

Numerical Implementation of a Hyperelastic-Viscoplastic Constitutive Model to Simulate the Mechanical Behaviour of Two Segmented Thermoplastic Elastomer Polymers

Ehsan Ahmadi^{ID}, Mohammad Reza Forouzan^{ID}, Peiman Mosaddegh^{*ID}, Manizheh Aghaei^{ID}

Department of Mechanical Engineering, Isfahan University of Technology, Isfahan, Iran

Abstract: Thermoplastic polyurethane (TPU) elastomers are widely used in industries such as automotive and medical due to their unique mechanical properties. However, their complex deformation behavior, resulting from the interaction between soft amorphous and hard crystalline phases, necessitates accurate numerical modeling for reliable prediction under various loading conditions. This study aims to characterize the deformation behavior of TPU through experimental testing and the implementation of a suitable constitutive model. A phenomenological material framework was developed and implemented in the ABAQUS/Explicit finite element software via a user-defined VUMAT subroutine. The model consists of an equilibrium hyperelastic component representing the soft phase, based on the Arruda-Boyce eight-chain model, and a elastic-viscoplastic- component for the hard phase. The latter is formulated using a linear elastic spring, a nonlinear viscous damper based on a modified Ree-Eyring model, and a frictional element. The model parameters were calibrated using a series of uniaxial compression tests under monotonic and cyclic loading at various strain rates at room temperature. The results showed that, as the fraction of the hard component increased, TPU exhibits stronger plastic behavior, with more energy dissipation and less shape recovery. Moreover, when subjected to a strain of -1.0 after each loading-unloading cycle, it exhibits a residual strain that is not fully recovered even several weeks after the end of the test. Furthermore, the model demonstrates the capability to simulate TPU response under other loading scenarios such as tension and stress relaxation. This work offers physical insight into the deformation mechanisms of TPU and provides a practical modeling tool for its complex elastomeric-plastic behavior.

Keywords: Thermoplastic polyurethane elastomer, Hyperelastic-viscoplastic behavior, Arruda-Boyce model, Modified Ree-Eyring viscoplastic flow, Uniaxial compression and tension tests, Stress relaxation test.

Received: Jun. 19, 2025; Revised: Jul. 30, 2025; Accepted: Aug. 05, 2023; Published Online: Dec. 15, 2025.

* Corresponding Author: Mosaddegh@iut.ac.ir

How to Cite: Ahmadi Ehsan, Forouzan Mohammad Reza, Mosaddegh Peiman, Aghaei Manizheh. Numerical implementation of an hyperelastic-viscoplastic constitutive model to simulate the mechanical behaviour of two segmented thermoplastic elastomer polymers, Journal of Computational Methods in Engineering; 2025, 44(2), 19-47; DOI: 10.47176/jcme.44.2.1054





پیاده‌سازی عددی مدل ساختاری هایپرالاستیک-ویسکوپلاستیک برای شبیه‌سازی رفتار مکانیکی پلیمرهای الاستومر گرمانرم با ساختار دو فازی

احسان احمدی^{id}، محمدرضا فروزان^{id}، پیمان مصدق^{id*}، منیژه آقایی^{id}

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان، ایران

چکیده - کاربرد گسترده‌ی الاستومرهای گرمانرم پلی یورتان (TPU) به‌ویژه در صنایع خودروسازی و پزشکی، نیاز به توسعه‌ی مدل‌های عددی دقیق جهت پیش‌بینی پاسخ این مواد دوفازی در مواجهه با بارگذاری‌های مختلف را به‌عنوان یک ضرورت مطرح کرده است. هدف از این مطالعه، شناسایی رفتار تغییر شکل الاستومرهای گرمانرم پلی یورتان‌ها از طریق انجام آزمایش‌های تجربی و تطبیق یک مدل ماده مناسب با آن و سپس پیاده‌سازی مدل ساختاری در نرم‌افزار اجزای محدود آباکوس به‌روش حل گر صریح از طریق زیرروال VUMAT است. چارچوب مادی پدیده شناختی شامل یک مؤلفه تعادلی برای توصیف پاسخ غیراتلافی هایپرالاستیک فاز نرم بی‌شکل و یک مؤلفه الاستیک-ویسکوپلاستیک برای تغییرات در فاز سخت بلورین TPU است. در این چارچوب، فاز نرم به‌صورت یک عنصر فنری هایپرالاستیک مدل هشت زنجیره‌ای آردا-بویس و فاز سخت به‌صورت ترکیبی از یک فنر الاستیک خطی، میراگر ویسکوپلاستیک غیرخطی مدل ری-ایرینگ اصلاح شده و یک عنصر اصطکاکی مدل‌سازی شده است. صحت پیاده‌سازی مدل با استفاده از آزمون‌های فشار تک‌محوره به‌صورت یکنواخت و چرخه‌ای در نرخ کرنش‌های مختلف در شرایط هم‌دمای مورد بررسی قرار گرفت. نتایج نشان دادند که با افزایش درصد فاز سخت، TPU رفتارهای پلاستیکی قوی‌تر، با اتلاف انرژی بیشتر و بازیابی شکل کمتر نشان می‌دهد و با اعمال کرنش فشاری یک، پس از هر چرخه بارگذاری-باربرداری، کرنش پسماند حاصل، حتی تا چند هفته پس از پایان آزمایش به‌طور کامل بازیابی نمی‌شود. تطابق بین مدل و داده‌های آزمایشگاهی برای TPU‌های نماینده، نه تنها بینش فیزیکی از مکانیزم‌های تغییر شکل مواد TPU ارائه داد بلکه قابلیت‌های شبیه‌سازی پدیده‌های اصلی از جمله رفتارهای الاستیک و ویسکوپلاستیک وابسته به زمان و رژیم نرم‌شدگی را که وابسته به درصد فاز سخت TPU هستند، به‌خوبی توصیف کرد.

واژه‌های کلیدی: الاستومر گرمانرم پلی‌یورتان، رفتار تغییر شکل هایپرالاستیک-ویسکوپلاستیک، مدل آردا-بویس، جریان ویسکوپلاستیک ری-ایرینگ اصلاح شده، آزمون فشار و کشش تک‌محوره، آزمون رهایش از تنش.

دریافت مقاله: ۱۴۰۴/۰۳/۲۹، بازنگری: ۱۴۰۴/۰۵/۰۸، پذیرش: ۱۴۰۴/۰۵/۱۴، اولین انتشار: ۱۴۰۴/۰۹/۲۴

* نویسنده مسئول، رایانامه: Mosadegh@iut.ac.ir



فهرست علائم

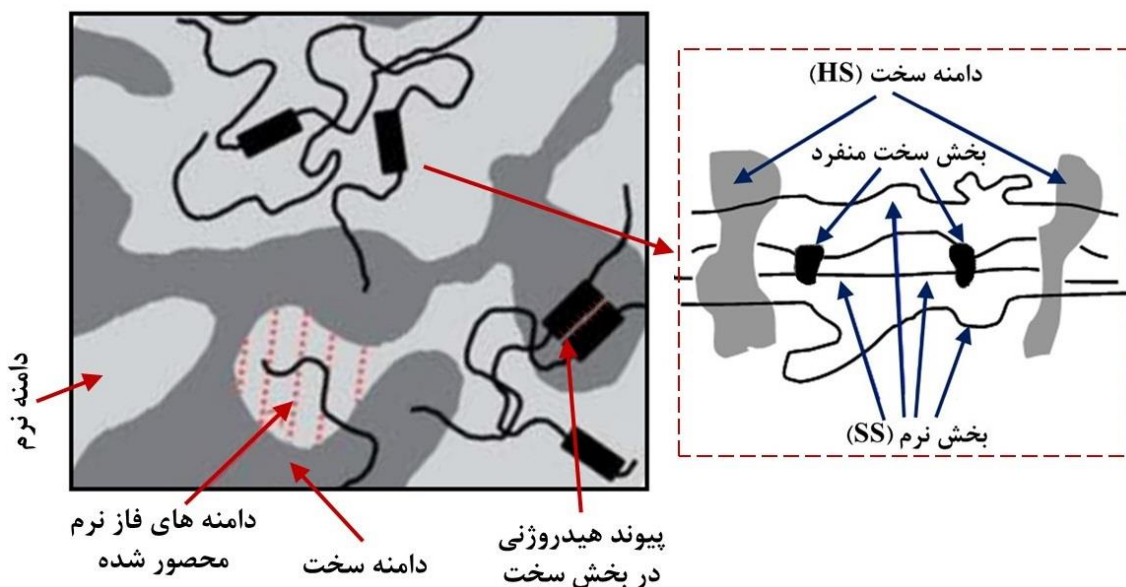
A	ثابت ماده	$\mathbf{x}$ و $\mathbf{X}$	بردارهای مکان در هیأت مرجع و فعلی
B	تانسور کوشی - گرین چپ	علائم یونانی	
$\bar{\mathbf{B}}'$	بخش انحرافی تانسور کوشی - گرین ایزوکوریک چپ	$\dot{\gamma}$	نرخ کرنش برشی
D	بخش‌های متقارن تانسور گرادیان سرعت	$\dot{\gamma}_0$	نرخ کرنش برشی مرجع
E	کرنش لگاریتمی	ϵ	کرنش
F	تانسور گرادیان تغییر شکل	σ	تانسور تنش
$\dot{\mathbf{F}}$	مشتق زمانی تانسور گرادیان تغییر شکل	$\mathcal{L}$	تانسور الاستیسیته مرتبه چهارم
$\bar{\mathbf{F}}$	ماتریس گرادیان تغییر شکل ایزوکوریک	τ	تانسور تنش کیرشهف
ΔG	انرژی آزاد فعال‌سازی مرجع	$\bar{\tau}$	تنش برشی معادل
h	شیب نرم‌شدگی	Λ	مدول حجمی
I	ماتریس همانی (تانسور واحد)	μ	مدول برشی
J	ماتریس ژاکوبین (دترمینان ماتریس گرادیان تغییر شکل)	ν	ضریب پواسون
K	تنش کیرشهف	ν	کسر حجمی مؤثر
k_B	ثابت بولتزمن	δ	دلتای کروئکر
L	تانسور گرادیان سرعت	θ	دمای مطلق
N	جهت جریان پلاستیک	μ_s	مدول الاستیک (یا مدول لاستیکی)
n	چگالی مؤثر زنجیره	λ_c	میانگین کشیدگی زنجیره
$P_2^2(\cdot)$	تابع تقریب مرتبه دو پد	$\dot{\lambda}_c$	مشتق زمانی میانگین کشیدگی زنجیره
R	ماتریس دوران	λ_{lock}	حد کشیدگی زنجیره
$\bar{S}_H$	استحکام برشی مستقل از دمای ماده	$\dot{\lambda}_{lock}$	مشتق زمانی حد کشیدگی زنجیره
S_H	استحکام برشی	$\lambda_{0,Lock}$	ثابت ماده
$\dot{S}_H$	مشتق زمانی استحکام برشی	$\lambda_{ss,Lock}$	ثابت ماده
$S_{ss,H}$	مقاومت برشی در حالت پایدار	$\mathcal{L}^{-1}(x)$	تابع لانگوین معکوس
$S_{0,H}$	مقاومت برشی اولیه	بالانویس	
T	تانسور تنش کوشی	e	بخش الاستیک
$\bar{\mathbf{T}}$	تانسور تنش انتقال‌یافته (تنش محرک)	P	بخش پلاستیک
$\bar{\mathbf{T}}'$	بخش انحرافی تانسور تنش انتقال‌یافته	trial	آزمایشی
T_m	دمای ذوب	زیرنویس	
T_g	دمای انتقال شیشه‌ای	H	مربوط به فاز سخت

Δt	گام زمانی	i, j, k, l	اندیس‌های آزاد
V و U	تانسور کشیدگی راست و چپ	n	شروع گام زمانی
$V(x)$	میدان سرعت مکانی	$n+1$	انتهای گام زمانی
W	بخش‌های نامتقارن تانسور گرادیان سرعت	S	مربوط به فاز نرم

۱. مقدمه

الاستومرهای گرمانرم^۱ مواد چندمنظوره‌ای هستند که به‌عنوان پلی میان لاستیک‌ها و پلاستیک‌ها توصیف شده‌اند [۱]. در این میان الاستومرهای گرمانرم پلی‌یورتانی^۲ دسته‌ی برجسته‌ای از مواد الاستومر گرمانرم هستند که در حدود سال ۱۹۶۰ به بازار عرضه شدند [۲]. TPU کوپلیمر خطی بلوک‌بندی شده‌ای است که از زنجیره‌های بلند و انعطاف‌پذیر پلی‌اتر یا پلی‌استر، به‌عنوان بخش نرم^۳ و زنجیره‌های کوتاه حاوی ایزوسیانات^۴ متصل به یک گسترش‌دهنده^۵ به‌عنوان بخش سخت^۶، تشکیل شده‌اند. به‌دلیل ناسازگاری ترمودینامیکی بین بخش‌های سخت (HS) و نرم (SS)، این بخش‌ها در دمای کمتر از دمای ذوب بخش‌های سخت، تمایل به جدایش و تشکیل یک سیستم دو فازی دارند. در این میان پیوندهای هیدروژنی بین واحدهای یورتان، موجب تجمع فاز سخت به‌صورت خوشه‌های کوچک با ابعاد نانومتری می‌شود [۳]. این خوشه‌ها که در دامنه‌ی فاز نرم پراکنده شده‌اند، نقش پیوندهای عرضی فیزیکی بین زنجیره‌های پلیمری را ایفا می‌کنند و نه تنها ساختار TPU را تقویت کرده، بلکه همانند پرکننده‌های سخت حجم قابل توجهی از ماده را اشغال می‌کنند [۴]. برخلاف الاستومرهای رایج که خاصیت کشسانی خود را از شبکه‌های بی‌شکل دارای پیوندهای عرضی^۷ شیمیایی دائمی کسب می‌کنند، در TPUها پیوندهای فیزیکی که نقش کلیدی در ایجاد ساختار ماده دارند، در اثر گرمایش یا حل شدن در حلال شکسته شده و باعث جاری شدن و بازفرآوری^۸ می‌شود [۵]. در شکل ۱ تصویر مفهومی از ریزساختار TPU با ساختار دوفازی شامل دامنه‌های بخش سخت بلورین، پراکنده شده بین زمینه‌ی نواحی دامنه فاز نرم بی‌شکل، نشان داده شده‌است. این آرایش به مواد TPU اجازه

می‌دهد تا ترکیبی از الاستیسیته و پلاستیسیته را از خود نشان دهند [۶]. دامنه‌های سخت که دارای کسر حجمی مؤثر v_H است، دارای دمای ذوب نهایی (T_m) در محدوده ۱۶۰ تا ۱۹۰ درجه سانتی‌گراد هستند و این ویژگی‌ها موجب ایجاد سفتی، سختی و مقاومت بالای TPUها می‌شود. بخش‌های نرم که دارای کسر حجمی مؤثر v_S است، دمای T_g در محدوده ۷۰- تا ۳۰- درجه سانتی‌گراد دارند که وظیفه‌ی کنترل رفتارهای دمای پایین TPUها مانند انعطاف‌پذیری و خواص الاستومری را بر عهده دارند. خواص فیزیکی به‌همراه تحولات حرارتی TPUهای مورد مطالعه در پژوهش حاضر، در مطالعه‌ی دیگری توسط احمدی و همکاران [۷] مورد بررسی قرار گرفته است. فرآیندپذیری و قابلیت بازفرآوری آسان به‌دلیل وجود پیوندهای عرضی فیزیکی در TPUها، آن‌را به رقیبی جدی برای جایگزینی با الاستومرها در بسیاری از کاربردهای صنعتی از جمله در خودروسازی تبدیل کرده‌است. علاوه بر این، این مواد خواص فیزیکی و مکانیکی مطلوب، مقاومت شیمیایی عالی و مقاومت سایشی بسیار بالایی دارند و معمولاً با خون و اغلب بافت‌های بدن نیز سازگار هستند [۳]. به‌طوری‌که به‌سرعت در زمینه‌های مهندسی و پزشکی مانند پوشش‌های چسبنده، فیلم‌های محافظ در برابر ضربه و حرارت، فیلم‌های مانع در برابر نفوذ آب و هوا، فیلم حرارتی برای لمینت کردن پارچه به فوم، فلز یا سایر بسترهای پلاستیکی، کابل‌های پزشکی، کامپوزیت‌های خود ترمیم‌شونده و مواد زیست-تخریب‌پذیر و زیست سازگار مورد استفاده قرار گرفته‌اند [۳، ۸]. در دهه‌ی گذشته، رفتارهای مکانیکی طیف گسترده‌ای از پلی‌یورتان‌ها و مشتقات آن به‌طور گسترده توسط محققان مختلفی مورد بررسی قرار گرفته‌است [۹-۱۳]. در این میان،



