



Original Article

Determination of convective velocity of eddies in turbulent channel flows using acoustic wave propagation

Mahdi Rasmi¹, and Mehrdad Taghizadeh Manzari^{1*}

Department of Mechanical Engineering, Sharif University of Technology, Tehran, Iran.

Abstract: In recent years, the use of turbulent flow noise in internal flows, as a non-invasive method for measuring fluid flow velocity, has increasingly attracted the attention of engineers. The main challenge in this method is establishing a meaningful relationship between the characteristics of turbulent flow and the sound signals received on the wall. This paper investigates turbulent flow in a straight rectangular channel to explain the connection between turbulent flow structures and the acoustic signals recorded on the channel walls. The friction Reynolds number of the flow is 395, and the flow analysis is carried out using the Large Eddy Simulation (LES) method for a three-dimensional channel. After solving the flow field and obtaining the incompressible sources, the acoustic field is also derived using a hybrid acoustic model. Analyses showed that, at low Mach numbers, incompressible pressure fluctuations, known as pseudo-sound, dominate the sound spectrum. These fluctuations originate from the local convection of turbulent vortices on the channel walls and leave significant effects on the wall surface. These effects are measurable, and by tracking them along the channel walls, it is possible to determine the convection velocities of flow structures at different length scales. For large, energy-dominant structures (integral length scales), the convection velocities range between 0.6 to 0.8 times the mean channel velocity. It was also found that, with increasing the mean flow velocity, the accuracy of the velocity measurement obtained from this method is improved.

Keywords: Channel flow, large eddy simulation (LES), pseudo-sound, integral vortices, convection velocity, acoustic field.

Received: Jun. 09, 2025; Revised: Aug. 01, 2025; Accepted: Aug. 05, 2025; Published Online: Dec. 15, 2025.

* Corresponding Author: mtmanzari@sharif.edu

How to Cite: Rasmi Mahdi and Taghizadeh Manzari, Mehrdad, Determination of convective velocity of eddies in turbulent channel flows using acoustic wave propagation, Journal of Computational Methods in Engineering; 2025, 44(2), 1-17; DOI: 10.47176/jcme.44.2.1053





محاسبه سرعت جابجایی گردابه‌های جریان آشفته در یک مجرا به کمک انتشار امواج صوتی

مهدی رسمی^{ID} و مهرداد تقی‌زاده منظری^{ID*}

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف، تهران، ایران

چکیده - در سال‌های اخیر استفاده از صدای جریان آشفته در جریان‌های داخلی به‌عنوان یک روش غیر تهاجمی اندازه‌گیری سرعت جریان سیال بیش از پیش توجه مهندسان را به خود جذب کرده است. چالش اصلی در این روش ایجاد ارتباط معنی‌دار بین خصوصیات جریان آشفته و صدای دریافتی بر روی دیواره است. مقاله حاضر به مطالعه جریان آشفته در یک مجرای مستقیم با مقطع مستطیلی شکل می‌پردازد تا ارتباط بین ساختارهای جریان آشفته و سیگنال‌های صوتی ثبت شده بر دیواره‌های مجرا را تشریح نماید. عدد رینولدز اصطکاکی جریان Re_τ برابر ۳۹۵ بوده و تحلیل جریان با استفاده از روش شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ^۱ برای یک مجرای سه بعدی انجام می‌شود. بعد از حل میدان جریان و به‌دست آوردن منابع تراکم‌ناپذیر، میدان آکوستیک نیز با استفاده از یک مدل ترکیبی آکوستیک بدست می‌آید. تحلیل‌ها نشان داد که در اعداد ماخ پایین، نوسانات فشار غیرقابل تراکم که به‌عنوان شبه‌صدا شناخته می‌شوند، در طیف صدا غالب هستند. این نوسانات از جابجایی محلی گردابه‌های آشفته بر روی دیواره‌های مجرا ناشی می‌شوند و اثرات قابل توجهی از خود بر روی دیوار به‌جای می‌گذارند. این اثرات قابل اندازه‌گیری است و با ردیابی آن‌ها دیواره مجرا، می‌توان سرعت‌های جابجایی ساختارهای جریان در مقیاس‌های طولی مختلف را تعیین کرد. برای ساختارهای بزرگ و غالب از نظر انرژی (مقیاس‌های طولی انتگرالی)، سرعت‌های انتقال در بازه‌ای بین ۰/۶ تا ۰/۸ سرعت متوسط کانال هستند. همچنین مشخص شد که با افزایش سرعت متوسط جریان، دقت سرعت اندازه‌گیری شده از این روش نیز بالاتر می‌باشد.

واژه‌های کلیدی: جریان در مجرا، شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ، شبه‌صدا، گردابه‌های انتگرالی، سرعت جابجایی، میدان آکوستیک.

دریافت مقاله: ۱۴۰۴/۰۳/۱۹، بازنگری: ۱۴۰۴/۰۵/۱۰، پذیرش: ۱۴۰۴/۰۵/۱۴، اولین انتشار: ۱۴۰۴/۰۹/۲۴

* نویسنده مسئول، رایانامه: mtmanzari@sharif.edu

حق انتشار این مستند، متعلق به دانشگاه صنعتی اصفهان است. © ۱۴۰۳

این مقاله تحت گواهی زیر منتشر شده و هر نوع استفاده غیرتجاری از آن مشروط بر استناد حیح به مقاله و با رعایت شرایط مندرج در آدرس زیر مجاز



است:

۱- مقدمه

اندازه‌گیری سرعت جریان بر مبنای صدا، در دهه‌های اخیر توجه زیادی را به خود جلب کرده است. یکی از بزرگترین مزایای این روش غیرتهاجمی بودن آن است که اجازه می‌دهد تجهیزات اندازه‌گیری بصورت کمربندی روی بدنه مجرا نصب شوند. انواع مختلفی از روش‌های دبی‌سنجی بر مبنای اکوستیک وجود دارند که عبارتند از: (۱) روش اولتراسونیک^۲، (۲) روش سرعت‌سنجی دوپلری اکوستیکی^۳، (۳) روش پروفیل جریان دوپلری اکوستیکی^۴، (۴) روش دبی‌سنجی سونار فعال^۵، و (۵) روش سونار غیرفعال برای بررسی جریان^۶. برای جریان‌های تک‌فاز و دوفاز، روش‌های اول، چهارم و پنجم مناسب هستند. در روش دبی‌سنجی با امواج فراصوتی لازم است ابتدا امواج اولتراسونیک به داخل جریان ارسال شوند و سپس امواج منعکس شده دریافت و تحلیل شوند [۱]. این روش به نسبت پرهزینه بوده، از نظر ساخت و نصب پیچیده می‌باشد، و به شرایط کاری جریان (مثلاً وجود ذرات معلق یا حباب‌ها) حساس است. روش چهارم نظیر روش اول است با این تفاوت که از امواج سونار (محدوده صوتی قابل شنوایی برای انسان) استفاده می‌کند. در روش پنجم هیچ موجی از بیرون ارسال نمی‌شود و تنها صدای تولید شده از جریان سیال ثبت و تحلیل می‌شود. فیزیک این روش از دبی‌سنجی بر مبنای این است که آشفتگی جریان که بصورت حرکت ساختارهای کوچک و بزرگ در جریان می‌باشد، میدان صوتی را ایجاد می‌کنند که با جریان سیال همبستگی داشته و بر روی دیواره قابل اندازه‌گیری و تحلیل می‌باشد [۲]. چالش اصلی در اینجا برقراری ارتباط بین این میدان اکوستیک و سرعت جریان است. مقاله حاضر بر روی این چالش در جریان‌های با ماخ پایین (تراکم‌پذیری کم) تمرکز می‌کند.

لازم به توضیح است که در زمینه صدای تولیدشده توسط جریان، اصطلاحات "صدا" (نوسان فشار اکوستیکی) و "شبه‌صدا" (نوسان فشار هیدرودینامیکی) به منظور تمایز بین میدان‌های فشاری منتشرشونده و غیرمنتشرشونده به کار می‌روند [۳-۵]. به عبارت دیگر، فشار اکوستیکی نوسان فشار تراکم‌پذیری

است که از ناحیه منبع با سرعت صوت در محیط انتشار می‌یابد. در مقابل، شبه‌صدا^۷ با سرعت صوت حرکت نمی‌کند، بلکه به صورت موضعی و همراه با سرعت حرکت گردابه‌های جریان جابجا می‌شود؛ به گونه‌ای که می‌توان آن را نمایانگر اثر و ردپای ساختارهای گردابه‌ای در میدان جریان دانست. شبه‌صدا تنها در ناحیه منبع وجود دارد و ناشی از شتاب‌های موضعی سیال است. باید توجه داشت که، یک میکروفون مجموع این دو نوع فشار را ثبت می‌کند [۳].

میدان صدا در جریان‌های آشفته با ماخ کم توسط پژوهشگران متعددی مورد مطالعه قرار گرفته است. در بسیاری از این پژوهش‌ها، به دلیل کم بودن اثرات میدان اکوستیک روی میدان جریان اندرکنش موج و ساختارهای آشفتگی یک سویه فرض شده است اما در سال‌های اخیر با پیشرفت سخت‌افزارهای کامپیوتری و روش‌های شبیه‌سازی جریان، اندرکنش دو سویه نیز در مطالعات لحاظ شده است [۶]. در سال‌های اخیر مدل‌های ریاضی متنوعی برای مدل کردن میدان اکوستیک بصورت یک طرفه ارائه شده‌اند که می‌توان به مدل معادلات نوسانی اکوستیک^۸ و معادله موج نوسانی جابجا شده^۹ اشاره کرد [۷-۸]. در جریان‌های آشفته، منابع نویز با شدت‌های متفاوت اغلب در نواحی نزدیک به دیواره‌ها یا در دنباله‌ی اجسام ایجاد می‌شوند. از آنجا که مقیاس‌های طولی مربوط به امواج صوتی به مراتب بزرگتر از مقیاس‌های هیدرودینامیکی هستند، شبیه‌سازی هم‌زمان این دو میدان با چالش‌های محاسباتی قابل توجهی همراه است. برای شبیه‌سازی میدان‌های اکوستیک ناشی از جریان، دو رویکرد اصلی وجود دارد: رویکرد مستقیم و رویکرد ترکیبی. در روش مستقیم، معادلات جریان غیرپایای قابل تراکم به طور کامل حل می‌شوند و میدان‌های جریان و اکوستیک به صورت هم‌زمان به دست می‌آیند. اگرچه این روش از دقت بالایی برخوردار است، اما از نظر محاسباتی بسیار پرهزینه و سنگین بوده و برای کاربردهای عملی کمتر مقرون به صرفه است [۶، ۹]. در مقابل، رویکرد ترکیبی با تفکیک میدان‌های جریان و اکوستیک و برقراری یک ارتباط یک طرفه از طریق معادلات نوسانی

