Unit of Compact Bone". *Front Biosci*, Vol. 17, No. 524, pp. 1551, 2012.
7. Vallet-Regi, M., and González-Calbet, J. M., "Calcium Phosphates as Substitution of Bone Tissues". *Progress in Solid State Chemistry*, Vol. 32, No. 1-2, pp. 1–31, 2004.
8. Jee, W., *Integrated Bone Tissue Physiology: Anatomy and Physiology in: Cowin, SC. Bone Mechanics Handbook*, CRC, New York, 2001.
9. Allahyari, P., Silani, M., Yaghoubi, V., Milovanovic, P., Schmidt, F., Busse, B., and Qwamizadeh, M., "On the Fracture Behavior of Cortical Bone Microstructure: The Effects of Morphology and Material Characteristics of Bone Structural Components", *Journal of the Mechanical Behavior of Biomedical Materials*, Vol. 137, pp. 105530, 2023.
10. Dong, X. N., Zhang, X., and Guo, X. E., "Interfacial Strength of Cement Lines in Human Cortical Bone", *Molecular & Cellular Biomechanics*, Vol. 2, No. 2, p. 63, 2005.
11. Bourdin, B., Francfort, G. A., and Marigo, J. J., "Numerical experiments in Revisited Brittle Fracture". *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 48, No. 4, pp. 797–826, 2000.
12. Gravouil, A., Moës, N., and Belytschko, T., Non-Planar 3D Crack Growth By the Extended Finite Element and Level Sets—Part II: Level Set Update. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 53, No. 11, pp. 2569–2586, 2002.
13. Moës, N., Dolbow, J., and Belytschko, T., "A Finite Element Method for Crack Growth Without Remeshing", *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 46, No. 1, pp. 131–150, 2012.
14. Peng, G. L., and Wang, Y. H., "A Node Split Method for Crack Growth Problem", *Applied Mechanics and Materials*, Applied Mechanics and Materials, 2012.
15. Qin, R., and Bhadeshia, H., "Phase Field Method", *Materials Science And Technology*, Vol. 26, No. 7, pp. 803–81, 2010.
16. Jafarzadeh, H., Shchyglo, O., and Steinbach, I., "Multi-Phase-Field Approach to Fracture Demonstrating the Role of Solid-Solid Interface Energy on Crack Propagation", *International Journal of Fracture*, Vol. 245, pp. 75–87, 2024.
17. Anderson, T. L., *Fracture Mechanics: Fundamentals And Applications*, CRC press, 2017.
18. Borden, M. J., Verhoosel, C. V., Scott, M. A., Hughes, T. J., and Landis, C. M., "A Phase-Field Description of Dynamic Brittle Fracture", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 217, pp. 77–95, 2012.
19. Hofacker, M., and Miehe, C., "Continuum Phase Field Modeling of Dynamic Fracture: Variational Principles and Staggered FE Implementation", *International Journal of Fracture*, Vol. 178, No. 1, pp. 113–129, 2012.
20. Miehe, C., Hofacker, M., and Welschinger, F., "A Phase Field Model for Rate-Independent Crack propagation: Robust Algorithmic Implementation Based on Operator Splits", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 199, No. 45-48, pp. 2765–2778, 2012.
21. Mousavion, M., Mashayekhi, M., Jamshidian, M., Badnava, H., "Implementation of the phase-field method for brittle fracture and application to porous structures", *Modares Mechanical Engineering*, 18 (7) :217-225, 2018.
22. Miehe, C., Aldakheel, F., and Raina, A., "Phase Field Modeling Of Ductile Fracture At Finite Strains: A Variational Gradient-Extended Plasticity-Damage Theory", *International Journal of Plasticity*, Vol. 84, pp. 1–32, 2016.
23. Ambati, M., Gerasimov, T., and De Lorenzis, L., "Phase-Field Modeling of Ductile Fracture", *Computational Mechanics*, Vol. 55, No. 5, pp. 1017–1040, 2015.
24. Ambati, M., Kruse, R., and De Lorenzis, L., "A Phase-Field Model for Ductile Fracture at Finite Strains and Its Experimental Verification", *Computational Mechanics*, Vol. 57, No. 1, pp. 149–167, 2016.
25. Badnava, H., Etemadi, E., and Msekh, M. A., "A Phase Field Model for Rate-Dependent Ductile Fracture", *Metals*, Vol. 7, No. 5, p. 180, 2017.
26. Badnava, H., "Ductile fracture modelling based on the Drucker-Prager plasticity and phase field

- approach", *Modares Mechanical Engineering*, 18 (3):351-360, 2018.
27. Msekh, M. A., Silani, M., Jamshidian, M., Areias, P., Zhuang, X., Zi, G., He, P., Rabczuk, T., "Predictions of J Integral And Tensile Strength Of Clay/Epoxy Nanocomposites Material Using Phase Field Model" *Composites Part B: Engineering*, Vol. 93, pp. 97-114, 2016.
28. Arash, B., Exner, W., and Rolfes, R., "A Finite Deformation Phase-Field Fracture Model for the Thermo-Viscoelastic Analysis of Polymer Nanocomposites" *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 381, pp. 113821, 2021.
29. Li, S., Abdel-Wahab, A., Demirci, E., and Silberschmidt, V. V., "Fracture Process in Cortical Bone: X-FEM Analysis of Microstructured Models", *Fracture phenomena in nature and technology*, Springer, pp. 43-55, 2014.
30. Idkaidek, A., and Jasiuk, I., "Cortical Bone Fracture Analysis Using XFEM—case Study", *International Journal for Numerical Methods in Biomedical Engineering*, Vol. 33, No. 4, pp. e2809, 2017.
31. Wang, M., Li, S., vom Scheidt, A., Qwamizadeh, M., Busse, B, and Silberschmidt, V. V., "Numerical Study of Crack Initiation and Growth in Human Cortical Bone: Effect of Micro-Morphology", *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 232, No. 107051, 2020.
32. Gustafsson, A., Wallin, M., and Isaksson, H., "Age-Related Properties at the Microscale Affect Crack Propagation in Cortical Bone", *Journal of Biomechanics*, Vol. 95, No. 109326, 2019.
33. Levitas, V. I., Jafarzadeh, H., Farrahi, G. H., and Javanbakht, M., "Thermodynamically Consistent and Scale-Dependent Phase Field Approach for Crack Propagation Allowing for Surface Stresses", *International Journal of Plasticity*, Vol. 111, pp. 1-35, 2018.
34. Abdel-Wahab, A. A., Maligno, A. R., and Silberschmidt, V. V., "Micro-Scale Modelling of Bovine Cortical Bone Fracture: Analysis of Crack Propagation and Microstructure Using X-FEM" *Computational Materials Science*, Vol. 52, No. 1, pp. 128-135, 2012.
35. Nalla, R., Stölken, J., Kinney, J., and Ritchie, R., "Fracture in Human Cortical Bone: Local Fracture Criteria and Toughening Mechanisms" *Journal of Biomechanics*, Vol. 38, No. 7, pp. 1517-1525, 2005.
36. Jafarzadeh, H., Farrahi, G. H., Levitas, V. I., and Javanbakht, M., "Phase Field Theory for Fracture at Large Strains Including Surface Stresses" *International Journal of Engineering Science*, Vol. 178, No. 103732, pp. 66-77, 2022.
37. Mohsin, S., O'Brien, F. J., and Lee, T. C., "Osteonal Crack Barriers in Ovine Compact Bone" *Journal of Anatomy*, Vol. 208, No. 1, pp. 81-89, 2006.