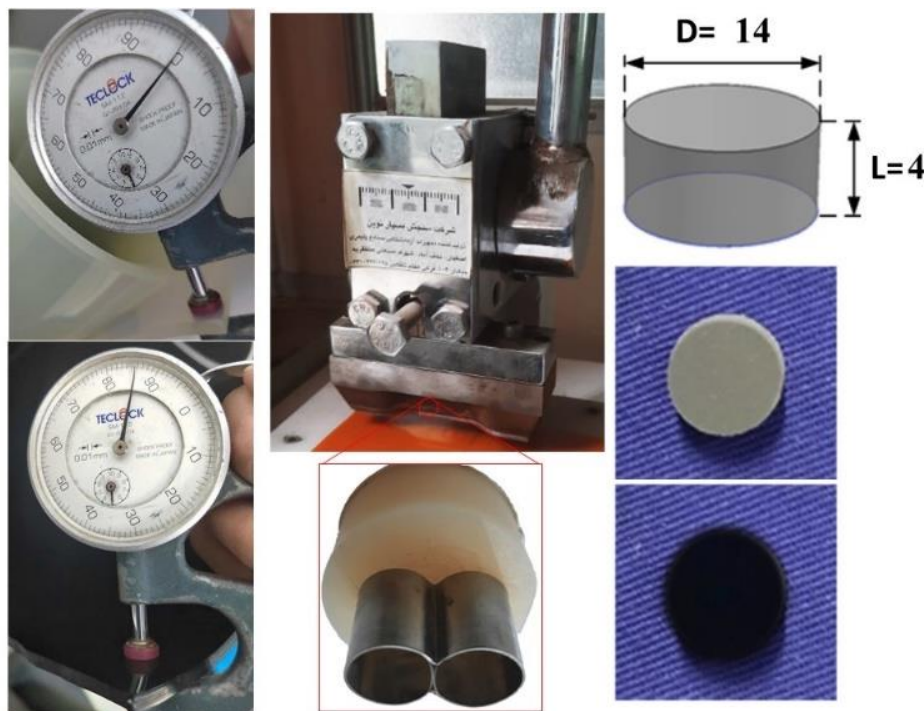
شکل ۱. تصویر مفهومی ریزساختار TPU

ارزیابی شد. این آزمایش‌ها بر روی نمونه‌ها تحت نرخ کرنش‌های مختلف (۰/۰۰۱ الی ۰/۳۳ بر ثانیه) در مطالعات بعدی و نتایج تجربی گزارش شده‌ی اخیر توسط موهوتی و همکاران [۲۸] نیز انجام شده است. شیم و موهر [۲۹]، یک مدل رفتاری با ساختار مکانیکی شامل دو عنصر ماکسول توسعه‌یافته، برای توصیف رفتار پلی‌اوره ارائه کردند که در آن رفتار لاستیکی نرم با عنصری فنر جنت و پاسخ وابسته به زمان ماده با معادلات ویسکوز غیرخطی مدل‌سازی شدند. نیکوکالام و همکاران [۳۰]، به‌طور جامع رفتار مکانیکی پلی‌یورتان گرماسخت بی‌شکل را بررسی کرده و یک مدل ماده‌ی نرم‌شونده‌ی ویسکوالاستیک-ویسکوپلاستیک تک‌محوره برای شبیه‌سازی پاسخ مشاهده شده توسعه دادند. بای و همکاران [۳۱]، با معرفی یک مدل رفتاری ترکیبی هایپر-ویسکوالاستیک با جداسازی رفتارهای وابسته به نرخ کرنش (ویسکوالاستیک) و مستقل از نرخ کرنش (هایپرلاستیک) برای پلی‌اوره پیشنهاد دادند. کی و بویس [۶]، مطالعه‌ی نظام‌مند روی رفتار تنش-کرنش در کرنش‌های بزرگ بر روی یک نوع TPU با درجه‌ی سختی ۹۲ شور A (مقیاس دورومتر) در نرخ کرنش‌های پایین انجام دادند و وابستگی زمانی و نرم‌شوندگی ناشی از کرنش را گزارش کردند. چو و همکاران [۱۸]، به بررسی رفتار مکانیکی

توجه مطالعات اخیر [۱۷-۱۴] بیشتر به ارزیابی تجربی رفتار تغییر شکل TPU معطوف بوده که این امر ناشی از کاربردهای متنوع این مواد است. در دهه‌های اخیر، با پیشرفت‌های چشم‌گیر در توان محاسباتی و استفاده از روش‌های عددی، مدل‌های ساختاری متعددی به‌منظور توصیف رفتار تغییر شکل‌های بزرگ در مواد پلیمری در متون علمی پیشنهاد شده‌اند که به‌طور خاص شامل مدل‌های ساده‌شده‌ی مکانیکی بوده که برای انواع گوناگون مواد پلیمری، از جمله پلیمرهای بی‌شکل شیشه‌ای^۹، پلیمرهای بلورین، الاستومرهای گرماسخت و الاستومرهای گرمانرم در شرایط تغییر شکل‌های بزرگ به‌کار گرفته شده‌اند [۲۶-۱۸]. در همین راستا عده‌ای از محققان تلاش کرده‌اند تا بر اساس مشاهدات تجربی و با توسعه مدل‌های عددی، به شبیه‌سازی رفتار الاستومرهای گرماسخت و الاستومرهای گرمانرم پلی‌یورتان با ساختار دوفازی بپردازند. به‌عنوان مثال سومارائنا و همکاران [۲۷]، چندین مدل ساختاری هایپر-ویسکوالاستیک برای نمونه‌های الاستومر گرماسخت پلی‌اوره تحت نرخ کرنش‌های مختلف، با اصلاح مدل‌های هایپر-لاستیک موجود و ترکیب آن‌ها با مدل‌های ویسکوپلاستیک موجود توسعه دادند. دقت این مدل‌ها در پیش‌بینی رفتار غیر خطی وابسته به نرخ با استفاده از نتایج تجربی

و TPU ها داشته‌اند، اما کمتر پژوهشی بر مبنای مدل پدیدارشناختی، به شناخت رفتار تغییر شکل ماندگار توأم با رفتار ویسکوز با تغییر شکل زیاد از طریق پیاده‌سازی عددی رفتار مکانیکی الاستومرهای گرمانرم پلی یورتان پایه پلی استری با درجه‌ی سختی مختلف که کاربرد بیشتری در صنعت و مخصوصاً تولید ورق‌های پلیمری مدول بالا دارد، پرداخته‌است. در مطالعه‌ی حاضر سعی شده است با ارتقای مدل‌های مکانیکی موجود ارائه شده برای الاستومرهای گرمانرم پایه پلی استر، یک مدل ساختاری بر پایه‌ی ریزساختار دوفازی TPU ارائه شود که قادر به توصیف دقیق رفتار الاستیک-ویسکوپلاستیک این ماده در تغییر شکل‌های بزرگ باشد. مدل ارائه شده در مقاله حاضر با بهره‌گیری از یک قانون تکاملی، آسیب ناشی از رفتار نرم شوندگی ماده در هر دو فاز را نیز شبیه‌سازی می‌کند و از طریق شناسایی پارامترهای ماده با استفاده از مجموعه‌ای از آزمون‌های تجربی، جزئیات پیاده‌سازی عددی آن را نیز مورد بررسی قرار می‌دهد. ساختار مدل پیشنهادی که برای تمام ترکیبات TPU مورد مطالعه در این مقاله یکسان و تنها با پارامترهای مادی متفاوت تعریف شده، بر پایه‌ی مدل کی-بویس [۶] توسعه‌یافته و بر مشارکت مؤثر هر دو فاز بنا شده‌است. به گونه‌ای که فاز نرم با استفاده از مدل هایپراالاستیک هشت زنجیره‌ای آرودا-بویس^{۱۳} و فاز سخت به صورت ترکیبی از یک فنر الاستیک خطی، میراگر ویسکوپلاستیک غیرخطی مدل ری-ایرینگ اصلاح شده^{۱۴} و یک عنصر اصطکاکی مدل‌سازی شده است. این مدل در نرم‌افزار تجاری اجزای محدود آباکوس^{۱۵} به روش حل گر صریح^{۱۶} از طریق زیربرنامه VUMAT پیاده‌سازی شده‌است و توانایی پیش‌بینی ویژگی‌های کلیدی رفتار غیرخطی TPU از جمله وابستگی به نرخ کرنش، نرم‌شوندگی تنش در بارگذاری‌های چرخه‌ای، تغییر شکل ماندگار یا دائمی، بازیابی شکل، پدیده هیستریزیس و اتلاف انرژی در شرایط بارگذاری یکنواخت و چرخه‌ای را داراست.

در کرنش‌های بزرگ، همراه با اتلاف انرژی و بازیابی شکل^{۱۰} بالا بر روی کوپلیمرهای بخش‌بندی شده، از جمله پلی‌یورتان‌ها و پلی‌یوریاها، پرداختند. یکی از دستاوردهای مهم این پژوهش، توسعه‌ی یک مدل رفتاری سببعیدی مبتنی بر ریزساختار بوده که قادر است رفتار وابسته‌ی به نرخ ماده را در گستره‌ی وسیعی از نرخ‌های کرنش (از 10^{-3} تا 10^3 بر ثانیه) با دقت بالایی شبیه‌سازی کند. چو و همکاران در مطالعه‌ی دیگر [۳۲] با انجام مطالعه‌ای تجربی و عددی، رفتار تغییر شکل نمونه‌های مختلف TPU پایه‌ی پلی اتری را با نسبت‌های متفاوت فاز سخت و نرم، به کمک ترکیب سیستماتیک آزمایش‌ها و مدل‌سازی عددی بررسی کردند. آن‌ها نشان دادند که تغییر شکل TPU ها تحت تأثیر ترکیبی از رفتارهای الاستیک، ویسکوز و پلاستیک قرار دارد، و این رفتارها را می‌توان با یک مدل هایپراالاستیک-ویسکوپلاستیک سببعیدی، به صورت عددی مدل‌سازی کرد. ایدریسا و همکاران [۳۳]، یک مدل رفتاری ترکیبی با لحاظ کردن ریزساختار و همچنین تحول آن (تبدیل فاز سخت به نرم در اثر تغییر شکل) برای TPU پیشنهاد دادند. وانگ و همکاران [۳۴]، بر اساس یک مدل ساده‌شده‌ی هایپراالاستیک و با تحلیل اجزای محدود، رفتار مکانیکی TPU در حالت کشش تک‌محوره را بررسی کردند. در مطالعه‌ی انجام شده توسط بارتولوم و همکاران [۳۵]، رفتار مکانیکی TPU ها با تمرکز بر جداسازی اثرات هایپراالاستیک و ویسکوالاستیک مورد بررسی قرار گرفت. آن‌ها با انجام آزمایش‌های کشش یکنواخت و برش خالص و تحلیل داده‌های بارگذاری-باربرداری رهایش از تنش^{۱۲}، یک مدل ویسکو-هایپراالاستیک وابسته به کرنش در نرم‌افزار آباکوس پیاده‌سازی کردند. ریز و همکاران [۳۶]، با استفاده از یک چارچوب^{۱۱} موازی رئولوژیکی، قابلیت مدل‌های رفتاری عملی و موجود برای شبیه‌سازی هم‌زمان رفتار TPU تحت بارگذاری‌های پیچیده‌ی کششی و فشاری را بررسی کردند. اگر چه مطالعات پیشین پیشرفت‌های قابل توجهی در زمینه توسعه مدل‌های عددی برای شناخت رفتار ویسکوالاستیک الاستومرهای گرماسخت دوفازی



شکل ۲. نمونه‌های استوانه‌ای برش خورده TPU از طریق قالب برش

۲. منحنی تنش-کرنش الاستومر گرمانرم پلی یورتان

۱.۲ توصیف مواد و روش‌های آزمایش

TPU با ساختار دو فازی، که در مطالعه‌ی حاضر مورد بررسی قرار گرفته است، کوپلمری است که در آن‌ها فاز سخت (HS) به‌طور مجزا از یکدیگر جدا شده و نواحی مجزایی در زمینه‌ی نرم (SS) تشکیل می‌دهند که از پلی‌ال‌های پلی‌استری ساخته شده‌اند. نمونه‌های TPU با درجه‌ی سختی ۸۵ و ۹۰ (دورومتر) که به‌ترتیب با TPUSHA85 و TPUSHA90 مشخص شده‌اند، به‌صورت ورق‌های اکستروود شده با ضخامت حدود ۴ میلی‌متر و به ابعاد ۳۰۰×۲۰۰ میلی‌متر از شرکت دانگ گوآن تکنولوژی^{۱۷} تأمین شدند [۳۷]. سپس مطابق شکل ۲، نمونه‌های استوانه‌ای شکل با قطر تقریبی ۱۴ میلی‌متر با استفاده از قالب برش از ورق‌های اولیه برش داده شدند. برخی مشخصات حرارتی و مکانیکی ورق‌های خریداری شده در جدول ۱ آورده شده است. شایان ذکر است که سختی و مدول الاستیسیته TPU معمولاً با افزایش میزان فاز سخت، افزایش می‌یابند [۳۸].

گام نخست در این راستا که در بخش دوم توضیح داده شده، دست‌یابی به درک بهتر از رفتار منحنی تنش-کرنش ماده از طریق بررسی آزمایشگاهی رفتار مکانیکی نمونه‌های TPU با مقدار محتوای فاز سخت متفاوت، طی بارگذاری- باربرداری تحت شرایط فشاری تک‌محوره، در نرخ کرنش‌های مختلف در شرایط هم‌دما است. در بخش سوم با ارائه مدل ساختاری، روابط سینماتیک آن و نحوه‌ی پیاده‌سازی عددی مدل در نرم افزار از طریق زیر روال VUMAT توصیف شده و در بخش چهارم توانایی مدل ساختاری در مدل‌سازی و پیش‌بینی رفتار تنش-کرنش TPU مورد ارزیابی قرار گرفته است. در بخش نتایج، ارتباط بین ویژگی‌های مختلف در مدل‌های ساختاری، ساختار پایه ترکیب و رفتار تغییر شکل مورد بحث قرار گرفته و با صحت‌سنجی مدل پیاده‌سازی با استفاده از آزمون‌های فشار تک محوره یکنواخت و چرخه‌ای در نرخ‌های کرنش‌های مختلف در شرایط هم‌دما، پیش‌بینی‌های رفتاری مدل با داده‌های تجربی برای سایر بارگذاری‌ها مقایسه و اعتبار سنجی شده است.

جدول ۱. برخی مشخصات مکانیکی و حرارتی مواد TPU خریداری شده از شرکت دانگ گوآن

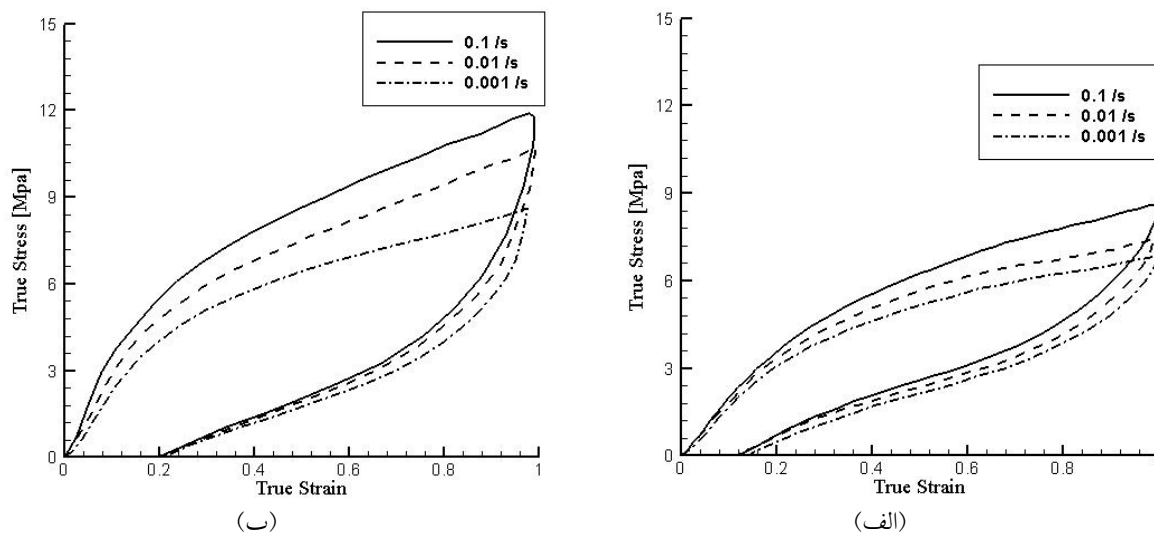
خواص	روش آزمون	واحد	TPU ShA85	TPU ShA90
مشخصه			پلی استر	پلی استر
ضخامت	Micrometer Techlock-SM-114	mm	4 ± 0.2	4 ± 0.2
سختی	ASTM-D2240	Shore A	۸۵	۹۰
چگالی	ASTM-D792	g/cm ³	۱/۱۹	۱/۱۹
استحکام کششی	ASTM 412	MPa	۲۴/۶	۴۳/۴
ازدیاد طول تا شکست	ASTM 412	%	۷۵۰	۷۵۰
استحکام پارگی	ASTM-D624	kgf/cm	۱۱۶/۵	۱۶۲/۵
دمای انتقال شیشه‌ای	DSC	(°C)	-۴۵/۶	-۳۸/۸
دمای انتقال شیشه‌ای	DMTA (1HZ)	(°C)	-۴۵	-۳۸/۵



شکل ۳. دستگاه آزمایش فشار تک‌محوره و تصویر نمونه‌های قرار داده شده بین دو فک

(۰/۲۸۶) در نظر گرفته شد [۲۶]. این نسبت به‌خوبی از وقوع کماتش موضعی در حین آزمون فشار جلوگیری می‌کند، اما باید دقت کرد که روان‌کاری مناسبی بین فک دستگاه و نمونه برقرار شود تا از ایجاد اثرات برشی و اصطکاکی اجتناب شود. مطابق شکل ۳، نمونه‌ها بین صفحات فولادی که به‌خوبی روغن‌کاری شده بودند، در دستگاه آزمایش Hounsfield مدل

با توجه به اینکه دو نمونه‌ی TPU استفاده شده در این مقاله دارای سختی متفاوتی هستند و از آنجا که سختی بالاتر، به‌طور کیفی، نشان‌دهنده‌ی محتوای بیشتر فاز سخت است، امکان بررسی تأثیر مقدار محتوای فاز سخت بر تغییر شکل این مواد را فراهم می‌کند. برای ایجاد یک حالت تغییر شکل یکنواخت و همگن، طی آزمون فشار تک‌محوره، نسبت ارتفاع به قطر نمونه بسیار کمتر از یک