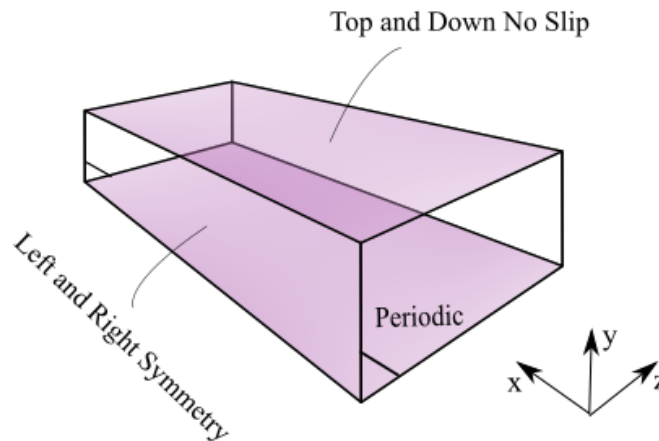
آکوستیک، گزینه‌ای کارآمدتر از نظر هزینه‌های محاسباتی به‌شمار می‌آید. این روش با وجود کاهش قابل توجه در بار محاسباتی، دقت مناسبی نیز ارائه می‌دهد و به همین دلیل در بسیاری از کاربردهای مهندسی مورد توجه قرار گرفته است [۱۰].

برای استخراج منابع صدا، ابتدا لازم است میدان جریان آشفته با دقت بالا شبیه‌سازی شده و ساختارهای گردابه‌ای جریان به‌درستی بازسازی شوند. در این راستا، روش‌های حل با تفکیک مقیاس مانند شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ^{۱۰} یا شبیه‌سازی گردابه‌های جداشده^{۱۱} مورد استفاده قرار می‌گیرند. پس از دستیابی به فشار لحظه‌ای حاصل از جریان تراکم‌ناپذیر، عبارات چشمه در معادله موج صوتی از مشتقات این فشار استخراج می‌شوند. با حل معادله موج، میدان فشار آکوستیک یا همان امواج صوتی به‌دست می‌آید [۱۱، ۱۲].

برای تحلیل دقیق‌تر سیگنال‌های صوتی و استخراج اطلاعات بیشتر از رفتار جریان، از تحلیل‌های فرکانسی نظیر تبدیل فوریه یک‌بعدی و دوبعدی بهره گرفته می‌شود. این تحلیل‌ها امکان تفسیر بهتر داده‌های صدا و شناسایی ویژگی‌های پنهان در ساختار جریان را فراهم می‌سازند [۱۳].

استفاده از رویکردهای متنوع در شبیه‌سازی میدان آکوستیک، به پیشرفت‌های قابل توجهی در درک مکانیزم‌های تولید و انتشار صدا در جریان‌های آشفته منجر شده است. این مطالعات، نه تنها مفاهیم بنیادی آیروداکوستیک را روشن‌تر کرده‌اند، بلکه کاربردهای صنعتی و مهندسی را نیز تحت تأثیر قرار داده‌اند. برای مثال، هو و همکاران با به‌کارگیری شبیه‌سازی عددی مستقیم^{۱۲} همراه با قیاس صوتی لایت‌هیل^{۱۳}، توانستند نوسانات فشار آکوستیکی را در جریان‌های پوازی و کوئت صفحه‌ای به‌دقت پیش‌بینی کنند. آن‌ها نشان دادند که در اعداد ماخ کمتر از ۰/۱، منابع صوتی دوقطبی در نزدیکی دیواره غالب هستند [۱۴]. در ادامه این مسیر، هوانگ و مون جریان آشفته توسعه‌یافته درون یک لوله را بررسی کرده و دریافته‌اند که بخش عمده‌ای از انتشار صوت از زیرلایه میانی جریان رخ می‌دهد، فرآیندی که با میرایی مشخص در فرکانس‌های مختلف همراه است [۱۵]. در مطالعه‌ای دیگر با

استفاده از شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ، صحت مدل‌های LES در پیش‌بینی منابع صوتی به خوبی نشان داده شد [۱۶]. در حوزه آزمایش‌های تجربی نیز، با اندازه‌گیری نوسانات فشار دیواره در جریان آشفته درون یک مجرا و در اعداد ماخ پایین، نشان داده شد که فشار آکوستیکی تنها حدود ۵ درصد از فشار کل آیرودینامیکی را تشکیل می‌دهد، که بیانگر سهم محدود امواج صوتی در انرژی کلی جریان در ناحیه منبع است [۱۷]. در راستای اندازه‌گیری سرعت جریان، روش‌های مختلف استفاده از صدای جریان به کار گرفته شده است. کیم و کیم روشی آکوستیکی جریان‌سنجی توسعه دادند که در آن با استفاده از آرایه‌ای از میکروفن‌ها روی دیواره لوله، سیگنال‌های صوتی تولید شده توسط یک بلندگو دریافت شده و از طریق تحلیل تغییرات عدد موج میان سنسورها، سرعت متوسط جریان داخل لوله محاسبه شد. این روش نشان داد که حتی نوسانات فشاری ناشی از جریان نیز می‌توانند به‌عنوان ابزارهای اندازه‌گیری غیرمستقیم جریان مورد استفاده قرار گیرند [۱۸]. همسو با این رویکرد، در مطالعه‌ای دیگر از حسگرهای پیزوالکتریک برای ثبت فشارهای نوسانی روی دیواره لوله‌های در تماس با سیال بهره گرفته شد و مشخص شد که اندازه این سیگنال‌ها با نرخ جریان همبستگی مستقیم دارد [۱۹]. در کنار این روش‌ها، تکنیک‌های غیرتهاجمی مانند استفاده از شتاب‌سنج‌هایی که روی دیواره خارجی لوله نصب می‌شوند نیز به نتایج جالبی منجر شده‌اند؛ به‌طوری‌که تحلیل ارتعاشات ناشی از آشفتگی جریان نشان داده است که بین میزان ارتعاش و نرخ جریان، رابطه‌ای درجه دوم برقرار است [۲۰-۲۳]. در انتها نیز، مطالعاتی همچون مقاله چو و موین با ترکیب شبیه‌سازی جریان در یک مجرا و تحلیل طیفی دوبعدی داده‌های حاصل از آرایه حسگرها، توانستند سرعت جابه‌جایی ساختارهای آشفته را در مقیاس‌های مختلف تعیین کنند و مقادیری بین ۰/۶ تا ۰/۸ برابر سرعت متوسط جریان به‌دست آوردند [۲۴]. ترکیب روش‌های عددی، تجربی و تحلیل سیگنال در مطالعات اخیر، افق‌های نوینی را در بررسی جریان‌های آشفته و نویزهای ناشی از آن گشوده و زمینه‌ای مناسب برای توسعه ابزارهای نوین و



شکل ۱ طرح‌واره جریان تناوبی داخل کانال

۲- تعریف مساله

در این مقاله جریان آشفته در یک کانال به طول $2\pi h$ و سطح مقطع مستطیل شکل به ابعاد $2h \times \pi h$ با $h = 0.01(m)$ مورد مطالعه قرار می‌گیرد (شکل ۱). عدد رینولدز اصطکاکی جریان برابر ۳۹۵ فرض شده است و عدد ماخ جریان حدود ۰/۰۳ است. انتخاب این ابعاد برای کانال به دلیل در نظر گرفتن بزرگترین گردابه‌ای است که می‌تواند در داخل دامنه حل بوجود آید. میدان جریان در دو راستای x و y تناوبی بوده و دو سطح بالایی و پایینی مجرا دارای شرایط مرزی عدم لغزش هستند. استفاده از شرط مرزی تناوبی برای ورود و خروج باعث بوجود آمدن جریان توسعه‌یافته در کانال می‌شود. این یکی از روش‌های ایجاد جریان توسعه یافته آشفته است که به آن روش بازیافت^{۱۶} نیز گفته می‌شود [۲۷].

شبکه‌بندی هندسه از نوع با سازمان بوده و اندازه اولین لایه روی دیوار به نحوی انتخاب شده است که $Y^+ < 1$ باشد. برای بررسی اثر شبکه، سه حالت که در آنها ارتفاع اولین سلول محاسباتی بترتیب ۰/۷۷، ۰/۴۸ و ۰/۳۹ میلی‌متر هستند، استفاده شد. این شبکه‌ها به ترتیب دارای ۲۲۰ هزار، ۸۱۰ هزار و یک میلیون و ۵۶۰ هزار سلول محاسباتی هستند.

غیرتعامی اندازه‌گیری فراهم کرده است. در این راستا، تحقیقات متعددی با تمرکز بر بهره‌گیری از صدای جریان و تحلیل‌های طیفی، به صورت عددی و تجربی انجام شده‌اند که برخی از آن‌ها از الگوریتم‌های نوین سونار برای اندازه‌گیری استفاده کرده‌اند و برخی دیگر تحلیل‌های دقیق‌تری بر پایه طیف فرکانسی و عدد موج ارائه داده و مدل‌های پیش‌بینی‌کننده توسعه داده‌اند [۲۵-۲۶]. این مقاله به بررسی عددی صدای تولیدشده از یک جریان آشفته داخل یک کانال مستطیلی می‌پردازد و بطور ویژه بر سازوکارهای تولید صدا و نقش‌های متمایز مؤلفه‌های آن شامل صدای و شبه‌صدا در نوسانات فشار دیواره کانال تمرکز دارد. در این پژوهش، ابتدا میدان جریان با استفاده از شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ^{۱۴} استخراج شده و سپس با به کارگیری یک مدل آکوستیکی ترکیبی، میدان صوتی محاسبه شده است. نتایج نشان می‌دهد که شبه‌صدا، که حاصل جابه‌جایی ساختارهای گردابه‌ای آشفته است، سهم قابل توجهی در فشار دیواره دارد و می‌توان از تحلیل برآمدگی‌های همرفتی^{۱۵} در سیگنال‌ها برای تخمین سرعت انتقال این ساختارها استفاده کرد. این یافته‌ها درک بهتری از برهم‌کنش میان آشفتگی، تولید صوت و پاسخ جریان ارائه می‌دهد و امکان به کارگیری روش‌های غیرتعامی مانند سونار را در تحلیل و اندازه‌گیری جریان فراهم می‌سازد.