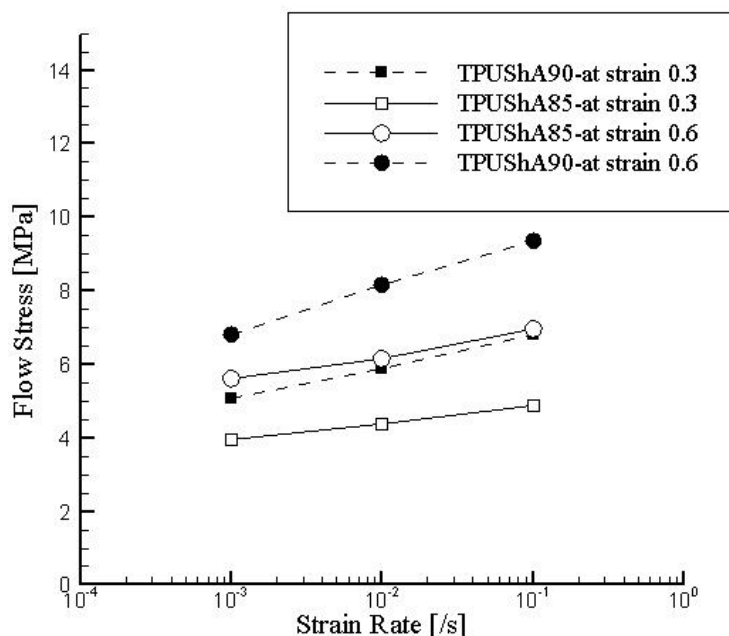


شکل ۴. منحنی تنش-کرنش حاصل از آزمون فشار تک محوره در بارگذاری-بربرداری در نرخ کرنش‌های مختلف برای نمونه‌های الاستومر گرمانرم پلی‌یورتان، الف) TPUSHA85 و ب) TPUSHA90

بلوری شدن ناشی از کرنش را یکی از عوامل ایجاد هیستریزیس در مواد الاستومری برشمرده است. با اندازه‌گیری ارتفاع نمونه‌ها پس از باربرداری، بازیابی شکل غیرالاستیک با گذشت زمان، به دلیل خاصیت ویسکوز، نیز رخ داد. این بازیابی شکل غیرالاستیک برای نمونه‌ی TPUSHA90 که دارای درصد بیشتر فاز سخت است، بیشتر بود. از برجسته‌ترین ویژگی‌های الاستیک و ویسکوپلاستیک که مشاهده شد، می‌توان به سختی اولیه، بروز رفتار شبه‌تسلیم، سخت‌شوندگی پس از تسلیم و اتلاف انرژی پلاستیک اشاره کرد، که به میزان قابل توجهی به نسبت فازهای سخت و نرم نمونه‌ها وابسته‌اند. نمونه‌های TPU پس از هر چرخه بارگذاری-بربرداری مقدار معینی تغییر شکل دائمی یا کرنش پسماند نشان دادند. مواد TPUSHA85 و TPUSHA90 پس از اعمال کرنش فشاری ۱/۰ به ترتیب کرنش پسماندی برابر ۱۶/۰ و ۲/۰ نشان می‌دهند که حتی تا چند هفته پس از پایان آزمایش هم به‌طور کامل بازیابی نشدند. رفتار غیرخطی در باربرداری TPUها در مقاله‌ی دیگری توسط احمدی و همکاران به‌طور کامل مورد ارزیابی قرار گرفته‌است [۷]. ارزیابی مشخصه‌های تنش-کرنش نشان داد که با افزایش میزان فاز سخت، تغییر شکل دائمی و همچنین اتلاف انرژی افزایش می‌یابد، که توسط کی-بویس [۶]

H25KS، مجهز به لودسل با ظرفیت ۲۵ کیلونیوتن، در دمای محیط (۲۳ درجه سانتی‌گراد) فشرده شدند و داده‌های نیرو-جابجایی تحت چرخه‌های بارگذاری و باربرداری و شرایط تغییر شکل مورد نظر با سه مرتبه تکرار، جمع‌آوری شدند و سپس منحنی تنش حقیقی در برابر کرنش حقیقی برای هر آزمایش ثبت شد. در این آزمایش‌ها از پروتکل‌های آزمایشگاهی پیروی شده که به‌طور گسترده برای شبیه‌سازی رفتارهای تغییر شکل بزرگ مواد پلیمری در کرنش‌ها و نرخ‌های کرنش مختلف در منابع متعدد استفاده شده‌اند [۳۲].

برای دستیابی به درک بیشتر رفتار مکانیکی و وابسته به زمان مواد الاستومر گرمانرم پلی‌یورتان، آزمایش‌های متعددی انجام شد. ابتدا رفتار نمونه‌های TPU به‌عنوان تابعی از نرخ کرنش تا حداکثر کرنش فشاری ۱/۰ بررسی شد. شکل ۴، منحنی‌های تنش-کرنش نمونه‌های TPUSHA85 و TPUSHA90 را تحت فشار تک‌محوره و در شرایط دمای محیط و در نرخ کرنش‌های مختلف نشان می‌دهد. تمامی نمونه‌ها در اثر کرنش فشاری از خود رفتارهای وابسته به نرخ کرنش و غیرخطی الاستیک-ویسکوپلاستیک را بروز دادند که شامل پدیده‌های هیستریزیس همراه با کرنش پسماند در هنگام باربرداری بود. ایندکوری [۳۹]



شکل ۵. وابستگی به نرخ کرنش در TPU ها در کرنش‌های حقیقی ۰/۳ و ۰/۶

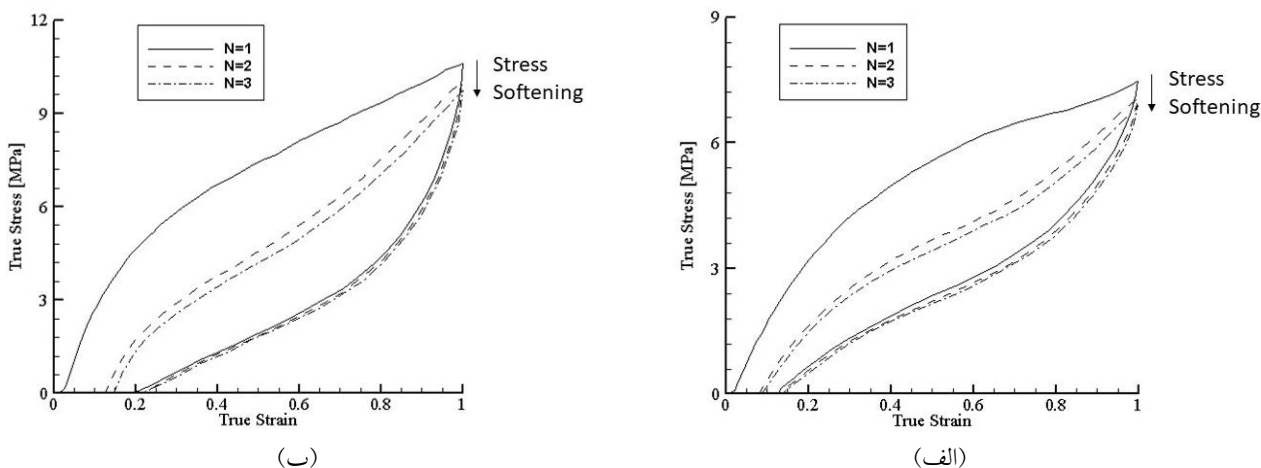
ناشی از سهم بیشتر مقاومت وابسته به زمان در ماده‌ای با درصد فاز سخت بیشتر، در نظر گرفت [۳۲].

۲.۲ نرم شوندگی تنش در TPU

با توجه به شکل ۶ که رفتارهای تنش-کرنش دو نمونه TPUSHA90 و TPUSHA85 را تحت شرایط تغییر شکل چرخه‌ای (بارگذاری-باربرداری) تا کرنش‌های حقیقی ۱/۰ و در نرخ کرنش ۰/۰۱ بر ثانیه نشان می‌دهد، چندین ویژگی قابل مشاهده است. نخست، در تمامی نمونه‌های TPU، منحنی‌های تنش-کرنش در چرخه‌های بعدی (چرخه‌های دوم، سوم) به‌طور قابل توجهی نرم‌تر شدند. پدیده‌ی نرم‌شوندگی تنش که در منحنی‌های تنش-کرنش ماده و پس از اولین بارگذاری در طی چرخه‌های بارگذاری مشاهده می‌شود، به‌طور گسترده‌ای در مواد الاستومری [۴۰] و الاستومرهای گرمانرم [۳۲] گزارش شده‌است. پدیده‌ی نرم‌شوندگی تنش^{۲۰} که به اثر مولینز^{۲۱} معروف است [۴۱]، به‌عنوان یک آسیب دائمی و ناپایدار، پیامد حاصل از تکامل ریزساختار به‌دلیل بازآرایی^{۲۲} و تغییر^{۲۳} تدریجی و تقریباً غیرقابل

نیز بدان اشاره شده‌است. رفتار تسلیم‌گونه‌ی غلتیده به پهلوی^{۱۸} که در هر دو نمونه حاکم است، با تغییر شیب منحنی قبل و بعد از ناحیه تسلیم قابل مشاهده است. مطابق شکل ۴، TPU سخت‌تر، رفتار تسلیم‌گونه یا نرم‌شدگی کرنشی^{۱۹} بارزتری از خود نشان می‌دهد. همان‌طور که در منحنی تنش-کرنش نمونه‌ی TPUSHA85 مشاهده می‌شود، در مقادیر کم‌تر فاز سخت، رفتار مکانیکی بیشتر ماهیت لاستیکی پیدا کرده، به‌طوری‌که میزان هیستریزس کاهش یافته و بازیابی شکل پس از باربرداری به‌میزان قابل توجهی افزایش می‌یابد.

مقادیر تنش جریان در کرنش‌های ۰/۳ و ۰/۶ که در شکل ۵ برای نمونه‌های TPUSHA85 و TPUSHA90 در نرخ‌های کرنش ۰/۰۰۱، ۰/۰۱ و ۰/۱ بر ثانیه نمایش داده شده، میزان حساسیت تنش جریان نسبت به نرخ کرنش را نشان می‌دهد. نتایج نشان می‌دهد که با افزایش کرنش، میزان حساسیت به نرخ کرنش از TPUSHA85 به TPUSHA90 بیشتر شده‌است. این بدان معنی است که با افزایش میزان بخش سخت، رفتار تنش-کرنش وابستگی بیشتری به نرخ کرنش نشان داده، که این امر را می‌توان



شکل ۶. رفتار منحنی تنش کرنش TPUها در چرخه‌های متعدد بارگذاری-باربرداری و بروز پدیده‌ی نرم‌شوندگی تنش برای
الف) TPUSHA85 و ب) TPUSHA90

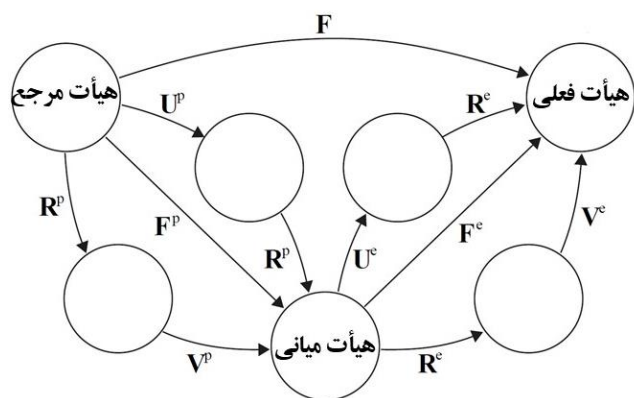
کرنش، نرم‌شوندگی تنش (اثر مولینز)، تغییر شکل دائمی و هیستریزیس است. برای توصیف دقیق این رفتار، مدل ساختاری پیشنهادی بر مبنای ترکیب دو مؤلفه مستقل بنا شده است: ۱- مؤلفه تعادلی: این بخش رفتار مستقل از زمان ماده را توصیف کرده و نمایانگر پاسخ غیر اتلافی و الاستیک TPU در شرایطی است که ماده زمان کافی برای تطبیق ساختار داخلی خود داشته باشد. تغییر آرایش زنجیره‌های مولکولی در فاز نرم بی‌شکل عامل اصلی این پاسخ است. هنگام اعمال نیرو، زنجیره‌های مولکولی از حالت درهم تنیدگی خارج شده و در راستای نیروی اعمالی مرتب‌تر می‌شوند. این فرآیند منجر به تغییرات آنتروپی و تولید نیروی بازگرداننده می‌شود که پایه رفتار الاستیک ماده را تشکیل می‌دهد. این مؤلفه به عنوان ستون فقرات رفتار مکانیکی TPU در نظر گرفته می‌شود. ۲- مؤلفه الاستیک-ویسکوپلاستیک: این بخش، انحراف وابسته به زمان از مسیر تعادلی را توصیف می‌کند و ناشی از تغییرات در فاز سخت کریستالی TPU است. فاز سخت به عنوان عامل تقویت‌کننده عمل کرده و تحت تأثیر لغزش پلاستیک، شکست پیوندهای هیدروژنی و اصطکاک داخلی، انرژی ذخیره شده را به مرور آزاد می‌کند و منجر به کاهش تنش در طول زمان می‌شود. در مدل‌سازی، تمام فرآیندهای اتلاف انرژی برگشت‌ناپذیر، در یک عنصر ویسکوپلاستیک تجمیع شده

بازگشت شبکه‌های مولکولی در طول تغییر شکل در نظر گرفته شده است [۴۲]. در مورد پلی‌یورتان‌ها و دیگر مشتقات شیمیایی آن، عامل اصلی نرم‌شوندگی تنش ناشی از تغییر شکل، به گسست ریزساختار و در پی آن بازآرایی برگشت‌ناپذیر شبکه زنجیره‌های درشت مولکولی به خصوص در بخش‌های فاز سخت و پیوندهای بین ماتریس و زنجیره‌ها نسبت داده شده است [۴۳-۴۷]. با اندازه‌گیری مقدار چگالی اتلاف انرژی^{۲۴} که از انتگرال‌گیری از حلقه هیستریزیس بدست می‌آید، چگالی اتلاف انرژی از چرخه دوم به بعد نسبت به چرخه‌های اول کاهش چشم‌گیری داشته است. اگر چه مقدار نرم‌شوندگی تنش از چرخه‌ی اول به بعد زیاد نیست، اما یک منبع اصلی دیگر برای اتلاف انرژی در چرخه‌های بعدی محسوب می‌شود که به همراه جریان ویسکوپلاستیک، به اتلاف انرژی قابل توجه در مواد TPU کمک می‌کند [۳۲].

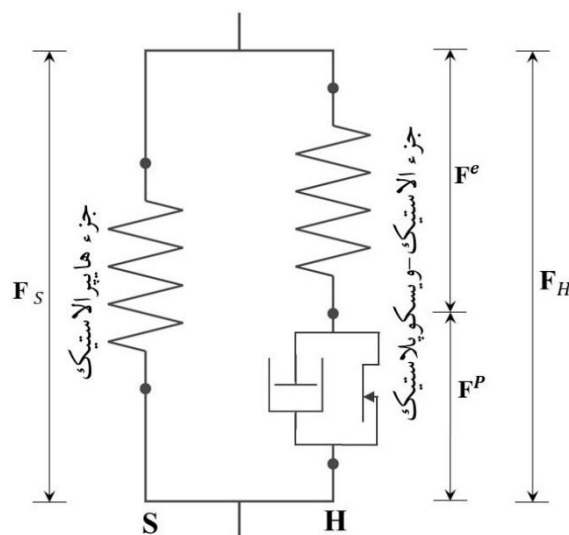
۳. معادلات ساختاری حاکم

۱.۳ توصیف مدل مادی (مدل‌سازی و پیش‌بینی رفتار ماده)

TPU به دلیل ساختار دو فازی خود، رفتاری پیچیده و وابسته به تاریخچه‌ی تغییر شکل دارد. ویژگی‌های کلیدی این ماده شامل الاستیسیته غیرخطی در کرنش‌های بزرگ، وابستگی به نرخ



(ب)



(الف)

شکل ۷. (الف) مدل مکانیکی برای دامنه‌های فاز سخت (H) و فاز نرم (S) ماده، (ب) تجزیه‌ی سینماتیکی در ویسکوپلاستیسیته [۳۰]

شبکه‌ی فاز نرم (با ساختار بی‌شکل) به‌صورت موازی با مقاومت شبکه‌ی فاز سخت (با ساختار بلورین) عمل می‌کند. بنابراین همان‌طور که در شکل ۷ نشان داده شده، یک مدل مکانیکی ساده شده‌ی یک بعدی، مقاومت‌ها به‌صورت دو جزء مکانیکی موازی در نظر گرفته شده‌اند که به‌طور هم‌زمان تحت کرنش یکسان قرار دارند. جزء تعادلی که با برچسب S مشخص شده شامل یک فنر هایپرالاستیک بوده که ناشی از جهت‌گیری زنجیره‌های مولکولی در فاز نرم است. این جزء مسئول خاصیت الاستیک بالا و بازیابی تغییر شکل در مقیاس بزرگ است. بخش الاستیک-ویسکوپلاستیک که با برچسب H مشخص شده، مسئول تغییرات وابسته به زمان در رفتار فاز سخت ماده است و از دو عنصر، شامل فنر الاستیک خطی متأثر از تغییر انرژی داخلی ماده و یک میراگر غیرخطی ویسکوپلاستیک مدل ری-ایرینگ اصلاح شده است که برای توصیف رفتار رئولوژیکی ماده در شرایطی که تغییر شکل‌های پلاستیک و ویسکوز به‌صورت هم‌زمان رخ می‌دهند، طراحی شده‌است [۴۸ و ۴۹]. مطابق شکل ۷ به‌منظور درک بهتر از یک عنصر میراگر ویسکوپلاستیک، در مدل، یک عنصر اصطکاکی با میراگر ویسکوز به‌صورت موازی قرار داده شده است. عنصر اصطکاکی به‌منظور در نظر گرفتن رفتار تسلیم‌گونه‌ی