۳- معادلات حاکم

در این مقاله، جریان هوای آشفته و غیرقابل تراکم در یک کانال مورد بررسی قرار گرفته است. برای میدان‌های جریان و آکوستیک، کوپل یک‌سویه فرض شده است؛ به این معنا که میدان آکوستیکی توسط میدان جریان تولید می‌شود، اما تاثیر متقابلی بر آن ندارد.

معادلات جریان سیال

جریان سیال با رویکرد شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ مدل شده است. معادله پیوستگی و ممنتوم فیلترشده بصورت زیر هستند:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_j \partial x_j} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j}. \quad (2)$$

که در اینجا $\bar{p}$ فشار فیلتر شده و $\bar{u}_i$ و u_i به ترتیب سرعت‌های فیلتر نشده و فیلتر شده می‌باشند بطوریکه

$$\bar{u}_i(x_i, t) = \int_{\Omega} G(x_i, x'_i, \Delta) u_i(x'_i, t) dx'_i. \quad (3)$$

همچنین، Δ عرض فیلتر و $\tau_{ij} = \bar{u}_i \bar{u}_j - \overline{u_i u_j}$ تانسور تنش زیرمقیاس می‌باشد، که این تنش توسط یک مدل زیرشبکه مناسب جایگزین می‌شود. تنش باقیمانده τ_{ij} شامل برهم‌کنش‌هایی در مقیاس‌های بزرگ، برهم‌کنش‌هایی در میان مقیاس‌های زیر فیلتر^{۱۷} که منجر به ترم‌هایی شبیه تنش رینولدز می‌شوند، و همچنین برهم‌کنش‌های بین-مقیاسی بین مقیاس‌های بزرگ و کوچک است. تنش باقیمانده با استفاده از یک مدل مناسب زیر شبکه‌ای^{۱۸} مدل‌سازی می‌شود. مدل‌های لزجت گردابه‌ای^{۱۹} اغلب برای این منظور به کار می‌روند. مقاله حاضر از مدل اسماکورینسکی^{۲۰} استفاده می‌کند که مدل ویسکوزیته آشفته را برای مقیاس‌های زیر شبکه بصورت زیر به کار می‌گیرد:

$$\bar{S}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (4)$$

و

$$\nu_r = (c_s \Delta)^2 \sqrt{2 \bar{S}_{ij} \bar{S}_{ij}} \quad (5)$$

در این فرمول‌بندی $\bar{S}_{ij}$ نرخ کرنش محلی بوده و c_s ضریب ثابت مدل است که در این پژوهش $c_s = 0.1$ می‌باشد.

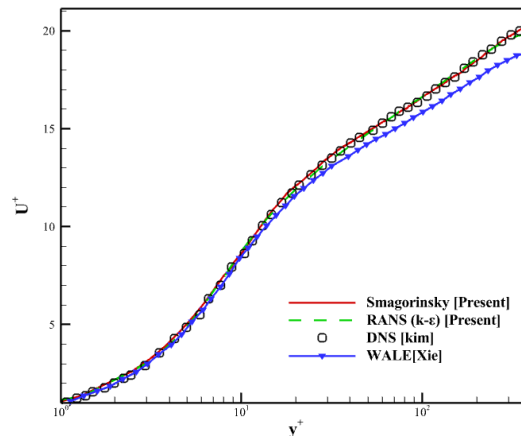
فرمول‌بندی میدان آکوستیک

فرمول‌بندی آکوستیکی به‌کاررفته در این مقاله، معادلات اختلال آکوستیکی^{۲۱} است که بر پایه تکنیک جداسازی صدا و جریان بنا شده است [۷]. معادله موج آکوستیکی از ترکیب مشتق مادی و دیورژانس معادلات اختلال به‌دست آمده و به‌صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\begin{aligned} \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p^a}{\partial t^2} + \frac{2(\bar{u} \cdot \nabla)}{c^2} \frac{\partial p^a}{\partial t} + \frac{1}{c^2} \bar{u} \cdot \nabla (\nabla \cdot \bar{u} p^a) \\ - \nabla^2 p^a = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p^h}{\partial t^2} - \frac{2(\bar{u} \cdot \nabla)}{c^2} \frac{\partial p^h}{\partial t} \\ + \frac{1}{c^2} \bar{u} \cdot \nabla (\nabla \cdot \bar{u} p^h) \end{aligned} \quad (6)$$

در این معادله c سرعت صوت و p^a و p^h بترتیب فشارهای آکوستیک و هیدرودینامیکی هستند. معادله موج بالا، انتشار موج آکوستیکی در میدان جریان را در سمت چپ معادله با در نظر گرفتن منابع صوتی در سمت راست آن توصیف می‌کند. برای حل این معادله، لازم است عبارات منبع صوتی آکوستیکی با استفاده از نوسانات لحظه‌ای فشار غیرقابل تراکم (p^h) محاسبه شوند که از حل معادلات جریان آشفته غیرقابل تراکم به‌دست می‌آیند. کاربرد این معادلات در جریان‌های با اعداد ماخ بسیار پایین ($M < 1$) است.

شرایط مرزی برای حل معادله (۶)، برای دیوارهای بالا و پایین انعکاسی^{۲۲} و برای بقیه مرزها غیرانعکاسی^{۲۳} در نظر گرفته شده است. برای حل معادله (۶)، لازم است تا ساختارهای بزرگ جریان با دقت محاسبه^{۲۴} شوند، زیرا که نوسانات فشار تراکم‌ناپذیر جریان به عنوان جمله چشمه در این معادله ظاهر می‌شوند و در نهایت موج صوتی با توجه به اندازه این عبارت چشمه به‌دست می‌آید. لازم به ذکر است که ساختارهای بسیار کوچک که با استفاده از مدل زیرشبکه مدل می‌شوند، تاثیر بسیار اندکی در میدان صدا دارند، زیرا نوسانات این ساختارها بسیار



شکل ۲. مقایسه پروفیل سرعت بی‌بعد با نتایج DNS و LES مشابه

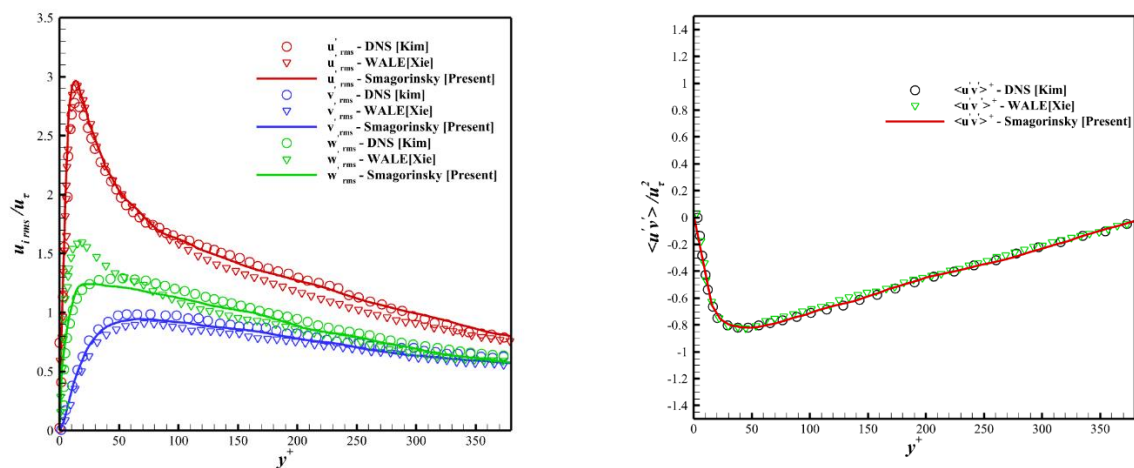
آشفته‌گی $k-\varepsilon$ نیز انجام شده است. همچنین، تنش‌های رینولدز که شامل مولفه‌های عمودی و برشی تانسور تنش رینولدز آشفته‌گی می‌باشد در شکل ۳ نشان داده شده است. مقدار بیشینه u'_{rms} در نتایج DNS در $y^+ = 14.7$ حدود $2/8$ است، در حالیکه مطالعه حاضر مقدار آن را حدود ۶ درصد بیشتر گزارش می‌کند که بیشترین میزان خطا بین تنش‌های رینولدز می‌باشد. نمودارهای $\overline{u'v'}$ و v'_{rms} نیز تطابق بسیار خوبی با نتایج مرجع دارند. همچنین دقت نتایج حاضر برای w'_{rms} نسبت به مرجعی که کار شبیه‌سازی انجام داده و از مدل WALE^{۲۵} استفاده کرده است، بهتر است. برای بررسی استقلال از شبکه، نمودار انرژی جنبشی آشفته‌گی و آبشار انرژی برای شبکه‌های مختلف در شکل ۴ رسم شده است. با افزایش تعداد سلول‌ها، بیشینه فرکانس قابل حل افزایش پیدا می‌کند. با توجه به شکل ۴، انرژی جنبشی با ریز شدن شبکه به سمت یک مقدار مشخص همگرا می‌شود. همچنین از آبشار انرژی می‌توان دید که گردابه‌های کوچکتر (ناحیه بعد از اینرسی) در شبکه ریزتر قابل بازسازی هستند. تمام شبیه‌سازی‌ها در این مقاله با تعداد حدود $1/56$ میلیون سلول محاسباتی انجام شده‌اند. در قدم بعدی، نوسانات فشار مورد بحث قرار می‌گیرند. ساختارهای آشفته با جابجایی روی سطوح جامد (دیواره مجرا)، نوسانات فشار محلی (شبه‌صدا) از خود بر روی دیواره بر جای می‌گذارند. همانطور که در قسمت مقدمه بحث شد، این نوسانات

کم‌انرژی و در فرکانس بالا هستند که نهایتاً در طیف صدای تولیدی بخصوص در فرکانس‌های پایین نقش ناچیزی خواهند داشت [۲۸-۲۹].

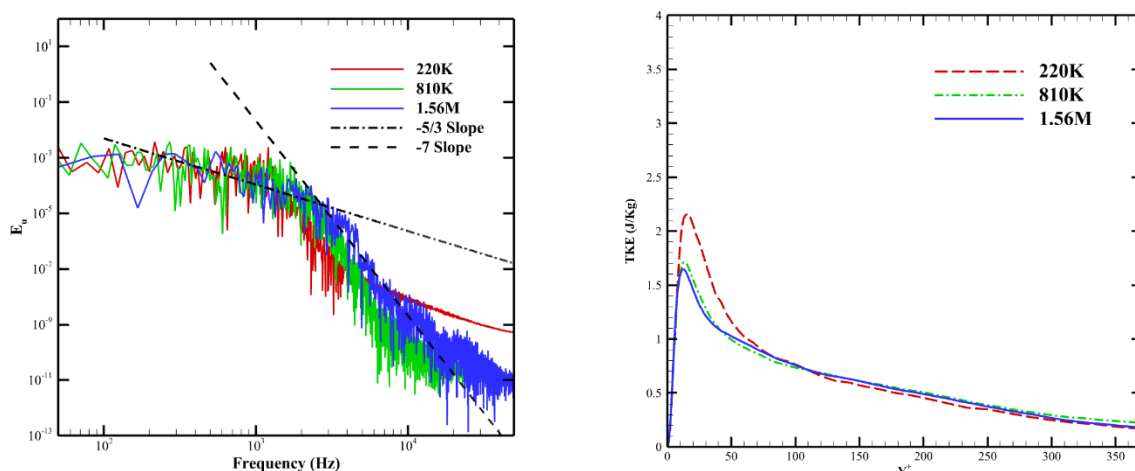
برای دستیابی به میدان‌های جریان و آکوستیک، ابتدا شبیه‌سازی جریان در یک کانال با شرایط مرزی تناوبی انجام شده است. در ادامه، با بهره‌گیری از منابع صوتی استخراج‌شده از حل تراکم‌ناپذیر، میدان آکوستیک به صورت همزمان در یک دامنه و شبکه‌بندی مستقل محاسبه گردیده است. این تحلیل‌ها با استفاده از نرم‌افزار STAR-CCM+ نسخه ۲۳۰۲ انجام گرفته‌اند. در جریان شبیه‌سازی آکوستیکی، پراب‌هایی بر روی دیواره‌ی مجرا برای برداشت داده‌های فشار صوتی تعبیه شده‌اند. داده‌های به‌دست آمده به منظور پس‌پردازش و تحلیل‌های فرکانس-عدد موج، با استفاده از نرم‌افزار MATLAB پردازش شده‌اند.

۴- صحت‌سنجی

به منظور اعتبارسنجی روش محاسباتی بکار رفته در این مقاله، نتایج جریان داخل مجرا با نتایج یک شبیه‌سازی عددی مستقیم [۳۰] و نتایج شبیه‌سازی مشابه دیگر [۳۱] مقایسه و اعتبارسنجی می‌شود. شکل ۲ پروفیل سرعت بی‌بعد بدست آمده را همراه با دو مرجع دیگر نشان می‌دهد که تطابق خوبی با هم دارند. به علاوه، برای بررسی دقیق‌تر پروفیل سرعت یک حل با مدل



شکل ۳. مقایسه تنش‌های عمودی (چپ) و برشی (راست) رینولدزی محاسبه شده با نتایج DNS و LES مشابه

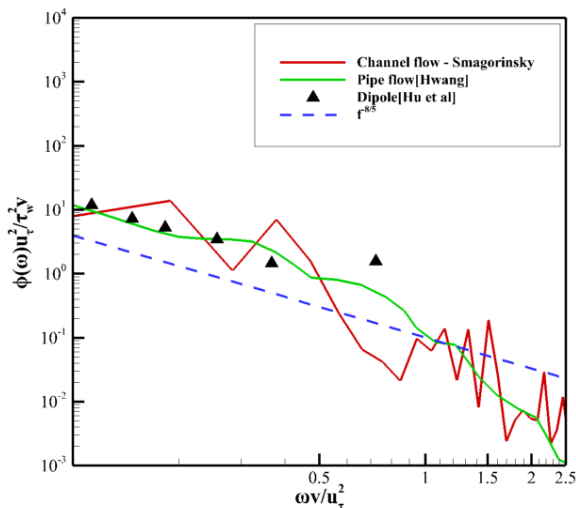


شکل ۴. سمت راست: انرژی جنبشی آشفته برای سه شبکه، سمت چپ: آشبار انرژی آشفتگی برای سرعت جریان.

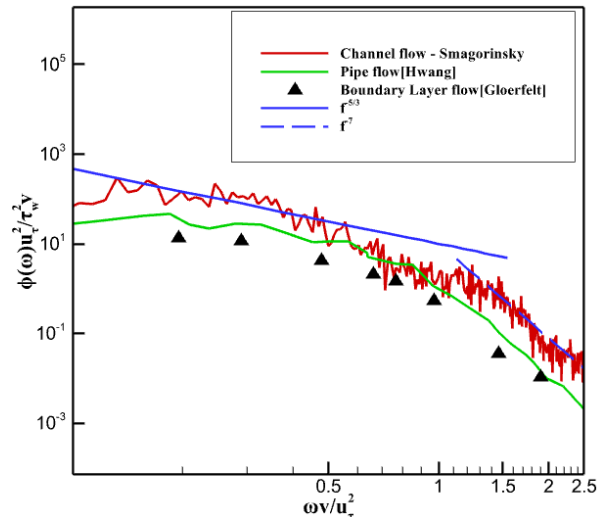
با رابطه $f^{-5/3}$ و f^{-7} میرا می‌شوند، که نشانگر تفاوت در رفتار گردابه‌ها با مقیاس‌های متفاوت است.

ساختارهای جریان آشفته، حرکات چرخشی غیرقابل پیش‌بینی دارند و حین حرکت ممکن است با هم یا با دیوار برخورد کنند و در هم بشکنند و نوسانات فشار تراکم‌پذیر یا امواج صوتی را ایجاد کنند که با سرعت صوت در همه جهات منتشر می‌شوند. تاثیر این امواج آکوستیکی همانند نوسانات فشار تراکم‌ناپذیر بر روی سطح دیوار کانال قابل اندازه‌گیری و ثبت است. شکل ۵-ب تغییرات چگالی توان طیفی بی‌بعد فشار آکوستیک

با سرعت صوت منتشر نمی‌شوند بلکه تقریباً با سرعت متوسط جریان جابجا می‌شوند. شکل ۵-الف تغییرات چگالی طیفی توان بی‌بعد شده نوسانات فشار محلی در یک نقطه بر روی دیوار در وسط مجرا را بر حسب فرکانس بی‌بعد شده نشان می‌دهد. نتایج این کار با مطالعه‌های دیگر برای یک جریان داخل لوله با مقطع دایروی در اعداد ماخ پایین [۱۵] و یک لایه مرزی روی صفحه صاف [۵] مقایسه شده‌اند. همانطور که ملاحظه می‌شود، نوسانات فشار تراکم‌ناپذیر رفتاری مشابه برای لایه مرزی داخلی و خارجی دارند. محدوده اینرسی و محدوده پس از اینرسی به ترتیب تقریباً



ب) توان طیفی نوسانات فشار تراکم‌پذیر



الف) توان طیفی نوسانات فشار تراکم‌ناپذیر

شکل ۵. توان طیفی نوسانات فشار و مقایسه با دیگر پژوهش‌ها

هر یک مورد مقایسه قرار گرفته است. شکل ۶ توزیع سرعت بدون بعد حاصل از شبیه‌سازی را برای این شرایط مختلف نمایش می‌دهد. انتخاب بازه‌ای از سرعت‌های نسبتاً پایین تا مقداری بالاتر به‌گونه‌ای انجام شده تا تأثیر حرکت و اندازه گردابه‌های جریان درون مجرا به‌طور دقیق‌تر قابل تحلیل و بررسی باشد. یکی از روش‌های شناسایی ساختارهای سه‌بعدی جریان، استفاده از معیار Q است که در آن Q به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$Q = \frac{1}{2}((\nabla \cdot u)^2 - \nabla u : \nabla u^T) \quad (7)$$

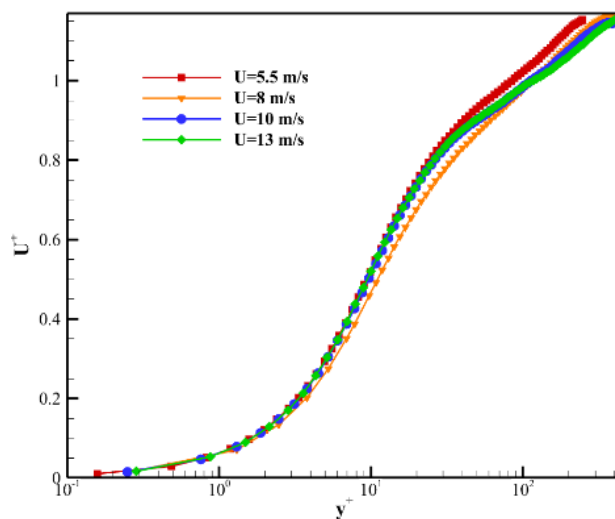
مقدار مثبت Q در یک ناحیه نشان‌دهنده این است که در آن ناحیه، جریان چرخش-محور^{۲۶} است و همچنین احتمال وجود گردابه‌های آشفته را بیان می‌کند. زمانی که Q در یک ناحیه منفی می‌شود، به این معناست که در آن ناحیه، جریان کشش-محور^{۲۷} است.

شکل ۷ سطوح هم‌تراز $Q_{criterion} = 10^6$ را برای سرعت‌های مختلف نشان می‌دهد. مقادیر بالای Q نشانگر گردابه‌هایی با انرژی چرخشی بیشتر است، در حالی که مقادیر پایین‌تر گرداب‌های ضعیف‌تر را نشان می‌دهند. بر روی سطوح هم‌تراز کانتور چرخش جهت جریانی هم رسم شده که میزان چرخش گردابه‌ها بر روی دیوار را نشان می‌دهد.