و به فاز سخت نسبت داده می‌شود. درحالی‌که فاز نرم تنها به‌عنوان یک بخش الاستیک برگشت‌پذیر در نظر گرفته می‌شود. این تفکیک، امکان شبیه‌سازی جداگانه‌ی تأثیرات ویسکوز و تغییرشکل دائمی TPU در تنش صفر را فراهم می‌کند. مدل ساختاری ارائه شده که برای تمام TPUهای مورد مطالعه در این مقاله یکسان است، توسعه‌یافته از مدل کی-بویس [۶] بوده و بر پایه‌ی مشارکت مؤثر هر دو فاز سخت و نرم برای ترکیب خواص الاستیک و غیرالاستیک بنا شده‌است. اغلب بارگذاری‌های کاربردی با سرعتی انجام می‌شود که زمان لازم برای دفع حرارت تولید شده از تحولات گرمازا مانند تغییر شکل پلاستیک وجود دارد. برای چنین شرایطی، دما در طول فرآیند تغییر شکل مساوی با دمای محیط فرض شده و تأثیر تغییرات دمایی بر رفتار مکانیکی TPU در نظر گرفته نشده است. بدیهی است در کاربردهای خاص باید به اثر تغییرات دما توجه کرد. از طرف دیگر، برخلاف مدل‌های ساده شده که بر میانگین‌گیری حجمی از خواص مکانیکی فازها متکی هستند، در مدل حاضر سهم واقعی هر فاز در پاسخ مکانیکی ماده به‌طور مستقل در نظر گرفته می‌شود و مقادیر پارامترها و ثوابت مادی برای هر ترکیب به‌طور جداگانه تنظیم می‌شوند. در این‌صورت فرض بر این است که مقاومت

$$\mathbf{L} = \mathbf{L}_H^e + \dot{\mathbf{L}}_H^p \quad (6)$$

که در آن $\mathbf{L}_H^e$ و $\dot{\mathbf{L}}_H^p$ طبق روابط (۷) و (۸) تعریف می‌شوند.

$$\mathbf{L}_H^e = \dot{\mathbf{F}}_H^e \mathbf{F}_H^{e-1} \quad (7)$$

$$\dot{\mathbf{L}}_H^p = \dot{\mathbf{F}}_H^p \mathbf{L}_H^p \mathbf{F}_H^{p-1} \quad (8)$$

گرادیان سرعت پلاستیک در هیأت میانی ($\mathbf{L}_H^p$) را می‌توان به صورت رابطه (۹) تجزیه کرد:

$$\mathbf{L}_H^p = \dot{\mathbf{F}}_H^p \mathbf{F}_H^{p-1} = \mathbf{D}_H^p + \mathbf{W}_H^p \quad (9)$$

که در آن $\mathbf{D}_H^p$ بخش متقارن تانسور گرادیان سرعت یا نرخ تغییر شکل پلاستیک و $\mathbf{W}_H^p$ بخش نامتقارن تانسور گرادیان سرعت در پیکربندی رها شده (یا هیأت میانی) هستند. جریان پلاستیک به صورت غیرچرخشی در نظر گرفته می‌شود، به‌طوری‌که بدون از دست دادن کلیت مسئله می‌توان فرض کرد، $\mathbf{W}_H^p = 0$ و [۵۲].

• بخش الاستیک-ویسکوپلاستیک

پلیمرها و مخصوصاً TPU در دمای محیط، تغییر شکل‌های بزرگ را تجربه می‌کنند. به‌همین دلیل ϵ که برای اندازه‌گیری کرنش‌های کوچک است، باید با تانسور کرنش ϵ^e یا لگاریتمی ($\mathbf{E}^e$) جایگزین شود. از طرفی تانسور تنش در رابطه‌ی قانون هوک ($\sigma = \mathbf{L} \epsilon$)، باید با تانسور تنش کیرشهف τ جایگزین شود. رابطه‌ی بین تنش کیرشهف ($\mathbf{K}$) و تنش کوشی ($\mathbf{T}$) به صورت $\mathbf{K} = \mathbf{J}^e \mathbf{T}$ بیان می‌شود. بنابراین قانون هوک اصلاح شده برای تغییرشکل‌های بزرگ به‌صورت رابطه‌ی (۱۰) تعریف می‌شود [۵۳]:

$$\mathbf{K} = \mathbf{L}[\mathbf{E}^e] \quad (10)$$

که در آن $\mathbf{L}$ تانسور الاستیسیته مرتبه چهارم است که به‌صورت رابطه (۱۱) تعریف می‌شود.

$$\mathcal{L}_{ijkl} = \Lambda \delta_{ij} \delta_{kl} + \mu (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}) \quad (11)$$

ضرایب Λ و μ در رابطه‌ی فوق ضرایب لامه هستند و به‌ترتیب مدول حجمی و مدول برشی نامیده می‌شوند. در این صورت تنش کوشی در بخش الاستیک-ویسکوپلاستیک مربوط به فاز سخت ($\mathbf{T}_H$) از رابطه (۱۲) بدست می‌آید [۵۳].

ماده در نظر گرفته می‌شود. به این ترتیب، گرادیان‌های تغییرشکل در هر دو شبکه فاز نرم ($\mathbf{F}_S$) و فاز سخت ($\mathbf{F}_H$)، برابر با گرادیان تغییر شکل ماکروسکوپی کل ($\mathbf{F}$) هستند.

$$\mathbf{F}_S = \mathbf{F}_H = \mathbf{F} \quad (1)$$

در رابطه (۱) تانسور گرادیان تغییر شکل کل به‌صورت $\mathbf{F} \equiv \nabla \mathbf{x} = \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{X}}$ تعریف شده که در آن یک نقطه مادی را از هیأت مرجع ($\mathbf{X}$) به هیأت فعلی (فضای تغییرشکل‌یافته) ($\mathbf{x}$) نگاشت می‌کند. $\mathbf{F}_S$ تانسورگرادیان تغییر شکلی است که بر شبکه‌ی هایپرالاستیک اعمال می‌شود و $\mathbf{F}_H$ تانسور گرادیان تغییر شکلی است که بر مؤلفه ویسکوپلاستیک اعمال می‌شود. بر این اساس تنش کوشی کل ($\mathbf{T}$) در مدل به‌صورت مجموع تانسوری دو مؤلفه‌ی $\mathbf{T}_S$ (تنش کوشی ناشی از رفتار هایپرالاستیک فاز نرم) و $\mathbf{T}_H$ (مؤلفه‌ی تنش کوشی ناشی از رفتار ویسکوپلاستیک-الاستیک فاز سخت) به‌صورت رابطه (۲) بیان می‌شود:

$$\mathbf{T} = \mathbf{T}_S + \mathbf{T}_H \quad (2)$$

۱.۱.۳ سینماتیک تغییر شکل

بر اساس روش تجزیه کروئر-لی^{۲۵} [۵۰]، می‌توان گرادیان تغییرشکل فاز سخت را به‌صورت حاصل‌ضربی به اجزای الاستیک ($\mathbf{F}_H^e$) و پلاستیک ($\mathbf{F}_H^p$)، به‌صورت رابطه‌ی (۳) تجزیه کرد. گرادیان سرعت ($\mathbf{L}$) به‌صورت رابطه‌ی (۴) توصیف می‌شود.

$$\mathbf{F}_H = \mathbf{F}_H^e \mathbf{F}_H^p \quad (3)$$

$$\mathbf{L} \equiv \text{grad } \mathbf{V} = \dot{\mathbf{F}} \mathbf{F}^{-1} \quad (4)$$

که در آن $\mathbf{V}(\mathbf{x})$ میدان سرعت مکانی است و $\text{grad}(\cdot)$ گرادیان نسبت به پیکربندی تغییرشکل‌یافته را نشان می‌دهد. با استفاده از تجزیه‌ی ضربی الاستیک-پلاستیک گرادیان تغییر شکل و مشتقات زمانی آن، گرادیان سرعت را می‌توان به‌صورت رابطه‌ی (۵) بیان کرد.

$$\mathbf{L} \equiv \dot{\mathbf{F}} \mathbf{F}^{-1} = \dot{\mathbf{F}}_H \mathbf{F}_H^{-1} = \dot{\mathbf{F}}_H^e \mathbf{F}_H^{e-1} + \mathbf{F}_H^e \dot{\mathbf{F}}_H^p \mathbf{F}_H^{p-1} \mathbf{F}_H^{e-1} \quad (5)$$

در رابطه‌ی (۶)، گرادیان سرعت ($\mathbf{L}$) به‌صورت حاصل‌جمع گرادیان‌های سرعت الاستیک ($\mathbf{L}_H^e$) و گرادیان سرعت پلاستیک ($\dot{\mathbf{L}}_H^p$) تعریف می‌شود:

یا تنش محرک جریان پلاستیک^{۳۴} نرمال سازی شده است. در اینجا، جریان پلاستیک با بخش انحرافی تانسور تنش محرک از نظر بردارهای ویژه هم جهت در نظر گرفته می شود. در رابطه ی فوق، $\dot{\gamma}_H^p$ نرخ کرنش برشی پلاستیک است و بر اساس مدل ویسکوپلاستیک اصلاح شده ی ری-ایرینگ اصلاح شده به صورت رابطه ی (۱۶) بیان می شود [۴۸، ۴۹].

$$\dot{\gamma}_H^p = \dot{\gamma}_0 \exp\left(-\frac{\Delta G}{k_B \theta}\right) \sinh\left(\frac{\Delta G}{k_B \theta} \cdot \frac{\bar{\tau}}{\bar{S}_H}\right) \quad (۱۶)$$

در این رابطه ΔG انرژی آزاد فعال سازی مرجع برای جریان ویسکوپلاستیک و $\dot{\gamma}_0$ نرخ کرنش ویسکوپلاستیک مرجع است. $\bar{S}_H$ استحکام برشی مستقل از دمای ماده^{۳۵} و بیان گر مقاومت داخلی ماده در برابر تغییر شکل برشی است. در این مطالعه از اثر حساسیت استحکام به فشار در جریان پلاستیک صرف نظر می شود [۳۲]. θ دمای مطلق است که در این مطالعه شرایط هم دما در نظر گرفته شده و مقدار آن ۲۹۵ درجه کلوین (دمای اتاق) فرض شده است. $\bar{\tau}$ نیز تنش برشی معادل است که از بخش انحرافی تانسور تنش انتقال یافته ($\bar{T}_H'$) محاسبه و مقدار آن به صورت رابطه (۱۷) تعریف می شود:

$$\bar{\tau} = \sqrt{\frac{1}{2} \bar{T}_H' : \bar{T}_H'} \quad (۱۷)$$

• بخش هایپر الاستیک

در مواد الاستومر گرمانرم پلی یورتان، عدم تقارن در رفتارهای کششی و فشاری در کرنش های بزرگ مشاهده می شود که نتیجه جهت گیری و هم راستایی مولکول های زنجیره ای در هنگام تغییر شکل است [۱۸]. علاوه بر این، یک افزایش تنش در کرنش های بسیار بزرگ گزارش شده است که به قابلیت گسترش محدود زنجیره ها نسبت داده شده است. بنابراین تنش کوشی الاستیک در شبکه فاز نرم (T_S) بر اساس مدل هایپر الاستیک هشت زنجیره ای ارائه شده توسط آرودا-بویس که برای توصیف تغییر شکل شبکه بلورین، شامل کشیدگی و چرخش شبکه پلیمری استفاده می شود [۱۸ و ۵۶]، به صورت رابطه (۱۸) بیان می شود.

$$T_S = \frac{\mu_S \sqrt{N}}{3J_S \lambda_c} \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{\lambda_c}{\sqrt{N}}\right) \bar{B}'_s \quad (۱۸)$$

$$T_H = \frac{1}{J_H^e} [\Lambda \text{tr}(E^e) I + \mu E^e] \quad (۱۲)$$

در رابطه ی (۱۲)، $J_H^e = \det[F_H^e]$ و $E^e = \text{Ln}(U_H^e) = \text{Ln}(\sqrt{B_H^e})$ که در آن $B_H^e = F_H^e F_H^{eT}$ مقدار E^e با استفاده از تابع تقریب مرتبه دو پد^{۳۸} به صورت $P_2^2(\text{Ln}\sqrt{x}) = \frac{3(x+3)(x-3)}{(2(x^2+4x)+1)}$ در این مدل رفتاری، تمام پاسخ های مربوط به تغییر حجم (یعنی هر تغییری که با مدول حجمی کنترل می شود) به طور کامل در بخش الاستیک-ویسکوپلاستیک گنجانده شده است. به این معنا که بخش هایپر الاستیک هیچ پاسخ حجمی ای را در بر نمی گیرد و فقط مسئول پاسخ برشی (یعنی تغییر شکل هایی که بدون تغییر حجم رخ می دهند) است. برای تعیین تانسور تنش محرک جریان پلاستیک یک تنش باز تعریف شده در یک هیأت میانی استفاده می شود. این تنش ($\bar{T}_H$) که برای مدل سازی جریان پلاستیک استفاده می شود، تنش انتقال یافته^{۳۹} یا تنش مندل مقارن^{۴۰} نیز نامیده می شود و به صورت رابطه (۱۳) از طریق تبدیل تانسور تنش کوشی (T_H) به هیأت میانی بدست می آید [۳۲].

$$\bar{T}_H = J_H R_H^{eT} T_H R_H^e \quad (۱۳)$$

در اینجا ماتریس دوران الاستیک است، به طوری که $R_H^e U_H^e = V_H^e R_H^e$ که در آن، U_H^e و V_H^e به ترتیب تانسور کشیدگی راست و چپ الاستیک هستند که از تجزیه قطبی به دست می آیند. پس از تعیین کرنش پلاستیک با استفاده از یک مدل ساختاری مناسب، می توان تانسور نرخ تغییر شکل پلاستیک ($\dot{F}_H^p$) را به کمک رابطه ی (۱۴) به صورت عددی انتگرال گیری کرده و سپس به کمک تجزیه ضربی^{۴۱} ارائه شده در معادله (۳)، تانسور گرادیان تغییر شکل الاستیک، F_H^e را محاسبه نمود. نرخ تغییر شکل پلاستیک، D_H^p ، از طریق قانون جریان^{۴۲} با استفاده از رابطه ی (۱۵) بدست می آید [۵۵].

$$\dot{F}_H^p = D_H^p F_H^p \quad (۱۴)$$

$$D_H^p = \frac{\dot{\gamma}_H^p}{\sqrt{2}} N_H^p \quad (۱۵)$$

جهت جریان پلاستیک^{۴۳} که به صورت رابطه ی $N_H^p = \frac{\bar{T}_H'}{|\bar{T}_H'|}$ تعریف می شود، با اندازه ی بخش انحرافی تانسور تنش انتقال یافته

$\mu_S N(t) = nk_B \theta$ می‌شود. به همین منظور از رابطه‌ی $\mu_{0,S} N_0 = \text{Constant}$ به عنوان یک شرط برای مدول الاستیک شبکه و تعداد بخش‌های مؤثر فاز نرم استفاده می‌شود [۳۲]. به عنوان گام بعدی برای مدل‌سازی رفتار آسیب حاصل از نرم‌شوندگی که به طور تجربی در چرخه‌های بارگذاری مجدد مشاهده شده، قانون تکاملی پدیده شناختی طبق رابطه (۲۰) در نواحی سخت TPU برای شبیه‌سازی رفتار پلاستیکی نرم‌شده پیشنهاد می‌شود [۶۰ و ۲۱]:

$$\dot{S}_H = h \left(1 - \frac{S_H}{S_{ss,H}} \right) \dot{\gamma}_H^p \quad (20)$$

$$S_{0,H} = \frac{0.077\mu}{1-\nu} \quad (21)$$

در اینجا، $S_{ss,H}$ نشان‌دهنده مقاومت برشی در حالت پایدار و h شیب نرم‌شدگی و $S_{0,H}$ مقاومت برشی اولیه است. ضریب پواسون (ν) برای TPU در محدوده‌ی ۰/۴۷ تا ۰/۴۹ انتخاب شده‌است [۳۲].

پارامترهای مورد استفاده در مدل رفتاری ماده در جدول ۲ خلاصه شده‌است. حدس اولیه‌ای که برای برخی از پارامترها از جمله ثوابت بکار رفته در مدل هایپرلاستیک فاز نرم و بخش الاستیک-ویسکوپلاستیک فاز سخت در نظر گرفته شده، بر اساس مقادیر پایینی و بالایی پارامترهای استفاده شده در مدل کی-بویس [۵] و مدل چو [۳۲] تخمین زده شده‌اند، که سرانجام به روش کم‌ترین مربعات، با استفاده از مقایسه‌ی نتایج شبیه‌سازی با نتایج تجربی و با هدف کمینه‌سازی خطا بین داده‌های آزمایش و مدل‌سازی، به نحوی اصلاح و تنظیم شده‌اند تا تطابق بهتری بین مدل و داده‌های واقعی حاصل شود. از طرفی پارامترهایی نظیر انرژی آزاد فعال‌سازی مرجع (ΔG) و نرخ کرنش ویسکوپلاستیک مرجع ($\dot{\gamma}_0$)، با استفاده از برازش کمترین مربعات داده‌های تنش تسلیم برشی به صورت $\tau = \frac{1}{\sqrt{3}} \sigma_{uniaxial}$ برحسب نرخ کرنش برشی به صورت $\dot{\gamma} = \sqrt{3} \dot{\epsilon}$ شناسایی و تعیین شده‌اند که از روش‌های مبتنی بر قواعد استاندارد تعیین پارامترهای ماده در پلیمرهای شیشه‌ای و نیمه‌بلورین [۲۹-۲۶، ۳۱، ۴۹ و ۵۰]، پلیمرهای لاستیکی [۳۸ و ۴۷] و پلیمرهای الاستومری وابسته به نرخ [۱۱، ۱۲، ۱۴، ۱۵ و ۵۱]، پیروی می‌کند.