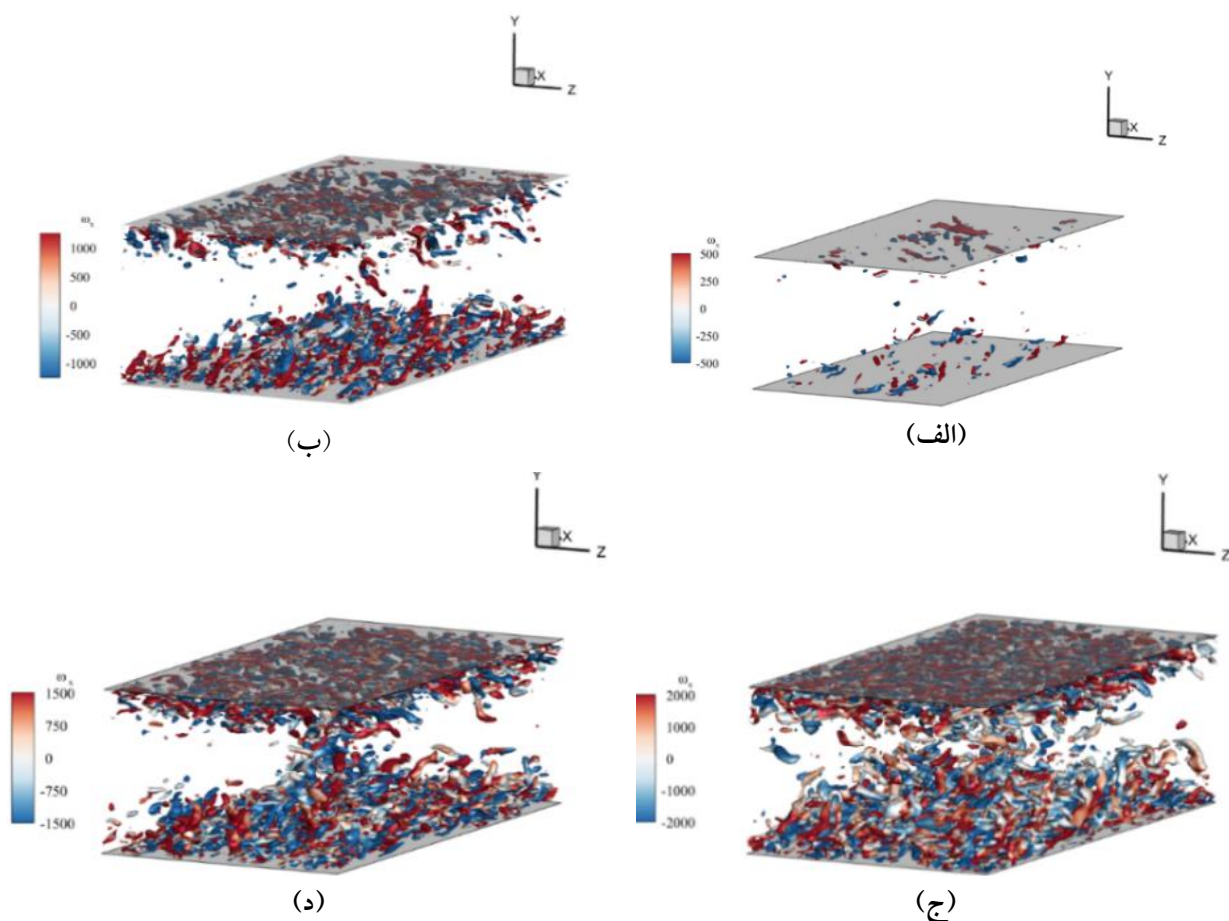
(تراکم‌پذیر) را بر حسب فرکانس بی‌بعد نشان می‌دهد که با نتایج دیگر مراجع، برای جریان آشفته داخل لوله [۱۵] و یک جریان داخل مجرای دیگر با حل شبیه‌سازی عددی مستقیم [۱۴] مقایسه شده‌اند. نتایج تطابق قابل قبولی دارند و تقریباً نرخ میرایی فشار صوتی را $f^{-8/5}$ نشان می‌دهند که شباهت زیادی به $f^{-5/3}$ برای فشارهای تراکم‌ناپذیر دارد، اما تمایز رفتار امواج صوتی در مقیاس‌های مختلف را برجسته می‌کند. می‌توان مشاهده کرد که فرکانس‌های پایین‌تر امواج بلندتر و شدیدتری تولید می‌کنند و انرژی در فرکانس‌های بالاتر کمتر می‌شود. با تحلیل طیفی سیگنال‌های فشار، می‌توان سهم نوسانات تراکم‌ناپذیر و تراکم‌ناپذیر را نشان داد. سهم قسمت تراکم‌پذیر (آکوستیک) در جریان‌های با اعداد ماخ پایین، اغلب کمتر بوده و غالب صدا تولیدی بر روی دیواره مجرا، از نوسانات محلی (شبه صدا) نشأت می‌گیرد.

۵- نتایج و بحث

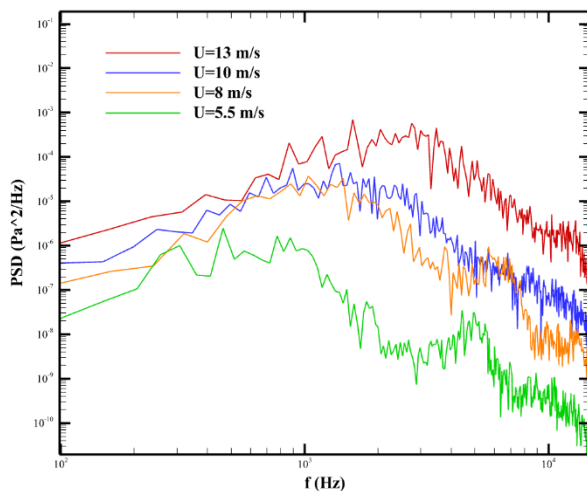
در این بخش، اثر عدد رینولدز حجمی با تغییر سرعت متوسط برای چهار حالت جریان درون مجرا با سرعت‌های متوسط ۵/۵، ۸، ۱۰ و ۱۳ متر بر ثانیه بررسی شده و میدان صوتی حاصل از



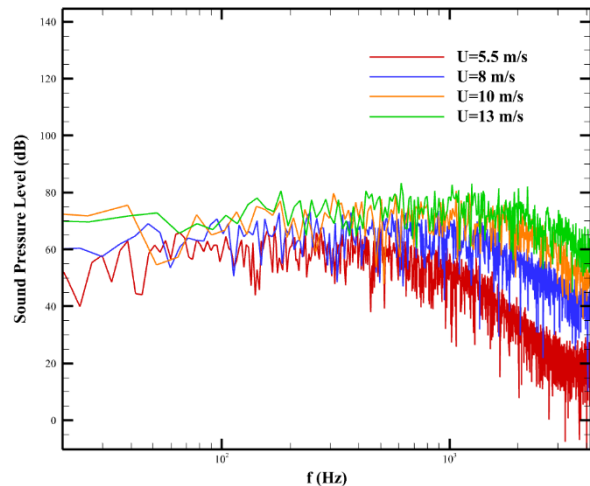
شکل ۶. پروفیل سرعت بی‌بعد برای سرعت متوسط‌های مختلف کانال



شکل ۷. سطوح هم‌تراز معیار Q و کانتور چرخش (ورتیسیته) در سرعت‌های مختلف: (الف) ۵/۵ متر بر ثانیه، (ب) ۸ متر بر ثانیه، (ج) ۱۰ متر بر ثانیه، (د) ۱۳ متر بر ثانیه.



ب) چگالی توان طیفی نوسانات تراکم‌پذیر فشار



الف- سطح فشار صدا برای نوسانات تراکم‌ناپذیر فشار

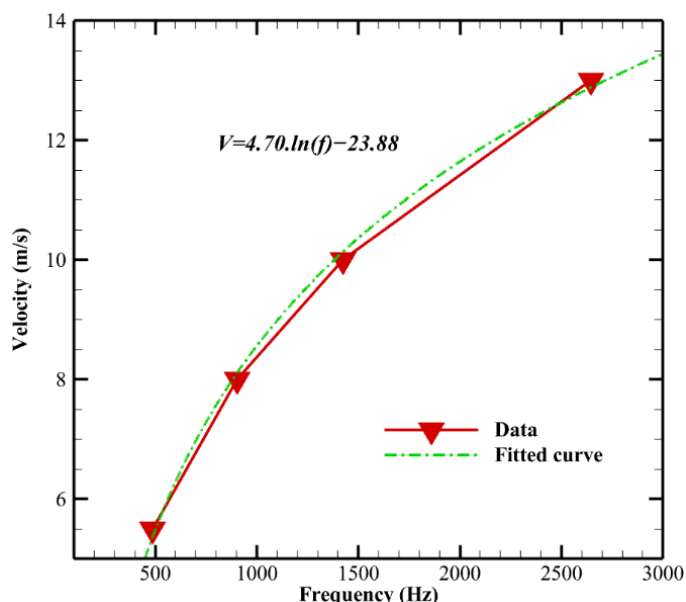
شکل ۸. مقایسه نوسانات فشار برای سرعت‌های مختلف

متوسط جریان درون مجرا در شکل ۹ نمایش داده شده است. با انجام برازش روی داده‌ها، مشخص می‌شود که این رابطه به خوبی با یک تابع لگاریتمی مطابقت دارد.