در اینجا μ_S مدول الاستیک (یا مدول لاستیکی)، $J_S = \det(\mathbf{F}_S)$ نشان‌دهنده تغییر حجم نسبی است که برابر با تغییر حجم نسبی بخش الاستیک در مکانیزم الاستیک-ویسکوپلاستیک است. همچنین $\bar{\mathbf{B}}_S = \bar{\mathbf{F}}_S \bar{\mathbf{F}}_S^T$ ، تانسور گرین-کوشی چپ، $\bar{\mathbf{F}}_S = J_S^{-1/3} \mathbf{F}_S$ ماتریس گرادین تغییر شکل ایزوکوریک در مکانیزم شبکه، مقدار $\lambda_c = \sqrt{\frac{1}{3} \text{tr}(\bar{\mathbf{B}}_S)}$ میانگین کشیدگی زنجیره، $\sqrt{N} \equiv \lambda_{lock}$ حد نهایی کشیدگی زنجیره^{۳۶} و $\mathcal{L}^{-1}(x)$ تابع لانگوین معکوس^{۳۷} است که به صورت $\mathcal{L}(x) = \text{Coth}(x) - \frac{1}{x}$ داده شده و با استفاده از تقریب پد به صورت $\mathcal{L}^{-1}(x) = x(3-x^2)/(1-x^2)$ محاسبه می‌شود [۵۷].

۲.۱.۳ مدل‌سازی رفتار نرم‌شوندگی TPU

همان‌طور که در اندازه‌گیری‌های SAXS توسط رینالدی و همکارانش [۴۳] مشاهده می‌شود، شکست میکروساختاری که در طول تغییر شکل اتفاق می‌افتد، ساختار دامنه‌ی فاز سخت را که به طور قابل توجهی نرم شده‌است، فراهم می‌کند و منجر به اتلاف انرژی زیاد می‌شود. آسیب غیرقابل برگشت تجمع‌های دامنه‌های سخت که در اندازه‌گیری‌های SAXS در طول بارگذاری رصد می‌شود، منجر به ساختاری می‌شود که در آن با تبدیل نواحی سخت به نواحی نرم، رفتار نرم‌تری را در طول بارگذاری مجدد نشان می‌دهد. بر اساس مشاهدات، در پژوهش حاضر، یک معادله‌ی تکاملی پدیده شناختی برای حد نهایی کشیدگی زنجیره $\lambda_{lock}(t) \equiv \sqrt{N(t)}$ به صورت رابطه‌ی (۱۹) استفاده شده تا آسیب حاصل از نرم‌شدگی در ساختارهای شبکه‌ای، تحت شرایط هم‌دما در طول تغییر شکل را مدل‌سازی کند [۵۸ و ۵۹].

$$\dot{\lambda}_{lock} = A \cdot \left(1 - \frac{\lambda_{0,Lock}}{\lambda_{ss,Lock}} \right) \cdot \frac{\lambda_{ss,Lock}^2 - \lambda_{ss,Lock}}{(\lambda_{ss,Lock} - \lambda_c)^2} \cdot \lambda_c \quad (19)$$

با پیشروی تغییر شکل و در پی آن فروپاشی شبکه، می‌توان این‌طور تفسیر کرد که حد نهایی کشیدگی زنجیره ($\sqrt{N}$) بر اثر افزایش تعداد بخش‌های مؤثر فاز نرم، افزایش می‌یابد. بنابراین بر اساس اصل پایستگی جرم، چگالی مؤثر زنجیره‌ها (n) به طور طبیعی کاهش می‌یابد، که منجر به کاهش مدول الاستیک ($\mu_S =$

جدول ۲. پارامترهای ماده مورد استفاده در مدل مادی TPUها

تنش کل		بخش الاستیک-ویسکوپلاستیک (فاز سخت H)	پارامترها	TPUShA85	TPUShA90
T = T _H + T _S	پاسخ غیر تعادلی رفتار تنش- کرنش	$T_H = \frac{1}{J_H} [\Lambda \operatorname{tr}(\mathbf{E}^e) \mathbf{I} + \mu \mathbf{E}^e]$ $\dot{\gamma}_H^P = \dot{\gamma}_0 \exp\left(-\frac{\Delta G}{k_B \theta}\right) \operatorname{Sinh}\left(\frac{\Delta G}{k_B \theta} \cdot \frac{\bar{\tau}}{S_H}\right)$ $\dot{S}_H = h\left(1 - \frac{S_H}{S_{ss,H}}\right) \dot{\gamma}_H^P$	Λ [MPa]	۴۴۰	۶۸۰
			μ [MPa]	۳/۸	۱۲/۴
			$\dot{\gamma}_0$ [S ⁻¹]	۰/۰۲۸	۰/۰۲۸
			$\Delta G \times 10^{20}$ [J]	۲/۹	۲/۹
			$k_B \times 10^{23}$ [J/K]	۱/۳۸	۱/۳۸
	شبکه‌ی هاپیرالاستیک (فاز نرم S)		h [MPa]	۱۰/۰	۱۲/۰
			$S_{ss,H}$ [MPa]	۱/۰ S _{0,H}	۰/۸ S _{0,H}
			پارامترها	TPUShA85	TPUShA90
			$\mu_{0,S}$ [MPa]	۵/۳۵	۹/۷۵
			$\lambda_{0,lock} \equiv \sqrt{N_0}$	$\sqrt{8.0}$	$\sqrt{7.0}$
پاسخ تعادلی رفتار تنش کرنش	$T_S = \frac{\mu_S \sqrt{N}}{3J_S \lambda_c} \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{\lambda_c}{\sqrt{N}}\right) \bar{\mathbf{B}}'_S$ $\dot{\lambda}_{lock} = A \cdot \left(1 - \frac{\lambda_{0,Lock}}{\lambda_{ss,Lock}}\right) \cdot \frac{\lambda_{ss,Lock}^2 - \lambda_{ss,Lock}}{(\lambda_{ss,Lock} - \lambda_c)^2} \cdot \dot{\lambda}_c$	$\lambda_{ss,Lock}$	۱/۴۵ λ _{0,Lock}	۱/۵ λ _{0,Lock}	
		A	۹/۰	۹/۰	

در زیربرنامه، به ترتیب در گام زمانی t و $t + \Delta t$ است. بنابراین در ابتدای هر گام زمانی، گرادیان تغییر شکل کل ($\mathbf{F}_n$) و پارامتر نرم‌شدگی (S_H)_n به عنوان اطلاعات مورد نیاز داده شده‌است. هدف از استفاده از VUMAT به‌روزرسانی تنش کل در انتهای گام زمانی (T_{n+1}) است. همچنین لازم است گرادیان تغییر شکل کل $\mathbf{F}_{n+1}$ به‌همراه سایر متغیرهای حالت^{۳۸} از جمله پارامتر نرم-شوندگی (S_H)_{n+1} به‌روز رسانی، ذخیره و به‌نرم‌افزار آباکوس بازگردانده شود تا در ابتدای گام بعدی مورد استفاده قرار گیرند.

$$\left(\mathbf{F}_n, (\mathbf{F}_H^p)_n, (S_H)_n, \Delta t\right) \Rightarrow \left(\mathbf{F}_{n+1}, (\mathbf{F}_H^p)_{n+1}, (S_H)_{n+1}, T_{n+1}\right) \quad (22)$$

در هر گام زمانی، ابتدا تنش بخش هاپیرالاستیک با استفاده از رابطه‌ی (۱۸) محاسبه می‌شود. برای این منظور، دستگاه معادلات غیرخطی به‌روش نیوتن-رافسون حل شده و مقدار میانگین کشیدگی زنجیره و حد کشیدگی آن در انتهای گام زمانی تعیین می‌شود. از سوی دیگر تعیین تانسور تنش کل به‌صورت ($\mathbf{T} = \mathbf{T}_S + \mathbf{T}_H$)، مستلزم محاسبه تنش بخش الاستیک-ویسکوپلاستیک بر اساس رابطه (۱۲) است. برای این منظور انتگرال‌گیری به روش کلاسیک پیش‌بینی-تصحیح^{۳۹} از معادله‌ی

در بخش بعد، معادلات ساختاری مدل، متغیرهای درونی و تانسورهای سینماتیکی مربوط به مدل هاپیرالاستیک-ویسکوپلاستیک به‌صورت عددی پیاده‌سازی شده‌اند تا رفتار تنش-کرنش ماده مدل‌سازی شود. نتایج شبیه‌سازی شده به کمک منحنی‌های تنش-کرنش در بخش‌های بعدی با داده‌های تجربی مقایسه شده‌اند.

۲.۳ پیاده‌سازی عددی

مدل هاپیرالاستیک-ویسکوپلاستیک ارائه شده در این مطالعه، در نرم‌افزار تجاری اجزای محدود آباکوس به‌روش حل گر صریح از طریق زیربرنامه VUMAT پیاده‌سازی شده است. این زیربرنامه مقادیر فعلی (که با اندیس 'n' مشخص می‌شود) و مقادیر جدید (که با اندیس 'n + 1' مشخص می‌شود) برای تانسور گرادیان تغییر شکل کل ($\mathbf{F}$) و تانسور تنش کوشی کل ($\mathbf{T}$) را در هر نقطه‌ی انتگرال‌گیری از المان ارائه می‌دهد. این تانسورها به‌ترتیب تحت عناوین defgradold ، defgradnew ، stressold و stressnew در زیربرنامه VUMAT قابل بازخوانی هستند. اندیس‌های 'n' و 'n+1' بر روی متغیرها، نشان‌دهنده‌ی ارزیابی آن‌ها توسط

۴. نتایج و بحث

۱.۴ صحت‌سنجی نتایج حل عددی

در شکل ۹-الف، نمودارهای تنش-کرنش برای دو نوع TPU در نرخ کرنش ۰/۱ بر ثانیه، هم در آزمایش و هم در نتایج مدل‌سازی، نمایش داده شده‌اند. رفتارهای غیرخطی الایستیک-غیرالایستیک این مواد، شامل هیستریزس و بازیابی شکل پس از باربرداری، به‌خوبی توسط مدل عددی ارائه شده، بازتولید شده‌اند. وابستگی رفتار تنش-کرنش به نرخ کرنش برای هر دو ماده TPUSHA85 و TPUSHA90 به‌ترتیب در شکل ۹-ب و ج در نرخ‌های ۰/۱ و ۰/۱ بر ثانیه بررسی شده‌است. نتایج شبیه‌سازی تطابق خوبی با داده‌های تجربی نشان می‌دهند و وابستگی به نرخ، هیستریزس و بازیابی شکل را به‌خوبی بازتاب می‌دهند. اگرچه اختلاف اندکی بین نمودار تنش-کرنش تجربی در مقایسه با مدل‌سازی برای نمونه‌ی TPU-ShA90 در نرخ کرنش ۰/۱ و برای TPUSHA85 در نرخ کرنش ۰/۱ مشاهده می‌شود که دلیل آن به دقت در تنظیم پارامترهای وابسته به نرخ و اعمال شرایط آزمون تجربی در شبیه‌سازی برمی‌گردد، با این حال تطابق خوب مدل و داده‌های تجربی در بازنمایی رفتار به‌شدت غیرخطی الایستیک-غیرالایستیک TPUها به‌ویژه خصوصیت رفتار مکانیکی وابسته به درصد فاز سخت، در آن‌ها به‌خوبی قابل مشاهده است. به‌عنوان مثال اگر فقط به رفتار نمودار مدل‌سازی شده توجه شود اثر نرخ کرنش روی نمودار تنش-کرنش در مدل ساختاری TPUSHA85 نسبت به TPUSHA90 کمتر است که این نشان دهنده‌ی در برگرفتن همان اثرات فاز سخت ماده در مدل‌سازی است. با افزایش درصد فاز سخت، حساسیت به نرخ نیز افزایش می‌یابد که این امر به مقاومت غیرالایستیک بیشتر در ماده نسبت داده می‌شود. این مسئله در شکل ۱۰ و شکل ۱۱ نیز تأیید شده که تنش جریان را به‌عنوان تابعی از نرخ کرنش برای کرنش‌های ۰/۳ و ۰/۶ در هر دو نمونه‌ی TPU نشان می‌دهد. با کاهش میزان فاز سخت، رفتار در کرنش‌های بالا بیشتر شبیه به مواد لایستیکی یا

(۱۴) انجام می‌گیرد. همچنین با بهره‌گیری از نگاشت نمایی $(F_H^P)_{n+1} = \exp(\Delta t(D_H^P)_{n+1})(F_H^P)_n$ و تعریف گرادیان تغییر شکل الایستیک آزمایشی به‌صورت رابطه‌ی (۲۳)، می‌توان گرادیان تغییر شکل الایستیک $(F_H^E)_{n+1}$ در انتهای گام زمانی را محاسبه کرد. این کمیت برای تعیین تنش در بخش الایستیک-ویسکوپلاستیک ضروری است و از طریق رابطه‌ی (۲۴) بدست می‌آید [۶۱].

$$(F_H^E)^{trial} = F_{n+1} \cdot (F_H^P)_n^{-1} \quad (23)$$

$$(F_H^E)_{n+1} = (F_H^E)^{trial} \exp(-\Delta t(D_H^P)_{n+1}) \quad (24)$$

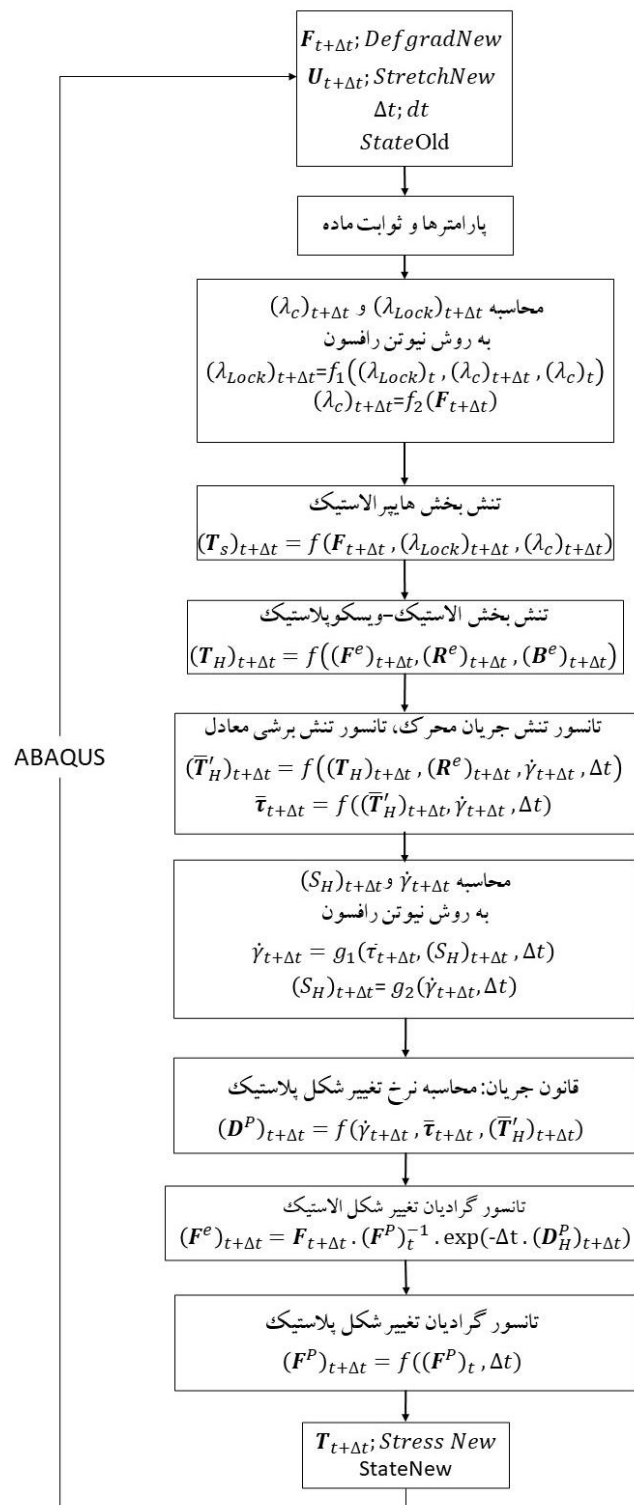
سپس با بررسی شرط تسلیم بر اساس تنش برشی، وارد شدن ماده در ناحیه‌ی پلاستیک مشخص می‌شود. در صورت وقوع تسلیم ماده، در گام نخست، نرخ کرنش پلاستیک $(\dot{\gamma}_H^P)_{n+1}$ و پارامتر استحکام تسلیم ماده $(S_H)_{n+1}$ در انتهای گام زمانی به‌روز رسانی می‌شود. این مقادیر از طریق حل دستگاه معادلات غیرخطی با بهره‌گیری از روابط (۱۶) و (۲۰) و با استفاده از روش نیوتن-رافسون محاسبه می‌گردند. در مرحله‌ی بعد جهت جریان پلاستیک در انتهای گام زمانی به‌صورت $(N_H^P)_{n+1} = \frac{(\bar{T}_H')_{n+1}}{\sqrt{2}\tau_{n+1}}$ تعیین می‌شود. سپس با استفاده از قانون جریان و رابطه‌ی (۲۵)، تانسور نرخ تغییر شکل پلاستیک در انتهای گام زمانی $(D_H^P)_{n+1}$ محاسبه می‌گردد.

$$(D_H^P)_{n+1} = \frac{(\dot{\gamma}_H^P)_{n+1}}{\sqrt{2}} (N_H^P)_{n+1} \quad (25)$$

تانسور تنش انحرافی $(\bar{T}_H')_{n+1}$ از طریق رابطه‌ی (۲۶) به‌دست می‌آید و مقدار تنش برشی $\bar{\tau}_{n+1}$ در انتهای گام زمانی نیز از رابطه‌ی (۲۷) محاسبه می‌شود. در نهایت تانسورهای گرادیان تغییر شکل پلاستیک و الایستیک در انتهای گام زمانی محاسبه شده و برای به‌روز رسانی تنش نهایی مورد استفاده قرار می‌گیرند. در شکل ۸، مراحل تعریف شده و دستورالعمل گام‌به‌گام پیاده شده‌سازی کد، در زیربرنامه VUMAT آورده شده‌است.