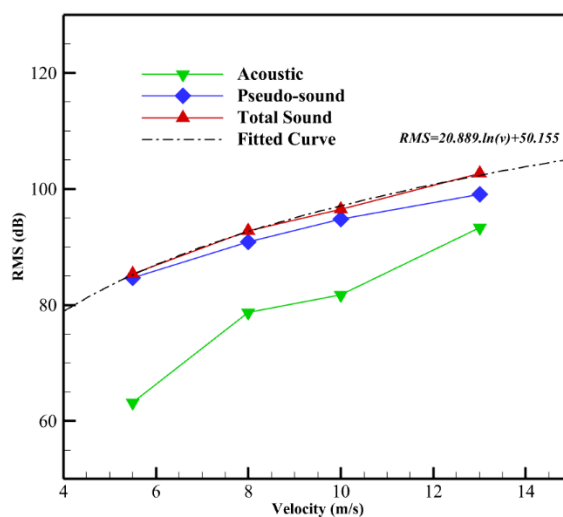
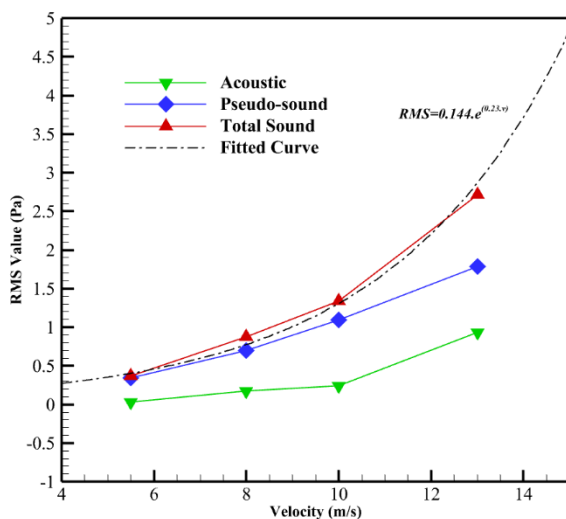
شکل ۱۰ تغییرات مقادیر جذر میانگین مربعات^{۲۹} سیگنال‌های صوتی و شبه صوتی را بر روی دیواره‌های مجرا برای سرعت‌های مختلف جریان نشان می‌دهد که بر حسب واحد پاسکال و دسی‌بل بیان می‌شوند. در این شکل مشاهده می‌شود که شبه‌صدا تقریباً به صورت خطی با سرعت متوسط جریان افزایش می‌یابد، در حالی که قسمت آکوستیک رفتار متفاوتی دارد. برای صدای کل رابطه‌ی لگاریتمی نیز برازش شده است که در آن اثر قسمت آکوستیک را می‌توان دید. این رابطه نشان می‌دهد که هرچه سرعت جریان یا به عبارتی ماخ جریان افزایش پیدا می‌کند، در رفتار صدای کل، نوسانات تراکم‌پذیر سهم بیشتری ایفا می‌کنند و در ماخ‌های بالا سهم این نوسانات در کل صدا غالب است. همانطور که در بخش قبل برای اعداد ماخ پایین ذکر شد، اندازه شبه‌صدا بیشتر از عبارت آکوستیک است، به این معنی که سهم اصلی در کل صدا از بخش تراکم‌ناپذیر صوت صدای کل می‌شود. این مشاهده‌ها بیان می‌کند که یک همبستگی بالقوه بین چگالی طیفی توان نوسانات فشار تراکم‌ناپذیر و سرعت جریان در اعداد ماخ کم، و به طور کلی‌تر، با نرخ جریان وجود دارد. در

در سرعت‌ها و اعداد رینولدز بالاتر، مقیاس‌های طولی گردابه‌ها به طور قابل توجهی کوچک‌تر هستند، در حالی که اندازه چرخش آن‌ها افزایش می‌یابد. این مورد با یافته‌های منابع برای جریان داخل لوله مطابقت دارد [۳۲].

شکل ۸-الف تغییرات سطوح فشار صوت نوسانات فشار تراکم‌ناپذیر را بر حسب فرکانس نشان می‌دهد. با افزایش سرعت جریان سیال، سطح صدای مربوط به این نوسانات که به صورت محلی جابجا می‌شوند افزایش می‌یابد. شایان توجه است که مشخصات طیفی این نوسانات در فرکانس‌های زیر ناحیه اینرسی (حدود بین ۱۰۰ تا ۱۰۰۰ هرتز) تقریباً مسطح می‌ماند و نقش این محدوده را که به مقیاس‌های طولی انتگرال^{۲۸} معروف است، در انتقال انرژی برجسته می‌کند. شکل ۸-ب تغییرات چگالی طیفی توان نوسانات فشار تراکم‌پذیر (آکوستیک) را بر روی دیواره مجرا بر حسب فرکانس در سرعت‌های مختلف نشان می‌دهد. هر مورد فرکانس غالب مشخصی را نشان می‌دهد، که با افزایش سرعت جریان، تغییر می‌کند. این نمودار یک همبستگی بین بزرگی توان طیفی آکوستیک، فرکانس غالب و سرعت جریان را نشان می‌دهد. بر خلاف نوسانات تراکم‌ناپذیر، برای طیف فشار آکوستیک می‌توان یک فرکانس مجزای غالب را در ناحیه اینرسی تعریف کرد. رابطه بین فرکانس غالب نوسانات تراکم‌ناپذیر و سرعت



شکل ۹. رابطه سرعت متوسط جریان در مجرا با فرکانس غالب نوسانات فشار تراکم‌پذیر (صدا)

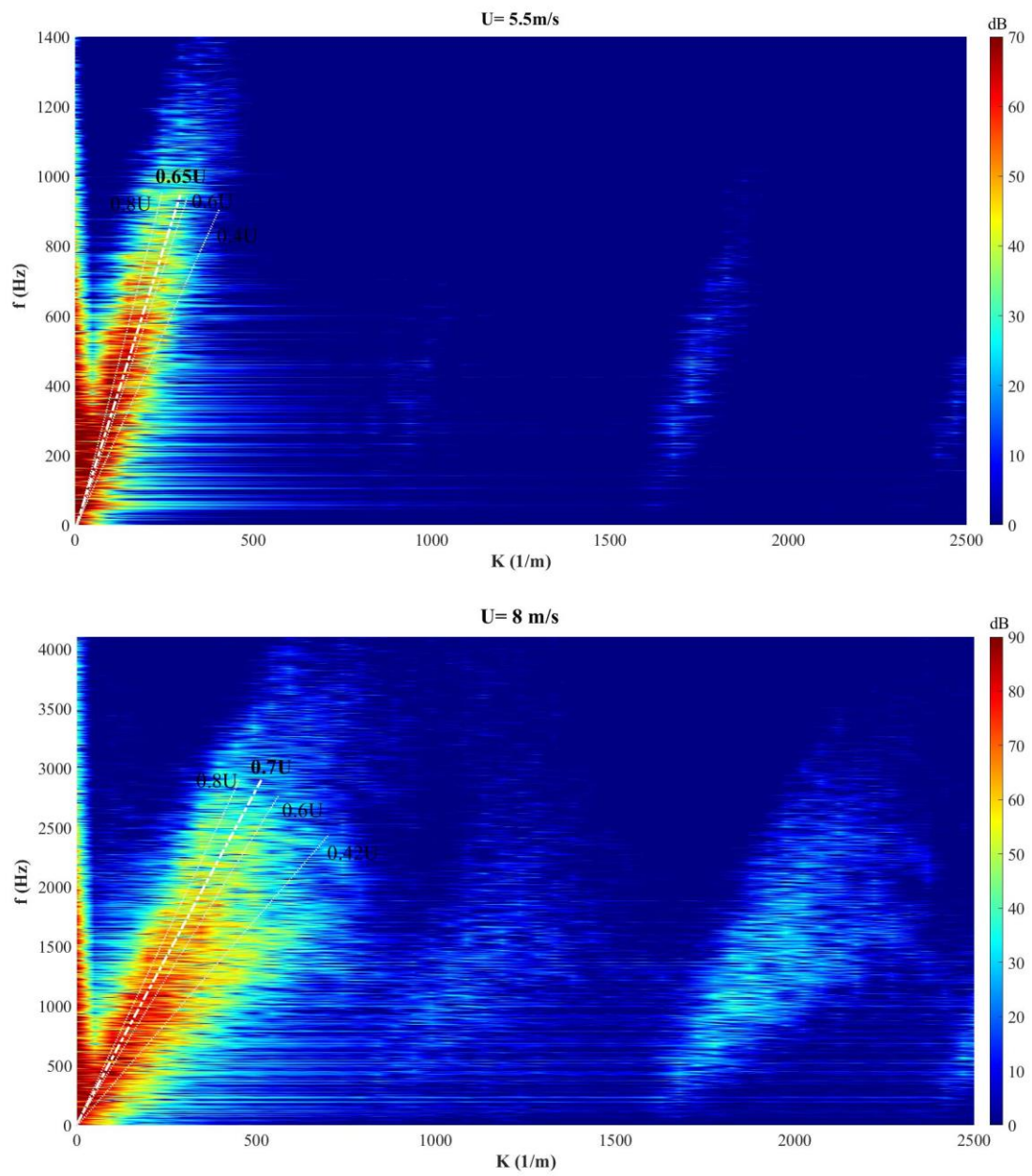


شکل ۱۰. تغییرات مقادیر جذر میانگین مربعات قسمت تراکم‌پذیر و تراکم‌ناپذیر صدا در سرعت‌های مختلف