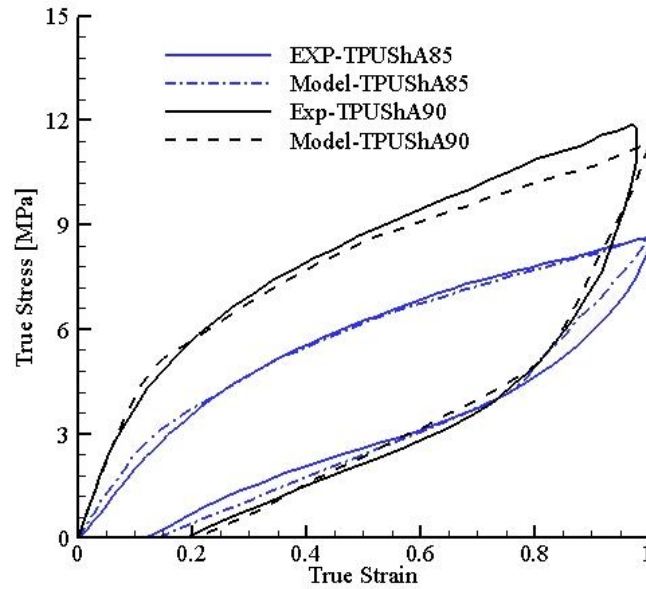
$$(\bar{T}_H')_{n+1} = (\bar{T}_H')^{trial} - \sqrt{2}\mu\Delta t(\dot{\gamma}_H^P)_{n+1} (N_H^P)_{n+1} \quad (26)$$

$$\bar{\tau}_{n+1} = (\bar{\tau})^{trial} - \mu\Delta t(\dot{\gamma}_H^P)_{n+1} \quad (27)$$

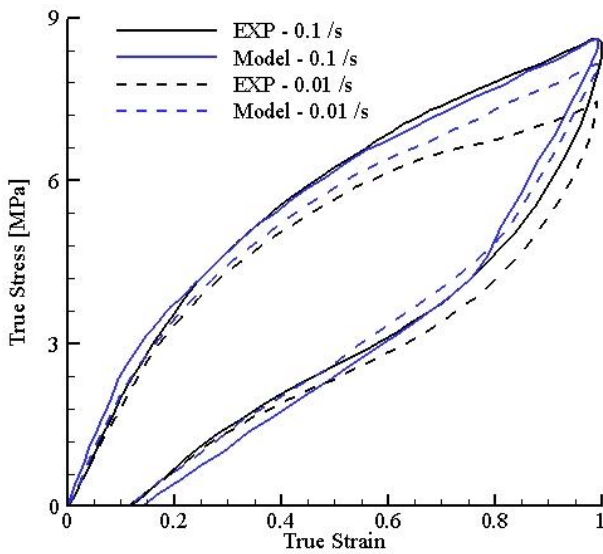


شکل ۸. روندنمای پیاده سازی عددی در زیربرنامه VUMAT

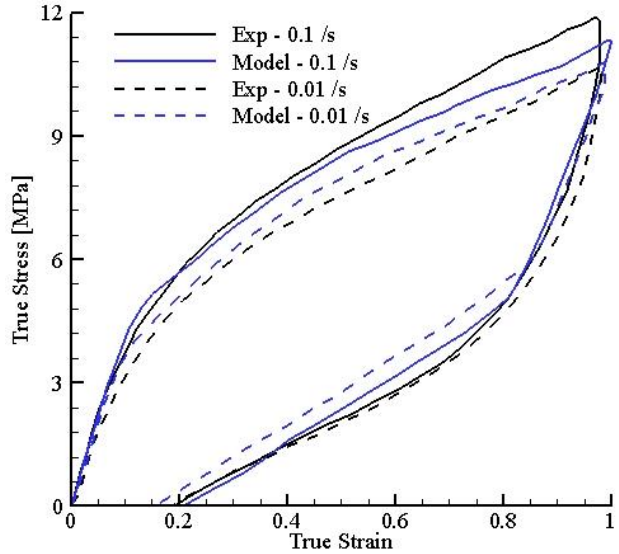
الاستومری شده و میزان هیستریزیس کاهش یافته و بازیابی شکل و مدل سازی عددی به اندازه ای است که در محدوده ی قابل قبول افزایش می یابد. با توجه به اینکه میزان عدم تطابق داده های تجربی خطای مهندسی قرار دارد، در مجموع می توان گفت مدل عددی



(الف)



(ج)



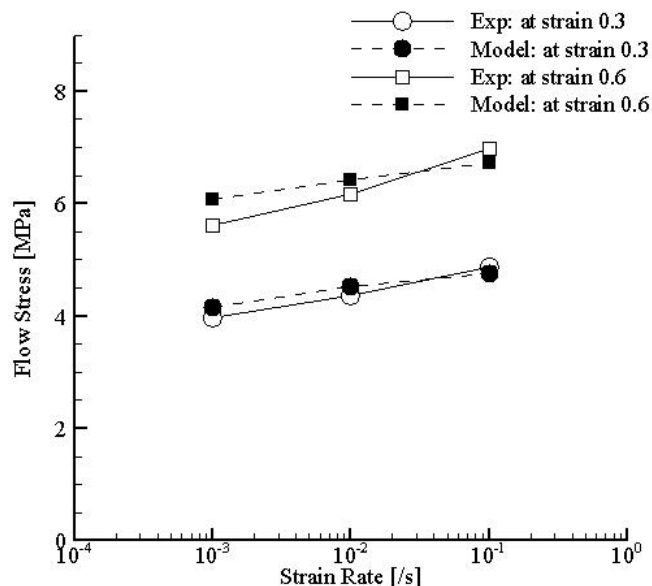
(ب)

شکل ۹. الف) رفتار تنش-کرنش همه‌ی TPU ها در آزمایش فشار تک محوره در نرخ کرنش ۰/۱ بر ثانیه

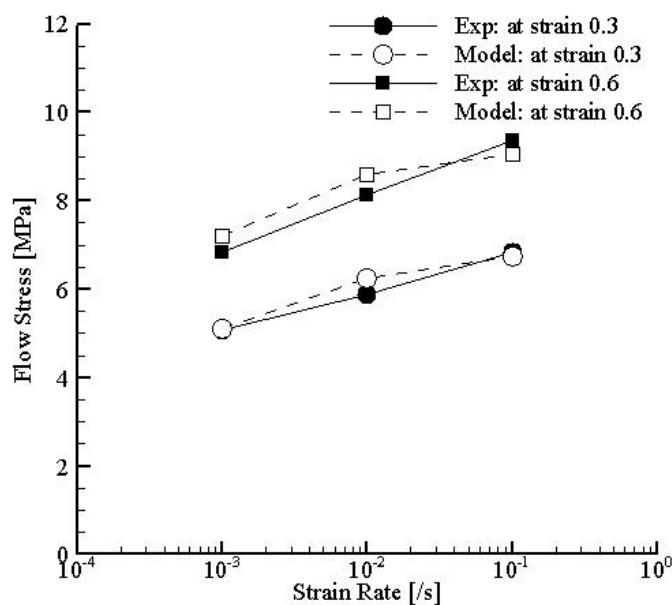
ب) نمودار تنش-کرنش TPUShA90 در نرخ کرنش‌های ۰/۱ و ۰/۱ بر ثانیه، ج) نمودار تنش-کرنش TPUShA85 در نرخ کرنش‌های ۰/۱ و ۰/۱ بر ثانیه

چرخه‌های بارگذاری پس از چرخه اول، کاهش قابل توجهی در سختی مشاهده شد که همان مشخصه بارز اثر مولینز در مواد الاستومر گرمانرم است. مدل ارائه شده به خوبی توانسته است این رفتار را بازتولید کند و انطباق مناسبی با داده‌های تجربی برای TPUShA85 و TPUShA90 نیز نشان دهد. با این حال افت تنش

معرفی شده در این تحقیق توانایی مناسبی در بازنمایی ویژگی‌های کلی رفتارهای الاستیک-ویسکوپلاستیک وابسته به نرخ در این نمونه از TPU ها، در شرایط بارگذاری و باربرداری را دارا است. رفتار تنش-کرنش تحت شرایط بارگذاری چرخه‌ای، برای نتایج تجربی و مدل‌سازی در شکل ۱۲ نشان شده است. در



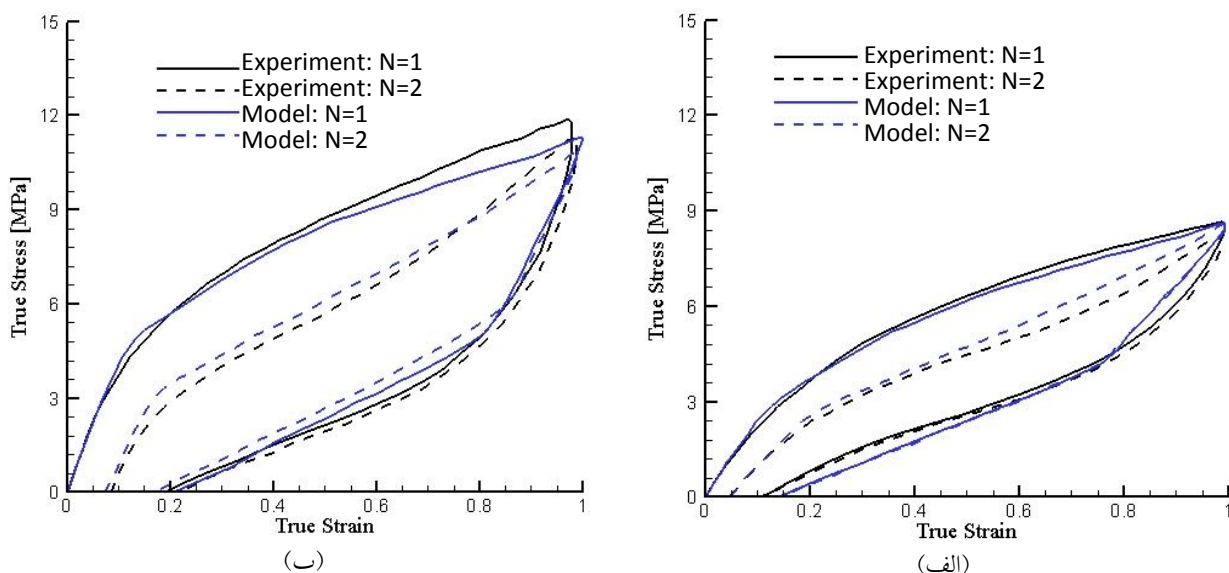
شکل ۱۰. وابستگی به نرخ در نمونه‌ی TPUSHA85 در کرنش‌های حقیقی ۰/۳ و ۰/۶ و مقایسه‌ی داده‌های تجربی و مدل‌سازی



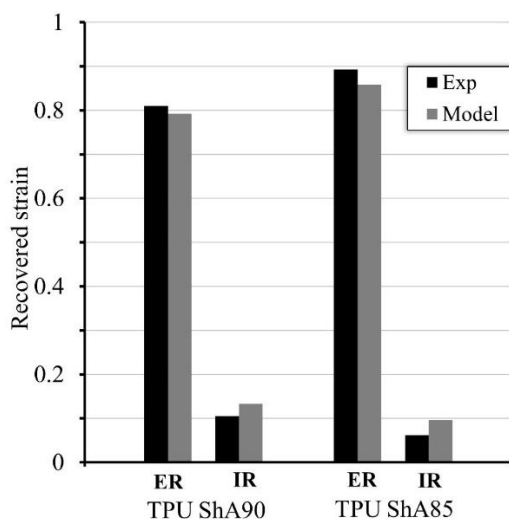
شکل ۱۱. وابستگی به نرخ در نمونه‌ی TPUSHA90 در کرنش‌های حقیقی ۰/۳ و ۰/۶ و مقایسه‌ی داده‌های تجربی و مدل‌سازی

نسبت به شکل ۱۲-ب (برای TPUSHA90) ضعیف‌تر ظاهر شده که علت آن را می‌توان به تفاوت در نرخ کرنش اعمالی در نتایج نشان داده شده در شکل ۶ و شکل ۱۲ و همچنین وابستگی به

بیشینه در حداکثر کرنش که در نمودار شکل ۶، طی چرخه‌های بارگذاری-باربرداری واضح‌تر مشخص است، در نمودارهای مدل‌سازی نشان داده شده در شکل ۱۲-الف (برای TPUSHA85)



شکل ۱۲. رفتار تنش-کرنش TPU ها تحت بارگذاری چرخه‌ای در آزمایش (خطوط مشکی رنگ) و مدل‌سازی (خطوط آبی رنگ): (الف) نمونه TPUSHA85 و (ب) نمونه TPUSHA90 در نرخ کرنش ۱/۰ بر ثانیه



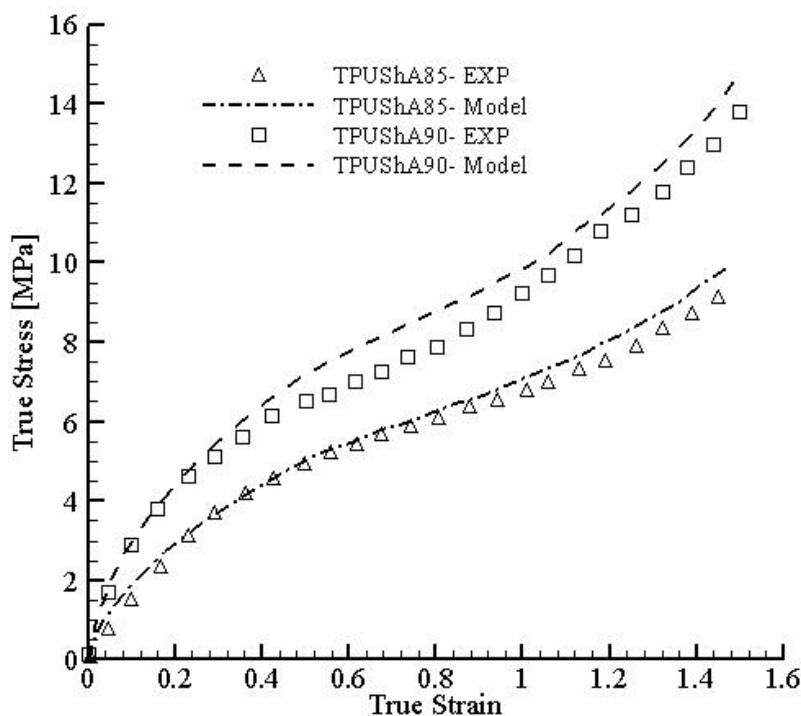
شکل ۱۳. مقایسه‌ی رفتار بازیابی شکل در TPU ها در آزمایش و مدل‌سازی

(IR: Inelastic Recovery ,ER: Elastic Recovery)

چرخه‌ی بعدی می‌شود. این پدیده به‌ویژه در مورد TPUSHA90 (شکل ۱۲-ب) مشهود است.

مقدار برجهنگی^۴ در TPU ها با اندازه‌گیری میزان بازیابی شکل الاستیک (تا نقطه تنش صفر بلافاصله پس از باربرداری) و بازیابی شکل غیرالاستیک (در مدت زمان ۱۲۰ ثانیه بین چرخه‌ی اول و دوم) در آزمایش‌ها، مطابق با شکل ۱۳ ارزیابی شده‌است

درصد فاز سخت نسبت داد. نرم‌شدگی الاستیک ناشی از فروپاشی ریزساختار، عامل اصلی ایجاد رفتار تنش-کرنش نرم‌شده در چرخه‌های بعدی محسوب می‌شود. علاوه بر این، نرم‌شدگی غیرالاستیک در مکانیزم الاستیک-ویسکوپلاستیک مواد، موجب کاهش تنش تسلیم‌گونه‌ی غلتیده به پهلوی در



شکل ۱۴. پیش‌بینی رفتار منحنی تنش - کرنش TPU ها تحت کرنش حقیقی تا ۱/۵ (در نرخ کرنش ۰/۰۰۱ بر ثانیه)

ویسکوز فراهم می‌کند که بدون آنکه نیازی به اعمال عملیات فیزیکی اضافی بر روی نمونه‌ها باشد، منجر به بازیابی شکل غیرالاستیک می‌شود.

بنابراین مدل‌های رفتار ماده ارائه‌شده در این پژوهش قابلیت پیش‌بینی ویژگی‌های اصلی مشاهده شده در رفتارهای چرخه‌ای از جمله بازیابی شکل (یا برجهندگی)، اتلاف انرژی و نرم‌شدگی ناشی از تغییر شکل را دارند. به‌منظور تحلیل رفتار ماده تحت سایر شرایط بارگذاری در بخش بعد اعتبارسنجی مدل مورد بررسی قرار می‌گیرد.