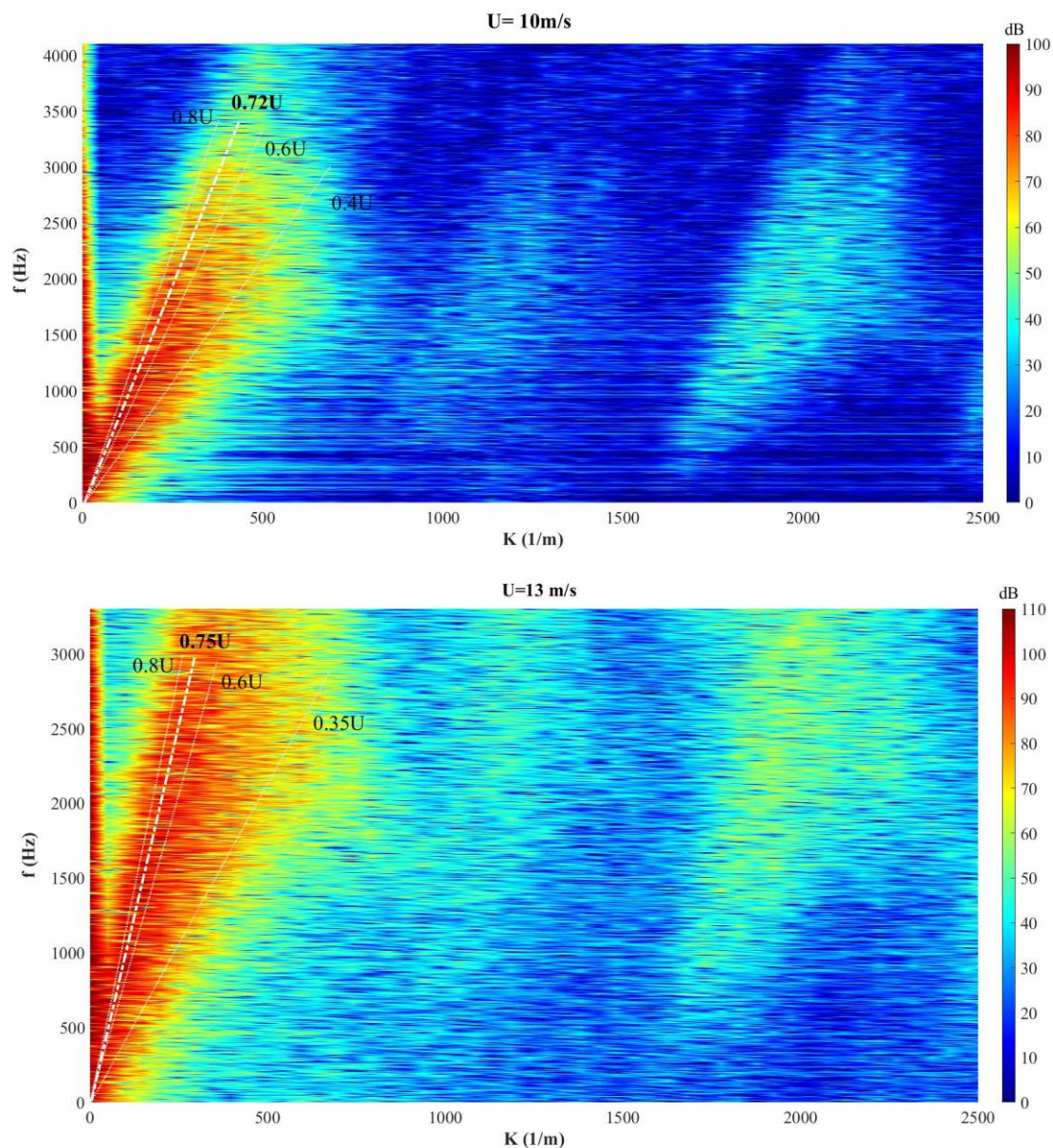
جریان حمل می‌شوند [۳۳]. چنین ساختاری از تحلیل فرکانسی دوبعدی داده‌های فشار نوسانی استخراج می‌شود. به‌طور خاص، اگر آرایه‌ای از حسگرها در امتداد جهت جریان قرار گیرد، می‌توان با استفاده از داده‌های برداشت‌شده، برآمدگی همرفتی را شناسایی و سرعت همرفت ساختارهای آشفته را با دقت ارزیابی کرد. تحلیل طیفی برای اندازه‌گیری جریان سیال، یک روش بسیار کارآمد بوده و در صنایع مختلف به کار گرفته می‌شود. برای

نمودارهای فرکانس-عدد موج این همبستگی خود را به صورت یک برآمدگی همرفتی نشان می‌دهد که در شکل ۱۰ برای سرعت‌های مختلف نشان داده شده است.

برآمدگی همرفتی، ناحیه‌ای خطی یا قله‌مانند در طیف فضا-زمانی یا تابع همبستگی است که با سرعت همرفت ساختارهای آشفته هم‌راستا می‌باشد. این پدیده نمایانگر جهت و سرعت غالبی است که در آن گردابه‌ها یا آشفتگی‌های جریان، عمدتاً در راستای



ادامه شکل ۱۱



شکل ۱۱. تغییرات فشار لحظه‌ای ثبت شده بر دیوار در فضای فرکانس-عدد موج در سرعت‌های مختلف جریان. نوار قرمز رنگ نشان دهنده برجستگی همرفتی است که برای محاسبه سرعت متوسط جابجایی ساختارهای آشفتگی در مجرا بکار می‌رود.

مانع در حال حرکت یا ایستاده که باعث بوجود آمدن پدیده‌هایی نظیر رزونانس آکوستیکی شود، قسمت تراکم‌پذیر نوسانات نیز در طیف ظاهر شده و می‌تواند در حالت تشدید آکوستیکی با جریان همپوشانی داشته باشد. اما در بقیه موارد می‌توان تاثیر دو قسمت را تفکیک کرد.

اندازه‌گیری جریان‌های با ماخ پایین، قسمت نوسانات تراکم‌ناپذیر فشار نسبت به بخش تراکم‌پذیر آن قابل توجه است و بنابراین بر روی طیف فرکانس عدد موج فقط اثر همین بخش تراکم‌ناپذیر ثبت می‌شود که در تعیین سرعت کلی جریان به کار می‌آید. اما اگر عدد ماخ جریان قابل توجه باشد ($M > 0.3$) و اثرات تراکم‌پذیری قابل توجه باشد، یا اگر یک عامل خارجی مانند یک

کار برخی جریان‌سنج‌ها قرار گرفته است. در نمونه‌های واقعی آرایه‌ای از حسگرهای صوتی برای محاسبه سرعت با این روش به کار می‌روند و اثر نویزهای محیطی و اضافی فیلتر شده و از طیف کلی حذف می‌شوند.

۶- نتیجه‌گیری

این پژوهش به تحلیل ساختارهای آشفته و صدای ناشی از آن‌ها در جریان داخلی یک مجرای مستقیم با مقطع مستطیلی اختصاص دارد. برای شبیه‌سازی جریان، از روش شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ همراه با مدل ترکیبی آکوستیکی بهره گرفته شده است. با تفکیک سیگنال‌های فشاری به دو مؤلفه‌ی تراکم‌پذیر (آکوستیکی) و تراکم‌ناپذیر (شبه‌صدا) و حل جداگانه‌ی معادلات مربوط به هر بخش، امکان بررسی دقیق‌تر سهم این مؤلفه‌ها در رفتار جریان و سیگنال‌های دیواره فراهم شده است. نتایج نشان می‌دهد که این دو مؤلفه رفتار فرکانسی متفاوتی دارند. در جریان‌های با عدد ماخ پایین، انرژی شبه‌صداها عمدتاً در ناحیه‌ی زیر اینرسی متمرکز است. از طریق تحلیل طیفی دوبعدی سیگنال‌های دیواره و استخراج برآمدگی همرفتی، سرعت جابجایی گردابه‌ها در مقیاس‌های طولی مختلف محاسبه شده و مشخص گردیده است که شیب ناحیه پراورزی طیف، نمایانگر سرعت ساختارهای انتگرالی جریان است. همچنین مشخص شد که با افزایش عدد سرعت متوسط جریان و عدد رینولدز، دقت سرعت محاسبه شده از این روش افزایش می‌یابد. این روش دیدگاه روشی نسبت به پیوند بین ساختارهای آشفته و داده‌های فشاری ارائه می‌دهد و بستری مؤثر برای دبی‌سنجی در جریان‌های محصور از طریق تحلیل میدان آکوستیکی فراهم می‌آورد.

شکل ۱۱ برآمدگی همرفتی فشار لحظه‌ای را برای ۸۱ آرایه نقطه‌ها که در امتداد یک خط در راستای جریان بر روی دیواره مجرا با فاصله ۰/۰۰۲۵ متر از یکدیگر قرار دارند را نشان می‌دهد. این شکل‌ها توزیع نابرابر انرژی جنبشی آشفته‌گی را در مقیاس‌های طولی مختلف نشان می‌دهد. چگالی‌های طیفی توان بالاتر با مقیاس‌های طولی آشفته بزرگتر، به عنوان مقیاس‌های طولی انتگرالی شناخته می‌شوند. همانطور که از نتایج مشاهده شد، چگالی‌های طیفی توان برای هر مقیاس طولی، شبیه‌ای از مبدأ در خط‌الرأس برآمدگی همرفتی را نشان می‌دهند که به سرعت جابجایی مربوط می‌شود. شکل‌ها نشان می‌دهند که این مقیاس‌های طولی با سرعت‌هایی تقریباً بین ۰/۶ و ۰/۸ سرعت متوسط جریان جابجا می‌شوند. این یافته در مطالعات دیگر هم دیده شده است [۲۴]. برای سرعت ۵/۵ متر بر ثانیه، میانگین سرعت جابجایی مقیاس‌های طولی پراورزی حدود ۰/۶۵ برابر سرعت متوسط جریان است، در حالی که برای سرعت‌های ۸، ۱۰ و ۱۳ متر بر ثانیه، سرعت‌های جابجایی به ترتیب حدود ۰/۷، ۰/۷۲ و ۰/۷۵ سرعت متوسط جریان هستند. با افزایش سرعت متوسط، شیب خط‌الرأس جابجایی نیز افزایش می‌یابد و میانگین سرعت همرفتی مقیاس‌های طولی انتگرالی اندازه‌گیری شده افزایش می‌یابد. با این حال، در فرکانس‌های بالاتر، ممکن است شیب‌ها منحرف شوند، اگرچه، این مورد در مطالعه حاضر باید نادیده گرفته شوند، زیرا که فرکانس‌های عملکردی چگالی طیفی توان (مربوط به نوسانات فشار تراکم‌ناپذیر) برای همه موارد بررسی شده در حدود زیر ۱۰۰۰ هرتز باقی می‌مانند. این رویکرد اندازه‌گیری جریان، برای جریان‌های با اعداد ماخ پایین یعنی جایی که شبه صدا در طیف صدا غالب باشد، مناسب است. روش بیان شده در دیگر ساختارهای جریان آشفته داخلی نیز مانند جریان داخل لوله می‌تواند بکار گرفته شود. این روش اساس

واژه‌نامه

1. Large eddy simulation
2. Monitoring
3. Acoustic Doppler Velocimeters (ADV)

4. Acoustic Doppler Current Profilers (ADCP)
5. Active Sonar-Based Flow Measurement
6. Passive Acoustic Flow Monitoring

7. pseudo-sound
8. Acoustic perturbation equations
9. Perturbed convected wave equation
10. Large eddy simulation
11. Detached eddy simulation
12. Direct numerical simulation
13. Lighthill
14. Large eddy simulation
15. Convective ridge
16. Recycling
17. Subfilter
18. Subgrid scale

19. Eddy-viscosity
20. Smagorinsky
21. Acoustic perturbation equations
22. Reflecting
23. Non-reflecting
24. Resolve
25. Wall Adapting Local Eddy viscosity
26. Rotation-dominated
27. Strain-dominated
28. Integral length scale
29. Root Mean Square (RMS)