۲.۴ اعتبارسنجی مدل عددی تحت شرایط مختلف

۱.۲.۴ رفتار ماده تحت کرنش‌های شدید

این بخش از تحلیل با هدف پیش‌بینی پاسخ رفتار ماده در محدوده‌هایی فراتر از بازه‌ی تجربی آزمون شده در مرحله صحت‌سنجی و به‌منظور اعتبارسنجی مدل در کرنش‌های شدید انجام شده‌است. همان‌طور که در شکل ۱۴ نشان داده شده، نمونه تحت بارگذاری فشاری با نرخ کرنش ۰/۰۰۱ بر ثانیه تا کرنش

و با نتایج حل عددی مورد مقایسه قرار گرفته‌است. همان‌طور که در شکل ۱۳ نشان داده شده، در TPUSHA85 که دارای درصد پایین‌تری از فاز سخت است، کرنش باقی‌مانده بلافاصله پس از باربرداری حدود ۰/۱ است که نشان‌دهنده‌ی برجهندگی الاستیک قابل توجهی در این ماده است. در مقابل، در TPUSHA90 با درصد بالاتر از فاز سخت، کرنش باقی‌مانده بزرگ‌تر بوده و بنابراین برجهندگی الاستیک با افزایش محتوای فاز سخت کاهش می‌یابد. با این حال، بازیابی شکل غیرالاستیک ناشی از جریان ویسکوز در TPUSHA90 بیش‌ترین مقدار را داشته است که نشان از نقش برجسته‌ی رفتار ویسکوز در این ماده دارد. با وجود آنکه در پایان مرحله‌ی باربرداری، مقدار تنش کل در نمونه‌ها به صفر می‌رسد، هر یک از عناصر مقاومتی در مکانیزم شبکه شامل مکانیزم‌های الاستیک-ویسکوپلاستیک و شبکه‌ی هایپرالاستیک همچنان مقادیر غیرصفری از تنش را حفظ می‌کنند، به‌گونه‌ای که این تنش‌ها به‌عنوان نیروهای داخلی یکدیگر را خنثی می‌کنند. تنش مثبت باقی‌مانده در مکانیزم الاستیک-ویسکوپلاستیک وابسته به زمان در فاز سخت ماده، نیروی محرکه‌ای برای جریان

حقیقی $1/0$ دچار سخت شوندگی اولیه همراه با اثرات ویسکوالاستیک است. با افزایش کرنش تا حدود $1/5$ روند افزایش تنش به صورت غیرخطی کندتر می شود و رفتار ماده وارد مرحله ای می شود که نرخ سخت شوندگی کاهش می یابد. به گونه ای که می توان آن را به صورت ظهور پدیده ای مشابه نرم شوندگی کرنشی تفسیر کرد، هرچند تنش همچنان با افزایش کرنش، افزایش می یابد این تغییر رفتار، ناشی از تغییر آرایش زنجیره های پلیمری و آزاد شدن تدریجی ساختارهای محدودکننده تغییر شکل در فاز نرم ماده است. با مقایسه ای پاسخ مدل و نتایج تجربی مشاهده می شود که مدل عددی توانسته است روند کلی رفتار ماده را در ناحیه ی کرنش های بزرگ برای هر دو نمونه TPU با سختی به خوبی باز تولید کند. اختلافات محدود در نواحی کرنش بالا می تواند ناشی از فروض ساده شده در مدل برای توصیف کامل فرآیندهای وابسته به زمان و نرخ کرنش باشد، اما تطابق کلی میان نتایج مدل و آزمون، اعتبار مدل پیشنهادی در این محدوده را تأیید می کند.

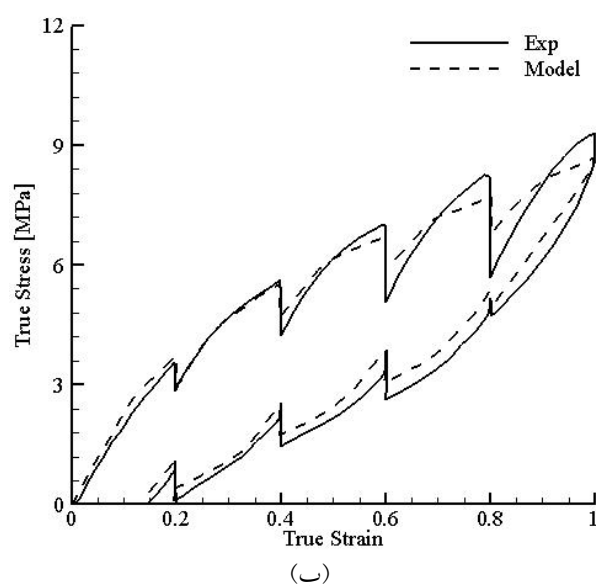
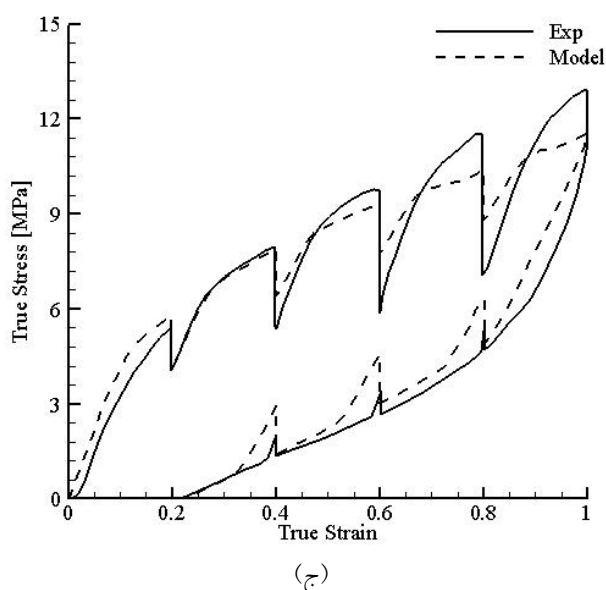
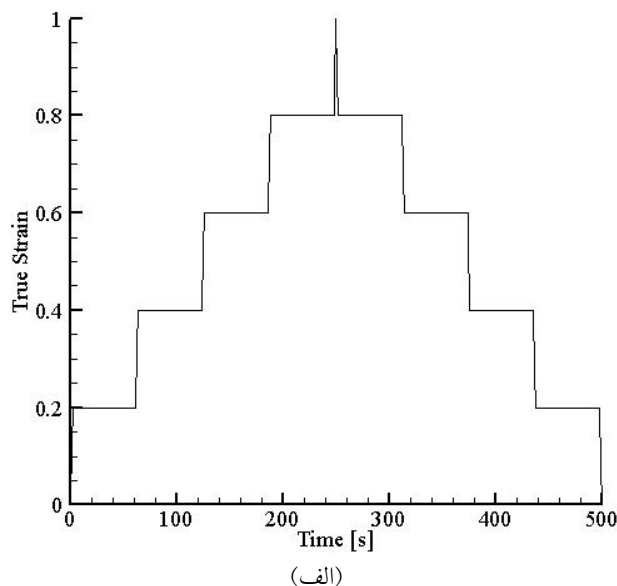
۲.۲.۴ رهايش از تنش

هنگام چرخه ی بارگذاری و باربرداری در آزمون فشار تک محوره، در صورت توقف آزمون، پاسخ ماده رفتار وابسته به زمان از خود نشان می دهد به گونه ای که با ثابت نگه داشتن کرنش، پدیده ی رهايش از تنش قابل مشاهده خواهد بود. در این مطالعه به منظور بررسی رفتار زمانی TPU و اعتبارسنجی مدل عددی، آزمون رهايش از تنش در خلال چرخه های بارگذاری-باربرداری انجام شد. مطابق نمودار تاریخچه ی کرنش که در شکل ۱۵-الف نشان داده شده است، نمونه تا کرنش بیشینه $1/0$ با نرخ کرنش $0/1$ بر ثانیه فشرده شد و در کرنش های $0/2$ ، $0/4$ ، $0/6$ و $0/8$ در هر دو مرحله بارگذاری و باربرداری، توقف هایی به مدت 60 ثانیه در کرنش اعمال شد. مطابق شکل ۱۵-ب و شکل ۱۵-ج در مرحله ی بارگذاری، تنش در طی توقف کرنش، کاهش یافت در حالی که در مرحله ی باربرداری، در طول توقف کرنش، افزایش تنش مشاهده شد. مقدار کاهش تنش در هر کرنش به بیش ترین کرنشی

که ماده در تاریخچه ی بارگذاری قبلی خود تجربه کرده، بستگی دارد. جریان ویسکوپلاستیک در مکانیزم الاستیک-ویسکوپلاستیک فاز سخت TPU باعث ایجاد پاسخ های وابسته به زمان و پدیده ی رهايش از تنش می شود. چنین رفتاری، نمایانگر ویژگی های وابسته به زمان مواد الاستومری است که در مطالعات پیشین مورد بررسی و گزارش قرار گرفته است [۱۹]. رفتار رهايش از تنش در هر دو نمونه TPU در هر دو مرحله بارگذاری و باربرداری، به طور قابل قبولی توسط مدل عددی پیش بینی شده است. اختلاف اندک مشاهده شده در نتایج آزمون رهايش از تنش و مدل سازی که با افزایش کرنش نیز مشهود می شود، به دقت مدل های پدیده شناختی در بازنمایی کامل رفتارهای پیچیده ی ویسکولاستیک-پلاستیک در کرنش های بالا و همچنین خطای آزمایش بر می گردد. با این حال با مقایسه ی روند نمودارها، هم در آزمایش ها و هم در مدل سازی ها، می توان به این نتیجه رسید که کاهش تنش در هر یک از مراحل توقف کرنش در نمونه ی TPUSHA90 با محتوای بالاتر فاز سخت نسبت به نمونه ی دیگر، به مراتب بیشتر است. سهم قابل توجه مکانیزم وابسته به زمان، عامل اصلی در ایجاد این کاهش تنش در TPUSHA90 محسوب می شود. بنابراین مقایسه نتایج مدل عددی با آزمایش رهايش از تنش نشان می دهد، مدل ساختاری ارائه شده در این مطالعه توانسته است ویژگی های اصلی رفتار رهايش از تنش را به خوبی توصیف کند.

۳.۲.۴ کشش ساده

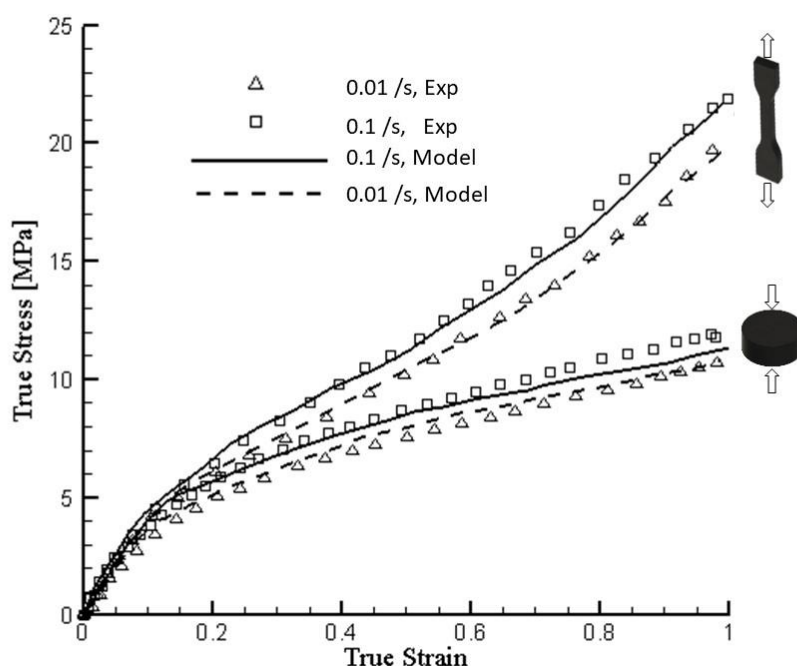
به منظور اعتبارسنجی بیشتر مدل عددی، رفتار تنش-کرنش TPU با درصد فاز بیشتر، در نرخ کرنش های پایین ($0/1$ و $0/01$ بر ثانیه)، شبیه سازی شده است تا توانایی مدل در بازتولید رفتار کشش در نرخ های پایین و همچنین پیش بینی نامتقارنی کشش-فشار که در این دسته از پلیمرها مشاهده شده، بررسی شود. به این منظور نمونه های کشش با استفاده از قالب برشی طبق استاندارد ASTM D638-03 Type IV تهیه و تحت آزمون کشش



شکل ۱۵. شرایط و نتایج آزمون رهایش از تنش: الف) تاریخچه کرنش اعمال شده، ب) منحنی تنش-کرنش TPUSHA85 و ج) منحنی تنش-کرنش TPUSHA90

و نبود لغزش محسوس در محل گیره‌ها، این فرض منطقی به نظر می‌رسد. تنش حقیقی نیز با این فرض که ماده تراکم‌ناپذیر است [۶۲]، از طریق ضرب تنش اسمی در نسبت تغییر طول محاسبه شد. رفتار تنش-کرنش بین کشش تک‌محوره و فشار تک‌محوره، به دلیل تفاوت در نحوه تغییر جهت‌گیری ساختار شبکه‌ای، نامتقارن مشاهده شد که این ویژگی توسط مدل عددی به خوبی

تک محوره قرار گرفت. شکل ۱۶ نمودار تنش حقیقی-کرنش حقیقی حاصل از نتایج آزمون کشش و فشار را نشان می‌دهد. شایان ذکر است که کرنش حقیقی به صورت لگاریتم مجموع تغییر طول و طول اولیه، تقسیم بر طول اولیه تعریف شد. جابجایی فک متحرک دستگاه به عنوان معیار تغییر طول نمونه در نظر گرفته شد، چرا که به دلیل محدودیت‌های متعدد امکان استفاده از اکستنسومتر میسر نبود. با این حال با توجه به ماهیت نرم و انعطاف‌پذیر TPU



شکل ۱۶. مقایسه رفتار تنش-کرنش TPU در کشش و فشار طی آزمایش و مدل‌سازی در نرخ کرنش‌های مختلف

این رفتار شامل پدیده‌های غیرالاستیک از جمله هیستریزس، بازیابی شکل و نرم‌شدگی ناشی از تغییر شکل (اثر مولینز) است که به درصد فاز سخت وابسته‌اند. اثر مولینز به فروپاشی ریزساختاری نسبت داده می‌شود که در کنار جریان ویسکوپلاستیک در بخش سخت ماده، منشأ اتلاف انرژی قابل توجه در این مواد است.

نتایج نشان دادند که با افزایش درصد فاز سخت، TPU رفتارهای پلاستیکی قوی‌تر، با اتلاف انرژی بیش‌تر و بازیابی شکل کم‌تر نشان می‌دهد. به‌طوری‌که با اعمال کرنش فشاری ۱/۰ پس از هر چرخه بارگذاری-باربرداری، کرنش پسماندی برابر ۰/۱۶ و ۰/۲ به‌ترتیب برای مواد TPUSHA85 و TPUSHA90 نشان می‌دهند که حتی تا چند هفته پس از پایان آزمایش هم به‌طورکامل بازیابی نشدند. در ادامه یک مدل رفتاری هایپرالاستیک-ویسکوپلاستیک برای توصیف رفتار ماده در کرنش‌های بزرگ در کوپلیمر الاستومری گرمانرم دو فازی TPU با سختی متفاوت، تحت شرایط مختلف بارگذاری و در بازه‌ای از نرخ کرنش 10^{-3} تا 10^{-1} بر ثانیه ارائه شد. مدل رفتاری بر پایه

و با دقت قابل قبولی پیش‌بینی شده‌است. در کرنش‌های بزرگ، پاسخ تنش در کشش تک‌محوره بیشتر از مقادیر متناظر در فشار تک‌محوره است. با این حال سختی اولیه و تنش تسلیم نیز در حالت کشش و فشار تقریباً یکسان هستند. شکل ۱۶ نشان می‌دهد که مدل توانایی بسیار خوبی در پیش‌بینی منحنی‌های تنش-کرنش کشش تک‌محوره در نرخ‌های کرنش ۰/۰۱ و ۰/۱ بر ثانیه را دارد.

۵. نتیجه‌گیری

رفتارهای مکانیکی TPU پایه‌ی پلی‌استر با نسبت‌های مختلفی از اجزای سخت و نرم، در کرنش‌های بزرگ به‌صورت تجربی و از طریق مدل‌سازی رفتاری مورد بررسی قرار گرفتند. ویژگی‌های الاستیک-غیرالاستیک پاسخ تنش-کرنش این TPUها تحت تغییر شکل‌های محدود و در شرایط بارگذاری متنوع مشخص شد. نتایج آزمون‌های فشاری تک‌محوره نشان داد که TPUها رفتار مکانیکی پیچیده‌ای از خود نشان می‌دهند که وابستگی شدیدی به نرخ کرنش دارد.

شده و تلف شده در طول تغییر شکل را به خوبی مدل سازی کند. موفقیت مدل در بازنمایی رفتار ذخیره سازی انرژی از طریق توانایی آن در بازنمایی خاصیت بازیابی شکل یا برجهندگی و نیز نرم شدگی ماده در بارگذاری مجدد نیز اثبات شد. نتایج اعتبارسنجی نشان داد که مدل عددی ارائه شده در این پژوهش قادر است رفتارهای وابسته به زمان در آزمون های رهایش از تنش و آزمون های کشش تک محوره که در مقالات کی-بویس [۶] و چو [۳۲] بدان پرداخته نشده بود را به خوبی پیش بینی کند. بنابراین چارچوب مدل سازی رفتاری ارائه شده در این پژوهش را می توان برای مدل سازی دیگر مواد الاستومری یا دیگر گونه های الاستومر گرمانرم که ماهیتی ترکیبی از اجزای پلیمری لاستیکی و شیشه ای دارند، نیز گسترش داد.