مراجع

- [1] Baker, R.C., Flow Measurement Handbook: Industrial Designs, Operating Principles, Performance, and Applications, Cambridge University Press, 2016.
DOI: [10.1017/CBO9780511471100](https://doi.org/10.1017/CBO9780511471100).
- [2] Loose, D.H., and Gysling, D.L., SONAR-based, Clamp-on Flow Meter for Gas and Liquid Applications. in *ISA EXPO*, Houston, USA, Wallingford, 2003.
- [3] Bonness, W.K., Capone, D.K., and Hambric, S.A., Low-wavenumber turbulent boundary layer wall-pressure measurements from vibration data on a cylinder in pipe flow. *Journal of Sound and Vibration*. 2010; 329: 4166–4180.
DOI: [10.1016/j.jsv.2010.04.010](https://doi.org/10.1016/j.jsv.2010.04.010).
- [4] Moon, Y.J., Sound of fluids at low Mach numbers. *European Journal of Mechanics B/Fluids*. 2013; 40: 50–63.
DOI: [10.1016/j.euromechflu.2013.02.002](https://doi.org/10.1016/j.euromechflu.2013.02.002).
- [5] Chapelier, J.B., and Scalo, C., A Coherent vorticity preserving eddy viscosity correction for Large-Eddy Simulation. *Journal of Computational Physics*. 2017; 359: 164–182.
DOI: [10.1016/j.jcp.2018.01.012](https://doi.org/10.1016/j.jcp.2018.01.012).
- [6] Gloerfelt, X., and Berland, J., Turbulent Boundary Layer Noise: Direct Radiation at Mach Number 0.5. *Journal of Fluid Mechanics*. 2013; 723: 318–351. DOI: [10.1017/jfm.2013.134](https://doi.org/10.1017/jfm.2013.134).
- [7] Ewert, R., and Schröder, W., Acoustic perturbation equations based on flow decomposition via source filtering. *Journal of Computational Physics*. 2003; 188: 365–398.
DOI: [10.1016/S0021-9991\(03\)00168-2](https://doi.org/10.1016/S0021-9991(03)00168-2)
- [8] Seo, H.J., and Moon, Y.J., Linearized perturbed compressible equations for low Mach number aeroacoustics. *Journal of Computational Physics*. 2006; 218: 702–719.
DOI: [10.1016/j.jcp.2006.03.003](https://doi.org/10.1016/j.jcp.2006.03.003)
- [9] Bailly, C., Bogey, C., and Gloerfelt, X., Some useful hybrid approaches for predicting aerodynamic noise. *Comptes Rendus. Mecanique*. 2005; 333(9): 666–675.
DOI: [10.1016/j.crme.2005.07.006](https://doi.org/10.1016/j.crme.2005.07.006).
- [10] Moon, Y.J., Seo, J.H., Bae, Y.M., Roger, M., and Becker, S., A hybrid prediction method for low-subsonic turbulent flow noise. *Computers & Fluids*, 2010; 39(7): 1125–1135.
DOI: [10.1016/j.compfluid.2010.02.005](https://doi.org/10.1016/j.compfluid.2010.02.005).
- [11] Kempf, D., and Claus-Dieter, M., Zonal direct-hybrid aeroacoustic simulation of trailing edge noise using a high-order discontinuous galerkin spectral element method. *Acta Acust.* 2022; 6: 14–53. DOI: [10.1051/aacus/2022030](https://doi.org/10.1051/aacus/2022030).
- [12] Tautz, M., Besserer, B., and Becker, S., Source Formulations and Boundary Treatments for Lighthill's Analogy Applied to Incompressible Flows. *AIAA JOURNAL*. 2018; 56: 1–13.
DOI: [10.2514/1.J056559](https://doi.org/10.2514/1.J056559).
- [13] Vanherpe, F., Baresh, D., Lafon, P., and Bordji, M., Wavenumber-Frequency Analysis of the Wall Pressure Fluctuations in the Wake of a Car Side Mirror .in *17th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, Portland, Oregon, 2011.
DOI: [10.3390/app7111137](https://doi.org/10.3390/app7111137).
- [14] Hu, Z., Morfey, C.L., and Sandham, N.D., Sound radiation in turbulent channel flows. *Journal of Fluid Mechanics*. 2003; 475: 269–302.
DOI: [10.1017/S002211200200277X](https://doi.org/10.1017/S002211200200277X).
- [15] Hwang, S., and Moon, Y.J., On the computation of low-subsonic turbulent pipe flow noise with a hybrid LES/LPCE method. *International Journal of Aeronautical and Space Sciences*. 2017; 18: 48–55. DOI: [10.5139/IJASS.2017.18.1.48](https://doi.org/10.5139/IJASS.2017.18.1.48).
- [16] Johannes, J., and Steiner, H., A Priori Analysis of Acoustic Source Terms from Large-Eddy Simulation in Turbulent Pipe Flow. *Proceedings of the 11th International Styrian Noise, Vibration &*

- Harshness Congress: The European Automotive Noise Conference, 2020 November 3-5, Graz, Austria. 2020. DOI:[10.4271/2020-01-1518](https://doi.org/10.4271/2020-01-1518).
- [17] Arguillat, B., and Ricot, B., Measured wavenumber: Frequency spectrum associated with acoustic and aerodynamic wall pressure fluctuations. *The journal of acoustical society of america*. 2010; 128: 1647-1655. DOI:[10.1121/1.3478780](https://doi.org/10.1121/1.3478780).
- [18] Kim, Y-B., and Kim, Y-H., A measurement method of the flow rate in a pipe using a microphone array. *The Journal of the Acoustical Society of America*. 2002; 112: 856-865. DOI: [10.1121/1.1496764](https://doi.org/10.1121/1.1496764).
- [19] Lannes, D.P., Gama, A.L., and Bento, T.F.B., Measurement of flow rate using straight pipes and pipe bends with integrated piezoelectric sensors. *Flow Measurement and Instrumentation*. 2018; 60: 208-216. DOI:[10.1016/j.flowmeasinst.2018.03.001](https://doi.org/10.1016/j.flowmeasinst.2018.03.001).
- [20] Kim, Y-K., and Kim, Y-H., A three accelerometer method for the measurement of flow rate in pipe. *The Journal of the Acoustical Society of America*. 1996; 717: 717-726. DOI: [10.1121/1.416211](https://doi.org/10.1121/1.416211).
- [21] Evans, R.P., Blotter, J.D., and Stephens, A.G., Flow Rate Measurements Using Flow Induced Pipe Vibration. *Journal of Fluids Engineering*. 2004; 126: 280-285. DOI: [10.1115/1.1667882](https://doi.org/10.1115/1.1667882).
- [22] Dinardo, G., Fabbiano, L., and Vacca, G., Fluid Flow Rate Estimation using Acceleration Sensors. Proceedings of the in Seventh International Conference on Sensing Technology, 2013 December 03-05, Wellington, New Zealand. DOI:[10.1109/ICSensT.2013.6727646](https://doi.org/10.1109/ICSensT.2013.6727646).
- [23] Pittard, M.T., Evans, R.P., Maynes, R.D., and Blotter, J.D., Experimental and numerical investigation of turbulent flow induced pipe vibration in fully developed flow. *Rev. Sci. Instrum*, 2004; 75: 2393-2401, 2004. DOI: [10.1063/1.1763256](https://doi.org/10.1063/1.1763256).
- [24] Choi, H., and Moin, P., On the space-time characteristics of wall-pressure fluctuations. *Physics of Fluids A: Fluid Dynamics*. 1990; 2(8): 1450-1460. DOI: [10.1063/1.857593](https://doi.org/10.1063/1.857593).
- [25] Pei, R., Jia, D., Zhao, K., Zang, Z., Liu, B., Lv, Y., and Sun, Y., Sound velocity measurement of pipeline fluids based on wavenumber-frequency spectrum. *Flow Measurement and Instrumentation*. 2025; 102: 102789. DOI: [10.1016/j.flowmeasinst.2024.102789](https://doi.org/10.1016/j.flowmeasinst.2024.102789)
- [26] Yang B., and Yang, Z., On the wavenumber-frequency spectrum of the wall pressure fluctuations in turbulent channel flow. *Journal of Fluid Mechanics*. 2022; 937: A39, 2022. DOI: [10.1017/jfm.2022.137](https://doi.org/10.1017/jfm.2022.137).
- [27] Holgate, J., Skillen, A., Craft, T., and Revell, A., A Review of Embedded Large Eddy Simulation for Internal Flows. *Computational Methods in Engineering*. 2019; 26: 865-882. DOI: [10.1007/s11831-018-9272-5](https://doi.org/10.1007/s11831-018-9272-5).
- [28] Maurerlehner, P., Schoder, S., Tieber, J., Freidhager, C., Steiner, H., Brenn, G., Schäfer, K.-H., Ennemoser, A., and Kaltenbacher, M., Aeroacoustic formulations for confined flows based on incompressible flow data. *Acta Acustica*. 2022; 6: 45. DOI: [10.1051/aacus/2022041](https://doi.org/10.1051/aacus/2022041).
- [29] Lasota, M., Šidlof, P., Kaltenbacher, M., and Schoder, S., Impact of the Sub-Grid Scale Turbulence Model in Aeroacoustic Simulation of Human Voice. *Appl. Sci*. 2021; 11(4): 1970. DOI: [10.3390/app11041970](https://doi.org/10.3390/app11041970).
- [30] Kim, J., Moin, P., and Moser, R.D., Turbulence statistics in fully developed channel flow at low Reynolds number. *Journal of Fluid Mechanics*. 1987; 177: 133-166. DOI: [10.1017/S0022112087000892](https://doi.org/10.1017/S0022112087000892).
- [31] XIE, B., Gao, F., Boudet, J., and Shao, L., Lu, L., Improved vortex method for large eddy simulation inflow generation. *Computers and Fluids*. 2018; 168: 87-100. DOI: [10.1016/j.compfluid.2018.03.069](https://doi.org/10.1016/j.compfluid.2018.03.069).
- [32] El Khoury, G.K., Schlatter, P., Noorani, A., Fischer, P.F., Brethouwer, G., and Johansson, A.V., Direct Numerical Simulation of Turbulent Pipe Flow at Moderately High Reynolds Numbers. *Flow Turbulence and Combustion*, 2013; 91: 475-495. DOI: [10.1007/s10494-013-9482-8](https://doi.org/10.1007/s10494-013-9482-8).
- [33] Wu, T., and He, G., Space-time energy spectra in turbulent shear flows , *Physical review fluids*, 2021, 6: 100504. DOI: [10.1103/PhysRevFluids.6.100504](https://doi.org/10.1103/PhysRevFluids.6.100504).