ویژگی هایی که به صورت تجربی در رفتار مکانیکی TPU مشاهده شده، توسعه یافته است. پاسخ ماکروسکوپی ماده به صورت سهم هایی از اجزای سخت و نرم تجزیه می شود که این تقسیم بندی ناشی از ریزساختار فاز جدا شده ی آن است. از این رو فاز نرم بخش تعادلی مستقل از نرخ و فاز سخت قسمت وابسته به نرخ که شامل ویسکوالاستیسیته و ویسکوپلاستیسیته است در نظر گرفته شده است. مدل پیشنهادی توانسته است ویژگی های اصلی رفتار دو رده ی تجاری TPU پایه پلی استر با درصد فاز سخت مختلف، تحت کرنش های بزرگ در دمای محیط را پیش بینی کند. این مدل قادر است مسیرهای گوناگون اتلاف انرژی از جمله ویسکوالاستیسیته، ویسکوپلاستیسیته و نرم شدگی ناشی از تغییر شکل را شناسایی کرده و انرژی ذخیره

واژه نامه

1. Thermoplastic Elastomer (TPE)	2. Thermoplastic Polyurethane (TPU)	3. Soft Segment	4. Isocyanate
5. Chain Extender	6. Hard Segment	7. Crosslink	8. Processed
9. Glassy	10. Shape Recovery	11. Framework	12. Stress Relaxation
13. Arruda-Boyce	14. Modified Ree-Eyring	15. ABAQUS	16. Explicit Solver
17. Dongguan Technology	18. Yield-like stress-rollover	19. Strain-softening	20. Stress Softening
21. Mullins Effect	22. Rearrangement	23. Alteration	24. Dissipated work density
25. Kröner-Lee decomposition	26. Hencky's logarithmic strain	27. Kirchoff stress	28. Padé approximation
29. Convected stress	30. Mandel stress	31. Multiplicative decomposition	32. Flow rule
33. Plastic flow direction	34. Driving stress	35. Athermal shear strength	36. Chain limiting extensibility
37. Inverse Langevin	38. State variables	39. Predictor Corrector	40. Resilience

مراجع

- Slater, C., Davis, C., and Strangwood, M. Compression set of thermoplastic polyurethane under different thermal-mechanical-moisture conditions, *Polymer Degradation and Stability*, 2011; 96 (12): 2139-2144. <https://doi.org/10.1016/j.polymdegradstab.2011.09.012>.
- Holden, G., *Thermoplastic elastomers* (Applied Plastics Engineering Handbook). William Andrew Publishing, 2011. <https://doi.org/10.1016/B978-0-323-88667-3.00020-5>
- Scetta, G., Selles, N., Heuillet, P., Ciccotti, M., and Creton, C. Cyclic fatigue failure of TPU using a crack propagation approach, *Polymer Testing*, 2021; 97: 107140. <https://doi.org/10.1016/j.polymertesting.2021.107140>.
- Petrovic, Z. S. and Ferguson, J. Ployurethane Elastomers, *Prog. Polym. Sci*, 1991; 16(5): 695-836. [https://doi.org/10.1016/0079-6700\(91\)90011-9](https://doi.org/10.1016/0079-6700(91)90011-9)
- Christensona, E. M., Anderson, J. M., Hiltner, A., and Baer, E. Relationship between nanoscale deformation

- processes and elastic behavior of polyurethane elastomers, *Polymer*, 2005; 46(25): 11744–11754. <https://doi.org/10.1016/j.polymer.2005.08.083>
6. Qi, H. J., Boyce, M. C. Stress-Strain Behavior of Thermoplastic Polyurethane, *Mechanics of Materials*, 2005; 37(8): 817-839. <https://doi.org/10.1016/j.mechmat.2004.08.001>.
7. Ahmadi, E., Forouzan, M. R., and Mosaddegh, P. Permanent Deformation of Thermoplastic Polyurethane in the Solid-State Rolling Process, *Advances in Polymer Technology*, 2025; 2025(1): 8811192. <https://doi.org/10.1155/adv/8811192>.
8. LeMonte, B. Growing Interest In TPUs For Automobile Design, *Materials and Design*, Vol. 19, pp. 69-72, 1998. [https://doi.org/10.1016/S0261-3069\(98\)00005-3](https://doi.org/10.1016/S0261-3069(98)00005-3).
9. Yi, J., Boyce, M. C., Lee, G. F., and Balizer, E. Large deformation rate-dependent stress-strain behavior of polyurea and polyurethanes, *Polymer*, 2006; 47(1): 319–329. <https://doi.org/10.1016/j.polymer.2005.10.107>.
10. Sarva, S. S., Stephanie, D., Boyce, M. C., and Chen, W. Stress strain behavior of a polyurea and a polyurethane from low to high strain rates, 2007; 48(5): 2208-2213. <https://doi.org/10.1016/j.polymer.2007.02.058>.
11. Prisacariua, C., Buckley, C. P., and Caraculacu, A. A. Mechanical response of dibenzyl-based polyurethanes with diol chain extension, *Polymer*, 2005; 46(11): 3884–3894. <https://doi.org/10.1016/j.polymer.2005.03.046>.
12. Russo, R. and Thomas, E. L. Phase separation in linear and cross-linked polyurethanes, *J. Macromol Sci Phys B*, 1983; . 22(4): 553-575. <https://doi.org/10.1080/00222348308224776>.
13. O'sickey, M. J., Lawrey, B. D., and wilkes, G. L. Structure–Property Relationships of Poly (urethane urea)s with Ultra-low Monol Content Poly(propylene glycol) Soft Segments. I. Influence of Soft Segment Molecular Weight and Hard Segment Content, *Journal of Applied Polymer Science*, 200; 84(2): 229–243. <https://doi.org/10.1002/app.10168>.
14. Bartolomé, L., Aurrekoetxea, J., A.Urchequi, M., and Tato, W. The influences of deformation state and experimental conditions on inelastic behaviour of an extruded thermoplastic polyurethane elastomer, *Materials and Design*, 2013; 49, 974–980. <https://doi.org/10.1016/j.matdes.2013.02.055>.
15. Miao, Y., He, H., and Li, Z., Strain hardening behaviors and mechanisms of polyurethane under various strain rate loading, *Polym Eng Sci.*, 2020; 60(5): 1083-1092. <https://doi.org/10.1002/pen.25364>
16. Scetta, G., Selles, N., Heuillet, P., Ciccotti, M., and Creton, C. Cyclic fatigue failure of TPU using a crack propagation approach, *Polymer Testing*, 2021; 97: 107140. <https://doi.org/10.1016/j.polymertesting.2021.107140>
17. Frick, A., Borm, M., Kaoud, N., Kolodziej, J., and Neudeck, J. Microstructure and thermomechanical properties relationship of segmented thermoplastic polyurethane (TPU), *AIP Conf. Proc.*, 2014; 1593(1): 520–525. <https://doi.org/10.1063/1.4873835>.
18. Cho, H., Rinaldi, G. R., and Boyce, M. C. Constitutive modeling of the rate-dependent resilient and dissipative large deformation behavior of a segmented copolymer polyurea, *Soft Matter*, 2013; 9: 6319-6330. <https://doi.org/10.1039/c3sm27125k>.
19. Bergstrom, J. and Boyce, M. Constitutive modeling of the large strain timedependent behavior of elastomers, *J. Mech. Phys. Solids* 1998; 46(5): 931-954. [https://doi.org/10.1016/S0022-5096\(97\)00075-6](https://doi.org/10.1016/S0022-5096(97)00075-6).
20. Anand, L., Ames, N. M., Srivastava, V., and Chester, S. A. A thermo-mechanically coupled theory for large deformations of amorphous polymers. Part I: formulation, 2009; 25(8): 1474-1494. <https://doi.org/10.1016/j.ijplas.2008.11.004>.
21. Boyce, M. C., Parks, D. M., and Argon, A. S. Large inelastic deformation of glassy polymers. Part I: rate dependent constitutive model, *Mech. Mater.*, 1988; 7(1): 15-33, 1988. [https://doi.org/10.1016/0167-6636\(88\)90003-8](https://doi.org/10.1016/0167-6636(88)90003-8).
22. Mulliken, A. and Boyce, M. Mechanics of the rate-dependent elasticelastoplastic deformation of glassy polymers from low to high strain rates, *Int. J. Solids Struct.*, 2006; 43(5): 1331-1356. <https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2005.04.016>.
23. Wang, Y. and Arruda, E. M. Constitutive Modeling of a Thermoplastic Olefin Over a Broad Range of Strain Rates, *Journal of Engineering Materials and Technology*, 2006; 128(4): 551-558. <https://doi.org/10.1115/1.2349501>.
24. Yu, Z. Q., Maa, Q., Su, X. M., Lai, X. M., and Tibbenham, P. C. Constitutive modeling for large deformation behavior of thermoplastic olefin, *Materials and Design*, 2010; 31(4):1881–1886, 2010. <https://doi.org/10.1016/j.matdes.2009.10.059>.
25. Parenteau, T., Bertevas, E., Ausias, G., Stoczek, R., Grohens, Y., and Pilvin, P. Characterisation and micromechanical modelling of the elasto-viscoplastic behavior of thermoplastic elastomers, *Mechanics of Materials*, 2014; 71: 114–125, 2014.

- <https://doi.org/10.1016/j.mechmat.2013.06.010>.
26. Boyce, C., Kearb, M., Socratea, K., and Shawa, K. Deformation of thermoplastic vulcanizates, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 2001; 49(5): 1073 -1098.
[https://doi.org/10.1016/S0022-5096\(00\)00066-1](https://doi.org/10.1016/S0022-5096(00)00066-1).
 27. Somarathna, H. M. C. C., Raman, S. N., Mohotti, D., Mutalib, A. A., and Badri, K. H. Hyper-viscoelastic constitutive models for predicting the material behavior of polyurethane under varying strain rates and uniaxial tensile loading, *Construction and Building Materials*, 2020; 236(10): 117417.
<https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2019.117417>.
 28. Mohotti, D., Ali, M., Ngo, T., Lu, J., and Mendis, P. Strain rate dependent constitutive model for predicting the material behaviour of polyurea under high strain rate tensile loading, *Materials and Design*, 2014; 53: 830-837.
<https://doi.org/10.1016/j.matdes.2013.07.020>.
 29. Shim, J. and Mohr, D. Rate dependent finite strain constitutive model of polyurea, *International Journal of Plasticity*, 2011; 27(6): 868-886.
<https://doi.org/10.1016/j.ijplas.2010.10.001>.
 30. Nikoukalam, M. T. and Sideris, P. Experimental characterization and constitutive modeling of polyurethanes for structural applications, accounting for damage, hysteresis, loading rate and long term effects, *Engineering Structures*, 2019; 198: 109462.
<https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2019.109462>.
 31. Bai, Y., Liu, C., Huang, G., Li, W., and Feng, S. A Hyper-Viscoelastic Constitutive Model for Polyurea under Uniaxial Compressive Loading, *Polymer*, 2016; 8(4): 133.
<https://doi.org/10.3390/polym8040133>.
 32. Cho, H., Mayer, S., Poselt, E., Susoff, M., Veld, P., Rutledge, G. C., Boyce, M. C. Deformation mechanisms of thermoplastic elastomers: Stress-strain behavior and constitutive modeling, *Polymer* 2017; 128: 87-99.
<https://doi.org/10.1016/j.polymer.2017.08.065>.
 33. Idrissa, A. K. M., Wang, K., Ahzi, S., Patlazhan, S., Rémond, Y. A composite approach for modeling deformation behaviors of thermoplastic polyurethane considering soft-hard domains transformation, 2018; 11: 381-388. <https://doi.org/10.1007/s12289-017-1369-0>.
 34. Wang, Y., Luo, W., Huang, J., Peng, C., Wang, H., Yuan, C., Chen, G., Zeng, B., and Dai, L. Simplification of Hyperelastic Constitutive Model and Finite Element Analysis of Thermoplastic Polyurethane Elastomers, *Macromol. Theory Simul*, 2020; 29(4): 1-12.
<https://doi.org/10.1002/mats.202000009>.
 35. Bartolomé, L., aginagalde, A., martínez, A. B., urchegui, M. A., and tato, W. Experimental characterization and modelling of large strain viscoelastic behavior of a thermoplastic polyurethane elastomer, *Rubber chemistry and technology*, 2013; 86(1): 146-164.
<https://doi.org/10.5254/rct.13.87998>.
 36. Reyes, S. I., Vassiliou, M. F., and Konstantinidis, D. Experimental characterization and constitutive modeling of thermoplastic polyurethane under complex uniaxial loading, *J. Mech. Phys. Solids*, 2024; 186: 105582.
<https://doi.org/10.1016/j.jmps.2024.105582>.
 37. <http://www.dgxionglin-tpufilm.com>
 38. Drobny, J. G., *Handbook of Thermoplastic Elastomers*. William Andrew Publishing, 2007.
 39. Indukuri, K. K. Deformation characteristics of thermoplastic elastomers. Ph.D. Thesis, University of Massachusetts Amherst, 2006. Available from: <https://ui.adsabs.harvard.edu>.
 40. Mullins, L. Softening of rubber by deformation, *Rubber Chem. Technol*, 1969; 42(1): 339-362.
<https://doi.org/10.5254/1.3539210>.
 41. Mullins, L. and Tobin, N. R. Theroretical model for the elastic behavior of filler-reinforced vulcanized rubbers. *Rubber Chem. Technol*, 1957; 30(2): 555-571. <https://doi.org/10.5254/1.3542705>.
 42. Marckmann, G., Verron, E., Gornet, L., Chagnon, G., Charrier, P., and Fort, P. A theory of network alteration for the Mullins effect, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 2002; 50(9): 2011-2028.
[https://doi.org/10.1016/S0022-5096\(01\)00136-3](https://doi.org/10.1016/S0022-5096(01)00136-3).
 43. Rinaldi, R., Boyce, M., Weigand, S., Londono, D., and Guise, M. Microstructure evolution during tensile loading histories of a polyurea, *J. Polym. Sci. Part B Polym. Phys.*, 2011; 49(23): 1660-1671.
<https://doi.org/10.1002/polb.22352>.
 44. Rinaldi, R., Hsieh, A., and Boyce, M. Tunable microstructures and mechanical deformation in transparent poly (urethane urea) s, *J. Polym. Sci. Part B Polym. Phys.*, 2011; 49(2): 123-135.
<https://doi.org/10.1002/polb.22128>.
 45. Mullins, L. and Tobin, N. Stress softening in rubber vulcanizates. Part I. Use of a strain amplification factor to describe the elastic behavior of filler-reinforced vulcanized rubber, *J. Appl. Polym. Sci.*, 1965; 9(9): 2993-3009.
<https://doi.org/10.1002/app.1965.070090906>.
 46. Castagna, A. M., Pangon, A., Choi, T., Dillon, G. P., and Runt, J. The role of soft segment molecular weight on microphase separation and dynamics of bulk polymerized polyureas, *Macromolecules*, 2012; 45(20): 8438-8444.
<https://doi.org/10.1021/ma3016568>.
 47. Bonart, R., Morbitzer, L., and Hentze, G. X-ray investigations concerning the physical structure of

- cross-linking in urethane elastomers. II. Butanediol as chain extender, *Macromol. Sci., Phys.*, 1969; 3(2): 337-356.
<https://doi.org/10.1080/00222346908205099>.
48. Eyring, H., Viscosity, plasticity, and diffusion as examples of absolute reaction rates, *J. Chem. Phys.*, 1936; 4(4) 283-291.
<https://doi.org/10.1063/1.1749836>.
 49. Ree, T. and Eyring, H., Theory of non-newtonian flow. I. Solid plastic system, *J. Appl. Phys.*, 1955; 26(7): 793-800.
<https://doi.org/10.1063/1.1722098>.
 50. Lee, E. Elastic-plastic deformation at finite strains *J. Appl. Mech.*, 1969; 36(1): 1-6.
<https://doi.org/10.1115/1.3564580>.
 51. Boyce, M. C., Weber, G., and Parks, D. M. On the kinematics of finite strain plasticity *J. Mech. Phys. Solids*, 1989; 37(5): 647-665.
[https://doi.org/10.1016/0022-5096\(89\)90033-1](https://doi.org/10.1016/0022-5096(89)90033-1).
 52. Gurtin, M. E. and Anand, L. The decomposition $F=F^eF^p$, material symmetry, and plastic irrationality for solids that are isotropic-viscoplastic or amorphous, *Int. J. Plasticity*, 2005; 21(9): 686-1719.
<https://doi.org/10.1016/j.jiplas.2004.11.007>.
 53. Tømmernes, V. Implementation of the Arruda-Boyce Material Model for Polymers in Abaqus. MSc Thesis, Norwegian University of Science and Technology, 2014. Available from: <https://ntnuopen.ntnu.no>.
 54. Tomaš, I., Cislino, A. P., and Frontini, P. M., Accurate, efficient and robust explicit and implicit integration schemes for the arruda-boyce viscoplastic model, *Mecánica Computacional*, Vol. XXVII, 2008. Available from: <https://www.semanticscholar.org>.
 55. Arif, A. F. M., Pervez, T., and Mughal, M. P. Performance of a finite element procedure for hyperelastic-viscoplastic large deformation problems, *Finite Elements in Analysis and Design*, 2000; 34(1): 89-112.
[https://doi.org/10.1016/S0168-874X\(99\)00031-1](https://doi.org/10.1016/S0168-874X(99)00031-1).
 56. Arruda, E. M. and Boyce, M. C. A three-dimensional constitutive model for the large stretch behavior of rubber elastic materials, *J. Mech. Phys. Solids*, 1993; 41(2): 389-412.
[https://doi.org/10.1016/0022-5096\(93\)90013-6](https://doi.org/10.1016/0022-5096(93)90013-6).
 57. Cohen, A., A Pade approximant to the inverse Langevin function, *Rheol. Acta*, 1991; 30(3): 270-273.
<https://link.springer.com/article/10.1007/BF00366640>
 58. Miehe, C. and Keck, J. Superimposed finite elastic-viscoelastic-plastoelastic stress response with damage in filled rubbery polymers. Experiments, modelling and algorithmic implementation, *J. Mech. Phys. Solids*, 2000; 48(2): 323-365.
[https://doi.org/10.1016/S0022-5096\(99\)00017-4](https://doi.org/10.1016/S0022-5096(99)00017-4).
 59. Qi, H. and Boyce, M. Constitutive model for stretch-induced softening of the stress-stretch behavior of elastomeric materials, *J. Mech. Phys. Solids*, 2004; 52(10): 2187-2205.
<https://doi.org/10.1016/j.jmps.2004.04.008>.
 60. Argon, A. A theory for the low-temperature plastic deformation of glassy polymers, *Philos. Mag.*, 1973; 28(4): 839-865.
<https://doi.org/10.1080/14786437308220987>.
 61. Weber, G. and Anand, L. Finite deformation constitutive equations and a time integration procedure for isotropic, hyperelastic-viscoplastic solids, *Computer methods in applied mechanics and engineering*, 1990; 79(2): 173-202.
[https://doi.org/10.1016/0045-7825\(90\)90131-5](https://doi.org/10.1016/0045-7825(90)90131-5).
 62. Bergstrom, J. S., *Mechanics of Solid polymers :Theory and Computational Modeling*. William Andrew, 2015.